nº especial

Desenvolvimento Curricular e Didática

Matemática e criatividade

Percurso dos Racionais do Pré-Escolar ao 1º Ciclo do Ensino Básico

Isabel Vizinho

Isabel.vizinho@ua.pt

Isabel Cabrita

Universidade de Aveiro

icabrita@ua.pt

Resumo

A correta construção de significados relativos ao conceito de números racionais pelos alunos revela-se de fundamental importância para uma sólida construção do conceito de número, para o sucesso no prosseguimento dos estudos e para resolver os problemas do dia-a-dia da vida moderna. Portanto, a inadequada apropriação e aplicação destes conceitos por parte dos alunos revela-se problemática.

Na origem da dificuldade dos alunos, identificam-se aspetos inerentes à complexidade do conceito e a uma débil e fragmentada abordagem na escola, frequentemente limitada pela escassez e inadequada exploração de materiais didáticos apropriados.

Neste contexto, criou-se uma sequência didática, corporizada num conjunto de tarefas e de materiais que suportam a sua resolução, que se pretende constituir um continuum do estudo dos racionais, projetado desde o Ensino Pré-Escolar.

A mesma, que foi sendo sucessivamente implementada (em contextos da formação principalmente contínua de professores e com os respetivos alunos), avaliada e reformulada até à sua versão definitiva, contribuiu para uma mais sólida apropriação dos conceitos subjacentes aos racionais pelos respetivos alunos.

Palavras-chave: Racionais, Percursos didáticos, Materiais Manipulativos, Pré-escolar, Ensino Básico.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Abstract

The correct construction of meanings related to the concept of rational numbers by the students appears to be of fundamental importance for a solid construction of the concept of number, for success in further education and to solve the problems of day-to-day modern life. Therefore, the improper appropriation and application of these concepts by students it is very problematic.

In the origin of the difficulty of students, it identifies aspects related with the complexity of the concept and a weak and fragmented approach in school, often limited by the scarcity and inadequate exploration of educational material.

In this context, we created a sequence for teaching, embodied in a set of tasks and materials that supports their resolution, which aims to provide a continuum of rational study, designed from the Preschool Education.

The same, which was subsequently implemented (particularly in contexts of continuous training of teachers and the respective students), evaluated and reworked until its final version, contributed to a stronger ownership of the concepts underlying rational for the respective students.

Key-words: Rational Numbers, Didactic Pathways, Manipulative Didactic Materials, Preschool, Elementary School

Résumé

La construction correcte de significations liées à la notion de nombres rationnels par les étudiants semble être d'une importance fondamentale pour une construction solide de la notion de nombre, de la réussite à l'éducation et à résoudre les problèmes de la journée de la vie moderne. Par conséquent, une mauvaise appropriation et application de ces concepts par les élèves sont considérées problématiques.

À l'origine de la difficulté des élèves, on identifie les aspects de la complexité inhérente au concept et une approche faible et fragmentée à l'école, souvent limitée par la rareté et l'exploration insuffisante des matériels éducatifs.

Dans ce contexte, nous avons créé une séquence pour l'enseignement, incarnée dans un ensemble de tâches et les matériaux qui les soutiennent dans leur résolution,

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

qui visent à fournir un continuum de l'étude des rationnels, conçue à partir de l'éducation préscolaire.

La même, qui a ensuite été mis en œuvre (en particulier dans les contextes de la formation continue des enseignants et des étudiants respectifs), évalué et retravaillé jusqu'à sa version finale, a contribué à une plus forte appropriation des concepts sous-jacents aux rationnels pour les étudiants respectifs.

Mots-clés: Nombres Rationnels, Voies Didactiques, Matériaux d'Apprentissage, Préscolaire, Primaire.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Introdução

O ensino e a aprendizagem dos Números Racionais têm sido alvo de reflexão por parte das autoras, com maior incidência a partir da década de 90, tendo redundado numa Dissertação de Mestrado (ver Vizinho, 2002). Tal estudo permitiu evidenciar que os alunos envolvidos melhoraram significativamente a sua competência neste tema, em função da sequência didática implementada, corporizada por um conjunto de tarefas cuja resolução era suportada por materiais didáticos (re) criados.

Dado o manifesto interesse da temática para o desenvolvimento do conhecimento em Educação em/Didática da Matemática no 1° CEB, procedeu-se à divulgação do estudo por outras formas mais acessíveis aos professores (Vizinho e Cabrita, 2002a, 2002b, 2003, 2004a, 2004b) e à dinamização de várias sessões práticas, em Encontros Nacionais de Professores de Matemática – ProfMat 2002, 2003 e 2006.

Posteriormente, a sequência e respetivos materiais didáticos, que integram o Contexto Experimental da referida dissertação, foram discutidos e refletidos em sessões de formação e de acompanhamento, em sala de aula, no âmbito das várias edições do Programa de Formação Contínua em Matemática com Professores de 1° CEB da Universidade de Aveiro – m@c1, entre 2005 e 2011, pelos professores (formandos) e respetivos alunos, e no quadro da formação inicial, complementar e pós-graduada de Professores do 1° CEB e de Educadores de Infância da referida instituição.

Decorrente do facto da respetiva sequência didática atravessar vários aspetos do currículo da área de Matemática do 1° CEB, no sentido de refazer aprendizagens já realizadas e, partindo destas, encetar novas aprendizagens, houve necessidade de introduzir algumas alterações à mesma e aos respetivos materiais, adequando-os ao Programa de Matemática do Ensino Básico, aprovado em 2007, e às Metas de Aprendizagem para os Ensinos Pré-Escolar e Básico, publicadas em 2009 (ver Cabrita et al., 2007, 2008, 2010 e 2011).

Tal como já preconizávamos em Vizinho (2002), altura em que detetamos a quase inexistência de indicações programáticas sobre o ensino do tema, o atual Programa (Ponte et al, 2007) consigna, de forma explícita, orientações metodológicas para o estudo dos racionais. Estas assentam numa perspetiva de construção do conceito, partindo da exploração intuitiva de situações de partilha equitativa para a múltipla representação da quantidade envolvida - verbal, figurativa, fracionária e, posteriormente, decimal e em percentagem. Evolui-se para o estabelecimento

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

de relações entre operações e seus resultados e as ideias matemáticas que lhes subjazem e lhes deram origem, numa conjuntura articulada e coerente de construção do sentido do número.

Entretanto, e indo ao encontro da nossa opinião, o documento das Metas de Aprendizagem dá abertura à abordagem dos racionais o mais cedo possível no percurso escolar dos alunos, desde o Pré-escolar. Por um lado, sabe-se que, desde cedo, as crianças experimentam situações de partilha. Por outro, admite-se como certo que, quanto mais cedo, na vida escolar, se iniciar a construção dos conceitos, maior será a probabilidade de que esta se torne sólida e perene.

Nesse sentido, elaborou-se um bloco de (pré) iniciação aos racionais para os alunos do Pré-Escolar e do 1º ano do 1º CEB, com o qual se perspetiva o início da construção de um continuum de ensino e de aprendizagem dos racionais. Tal bloco tem por base: um processo que parte da linguagem natural utilizada no vocabulário do dia-a-dia das crianças em situações de partilha cujos resultados, frequentemente, envolvem números entre zero e um (p.e. metade, um quarto ou a quarta parte) e entre números Naturais como, por exemplo, um e meio (entre 1 e 2). E recorre-se a atividades de caráter lúdico, que favorecem e simulam essas situações, suportadas pela exploração de materiais didáticos manipulativos que utilizam, essencialmente, representações figurativas dos números racionais.

Neste contexto, urge continuar a investigar as reais potencialidades da sequência de tarefas e dos respetivos materiais de apoio à sua resolução para uma mais sólida apropriação dos conceitos envolvidos, intimamente relacionado com as práticas letivas que favorecem tal apropriação. É este o principal propósito da investigação que se tem vindo a desenvolver.

No presente trabalho, ainda que sucintamente, explicita-se o nosso posicionamento teórico face à matemática e à educação matemática e analisa-se o objeto matemático "Racionais não negativos", seus significados institucionais (da instituição matemática e da instituição escola) e pessoais (principalmente dos professores e alunos. Num segundo momento, enquadra-se, metodologicamente, a ação desenvolvida e apresentam-se alguns dos materiais que têm vindo a ser construídos por nós e experimentados e validados por um conjunto significativo de Educadores/Professores e respetivos alunos. De seguida, apresentam-se alguns dos resultados de tal experimentação e, por fim, algumas considerações, em jeito de conclusões, assim como as referências dos documentos consultados.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Contextualização Teórica

Neste ponto, explicita-se que perspetivas de ensino e de aprendizagem da Matemática é que se defendem e clarificam-se alguns conceitos relativos ao objeto matemático racionais.

Da natureza da Matemática

Concordamos com Núñez (2000) quando refere que qualquer teorema pode ser estudado através da análise da ideia matemática. Por outras palavras, a veracidade de um teorema pode ser demonstrada através da virtude do que os seus elementos realmente querem dizer. Nesta perspetiva, considera-se urgente que a matemática seja vivida e compreendida, como ciência que é, como auxiliar fundamental das outras ciências, usada na resolução dos problemas da vida diária, como veia que percorre e estrutura todo o tecido tecnológico, científico, cultural e social (Vizinho, 2002)

O mesmo tema matemático pode ser estudado com ou sem recurso àquelas características humanas: i) usando-se a manipulação de símbolos, em termos de axiomas, definições, provas formais e teoremas, sem estabelecer relações entre a linguagem 'natural' e o raciocínio, através de esquemas ou imagens, apenas na formalidade dos seus procedimentos, à parte da real compreensão humana, ou, pelo contrário, ii) através da "análise da ideia matemática", baseada num conhecimento básico, intuitivo, na sua estrutura inferencial (uso de metáfora conceptual e dos esquemas de imagem), nos seus sistemas de símbolos, ou seja, em termos de mecanismos cognitivos, biológicos e culturais humanos.

No entanto, a sobreposição da primeira forma não responde às necessidades educativas atuais, antes prejudica, porque cria insucesso escolar e mesmo educativo que impede uma cabal integração humana na escola e na sociedade.

Partilhamos da ideia de que a intervenção educativa tem de apoiar-se na análise da natureza e origem do objeto de estudo (neste caso os racionais) e no estudo da forma como deverá ser desenvolvida, de maneira a implicar: (i) a necessidade da sua conceptualização e (ii) o estabelecimento de uma relação semiótica entre as ideias matemáticas em causa, seus códigos linguísticos e respetivos significados.

Preconizamos que o processo de aprendizagem deverá conduzir à construção de

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

conhecimento, motivada, sempre que possível, pela necessidade de resolução de problemas, pela comunicação significantemente envolvente e envolvida de significado (ninguém aprende sem estabelecer significados, já que estes integram o próprio conceito de aprender), simultaneamente composta de imagens que se vão produzindo de novo ou que se trazem à memória pela linguagem verbal, gestual ou gráfica (Vizinho, 2002).

Assim, resumidamente, da tecitura de ideias que ajudam a traduzir a forma como nos posicionamos, salientamos:

- a posição falibilista tomada por Ernest (1991), assim como a sua adesão à proposta de construção social do conhecimento, rejeitando uma visão absolutista da forma de ensinar e de aprender Matemática;
- a perspetiva de Núñez (2000) que desmistifica o saber matemático, colocando-o, essencialmente, como procedente das ideias humanas, por elas criado e só a elas dizendo respeito;
- a visão de Chevallard (1991, 1997) relativa ao "saber sábio" e à "*transposição didáctica*", ou seja, às formas como esse saber terá que ser transformado para poder dar lugar ao conhecimento "ideal";
- a análise que Brousseau (1997) propõe dos entes matemáticos e seus significados, assim como da importância de se criarem "situações didáticas" que induzam à necessidade de construção dos conhecimentos;
- os estudos de Piaget, considerado o primeiro implementador do Construtivismo, na vertente cognitivista, no que respeita à constatação de que as construções mais *avançadas conservam vínculos com as mais primitivas* (Piaget e Garcia, 1983);
- a posição de Vigotsky (1978) sobre a construção do conhecimento em interação social, distinguindo entre aquilo que o aluno é capaz de fazer sozinho e o que consegue fazer apenas com a ajuda de colegas ou adultos mais experientes - *zona de desenvolvimento proximal*;
- E, com significativa atenção, a teoria desenvolvida por Godino e sua equipa (Godino, y Batanero, 1994, 1997, 1999), assente no Modelo das Funções Semióticas, que "bebe" das diversas teorias, buscando-lhes os significados e analisando os entes matemáticos, seus significados pessoais e institucionais.

No processo semiótico de atribuição de significados - representativo de ideias, conceitos e processos da sua construção – subjacente à efetivação da aprendizagem, assumem papel relevante diversos tipos de entidades (dimensões, funções):

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

- *Ostensivas* – representações que encerram ideias e processos (termos linguísticos que denominam o objeto, expressões, símbolos, tabelas, gráficos,…);
- *Extensivas* – 'motivações' que induzem ou provocam atividades (problemas, aplicações);
- *Intensivas* – ideias matemáticas, generalizações (conceitos, proposições, teorias);
- *Atuativas* – ações ou tarefas (experimentar, descobrir, operar, …);
- *Afetivas* – incluem crenças, atitudes e emoções;
- *Validativas* – argumentações, discussões e validações que vão levar à coincidência de significados pessoais com institucionais (Godino e Batanero, 1994: 9).

Partimos do pressuposto de que a matemática é também um produto cultural resultante da atividade das pessoas na resolução das mais variadas tarefas que envolvem matemática, usando recursos semióticos e que, quanto mais facetas, entidades, elementos entrarem em jogo na atividade educativa, maior probabilidade há de que o sujeito aprenda.

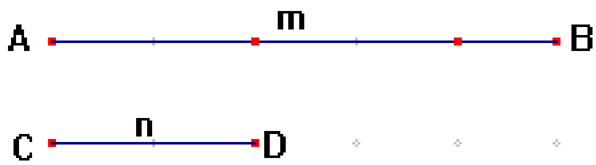
Do objeto matemático Racionais

Porque o objeto de estudo não se reduz à sua definição mas integra a ideia matemática que surge das práticas desenvolvidas, que se expressam através dos códigos matemáticos escritos e oralizados nas palavras e expressões (Chevallard, 1991), é fundamental: (i) perceber os conceitos de prática, de objeto matemático, diferenciando o objeto institucional e o objeto pessoal, e os seus significados (Godino y Batanero, 1994); (ii) analisar as funções semióticas que eles estabelecem (Godino y Batanero, 1999), contrariando a tendência para a *ilusão de transparência determinista* (Artigue, 1990 e 1994); (iii) explorar fontes essenciais dos significados institucionais dos Racionais à luz do atual Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007).

Resumidamente, sobre a Ontologia dos objetos matemáticos, poder-se-á dizer que, numa situação ideal e numa certa instituição, um sujeito "compreende" o significado institucional do objeto (neste caso os racionais) se o seu significado pessoal (o significado que o próprio lhe atribui) se aproximar, tanto quanto possível, do significado institucional pretendido.

Desenvolvimento Curricular e Didática
nº especial MATEMÁTICA e criatividade
Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Neste contexto, os números racionais surgem da necessidade de representar uma quantidade – princípio da extensão - que não existe no conjunto dos números inteiros. Por exemplo, o número que expressa a medida de comprimento do segmento [AB] em função de [CD], ou seja, .



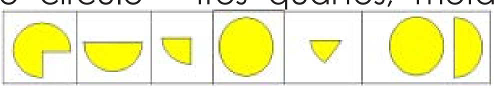
$$\overline{AB} = \frac{5}{2}\,\overline{CD}$$

Podem definir-se como a razão entre dois números inteiros, geralmente escrita na forma $\frac{m}{n}$, onde n é um número inteiro diferente de zero.

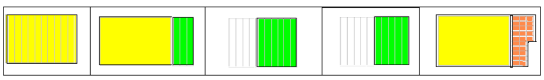
- No conjunto Q, considera-se um subconjunto de números (números racionais (de representação) decimal) que podem ser representados por frações que admitem como denominador uma potência de 10 ($\frac{x}{10^n}$) designadas por

frações decimais. Por exemplo: $0{,}654 = \frac{654}{1000} = \frac{654}{10^3}$ ou os números representados, a seguir, de forma geométrica, tendo como unidade:

- o círculo - três quartos; metade; um quarto; 1; um sexto; um e meio;



- o retângulo – 1; 1,3; 0,6; 50%; uma unidade e um quarto.



Note-se que um número pode pertencer a Q e admitir uma representação com vírgula (como $\frac{2}{3}$ = 0,666666...) e não ser decimal. Também (3,14159...) pode ser representado com vírgula e não pertence, sequer, a Q.

Os números racionais decimais são exprimíveis por dízimas finitas - quando a divisão do numerador pelo denominador tem resto zero, ao fim de um número finito de passos, resultando em representações finitas do número racional em causa. Outros

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

racionais, como $\frac{2}{7}$, podem ser representados por dízimas mas infinitas e periódicas. Contrariamente ao que acontece com os conjuntos dos números naturais (N) e dos inteiros (Z), o conjunto Q é denso – entre dois racionais existe uma infinidade de outros racionais (por exemplo: 1, 47; … 1,485; …1, 4973 situam-se entre 1,4 e 1,5).

Na perspetiva do ensino e da aprendizagem e considerando a construção de um continuum dos racionais, identificaram-se os principais descritores de desempenho – transversais a todos os anos/níveis de ensino (quadro 1) e específicos de cada ano/nível de ensino (anexo 1) - formulados tendo por base algumas das Metas e Orientações Curriculares.

Cada um desses descritores de desempenho (objetivos), quer específicos, quer transversais, foi classificado de acordo com as entidades semióticas, anteriormente explicadas.

Descritores transversais	Entidades ou Funções Semióticas predominantes
Resolver problemas sobre o tema, como forma de desenvolver e aplicar estratégias e como forma de verificar e interpretar resultados surgidos no quotidiano.	E, I, AT, V, AF
Formular problemas a partir de situações do quotidiano e a partir de situações matemáticas	E, AF, AT, I
Comunicar raciocínios, ideias e procedimentos ao longo da construção do discurso e/ou justificando opções de resolução de problemas usando simbologia própria	AT, V, E, I, AF
Estabelecer conexões entre diferentes representações de conceitos ou de procedimentos.	I, O
Colaborar na construção das regras de relacionamento pessoal e interpessoal e nos processos de avaliação.	AF, AT
Participar nas atividades individuais, de pequeno e grande grupo, de acordo com as regras estipuladas.	AF, V
Formular e escrever questões e problemas a partir de vocabulário, gráficos apresentados, representações gráficas de ideias matemáticas, operações.	E, AT, O, I
Ilustrar e comentar a variedade do uso de Racionais não negativos em vários temas matemáticos, noutras áreas de estudo e na vida diária.	AT, V, AF, O, E, I
Utilizar estratégias e materiais (manipulativos e tecnológicos) diferentes para efetuar cálculos e representar conceitos.	E, AT, O, I

Quadro 1. Principais Descritores de desempenho transversais para os Racionais e funções semióticas predominante

Legenda das entidades semióticas: I - Intensiva; E - Extensiva; O - Ostensiva; AT - ATuativa; AF - AFetiva; V - Validativa

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Metodologia

O estudo enquadra-se, epistemologicamente, num paradigma construtivista (Schwandt, 1998), seguindo-se uma abordagem qualitativa (Guba & Lincoln, 1994). Desenvolveu-se num contexto de Investigação-Ação já que, tal como refere Perrenoud, "o investigador se implica nas estratégias de mudança" (1981:1) implementando vários ciclos de atuação que se foram, sistematicamente, aprimorando, ao longo das sucessivas fases, com vista à mudança da própria realidade.

Admitiu como principais intervenientes, para além da primeira autora deste artigo, que assumiu o papel de observadora direta e participante, professores e respetivos alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico. Num primeiro momento, intervieram um professor do 1º Ciclo do Ensino Básico e os seus 19 alunos, a frequentar o 4º ano de escolaridade, num meio semiurbano de uma escola do distrito de Aveiro. Posteriormente, o estudo foi alargado, no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática da Universidade de Aveiro, coordenado pela segunda autora do artigo e no qual a primeira autora também assumiu o papel de formadora:

- Na edição 2005/06 - a 60 professores do 1ºCEB e respetivos alunos;
- Na edição 2009/10 - a 33 professores do 1ºCEB e respetivos alunos

As principais técnicas de recolha de dados utilizadas foram a observação, direta e participante, a análise de documentos e a inquirição, suportadas por um diário de bordo, registos fotográficos, conversas informais, produções dos alunos (principalmente relativas à resolução das tarefas e a um teste, este aplicado no 1º ciclo investigativo) e dos professores (principalmente relativas ao portfólio construído) e questionários e entrevistas.

Os vários momentos da parte empírica admitiram:

- Sessões de preparação - discutiram-se aspetos de aprofundamento do conhecimento matemático, didático e curricular da matemática, com particular destaque para os Racionais, em sintonia com as mais recentes orientações para o Ensino Básico e Pré-Escolar, e refinou-se a sequência didática, materializada em tarefas de diversa natureza, perseguindo objetivos diversos, e os respetivos materiais manipuláveis de apoio à sua exploração;
- Sessões de formação – envolveram, principalmente, a resolução das propostas didáticas apresentadas para que os professores vivessem situações próximas das que os seus alunos iriam experienciar. A partir de tais atividades, aprofundou-se conhecimento matemático, curricular e didático, de forma

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

interligada, como via de efetivar a relação teoria-prática e evidenciar conexões intra-matemática e entre esta e o dia-a-dia e demais áreas curriculares. Refletiu-se, ainda, sobre reformulações a fazer, tendo em vista a adequação das propostas à turma do professor. Também se analisaram os aspetos da implementação em sala de aula das planificações (re)construídas, salientando as coincidências ou não entre os significados dos alunos e os significados institucionais pretendidos sobre o tema em estudo;

- Sessões de acompanhamento em sala de aula – estruturaram-se em três momentos interligados - pré-ação (de preparação da atuação didática), ação (em sala de aula, podendo o formando contar com a colaboração e cumplicidade da formadora, designadamente aquando da realização de atividades em grupo e sua posterior discussão para síntese dos aspetos essenciais) e pós-ação, de balanço das aprendizagens desenvolvidas (dos alunos e do formando).

No anexo 2, apresentam-se, de forma sucinta, as tarefas e materiais didáticos que se foram, sucessivamente refinando (Vizinho, 2002, Cabrita et al, 2007, 2008, 2010 e 2011), organizados por anos de escolaridade e fases de construção do objeto matemático "Números Racionais não Negativos", e explicitam-se os objetivos de aprendizagem que perseguem.

Destaque-se que um dos objetivos principais das tarefas de caráter lúdico propostas para os níveis Pré-Escolar e 1º ano do 1º CEB, sob o título O Natural e as Partes é explorar os conceitos de metade e de quarta parte - referindo-os de forma verbal, como aparecem correntemente no vocabulário oral, em contextos informais, relacionando-as com quantidades físicas reais e/ou com representações figurativas da realidade, sem, no entanto, ter a preocupação de expressar os respetivos símbolos gráficos matemáticos formais. E que a ordem de apresentação das tarefas e dos materiais, em especial os de caráter lúdico, confere primazia aos que permitem explorar, primeiramente, a partilha de uma unidade contínua (composta por um só elemento), por questões relativas à hierarquia da construção do conceito de partilha de uma unidade. Numa fase posterior, as tarefas podem e devem surgir alternadamente, relativas a unidades discretas e a unidades contínuas.

Numa fase seguinte, perspetiva-se e projeta-se a abordagem didática mais formal do tema, sequenciando os momentos de implementação: iniciação, desenvolvimento, consolidação e generalização dos racionais fracionários e decimais.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

No ponto seguinte, apresenta-se uma síntese de alguns dos principais resultados a que a investigação permitiu chegar, evidenciados, essencialmente por digitalizações de excertos de produções dos alunos, relatos das reflexões dos professores e registos de observação participante da investigadora/formadora.

Principais Resultados

Como já se referiu anteriormente, com o estudo que agora se apresenta pretendia-se responder, principalmente, à questão - será que a implementação da sequência didática que se criou (suportada por tarefas de diversa natureza e por vários materiais manipulativos), na qual a aprendizagem do aluno ocupa um papel central no processo educativo, contribuiu para uma mais sólida construção dos conceitos relativos aos Racionais?

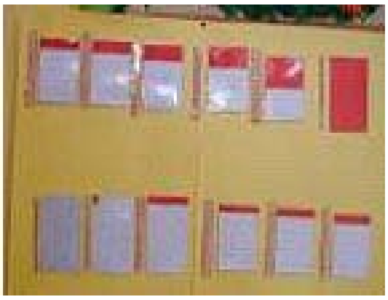
Relativamente ao primeiro ciclo de investigação, vamos suportar a resposta a esta questão na comparação dos desempenhos dos alunos no teste, aplicado na modalidade pré, pós1 e pós2. Globalmente, os alunos melhoraram os seus resultados, quer quantitativa quer qualitativamente, do pré-teste para o pós-teste 1 e deste para o pós-teste 2 (ver Vizinho, 2002; Vizinho e Cabrita, 2002b; Vizinho e Cabrita, 2003; Vizinho e Cabrita, 2004).

Tendo ainda por base o "diário de bordo" e o registo das atividades desenvolvidas, podemos aferir das reconstruções que os significados pessoais dos alunos foram sofrendo.

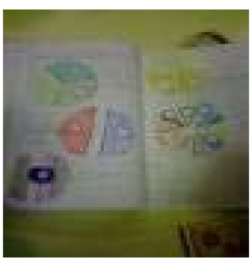
Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Veja-se, por exemplo, o que aconteceu relativamente ao conceito de parte da unidade. Os alunos, na sua totalidade, consideravam que a décima parte de uma unidade era maior que a quinta parte dessa mesma unidade. A discussão de ideias provocada pela resolução de problemas suportada pela exploração do material Cuisenaire levou a uma reformulação do conceito em questão, de tal forma que, na sessão seguinte, a resolução de problemas, sustentada pela exploração, em grupo, do Decimate, seguida de discussão coletiva, permitiu observar que os significados dos alunos se aproximaram bastante, dos significados institucionais pretendidos (veja-se Vizinho, 2002; Vizinho e Cabrita, 2002b, 2003, 2004).

Nesta sessão, no decurso da apresentação de cada grupo e discussão no plenário da turma, ficou evidente e assumido por todos que quanto maior fosse o número de partes em que a unidade fosse dividida menor seria cada uma dessas partes, cuja representação poderia ser efetuada de forma fracionária, decimal e em percentagem, tal como, de seguida, fizeram quando construíram um cartaz, com as representações geométricas dos números, devidamente legendadas, relacionando várias formas – fração, verbal, decimal, percentagem.



Os resultados relativos às fases de investigação subsequentes veem reiterar os sucessos já atrás referidos. Os registos efetuados pelos alunos (Ax) após as atividades já referidas bem como os relatos e a apresentação de evidências dos professores formandos (FX) nos seus portefólios apontam nesse sentido. Apresenta-se, de seguida, algumas evidências da afirmação feita.



Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Jogo das Frações

- *"ficámos a entender melhor as frações"* (Aa), *"foi giro estudar assim a matemática"* Ab) (FA, 2006);
- *"envolveu a atenção de todos os elementos do grupo (2ºano), que tinham que verificar se os seus colegas estavam a efectuar correctamente as equivalências no Jogo das Frações, o que se confirmou"* (FV, 2010).

Decimate

- *"os alunos apresentavam muitas dificuldades em representar partes da unidade e perceber seus significados (…) a construção e exploração destes materiais ajudou-me a mim e a eles"* (FV, 2010).

Domideci e *Domicenti*

- "*As aulas em que se utilizámos atividades de resolução de problemas (…) e recorremos ao "Jogo das frações" e aos dominós da décima e centésima (Domideci e Domicenti) foram aulas repletas de motivação, entusiasmo e vontade de aprender (…) proporcionaram o desenvolvimento de competências (…) potenciaram atitudes positivas destes face à matemática,* (FVR: 2010);
- "*(…) Com o dominó das centésimas (…) conseguiram entender de imediato (…) a representação geométrica de um número tomado que resultava da divisão da unidade em 100 partes iguais (…)*" (FB, 2010);
- "*(…)os alunos mostravam dificuldades em comparar números decimais (…) como se se tratasse de números inteiros (p.e. 2,35 < 2,305); outros julgavam que o número maior é o que possui mais números depois da vírgula(…) (p.e.1,04 < 1,004); (…) no número 3,456 , afirmam que o 4 é o algarismo das centenas (…). Com os jogos e materiais essas dificuldades desvaneceram-se*" (FSA, 2010).

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582


Jogo do Calculador "quem chega primeiro à dezena de milhar?

• "*Com este jogo torna-se mais atrativa uma tarefa que às vezes é maçadora que é exercitar os algoritmos (…). E os alunos assim aprendem melhor*" (FB, 2006)

Jogo do Calculador "quem aumenta/diminui mais o número em 3 jogadas?"

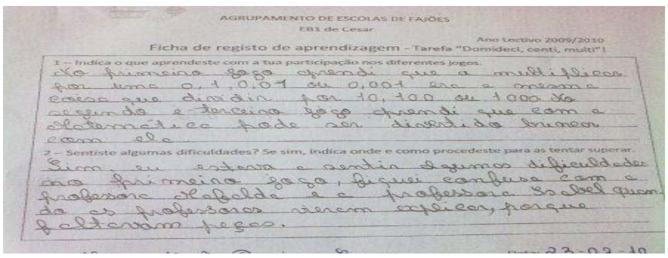
• "*(…)inscrevemos um operador em cada face, com a multiplicação/divisão por 10, 100, 1000 e por 0,1; 0,01; 0,001(…) discutimos os seus efeitos sobre os números. Por fim recorreram à calculadora para verificar os resultados encontrados (…) também escreveram as regras a que chegámos (…) sem dificuldades*" (FF, 2006)

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Domimulti – dominó das operações

- "*(…) a adesão por parte dos alunos ao "domimulti" foi tal que até brincaram com ele nos intervalos (…) e aprenderam a brincar*" (FLP, 2006);
- "*(…) As aulas de matemática deixaram de ser um tormento e passaram a ser uma alegria (…)houve uma melhoria bastante significativa em toda a turma (…)*" (FI, 2006);
- "*(…) Na exploração do Domimulti é que surgiu, de início, o maior número de dúvidas, já que este era, de todos, claramente o jogo mais exigente e consequentemente mais motivador (…) mas essas dúvidas foram ultrapassadas*" (FAS, 2010);
- "*A partir do Domimulti (…) os alunos compreenderam que multiplicar um número por 0,1; 0,01 ou 0, 001 é igual a dividi-lo por 10; 100 ou 1000, respectivamente ou que dividir por 0,1; 0,01 ou 0,001 é igual a multiplicar por 10; 100 ou 1000, respectivamente*" (FM,2010);

- "*(…) contrariando, a "velha" noção que tinham de que ao multiplicar números, o resultado aumenta sempre (…) Ficaram igualmente esclarecidos no que diz respeito à divisão de um número por 10, que é equivalente à multiplicação de um número por 0,1 ou 1/10 (…")* (FD, 2010).


AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE FAJÕES
EB1 de Cesar
Ano Lectivo 2009/2010
Ficha de registo de aprendizagem – Tarefa "Domideci, centi, multi"!

1 – Indica o que aprendeste com a tua participação nos diferentes jogos.
No primeiro jogo aprendi que a multiplicar por uma 0,1, 0,01 ou 0,001 era a mesma coisa que dividir por 10, 100 ou 1000. No segundo e terceiro jogo aprendi que com a Matemática pode ser divertido brincar com ela.

2 – Sentiste algumas dificuldades? Se sim, indica onde e como procedeste para as tentar superar.
Sim, eu estava a sentir algumas dificuldades no primeiro jogo, fiquei confusa com a professora Mafalda e a professora Isabel quando as professoras vieram explicar, porque faltavam peças.

Considerações finais

(Analisando os Programas oficiais de 1928 a 1969 (ver ME, 1928, 1937, 1955, 1960, 1964, 1968 e 1969), verifica-se que não há tradição do estudo das frações durante a escolaridade primária a partir de 1960, data em que o tema foi retirado dos programas oficiais (Vizinho, 2002). No que respeita aos decimais, o tema, embora surgisse muito dependente do sistema métrico, apareceu nos programas de 1975 (MEC, 1975). Já nos programas de 1980 (MEC, 1980), os conteúdos sobre este tema davam a primazia ao conceito de numeral decimal, propondo várias estratégias

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

destinadas à compreensão dos alunos.

Assim, os professores que frequentaram a escola a partir da década de 60 do século XX, quer enquanto alunos quer enquanto docentes, não construíram conhecimento matemático e didático sobre os Racionais já que esse tópico esteve arredado dos currículos que eles lecionaram até ao programa da reforma de 1990 (ME/DGEB, 1990). No entanto, mesmo a partir dessa altura, como os programas eram exíguos quanto a orientações claras para o ensino e a aprendizagem do tema, os professores não se sentiam preparados para o abordarem.

O nosso primeiro estudo surge nesse contexto e veio mostrar a sua importância, pertinência, oportunidade e eficácia.

Só os Programas de 2007 (Ponte et al, 2007) vieram trazer orientações claras sobre o que se devia aprender e, de uma forma lata, como se poderia ensinar. No entanto, as práticas pedagógicas não se alteram por 'decreto'. Assim, surge o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1ºCEB e, depois também para Professores do 2º CEB, promovido pelo ME que pretendia colmatar lacunas ao nível da formação matemática, curricular e didática.

Aderimos a esta oportunidade e, no âmbito do m@$_{c1}$, integramos a sequência didática sobre racionais previamente criada e validada. A sua reformulação e consequente experimentação permitiu concluir da mais valia desse continuum para uma aprendizagem mais significante para os alunos e para os próprios professores.

Não obstante já terem sido consultados Profissionais de Educação Pré-escolar sobre as propostas didáticas iniciais que aqui sugerimos, estas ainda não foram sujeitas à mesma experimentação que todas as outras mais direcionadas para o 1º CEB. Contamos, no entanto, conseguir, dentro em breve, forma de desenvolver esse processo para se averiguar das suas reais potencialidades a esse nível.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Referências bibliográficas

Artigue, M. (1990). Epistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 10* (2, 3), 241-286

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. En, R. Bielher & al. (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* Dordrecht: Kluwer A. P. 27-39

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer A.P.

Cabrita, I., Almeida, J., Coelho, A., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., Gaspar, J., Pinheiro, J. Nunes, M., Sousa, O., & Amaral, P. (2011). *Novos desafios para uma matemática criativa.* Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. (ISBN: 978-972-789-344-7)

Cabrita, I., Almeida, J., Vieira, C., Gaspar, J., Amaral, P., & Nunes, M. (2008). *Registos teóricos e práticos em matemática. Novos Rumos.* Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. (ISBN: 978-972-789-272-3)

Cabrita, I., Coelho, C., Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., Gaspar, J., Pinheiro, J., Nunes, M., Sousa, O., & Amaral, P. (2010). *Experiências de aprendizagem matemática significantes.* Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. (ISBN 978-972-789-321-8)

Cabrita, I., Vieira, C., Vizinho, I., Almeida, J., Almeida, I., Nunes, M., & Dias, A. (2007). *Para uma Educação em Matemática Renovada 3/4.* Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. (ISBN: 978-972-789-243-3)

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas; eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* Barcelona: ICE Universidad Autónoma y Ed. Horsori.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education.* London: The Farmer Press

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). *Significado Institucional y Personal de los Objectos Matemáticos.* Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14, nº 3: 325-355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1997). *Una aproximación semiótica y antropológica a lainvestigación en educación matemática.* [A semiotic and anthropological approach to research in mathematics education]. Philosophy of Mathematics Education Journal, 10. [URL:http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome10/art7.htm]

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

(versión en español recuperable en http://www.ugr.es/local/jgodino)

Godino, J. D. y Batanero, C. (1999). *Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* En, I. Vale y J. Portela (Eds.), Actas del IV Seminário de Investigação em Educação Matemática(p. 25-45). Associação de Professores de Matemática, Guimarães.

Guba, F. G. & Lincoln, Y. S., (1994) *Competing Paradigms in Qualitative Research*" in Dezin, N. K. & Lincoln, Y. S. (eds), Handbook of Qualitative Research, Thousand Oaks, Sage Publications, págs. 105-117

ME. (1928, 1937, 1955, 1960, 1964, 1968, 1969). *Programas do Ensino Primário Elementar Ministério da Educação*. Imprensa Nacional

ME. (1980). Programas do Ensino Primário Ministério da Educação e Ciência. Secretaria de Estado da Educação. Direcção Geral do Ensino Básico.

ME/DGEB (1990). Programas do 1º Ciclo do Ensino Básico, Ministério da Educação. DGEB.

MEC. (1975). Programas de Ensino Primário Elementar. Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica, Direcção Geral do Ensino Básico.

Núñez, R. E. (2000) *Mathematical Idea Analysis: What Embodied Cognitive Science can say about the human Nature of Mathematics.* Proceedings of 24th Conference of the Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education. PME 24.Hiroshima Japan 2000. vol.1

Perrenoud, P. (1981). *Recherche et Implication dans le Changement*, Genève, Service de la Recherche Sociologique. Págs. 1-7.

Piaget, J.; Garcia, R. (1983). *Psychogenèse et histoire des sciences.* Paris, Flammarion.

Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H. M.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, G. e Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Schwandt, Th. A. (1998). *Construtivist, Interpretivist Approaches to Human Inquiry.* In Denzin, N.K., Lincoln, Y. S., (ed.). The Landscape of Quality Research: Theories and Issues. Thousand Oaks: Sage Publications. págs. 221-259.

Vigotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona: Grijalbo.

Vizinho, I e Cabrita, I (2002a). *A Propósito dos Numerais Decimais – A Voz dos Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico.* Actas XIIISIEM. Setembro 2002. Viseu, págs. 279 – 297.

Indagatio Didactica, vol. 4(1), junho 2012 ISSN: 1647-3582

Vizinho, I e Cabrita, I (2002b). *Abordagem dos decimais no 1º ciclo do ensino básico sustentada por actividades significativas de resolução de problemas.* In. Ponte, J.P., Costa, C., Rosendo, A.I, Maia, E., Figueiredo, N., Dionísio, A.F. (Org.) Actividades de Investigação. Coimbra, págs. 125 – 134.

Vizinho, I e Cabrita, I (2003). *Significados institucionais do objecto matemático decimais à luz das funções semióticas.* Actas XIVSIEM 2003 (Santarém). Lisboa, págs. 135 – 161.

Vizinho, I e Cabrita, I (2004). *Significados de Referência Histórica e Cultural dos Decimais*. In. Borralho, A., Monteiro, C., Espadeiro, R. (Org.) A Matemática na Formação do Professor. Edit. Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Lisboa, págs. 165 – 163.

Vizinho, I. (2002) *O Processo de Ensino e de Aprendizagem dos Numerais Decimais no 1º Ciclo do Ensino Básico e a construção duma (nova) cultura matemática.* Aveiro: Universidade de Aveiro (dissertação de Mestrado).