Significados institucionais do objecto matemático *decimais* à luz das funções semióticas

Isabel Vizinho, Escola EB1 da Cale da Vila

Isabel Cabrita, Universidade de Aveiro

Introdução

Uma das principais preocupações do professor deve ser contribuir para que os significados pessoais dos alunos, acerca de determinado objecto de estudo, se aproximem dos significados institucionais que se pretendem atingir. Assim, é muito importante que, da parte do professor, haja um seu conhecimento aprofundado, na interacção com os significados de referência histórica e cultural, com vista à efectivação do processo de ensino e de aprendizagem.

Nesta perspectiva, impõe-se a exploração de duas fontes essenciais no caso concreto dos significados institucionais dos decimais – as Normas do NCTM (1991, 1998) e os actuais programas curriculares em vigor em Portugal no que ao 1º Ciclo do Ensino Básico diz respeito.

Previamente, e dado que o objecto de estudo não pode reduzir-se à sua definição, mas e segundo Chevallard (1991), é a ideia matemática que surge das práticas desenvolvidas que se expressam através dos códigos matemáticos escritos e oralizados nas palavras e expressões que, simultaneamente, os traduzem e constróem, afigura-se-nos fundamental definir os conceitos teóricos de prática, objecto matemático diferenciando o objecto institucional e o objecto pessoal, e significado.

Tal abordagem fará emergir o triplo carácter da Matemática (actividade de resolução de problemas, socialmente partilhada; sistema de linguagem simbólico e sistema conceptualmente organizado) e a génese pessoal e institucional do conhecimento matemático evidenciando a mútua interdependência. Dessa forma, torna-se possível, posteriormente, analisar as funções semióticas que eles estabelecem, contrariando a tendência para *a ilusão de transparência determinista*, e avançar, com segurança, para propostas adequadas de actuação didáctica.

Para uma ontologia dos objectos matemáticos

Partimos de hipóteses de trabalho, propostas por Godino (1996) com as quais concordamos, tais como: (i) as matemáticas são uma actividade humana implicada na resolução de determinada classe de problemas da qual emergem e evoluem, progressivamente, os objectos matemáticos[18]; (ii) os problemas matemáticos e suas soluções são objectos matemáticos socialmente partilhados nas instituições; (iii) as matemáticas são uma linguagem simbólica em que as situações-problema se expressam ou seja, os sistemas de símbolos matemáticos têm uma função tão comunicativa, como instrumental (iv) as matemáticas constituem um sistema conceptual logicamente organizado [19]

Concordamos com a ideia de Sierpinska (1990), segundo a qual compreender um conceito é o acto de captar o seu significado. Assim, a preocupação principal da metodologia dos actos de compreensão é o processo de construir o significado dos conceitos.

No processo de compreensão dos entes matemáticos, usamos objectos em representação de outros, em especial dos objectos abstractos, dada a correspondência entre o objecto representante e o representado, ou seja, entre expressão e conteúdo, ou entre significante e significado.

Consideramos, tal como Godino y Batanero (1994), que um conceito é algo que emerge (uma ideia) de um sistema de práticas realizadas por alguém (ou uma instituição) a partir de um conjunto de situações problemáticas, tarefas ou condições contextuais. (http://www.ugr.es/jgodino)

De uma forma geral, e contrapondo o termo concepção ao termo conceito, consideramos que o primeiro é usado para nos referirmos à ideia que uma pessoa tem quando pensa em determinado assunto. Entretanto, e

[18] Tal como o autor refere Godino "De acuerdo con las teorías constructivistas, los actos de las personas son la fuente genética de las conceptualizaciones matemáticas" (1996: 2)

[19] O que quer dizer que, e citamos, de novo, Godino *"Una vez que un objeto matemático ha sido aceptado como parte de dicho sistema puede ser considerado como una realidad textual y un componente de la estructura global. Puede ser concebido y tratado como una totalidad para crear nuevos objetos matemáticos, ampliando el rango de herramientas matemáticas, y al mismo tiempo, introduciendo nuevas restricciones en el lenguaje y el trabajo matemático" (ib.p3)*

numa perspectiva construtivista, em que se acredita que o aluno aprende na interacção com o meio, num ambiente educativo em que se tem em conta os conhecimentos que o aluno já construiu (escolares e/ou não), pode estabelecer-se uma relação entre, por um lado, 'concepção de' e 'significado pessoal que cada um tem sobre' e, por outro, 'significado institucional que se pretende atingir' e 'conceito de'.

Nesta perspectiva, os objectos Matemáticos (conceitos, expressões, teoremas) devem ser considerados como símbolos de unidades culturais, emergentes de um sistema de usos ligados à actividade de resolução de problemas que certo número de pessoas realiza e que vão evoluindo com o tempo. Ou seja, e conforme a ideia de Godino e Batanero (1994), com a qual concordamos, são as práticas que se realizam nas instituições que vão determinar a emergência progressiva dos "objectos matemáticos", sendo que o "significado" destes objectos vai estar intimamente relacionado e conectado com os problemas e com as actividades realizadas na sua resolução. O significado do objecto não pode, por isso, reduzir-se à sua mera definição matemática, já que este, segundo Chevallard (1991), é a ideia matemática que surge das práticas desenvolvidas que se expressam através dos códigos matemáticos escritos e oralizados nas palavras e expressões que, simultaneamente, os traduzem e constróem.

Assim sendo, torna-se importante definir objecto matemático e o conjunto de elementos que participam na sua construção.

Neste estudo, tendo como noção primitiva a situação-problema, pretende-se definir, como já foi referido, conceitos teóricos fundamentais, com a finalidade de tornar objectivo, não só o triplo carácter da Matemática como também a génese pessoal e institucional do conhecimento matemático e toda a sua mútua interdependência (Godino e Batanero: ibid)

Ao fazer-se a ontologia dos objectos matemáticos, ou seja, o estudo de cada um *per si* e de seu desenvolvimento, pretendemos contribuir para um estudo que possa ser útil na Educação Matemática, para uma análise dos objectos e da sua "transposição didáctica", na tentativa de poder avaliar e reformular as acções educativas.

É necessário, se se quer fazer uma análise que contrarie a tendência para a *ilusão de transparência determinista* (segundo Artigue) que, normalmente, se adopta para considerar estes problemas, pôr a nu o processo de selecção de situações de ensino e avaliação, tal como as manifestações ou comportamentos dos alunos, onde poderão estar visíveis os significados pessoais que estes vão construindo até à coincidência entre estes e os institucionais.

Ao fazer-se a referida análise, depara-se com uma série de elementos que compõem o acto educativo e que interagem em sistema aberto. Urge, então, colocar as seguintes questões: Quais são os significados institucionais de determinado ente, ou seja, quais são os usos característicos dos conceitos, proposições e teorias, as situações problemáticas fundamentais que integram as núcleos essenciais das noções, as notações que apresentam?

Consideramos, como Godino e Batanero (1994), que tanto no que respeita à Didáctica da Matemática como à Psicologia, a ideia de *significado*, embora seja especialmente relevante, não é alvo de uma análise explícita, pelo menos no que toca às noções matemáticas, sendo o termo usado de forma intuitiva, sem rigor científico.

Por outro lado, a preocupação com o significado dos termos e conceitos matemáticos vai provocar a pesquisa sobre a natureza dos objectos matemáticos, a reflexão epistemológica sobre a génese pessoal e cultural do conhecimento matemático e sua interdependência, o que, mais uma vez, atesta a interacção dos vários elementos que compõem o acto educativo, e salienta que *o objecto de estudo não é independente do processo de construção desse estudo*, tal como já Piaget referia.

Assim, os referidos autores propõem as definições, que corroboramos e que se apresentam no quadro 1, dos objectos matemáticos para, num momento posterior, se poderem analisar as funções semióticas que eles estabelecem. Incluímos, nesta grelha de definições, o significado do objecto de referência S(Oz), dado que consideramos da maior importância que o investigador, ou o próprio professor enquanto investigador, designado por (z), conheça o significado de referência de O.

Quadro 1 - Resumo de definições de objectos Matemáticos, baseado no texto de Godino e Batanero (id.1994).

Objectos	Definição dos objectos
Prática	Entende-se por prática, "(...) toda a actuação ou manifestação (linguística ou não) realizada pelos indivíduos para resolver problemas (matemáticos), comunicar aos outros a solução, validar a

	solução e generalizá-la a outros contextos e problemas (...)". Nela intervêm objectos (materiais ou abstractos) representados em forma escrita, oral, gráfica, etc a que Chevallard (1991) chama " praxemas". Vygotsky (1934) apresenta a actividade como elemento essencial da sua teoria da aprendizagem.
Prática pessoal (P)	As práticas pessoais podem ser "actuações observáveis, ou seja, manifestações empíricas, ou, também, acções interiorizadas não observáveis directamente" Não se trata duma prática particular relativa a um problema concreto, mas dos variantes operatórios – práticas prototípicas – utilizadas em diversas situações problemáticas. A cada pessoa associa-se um sistema de práticas características relativas a cada campo de problemas.
Prática pessoal significativa	Uma prática pessoal é significativa, ou tem sentido, se para a pessoa "essa prática desempenha uma função para consecução dos objectivos no processo de resolução de um problema, ou para comunicar a outro a solução, validar essa solução e generalizá-la a outros contextos e problemas (...)". As práticas significativas revelam uma atitude organizativa, ou seja, como diz Morin (1977) constituem uma praxis. Dessa forma, o aspecto cognitivo das práticas prototípicas significativas corresponde com a noção de "shème" (Vergnaud, 1990) que se traduz pela "organização invariante da conduta para uma mesma classe de situações dadas".
Instituição (I)	Em relação à instituição escola, pode referir-se que uma instituição (I) é constituída "pelas pessoas envolvidas numa mesma classe de situações problemáticas". Trata-se, na generalidade, "das situações problemáticas e suas soluções que são socialmente partilhadas, ou seja, estão vinculadas a instituições". Tratando-se de Instituição matemática (M) considera-se o conjunto de pessoas que "no seio da sociedade estão comprometidas na resolução de novos problemas matemáticos", ou seja, são: os produtores do 'saber matemático'; os 'utilizadores' do saber matemático (matemáticos aplicados); os professores do saber matemático (na escola do saber matemático)
Sistema de práticas institucionais associadas a	É constituído "pelas práticas consideradas como significativas para resolver um campo de problemas (C) e partilhadas no seio de uma instituição (I)". Estas práticas que, dado o seu carácter social, são observáveis, englobam descrições e formulações de problemas, as

um campo de problemas PI(C)	argumentações e discussões sobre as diversas formas de resolução de problemas, representações simbólicas. Representaremos esse sistema de práticas por PI(C)
Objecto institucional (O I)	O objecto institucional é "(...) um emergente do sistema de práticas sociais associadas a um campo de problemas, ou seja, um emergente de PI(C) (...). A noção de emergência, segundo Morin (1977), significa que os produtos globais das actividades que formam um sistema, dispõem de qualidades próprias que retroagem sobre as mesmas actividades do sistema, tornando-se inseparáveis (...) esta emergência é progressiva, ao longo do tempo (...) pelo que há que destacar que de um campo de problemas podem emergir diversos objectos que, como consequência, estão mutuamente relacionados (...). Se a instituição (I) é a instituição matemática (M) o objecto institucional toma o nome de objecto matemático (que podem ser conceitos, proposições, teorias)"
Sistema de práticas pessoais(Pp) associadas a um tipo de problemas (C)	É constituído pelas práticas prototípicas que uma pessoa realiza com a intenção de resolver um campo de problemas C. Usamos a notação Pp.
Objecto pessoal (Op)	"É um emergente do sistema de práticas pessoais significativas associadas a um campo de problemas, ou seja, é um emergente de P_pC)". A emergência do objecto é progressiva ao longo da vida do sujeito, como consequência da experiência e da aprendizagem. Tais objectos são constituintes do conhecimento subjectivo, segundo Ernest (1991).
Significado de um objecto institucional (OI)	O significado de um objecto institucional é "o sistema de práticas institucionais associado ao campo de problemas, das quais emerge o objecto institucional (OI) num dado momento". Para um tempo t e uma instituição I, poderia ser representado por S(OI))"
Significado de um objecto pessoal	Será o sistema de práticas pessoais de uma pessoa p, para resolver o campo de problemas do qual emerge o objecto pessoal (Op), num dado momento.

	Porque depende do sujeito e do tempo, podemos estabelecer a relação: S(Op) = Pp(C)
Significado de um objecto institucional (Oi) para um sujeito (p) do ponto de vista da instituição (I)	"É o subsistema de práticas pessoais associadas a um campo de problemas que são consideradas em I como adequadas e características para resolver os referidos problemas". Na avaliação da aprendizagem do aluno pelo professor é preciso confrontar o significado que se pretende adquirir com o significado efectivamente adquirido. Se os significados coincidirem, diremos que o aluno compreendeu, ou que sabe.
significado do objecto de referência S(Oz).	O objecto de referência (Oz), é o objecto em toda a sua extensão com o significado completo (enciclopédico ou sistémico), cujo conteúdo vai sendo gradualmente doseado e distribuído ao longo do processo de organização curricular, para que nas diversas instituições se vá fazendo a necessária transposição didáctica, sem que nenhuma delas tenha a pretensão de o esgotar.

Assim, como emergente de um mesmo campo de problemas C desenvolvido numa instituição I, surge um objecto institucional Oi com um significado S (Oi). Para uma pessoa p a tal objecto Op é atribuído um significado pessoal S (Op). A intersecção destes dois sistemas de práticas corresponde às manifestações correctas, ou seja, ao que a pessoa "compreende" ou "conhece" do objecto do ponto de vista de I. As restantes práticas pessoais são consideradas "erradas", do ponto de vista de I.

Por outras palavras, segundo a perspectiva (que perfilhamos) dos autores citados, poder-se-á dizer que, numa situação ideal e numa certa instituição, um sujeito "compreende" o significado do Oi (Objecto institucional), ou "captou o significado" de um conceito, ou ainda "se apropriou daquele conhecimento", se: for capaz de reconhecer as suas propriedades e representações características; o relaciona com os restantes objectos matemáticos; é capaz de o usar numa grande variedade de situações-problema prototípicas dentro da instituição respectiva. Caso contrário, se as práticas individuais não manifestarem um significado pessoal coincidente com o significado institucional, diremos que o aluno não captou, na parte ou no todo, o significado pretendido. Não podemos esquecer que, do ponto de vista de uma instituição vocacionada para o ensino básico, um objecto de estudo pode ser considerado como compreendido por um aluno, e não o ser por uma instituição do ensino secundário, já que os seus significados abrangem outra profundidade.

Funções semióticas na comunicação matemática

Importa, agora, identificar os elementos que integram a actividade matemática e as funções semióticas[20] que estes desempenham e que estão na base da comunicação e da compreensão do conhecimento matemático. Quando comunicamos usamos elementos – sons, imagens, texto, materiais manipulativos, gestos, símbolos, expressões, etc – com a intenção de construir um significado respeitante a um objecto matemático, com vista à consecução de um determinado objectivo formulado.

É esta trama de entidades que dão visibilidade aos actos, tornando-os observáveis, manifestação dos significados produzidos mas que também contribuem para a sua construção, evidenciando novas relações, de forma dialéctica sistémica, que gostaríamos agora de pôr a nu.

Partimos do pressuposto, tal como referimos, que a matemática é um produto cultural resultante da actividade das pessoas na resolução de problemas nos mais diversos contextos sócio-culturais, usando recursos semióticos, tanto representacionais como instrumentais (ou seja, elementos que representam ideias e conceitos matemáticos e que se usam na construção e operação dessas e de outras ideias).

Godino e Batanero propõem, assim, uma interpretação do conhecimento e da compreensão de um objecto "O" por um sujeito "X" (pessoa ou instituição) em termos de funções semióticas que o sujeito pode estabelecer, numas

[20] Segundo Godino e Batanero (1998) "(...) En esta teoría, y en consonancia con las propuestas de Saussure, la palabra 'signo' no se aplica a la expresión sino a la entidad generada por la conexión entre una expresión y un contenido. La expresión y el contenido son los funtivos entre los que la función de signo establece una dependencia: "no puede concebirse una función sin sus terminales, y los terminales son únicamente puntos finales de la función y, por tanto, inconcebibles sin ella" (Hjelmslev, 1943: 75).(...) Para Eco (1979) la correlación entre expresión y contenido se establece de modo convencional, lo que no quiere decir arbitraria, sino que es coextensiva de *vínculo cultural*. En el texto "Semiótica y epistemología del lenguaje", U. Eco resalta que "la correlación semiótica no debe ser entendida como sustitución de lo idéntico por idéntico, como equivalencia ciega. En cambio el signo es siempre lo que se abre a algo distinto. No existe interpretante alguno que, al aclarar el signo que interpreta, no desplace, al menos mínimamente, sus límites" (Eco, 1984: 72). El signo, por tanto, no supone mera correspondencia entre expresión y contenido; de un algo que está en lugar de otro algo, sino que alguien debe hacer una posible *interpretación" (*1998: http://www.ugr.es/jgodino

dadas circunstâncias, nas quais se põe em jogo o objecto "O" como funtivo. Assim, cada função semiótica implica um acto de semiose e constitui um conhecimento, já que esta conceptualização tem como consequência o reconhecimento do carácter relativo, parcial e dinâmico do conhecimento e compreensão dos objectos matemáticos (cf. 1998, http://www.ugr.es/jgodino).

Tal modelo, com vista à avaliação do conhecimento de um sujeito e ao desenho de situações didácticas conducentes ao seu desenvolvimento, atende não só aos diversos factores contextuais condicionantes dos processos semióticos implicados, mas aos seguintes tipos de entidades, facetas ou elementos:

- *Entidades Ostensivas:* qualquer representação material usada na actividade matemática (termos, expressões, símbolos, tabelas, gráficos, incluindo, também as entidades linguísticas que denominam o objecto)
- *Entidades Extensivas:* as entidades fenomenológicas que induzem actividades matemáticas (situações problema, aplicações). São os exemplos dos quais emergem as entidades intensivas.
- *Entidades Intensivas*: ideias matemáticas, abstracções, generalizações (conceitos, proposições, teorias)
- *Entidades Actuativas*: acções do sujeito perante situações ou tarefas (descobrir, operar, argumentar, ou seja, *expressões realizativas* segundo Austin, 1962)
- *Entidades Afectivas*: incluem as crenças, atitudes e emoções postas em jogo na aprendizagem e instrução matemática, de acordo com a proposta de McLeod (1992).
- *Entidades Validativas*: argumentações, discussões e validações que vão levar à coincidência de significados pessoais com institucionais)"(Godino e Batanero, id:9)

É facto assente, desde longa data, que quanto mais facetas entrarem em jogo na actividade educativa, maior probabilidade há de que o sujeito aprenda. Também sabemos, até por experiência própria, que há alunos que aderem melhor à aprendizagem se forem usadas determinadas estratégias em detrimento doutras.

A análise semiótica de um processo de ensino e de aprendizagem deve, então, identificar a trama de funções semióticas, ou seja, as que se traduzem no acesso aos significantes e significados de um conteúdo, (expressões, conteúdos e códigos interpretativos) que se estabelecem nos processos de comunicação entre os participantes (professor e aluno(s)), que se resumem no quadro 2.

Quadro 2 - Quadro resumo dos tipos de funções semióticas e suas características (adapatado de Godino e Batanero, 1998).

Critério de análise	**Tipos de funções**	**Descrição do conteúdo**	
Natureza do conteúdo	*Ostensivas* *Extensivas* *Intensivas* *Actuativas* *Afectivas*	O conteúdo da função pode ser uma entidade ostensiva, extensiva, intensiva, actuativa ou afectiva (respectivamente)	
Papel desempenhado	*Representacional* *Instrumental*	Conforme se usa a expressão em lugar do conteúdo ou o conteúdo usa como recurso a expressão	
Grau de complexidade	*Elementar* *Sistémico*[21]	Conforme o carácter uniforme ou multiforme das funções semióticas	
Factores do contexto	Pessoais	- *Individual* - *Colectivo* (institucional)	Diversas circunstâncias que condicionam os processos de comunicação e interpretação
	Temporais	- *Ocasional* - *Atemporal*	
	Fenomenológicos	- *Interno (matemático)* - *Externo(outras áreas e vida real)*	

[21] Conforme refere Godino (1996) "El reconocimiento de la complejidad sistémica del significado del objeto implica, además, que su apropiación por el sujeto será un proceso dinámico, progresivo, aunque no lineal (Pirie & Kieren, 1994), como consecuencia de los distintos dominios de experiencia y contextos institucionales en que participa"

Assim, o conteúdo da função pode ser uma entidade ostensiva, extensiva, intensiva, actuativa ou afectiva (respectivamente), conforme o papel desempenhado seja representacional ou instrumental.

O papel desempenhado considera-se representacional ou instrumental, conforme se usa a expressão em lugar do conteúdo ou o conteúdo usa, como recurso, a expressão.

Conforme o carácter uniforme ou multiforme das funções semióticas, o grau de complexidade considera-se elementar ou sistémico.

Os factores do contexto, (e isto é para todos os factores do contexto), englobam diversas circunstâncias que condicionam os processos de comunicação e interpretação.

Passemos, agora, ao estudo sobre os Decimais, apenas no que se refere aos significados institucionais, já que o resumo da sua história, que integra o significado de referência do tema, bem como a construção dos significados pessoais foram discutidos noutros momentos (Vizinho, 2002 e Vizinho e Cabrita, 2003).

Significados institucionais dos Decimais

No sentido de identificarmos os significados institucionais locais dos decimais, abordaremos alguns dos principais aspectos das Normas para o Currículo de Matemática (NCTM, 1991) e alguns dos princípios Orientadores do Programa (1990/98) relativos a esta Área de Aprendizagem do 1.º CEB. Seguidamente, apresentaremos a classificação dos objectivos formulados localmente para a temática dos numerais decimais, segundo as entidades semióticas associadas.

Ao reconhecer as dimensões qualitativas da aprendizagem das crianças, damos conta que é muito mais importante saber que as crianças compreendem as ideias matemáticas do que saber quantas destrezas conseguiram adquirir, já que, o sucesso na consecução de programas posteriores vai depender da qualidade das aprendizagens efectuadas no 1° Ciclo do Ensino Básico.

É, também, neste ciclo que se constróem as concepções do que é a Matemática, do que é saber e fazer Matemática e em que cada um se vê (ou não) como aprendiz de Matemática. Partindo do princípio que "as concepções se tornam mais resistentes à mudança durante o crescimento das crianças" (NCTM1998), teremos que acautelar todo o desenvolvimento curricular, já que, as dimensões afectivas da aprendizagem desempenham um papel importante, capaz de influenciar o ensino e o currículo.

Não cabendo nos limites deste trabalho reflectir sobre os vários pressupostos que regem a selecção e dão forma às normas para o currículo de Matemática dos 1°s anos de escolaridade, debruçar-nos-emos, ainda que brevemente, sobre as considerações mais relevantes para o presente estudo, seguindo as obras do NCTM (1991, 1998).

As principais normas que estão na base de todo o desenvolvimento curricular, que se pretende de mudança da cultura matemática, são as seguintes: 1- a Matemática como Resolução de problemas (foco central do currículo de M); 2- a Matemática como comunicação; 3- a Matemática como raciocínio; 4- conexões matemáticas (NCTM,1991, 1998). No quadro 3 e para cada uma dessas normas, apresenta-se os principais objectivos relacionados.

Já que "NÚMEROS" (sentido do número, valor de posição, significado de fracções e decimais, estimação de quantidades) figura como o primeiro "Tópico a que se deve dar maior atenção" no "Sumário das Alterações nos Conteúdos e na Ênfase no Currículo de Matemática k-4", NCTM (1998: 26), atenda-se ainda às normas 6 e 12.

Norma 6 — Sentido do Número e Numeração. A este propósito, considera-se que o desenvolvimento curricular de matemática deve incluir conceitos e competências em relação aos números inteiros, de forma que as crianças, entre outras coisas referidas: construam o significado dos números através de experiências do mundo real e com o recurso a materiais físicos; compreendam o nosso sistema de numeração, relacionando os conceitos de contagem, de agrupamento, e valor de posição; interpretem os múltiplos

usos dos números na vida real[22].

Quadro 3 - Resumo dos objectivos subjacentes às quatro normas principais para o desenvolvimento curricular de Matemática no 1° CEB.

norma	objectivos
1- A Matemática como Resolução de problemas (foco central do currículo de M)	No 1° ciclo o estudo da M deve privilegiar o a resolução de problemas de tal forma que os alunos: usem a resolução de problemas como forma de abordagem para investigar e compreender o conteúdo matemático; formulem problemas a partir de situações do quotidiano e a partir de situações matemáticas; desenvolvam e apliquem estratégias para resolver uma grande variedade de problemas; verifiquem e interpretem resultados no quadro proposto pelo problema inicial; adquiram confiança para usar a M significativamente
2- A Matemática como Comunicação	O estudo da Matemática deve incluir numerosas oportunidades de comunicação de tal forma que os alunos: relacionem materiais físicos, figuras e diagramas com as ideias matemáticas; reflictam e clarifiquem o seu próprio pensamento sobre ideias e situações matemáticas; relacionem a linguagem comum com a linguagem matemática e com os símbolos; compreendam que representar, discutir, ler, escrever e ouvir matemática constitui uma parte vital da aprendizagem e do uso da Matemática
3- A Matemática como raciocínio	O ensino da M deve dar importância ao raciocínio de tal forma que os alunos: formulem conclusões lógicas; usem modelos, factos conhecidos, propriedades e relações para explicar o seu raciocínio; usem padrões e relações para analisar situações M acreditem que a M faz sentido

[22] Tal como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira "O ensino dos números na educação básica não deve visar a aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras, mas sim uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações".*(1999: 47)*

4- Conexões Matemáticas	O estudo da M deve proporcionar oportunidades para estabelecer conexões de tal forma que os alunos: estabeleçam conexões entre o conhecimento conceptual e o conhecimento processual; relacionem (umas com as outras) diferentes representações de conceitos ou de procedimentos; reconheçam relações entre diferentes tópicos da M apliquem a M a outras áreas do currículo usem a M na vida quotidiana

Também na norma 12 — Fracções e Decimais — se considera que o desenvolvimento curricular de matemática terá de incluir fracções e decimais, de maneira que os alunos desenvolvam conceitos de fracção, numeral misto e numeral decimal, desenvolvam o sentido de número relativamente a fracções e decimais, usem modelos para operações e apliquem fracções e decimais a situações problemáticas.

Ao conseguirem uma aprendizagem sobre os decimais as crianças obtêm apetrechos para melhor entender e descrever o mundo real, efectuar medidas e resolver problemas com elas, assim como com probabilidades e estatística. Alarga o seu conceito de número e percebendo-lhe a utilidade, o poder e o conhecimento do sistema numérico.

Para isso, e sabendo que as crianças desenvolvem estes conceitos lentamente, é imprescindível que usem materiais concretos e situações da vida real, contínua e progressivamente conjugados com a descrição das suas experiências de aprendizagem, através da linguagem oral e de símbolos.

Citando, agora, o texto oficial do programa de Matemática, em vigor em Portugal, esta disciplina deve assentar na resolução de problemas, encarada como actividade[23] "(...) promotora do desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, (que) deverá, nestas idades ancorar em operações lógicas elementares e apoiar-se em materiais e linguagem gráfica que constituam uma ponte entre o real e as abstracções matemáticas (...)"(ME, 1990: 126). Assim, o aluno deve ter uma participação activa na aprendizagem que lhe proporcione "(...) a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações levantadas (...) incitando-o a utilizar as aquisições feitas e a testar a sua eficácia.".(ibid)

[23] Tal como refere Dione de Carvalho (1990: 88)" Não se aprende Matemática para resolver problemas mas, se aprende Matemática, resolvendo problemas"

Sobre os materiais a usar, refere que "(...) as crianças são enormemente dependentes do ambiente e dos materiais à sua disposição(...)"(id.: 129), já que os objectos da Matemática são entes abstractos, sendo "importante que os conceitos e relações a construir possam ter um suporte físico(...)"(ibid). Assim, se a manipulação de materiais pode, por um lado, "(...) permitir a construção de conceitos, permite, por outro, a representação de modelos abstractos e uma melhor estruturação desses conceitos (...) (ibid).

Os Programas oficiais (1990) referem, também, a importância que alguns jogos[24] podem ter no desenvolvimento das competências de resolução de problemas, pois favorecem "a capacidade de aceitar e seguir uma regra; o desenvolvimento da memória; a agilidade de raciocinio; o gosto pelo desafio; a construção de estratégias pessoais".(id.: 130).

Acerca da "Linguagem e Representação", expressa-se a necessidade das crianças se aperceberem, logo nos primeiros anos de escolaridade, que "(...) a Matemática é também uma linguagem que traduz ideias sobre o mundo que as cerca(...)" (ME, 1990: 131) e que uma das maiores dificuldades é "(...) a tradução do real e da linguagem para a linguagem simbólica da matemática (...)" (ibid).

É também referida, assim como para todas as áreas do programa, a necessidade de efectuar uma diversidade de actividades tendo sempre em linha de conta o seu carácter significativo para o aluno(cf.ME, 1990).

Resta ainda dizer, em relação aos "meios" e "ferramentas" apontados neste documento que "a sua utilização requer do professor uma escolha criteriosa e ajustada aos níveis de desenvolvimento dos alunos, aos tópicos a tratar e aos conceitos a adquirir"; isto torna clara a necessidade e importância da planificação para a concretização do sucesso e da inovação nesta área.

Considerado um tema de especial importância, a sua alusão surge, desde 1923, nos programas oficiais da escolaridade primária, a partir da antiga terceira classe da escola primária, hoje 3º ano do 1º ciclo do Ensino Básico. As respectivas referências colocam a tónica nos aspectos operatórios, sem que haja qualquer alusão ao conceito em si, como objecto matemático. Esta só aparece mais tarde, a partir de 1975, subsidiárias do estudo do sistema métrico, ou seja, contrariamente à génese do seu percurso histórico.

[24] São citados como exemplo: "os tradicionais jogos de "pedrinhas" e "Pauzinhos", os dominós, o rapa, os jogos de dados e de cartas, os jogos de construções e os jogos de estratégia (batalha naval, damas, xadrez, "mastermind", etc" (ibid)

De facto, sabe-se que foram os numerais decimais que proporcionaram o surgimento do sistema métrico e não o contrário. No entanto, nomeadamente por tradição, por falta de materiais que os concretizassem, ou por falta de estudos sobre o tema, ainda hoje há escolas onde os decimais são ensinados, tendo como ponto de partida o sistema métrico.

Embora de uma importância capital, pois a construção do seu conceito vai ter uma importância decisiva na apropriação do conceito estruturante mais alargado de número, ao longo de toda a escolaridade e na vida real, e, como referem Abrantes e colaboradores "A compreensão dos números e do sistema de numeração constitui o alicerce sobre o qual a maioria das capacidades matemáticas é construída" (1999: 47), os decimais só aparecem como conteúdo programático não subsidiário do sistema métrico a partir da reforma de 1980.

Presentemente, o tema dos Decimais surge como conteúdo programático, ao nível dos programas nacionais veiculados pelo Ministério da Educação de Portugal, principalmente nos 3º e 4º anos de escolaridade (quadro 4.). No entanto, no 2º ano, aparece já uma alusão ao tema, cuja leitura, se superficial, pode induzir os professores a sobrevalorizar os aspectos mecânicos das operações, em detrimento duma significativa construção do conceito.

Quadro 4 - Principais objectivos programáticos subjacentes ao tema Numerais Decimais propostos pelos Programas Nacionais dos 2º, 3º e 4º anos de escolaridade do 1º CEB 1990/98.

Anos	**2º ano de escolaridade**
objectivos	- Descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,1 e 10. - Repartir uma quantidade em 2, 4 e 3 quantidades - Utilizar a notação $\frac{1}{2}$ x e 2 x para representar «metade de» e o «dobro de». - Reconhecer $\frac{1}{4}$ como o inverso de 4 x
Anos	**3º ano de escolaridade**
objectivos	Explorar situações que levem à descoberta de números decimais. Ler e escrever números decimais (com um máximo de 2 algarismos à direita da vírgula). Estabelecer relações de ordem entre números e utilizar a simbologia >< = Relacionar dezena, centena, milhar, décima e centésima com a unidade e entre si. Decompor os números em somas, diferenças e produtos Utilizar a notação $\frac{1}{3}$x, $\frac{1}{5}$x e $\frac{1}{10}$x para representar o inverso de 3 x, 5 x, 10 x Utilizar a notação ": __" com outra representação de "1/__x". Explorar situações que levem a reconhecer que a operação inversa da multiplicação é a divisão. Reconhecer a equivalência entre "$\frac{1}{10}$ x" e "0,1 x" e ": 10". Descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,1. Descobrir a regra para calcular o produto de um número por 100 e por 1000.
Meios Auxiliares de Apoio	Algoritmo da adição (para calcular somas de números inteiros e decimais, com 4 algarismos, no máximo). Algoritmo da subtracção, sem empréstimo (para calcular diferenças entre números inteiros e decimais, com 4 algarismos, no máximo). Algoritmo da subtracção com empréstimo (para calcular diferenças entre números inteiros, com 3 algarismos). Algoritmo da multiplicação (para calcular produtos de números inteiros de 4 algarismos, no máximo, por números de 2 algarismos). Algoritmo da divisão (para calcular quocientes de números inteiros de 2 algarismos por números de 1 algarismo).
Anos	**4º ano de escolaridade**

objectivos	. Identificar ordens e classes da milésima ao milhão. · Ler e escrever números. · Ordenar números em sequências crescentes e decrescentes. · Estabelecer relações de ordem entre números e utilizar a simbologia >< = · Representar números decimais numa recta graduada (até á décima). · Numa recta graduada, dado o número correspondente a um ponto, atribuir o número correspondente a outro ponto. · Reconhecer a equivalência entre: x 0,0l e : 100 x 0,001 e : 1000 · Descobrir a regra para calcular o quociente de um número por 100 e 1000. · Descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,01 e 0,001 · Reconhecer a equivalência entre: : 0,1 e x l0 : 0,01 e x 100 : 0,001 e x 1000 . Reconhecer a equivalência entre: x 0,01 e : 100 x 0,001 e : 1000 . Descobrir a regra para calcular o quociente de um número por 100 e 1 000. · Descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,01 e 0,001. · Reconhecer a equivalência entre: : 0,1 e x 10 ; : 0,01 e x 100; : 0,001 e x 1000
Meios Auxiliare s de Apoio Auxiliares de Apoio	Algoritmo da adição e da subtracção (para calcular somas ou diferenças de números inteiros ou decimais, com 4 algarismos, no máximo). Algoritmo da multiplicação (para calcular produtos de números inteiros ou decimais de 4 algarismos por números de 3 algarismos, no máximo). Algoritmo da divisão (para calcular o quociente e o resto da divisão de números inteiros ou decimais de 4 algarismos no máximo, por números de 2 algarismos). Máquina de Calcular Outros Materiais de Apoio

Unidades epistémicas/entidades semióticas dos Decimais

Apresenta-se, de seguida, a classificação dos objectivos formulados para a temática dos numerais decimais, segundo as entidades semióticas associadas.

Baseamos a análise levada a cabo, principalmente, na teoria dos significados institucionais e pessoais dos objectos matemáticos (Godino y Batanero, 1994; 1998) (dimensão epistemológica) e na teoria das funções semióticas (Godino, 1998; Godino y Batanero, 1999) (dimensão semiótico-cognitiva), assim como no conceito de problema (Cabrita, 1998).

Formularam-se, como principais metas a atingir na referida análise as seguintes: (i) identificar os elementos do significado local dos conteúdos matemáticos a abordar que se pretendem desenvolver e atingir; (ii) avaliar o nível de complexidade semiótica — a grande diversidade de objectos e significados.

Para abordar este ponto, consideraram-se os principais objectivos que a unidade didáctica persegue, formulados tendo por base os expressos curricularmente bem como as unidades epistemológicas do objecto matemático em estudo – Decimais. Cada uma dessas unidades foi, então, classificada de acordo com as entidades semióticas previamente discutidas (quadro 5)

Quadro 5 - Classificação das unidades epistémicas segundo entidades semióticas do objecto matemático Numerais Decimais, propostas em forma de objectivos.

Unidades epistémicas do objecto matemático Numerais Decimais, propostas em forma de objectivos que se pretendem atingir		Entidades ou funções semióticas predominantes[25]
1	Reconhecer partes de uma quantidade: metade, a terça parte, a quarta parte; a quinta parte, etc até à décima parte, inclusive.	intensiva
2	Estabelecer relações entre as partes e o todo. (*)	intensiva
3	Associar símbolos matemáticos aos seus nomes, às ideias matemáticas que lhes subjazem e aos problemas que lhes deram origem: símbolos fraccionários como 1/2 ou metade, 1/3 ou a terça parte, 1/4 ou a quarta parte, 1/5 ou a quinta parte, ...(*)	ostensiva, intensiva, extensiva, actuativa

[25] Dado o carácter subjectivo de que este processo está imbuído, a investigadora pediu a validação de tal classificação ao responsável por tal terminologia – Godino – reflectindo o quadro 5 os comentários devolvidos.

4	Reconhecer a existência de quantidades inferiores a 1 e a necessidade de as representar por números fraccionários.	intensiva, ostensiva
5	Resolver problemas sobre o tema, como forma de desenvolver e aplicar estratégias e como forma de verificar e interpretar resultados surgidos no quotidiano. (*)	extensiva, intensiva, actuativa, validativa, afectiva
6	Formular problemas a partir de situações do quotidiano e a partir de situações matemáticas *	extensiva, afectiva, actuativa, intensiva
7	Calcular partes de uma quantidade: metade, a terça parte, a quarta parte; a quinta parte, etc até à décima parte, inclusive.	actuativa, intensiva
8	Reconhecer que a operação inversa da multiplicação é a divisão. (*)	intensiva, ostensiva
9	Utilizar a notação 1/3x, 1/5 x , 1/10 x para representar o inverso de 3x, 5x, 10x	intensiva, extensiva, ostensiva, actuativa
10	Utilizar a notação (: ....)como outra representação de (1/.... x...) (*)	ostensiva, intensiva, actuativa
11	Estimar o número de partes em que se encontra dividida uma quantidade, uma figura geométrica. (*)	intensiva, actuativa
12	Comunicar raciocínios, ideias e procedimentos ao longo da construção do discurso e/ou justificando opções de resolução de problemas usando simbologia própria(*)	actuativa, validativa, extensiva, intensiva, afectiva
13	Conectar (umas com as outras) diferentes representações de conceitos ou de procedimentos. (*) ()	intensiva, ostensiva
14	Colaborar na construção das regras de relacionamento pessoal e interpessoal e nos processos de avaliação da sua prática por todos os elementos da turma.(*)	afectiva, actuativa
15	Proceder de acordo com as regras estipuladas de convivência, de trabalho e de responsabilização nas várias acções individuais, de pequeno e grande grupo. (*)	actuativa, afectiva
16	Participar nas actividades e aprendizagens individuais, de pequeno e grande grupo, de acordo com as regras estipuladas e nos processos de avaliação da sua prática(*)	afectiva, validativa
17	Resolver problemas como forma de abordagem para investigar e compreender a partição da unidade em 10 partes iguais. (o M adaptado à centésima e milésima)	extensiva, intensiva, actuativa

18	Reconhecer que a décima parte da unidade é o resultado da divisão da unidade em dez partes iguais. (o M adaptado à centésima e milésima)	intensiva, ostensiva, actuativa
19	Reconhecer a existência de números entre 0 e 1 e a necessidade de os representar por números decimais.	intensiva, ostensiva, actuativa
20	Identificar a décima parte da unidade. (o M adaptado à centésima e milésima)	intensiva, ostensiva, extensiva, actuativa
21	Reconhecer que dez décimas correspondem a uma unidade. (o M adaptado à centésima e milésima)	intensiva, actuativa
22	Associar a designação uma décima ao símbolo 0,1 e 1/10. (o M adaptado à centésima e milésima)	intensiva, ostensiva, actuativa
23	Comunicar representações das partes (de décima, centésima e milésima) e do todo, associando-lhes os respectivos símbolos e ideias matemáticas.	actuativa, validativa, ostensiva, intensiva
24	Ler e escrever numerais decimais.	actuativa, ostensiva, intensiva
25	Operar com numerais decimais (adição e subtracção) (multiplicação e divisão)	actuativa, ostensiva, intensiva
26	Ordenar números inteiros e decimais usando a simbologia < > e =.	actuativa, ostensiva, intensiva
27	Formular e escrever questões e problemas a partir de vocabulário, gráficos apresentados, representações gráficas de ideias matemáticas, operações.	extensiva, actuativa, ostensiva, intensiva
28	Usar materiais manipulativos ou sua representação para estabelecer relações entre o valor posicional dos algarismos e as quantidades por eles representadas.	actuativa, ostensiva, intensiva
29	Estabelecer relações entre a unidade e a décima (centésima e milésima)	actuativa, ostensiva, intensiva
30	Estabelecer relações da décima centésima e milésima, entre si.	actuativa, ostensiva, intensiva
31	Associar a operação 1:10, à notação 1/10 e x 0,1. (o M adaptado à centésima e milésima)	actuativa, ostensiva, intensiva
32	Calcular a décima parte de um número usando as operações ... :10 ou 0,1x ... ou 1/10 x ... (o M adaptado à centésima e milésima)	actuativa, ostensiva, intensiva
33	Ilustrar e comentar a variedade do uso de numerais decimais em vários temas matemáticos, noutras áreas de estudo e na vida diária.	actuativa, validativa, afectiva, ostensiva, extensiva, intensiva
34	Estimar valores e grandezas, precedendo a verificação das situações e/ou elaboração dos cálculos.(*)	intensiva, actuativa, ostensiva

35	Representar números decimais até à décima, numa recta graduada.	actuativa, ostensiva, intensiva
36	Compor e decompor números do milhão à milésima	actuativa, ostensiva, intensiva
37	Utilizar estratégias e materiais (manipulativos e tecnológicos) diferentes para efectuar cálculos e representar conceitos.	extensiva, actuativa, ostensiva, intensiva
38	Reconhecer a equivalência entre x 0,1 e : 10; entre x 0,01 e : 100,; entre x 0,001 e : 1000	actuativa, ostensiva, intensiva
39	Reconhecer a equivalência entre x 10 e : 0,1 ; entre x 100 e : 0,01 ; entre x 1000 e : 0,001	actuativa, ostensiva, intensiva

(*)- Estes objectivos, por serem comuns a todos os conteúdos da Unidade, poderão não ser repetidos ao longo da planificação das situações didácticas.

Considerações finais

Com esta aparente complexificação dum tema, só por si, já tão árduo, pretende-se uma explicitação de conceitos vulgarmente utilizados sem o significado devido e/ou com múltiplas interpretações, o que, só por si, pode desvirtuar a essência da sua finalidade. Por outras palavras, o uso abusivo de certos termos pode provocar a falta de autenticidade científica que, por sua vez, confunde *o que é* com o que *parece ser*.

Nesta perspectiva, um dos conceitos que pautamos de fundamental definir, na verdadeira acepção do termo — 'delimitar' — é o de 'actividade significativa' ou 'aprendizagem significativa'. Verdadeiramente, o que está em causa é a escalpulização do objecto matemático subjacente, nos diversos sentidos que produz histórica, científica, institucional e pessoalmente, para que se possa, na medida do possível, fazer coincidir estes últimos. A análise dos significados institucionais do objecto de estudo, no fundo o levantamento dos objectivos educacionais que se perseguem, é fortemente enriquecida com a identificação das funções semióticas que tais significados integram. Tal análise sustenta uma operacionalização, promotora de sucesso, da selecção de propostas didácticas equilibradas.nas várias dimensões — actuativa, afectiva, extensiva , intensiva, ostensiva e validativa.

Tal operacionalização concretiza-se através das diversas situações didácticas preconizadas por Brousseau (1986) (referidas em Godino, 1993) afins das funções semióticas referidas, a saber:

- "situações de acção"- desenvolvidas na aula em ambiente de exploração sobre o meio nas diversas manifestações do pensar e do agir (expressões orais, gráficas, psico-motoras em exploração de materiais estruturados e não estruturados) que favorecem o surgimento de ideias matemáticas;
- "situações de formulação"- favorecem a aquisição de modelos e linguagens específicas, incluindo as situações de comunicação orientadas no sentido da expressão dos significados construídos sobre os objectos em estudo;
- "situações de validação" - os alunos confrontam opiniões, explicando e justificando os processos usados, comparando-os entre si de forma a chegar-se a um acordo acerca dos significados ao nível da turma, cuja validação assenta numa co-construção que leva à coincidência entre significados pessoais e significados institucionais;
- "situações de institucionalização"- nas quais se dá um "estatuto oficial" ao conhecimento co-construído na sala de aula, o qual deve estar pronto a constituir base para outros posteriores e a integrar e a conectar com outros de outras áreas de estudo e da vida real, participando, de forma aberta, interactiva e recíproca na construção global dos conhecimentos dos alunos e de cada um, orientado pelo professor.
- "situação de devolução"- apoia-se, como situação chave da construção de um conceito, a *devolução* do conhecimento ao aluno. Nesta etapa, o aluno sente e utiliza o conhecimento como uma construção sua, integrada nos seus saberes pessoais com o estatuto de institucionais/ pessoais. Dela fazem parte situações tomadas de livre iniciativa, como, por exemplo: investigação sobre o uso de certo conceito em várias áreas da vida escolar e do dia-a-dia, produção de trabalhos sobre o tema, entre outros.

Referências Bibliográficas

Artigue, M. (1990). Epistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10 (2, 3), 241-286

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. En, R. Bielher & al. (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* Dordrecht: Kluwer A. P. 27-39

Brousseau, G. (1980). Problèmes de l'enseignement des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 1, nº1, 11-59.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 2, nº1, 37-127

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A.P.

Cabrita, I. (1998). *Resolução de Problemas: aquisição do modelo de Proporcionalidade Directa apoiada num Documento Hipermédia*. Aveiro: Universidade de Aveiro (Tese de Doutoramento).

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado Institucional y Personal de los Objectos Matemáticos.*Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14, nº 3: 325-355, 1994

Godino, J. D. y Batanero, C. (1997). Una aproximación semiótica y antropológica a lainvestigación en educación matemática. [A semiotic and anthropological approach to research in mathematics education].Philosophy of Mathematics Education Journal,10. [URL: http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome10/art7.htm] (versión en español recuperable en http://www.ugr.es/local/jgodino)

Godino, J. D. y Batanero, C. (1999). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En, I. Vale y J. Portela (Eds.), *Actas do IV Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática*. Lisboa: Associaçao de Professores de Matemática, 25-45

Godino, J. D., Recio, A. M. (1998). A semiotic model for analysing the relationship between thought, language and context in mathematics education. En: A.Olivier y KNewstead (eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for hePsychology of Mathematics Education (Research Forum)*, Vo3:1-8 University of Stellenbosch, South Africa.

ME/DGED (1998). *Organização Curricular e Programas do 1º CEB.*

Vizinho, Isabel (2002). A abordagem dos Numerais Decimais no 1º Ciclo do Ensino Básico e a construção duma (nova) cultura matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro (dissertação de Mestrado).

Vizinho, I, e Cabrita, I. Significados de referência histórica e cultural dos decimais. Actas do XII EIEM DA SPCE. Évora, MAIO 03 (para publicação).