Matemática, Matemática Aplicada e Educação em Matemática – algumas reflexões

Maria Bethânia S. Dos Santos, Universidade Federal de Goiás
Isabel Cabrita, Universidade de Aveiro

Introdução

Embora inúmeros estudos apontem para o facto da *práxis* influenciar e ser influenciada por diversos factores, quase todos eles atribuem um papel preponderante às representações dos vários intervenientes, directos e indirectos, no processo educativo, nomeadamente no que à Matemática, à Matemática Aplicada e à Educação em Matemática diz respeito.

Este aspecto poderá reforçar a importância, de *per si*, em se aprofundar a recorrente, mas não esgotada, reflexão sobre aquele trinómio e suas interrelações, principalmente em relação aos seus objectos de estudo e de trabalho e as formas próprias da sua concretização.

Ciência (e) matemática

A questão sobre o que vem a ser a Matemática provavelmente admitiria como resposta mais imediata — é uma ciência como a química, a biologia, a história. Mas, falar de ciência é suscitar discussões acerca de uma série de factores tais como produção, validade, importância, aprendizagem, aplicações, desenvolvimento histórico, etc. Aspectos como estes relacionam-se com a epistemologia das ciências que segundo, Pais (2001):

> *"é o estudo da evolução das idéias essenciais de uma determinada ciência, considerando os grandes problemas concernentes à metodologia, aos valores e ao objeto desse saber, sem vincular necessariamente ao contexto histórico desse desenvolvimento"(33).*

Mas, é preciso ressaltar que o próprio conceito de epistemologia sofreu alterações ao longo do tempo. Blanché (1975) ressalta o facto desta palavra, que significa literalmente teoria da ciência, "só ter sido criada muito recentemente (...) o seu aparecimento nos dicionários franceses data de 1906" (09); e é este mesmo autor que chama a atenção para as diferentes concepções de epistemologia. Para alguns autores este conceito confunde-se com o conceito de história da ciência, para outros com o de filosofia da ciência. Há ainda autores como D. Lecourt (1972) que criticam esta "possibilidade" de uma epistemologia da ciência:

> *"Dizer que uma ciência da ciência é possível significa (...) afirmar que a 'ciência' pode revelar, pela simples reflexão sobre si própria, as leis da sua constituição, isto é, do seu funcionamento e formação. Consiste em afirmar que o discurso científico tem a virtude intrínseca – e excepcional – de poder enunciar, por si próprio, sem sair de si, os princípios da sua própria teoria" (11).*

Para autores como Lalande (citado em Blanché, 1975: 27) a epistemologia é essencialmente o estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados das diversas ciências.

Neste trabalho adoptar-se-á esta perspectiva, pois ao se pensar criticamente uma ciência, neste exercício de compreensão relacionado com o seu desenvolvimento, avanços e retrocessos mais aptos estaremos a entender, inclusive, problemas relacionados com o seu processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, ao pensar sobre as ciências e, mais especificamente, sobre a ciência matemática torna-se necessário buscar elementos para se entender como a matemática acabou por influenciar, de maneira bastante significativa, o paradigma científico iniciado em meados do século XVI.

Com a revolução científica começa a surgir um modelo que ia contra todas as formas de dogmatismo, é o início da ciência moderna. A matemática tem uma influência muito forte, pois fornece os "instrumentos" a serem utilizados por este novo paradigma. Santos (1993), destaca duas consequências principais disso: "(...) conhecer significa quantificar (...) O que não é quantificável é cientificamente irrelevante" (14). Está lançada a base para o positivismo. A quantificação era o mais importante, mas isso não se perpetua. Com a crise dos fundamentos matemáticos, quando Gödel consegue demonstrar que o próprio rigor matemático era questionável, começa-se a busca por outras formas de rigor que não fossem apenas o matemático.

O movimento da ciência é sempre muito complexo. É um eterno ir e vir entre pensamentos já estabelecidos e outros que os questionam. Através dos seus actores somos capazes de entender um pouco do que foi (e é) este processo. Com elementos oriundos da Filosofia da Ciência e da

História das Ciências é possível vislumbrar um pouco deste processo rico e abrangente que também sofre influências significativas do momento histórico por que passava a humanidade. O conhecimento das dificuldades e rupturas neste processo de construção também pode fornecer elementos para se reflectir melhor o presente:

> *"A ciência, ao nascer e ao robustecer-se, funcionou sempre como um meio indispensável para se construir uma visão mais adequada do mundo e da natureza que nos rodeia; a ciência é, pois, um elemento essencial do diálogo interminável entre o homem e o seu mundo" (Caraça, 1997: 25).*

Apesar de, hoje, ciência suscitar algo mais sofisticado e bastante conotado com cientistas, esta nasce da vontade do homem entender o mundo à sua volta. Nos primórdios da humanidade os mitos eram utilizados para explicar e, também, justificar comportamentos associados à natureza; "o primeiro mundo em que os humanos viveram estava, pois, repleto de poderes mágicos, de locais sagrados (resguardados, interditos) e de mistérios (a fertilidade, a caça)" (Caraça, 1997: 21).

Os mitos eram aceites e suficientes para explicarem acontecimentos, visto que estas explicações não se realizavam através de elementos racionais, mas fantasiosos, divinos:

> *"O mito é, essencialmente, um relato: revelação das origens, exposição do nascimento do mundo, explicação das causas e dos acontecimentos, biografias de heróis fundadores (....). É a projecção de uma história possível entre humanos, mas cujas personagens são Deuses, heróis ou animais fabulosos" (Caro, 1993: 57-58).*

Mas, chega o momento em que os homens já não aceitam mais esta perspectiva e a busca por respostas, através de um processo mais "racional", é o primeiro passo dado em direção à construção do que hoje se entende por ciência. Sem dúvida, os gregos foram os primeiros. Ao buscarem respostas para questões tais como: o que é a natureza? de que são feitas as coisas? começam a romper, de certa maneira, com os mitos. Viam a natureza como um organismo dotado de vida e de movimento com finalidades próprias:

> *"Esse corpo vivo e pensante era totalmente homogéneo, no sentido em que era todo vivo, todo dotado de alma*

e de entendimento; não era homogéneo no sentido em que as diferentes partes deles eram feitas de substâncias diferentes, cada qual tendo a sua própria natureza qualitativa e especializada e o seu modo de actuar" (Coolingwood, s/d: 162)

Dentre os gregos, Aristóteles pode ser considerado o primeiro filósofo da ciência. Ao estabelecer o método indutivo-dedutivo de fazer ciência encarou a investigação científica como uma progressão a partir das observações até os princípios gerais e destes, de novo, até as observações (Losee, 1998: 18). Segundo Coolingwood, s/d "A tradição aristotélica, ao considerar a natureza como uma imitação material de um modelo transcendente imaterial, implicava que algumas coisas na natureza eram acidentais" (141).

A academia, fundada em Atenas por Platão em 387 a.C, torna-se um centro de investigação em matemática, ciência e teoria política. Nesta fase, é muito grande a influência pitagórica sobre a visão da natureza e a "interpretação platônica da matéria e das suas propriedades, em termos de figuras geométricas é muito típica da tradição pitagórica" (Losee, 1998:34). Ao buscar o racionalismo para melhor se entender o mundo, a natureza, as leis, Deus, começa a "matematização", pois esta era a ciência (ou método) que melhor se ajustaria a esta fase.

Euclides e Arquimedes elaboraram sistemas de afirmações baseados em axiomas, definições e teoremas. O primeiro estrutura toda uma geometria, o segundo trabalha com alavancas, ficando bastante famoso por seus feitos militares: "relata-se que foram usadas catapultas concebidas por ele, contra os romanos, durante o cerco de Siracusa" (Losee, 1998: 41).

A grande maioria dos escritores no final da antiguidade defendia que a "estrutura de uma ciência completa deveria ser obrigatoriamente um sistema dedutivo de afirmações" (Losee, 1998: 41) e que este ideal de sistematização havia sido concretizado na Geometria de Euclides e na Estática de Arquimedes. É por volta do século XVII que se iniciam os ataques contra a visão de Aristóteles.

Da visão grega da natureza para a visão Renascentista ocorre uma mudança de percepção que é a de deixar de ver o mundo como um organismo para o perceber como uma máquina.

Segundo Collingwood (s/d):

"Os filósofos da Renascença colocaram-se debaixo da bandeira de Platão ao marcharem contra Aristóteles, até que Galileu, o verdadeiro pai da ciência moderna, adaptou o ponto de vista pitagórico-platónico às suas próprias obras, ao proclamar que o livro da natureza é um livro escrito por Deus na linguagem da Matemática" (139).

E o período da Renascença foi realmente bastante significativo na superação de certos paradigmas. Ainda que na primeira fase deste a natureza fosse considerada divina e auto criadora, mantendo assim uma visão próxima de Platão (que tinha influência pitagórica), na segunda fase Giordano Bruno aceita e amplia a visão de Copérnico que ao divulgar que o mundo material não tinha centro destruía toda a teoria do mundo natural como sendo um organismo:

"No organismo mundo esférico do pensamento grego, havia a terra no meio, depois a água, depois o ar, depois o fogo e por fim, para Aristóteles, a quinta essentia do invólucro nas extremidades do mundo" (Collingwood, sd: 143).

Ao negar Aristóteles, o mundo deixa de ser divino, mas mecânico e a natureza passa a ser vista como uma máquina. Enquanto o deus de Aristóteles era uma força motriz imóvel e transcendente, o deus de Giordano Bruno era uma força motriz imanente no seu próprio corpo, que causava movimentos através desse corpo: "Deus é assim princípio e causa – princípio como imanente em cada parte individual da natureza, causa como transcendendo cada parte individual" (Coolingwood, s/d: 146).

Durante todo o período da Renascença, ocorreu uma insistência no sentido de considerar as teorias matemáticas como sendo as mais indicadas para uma diferença, realmente qualitativa, no modo de se fazer ciência. No início do século XVII, Kepler, estabelecendo o princípio da inércia, rejeita a concepção grega sobre os movimentos naturais, concepção esta que também esteve presente na primeira fase do Renascimento. (Coolingwood, s/d: 149).

As observações realizadas por Galileu também não estavam de acordo com a visão aristotélica do mundo aceite pela igreja que tinha o reino celeste como imutável e a terra como sendo o centro de todo o movimento (Losee, 1998: 79). Galileu, ao demonstrar que a Física de Aristóteles era inadequada, destrói o maior suporte do geocentrismo. Segundo Losee (1998):

"O aspecto mais importante do compromisso arquimediano-platónico de Galileu foi o realce que deu ao valor da abstracção e idealização em ciência (...) tratou-se de uma concretização positiva do ideal de sistematização dedutiva" (87).

Para Collingwood (s/d) foi Galileu quem primeiro estabeleceu claramente e definitivamente os termos em que a natureza podia ser objecto de conhecimento científico adequado e exacto. Para ele, a natureza consistia em factos matemáticos: aquilo que era real e inteligível era o que podia ser mensurado e quantificado.

É por volta de 1900, quando começam a ser seriamente postos em questão alguns dos princípios do que se chamará a ciência "clássica" que se desenvolve o grande movimento chamado "crítica das ciências". Esta crítica, dirigida contra o dogmatismo cientista e levada a cabo por autores de formação científica, diz essencialmente respeito à natureza das leis e das teorias físicas (cf. Blanché, 1975: 16). E é neste mesmo período que as antinomias dos conjuntos obrigaram os matemáticos a olharem os princípios da sua ciência.

Mas afinal, o que é ciência? Podíamos começar por delinear uma resposta afirmando que a ciência é uma visão que supera o senso comum: "A ciência constrói-se, pois, contra o senso comum e, para isso, dispõe de três actos fundamentais: a ruptura, a construção e a constatação" (Santos, 1995: 33). A ruptura está muito ligada à superação de visões que eram aceites, mas que já não conseguem mais dar respostas a problemas específicos. Um exemplo disso é a questão, já considerada anteriormente, dos mitos. Segundo Asimov (1987):

"Enquanto o universo se encontrava sob o controlo de deuses tão arbitrários e imprevisíveis não havia qualquer possibilidade de o compreender; apenas a esperança de o apaziguar. Mas, na opinião dos últimos pensadores gregos, o universo era uma máquina governada por leis inflexíveis. Os filósofos gregos dedicaram-se então ao interessante exercício intelectual que consistia em tentar descobrir quais poderiam ser as leis naturais" (16).

Tales de Mileto, realizando a previsão de um eclipse em 585 a.C. foi um dos precursores nesta busca por compreensão da natureza. Sem dúvida,

este foi o primeiro passo na "construção" do que chamamos ciência, ainda que os gregos tivessem a crença de que a natureza fosse passível de se revelar inteira e completamente, desde que fossem utilizados os "métodos" adequados para tal.

E, ao falarmos de método, estaremos nos aproximando da constatação e da ruptura. Com os gregos iniciou-se a racionalização, ou seja, todos os métodos científicos eram baseados na razão, os aspectos empíricos eram considerados menores. A experimentação começa a surgir na Europa associada aos nomes de filósofos como Roger Bacon e Francis Bacon. Mas, é sem dúvida, Galileu que modifica radicalmente a forma de se fazer ciência: "Era [Galileu] um lógico convincente e um génio como publicista. Descreveu as suas experiências e o seu ponto de vista tão clara e dramaticamente que convenceu a comunidade européia. E esta aceitou os seus métodos, juntamente com os seus resultados" (Asimov, 1987: 23).

Com Galileu ocorre uma inversão de método – do dedutivo para o indutivo. E, é claro que, nesta mudança, altera-se também a percepção que se tinha de mundo; que deixa de ser uma representação "imperfeita" da verdade "ideal". A generalização não é mais vista como completa e absoluta, começa-se a ter a percepção de que: "independemente do número de vezes que uma teoria seja testada com êxito, nunca poderá haver a certeza de que não seja lançada por terra pela observação seguinte" (Asimov, 1987: 24).

Seguindo esta nova forma, a ciência avança e Newton é outro colaborador nesta "revolução" que começou no início do século XVII. Mas, Einstein vai produzir, com seus estudos, uma nova ruptura na forma de se perceber e produzir ciência. Lakatos (1999) destaca que actualmente: "poucos filósofos ou cientistas consideram que o conhecimento científico é, ou pode ser, conhecimento comprovado" (09).

Hoje vive-se a ciência pós moderna que, entre as críticas que tem recebido, podemos destacar a que faz Boaventura (1987): "É hoje reconhecido que a excessiva parcelização e disciplinarização do saber faz do cientista um ignorante especializado" (46). Para Asimov (1987), o crescimento inexorável da ciência acabou por gerar muitas especializações o que acarretou um distanciamento entre a ciência e os não cientistas, afastando assim, jovens que poderiam vir a ser óptimos cientistas.

Para finalizar esta pequena reflexão sobre a ciência, destaca-se de Besnier (1996), que: "a ciência consiste em assumir o risco; o científico entregase ao jogo das tentativas e erros; a audácia é a sua virtude mestra; ele sabe que uma hipótese (ou teoria) é tanto mais promissora, quanto mais improvável for" (60). Ainda que ocorram alterações no método, a ciência haverá de achar – através dos seus cientistas – uma forma de existir. Ao se olhar para a história das ciências é perceptível o que cada novo paradigma trouxe ou refutou e isso contribui para se entender, também, o percurso da humanidade na sua busca incessante pela "verdade".

Voltando ao ponto inicial. Matemática – que ciência é esta? Se definirmos matemática como uma ciência, resta-nos, agora, buscar respostas para: que tipo de ciência é esta? em que é que se diferencia das outras?

Ponte (1997) já destacava o facto de ser um desafio encontrar uma resposta que possa dar conta do carácter multifacetado da matemática enquanto actividade e corpo de conhecimentos. Ao pensar-se sobre esta ciência é necessário levar em consideração os seus aspectos históricos, as suas características e conceitos reflectindo também sobre a forma como ela se desenvolve, seus avanços ao longo do tempo não nos esquecendo de que ela é, também, uma produção humana histórica, social e, como tal, falível:

> *Na ciência assim como em todos os assuntos humanos, o presente apenas se compreende bem através do passado. A história oferece um bom meio de análise ao separar os diversos elementos que contribuíram para formar pouco a pouco as noções e os princípios da nossa ciência (Blanché, 1975: 46)*

No senso comum encontram-se, com muita facilidade, várias idéias sobre a matemática que se instalam como verdadeiros dogmas e acabam por distorcer visões dificultando uma acção didáctica fecunda a partir do momento que professores e alunos acreditam nelas. Machado (1991) chama a atenção para este facto ao ressaltar alguns dos vários slogans que se podem encontrar. Uma das ideias mais difundidas é a de que a matemática é uma ciência exacta. Mas de que exactidão se está a falar? E essa exactidão não será datada? O facto de a matemática se estruturar em parâmetros lógicos muitas vezes gera esta idéia de exactidão associada ao facto de se considerar que todas as respostas podem ser únicas, absolutas, o que não é verdade, principalmente se considerarmos a evolução temporal.

Pelo facto do discurso matemático se estruturar na lógica formal, certas

ambigüidades são eliminadas, pois não existe meio termo, apenas sentenças que podem ser classificadas precisamente em verdadeiras ou falsas são aceites (cf Machado, 1991: 34). E se a matemática é tida como exacta é porque se acredita, também, que tudo é demonstrável; mas, é preciso considerar que demonstrações matemáticas estruturadas tais como se conhecem hoje não fizeram parte da matemática desde os seus primórdios.

Através da sua história, percebe-se que o seu desenvolvimento começa com os babilónios e egípcios e relaciona-se com objectos concretos. A matemática, nesta fase, surge como uma *ciência prática* e com o objectivo específico de facilitar certas tarefas tais como: o cálculo do calendário, a administração das colheitas, a organização das obras públicas e a cobrança de impostos. A ênfase inicial foi dada, naturalmente, à aritmética prática e à medição. Não se encontravam, neste período, tentativas de "demonstrações" como as conhecemos hoje, mas sim prescrições de certas regras (cf. Struik,1989: 35-76).

Com os gregos (a partir do século V) começam a surgir as primeiras demonstrações e a percepção dos entes matemáticos como objectos do pensamento. Associado a isso, de considerar o facto de que eles tinham por objectivo principal compreender o lugar do Homem no Universo de acordo com um *esquema racional* e a matemática ajudava a encontrar a ordem no caos (cf. Ponte, 1997: 19). São também os gregos que estabelecem os axiomas (verdades tão evidentes que ninguém seria capaz de negá-las) relacionados com tempo e com os números inteiros. Já com Hipócrates de Quios percebe-se que os matemáticos gregos da idade de ouro da Grécia possuíam um sistema ordenado de Geometria Plana (cf. Struik, 1989: 76). Buscava-se, assim, uma forma da matemática se desenvolver e de, através de raciocínios dedutivos, encontrar verdades *eternas* sobre a Natureza:

> *"Tradicionalmente, o pai da matemática grega é Tales de Mileto, um mercador que visitou a Babilónia e o Egipto na primeira metade do século VI a C. A sua figura é lendária, mas encerra algo de eminentemente real. Ela simboliza as circunstâncias sob as quais foram estabelecidos os fundamentos não só da nova matemática, mas também da ciência e da filosofia modernas" (Struik,1989: 73).*

Um exemplo extremamente interessante e relacionado com a Geometria é o de Apollonius de Perga, geómetra grego que no ano de 200 a.C. escreveu um tratado célebre sobre as secções cónicas em que descrevia, de forma sistemática, todas as propriedades destas curvas. Em 1604, 1800 anos depois, o matemático e físico alemão Johannes Kepler leu os trabalhos de Apollonius e escritos islâmicos sobre o mesmo assunto, e estudou as suas aplicações no domínio da óptica (cf. Browder e Mac Lane, 1978: 20). Estes autores ressaltam que: "este exemplo de aplicação é notável porque os avanços em matemática pura raramente esperam 1800 anos pela sua aplicação" (20).

Acreditamos que um dos factos que pode causar maior espanto, quando se começa a aprofundar o estudo da Geometria, é descobrir que a Geometria Euclidiana, "velha" conhecida, não é única e a surpresa maior vem com o fato de que, com a negação de um dos postulados de Euclides (o das paralelas), desenvolve-se outra geometria. Durante dois mil anos estas verdades mantiveram-se. Para todos os geómetras, até o final do século XVIII, as paralelas existiam, a experiência comum legitimava essa noção (cf. Bachelard, 1934: 22) mas, é importante ressaltar que:

> *"A geometria não-euclidiana não se faz para contradizer a geometria euclidiana. É antes uma espécie de factor adjunto que permite a totalização, o acabamento do pensamento geométrico, a absorção numa pangeometria. Constituída com a guarnição da geometria euclidiana, a geometria não-euclidiana desenha de fora, com uma luminosa precisão, os limites do pensamento antigo"(13).*

Com a nova geometria e negando-se um dos axiomas da Geometria Euclidiana estava, segundo Ponte (1997), acabado o sonho dos gregos de tentar garantir a verdade matemática partindo de verdades evidentes e utilizando somente raciocínios dedutivos:

> *"Este facto foi muito difícil de admitir, tendo numerosos matemáticos continuado a desenvolver grandes esforços no sentido de recuperarem a segurança que pensavam ter perdido. E em lugar da verdade surgia a noção de consistência lógica. Ou, por outras palavras, a certeza da verdade dava agora lugar à procura da certeza"* (24).

Outro factor que contribui para um "abalo" nos fundamentos matemáticos foi a descoberta dos paradoxos (tais com o de Russel) que revelavam certas contradições ou inconsistência dentro da teoria de conjuntos.

Começa-se, então, a busca por uma "forma" de se fazer matemática que superasse este tipo de problema e, nesta procura por bases mais seguras para a matemática é criada, por volta de 1910, por David Hilbert a escola formalista que tinha como objectivo principal encontrar técnicas matemáticas por meio das quais se pudesse demonstrar que a Matemática estava livre de contradições. O *formalismo* traz uma linguagem própria para as demonstrações matemáticas que seguem deduções formais e possíveis de serem verificadas passo a passo. Esperava-se, desta maneira, superar os problemas através de uma abordagem específica:

> *"A matemática torna-se um sistema formal que partindo dos axiomas e dos termos iniciais, se desenvolve numa cadeia ordenada de fórmulas, mediadas por teoremas, sem nunca sair de si mesma. Torna-se nem mais nem menos, do que um 'jogo linguístico' fundado exclusivamente nas próprias regras do jogo, como acontece, por exemplo, com o jogo de xadrez. Neste contexto, fazer matemática consiste em manipular símbolos sem significado de acordo com regras sintácticas explícitas" (Ponte, 1997: 28).*

Ou seja, ao se preocupar em fazer uma matemática por parâmetros essencialmente lógicos perdem-se idéias, pois a matemática é muito maior do que suas demonstrações. O matemático que supervaloriza a demonstração em detrimento do sentido da mesma certamente possui concepções sobre a matemática que precisam ser revistas, pois nem desta maneira teremos uma matemática infalível. A idéia da corrente formalista era de que todas as proposições matemáticas de um sistema formal seriam demonstráveis e esta expectativa perdurou até o primeiro quarto do século XX, mas:

> *"Desde os trabalhos de Godel (1931), sabe-se que as pretensões formalistas não passaram de uma quimera: é possível uma demonstração formal de que em qualquer sistema formal suficientemente abrangente a demonstração de todas as proposições é impossível ou conduz a inconsistências. Mas, especificamente, Godel demonstrou que em sistemas formais que comportem uma interpretação da aritmética é impossível conciliar consistência com completude" (Machado, 1991: 38).*

Esta visão do desenvolvimento da matemática é de suma importância *para todos aqueles que se dedicam ao ensino porque gerou modificações, significativas, na maneira de se perceber e de se trabalhar com ela.*

A Matemática Aplicada – uma matemática "menor"?

Quando se fala em Matemática Aplicada logo se fazem relações com algo prático e directo, ou seja, um ramo da matemática que está mais vinculado a solução de problemas "reais". Existem pessoas que acreditam que a Matemática Aplicada é uma sub matemática, certamente por terem a concepção de que a matemática – para ser considerada como tal – deve ser desprendida do real (o mundo que nos cerca). Mas, como convencer que a Matemática Aplicada, apesar de encontrar aplicações, se baseia na matemática abstracta? Poderia o facto de se encontrarem aplicações para a matemática "macular" a teoria subjacente a isso? Por quê?

Também não podemos sobrevalorizar as aplicações práticas da matemática porque isso seria, nomeadamente, uma forma de extremismo considerável. Browder e Mac Lane (1978) ressaltaram que:

> *"A habitual compartimentação da investigação matemática, em matemática pura e matemática aplicada, não é a melhor maneira de nos apercebermos da relevância da Matemática. Uma e a mesma idéia matemática pode aplicar-se a matérias completamente diferentes. Uma noção pode surgir no contexto da matemática 'pura', e só ser aplicada muito mais tarde. Inversamente, algumas aplicações específicas podem levar a uma noção que virá a ser objecto de estudo aprofundado no âmbito da matemática pura, em direcções completamente diferentes" (19)*

É como se nos questionássemos no sentido de descobrir se a Matemática surgiu pela e através de problemas que precisavam ser solucionados ou se ela nunca teve este compromisso e que só à posteriori (e quase que por um lance de sorte) se encontraram aplicações práticas para teorias complexas. Ponte (1997), chama a atenção ao afirmar que se:

> *"se procurar a natureza dos objectos matemáticos na realidade experimental, poderá compreender-se que uma vez extraída, através de uma série de abstracções cada vez*

> *mais requintadas, continuem a estar de acordo com essa realidade. Mas já não se compreenderá tão bem que eles excedam e que possam obter-se construções dedutivas, bem mais rigorosas do que as observações e sem nenhuma comparação com elas, quanto ao processo de demonstração" (14).*

Esta discussão não tem fim. Cada um poderá ter *n* argumentos para justificar a sua crença, argumentos estes que estão intimamente ligados à Filosofia da Matemática que nos dá uma grande contribuição ao classificar as diferentes formas de percebermos esta ciência em duas correntes: realista (ou platonista) e a idealista (ou formalista).

De uma maneira geral, poderia dizer-se que a primeira acredita que os entes matemáticos existem e sempre existiram num plano ideal e que caberia ao matemático apenas descobri-los. Já a segunda corrente percebe esta ciência como algo que o ser humano elabora, cria, sintetiza, abstrai, generaliza: "a matemática consistiria em um tipo de jogo formal de símbolos, envolvendo axiomas, definições e teoremas. Para trabalhar com esses elementos, existem regras que permitem deduzir sequências lógicas, representando a atividade matemática" (Pais, 2001: 30).

Para um "realista" a matemática é descoberta, para um "idealista" ela é inventada e, segundo, Ernest (1999):

> *"The controversy between those who think mathematics is discovered and those who think it is invented may run and run, like many perennial problems of philosophy. Controversies such as those between idealists and realists, and between dogmatists and sceptics, have already lasted more than two and half thousand years" (4).*

Ao se reflectir sobre a matemática ("pura" ou "aplicada") é preciso encontrar respostas que possam conduzir a uma postura didáctica que seja mais coerente e legítima. Não podemos querer que o nosso aluno perceba a importância do estudo desta ciência exclusivamente pelas aplicações práticas e não podemos, tão pouco, abordar uma matemática que não leve em consideração a época em que ela se baseou em objectos reais e problemas do dia a dia. Se houver aplicações práticas para certos conteúdos, porque não nos utilizarmos delas na sala de aula? É como ensinar o cálculo sem explorarmos os problemas, vários, que nos podem conduzir, paulatinamente, a toda a teoria envolvida.

Pode-se dar uma aula sobre máximos e mínimos de uma função partindo de um problema concreto e, em seguida, trabalhar e aprofundar a parte teórica; ou podemos partir, desde o início, da teoria e ficarmo-nos por ela, o que não motivará os alunos, nem certamente concorrerá para uma aprendizagem efectiva e significativa. Acreditamos que o ideal seja o estabelecer e evidenciar as inter-relações ente estas facetas partindo da prática para melhor se conceptualizarem os assuntos e regressar, ciclicamente, à prática.

É necessário que, ao se pensar sobre matemática, seja superado o preconceito que "classifica" a matemática aplicada numa matemática menor. Há inúmeros exemplos de conteúdos da matemática "pura" que encontraram aplicações nas mais diversas áreas, o que só a prestigia.

As equações diferenciais, por exemplo, têm sido usadas (desde a época de Newton) para descreverem leis fundamentais dos processos físicos – na mecânica e na mecânica celeste. Também a descrição de fenómenos físicos contínuos (movimento ondulatório, difusão, fenómenos de equilíbrio) são apresentados, desde o século XVIII sob a forma de equações diferenciais às derivadas parciais. A teoria de Poincaré – Bendixon foi aplicada a diversos problemas de ciências e engenharia sendo também uma das ferramentas principais na formulação de modelos na biologia do desenvolvimento (cf. Browder e Mac Lane, 1978: 28-32).

Um outro exemplo bastante interessante de uma teoria que tem aplicações é a teoria de grupos. Ela é a principal ferramenta conceptual e formal na descrição matemática do mundo físico, além da sua utilização na cristalografia, na teoria quântica, na descrição das partículas fundamentais da física das altas energias (cf. Browder e Mac Lane, 1978: 37).

O que é preciso ponderar é o olhar que percebe a matemática apenas pelo formalismo excessivo, pois isso poderá gerar uma super valorização de técnicas em detrimento do sentido do que se aprende. Os alunos têm o direito de saber o porquê, o como e o para quê de certos estudos.

É fundamental trabalhar-se no sentido de se superarem certas representações as quais, muitas vezes, descuram que a matemática passou por fases bastante distintas. Se, inicialmente, utilizava elementos da intuição e depois avançava na busca de parâmetros mais racionais para se desenvolver de uma forma mais "segura" e depois passou por um período inverso, ainda assim não se liberta totalmente das contradições. E quem

ousaria afirmar que o trabalho do matemático, hoje, não é desenvolvido, também, com o auxílio da intuição? Ainda que ele se tenha "disciplinado" no sentido de construir cadeias de raciocínios lógicos dedutivos, o que o leva, inúmeras vezes, a seguir determinado caminho, senão a intuição?

O mais interessante é que, actualmente, já se fala, inclusive, de platonismo formal ou formalismo platónico para ilustrar que o trabalho de um matemático passa por ambas as fases. Há muitas descobertas que começaram com lampejos da intuição e que só mais tarde foram explicitadas numa demonstração, como afirma Pais (2001):

> *"Apesar do saber matemático se constituir de noções objetivas, abstratas e gerais, não há como negar a intermediação da subjetividade e da particularidade na atividade humana de sua elaboração. A construção da objetividade passa pelo suporte da subjetividade e a descoberta de novas idéias exige uma etapa de síntese, para ser formalizada através de uma demonstração" (31).*

O rigor e o formalismo contidos no trabalho matemático impedem, muitas vezes, que generalizações rápidas sejam feitas. A comunidade científica dos matemáticos também está sempre disposta a exercitar-se debruçando-se sobre novas descobertas, verificando os passos de suas demonstrações e se não há nenhum erro em sua construção lógica. O último teorema de Fermat é um exemplo vivo de algo desta natureza.

Mas, toda esta busca por uma "forma" de fazer matemática mais segura e infalível gerou outras consequências para esta ciência. Segundo Poincaré (1988):

> *"Tornando-se rigorosa, a ciência matemática assume um carácter artificial que chocará toda a gente: esquece as suas origens históricas; vemos como as questões se podem resolver, já não vemos como e porque razão elas se colocam" (12).*

Em termos de formação universitária torna-se necessário que se trabalhe para a superação do senso comum. Se os alunos saem da universidade com as mesmas representações com que chegaram, algo não está certo. Os conhecimentos precisam e devem ser problematizados e isso não pode ser diferente com a matemática. Subscrevemos Alsina (2001): "Teaching mathematics at university level should be enjoyable human experience in which professors share with students the discovery of a new mathematical world as well as their development as person (11)."

Será que as aulas têm oferecido oportunidade para que os alunos revejam a matemática? Discutem-se questões sérias que geraram consequências importantes nesta ciência, como a teoria de Cantor dos conjuntos infinitos? Ou ainda se ensina uma matemática totalmente desvinculada que paira sobre tudo e, particularmente, sobre todos? Será que ao se reflectir sobre as crises nos fundamentos matemáticos não se estaria colaborando para que os alunos percebam a matemática como uma construção humana e não algo de génios isolados?

Educação em Matemática — matemática "aplicada" à educação?

Segundo Pais (2001), a educação matemática:

> *"É uma grande área de pesquisa educacional, cujo objecto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. Além dessa definição ampla, a expressão* ***educação matemática*** *(grifos do autor) pode ser ainda entendida no plano da prática pedagógica, conduzida pelos desafios do cotidiano escolar"(10.)*

Apesar de Pais só se estar a referir a uma das possíveis dimensões — a investigativa —, pode-se constatar, pela afirmação, que a educação matemática tem objectivos diferentes dos da matemática. Quem trabalha com a educação matemática sente necessidade de encontrar soluções para antigos problemas, tais como a mistificação desta disciplina e a deficiente aprendizagem em matemática, desenvolvendo, nomeadamente, novas metodologias que propiciem uma aprendizagem significativa e não apenas uma memorização de conceitos ou fórmulas prontas e acabadas pelos alunos e estratégias que possam oferecer, a quem aprende, uma real leitura crítica do mundo, desenvolvendo também o seu raciocínio lógico-dedutivo.

E ao focarmos o olhar no professor de matemática espera-se reflectir sobre a formação que ele recebe e, especialmente, sobre se ela contribui

para o entendimento das diferenças existentes em fazer matemática e ensinar matemática. Apesar da inter-relação, que se pretende cada vez mais forte, entre investigador e professor, a este cabe a difícil tarefa de, à luz dos mais recentes resultados de investigação, realizar um trabalho eventualmente inverso ao do pesquisador. De facto, enquanto este procura, nomeadamente, eliminar as condições contextuais de sua pesquisa, buscando níveis amplos de generalidade, o professor de matemática deverá contextualizar este conteúdo procurando relacioná-lo com uma situação que seja mais compreensível para o aluno (cf. Pais, 2001: 32)

Em Portugal, a partir dos anos oitenta, começam os movimentos "relacionados com as mudanças dentro das salas de aulas e no papel que o professor desempenha nas aprendizagens da Matemática dos alunos, nomeadamente no desenvolvimento da compreensão conceptual e na resolução de problemas" (Monteiro, 2003: 21); mas, a formação dos professores de Matemática é apenas uma das linhas de pesquisas que encontramos na Educação Matemática. Selden (2001) destaca outras:

> *"A great variety of topics has been, and could be, investigated. These include aspects of mathematics (functions, analysis, proofs), mathematical cognition (problem solving, students' alternative conceptions), psychological factors (motivation, affect, visualization), teaching methods (lecturing, cooperative learning, uses of technology and writing), change (individual teacher and institutional), programs (new and existing), and culture (gender, equity, classroom culture, crosscultural comparisons)"* (238)

Aqueles que optam por realizar estudos e pesquisas nesta área preocupam-se, entre outros aspectos, com a socialização do conhecimento. Acreditam que a educação é direito de todos e não de apenas grupos privilegiados. E é por isso que, juntamente e/ou através da Didáctica da Matemática, procuram propostas que propiciem tal socialização. E não se quer uma matemática simplista, descontextualizada, desprovida do rigor que esta ciência exige; mas também não se quer transformar cada aluno num matemático puro, exigindo em demasia, desrespeitando sua maturidade intelectual, trabalhando com abordagens que não são condizentes com a idade, o nível, a série do aluno, ou a sua falta de pré-requisitos essenciais para compreender sobre o que se fala.

> *Em qualquer nível:*

"O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à 'investigação matemática'. Nesse sentido, sua atividade intelectual guarda semelhanças com o trabalho do matemático diante da pesquisa, entretanto, sem se identificar com ele. Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, o despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas" (Pais, 2001:35).

Em termos de ensino de graduação esta seria uma das melhores maneiras de nossos alunos viverem a matemática em sua plenitude. Mas, é preciso cautela, pois há grandes diferenças nas formas de trabalho de um matemático e de um professor de matemática. O ideal seria que aquele que lecciona fosse sempre um professor. Parece um paradoxo, mas nem sempre aquele que ensina desempenha o papel que se preconiza, hoje em dia, para o professor. Pais (2001) chama a atenção para o fato de que, como o rigor axiomático e metodológico é uma das características do saber matemático, o professor de matemática, normalmente, é também rigoroso na condução da relação pedagógica com os seus alunos. O que se percebe é uma confusão entre a relação pedagógica, que pertence ao estudo da didáctica, e as características do saber científico, que é um objecto epistemológico. Essa confusão ocorre não somente em relação ao rigor, mas também em relação a outras características da matemática, tais como: generalidade, abstracção, objectividade e formalidade (cf Pais, 2001: 38).

À educação matemática pertence a difícil tarefa de fazer o professor encontrar o salutar meio-termo ao abordar a matemática. Ao fomentar uma aprendizagem mecanizada desta disciplina criam-se, então, possibilidades para que o aluno possa ter a oportunidade de aprender significativamente e isso passa, necessariamente, pelo campo da investigação matemática. Ao buscar, na sala de aula, reproduzir um pouco do processo de descoberta ou invenção realizado pelo matemático estar-se-á a cumprir com a missão de recriação da matemática.

Por pertencerem a grupos distintos, o matemático e o educador em matemática possuem percepções totalmente distintas em relação ao mesmo fenómeno:

"Para quem trabalha com a criação das ciências, as questões educacionais estão, normalmente, restritas aos fatos científicos. Daí a tendência a priorizar um olhar deslocado para o fenomeno educativo. Para o educador, pelo contrário, os fatos científicos não podem predominar no tratamento do objeto pedagógico e, quando acontece, a amplitude do fenomeno cognitivo é sensivelmente reduzida" (Pais, 2001: 23).

Os que trabalham com a Educação em Matemática são os intermediários entre a matemática já produzida e o processo de ensino e de aprendizagem da matemática e ao buscarem, cada vez mais, estabelecer pontes com outras áreas, objectivam a ampliação das suas percepções com o intuito de socializar os conhecimentos, afinal:

"A aprendizagem em matemática não se realiza da mesma forma sequencial, tal qual aparece na redação textual da matemática. Até mesmo o matemático somente consegue uma clara linearidade ao apresentar uma demonstração, como resultado de uma longa e complexa trajetória de raciocínios e não como o ponto inicial de uma aprendizagem" (Pais, 2001: 24)

Conclusão

Ao se ressaltarem aspectos como estes, espera-se que a matemática e a educação em matemática comecem a ser vistas por uma outra óptica. É também de fundamental importância que, ao se delimitar os campos de investigação não se esteja a delimitar o raio de acção dos sujeitos envolvidos nestas áreas. O ensino e a aprendizagem precisam da contribuição de especialistas das diferentes áreas para que esse processo seja pautado por elevados níveis de qualidade, seja significativo e que forme pessoas competentes e críticas.

Somente através de reflexões conjuntas é que será possível superar preconceitos e propor soluções para problemas na aprendizagem da Matemática. Na formação dos professores é necessária (diríamos, fundamental) a congruência entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didáctico do conteúdo (cf Garcia, 1999: 29).

E Perez (1992) ressalta que: "em matéria de formação de professores, o principal conteúdo é o método através do qual o conteúdo é transmitido aos futuros professores ou actuais professores" (Garcia, 1999: 29). Será que estamos reflectindo sobre estes aspectos? Até que ponto nossos métodos de ensino propiciam uma aprendizagem significativa?

Com um profundo conhecimento didáctico dos conteúdos, que admite um seu domínio absoluto, é que se alcançará um ensino de qualidade que represente a combinação adequada entre o conhecimento da matéria a ensinar e o conhecimento didáctico de como a ensinar. E este deve ser o elemento central do conhecimento do professor.

Ao se reflectir acerca da matemática (pura ou aplicada) e da educação matemática é preciso destacar que há muitos elementos que permeiam estas áreas de conhecimento e os responsáveis pela formação de professores têm um papel essencial no desenvolvimento dos conhecimentos, competências e atitudes dos professores. Há que se trabalhar em conjunto para que se possa ter maior conhecimento didáctico de certos conteúdos específicos: "O conhecimento didáctico do conteúdo, enquanto linha de investigação, representa a confluência de esforços de investigadores didácticos com investigadores de matérias específicas preocupados com a formação de professores" (Garcia, 1999: 88).

As pesquisas em Educação Matemática, que não cabe aqui enumerar, têm contribuído para a superação de alguns problemas e contribuído para um "pensar sobre a prática". Selden (2001) cita várias delas mas, no seu artigo, ressalta ainda que: "while there is a substantial amount of research in mathematics education at the school level (Grouws, 1992), the amount at the tertiary level is still modest" (245).

Não há como se pensar na superação de antigos problemas na aprendizagem em Matemática sem se pensar na superação de certos paradigmas de ensino. Segundo Villar (1992) "Dificilmente poderíamos procurar uma mudança nos objectivos e concepções do professor sem ter em conta que os formadores são os verdadeiros 'mediadores' de qualquer proposta de renovação curricular" (Garcia, 1999: 94)

Será que os formadores têm reflectido sobre isso?

Referências Bibliográficas

Alsina, Claudi – Why the professor must be a stimulating teacher – towards a new paradigm of teaching at University level (3-12) – In: The Teaching and Learning of Mathematics at University Level - an ICMI study, Kluwer

Academic Publisheres, Netherlands, 2001.

Asimov, Isaac – O universo da ciência - *(p.11-28) – trad. Eduardo Nogueira, 1ª edição, Presença Editora, Lisboa, 1987.*

Bachelard, Gaston – *O novo espírito científico – trad. António José P Ribeiro – Edições 70, Lisboa.*

Besnier, Jean Michel – As teorias do conhecimento – trad. Joana Chaves, Biblioteca Básica de Ciência e Cultura, Lisboa, 1996.

Blanché, Robert – trad. Natália Couto – Editora Presença, Lisboa, 1975.

Browder, Félix E; Mac Lane, Saunders – A relevância da Matemática - *In: A natureza da Matemática, Série Cadernos de Educação, nº 01, 1ª edição: julho de 1988.*

Caro, Paul – A roda das ciências – do cientista à sociedade, os itinerários do conhecimento – *trad. Armando P da Silva, Instituto Piaget, Lisboa, 1993.*

Caraça, João – O que é ciência, *Difusão Cultural, Lisboa, 1997.*

Coolingwood, R. G – Ciência e Filosofia – *trad. Frederico Montenegro – Editorial Presença, s/d.*

D.Lecourt – Para uma crítica da Epistemologia – *trad. Manuela Menezes, Assírio Alvim, 1972.*

Ernest, Paul – Is Mathematic discovered or invented? – *In Philosophy of Mathematics Education Journal 12 (1999)*

Garcia, Carlos M – Formação de Professores para uma mudança educativa – *trad. Isabel Narciso – Colecção Ciências da Educação, Porto Editora, 1999.*

Lakatos, Imre – Falsificação e Metodologia dos programas de investigação científica – *trad. Emília P T M Mendes, 5ª edição, Edições 70, Lisboa, 1999.*

Losee, John – Introdução Histórica à Filosofia da Ciência – *trad. Carlos Lains, 1ª edição, Terramar, Lisboa, 1998.*

Machado, Nilson J – Matemática e Língua Materna – Análise de uma impregnação mútua *2ª edição, Cortez Editora, São Paulo, 1991.*

Monteiro, Cecília; Costa, Cristolinda et al - Competências matemáticas à saída da formação inicial – *XII Encontro de Investigação em Educação Matemática – Évora, 2003.*

Pais, Luiz Carlos – Didática da Matemática – uma análise da influência francesa, *Coleção Tendências em Educação Matemática, Autêntica, Belo Horizonte, 2001.*