



Universidade de  
Aveiro  
2011

Departamento de Física

**ANDRÉ ANTUNES DE  
CARVALHO  
ALBUQUERQUE**

**INTERACÇÕES NÃO-LINEARES DE SEGUNDA  
ORDEM EM PPLN**





**Universidade de  
Aveiro  
2011**

Departamento de Física

**ANDRÉ ANTUNES DE  
CARVALHO  
ALBUQUERQUE**

**INTERACÇÕES NÃO-LINEARES DE SEGUNDA  
ORDEM EM PPLN**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Física, realizada sob a orientação científica do Dr. Rogério Nogueira, Investigador Auxiliar no Instituto de Telecomunicações.



## **o júri**

presidente

**Prof. Doutor João Filipe Calapez de Albuquerque Veloso**  
Professor Auxiliar do Departamento de Física da Universidade de Aveiro

**Doutora Berta Maria Barbosa Neto**  
Investigadora na Nokia Siemens Networks

**Prof. Doutor Rogério Nunes Nogueira**  
Professor Auxiliar Convidado do Departamento de Física da Universidade de Aveiro



## **agradecimentos**

Ao longo desta dissertação foi-me dado o privilégio de contar a colaboração de várias pessoas de grande valor, quer a nível profissional, quer a nível pessoal, às quais pretendo deixar um profundo agradecimento.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, o Prof. Doutor Rogério Nogueira, pela sua orientação e por toda a disponibilidade, apoio, coragem e ânimo, mesmo quando os resultados experimentais tardavam a aparecer. Também lhe gostaria de agradecer pela revisão científica deste documento.

Em segundo lugar, agradeço ao Miguel Drummond, que foi como um segundo orientador, e cujas discussões e revisões científicas permitiram desenvolver muito do trabalho efectuado nesta dissertação.

Agradeço ainda ao Instituto de Telecomunicações pelo apoio logístico e a todas as pessoas desta instituição com quem lidei, pelo bom ambiente de trabalho e ajuda prestada no laboratório. Agradeço em especial ao Eng. João Prata, ao Paulo Marques e ao Telmo Almeida.

Não posso ainda deixar de agradecer à minha companheira Ana, por me auxiliar e apoiar a todo o momento.

Por fim, agradeço a todos meus amigos, e aos meus familiares, em especial, os meus pais, que sempre estiveram a meu lado e me auxiliaram em toda a vida.

A todos vocês, um sincero muito obrigado!



**palavras-chave**

Interações não-lineares de segunda ordem, niobato de lítio com inversão periódica da polarização, geração de segundo harmónico, geração de frequência soma, geração de frequência diferença, método de Transformada de Fourier.

**resumo**

Neste trabalho são estudadas as interações ópticas não-lineares de segunda ordem que ocorrem em estruturas de niobato de lítio com inversão periódica da polarização dos domínios ferroelétricos. Neste âmbito, foram desenvolvidas expressões analíticas e ferramentas de simulação numérica da evolução dos campos eléctricos das ondas que interagem de forma não-linear.

É introduzido um método de matriz de transferência para o cálculo de curvas de eficiência de conversão em fenómenos não-lineares de geração de frequência soma e diferença, bem como para a interacção destes dois fenómenos em cascata. Considera-se também uma matriz representativa das perdas de propagação.

De forma a simular as interações não-lineares entre sinais modulados, é introduzido um método de transformada de Fourier. Em comparação com métodos tradicionais de resolução de equações diferenciais parciais parabólicas, o método proposto é mais rápido, permitindo a simulação de sinais ópticos de longa duração.

Por último, apresenta-se os resultados da medição experimental do segundo harmónico da radiação emitida por uma fonte de ruído óptico e de um laser, bem como o estudo da sua dependência com a temperatura.



**keywords**

Second-order nonlinear interactions, periodically poled lithium niobate, second-harmonic generation, sum-frequency generation, difference-frequency generation, Fourier Transform method.

**abstract**

In this work, the optical second-order nonlinear interactions that occur in lithium niobate structures with periodic inversion of the polarization of ferroelectric domains are studied. In this scope, analytical expressions and numerical simulation tools which describe the propagation of the electric fields in the nonlinear medium are developed.

A transfer matrix which computes the curves of conversion efficiency for sum and difference frequency generation, as well as the cascaded interaction of these two nonlinear interactions is also presented. The effects of propagation losses are included in this method by means of a matrix.

In order to simulate the nonlinear interactions between modulated signals, a Fourier transform method is introduced. Comparing with well-known numerical integration methods used to solve parabolic partial differential equations, this method is faster, allowing the simulation of longer optical signals.

Finally, the experimental results of the second harmonic generation of the light emitted by an optical noise source and a laser are presented, as well as its temperature dependence.



## Glossário de acrónimos

ASE	Amplified Spontaneous Emission	Emissão espontânea amplificada
CL	Colimador de Luz	Colimador de luz
cSFG/DFG	Cascaded Sum-Frequency Generation and Difference-Frequency Generation	Geração de frequência soma e frequência diferença em cascata
cSHG/DFG	Cascaded Second Harmonic Generation and Difference-Frequency Generation	Geração de segundo harmónico e frequência diferença em cascata
CW	Continuous Wave	Onda contínua
DC	Duty Cycle	Ciclo de Trabalho
DF	Diferenças Finitas	Diferenças finitas
DFG	Difference-Frequency Generation	Geração da frequência diferença
EDFA	Erbium-Doped Fiber Amplifier	Amplificador de fibra dopada com érbio
FBG	Fiber Bragg Grating	Rede de Bragg em fibra óptica
MT	Matriz de Transferência	Matriz de Transferência das interacções não-lineares
OSA	Optical Spectrum Analyzer	Analisador de espectros
OTDM	Optical Time-Division Multiplexing	Multiplexagem temporal óptica
PP	Periodically Poled	Inversão periódica da polarização dos domínios ferroeléctricos
PPLN	Periodically Poled Lithium Niobate	Niobato de lítio com inversão periódica da polarização dos domínios ferroeléctricos
QPM	Quasi-Phase-Matching	Quasi-ajuste de fase
RK	Runge-Kutta	Algoritmos de integração de Runge-Kutta
RZ	Return-to-Zero	Retorno a zero (formato de modulação)
SAW	Surface Acoustic Wave	Ondas acústicas de superfície
SFG	Sum-Frequency Generation	Geração da frequência soma
SHG	Second Harmonic Generation	Geração de segundo harmónico
TF	Transformada de Fourier	Transformada de Fourier
VOA	Variable Optical Attenuator	Atenuador variável óptico
WDM	Wavelength-Division Multiplexing	Multiplexagem no comprimento de onda
WDMC	Wavelength-Division Multiplexing Coupler	Acoplador WDM

## Lista de símbolos e constantes

$a_j$	Coeficiente de ajuste $j$ da curva de dispersão do índice do niobato de lítio
$A_{apod}$	Função de apodização
$A_{ef}$	Área transversal de interacção efectiva
$A_j$	Campo eléctrico normalizado da onda $j$
$A_p$	Campo eléctrico normalizado da bomba
$\bar{A}_{p,l}$	Campo eléctrico normalizado médio da bomba
$b_j$	Coeficiente de ajuste $j$ da curva de dispersão do índice do niobato de lítio
$BR$	Taxa de transmissão
$d$	Coeficiente de não-linearidade
$d_{ef}$	Coeficiente de não-linearidade efectivo
$d_{33}$	Componente do tensor de não-linearidade que relaciona a interacção entre ondas polarizadas segundo o eixo óptico do niobato de lítio
$DC$	<i>Duty Cycle</i>
$e_j$	Perfil transversal do campo eléctrico da onda $j$ , normalizado
$E$	Campo eléctrico da onda electromagnética
$E_i$	Amplitude do campo eléctrico de uma onda $i$ harmónica
$\mathbf{E}_i$	Campo eléctrico de uma onda $i$ harmónica
$f$	Frequência das componentes da Transformada de Fourier (centrada)
$f_a$	Frequência de amostragem do sinal
$f_c$	Frequência da portadora do sinal
$f_*$	Frequência das componentes da Transformada de Fourier
$F$	Parâmetro que representa a variação do índice de refração com a temperatura
$F_j$	Função representativa da interacção não-linear, para a onda $j$
$F'_j$	Derivada da função representativa da interacção não-linear, para a onda $j$ , em ordem a $x$
$G_m$	Coeficiente de Fourier de ordem $m$ da série de Fourier
$k_i$	Constante de propagação da onda $i$
$k''_j$	Segunda derivada da constante de propagação em ordem à frequência angular da onda $j$
$L$	Comprimento do PPLN
$L_c$	Comprimento de coerência
$M$	Número total de secções (Método de Matriz de Transferência)
$n_e$	Índice de refração extraordinário

$n_j$	Índice de refração da onda $j$
$n_o$	Índice de refração ordinário
$N$	Número de elementos do sinal
$N_b$	Número de elementos por <i>bit</i> do sinal
$p$	Fracção da potência da fonte de bombeamento
$P$	Polarização eléctrica
$P_j$	Termo da polarização eléctrica de ordem $j$
$P_{opt,j}$	Potência óptica da onda $j$
$P^{\omega_i}$	Termo da polarização eléctrica relativo à onda com frequência angular $\omega_i$
$P_{NL}$	Termos não-lineares da polarização eléctrica
$t$	Tempo
$T$	Temperatura
$T_{ij}$	Elemento da $i$ -ésima linha e $j$ -ésima coluna da Matriz de Transferência
$T_l$	Matriz de Transferência da $l$ -ésima secção
$T_{loss,l}$	Matriz de perdas da $l$ -ésima secção
$T_{tot,l}$	Matriz total (perdas mais interacção não-linear) da $l$ -ésima secção
$T_T$	Matriz de Transferência total
$x$	Direcção de propagação ao longo do PPLN
$x_l$	Posições inicial de uma secção (Método de Matriz de Transferência)
$x_s$	Soma das posições inicial e final de uma secção (Método de Matriz de Transferência)
$z$	Direcção coincidente com o eixo óptico do niobato de lítio
$\alpha_j$	Coefficiente de perdas da onda $j$
$\alpha_p$	Coefficiente de perdas da bomba
$\beta$	Parâmetro de <i>chirp</i>
$\gamma_j$	Constante de normalização dos campos eléctricos da onda $j$
$\delta$	Parâmetro delta (SFGe DFG1)
$\delta_1$	Parâmetro delta (DFG2)
$\delta_2$	Parâmetro delta (DFG2)
$\Delta k$	Parâmetro de desajuste de fase
$\Delta k_{DFG}$	Parâmetro de desajuste de fase para DFG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{DFG}^*$	Parâmetro de desajuste de fase para DFG, sem considerar efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{DFG,2}$	Parâmetro de desajuste de fase para DFG num processo de cSHG/DFG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{DFG,3}$	Parâmetro de desajuste de fase para DFG num processo de cSFG/DFG, considerando

efeitos de *poling*

$\Delta k_{SFG}$	Parâmetro de desajuste de fase para SFG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{SFG}^*$	Parâmetro de desajuste de fase para SFG, sem considerar efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{SHG}$	Parâmetro de desajuste de fase para SHG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{SHG}^*$	Parâmetro de desajuste de fase para SHG, sem considerar efeitos de <i>poling</i>
$\Delta k_{SHG,2}$	Parâmetro de desajuste de fase para SHG num processo de cSHG/DFG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta K$	Parâmetro de desajuste de fase médio para cSFG/DFG, considerando efeitos de <i>poling</i>
$\Delta P_j$	Variação da potência da onda com frequência $\omega_j$
$\Delta x$	Diferença entre as posições inicial e final de uma secção (Método de Matriz de Transferência)
$\Delta\phi$	Diferença de fase
$\epsilon$	Permitividade eléctrica (num meio em geral)
$\epsilon_0$	Permitividade eléctrica do vazio
$\theta$	Fase total (SHG)
$\kappa_j$	Constante da equação não-linear da onda $j$
$\lambda_j$	Comprimento de onda da onda $j$
$\Lambda$	Período da inversão da polarização dos domínios ferroeléctricos
$\Lambda_{min}$	Período no início do PPLN (redes <i>chirped</i> )
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vazio
$v_j$	Velocidade de grupo da onda com frequência angular $\omega_j$
$\rho_j$	Amplitude do campo eléctrico normalizado da onda $j$
$\sigma$	Condutividade óptica
$\phi_j$	Fase do campo eléctrico normalizado da onda $j$
$\Phi$	Função modulação de fase
$\chi^{(j)}$	Susceptibilidade eléctrica de ordem $j$
$\omega_i$	Frequência angular da onda $i$

## Lista de figuras

**Fig. 1** – Representação esquemática dos processos de SHG, SFG e DFG. As variáveis  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são as frequências angulares das ondas.

**Fig. 2** – Representação esquemática dos processos de: (a) cSFG/DFG e (b) cSHG/DFG.

**Fig. 3** – Esquema representativo da evolução do segundo harmónico num PPLN uniforme, considerando ajuste de fase perfeito, QPM com variação quadrada do coeficiente de não-linearidade, QPM considerando apenas a primeira ordem da TF da variação quadrada do coeficiente de não-linearidade, e sem ajuste de fase.

**Fig. 4** – Representação esquemática da disposição dos átomos de Li, Nb e O ao longo do eixo óptico do niobato de lítio. Adaptado de [35].

**Fig. 5** – (a) Representação da curva de dispersão do índice de refração para o niobato de lítio, a 25°C, com dopagem (a 5%) e sem dopagem de MgO. (b) Dependência do comprimento de onda para o qual ocorre QPM da onda fundamental, num processo de SHG, numa rede com um período de 19  $\mu\text{m}$ .

**Fig. 6** – Representação esquemática da inversão dos domínios ferroelétricos no niobato de lítio por aplicação de campo eléctrico em eléctrodos depositados sobre o cristal, com  $\Lambda$  o período das inversões.

**Fig. 7** – Representação esquemática do acoplamento da luz de uma fibra óptica para um PPLN: (a) sem guia de ondas, e (b) com guia de ondas.

**Fig. 8** – (a) Evolução da potência do segundo harmónico ao longo de um PPLN com 1 cm de comprimento e período de 19.5  $\mu\text{m}$ , em função do comprimento de onda, obtidos pelo método de RK. (b) Comparação da potência de segundo harmónico, à saída do PPLN, calculada a partir do método de RK e a partir da solução analítica. (c) Comparação da fase do segundo harmónico, à saída do PPLN.

**Fig. 9** – Comparação da potência de segundo harmónico, à saída do PPLN, calculada a partir do método de RK e a partir da solução analítica. O comprimento do PPLN é de 6 cm e o período de 19.5  $\mu\text{m}$ .

**Fig. 10** – (a) Potência do sinal convertido por SFG, à saída do PPLN com 1 cm. (b) Diferença de fase entre o sinal de entrada e o sinal convertido por SFG para o PPLN com 1 cm. (c) Potência do sinal convertido por SFG, à saída do PPLN com 4.3 cm. Para todos os gráficos, os resultados foram obtidos pelo método de RK e a partir da solução analítica.

**Fig. 11** – (a) Potência do sinal convertido por DFG1. (b) Fase do sinal convertido por DFG1. (c) Potência do sinal convertido por DFG2. (d) Fase do sinal convertido por DFG2. Em ambos os casos, o PPLN tem um comprimento de 1 cm e período de 19.5  $\mu\text{m}$ .

**Fig. 12** – Potências dos sinais convertidos por: (a) cSHG/DFG e (b) cSFG/DFG, obtidas através do método de RK e da aproximação analítica. Em (b), o gráfico inserido no canto superior direito corresponde à potência da onda gerada por SFG na interacção de cSFG/DFG. Em ambos os casos, o PPLN tem um comprimento de 2 cm e período de 19.5  $\mu\text{m}$ .

**Fig. 13** – Eficiência de conversão calculada a partir do método de RK e da MT num PPLN com 1 cm de comprimento e período de 19.37  $\mu\text{m}$  para: (a) DFG (DFG2) e (b) cSFG/DFG.  $M$  representa o número total de secções consideradas.

**Fig. 14** – Representação esquemática da evolução do período das inversões da polarização dos domínios ferroelétricos num PPLN. (a)  $\beta > 0$ ; (b)  $\beta < 0$ .

**Fig. 15** – Eficiência de conversão de um processo de SFG num PPLN *chirped* com um parâmetro de *chirp* de  $5 \times 10^{-5}$ ,  $\Lambda_0 = 19.5 \mu\text{m}$  e comprimento de 1 cm, considerando e sem considerar perdas de propagação e utilizando os métodos de RK e de MT.

**Fig. 16** – Eficiências de conversão para PPLN apodizados: (a) com apodização de seno e (b) PPLN *chirped* com apodização de tangente hiperbólica. Em ambos os casos o PPLN possui um comprimento de 1.95 cm, mas para (a), a rede possui um período constante de  $19.5 \mu\text{m}$ . O parâmetro de *chirp* do PPLN considerado em (b) é de  $5 \times 10^{-5}$ .

**Fig. 17** – Curva de eficiência de conversão, obtida pelo método de RK para PPLN com salto de fase em (a)  $L/2$  e em (b)  $L/4$ ,  $L/2$  e  $3L/4$ . Os PPLN considerados têm um comprimento de 1 cm e período de  $19.5 \mu\text{m}$ .

**Fig. 18** – Representação esquemática da forma de centrar a TF do sinal na frequência da portadora,  $f_c$ .

**Fig. 19** – Potência dos sinais: (a) de entrada, (b) convertido por DFG (DFG2), (c) convertido por SFG, (d) convertido por cSHG/DFG e (e) convertido por cSFG/DFG. Os PPLN considerados são uniformes, com um comprimento de 1 cm e período de  $19.44$ ,  $19.36$ ,  $19.11$  e  $19.36 \mu\text{m}$  para (b), (c), (d) e (e), respectivamente.

**Fig. 20** – (a) Espectros normalizados do sinal de entrada e dos sinais convertidos por interações não-lineares, centrados nas frequências das portadoras. (b) Curvas de eficiência de conversão respectivas.

**Fig. 21** – Comparação entre os tempos de computação utilizando os métodos de DF e FT-RK, relativamente aos do método de FT-MT, para uma interação de DFG (DFG1) e de cSFG/DFG, em função do número de amostras por bit. Os passos de integração espaciais para o método de DF e FT-RK considerados são de 1 e  $100 \mu\text{m}$ , respectivamente. Os PPLN considerados são uniformes, com comprimento de 1 cm, e período de  $19.44$  e  $19.10 \mu\text{m}$  para DFG e cSFG/DFG, respectivamente.

**Fig. 22** – (a) Sinais RZ a 40 Gbit/s considerados nas simulações. (b) Segundo harmónico do Sinal 1, obtido pelo método de DF e pelo de TF-RK, utilizando a convolução das TF, para os primeiros 5 bits. (c) Sinal gerado por SFG da interação do Sinal 1 com o Sinal 2, para os primeiros 5 bits, obtido pelo método de DF e pelo de TF-RK. Os PPLN considerados em (b) e (c) são uniformes, com comprimento de 1 cm e períodos de  $19.389$  e  $19.361 \mu\text{m}$ , respectivamente.

**Fig. 23** – (a) Montagem experimental dos colimadores e do forno de controlo de temperatura. (b) PPLN no interior do forno.

**Fig. 24** – Representação esquemática da montagem experimental. ASE – fonte de ASE, *Amplified Spontaneous Emission*; EDFA – Amplificador de fibra dopada com érbio; VOA – atenuador óptico (*Variable Optical Attenuator*); CL- colimadores de luz, WDMC – acoplador WDM (*Wavelength-Division Multiplexing Coupler*), Det. – Detector de luz.

**Fig. 25** – (a) Potência do sinal de entrada, antes do colimador. (b) Potência normalizada do segundo harmónico do sinal de entrada de ASE, simulada e obtida experimentalmente. (c) Potência normalizada do segundo harmónico de um laser de 20 dBm, situado nos  $1554.13 \text{ nm}$ , em função da temperatura, simulada e obtida experimentalmente.

**Fig. 26** – (a) Variação dos comprimentos de onda para os quais ocorre a condição de QPM em função da temperatura, simulados e obtidos experimentalmente, para SHG. (b) Simulação dos comprimentos de onda para os quais a condição de QPM para SHG é atingida, em função da temperatura, para as redes com diferentes períodos do PPLN adquirido. (Os períodos das redes estão expressos em  $\mu\text{m}$ ).

# Índice

O júri	
Agradecimentos	
Palavras-chave	
Resumo	
Keywords	
Abstract	
Glossário de acrónimos	
Lista de símbolos e constantes	
Lista de figuras	
1. Introdução .....	1
1.1. Motivação e objectivos .....	1
1.2. Estado de arte .....	2
1.3. Estrutura da dissertação.....	3
1.4. Principais contribuições.....	4
2. Interações não-lineares, niobato de lítio e PPLN .....	5
2.1. Polarização eléctrica não-linear e efeitos não-lineares .....	5
2.2. SHG, SFG e DFG .....	6
2.3. Interações em cascata: cSHG/DFG e cSFG/DFG .....	7
2.4. Ajuste de fase e Quasi-phase-matching .....	8
2.5. Niobato de lítio e PPLN.....	10
3. Equações acopladas, soluções analíticas e simulações numéricas.....	15
3.1. Equações acopladas .....	15
3.1.1. SHG .....	16
3.1.2. SFG .....	16
3.1.3. DFG .....	17
3.1.4. cSHG/DFG.....	17
3.1.5. cSFG/DFG .....	17
3.2. Soluções analíticas das equações acopladas .....	18
3.2.1. SHG .....	18
3.2.2. SFG .....	21
3.2.3. DFG .....	22
3.2.4. cSHG/DFG e cSFG/DFG.....	24
4. Método de Matriz de Transferência, simulação de estruturas complexas em PPLN e simulação de sinais modulados .....	27

4.1. Método de Matriz de Transferência .....	27
4.1.1. Perdas .....	30
4.2. Estruturas complexas em PPLN .....	31
4.2.1. Redes Chirped .....	32
4.2.2. Redes apodizadas .....	33
4.2.3. Redes com modulação da fase .....	35
4.3. Simulação de sinais modulados .....	36
5. Obtenção experimental de SHG .....	43
6. Conclusão .....	47
Referências Bibliográficas .....	49

# 1. Introdução

## 1.1. Motivação e objetivos

Desde os primórdios da sua existência que os seres humanos sentem necessidade de comunicar entre si. A forma como a comunicação se processa tem sofrido enormes evoluções ao longo da história humana, desde a utilização de simples gestos para comunicar, passando pela invenção da linguagem e da escrita, da telegrafia, do telefone, da rádio, dos satélites, da televisão e da internet. Sem a invenção destas tecnologias, o conceito de “aldeia global”, criado pelo sociólogo Herbert McLuhan, não passaria de uma utopia.

Nas últimas duas décadas, o intercâmbio de informação tem crescido de forma exponencial, em grande parte graças ao desenvolvimento das comunicações ópticas. Para além de o número de utilizadores de Internet aumentar a cada ano, também a quantidade e complexidade de conteúdos que cada utilizador requer exigem cada vez maior largura de banda às operadoras. O problema da exigência de largura de banda tem levado as operadoras a procurar soluções que permitam um maior aproveitamento das capacidades da fibra, como formatos de modulação avançados e detecção coerente. Um outro problema emergente desta situação prende-se com o processamento da informação, em tempo real. As estimativas apontam para um limite das capacidades de processamento eléctrico para 120 Gbit/s [1], através de *chips* com milhões de transístores, e com elevados gastos energéticos.

Muitas funções de processamento de sinal, como por exemplo a amplificação, eram realizadas no domínio eléctrico. Esta situação é desvantajosa pois é necessário haver conversão do domínio óptico para eléctrico e de eléctrico para óptico, que induz perdas adicionais, e há um aumento de custos do sistema e limitação da largura de banda. A introdução dos amplificadores de fibra dopada com érbio, EDFA (*Erbium-Doped Fiber Amplifier*) é um exemplo da substituição do processamento eléctrico por óptico, com as vantagens adicionais de ser independente da taxa de transmissão do sinal e permitir amplificação de vários canais simultaneamente.

O niobato de lítio,  $\text{LiNbO}_3$ , é um material com várias propriedades ópticas peculiares, o que lhe confere uma grande aplicabilidade em sistemas de comunicações ópticas. A sua elevada não-linearidade de segunda ordem permite que este material sirva como base a dispositivos que realizem processamento de sinal totalmente óptico, como conversão de comprimentos de onda, conversão de formato de modulação, operações lógicas entre dois sinais, *switching* e *add/drop* de canais em cenários de multiplexagem no comprimento de onda, WDM (*Wavelength-Division Multiplexing*).

De forma a obter uma interacção não-linear eficiente, é necessário compensar os efeitos de desajuste de fase (*phase-mismatching*). Esta compensação pode ser efectuada através da inversão periódica dos domínios ferroeléctricos do niobato de lítio, que resulta em dispositivos denominados PPLN (*Periodically Poled Lithium Niobate*). Dado que os PPLN são dispositivos relativamente caros, é necessário efectuar um estudo aprofundado e desenvolver ferramentas de

simulação das interações não-lineares que nele ocorrem, para se poder desenhar e produzir dispositivos com as características pretendidas. Deste modo, um primeiro objectivo deste trabalho é o de desenvolver soluções analíticas para descrição da evolução dos campos eléctricos das ondas que interagem nos processos não-lineares. As interações não-lineares abordadas nesta dissertação são as de geração de segundo harmónico, SHG (*Second Harmonic Generation*), geração da frequência soma, SFG (*Sum-Frequency Generation*), geração da frequência diferença, DFG (*Difference-Frequency Generation*), SHG e DFG em cascata, cSHG/DFG (*cascaded SHG/DFG*), e SFG e DFG em cascata, cSFG/DFG (*cascaded SFG/DFG*), para um PPLN uniforme. Um segundo objectivo do trabalho é o de construir ferramentas de simulação destas interações para PPLN com perfis de inversão de domínios ferroeléctricos arbitrários. Estas ferramentas de simulação consistem na integração numérica com algoritmos de Runge-Kutta, RK, e do método de Matriz de Transferência, MT, para sinais de onda contínua, CW (*Continuous Wave*). Para sinais modulados, são estudados o método de Diferenças Finitas, DF, e um método de Transformada de Fourier, TF,

Um último objectivo deste trabalho é o de observar experimentalmente a geração do segundo harmónico num PPLN uniforme, estudando a influência da temperatura na potência do sinal gerado.

## 1.2. Estado de arte

Com a invenção do laser, em 1960 por Maiman [2], foi possível obter uma fonte de luz coerente suficientemente intensa para que efeitos não-lineares fossem observados. De facto, a primeira referência à observação experimental de um fenómeno óptico não-linear ocorreu logo no ano seguinte, através da geração do segundo harmónico do laser de rubi, num cristal de quartzo, por P. A. Franken [3] e seus colaboradores, em 1961. Em 1962, Armstrong *et al.* [4] apresentaram um modelo teórico explicativo da origem dos fenómenos não-lineares e uma primeira ideia sobre como aumentar a eficiência deste tipo de processos, através da inversão periódica do valor da susceptibilidade eléctrica, que viria mais tarde a designar-se por *Quasi-Phase-Matching*, QPM. Até ao fim da primeira metade da década de 60 já todos os principais fenómenos não-lineares de segunda ordem como SHG, SFG, DFG e rectificação óptica haviam sido demonstrados experimentalmente [5].

Ainda nessa década, várias estratégias para aumentar a eficiência de SHG (aplicáveis também a SFG e DFG) foram apresentadas, para além de QPM. O desajuste de fase entre as ondas que interagem num processo não-linear, conseqüente da dispersão do índice de refração, é o motivo para a diminuição da eficiência de interacção. Através das propriedades de birrefringência e de variação do índice de refração dos cristais com a temperatura foi possível reduzir o desajuste de fase e aumentar assim a eficiência [6-8].

A utilização de maclas (*twinned crystals*) de rotação [9], a aplicação de campos eléctricos periódicos a nitrobenzeno líquido [10] e a utilização de placas finas alternadas de cristais não-lineares [11] foram algumas das técnicas utilizadas para construir estruturas com alternância

periódica da polarização dos domínios ferroelétricos e, conseqüentemente, do sinal da susceptibilidade eléctrica. A estas estruturas é usual utilizar a denominação de PP (*Periodically Poled*) e, no caso concreto de o cristal não-linear ser de niobato de lítio, estas designam-se por PPLN.

Em 1993, Yamada *et al.* [12] propuseram uma técnica em que, após a gravação de um guia de ondas num cristal de niobato lítio, fosse feita uma deposição de uma estrutura periódica de um eléctrodo, com posterior inversão dos domínios ferroelétricos, através de aplicação de um potencial eléctrico suficientemente elevado. Esta última técnica tornou-se, e ainda continua a ser, uma das mais utilizadas para fabrico de PPLN com guias de onda, permitindo uma maior flexibilidade na construção de redes de perfis de inversão de polarização mais complexos, como o sejam redes apodizadas, com saltos de fase, ou com variação do período ao longo do PPLN.

Apesar de esta tecnologia já existir há algumas décadas, os dispositivos de PPLN continuam a ser amplamente investigados na área das comunicações ópticas. A importância actual do processamento óptico de sinal é a principal impulsora do interesse recente nos PPLN e no seu vasto leque de aplicações. Algumas destas aplicações são a conversão do comprimento de onda de canais de sinais com elevadas taxas de transmissão, para diversos formatos de modulação [13, 14], conversão de formatos OTDM (*Optical Time-Division Multiplexing*) para WDM [15], geração de fotões entrelaçados [16], realização de operações lógicas no domínio óptico [17, 18], desmultiplexagem temporal [19], compensação de dispersão [20], add/drop de canais [21], detecção de fotões únicos [22], recuperação de sinal de relógio a elevadas taxas de transmissão [23], regeneração de sinal [24] e conversão de formatos de modulação [25, 26].

### 1.3. Estrutura da dissertação

Este trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo a introdução e a conclusão. O primeiro capítulo corresponde à introdução, com descrição da motivação e dos objectivos do trabalho, bem como o estado de arte e a estrutura da dissertação. No segundo capítulo é apresentada a descrição dos fenómenos não-lineares de segunda ordem, algumas propriedades do niobato de lítio e dos PPLN. No terceiro capítulo são apresentadas as equações acopladas que descrevem a evolução do campo eléctrico das ondas que interagem entre si, num fenómeno não-linear, bem como soluções analíticas destas equações. No quarto capítulo é apresentado um método de MT para PPLN, são consideradas as simulações de perfis complexos de inversão dos domínios ferroelétricas no PPLN, como redes com variação do período ao longo da PPLN (redes *chirped*), apodizadas e com modulação de fase, e são descritos métodos de DF e de TF para simulação das interacções para sinais modulados. No quinto capítulo são apresentados os resultados experimentais da obtenção do sinal gerado por SHG num PPLN uniforme, bem como a dependência deste fenómeno com a temperatura. No último capítulo desta dissertação são apresentadas as principais conclusões e perspectivas de trabalho futuro.

#### *1.4. Principais contribuições*

As principais contribuições do trabalho desenvolvido nesta dissertação, relativamente à simulação de interações não-lineares de segunda ordem, são a introdução do método de MT para SFG, DFG e cSFG/DFG em sinais CW (incluindo efeitos de perdas de propagação), e o método de TF, para sinais ópticos modulados. Estes novos métodos de simulação apresentados culminaram na submissão de um artigo para a revista científica *IEEE Journal of Lightwave Technology*, denominado de “*Transfer Matrix and Fourier Transform Methods for Simulation of Second-order Nonlinear Interactions in a PPLN Waveguide*”.

Uma outra contribuição é a elaboração de um aparato experimental que permite o acoplamento da luz entre fibras ópticas e um PPLN, possibilitando o controlo da temperatura, que pode ser utilizado para aplicações futuras com PPLN.

## 2. Interações não-lineares, niobato de lítio e PPLN

### 2.1. Polarização eléctrica não-linear e efeitos não-lineares

Quando a luz se propaga num determinado meio, o campo electromagnético da onda pode provocar dois tipos de fenómenos: ou a transição de uma certa quantidade de átomos ou moléculas de um estado próprio de energia para outro, ou alterações nas propriedades eléctricas desse meio (na distribuição e movimento das cargas eléctricas). Estas alterações podem ser a distorção da nuvem electrónica dos átomos do meio, a reorientação de moléculas isotrópicas num líquido, a electrostricção, a alteração dos movimentos de vibração e rotação dos núcleos numa molécula, e a redistribuição do número de moléculas pelos diferentes estados próprios de energia [27]. A polarização,  $P$ , é uma quantidade que está relacionada com a distribuição das cargas num dieléctrico sujeito a um determinado campo eléctrico externo, e que tem em conta as contribuições de cada um dos fenómenos mencionados em cima.

Deste modo, a polarização pode ser genericamente descrita pela seguinte equação:

$$P = \epsilon_0(\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots) = \epsilon_0\chi^{(1)}E + P_{NL}, \quad \text{Eq. 1}$$

em que  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo,  $E$  o campo eléctrico da onda e  $\chi^{(j)}$  a susceptibilidade de ordem  $j$  do meio. O primeiro termo da Eq. 1 corresponde à parte linear da polarização enquanto que os restantes são os termos não-lineares,  $P_{NL}$ . Considerando que  $P_j = \epsilon_0\chi^{(j)}E^j$  é o termo da polarização de ordem  $j$ ,  $P_2$  corresponde ao termo não-linear de segunda ordem, responsável pelos processos de SHG, SFG, DFG, efeito de Pockels, amplificação paramétrica e rectificação óptica. O termo não-linear de terceira ordem,  $P_3$ , está relacionado com fenómenos como as dispersões de Raman e Brillouin, o efeito de Kerr, a mistura de quatro ondas e a conjugação óptica de fase [28].

Partindo das equações de Maxwell é possível chegar a uma equação de onda para o campo eléctrico, que inclui os termos não-lineares:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \mu_0\sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu_0\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}. \quad \text{Eq. 2}$$

Nesta equação, o campo  $E$  resulta da soma dos campos eléctricos das ondas que interagem no processo não-linear,  $x$  é a direcção de propagação,  $t$  o tempo,  $\mu_0$  a permeabilidade magnética do vácuo,  $\epsilon$  a permissividade eléctrica e  $\sigma$  a condutividade óptica. Considerem-se duas ondas harmónicas, com um campo eléctrico do tipo  $E_j = 1/2 \cdot \{E_j \exp[i(\omega_j t - k_j x)] + c.c.\}$ , com  $j = 1$  ou  $j = 2$ ,  $E_i$  a amplitude do campo,  $\omega_j$  e  $k_j$  a frequência angular e número de onda respectivamente e  $c.c.$  o complexo conjugado do termo anterior. Os termos não-lineares de segunda ordem são descritos por [28]:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \epsilon_0 \chi^{(2)} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2 \\
 &= \frac{1}{4} \epsilon_0 \chi^{(2)} \{ 2E_1 E_1^* + 2E_2 E_2^* \\
 &\quad + (E_1^2 e^{i(2\omega_1 t - 2k_1 x)} + E_2^2 e^{i(2\omega_2 t - 2k_2 x)} + 2E_1 E_2 e^{i[(\omega_2 + \omega_1)t - (k_2 + k_1)x]} \\
 &\quad + 2E_1^* E_2 e^{i[(\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 - k_1)x]} + c. c. ) \}. \tag{Eq. 3}
 \end{aligned}$$

É possível definir  $P_2$  como a soma de vários termos não-lineares, associados a diferentes fenómenos, de tal modo que  $P_2 = 1/2 \cdot \sum_n [P^{\omega_n} \cdot e^{i(\omega_n t - k_n x)}]$ . Obtém-se assim os termos de  $P^{2\omega_1}$  e  $P^{2\omega_2}$ , relacionados com SHG,  $P^{\omega_1 + \omega_2}$  com SFG,  $P^{\omega_2 - \omega_1}$  com DFG e os termos  $P^0 = \epsilon_0 \chi^{(2)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*)$  com a rectificação óptica.

Na prática, é usual definir o coeficiente de não-linearidade,  $d = 1/2 \cdot \chi^{(2)}$ , para a descrição dos fenómenos não-lineares de segunda ordem. Em materiais anisotrópicos, o valor da susceptibilidade eléctrica de segunda ordem é dependente da orientação do cristal relativamente à luz incidente. Assim, o coeficiente de não-linearidade é na realidade um tensor, de ordem 3, com 27 componentes. Se forem consideradas relações de simetria de permutação intrínseca e de o meio não ter perdas, este tensor pode ser reduzido para apenas 18 componentes independentes [28]. No caso concreto do niobato de lítio, destaca-se a componente  $d_{33}$  deste tensor, por ser a de maior valor: 27 pm/V. De modo a tirar partido desta componente do tensor de não-linearidade, os sinais de entrada devem estar polarizados segundo a direcção  $z$  (eixo  $c$  do cristal), fazendo com que a nova onda formada mantenha esta polarização.

## 2.2. SHG, SFG e DFG

O processo de SHG é um fenómeno em que uma onda coerente com frequência angular  $\omega_1$ , ao propagar num meio não-linear, induz à geração de outra onda coerente, mas com uma frequência dupla da original. Esta situação ocorre porque dois fotões, com a mesma frequência, são absorvidos, elevando o estado electrónico dos átomos no material não-linear para um nível intermédio. Este nível tem uma energia superior ao estado inicial, no valor da soma da energia dos dois fotões absorvidos e que não corresponde a um estado próprio do sistema, daí alguns autores o referirem como um estado virtual. Ao regressar ao estado fundamental, dá-se a criação de apenas um fotão, com o dobro da frequência [29]. O tempo em que o sistema permanece no estado virtual é da ordem de grandeza do tempo de resposta à distorção da nuvem electrónica, pelo se pode considerar que o processo de absorção e emissão dos fotões ocorre praticamente em simultâneo [27].

De forma semelhante ao que ocorre para SHG, no processo de SFG há absorção simultânea de dois fotões, elevando o nível energético para um estado intermédio, com posterior emissão de um fotão com energia igual à soma das energias dos fotões iniciais. No processo de DFG, ao longo da propagação no meio não-linear, há transferência de potência da onda com

frequência superior para as outras duas. Deste modo, quando dois fótons incidem no meio não-linear, o fóton mais energético eleva a energia do sistema para o estado intermédio, e o fóton menos energético estimula a emissão de dois fótons, um com energia igual à do fóton estimulante e outro com energia correspondente à diferença entre as energias dos fótons iniciais. Através deste processo, dois tipos de aplicação podem ser obtidos: um primeiro em que se pretende o sinal da nova frequência obtida (conversão do comprimento de onda), e um segundo onde se pretende amplificação da onda com frequência mais baixa já existente (amplificação paramétrica) [27].

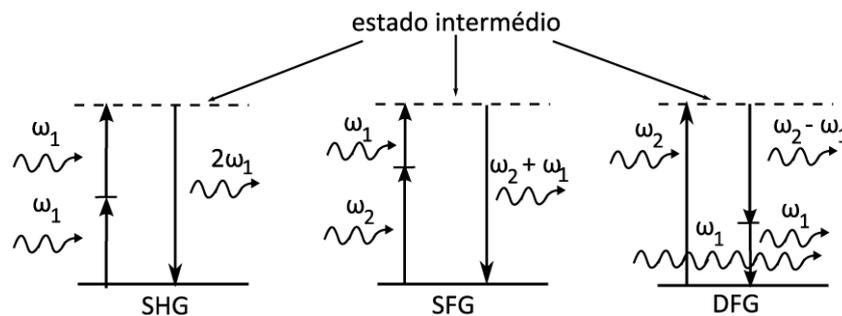


Fig. 1 – Representação esquemática dos processos de SHG, SFG e DFG. As variáveis  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são as frequências angulares das ondas.

Como será aprofundado mais adiante, a curva de eficiência de conversão para SFG e SHG num PPLN com período de inversão da polarização uniforme tem uma largura de banda reduzida (por causa do desajuste de fase), tipicamente da ordem de poucos nanómetros. Para o caso de DFG esta pode ter uma largura de banda da ordem de várias dezenas ou, tal como para SHG e SFG, de apenas alguns nanómetros.

### 2.3. Interações em cascata: cSHG/DFG e cSFG/DFG

Para as interações de SHG, SFG ou DFG simples, não é possível ter em simultâneo os sinais de entrada, bombas e o sinal convertido com um comprimento de onda na região típica das telecomunicações, nas vizinhanças dos 1550 nm (banda C). Uma estratégia utilizada para superar esta dificuldade é a de utilizar processos em cascata de SFG ou SHG, seguidas de DFG, pois é possível que o sinal de entrada, as fontes de bombeamento (sinais cuja função é de fornecer energia para aumentar a eficiência de conversão) e o sinal convertido se situem na banda C. Deste modo, não só se utilizam apenas fontes e amplificadores ópticos típicos da área das telecomunicações, como o acoplamento entre a fibra e o PPLN pode ser efectuado através de um modo único [30, 31].

No processo de cSFG/DFG, ocorre SFG entre uma fonte de bombeamento e o sinal, obtendo-se um sinal convertido na região do infravermelho próximo (750 a 800 nm). Através de DFG e com uma bomba com comprimento de onda apropriado, o sinal é convertido para a frequência pretendida. No processo de cSHG/DFG, o segundo harmónico da bomba é produzido

na zona do infravermelho próximo, que vai interagir com o sinal de entrada através de DFG, e convertendo o comprimento de onda do sinal para a região espectral desejada, na banda C.

Tipicamente, nos processos em cascata, o período das redes de inversão dos domínios ferroelétricos está otimizado para a obtenção de QPM para processos de SHG e SFG, nas interações cSHG/DFG e cSFG/DFG, respectivamente.

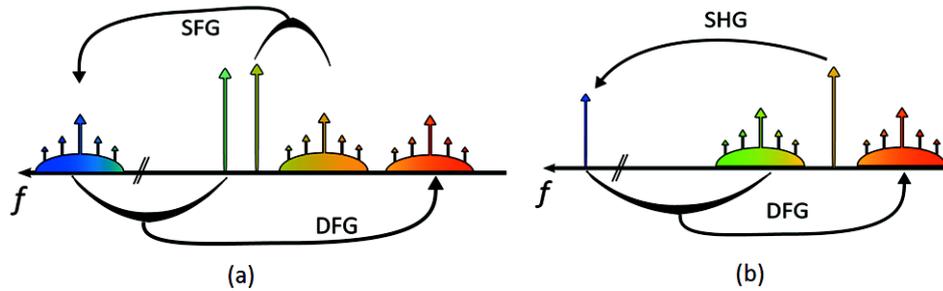


Fig. 2 – Representação esquemática dos processos de: (a) cSFG/DFG e (b) cSHG/DFG.

## 2.4. Ajuste de fase e Quasi-phase-matching

Para que as interações não-lineares ocorram da forma mais eficiente possível, deve existir um ajuste de fase (*phase-matching*) entre as ondas. Porém, dada a dispersão do índice de refração (dependência do índice de refração com a frequência), esta situação não se verifica, e ocorre um desajuste de fase, que diminui a eficiência da interação. Pode-se então definir um parâmetro de desajuste de fase para SHG, SFG e DFG. Para o caso de SHG em que  $\omega_2 = 2\omega_1$ , tem-se que o parâmetro de desajuste de fase é definido por  $\Delta k_{SHG^*} = 2\pi(n_2/\lambda_2 - 2n_1/\lambda_1)$ , para SFG, com  $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$ ,  $\Delta k_{SFG^*} = 2\pi(n_3/\lambda_3 - n_2/\lambda_2 - n_1/\lambda_1)$  e para DFG, com  $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$ ,  $\Delta k_{DFG^*} = 2\pi(n_3/\lambda_3 - n_2/\lambda_2 + n_1/\lambda_1)$ , em que  $n_j$  e  $\lambda_j$  representam, o índice de refração e o comprimento de onda da onda  $j$ , respectivamente.

Se o parâmetro de desajuste de fase,  $\Delta k$ , for nulo (ajuste de fase perfeito), a transferência de energia entre as ondas ocorre da forma mais eficiente possível. Se for não nulo, a transferência não é tão eficiente e, após a luz percorrer uma determinada distância no meio não-linear, denominada de comprimento de coerência,  $L_c$ , começa a haver transferência de energia da onda originada pelo processo não-linear para as ondas iniciais. O comprimento de coerência é definido da seguinte forma:

$$L_c = \frac{\pi}{\Delta k}. \quad \text{Eq. 4}$$

Uma das formas de reduzir o desajuste de fase é a utilização de meios não-lineares cristalinos birrefringentes. Nos cristais anisotrópicos birrefringentes há uma direcção para a qual a luz transmitida não sofre o efeito de birrefringência, isto é, o índice de refração é independente das direcções de polarização, denominada de eixo óptico. Os cristais com um único eixo óptico são designados de cristais uniaxiais. O niobato de lítio é um exemplo de um cristal uniaxial, em

que o eixo óptico é coincidente com o eixo  $c$  da estrutura cristalina. A polarização da luz perpendicular ao plano que contém o vector de propagação e o eixo óptico é denominada polarização ordinária, com um índice de refração ordinário,  $n_o$ . Se, pelo contrário, a polarização da luz se encontra no plano que contém o eixo de propagação e o eixo óptico, esta é denominada de polarização extraordinária, e experimenta um índice de refração denominado de extraordinário,  $n_e$  [32, 33]. Se as ondas de entrada e a convertida tiverem diferentes polarizações, estas vão experimentar diferentes valores de índice de refração, o que permite efectuar um ajuste de fase através da orientação dos feixes incidentes com o eixo óptico e do ajuste de temperatura [28]. Um dos problemas da obtenção de ajuste de fase através das propriedades de birrefringência no niobato de lítio é o de não se poder beneficiar da componente  $d_{33}$  do tensor de não-linearidade, pois implicaria que as polarizações de todos os sinais tivessem a mesma polarização e, portanto, experimentassem o mesmo índice de refração.

A técnica de QPM permite compensar o desajuste de fase através da inversão periódica do sinal do coeficiente de não-linearidade. A inversão do sinal do coeficiente de não-linearidade obtém-se por inversão dos domínios ferroeléctricos, técnica designada por *poling*. Algumas das vantagens desta técnica são as de se poder usufruir da componente  $d_{33}$ , de existir maior flexibilidade na escolha dos comprimentos de onda dos sinais de entrada, e da possibilidade de desenho de redes de inversão mais sofisticadas e complexas. Como já foi referido anteriormente e exemplificando para o caso de SHG, após o comprimento de coerência, a onda fundamental (de entrada) deixa de ceder energia para o segundo harmónico, para começar a receber energia deste e assim sucessivamente. Se depois de cada comprimento de coerência forem invertidos os domínios ferroeléctricos, há uma compensação do desajuste de fase das ondas, e a energia continua a ser transferida para o segundo harmónico.

O coeficiente de não-linearidade apresenta assim uma variação do tipo onda quadrada, entre os valores  $-d$  e  $+d$ , com uma periodicidade de  $\Lambda = 2\pi/\Delta k = 2L_c$ . Esta variação do coeficiente de não-linearidade pode ser descrita pela seguinte série de Fourier:

$$d(x) = d_{33} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} G_m e^{i\frac{2\pi m}{\Lambda}x}, \quad \text{Eq. 5}$$

em que  $G_m$  é o coeficiente de Fourier de ordem  $m$  ( $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ ), dado por  $G_m = 2/(m\pi) \cdot \sin(m\pi/2)$ . É usual simplificar  $d(x)$  considerando apenas o seu primeiro harmónico, isto é,  $m = \pm 1$  (+ para os processos DFG e – para SHG e SFG), o que permite redefinir os parâmetros de desajuste de fase como  $\Delta k_{SHG} = \Delta k_{SHG^*} - 2\pi/\Lambda$ ,  $\Delta k_{SFG} = \Delta k_{SFG^*} - 2\pi/\Lambda$  e  $\Delta k_{DFG} = \Delta k_{DFG^*} + 2\pi/\Lambda$ . O motivo pelo qual se considera a ordem +1 no processo de DFG e de –1 para os restantes deve-se à forma como é necessário compensar os efeitos da variação da dispersão do índice de refração.

Porém, o coeficiente de não-linearidade que as ondas vão efectivamente experimentar diminui, devido ao coeficiente de Fourier. Deste modo, pode-se definir um coeficiente de não-linearidade efectivo,  $d_{ef}$ , para a componente  $d_{33}$ , dado por  $d_{ef} = 2/\pi \cdot d_{33}$ .

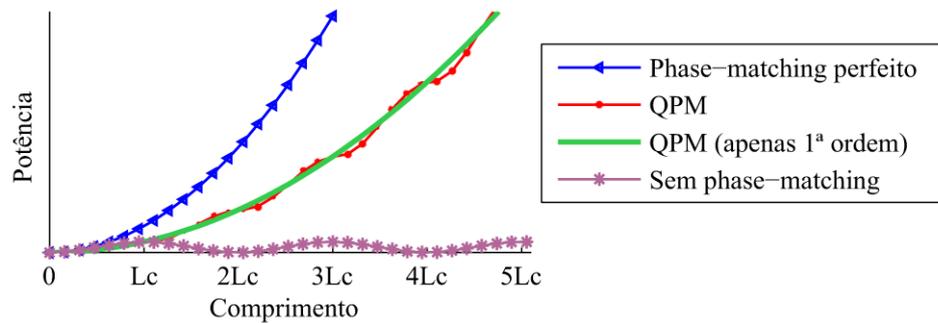


Fig. 3 – Esquema representativo da evolução do segundo harmónico num PPLN uniforme, considerando ajuste de fase perfeito, QPM com variação quadrada do coeficiente de não-linearidade, QPM considerando apenas a primeira ordem da TF da variação quadrada do coeficiente de não-linearidade, e sem ajuste de fase.

Na Fig. 3 é apresentada a variação do segundo harmónico num meio não-linear, comparando as situações de ajuste de fase perfeito, QPM e sem ajuste de fase. No primeiro caso, a potência do segundo harmónico aumenta sempre ao longo do cristal. Já para a situação em que não há ajuste de fase, a potência do segundo harmónico vai oscilando, mas mantendo-se sempre baixa. No caso de QPM, a potência cresce ao longo do cristal, com pequenas oscilações com período  $L_c$ , devidas à variação do tipo onda quadrada do coeficiente de não-linearidade. Ao considerar apenas a primeira ordem da série de Fourier na situação de QPM, a evolução é semelhante à de considerar a variação de onda quadrada do coeficiente de não-linearidade, mas as oscilações desaparecem, pois são devidas aos termos da série de Fourier de ordem superior. Um outro factor a salientar é o de que o crescimento do segundo harmónico, para QPM, não é tão acentuado como para a situação de ajuste de fase perfeito, uma vez que se considera  $d_{ef}$  e não  $d_{33}$ .

## 2.5. Niobato de lítio e PPLN

Apesar de existirem muitos outros cristais com propriedades ópticas não-lineares de segunda ordem, o niobato de lítio apresenta um conjunto de vantagens que o tornam como o material de eleição, de tal modo que é usual ser apelidado de “silício” da óptica não-linear. Dado que este material tem uma vasta gama de aplicabilidade devido aos seus elevados coeficientes fotoelástico, piroelétrico, electro-óptico, de não-linearidade, piezoelétrico, à sua ferroelectricidade e à birrefringência, o niobato de lítio tem sido produzido a uma larga escala, com grande qualidade, e com uma metodologia de fabrico (pelo método de Czochralski) bastante estável e desenvolvida [34, 35]. Para além disso, os cristais de niobato de lítio são transparentes numa gama de comprimentos desde os 350 aos 5000 nm, ideal para aplicações no visível e na região espectral típica das telecomunicações.

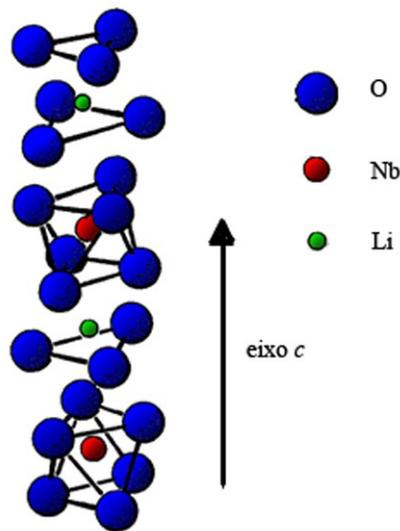


Fig. 4 – Representação esquemática da disposição dos átomos de Li, Nb e O ao longo do eixo óptico do niobato de lítio. Adaptado de [35].

O cristal de niobato de lítio é um cristal uniaxial negativo, que pode ser representado numa célula unitária hexagonal, onde o eixo  $c$  é o eixo óptico ou extraordinário. Os átomos de nióbio e lítio dispõem-se de forma alternada ao longo da direcção deste eixo, rodeados por átomos de oxigénio, como se pode observar na Fig. 4. Relativamente às propriedades de não-linearidade, deve-se salientar o facto de que a estrutura cristalina do niobato de lítio não possui um centro de inversão. Sem esta característica, o niobato de lítio não apresentaria propriedades não-lineares de segunda ordem [28].

O niobato de lítio possui ainda propriedades fotorrefractivas, que resultam na alteração do índice de refacção pela luz incidente, de forma semipermanente. O efeito fotorrefractivo é bastante significativo para temperaturas inferiores a 150°C e, para várias aplicações, ele é indesejável (sendo até designado por dano óptico, *optical damage*). A introdução de dopantes como o MgO permite reduzir o efeito fotorrefractivo, possibilitando a utilização dos PPLN à temperatura ambiente [36].

A curva de dispersão para o índice extraordinário do niobato de lítio pode ser parametrizada por uma equação de Sellmeier, dada por:

$$n_e^2 = a_1 + b_1F + \frac{a_2 + b_2F}{\lambda^2 - (a_3 + b_3F)^2} + \frac{a_4 + b_4F}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6\lambda^2, \quad \text{Eq. 6}$$

em que  $F$  é um parâmetro que representa a variação do índice de refacção com a temperatura,  $T$  (em °C), dado por [37]:

$$F = (T - 24.5)(T + 570.82). \quad \text{Eq. 7}$$

Os coeficientes de ajuste  $a_j$  e  $b_j$  para um cristal de niobato de lítio sem dopagem com MgO, ou dopado com MgO (a 5%) são apresentados na Tabela I, com  $\lambda$  expresso em  $\mu\text{m}$  [36, 37].

Esta parametrização é válida para a região espectral dos 0.63 aos 3.4  $\mu\text{m}$ , e temperaturas de 0 a 500°C.

Tabela I – Coeficientes de ajuste da curva de dispersão do índice de refração extraordinário.

LiNbO <sub>3</sub> (sem dopagem com MgO)		LiNbO <sub>3</sub> (com dopagem com MgO a 5%)	
$\alpha_1 = 5.35583$	$\alpha_6 = 1.5334 \times 10^{-2} \mu\text{m}^{-2}$	$a_1 = 5.756$	$a_6 = 1.32 \times 10^{-2} \mu\text{m}^{-2}$
$\alpha_2 = 0.100473 \mu\text{m}^2$	$b_1 = 4.629 \times 10^{-7} \text{°C}^{-2}$	$a_2 = 0.0983 \mu\text{m}^{-2}$	$b_1 = 2.86 \times 10^{-6} \text{°C}^{-2}$
$\alpha_3 = 0.20692 \mu\text{m}$	$b_2 = 3.862 \times 10^{-8} \mu\text{m}^2 \cdot \text{°C}^{-2}$	$a_3 = 0.202 \mu\text{m}$	$b_2 = 4.700 \times 10^{-8} \mu\text{m}^2 \cdot \text{°C}^{-2}$
$\alpha_4 = 100 \mu\text{m}^2$	$b_3 = -0.89 \times 10^{-8} \mu\text{m} \cdot \text{°C}^{-2}$	$a_4 = 189.32 \mu\text{m}^2$	$b_3 = 6.113 \times 10^{-8} \mu\text{m} \cdot \text{°C}^{-2}$
$\alpha_5 = 11.34927 \mu\text{m}$	$b_4 = 2.657 \times 10^{-5} \mu\text{m}^2 \cdot \text{°C}^{-2}$	$a_5 = 12.52 \mu\text{m}$	$b_4 = 1.516 \times 10^{-4} \mu\text{m}^2 \cdot \text{°C}^{-2}$

Na Fig. 5 estão representadas as curvas de dispersão do índice de refração do niobato de lítio, com dopagem a 5% e sem dopagem com MgO. A dopagem com MgO provoca uma diminuição no índice de refração, que se vai repercutir no comprimento de onda para o qual ocorre a condição de QPM, para um determinado período de inversão dos domínios ferroelétricos. Através da análise da Fig. 5-(b), é possível concluir que a variação do índice de refração com a temperatura permite um ajuste do comprimento de onda para o qual ocorre a condição de QPM. O conhecimento da curva de dispersão do índice de refração, bem como a sua dependência com a temperatura, torna-se indispensável para o desenho das redes de PPLN e para escolha dos comprimentos de onda dos sinais de entrada e das bombas.

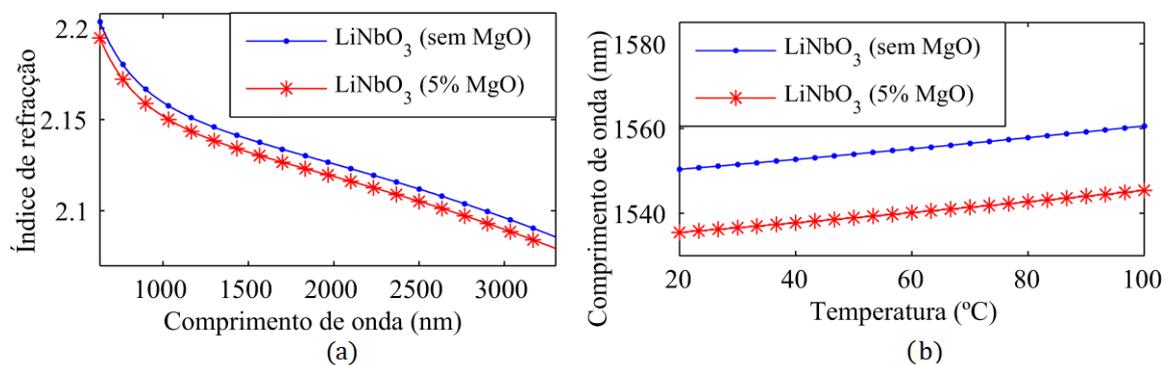


Fig. 5 – (a) Representação da curva de dispersão do índice de refração para o niobato de lítio, a 25°C, com dopagem (a 5%) e sem dopagem de MgO. (b) Dependência do comprimento de onda para o qual ocorre QPM da onda fundamental, num processo de SHG, numa rede com um período de 19  $\mu\text{m}$ .

Como já foi referido anteriormente, a inversão dos domínios ferroelétricos pode ser efectuada através da aplicação de campos eléctricos suficientemente fortes, de modo a alterar a polarização dos domínios. Existem várias técnicas para produzir PPLN, das quais se podem referir a aplicação dos campos eléctricos durante o crescimento de niobato de lítio pelo processo de Czochralski [38], através de um feixe de electrões [39], ou através da deposição de uma estrutura

periódica de eléctrodos sobre o cristal [12]. Na Fig. 6 é representado este último processo de produção de dispositivos de PPLN.

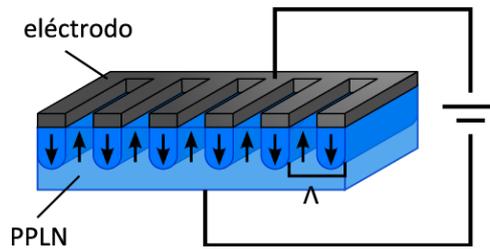


Fig. 6 – Representação esquemática da inversão dos domínios ferroelétricos no niobato de lítio por aplicação de campo eléctrico em eléctrodos depositados sobre o cristal, com  $\Lambda$  o período das inversões.

A utilização de PPLN para as comunicações por fibra óptica requer um acoplamento da luz entre a fibra e o cristal. Uma forma de efectuar este acoplamento está representada na Fig. 7-(a), em que a luz proveniente da fibra é focada para o PPLN. Porém, nas zonas mais próximas das extremidades do cristal, o confinamento da luz é inferior, o que diminui a eficiência de interacção. Através da inclusão de um guia de ondas num PPLN, pode-se obter um maior confinamento dos campos ópticos das ondas e por distâncias superiores (Fig. 7-(b)). Num guia de ondas, o diâmetro transversal do modo mantém, aproximadamente, as dimensões do guia, da ordem de apenas alguns comprimentos de onda, e durante todo o comprimento do cristal [40].

O fabrico de guias de onda em PPLN pode ser efectuada de diversas formas como, por exemplo, por difusão a altas temperaturas de Ti ou Zn, imersão em ácido benzóico, ocorrendo troca de iões  $\text{Li}^+$  por  $\text{H}^+$ , seguida de tratamento térmico (método APE, *annealed proton exchange*), ou por implantação iónica [30]. Nos guias de onda fabricados pelo método de APE, apenas o índice de refração extraordinário sofre um aumento do seu valor, pelo que só as ondas com polarização extraordinária são guiadas.

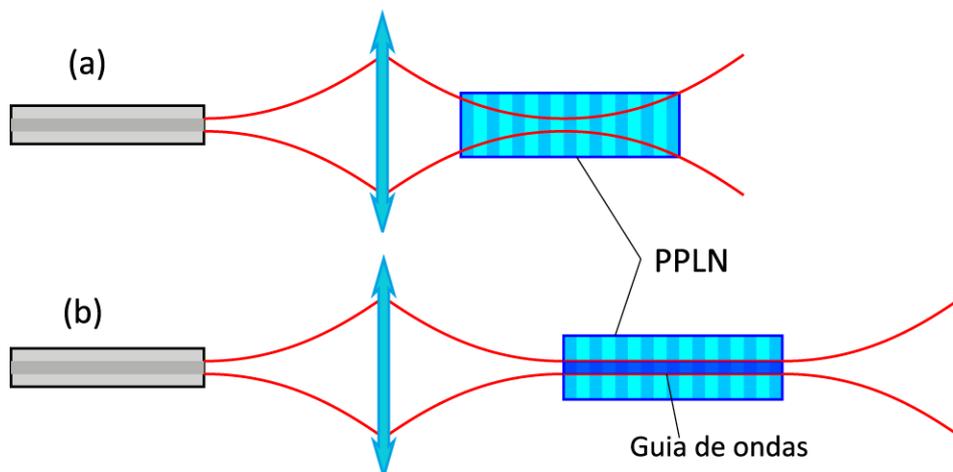


Fig. 7 – Representação esquemática do acoplamento da luz de uma fibra óptica para um PPLN: (a) sem guia de ondas, e (b) com guia de ondas.



### 3. Equações acopladas, soluções analíticas e simulações numéricas

#### 3.1. Equações acopladas

Considere-se que o campo eléctrico de uma onda  $j$ , com frequência angular  $\omega_j$ , que se propaga segundo a direcção  $x$ , pode ser descrito por:

$$E_j(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \gamma_j e_j(z, y) \left[ A_j(x, t) e^{i(\omega_j t - k_j x)} + c. c. \right]. \quad \text{Eq. 8}$$

Nesta equação,  $A_j(x, t)$  é uma função que contém a informação de amplitude e de fase, ao longo do tempo e direcção de propagação, e que o produto com o seu complexo conjugado corresponde à potência óptica, ou seja,  $P_{opt,j} = |A_j(x, t)|^2$ . O parâmetro  $\gamma_j = \sqrt{2/(n_j c \epsilon_0)}$  é uma constante de normalização,  $c$  a velocidade da luz no vazio e  $e_j(z, y)$  o perfil transversal do campo normalizado. Admita-se, genericamente, que o coeficiente de não-linearidade possa assumir variação transversal e decomposto num produto de um perfil transversal normalizado,  $d(z, y)$ , e outra referente à forma como este coeficiente varia ao longo da direcção de propagação,  $d(x)$  entre os valores  $d_{33}$  e  $-d_{33}$ . A partir da equação de onda não-linear (Eq. 2), e considerando a aproximação de variação lenta da amplitude do campo ao longo de  $x$  (que se traduz em desprezar o termos dependentes da segunda derivada em ordem a  $x$ ), é possível obter um sistema de equações diferenciais acopladas que descrevem as interacções de SHG, SFG, DFG, cSHG/DFG e cSFG/DFG [40].

Para qualquer um dos processos, as equações de cada sistema têm uma forma semelhante, dada pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial A_j}{\partial x} + \frac{1}{v_j} \frac{\partial A_j}{\partial t} - i \frac{k_j''}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} = F_j - \frac{\alpha_j}{2} A_j. \quad \text{Eq. 9}$$

No primeiro membro da Eq. 9, o primeiro termo corresponde à evolução da amplitude dos campos ao longo da direcção de propagação; o segundo, dependente da velocidade de grupo,  $v_j$ , dada pelo inverso da derivada da constante de propagação em ordem à frequência angular, traduz a propagação do sinal ao longo do tempo. O terceiro termo é dependente da segunda derivada da constante de propagação em ordem à frequência angular,  $k_j''$ , e está relacionado com o fenómeno da dispersão da velocidade de grupo do sinal. No membro do lado direito da Eq. 9, o primeiro termo,  $F_j$ , corresponde a uma função representativa da interacção não-linear de segunda ordem e o segundo, dependente do coeficiente de perdas,  $\alpha_j$ , representa as perdas de propagação. Também a função  $F_j$  tem uma forma semelhante para todas as equações, resultando do produto de  $-i$  por uma constante,  $\kappa_j$ , pelos campos normalizados das outras ondas que interagem no processo de mistura de três ondas e por um termo exponencial, representativo do desajuste de fase. A constante  $\kappa_j$ , relativa à onda com frequência angular  $\omega_j$ , e que interage com as ondas com frequências  $\omega_l$  e  $\omega_k$  no processo não-linear, é definida por [40]:

$$\kappa_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} \sqrt{\frac{2}{n_l n_j n_k c \epsilon_0 A_{ef}}} d_{ef}, \quad \text{Eq. 10}$$

em que  $A_{ef}$  é a área transversal efectiva de interacção, relacionada com a sobreposição dos campos transversais das ondas e do perfil transversal do coeficiente de não-linearidade, definido por [40]:

$$A_{ef} = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} d(z, y) e_l(z, y) e_j(z, y) e_k(z, y) dz dy \right|^{-2}. \quad \text{Eq. 11}$$

Para guias de onda típicos, e comprimentos de onda na banda C ou na região dos 750 a 800 nm, os valores de  $A_{ef}$  são tipicamente da ordem dos  $50 \mu\text{m}^2$ . Nestas condições, os guias de onda típicos, gravados nos PPLN, são monomodo para comprimentos de onda na banda C, mas multimodo para as da região do infravermelho próximo. Todavia, apenas as interações com o modo fundamental são consideráveis, por causa do desajuste de fase e do resultado do integral de sobreposição (Eq. 11) para os restantes modos [31, 41]. Na situação em que todas as ondas de interacção são ondas contínuas, as derivadas temporais são nulas, simplificando as equações acopladas.

Nesta secção, para as equações acopladas e as soluções analíticas apresentadas, apenas se consideram redes de inversão dos domínios ferroeléctricos uniformes.

### 3.1.1. SHG

No caso de SHG (com  $\omega_2 = 2\omega_1$ ), dois fotões da onda com frequência mais baixa originam um único fotão do segundo harmónico, pelo que na equação da onda com frequência angular  $\omega_2$ , é necessário introduzir um factor de 1/2. Obtém-se assim o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i \frac{\kappa_2}{2} A_1^2 e^{i\Delta k_{SHG} z} - \frac{\alpha_2}{2} A_2 \quad \text{Eq. 12a}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i \kappa_1 A_2 A_1^* e^{-i\Delta k_{SHG} z} - \frac{\alpha_1}{2} A_1, \quad \text{Eq. 12b}$$

em que  $A_1^*$  designa o complexo conjugado de  $A_1$ .

### 3.1.2. SFG

Para o caso de SFG, com  $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$ , obtêm-se as equações:

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial A_3}{\partial t} - i \frac{k_3''}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = -i \kappa_3 A_2 A_1 e^{i\Delta k_{SFG} z} - \frac{\alpha_3}{2} A_3 \quad \text{Eq. 13a}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i\kappa_2 A_3 A_1^* e^{-i\Delta k_{SFG} \cdot z} - \frac{\alpha_2}{2} A_2 \quad \text{Eq. 13b}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i\kappa_1 A_3 A_2^* e^{-i\Delta k_{SFG} \cdot z} - \frac{\alpha_1}{2} A_1. \quad \text{Eq. 13c}$$

### 3.1.3. DFG

O sistema de equações que descreve a interação de DFG (com  $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$ ), é descrito pela Eq. 14:

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial A_3}{\partial t} - i \frac{k_3''}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = -i\kappa_3 A_2 A_1^* e^{i\Delta k_{DFG} \cdot z} - \frac{\alpha_3}{2} A_3 \quad \text{Eq. 14a}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i\kappa_2 A_3 A_1 e^{-i\Delta k_{DFG} \cdot z} - \frac{\alpha_2}{2} A_2 \quad \text{Eq. 14b}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i\kappa_1 A_2 A_3^* e^{i\Delta k_{DFG} \cdot z} - \frac{\alpha_1}{2} A_1. \quad \text{Eq. 14c}$$

### 3.1.4. cSHG/DFG

Os processos de interação em cascata têm a particularidade de uma das ondas estar envolvida em dois processos não-lineares em simultâneo, pelo que a função  $F_j$  é composta por duas contribuições. No caso particular de cSHG/DFG, em que  $\omega_3 = 2\omega_1$  (SHG), e  $\omega_4 = \omega_3 - \omega_2$  (DFG), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial A_4}{\partial z} + \frac{1}{v_4} \frac{\partial A_4}{\partial t} - i \frac{k_4''}{2} \frac{\partial^2 A_4}{\partial t^2} = -i\kappa_4 A_3 A_2^* e^{i\Delta k_{DFG,2} \cdot z} - \frac{\alpha_4}{2} A_4 \quad \text{Eq. 15a}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial A_3}{\partial t} - i \frac{k_3''}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = -i\kappa_{3,1} A_2 A_4 e^{-i\Delta k_{DFG,2} \cdot z} - \frac{i\kappa_{3,2}}{2} A_1^2 e^{i\Delta k_{SHG,2} \cdot z} - \frac{\alpha_3}{2} A_3 \quad \text{Eq. 15b}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i\kappa_2 A_3 A_4^* e^{i\Delta k_{DFG,2} \cdot z} - \frac{\alpha_2}{2} A_2 \quad \text{Eq. 15c}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i\kappa_1 A_3 A_1^* e^{-i\Delta k_{SHG,2} \cdot z} - \frac{\alpha_1}{2} A_1. \quad \text{Eq. 15d}$$

Na Eq. 15, os parâmetros de desajuste de fase são dados por  $\Delta k_{DFG,2} = 2\pi(n_4/\lambda_4 - n_3/\lambda_3 + n_2/\lambda_2 + 1/\Lambda)$  e  $\Delta k_{SHG,2} = 2\pi(n_3/\lambda_3 - 2n_1/\lambda_1 + 1/\Lambda)$ , e as constantes  $\kappa_{3,1}$  e  $\kappa_{3,2}$  são descritas pela Eq. 10, relativas às ondas com frequências  $\omega_3$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_4$  para  $\kappa_{3,1}$ , e  $\omega_3$  e  $\omega_1$  para  $\kappa_{3,2}$ .

### 3.1.5. cSFG/DFG

No caso de cSFG/DFG, e considerando que  $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$  (SFG) e  $\omega_5 = \omega_3 - \omega_4$  (DFG), o sistema de equações que descreve este processo é dado por:

$$\frac{\partial A_5}{\partial z} + \frac{1}{v_5} \frac{\partial A_5}{\partial t} - i \frac{k_5''}{2} \frac{\partial^2 A_5}{\partial t^2} = -i \kappa_5 A_3 A_4^* e^{i \Delta k_{DFG,3} z} - \frac{\alpha_5}{2} A_5 \quad \text{Eq. 16a}$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial z} + \frac{1}{v_4} \frac{\partial A_4}{\partial t} - i \frac{k_4''}{2} \frac{\partial^2 A_4}{\partial t^2} = -i \kappa_4 A_3 A_5^* e^{i \Delta k_{DFG,3} z} - \frac{\alpha_4}{2} A_4 \quad \text{Eq. 16b}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{v_3} \frac{\partial A_3}{\partial t} - i \frac{k_3''}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = -i \kappa_{3,1} A_1 A_2 e^{i \Delta k_{SFG} z} - i \kappa_{3,2} A_5 A_4 e^{-i \Delta k_{DFG} z} - \frac{\alpha_3}{2} A_3 \quad \text{Eq. 16c}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i \kappa_2 A_3 A_1^* e^{-i \Delta k_{SFG} z} - \frac{\alpha_2}{2} A_2 \quad \text{Eq. 16d}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i \kappa_1 A_3 A_2^* e^{-i \Delta k_{SFG} z} - \frac{\alpha_1}{2} A_1, \quad \text{Eq. 16e}$$

com  $\Delta k_{DFG,3} = 2\pi(n_5/\lambda_5 - n_3/\lambda_3 + n_4/\lambda_4 + 1/\Lambda)$  e as constantes  $\kappa_{3,1}$  e  $\kappa_{3,2}$  descritas pela Eq. 10, relativas às ondas com frequências angulares  $\omega_3$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_1$  para  $\kappa_{3,1}$ , e  $\omega_3$ ,  $\omega_5$  e  $\omega_4$  para  $\kappa_{3,2}$ .

### 3.2. Soluções analíticas das equações acopladas

Nesta secção são apresentadas soluções analíticas para as equações acopladas dos processos de SHG, SFG e DFG, considerando as aproximações de propagação num meio sem perdas, sem depleção de bomba, e para ondas CW. Desta feita, os termos das equações acopladas dependentes das derivadas temporais e da constante de perdas podem ser desprezados. São também apresentadas aproximações para as soluções dos processos em cascata, considerando a aproximação de que os fenómenos de SHG (ou de SFG para cSFG/DFG) e de DFG ocorrem de forma independente.

Nos processos de SFG e DFG é usual existir um sinal de entrada, uma fonte de bombeamento e o sinal convertido, cada um associado a um determinado comprimento de onda. Usualmente a potência da bomba é muito superior à potência do sinal de entrada, pelo que a sua variação ao longo do guia de ondas no PPLN não é muito significativa, e pode-se considerar que esta se mantém constante ao longo do PPLN. Esta aproximação é denominada de aproximação de não depleção de bomba, e permite eliminar uma das equações acopladas.

Para a obtenção de todas as soluções que são apresentadas nesta secção considera-se uma área efectiva típica de  $50 \mu\text{m}^2$ , uma temperatura de  $25^\circ\text{C}$  e uma curva de dispersão do índice de refração tal como é dada pela Eq. 6, para um PPLN dopado a 5% com MgO. De forma a comprovar as soluções analíticas obtidas, são também obtidas soluções numéricas, calculadas por um método de RK de quarta ordem.

#### 3.2.1. SHG

De forma a obter de uma solução analítica da Eq. 12, considere-se a situação de QPM, com  $\Delta k_{SFG} = 0$  e que os campos  $A_j$  são descritos por  $A_j = \rho_j e^{i\phi_j}$ , com  $\rho_j$  a amplitude do campo

e  $\phi_j$  a sua fase. É possível obter um novo sistema de equações acopladas para as amplitudes,  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , bem como para a fase total,  $\theta = 2\phi_1 - \phi_2$  [4, 28]. Se a potência da onda fundamental for sempre transferida para o segundo harmónico, independentemente da razão entre as potências dos dois sinais, e para um comprimento de interacção no meio não-linear suficientemente elevado, então obtém-se que  $\theta(x) = \pi/2$ ,  $\phi_1(x) = \phi_1(0)$  e  $\phi_2(x) = 2\phi_1(0) - \pi/2$  [28]. No início do PPLN, apenas existe a onda fundamental, com uma potência dada por  $\rho_1^2(0)$  e com uma fase de  $\phi_1(0)$ . Uma vez que as perdas são desprezáveis, a potência total mantém-se constante, pelo que  $\rho_1^2(x) + \rho_2^2(x) = \rho_1^2(0)$ . A solução da Eq. 12 é então dada por:

$$A_1(x) = \rho_1(0) \operatorname{sech}[\kappa_1 \rho_1(0)x] \cdot e^{\phi_1(0)} \quad \text{Eq. 17a}$$

$$A_2(x) = -i\rho_1(0) \tanh[\kappa_1 \rho_1(0)x] \cdot e^{2i\phi_1(0)}. \quad \text{Eq. 17b}$$

Para comprimentos de interacção curtos e potências da onda fundamental baixas,  $\tanh[\kappa_1 \rho_1(0)x]$  pode ser aproximado simplesmente a  $\kappa_1 \rho_1(0)x$ , e a função *sech* à unidade. A potência do segundo harmónico é então dada por  $P_{opt,2}(x) = P_{opt,1}(0)^2 \kappa_1^2 x^2$ .

Considere-se agora que o ajuste de fase não é perfeito, isto é,  $\Delta k_{SHG} \neq 0$ , e que o comprimento de interacção é suficientemente curto, de modo a que a potência da onda fundamental se mantenha praticamente constante. Neste caso, a solução da Eq. 12a é dada pela expressão:

$$A_2(x) = -i\kappa_1 \cdot \rho_1^2(0) e^{2i\phi_1(0)} \cdot x \frac{(e^{i\Delta k_{SHG}x} - 1)}{\Delta k_{SHG}x}. \quad \text{Eq. 18}$$

O termo  $(e^{i\Delta k_{SHG}x} - 1)/(\Delta k_{SHG}x)$  corresponde aos efeitos do desajuste de fase e a potência do segundo harmónico é dada por  $P_{opt,2}(x) = P_{opt,1}(0)^2 \kappa_1^2 x^2 \cdot \operatorname{sinc}^2(\Delta k_{SHG}x)$ .

De forma a introduzir os efeitos de desajuste de fase e de depleção da onda fundamental, simultaneamente, pode-se considerar que o campo do segundo harmónico é descrito pela Eq. 17b, mas multiplicado pelo termo dos efeitos de desajuste de fase, apresentado na Eq. 18. Obtém-se assim a seguinte expressão:

$$A_2(x) = -i\rho_1(0) \tanh[\kappa_1 \rho_1(0)x] \cdot e^{2i\phi_1(0)} \frac{(e^{i\Delta k_{SHG}x} - 1)}{\Delta k_{SHG}x}. \quad \text{Eq. 19}$$

A diferença de fase é expressa por  $\Delta\phi = \phi_2 - 2\phi_1(0) = \Delta k_{SHG}x/2 - \pi/2$ , pelo que a fase varia linearmente com o parâmetro de desajuste de fase e com o comprimento de interacção.

Os resultados de simulações de SHG, para um sinal CW de entrada de 10 mW, com fase inicial nula, com o comprimento de onda a variar de 1550 a 1558 nm, num PPLN uniforme com 1 cm de comprimento e com um período de 19.5  $\mu\text{m}$  são apresentados na Fig. 8.

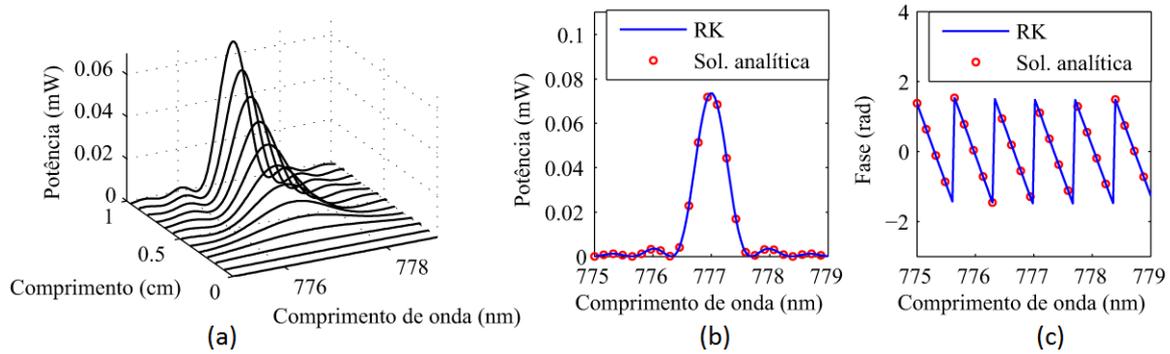


Fig. 8 – (a) Evolução da potência do segundo harmónico ao longo de um PPLN com 1 cm de comprimento e período de  $19.5 \mu\text{m}$ , em função do comprimento de onda, obtidos pelo método de RK. (b) Comparação da potência de segundo harmónico, à saída do PPLN, calculada a partir do método de RK e a partir da solução analítica. (c) Comparação da fase do segundo harmónico, à saída do PPLN.

A partir dos resultados apresentados na Fig. 8-(a) é possível verificar que a potência do segundo harmónico vai aumentando ao longo do comprimento do PPLN, para uma banda de comprimentos de onda próximos do qual a condição de QPM é atingida (nos  $1554 \text{ nm}$  para a onda fundamental, neste caso). Ao longo do PPLN, a largura espectral dessa banda diminui, devido aos efeitos cumulativos do desajuste de fase, com evolução descrita pela função *sinc*. Os saltos de fase de  $\pi$ , que ocorrem nos comprimentos de onda correspondentes aos nulos da potência do segundo harmónico e para a situação de QPM, surgem porque a fase está definida apenas entre  $-\pi/2$  e  $\pi/2$ . Os resultados apresentados acima permitem concluir que a solução analítica obtida é uma boa aproximação à solução obtida por integração numérica, quer para a potência do segundo harmónico, quer para a fase.

Porém, se a potência do sinal de entrada e/ou o comprimento do PPLN forem muito superiores, a solução analítica apresentada já não aproxima tão bem a solução numérica. Na Fig. 9 são apresentados os resultados de simulações de SHG, mas agora com uma potência inicial de  $50 \text{ mW}$  e um comprimento do PPLN de  $6 \text{ cm}$ , nos quais se pode verificar que há uma diferença significativa da aproximação analítica relativamente à solução numérica.

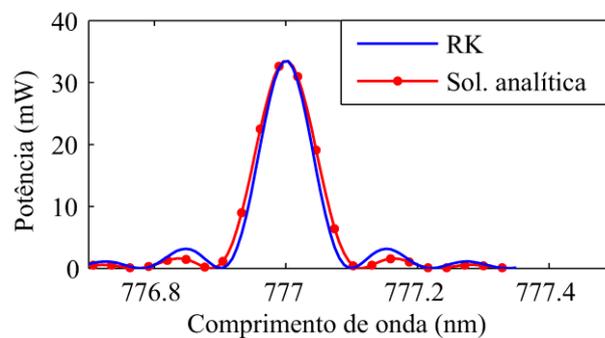


Fig. 9 – Comparação da potência de segundo harmónico, à saída do PPLN, calculada a partir do método de RK e a partir da solução analítica. O comprimento do PPLN é de  $6 \text{ cm}$  e o período de  $19.5 \mu\text{m}$ .

### 3.2.2. SFG

Para a obtenção da solução analítica da interacção SFG, considere-se que a onda com frequência angular  $\omega_1$  é uma bomba e não sofre depleção. Assim, é possível a obtenção de uma solução analítica para as equações acopladas da Eq. 13:

$$A_3(x) = e^{(i\frac{\Delta k_{SFG}}{2}x)} \left\{ \left[ \cos(\delta x) - \frac{i\Delta k_{SFG}}{2\delta} \sin(\delta x) \right] \cdot A_3(0) - i\kappa_3 A_1 \frac{\sin(\delta x)}{\delta} A_2(0) \right\} \quad \text{Eq. 20a}$$

$$A_2(x) = e^{(-i\frac{\Delta k_{SFG}}{2}x)} \left\{ i \left[ \left( \frac{\Delta k_{SFG}}{2} \right)^2 - \delta^2 \right] \frac{\sin(\delta x)}{\delta \kappa_3 A_1} \cdot A_3(0) + \left[ \cos(\delta x) + \frac{i\Delta k_{SFG}}{2\delta} \sin(\delta x) \right] A_2(0) \right\}, \quad \text{Eq. 20b}$$

onde  $\delta = (\Delta k_{SFG}^2/4 + \kappa_2 \kappa_3 A_1 A_1^*)^{1/2}$ , e  $A_3(0)$  e  $A_2(0)$  são os campos normalizados, no início do PPLN. No caso particular de  $A_3(0) = 0$ ,  $P_{opt,3}(x) = \kappa_3^2 P_{opt,1} P_{opt,2}(0) x^2 \cdot \text{sinc}^2(\delta x)$ . Deste modo, tal como para SHG, a eficiência de conversão é afectada pela função *sinc*, mas dependente do parâmetro  $\delta$ , que não depende apenas do parâmetro de desajuste de fase, mas contém uma contribuição da potência da bomba. Relativamente à fase do sinal convertido, se  $A_3(0) = 0$ , obtém-se que  $\Delta\phi = \phi_3 - \phi_2(0) - \phi_1(0) = \Delta k_{SFG} x/2 - \pi/2$ , de forma semelhante ao que ocorre para SHG.

Uma vez que nas soluções obtidas acima foi considerada a aproximação de não depleção de bomba, é necessário estabelecer um limite para os comprimentos do PPLN e potências injectadas para os quais esta aproximação é válida. Dada a natureza quântica das interacções não-lineares de segunda ordem, o número de fótons criados por SFG é igual ao número de fótons absorvidos dos sinais com frequência angular  $\omega_1$  ou  $\omega_2$ . Pode-se então relacionar as variações das potências dos sinais, obtendo-se que  $\lambda_1 \Delta P_1 = \lambda_2 \Delta P_2 = \lambda_3 \Delta P_3$ , com  $\Delta P_j$  ( $j=1,2,3$ ) a variação da potência da onda com frequência  $\omega_j$ . Uma forma de obter a relação de validade da aproximação de não depleção da bomba é a de considerar que a variação da potência da bomba é inferior a uma dada fracção,  $p$ , do seu valor inicial. Uma vez que  $\Delta P_3 = P_{opt,3}(x)$ , obtém-se a seguinte relação:

$$L < \frac{\text{asin} \left( \sqrt{\frac{p(\lambda_1 + \lambda_2) \kappa_2 P_{opt,1}}{\lambda_2 \kappa_3 P_{opt,2}(0)}}} \right)}{\sqrt{\kappa_2 \kappa_3 P_{opt,1}}}, \quad \text{Eq. 21}$$

em que  $L$  corresponde ao comprimento do PPLN. Um acordo aceitável entre as simulações e as expressões analíticas é verificado para fracções  $p$  não superiores a 0.1.

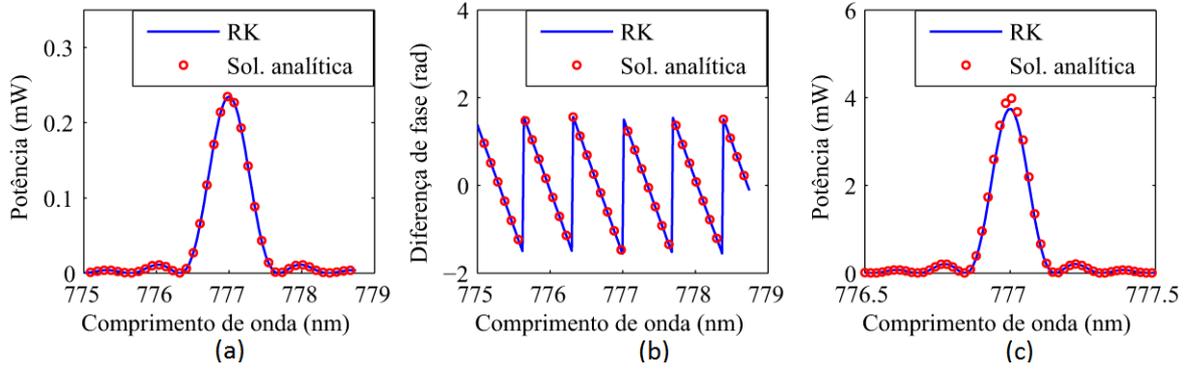


Fig. 10 – (a) Potência do sinal convertido por SFG, à saída do PPLN com 1 cm. (b) Diferença de fase entre o sinal de entrada e o sinal convertido por SFG para o PPLN com 1 cm. (c) Potência do sinal convertido por SFG, à saída do PPLN com 4.3 cm. Para todos os gráficos, os resultados foram obtidos pelo método de RK e a partir da solução analítica.

De modo a comparar a solução analítica com a solução numérica, obtida para SFG, considerou-se um sinal de entrada de 8 mW, com comprimento de onda a variar de 1547 a 1560 nm e com uma bomba de 10 mW, a 1553 nm. O período do PPLN é de 19.5  $\mu\text{m}$  e foram considerados dois comprimentos para o PPLN, 1 e 4.3 cm, para comparar os efeitos de depleção de bomba. Esse também é o motivo pelo qual o valor das potências da bomba e do sinal de entrada serem próximos. Os resultados das simulações são apresentados na Fig. 10. Para o PPLN com 1 cm, os resultados obtidos por ambos os métodos são concordantes, enquanto que para o PPLN com 4.3 cm, existe uma diferença significativa das duas soluções, para comprimentos de onda próximos daquele no qual a condição de QPM é satisfeita. Nesta situação, o comprimento do PPLN não satisfaz a condição expressa na Eq. 21.

### 3.2.3. DFG

Para o caso de DFG, duas situações diferentes têm que ser consideradas: a primeira, se a fonte de bombeamento tem frequência inferior à do sinal de entrada ( $\omega_1$ ), que se passa a designar daqui em diante por DFG1, e a segunda, na situação oposta (bomba em  $\omega_2$ ), designando-se por DFG2. No primeiro caso, a solução da Eq. 14 é semelhante à de SFG (Eq. 20), mas substituindo o parâmetro  $\Delta k_{SFG}$  por  $\Delta k_{DFG}$ , o campo  $A_1$  por  $A_1^*$  e vice-versa. Para o caso de DFG2, é necessário dividir o problema em duas situações distintas: a primeira se  $\kappa_1 \kappa_3 A_2 A_2^* \geq \Delta k_{DFG}^2/4$ , e a outra no caso oposto. No primeiro caso, define-se o parâmetro  $\delta_1 = (\kappa_1 \kappa_3 A_2 A_2^* - \Delta k_{DFG}^2/4)^{1/2}$  e, no segundo, o parâmetro  $\delta_2 = (\Delta k_{DFG}^2/4 - \kappa_1 \kappa_3 A_2 A_2^*)^{1/2}$ . Na Eq. 22 e na Eq. 23 são apresentadas as soluções das equações acopladas, para a primeira situação e para a segunda, respectivamente.

$$A_3(x) = e^{(i\frac{\Delta k_{DFG}x}{2})} \left\{ \left[ \cosh(\delta_1 x) - \frac{i\Delta k_{DFG}}{2\delta_1} \sinh(\delta_1 x) \right] A_3(0) - i\kappa_3 A_2 \frac{\sinh(\delta_1 x)}{\delta_1} A_1^*(0) \right\} \quad \text{Eq. 22a}$$

$$A_1^*(x) = e^{(-i\frac{\Delta k_{DFG}x}{2})} \left\{ i \left[ \left( \frac{\Delta k_{DFG}}{2} \right)^2 - \delta_1^2 \right] \frac{\sinh(\delta_1 x)}{\delta_1 \kappa_3 A_2} \cdot A_3(0) + \left[ \cosh(\delta_1 x) + \frac{i\Delta k_{DFG}}{2\delta_1} \sinh(\delta_1 x) \right] A_1^*(0) \right\}. \quad \text{Eq. 22b}$$

$$A_3(x) = e^{(i\frac{\Delta k_{DFG}x}{2})} \left\{ \left[ \cos(\delta_2 x) - \frac{i\Delta k_{DFG}}{2\delta_2} \sin(\delta_2 x) \right] A_3(0) - i\kappa_3 A_2 \frac{\sin(\delta_2 x)}{\delta_2} A_1^*(0) \right\} \quad \text{Eq. 23a}$$

$$A_1^*(x) = e^{(-i\frac{\Delta k_{DFG}x}{2})} \left\{ i \left[ \left( \frac{\Delta k_{DFG}}{2} \right)^2 - \delta_2^2 \right] \frac{\sin(\delta_2 x)}{\delta_2 \kappa_3 A_2} \cdot A_3(0) + \left[ \cos(\delta_2 x) + \frac{i\Delta k_{DFG}}{2\delta_2} \sin(\delta_2 x) \right] A_1^*(0) \right\}. \quad \text{Eq. 23b}$$

Se  $A_3(0) = 0$ , também para DFG (em ambos os casos) se obtêm expressões da diferença de fase semelhantes às de SHG e SFG, pois  $\Delta\phi = \phi_3 - \phi_2(0) + \phi_1(0) = \Delta k_{DFG}x/2 - \pi/2$ .

De forma a comparar as soluções analíticas com as numéricas, para as duas situações distintas de DFG, foram efectuadas simulações num PPLN com um comprimento de 1 cm e um período de 19.5  $\mu\text{m}$ , e com potências de 8 e 100 mW para o sinal de entrada e para a bomba, respectivamente. Para o caso de DFG1, o comprimento de onda varia de 1546 a 1570 nm e, para DFG2, varia de 1450 a 1660 nm. Na Fig. 11, são apresentados os resultados obtidos para a potência do sinal convertido e para a diferença de fase.

A partir da análise dos resultados apresentados na Fig. 11, verifica-se que os casos de DFG1 e DFG2 têm larguras de banda de conversão muito diferentes. Para DFG1, a largura de banda de conversão é de poucos nanómetros, de forma semelhante ao que ocorre para SHG e SFG. Já para DFG2 a largura de banda é superior a 100 nm. Esta situação ocorre porque os comprimentos de onda do sinal de entrada e do sinal convertido por DFG se encontram numa zona de variação da dispersão índice de refração pouco acentuada. Assim, também o parâmetro de desajuste de fase varia de forma menos acentuada do que para o outro caso de DFG, e a largura de banda de conversão é superior.

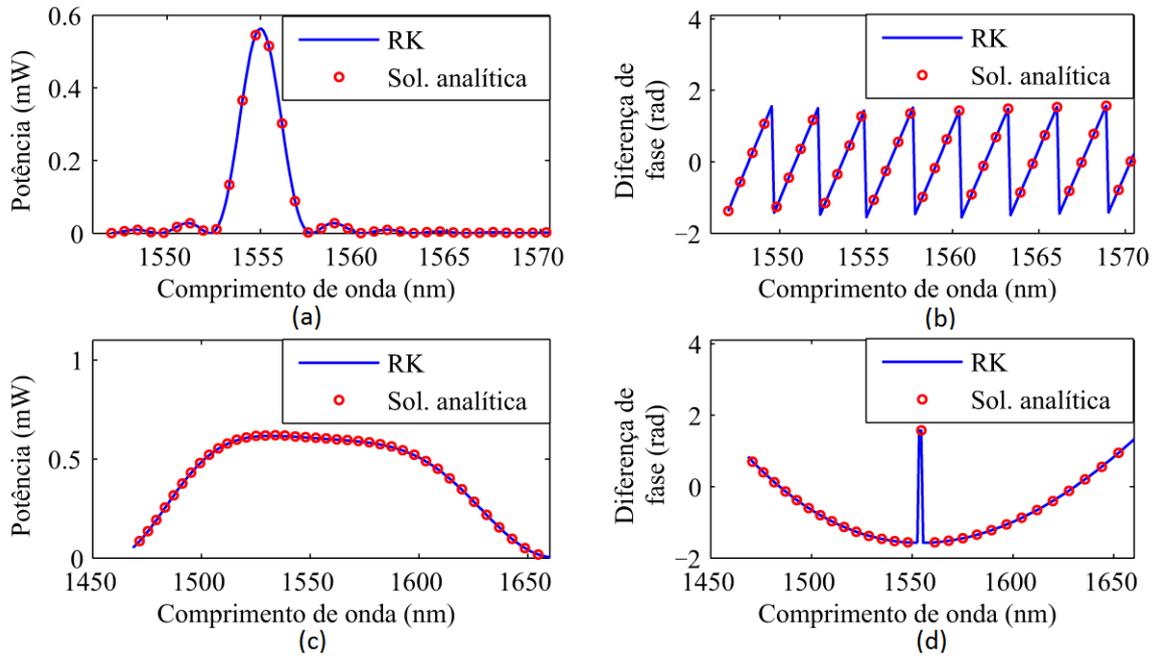


Fig. 11 – (a) Potência do sinal convertido por DFG1. (b) Fase do sinal convertido por DFG1. (c) Potência do sinal convertido por DFG2. (d) Fase do sinal convertido por DFG2. Em ambos os casos, o PPLN tem um comprimento de 1 cm e período de 19.5  $\mu\text{m}$ .

As relações para validade da aproximação de não depleção de bomba podem ser obtidas de forma semelhante ao que foi feito para SFG, na subsecção anterior. Para o caso DFG1, a expressão obtida é semelhante à da Eq. 21, mas substituindo  $\lambda_1 + \lambda_2$  por  $\lambda_1 - \lambda_2$ . Para DFG2, a expressão obtida é a seguinte:

$$L < \frac{\operatorname{asinh}\left(\sqrt{\frac{p(\lambda_1 - \lambda_2)\kappa_1 P_{opt,2}}{\lambda_1 \kappa_3 P_{opt,1}(0)}}}\right)}{\sqrt{\kappa_2 \kappa_3 P_{opt,2}}}. \quad \text{Eq. 24}$$

### 3.2.4. cSHG/DFG e cSFG/DFG

Mesmo considerando as aproximações de não depleção da bomba e de propagação num meio sem perdas, efectuadas nas subsecções anteriores, não é possível obter uma solução analítica, para cSHG/DFG ou para cSFG/DFG. Esta situação ocorre porque os sinais gerados por SHG ou SFG participam em dois tipos de interacção: a interacção de SHG ou SFG propriamente dita, e a de DFG. A derivação e substituição das equações acopladas (processos utilizados na obtenção das soluções analíticas para SFG e DFG), não permitem obter uma equação dependente apenas do campo de um só sinal que não seja uma bomba.

Todavia, outras aproximações podem ser efectuadas, como considerar que as interacções de SHG (ou SFG para cSFG/DFG) e DFG ocorrem de forma independente. Desta feita, o primeiro

passo a considerar é o de calcular os campos gerados por SHG ou SFG. De seguida, a expressão obtida no primeiro passo é substituída nas equações de DFG e a equação resultante é integrada.

Nos processos de cSHG/DFG, usualmente obtém-se QPM para a interacção de SHG, ou seja, o período do PPLN é escolhido de modo a que  $\Delta k_{SHG,2} = 0$ . Para a obtenção de uma solução analítica aproximada para cSHG/DFG, é necessário considerar que não há depleção da onda fundamental, tal como foi efectuado na Eq. 18, e também que não há depleção da potência do sinal de entrada. Sem estas aproximações, não é possível resolver a equação que descreve o fenómeno de DFG de forma analítica. Na Eq. 25 é apresentada a solução analítica aproximada para o campo do sinal convertido por cSHG/DFG.

$$A_4(x) = -\kappa_1 \kappa_4 A_1^2 A_2^* \left( -\frac{i x e^{i \Delta k_{DFG,2} x}}{\Delta k_{DFG,2}} + \frac{e^{i \Delta k_{DFG,2} x} - 1}{\Delta k_{DFG,2}^2} \right). \quad \text{Eq. 25}$$

Para o caso de cSFG/DFG, a solução aproximada para os campo normalizado é dada por:

$$A_5(x) = -\kappa_{3,1} \kappa_5 A_1 A_2 A_4^* \left[ \frac{\delta (e^{i \Delta K x} \cdot \cos(\delta x) - 1) - i \Delta K \cdot e^{i \Delta K x} \cdot \sin(\delta x)}{\delta (\Delta K^2 - \delta^2)} \right], \quad \text{Eq. 26}$$

em que o parâmetro  $\delta$  é definido tal como para SFG, na Eq. 20 e  $\Delta K = \Delta k_{DFG,3} + \Delta k_{SFG}/2$ . A evolução dos campos do sinal de entrada e do convertido por SFG é dada pela Eq. 20.

De forma a comparar as soluções obtidas por métodos numéricos e as aproximações analíticas, foram simulados os campos das ondas convertidas por cSHG/DFG e cSFG/DFG, num PPLN com um período de 19.5  $\mu\text{m}$  e comprimento de 2 cm. Para cSHG/DFG, foi considerada uma bomba com 100 mW de potência, a 1554 nm, e um sinal de entrada com comprimento de onda a variar de 1450 a 1670 nm, com 1 mW de potência. Para cSFG/DFG, o sinal de entrada apresenta 1 mW de potência, com comprimento de onda a variar de 1550 a 1558 nm e as bombas têm uma potência de 100 mW cada, sendo que a utilizada para SFG se encontra nos 1554 nm e a utilizada para DFG nos 1553 nm. Os resultados das simulações são apresentados na Fig. 12.

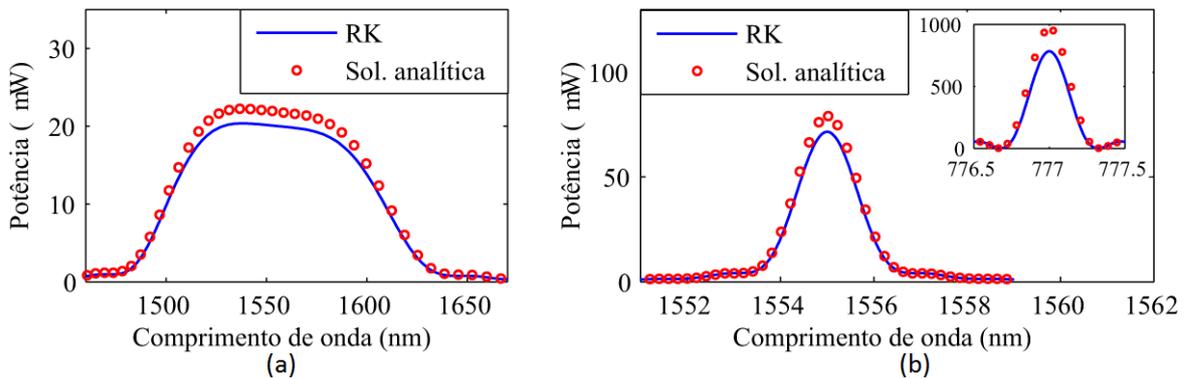


Fig. 12 – Potências dos sinais convertidos por: (a) cSHG/DFG e (b) cSFG/DFG, obtidas através do método de RK e da aproximação analítica. Em (b), o gráfico inserido no canto superior direito corresponde à potência da onda gerada por SFG na interacção de cSFG/DFG. Em ambos os casos, o PPLN tem um comprimento de 2 cm e período de 19.5  $\mu\text{m}$ .

Como é possível observar na Fig. 12, as aproximações analíticas diferem ligeiramente das numéricas, mesmo para um comprimento do PPLN relativamente curto. Para cSHG/DFG, esta situação deve-se, principalmente, ao facto de se considerar não depleção do sinal de entrada. Para cSFG/DFG, a justificação prende-se sobretudo com a consideração de que o campo da onda gerada por SFG é independente do processo de DFG. Esta última afirmação é confirmada pelo gráfico inserido no canto superior direito da Fig. 12-(b), em que se podem verificar diferenças acentuadas para a potência da onda gerada por SFG, na interacção de cSFG/DFG. Apesar destas soluções analíticas serem válidas apenas para comprimentos de interacção não muito elevados, elas permitem efectuar uma análise da dependência dos diferentes parâmetros das interacções e estudos de largura de banda de eficiência de interacção não-linear.

Deve ainda ser notado que a largura de banda de conversão de cSHG/DFG é da ordem dos 100 nm, enquanto que, para cSFG/DFG, é de poucos nanómetros. Para cSHG/DFG, o processo de DFG é o caso que foi referido anteriormente como DFG2, cuja largura de banda de conversão é também da ordem dos 100 nm. A largura de banda limitada do processo de SHG não é relevante dado que não envolve o sinal de entrada, mas apenas a fonte de bombeamento. Já para cSFG/DFG, a largura de banda de conversão é limitada porque, quer o processo de SFG, quer o de DFG (DFG1) têm larguras de banda limitadas, como já foi referido anteriormente.

## 4. Método de Matriz de Transferência, simulação de estruturas complexas em PPLN e simulação de sinais modulados

### 4.1. Método de Matriz de Transferência

A obtenção da solução das equações acopladas que descrevem a evolução das interações não-lineares para sinais CW é feita através de métodos de integração numérica comuns, como os métodos de RK. Na simulação de PPLN com perfis de inversão complexos como, por exemplo, redes com *chirp* linear, o passo de integração necessário para obter resultados convergentes pode ser da ordem, ou mesmo inferior, ao período local da rede.

Nesta secção é apresentado um novo método de Matriz de Transferência (MT), mais rápido, simples e baseado em aproximações analíticas, para obtenção das soluções das equações acopladas. Na secção 3.2, as soluções analíticas apresentadas para SFG e DFG, considerando uma rede uniforme, propagação num meio sem perdas e sem depleção da fonte de bombeamento, podem ser reescritas sob a forma de uma matriz. No método de MT, uma rede com perfil de inversão de polarização de domínios ferroeléctricos arbitrário pode ser decomposta em várias secções de menores dimensões, que são aproximados a redes uniformes. A cada uma destas secções está associada uma MT e a resposta de toda a rede é dada pelo produto das matrizes individuais de cada secção, como descrito pela seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} A_3(L) \\ A_2(L) \end{bmatrix} = T_T \cdot \begin{bmatrix} A_3(0) \\ A_2(0) \end{bmatrix} = \prod_{l=1}^M T_l \cdot \begin{bmatrix} A_3(0) \\ A_2(0) \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 27}$$

Na expressão anterior,  $T_T$  é a MT total,  $M$  é o número de secções uniformes e  $T_l$  é a MT representativa da  $l$ -ésima secção, localizada espacialmente entre  $x_l$  e  $x_{l+1}$ . No caso de DFG2, deve-se substituir o campo  $A_2$  por  $A_1^*$ .

Na Eq. 28 é apresentada a MT da  $l$ -ésima secção, para SFG.

$$T_l = \begin{bmatrix} \left[ \cos(\delta\Delta x) - \frac{i\Delta k_{SFG}}{2\delta} \sin(\delta\Delta x) \right] e^{i\frac{\Delta k_{SFG}\Delta x}{2}} & -i\kappa_3 A_1 \frac{\sin(\delta\Delta x)}{\delta} e^{i\frac{\Delta k_{SFG}x_s}{2}} \\ i \left[ \left( \frac{\Delta k_{SFG}}{2} \right)^2 - \delta^2 \right] \frac{\sin(\delta\Delta x)}{\delta\kappa_3 A_1} e^{-i\frac{\Delta k_{SFG}x_s}{2}} & \left[ \cos(\delta\Delta x) + \frac{i\Delta k_{SFG}}{2\delta} \sin(\delta\Delta x) \right] e^{-i\frac{\Delta k_{SFG}\Delta x}{2}} \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 28}$$

Na equação anterior,  $\Delta x = x_{l+1} - x_l$  e  $x_s = x_{l+1} + x_l$ . Para o caso de DFG1, a MT é semelhante, apenas substituindo o parâmetro  $\Delta k_{SFG}$  por  $\Delta k_{DFG}$ , o campo  $A_1$  por  $A_1^*$  e vice-versa.

Para DFG2, os elementos  $T_{ij}$  ( $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna) da matriz  $T_l$ , referentes à situação em que  $\kappa_1\kappa_3 A_2 A_2^* \geq \Delta k_{DFG}^2/4$ , são descritos pela Eq. 29.

$$T_{11} = \left[ \cosh(\delta_1 \Delta x) - i \frac{\Delta k_{DFG}}{2\delta_1} \sinh(\delta_1 \Delta x) \right] e^{i \frac{\Delta k_{DFG}}{2} \Delta x} \quad \text{Eq. 29a}$$

$$T_{12} = -i \kappa_3 A_2 \frac{\sinh(\delta_1 \Delta x)}{\delta_1} e^{i \frac{\Delta k_{DFG}}{2} x_s} \quad \text{Eq. 29b}$$

$$T_{21} = i \left[ \left( \frac{\Delta k_{DFG}}{2} \right)^2 - \delta_1^2 \right] \frac{\sinh(\delta_1 \Delta x)}{\delta_1 \kappa_3 A_2} e^{-i \frac{\Delta k_{DFG}}{2} x_s} \quad \text{Eq. 29c}$$

$$T_{22} = \left[ \cosh(\delta_1 \Delta x) + i \frac{\Delta k_{DFG}}{2\delta_1} \sinh(\delta_1 \Delta x) \right] e^{-i \frac{\Delta k_{DFG}}{2} \Delta x} \quad \text{Eq. 29d}$$

Para a situação em que  $\kappa_1 \kappa_3 A_2 A_2^* < \Delta k_{DFG}^2 / 4$ , a MT é semelhante à apresentada na Eq. 29, mas substituindo as funções *sinh* e *cosh* por *sin* e *cos*, respectivamente, bem como  $\delta_1$  por  $\delta_2$ .

Para os casos de SHG e cSHG/DFG não é possível obter uma MT, pois o segundo harmónico depende do quadrado do campo da onda fundamental. Dado que as MT apenas se podem aplicar a transformações lineares, não é possível representar esta dependência. Mesmo para os casos de SFG e DFG, apenas se consegue obter uma MT porque um dos sinais de entrada é uma fonte de bombeamento e, pela aproximação de não depleção de bomba, a amplitude do campo é considerada como uma constante.

No caso de cSFG/DFG, a aproximação analítica obtida na Eq. 26 não pode ser utilizada para obtenção de uma MT, uma vez que toda a aproximação se baseia na premissa de o campo de SFG ser nulo no início do guia. Deste modo, apenas se conseguiria uma MT para a primeira secção, dado que nas seguintes o campo da onda gerada por SFG seria não nulo, e a Eq. 26 não seria válida. Ao efectuar um estudo de equações diferenciais não-lineares, uma prática usual é a de obter uma solução aproximada para a linearização destas equações. Sendo  $F_j(x)$  a expressão não-linear a integrar, esta pode ser linearizada em torno de  $x_0$  por  $F_j(x) \approx F_j(x_0) + F_j'(x_0) \cdot (x - x_0)$ , onde  $F_j'$  é a primeira derivada de  $F_j$  em ordem a  $x$ . Integrando esta expressão desde  $x_0$  até  $x$ , obtém-se uma solução aproximada para a linearização das equações. Se um procedimento semelhante for efectuado para as equações acopladas da interacção de cSFG/DFG, pode-se obter uma MT de linearização. Considerando a aproximação de não depleção da bomba e propagação num meio sem perdas, é possível obter a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} A_5(x_{l+1}) \\ A_3(x_{l+1}) \\ A_2(x_{l+1}) \end{bmatrix} = T_l \cdot \begin{bmatrix} A_5(x_l) \\ A_3(x_l) \\ A_2(x_l) \end{bmatrix}, \quad \text{Eq. 30}$$

em que o elemento  $T_{ij}$  é definido por:

$$T_{11} = 1 - \kappa_5 \kappa_{3,2} A_4 A_4^* \frac{\Delta x^2}{2} \quad \text{Eq. 31a}$$

$$T_{12} = -i \kappa_5 A_4^* \left( \Delta x + i \Delta k_{DFG,3} \frac{\Delta x^2}{2} \right) \cdot e^{i \Delta k_{DFG,3} x_l} \quad \text{Eq. 31b}$$

$$T_{13} = -\kappa_5 \kappa_{3,1} A_1 A_4^* \frac{\Delta x^2}{2} e^{i(\Delta k_{DFG,3} + \Delta k_{SFG}) x_l} \quad \text{Eq. 31c}$$

$$T_{21} = -i \kappa_{3,2} A_4 \left( \Delta x - i \Delta k_{DFG,3} \frac{\Delta x^2}{2} \right) \cdot e^{-i \Delta k_{DFG,3} x_l} \quad \text{Eq. 31d}$$

$$T_{22} = 1 - (\kappa_2 \kappa_{3,1} A_1 A_1^* + \kappa_5 \kappa_{3,2} A_4 A_4^*) \frac{\Delta x^2}{2} \quad \text{Eq. 31e}$$

$$T_{23} = -i \kappa_{3,1} A_1 \left( \Delta x + i \Delta k_{SFG} \frac{\Delta x^2}{2} \right) e^{i \Delta k_{SFG} x_l} \quad \text{Eq. 31f}$$

$$T_{31} = -\kappa_2 \kappa_{3,2} A_4 A_1^* \frac{\Delta x^2}{2} e^{-i(\Delta k_{DFG,3} + \Delta k_{SFG}) x_l} \quad \text{Eq. 31g}$$

$$T_{32} = -i \kappa_2 A_1^* \left( \Delta x - i \Delta k_{SFG} \frac{\Delta x^2}{2} \right) e^{-i \Delta k_{SFG} x_l} \quad \text{Eq. 31h}$$

$$T_{33} = 1 - \kappa_2 \kappa_{3,1} A_1 A_1^* \frac{\Delta x^2}{2}. \quad \text{Eq. 31i}$$

Analisando as equações acopladas para sinais CW, estas resultam do produto de campos normalizados de variação lenta com um termo oscilatório (exponencial imaginária), cujo período é igual a  $2\pi/\Delta k$ . Se o comprimento da secção for suficientemente inferior ao período do termo oscilatório, a matriz acima indicada descreve o processo de cSFG/DFG de forma satisfatória. Comprimentos da secção menores que 1/8 do período do termo de oscilação são suficientes para se obter uma solução razoável.

Este método de linearização tem a vantagem de poder incluir os efeitos de perdas de propagação, podendo também ser aplicado para SFG e DFG. Contudo, dependentemente do valor do parâmetro de desajuste de fase, poderão ser necessárias várias MT para simular uma secção uniforme, fazendo com que a integração numérica pelo método de RK possa ser mais vantajosa.

De forma a comparar os resultados obtidos por métodos de integração de RK e a solução dada pela MT, foram efectuadas simulações para DFG (do tipo DFG2) e cSFG/DFG, num PPLN uniforme com 1 cm de comprimento e um período de 19.37  $\mu\text{m}$ . Para DFG, foi considerado um sinal de entrada de 1 mW de potência, com comprimento de onda a variar de 1480 a 1630 nm, uma bomba de 100 mW com comprimento de onda de 777 nm e  $M = 1$  para o método de MT. Para cSFG/DFG, o sinal de entrada tem 1 mW e comprimento de onda a variar de 1548 a 1562 nm.

As bombas têm 100 mW e comprimentos de onda de 1544 nm, para a de SFG, e 1543 nm, para a de DFG. Para o método de MT, no processo de cSFG/DFG foram considerados duas simulações, uma com  $M = 5$  e outra com  $M = 21$ . Os resultados das simulações de eficiência de conversão (potência do sinal convertido a dividir pela potência do sinal de entrada) são apresentados na Fig. 13.

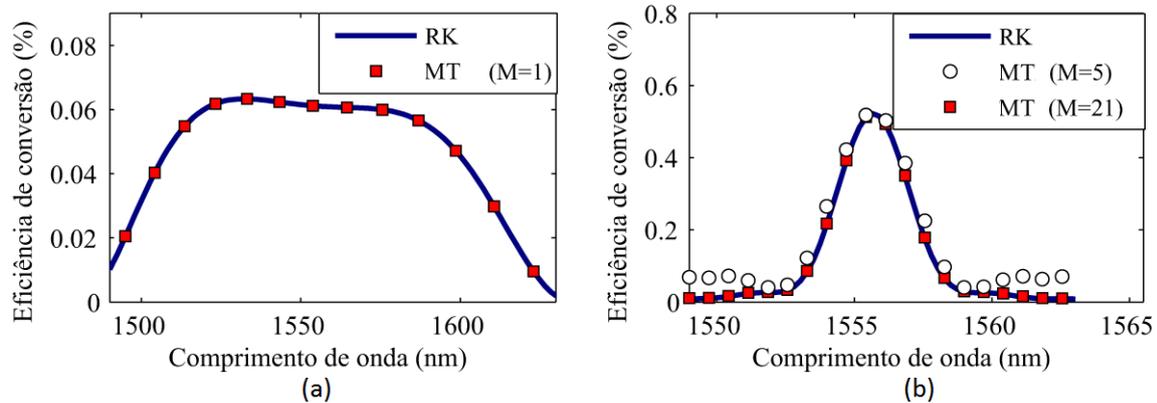


Fig. 13 – Eficiência de conversão calculada a partir do método de RK e da MT num PPLN com 1 cm de comprimento e período de 19.37  $\mu\text{m}$  para: (a) DFG (DFG2) e (b) cSFG/DFG.  $M$  representa o número total de secções consideradas.

De acordo com os resultados da Fig. 13, pode-se comprovar que o método de MT apresenta resultados concordantes com o método de integração numérica, mesmo utilizando apenas uma secção, para DFG, e 21 para cSFG/DFG. Ao analisar o caso de cSFG/DFG em que apenas foram utilizadas 5 secções, é possível verificar que, nas zonas mais afastadas do comprimento de onda para o qual ocorre QPM, a solução é significativamente diferente. Esta situação é devida ao facto de que o número de secções considerado ser pequeno, o que faz com que o seu comprimento seja muito superior a um oitavo do menor período do termo oscilatório. Já com  $M = 21$ , esta condição é garantida.

#### 4.1.1. Perdas

Com a tecnologia actual de fabrico de cristais de niobato de lítio e de gravação de guias de onda, é possível obterem-se PPLN com coeficientes de perdas da ordem ou inferiores a 1 ou 2 dB/cm. Valores típicos de 0.35 dB/cm e 0.7 dB/cm, para comprimentos de onda próximos dos 1550 nm e dos 750 nm, respectivamente, são utilizados geralmente em simulações de interações não-lineares [26, 42]. Apesar de os valores do coeficiente de perdas serem baixos, estes podem afectar significativamente a eficiência de conversão, principalmente para PPLN mais compridos, pelo que o efeito de perdas deve ser considerado no método de MT.

Uma aproximação que pode ser realizada é a de considerar que os efeitos de interacção não-linear e de perdas ocorrem de forma independente. Deste modo, pode-se construir uma

matriz diagonal de perdas, baseada no decaimento exponencial da potência das ondas. Para os casos de SFG e DFG esta matriz é dada por:

$$T_{loss,l} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{\alpha_3}{2}\Delta x} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\alpha_j}{2}\Delta x} \end{bmatrix}, \quad \text{Eq. 32}$$

em que  $j = 1$  para SFG e DFG1, e  $j = 2$  para DFG2. Todavia, esta matriz de perdas não considera os efeitos de perdas de propagação da bomba. Para tal, deve-se considerar um valor médio do campo eléctrico da bomba,  $\bar{A}_{p,l}$ , introduzido nas MT das interacções não-lineares, dado por:

$$\bar{A}_{p,l} = 2 \frac{\left(1 - e^{-\frac{\alpha_p}{2}\Delta x}\right)}{\alpha_p \Delta x} A_p(0) e^{-\frac{\alpha_p}{2}x_l}, \quad \text{Eq. 33}$$

com  $A_p(0)$  o campo da bomba no início do PPLN e  $\alpha_p$  o coeficiente de perdas da bomba. A MT total de cada segmento é então dada por  $T_{tot,l} = T_{loss,l} \cdot T_l$ . Para cSFG/DFG, pode-se obter uma matriz de perdas semelhante à da Eq. 32, mas com uma dimensão de  $3 \times 3$ .

#### 4.2. Estruturas complexas em PPLN

Até este ponto, apenas se têm referido PPLN com perfis de inversão dos domínios ferroeléctricos uniformes. No entanto, é possível construir outros tipos de perfis mais complexos, ampliando a gama de aplicabilidade dos PPLN. Algo semelhante tem sido efectuado em redes de Bragg em fibras ópticas, FBG (*Fiber Bragg Gratings*). Nas FBG, o índice de refração do núcleo de uma fibra fotossensível é alterado de forma periódica, através da exposição de fibra a um padrão de interferência de luz ultravioleta. Apesar de os fenómenos que ocorrem em FBG e PPLN serem bastante distintos, existem algumas semelhanças, nomeadamente no que respeita ao desenho das redes. Nas FBG, é possível gravar redes uniformes, aperiódicas, com saltos de fase (*phase-shifted*), apodizadas, inclinadas, superestruturadas e sobrepostas [43, 44], através de técnicas de exposição interferométrica, com máscara de fase ou ponto-a-ponto, alterando o tempo e número de exposições à radiação, o ajuste de ângulos de incidência e de interferência, ou através de aplicação de tensão longitudinal na fibra. No caso dos PPLN, as técnicas construção de estruturas complexas não são tão versáteis como para as FBG. A alteração do período e do *Duty Cycle* (DC) das inversões dos domínios ferroeléctricos, conseguido através do desenho do eléctrodo depositado sobre o PPLN, no método de gravação proposto por Yamada *et al.* [12], são as técnicas mais utilizadas.

Ao contrário das FBG, em que o valor da alteração do índice de refração pode ser variado desde 0 até um determinado valor máximo, no caso dos PPLN, o coeficiente de não-linearidade apenas pode assumir os valores  $+d$  ou  $-d$ . O DC corresponde à fracção do período em que o coeficiente de não-linearidade tem um determinado sinal, até ocorrer inversão da polarização do domínio ferroeléctrico. Na Eq. 5, foi apresentada uma forma de representar a variação do coeficiente de não-linearidade em termos de uma série de Fourier, em que os

coeficientes de Fourier correspondiam ao caso particular de  $DC = 0.5$ . Para o caso geral, e considerando apenas o termo do primeiro harmónico da série, obtém-se um coeficiente de não-linearidade efectivo (para a componente  $d_{33}$ ) dada por  $d_{ef} = 2/\pi \cdot d_{33} \cdot \sin(\pi \cdot DC)$ .

#### 4.2.1. Redes Chirped

As redes *chirped* são exemplos de redes aperiódicas em que o período da inversão dos domínios ferroeléctricos se vai alterando ao longo do comprimento do PPLN. No caso das redes *chirped* lineares, o período tem variação linear ao longo da rede, de tal modo que  $\Lambda(x) = \Lambda_{min} + \beta x$ , com  $\beta$  o parâmetro de *chirp* e  $\Lambda_{min}$  o período no início da rede. Em diferentes locais do PPLN, a condição de QPM é obtida para diferentes comprimentos de onda, o que permite aumentar a largura de banda de conversão.

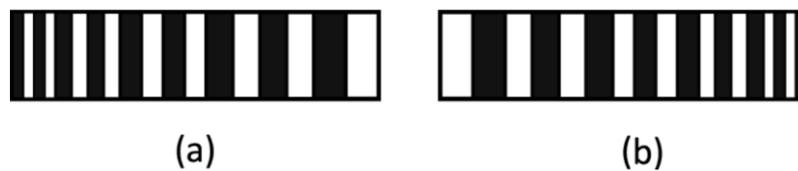


Fig. 14 – Representação esquemática da evolução do período das inversões da polarização dos domínios ferroeléctricos num PPLN. (a)  $\beta > 0$ ; (b)  $\beta < 0$ .

Considere-se agora que é pretendida a construção de uma rede *chirped* com largura de banda de conversão entre os comprimentos de onda mínimo e máximo,  $\lambda_{min}$  e  $\lambda_{max}$ , respectivamente. Para cada um destes comprimentos de onda há um período para o qual se obteria a condição de QPM,  $\Lambda_{min}$  e  $\Lambda_{max}$ , e que serão os valores extremos dos períodos da rede *chirped*. O parâmetro de *chirp* pode ser estimado por  $\beta \approx (\Lambda_{max} - \Lambda_{min})/L$ .

Para produzir uma rede *chirped* em PPLN não é usual variar-se o período de forma contínua ao longo da rede, mas antes utilizar uma abordagem ponto-a-ponto, isto é, dividir o PPLN em pequenas unidades com período uniforme e ir alterando o período de forma mais significativa em cada segmento. Uma abordagem de variação contínua do período da rede exigiria uma sensibilidade na deposição dos eléctrodos que não se consegue atingir na prática.

De forma a simular a interacção de SFG numa rede *chirped* com  $\Lambda_0 = 19.5 \mu\text{m}$ ,  $\beta = 5 \times 10^{-5}$  e um comprimento de 1 cm, foi considerado um sinal de entrada de 1 mW de potência, com comprimento de onda a variar de 1540 a 1670 nm, e uma fonte de bombeamento de 100 mW, a 1548 nm. Foram ainda consideradas as situações de propagação num meio sem perdas, e com perdas de 0.35 dB/cm e 0.7 dB/cm para as regiões dos 700-800 nm e 1500-1700 nm, respectivamente. Os resultados das simulações são apresentados na Fig. 15.

#### 4. Método de Matriz de Transferência, simulação de estruturas complexas em PPLN e simulação de sinais modulados

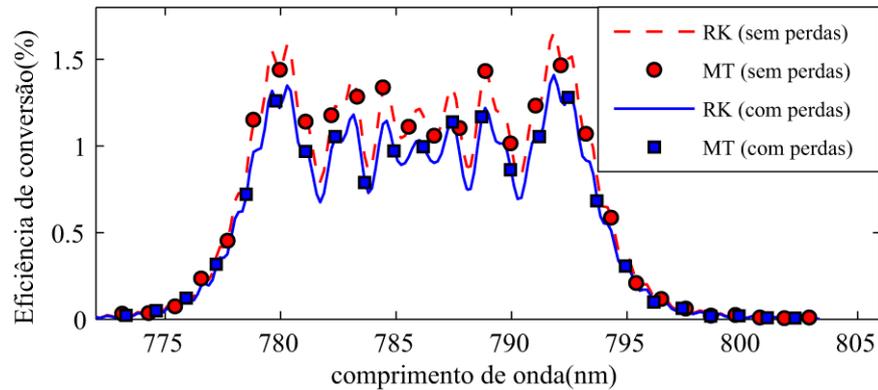


Fig. 15 – Eficiência de conversão de um processo de SFG num PPLN *chirped* com um parâmetro de *chirp* de  $5 \times 10^{-5}$ ,  $\Lambda_0 = 19.5 \mu\text{m}$  e comprimento de 1 cm, considerando e sem considerar perdas de propagação e utilizando os métodos de RK e de MT.

De acordo com estas simulações, a largura de banda de conversão é de cerca de 15 nm, muito superior ao caso de um PPLN uniforme. Todavia, a eficiência de conversão diminui, uma vez que, para um dado comprimento de onda, a condição de QPM só é atingida numa dada secção da rede. Outra questão que pode ser observada é a de que curva de eficiência de conversão não é plana, apresentando flutuações, que podem ser indesejáveis em determinadas aplicações. Apesar de o PPLN ser relativamente curto, os efeitos de perdas são já significativos. Deve-se salientar ainda o facto de que a matriz de perdas, considerada na secção 4.1.1, descreve com exactidão os efeitos de perdas.

Para a solução obtida por integração numérica com algoritmos de RK, foi necessário utilizar um passo de integração de  $1 \mu\text{m}$  enquanto que, para a solução obtida pelo método de MT, o PPLN foi dividido em 200 secções (com um comprimento de  $50 \mu\text{m}$  cada), respeitando o mesmo critério de convergência da solução. Deste modo, o tempo de computação para o método de MT revelou-se cerca de 10 vezes inferior do que o da integração por RK.

#### 4.2.2. Redes apodizadas

Numa FBG, é possível manipular o grau de interacção/acoplamento entre o modo propagante e o modo contra-propagante através do controlo da amplitude das variações periódicas do índice de refração da fibra [43]. Também num PPLN é possível alterar o nível de acoplamento não-linear entre as ondas, através da manipulação do DC (afectando o coeficiente de não-linearidade efectivo) ou da sobreposição transversal do campo das ondas (alterando a área efectiva). Quer nas FBG fracas, quer nos PPLN, a resposta espectral é dependente da TF do perfil espacial do acoplamento [43, 45]. Numa rede uniforme, a amplitude de interacção é constante ao longo de toda a rede, pelo que a TF é a função *sinc*. Este facto explica a forma do espectro de reflectividade de uma FBG e da eficiência de conversão dos processos não-lineares: com um máximo principal para o comprimento de onda de Bragg ou para o qual se atinge a condição de QPM, nas FBG ou nos PPLN, respectivamente, e vários máximos secundários laterais. Estes lóbulos

laterais podem induzir efeitos de diafonia em aplicações de multiplexagem temporal ou de comprimento de onda, sendo necessário mitigá-los, ou mesmo eliminá-los [45]. Em redes apodizadas, quer para PPLN, quer para FBG, o grau de acoplamento vai gradualmente aumentando na parte inicial da rede e diminuindo na parte final. Este tipo de variação do grau de interação das ondas permite eliminar os lóbulos laterais.

De forma a obter uma rede apodizada em PPLN, algumas estratégias foram já propostas. Uma das estratégias consiste no controlo da profundidade de inversão dos domínios ferroelétricos, de modo a que a sobreposição dos domínios invertidos com o guia de ondas se vá alterando ao longo do comprimento do PPLN, alterando o valor da área efectiva [45]. Uma segunda estratégia é a utilização de um acoplador, em que num dos braços se encontra um PPLN. Considerando o exemplo de SHG, no braço do acoplador sem rede é injectada a onda fundamental e, devido à transferência de potência de um braço do acoplador para o outro, a evolução da potência da onda fundamental no braço com rede é descrita por uma função de co-seno quadrado [45]. Esta técnica apresenta o inconveniente de que este é o único perfil de apodização que pode ser obtido. Uma outra técnica baseia-se na alteração do valor do coeficiente de não-linearidade efectivo, através da alteração do  $DC$ , permitindo que  $d_{ef}$  varie, no máximo, desde  $-2/\pi \cdot d_{33}$  até  $2/\pi \cdot d_{33}$ , de acordo com funções de apodização normalizadas,  $A_{apod}(x)$ . Uma última técnica consiste em cancelar a inversão da polarização dos domínios ferroelétricos, para alguns períodos do PPLN, de modo a que o coeficiente de não-linearidade efectivo normalizado seja aproximado ao valor da função de apodização [45].

De entre os vários perfis de apodização podem-se citar alguns típicos como o de seno, seno cardinal, tangente hiperbólica, co-seno elevado, gaussiano elevado e Blackman [46]. Para a técnica de apodização por variação do  $DC$  ao longo do PPLN, tem-se que  $DC(x) = \text{asin}[A_{apod}(x)]/\pi$ . Tal como para as redes *chirped*, a construção de uma rede de PPLN apodizada é feita, em norma, ponto-a-ponto, com o  $DC$  constante em cada segmento da rede, variando de segmento para segmento, de acordo com a variação da função de apodização.

Na Fig. 16 são apresentados os resultados de simulações de DFG (do tipo DFG1) para PPLN apodizados. Na Fig. 16-(a), as simulações são referentes a um PPLN com perfil de apodização seno, período de  $19.5 \mu\text{m}$  e comprimento de  $1.95 \text{ cm}$ . O sinal de entrada tem  $1 \text{ mW}$  de potência, com comprimento de onda a variar de  $776$  a  $778 \text{ nm}$ , e a bomba tem uma potência de  $100 \text{ mW}$ , localizada a  $1553 \text{ nm}$ . Para a Fig. 16-(b), o PPLN simulado é um PPLN *chirped*, com apodização de tangente hiperbólica, comprimento de  $1.95 \text{ cm}$ ,  $\Lambda_0$  de  $19.5 \mu\text{m}$  e  $\beta = 5 \times 10^5$ . As potências do sinal de entrada e da bomba são as mesmas que para o caso anterior, assim como o comprimento de onda da bomba. Porém, o comprimento de onda do sinal de entrada varia de  $776$  a  $815 \text{ nm}$ .

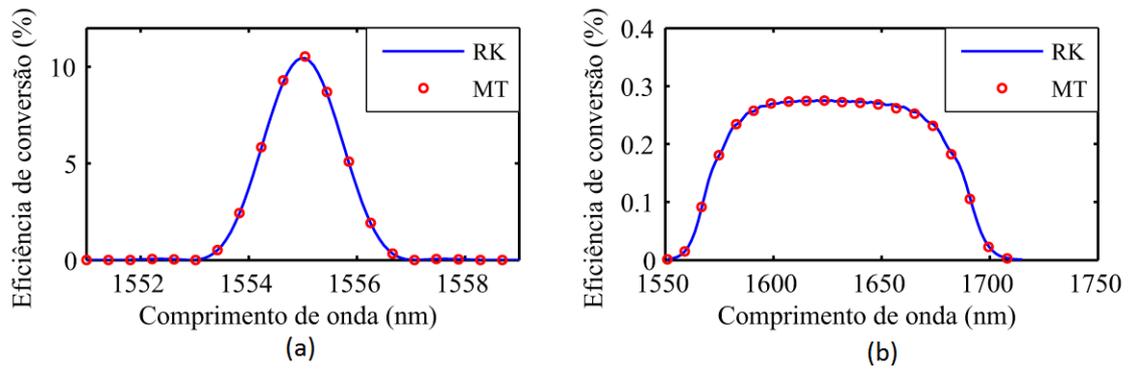


Fig. 16 – Eficiências de conversão para PPLN apodizados: (a) com apodização de seno e (b) PPLN *chirped* com apodização de tangente hiperbólica. Em ambos os casos o PPLN possui um comprimento de 1.95 cm, mas para (a), a rede possui um período constante de 19.5  $\mu\text{m}$ . O parâmetro de *chirp* do PPLN considerado em (b) é de  $5 \times 10^5$ .

De acordo com os resultados obtidos na Fig. 16-(a), a utilização da apodização reduziu de forma considerável os lóbulos laterais, tal como ocorre nas FBG. A utilização da apodização em redes *chirped* permite reduzir as flutuações da curva de eficiência, que foram observadas nos PPLN *chirped* simples, sem apodização.

#### 4.2.3. Redes com modulação da fase

As redes com modulação de fase têm a particularidade de apresentarem deslocamentos de fase na periodicidade de inversão de polarização dos domínios ferroelétricos no PPLN. Os casos mais simples deste tipo de redes são aquelas em que, num determinado local do PPLN, ocorre um salto de fase (*phase-shift*) na inversão dos domínios.

Também nas FBG se podem construir estruturas com saltos de fase, e que originam uma banda fina de rejeição no espectro de reflectividade da rede. Nas FBG, o valor e a localização do salto de fase na rede determinam a posição espectral da banda de rejeição no espectro de reflectividade [43]. Através da introdução de saltos de fase de  $\pi/2$  em vários pontos da rede, é possível obterem-se múltiplas bandas de rejeição na reflectividade das FBG [47]. Para os PPLN, a introdução de saltos de fase tem efeitos semelhantes aos que ocorrem para o espectro de reflectividade numa FBG, mas para o espectro da eficiência de conversão das interações.

Os efeitos de modulação da fase das inversões dos domínios num PPLN podem ser incorporados na expressão que descreve o coeficiente de não-linearidade, recorrendo a uma função de modulação de fase,  $\Phi(x)$ , resultando que:

$$d(x) = d_{33} \cdot \text{sign} \left[ \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} x + \Phi(x) \right) \right], \quad \text{Eq. 34}$$

em que a função *sign* representa o sinal do seu argumento. Na Fig. 17 são apresentadas simulações de SFG para redes com saltos de fase de  $\pi$ , apenas em  $L/2$ , na Fig. 17-(a), e em  $L/4$ ,

$L/2$  e  $3L/4$ , na Fig. 17-(b). Em ambos os casos, o PPLN tem um período de  $19.5 \mu\text{m}$  e comprimento de  $1 \text{ cm}$ , o sinal de entrada tem uma potência de  $1 \text{ mW}$ , com comprimento de onda a variar de  $1540$  a  $1570 \text{ nm}$ , e a bomba tem uma potência de  $100 \text{ mW}$ , localizada nos  $1554 \text{ nm}$ .

Tal como acontece para as FBG, também nos PPLN se obtém uma banda de rejeição na curva de eficiência de conversão, para um salto de fase a meio do PPLN, e várias bandas de rejeição, para quando saltos de fase são efectuados em vários pontos da rede.

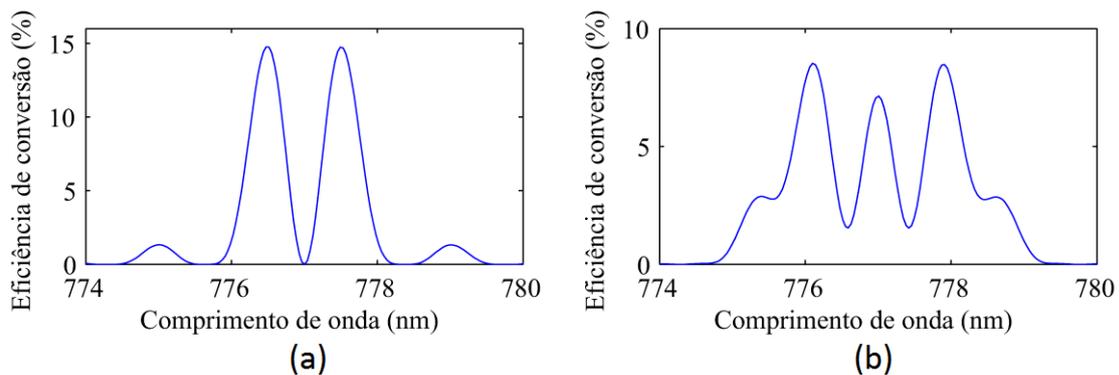


Fig. 17 – Curva de eficiência de conversão, obtida pelo método de RK para PPLN com salto de fase em (a)  $L/2$  e em (b)  $L/4$ ,  $L/2$  e  $3L/4$ . Os PPLN considerados têm um comprimento de  $1 \text{ cm}$  e período de  $19.5 \mu\text{m}$ .

Asobe *et al.* [48] propuseram um método de optimização da função de deslocamento de fase para obtenção de uma rede em que a condição de QPM ocorre para múltiplos comprimentos de onda. Os PPLN com múltiplas condições de QPM podem ser utilizados na área das comunicações ópticas para conversão simultânea de vários canais com diferentes comprimentos de onda e *switching* de comprimentos de onda dos canais. Este exemplo é ilustrativo de como o desenho do perfil de inversão dos domínios permite uma maior flexibilidade e gama de aplicabilidade.

### 4.3. Simulação de sinais modulados

Até este ponto tem-se apenas referido a simulação de sinais CW, o que permite passar de um conjunto de equações diferenciais parciais para equações diferenciais ordinárias. No sector das comunicações ópticas, a simulação de sinais modulados é mais relevante do que de sinais CW, mas é necessária a resolução das equações diferenciais parciais. Todavia, as simulações de sinais CW e as soluções analíticas obtidas nas secções anteriores, são bastante importantes para obter curvas de eficiência de conversão e de alteração da fase, e tal como para prever o comportamento para um sinal modulado.

Para simular um sinal de entrada modulado, têm sido utilizados métodos de diferenças finitas, DF, e de *split-step* [41, 49]. No método de DF, as derivadas temporais são substituídas por DF e, posteriormente, é utilizado um método de Euler para efectuar a integração espacial das equações. No método de *split-step*, o PPLN é dividido em várias secções e cada equação é

subdividida em duas: uma relativa à parte não-linear e outra à de dispersão. Para cada secção, as equações da parte não-linear e da dispersiva são resolvidas de forma independente, utilizando métodos espectrais para a parte dispersiva [49].

Tendo em conta que os comprimentos usuais dos guias de onda são da ordem de alguns centímetros, os efeitos da dispersão podem ser ignorados e o termo da segunda derivada temporal pode ser desprezado. Apesar do método de DF ser relativamente simples de implementar, os passos de integração espacial e temporal necessários para obter convergência da solução podem ser bastante pequenos, principalmente para simulação de pulsos ultracurtos e sinais modulados a elevadas taxas de transmissão. Para além disso, se for necessário diminuir o passo temporal para simular com rigor alguns detalhes de pulsos curtos, é também necessário reduzir o passo espacial, de modo a garantir a convergência da solução. Este obstáculo é consequência intrínseca do método de DF, observável também em exemplos académicos de resolução numérica de equações diferenciais parciais parabólicas [50]. Dados os pequenos passos de integração necessários para obtenção de convergência, este método é bastante exigente em termos de tempo de computação e não permite simular sequências de sinal modulado muito longas. O método de *split-step*, requer a aplicação da TF e da TF inversa para cada subsecção, o que pode tornar o método relativamente moroso para sinais ópticos de longa duração.

Neste trabalho é proposto um método mais rápido, com tempos de computação muito inferiores, e que permite simulação de sinais mais longos. O princípio básico deste método é o de utilizar a TF, para passar do domínio do tempo para o da frequência, e resolver equações diferenciais ordinárias, como para o caso dos sinais CW, para cada uma das frequências obtidas.

Sequencialmente o método pode ser resumido aos seguintes passos:

1. Obter a TF discreta do sinal, e centrar o espectro na frequência/comprimento de onda da portadora do sinal.
2. Resolver as equações para sinais CW utilizando o método de RK ou de MT.
3. Regressar ao domínio temporal através da execução da TF inversa discreta.

As frequências das componentes da TF são dadas por  $f_*(m) = f_a \cdot m/N$ , em que  $f_a$  é a frequência de amostragem do sinal, dada pelo produto da taxa de transmissão (*bitrate*),  $BR$ , pelo número de elementos por bit do sinal,  $N_b$ , e  $N$  é o número de elementos do sinal. Contudo, é necessário centrar o espectro da TF na frequência da portadora, pelo que a segunda metade do espectro é deslocada para frequências negativas, de maneira a que  $f(m)$  se transforme em  $f_*(m - N)$ , para  $m > (N - 1)/2$ , resultando que  $-f_a/2 \leq f_*(m) \leq f_a/2$ .

Nas interações não-lineares de DFG, com  $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$ , o sinal de entrada pode estar numa frequência que é aditiva,  $\omega_2$ , ou subtractiva,  $\omega_1$ . No caso do sinal se encontrar numa frequência aditiva,  $f_*(m)$  é somada à frequência da portadora, caso contrário, é subtraída. Na Fig. 18 são ilustrados os passos para centrar a TF do sinal na frequência da portadora, para um sinal numa frequência aditiva.

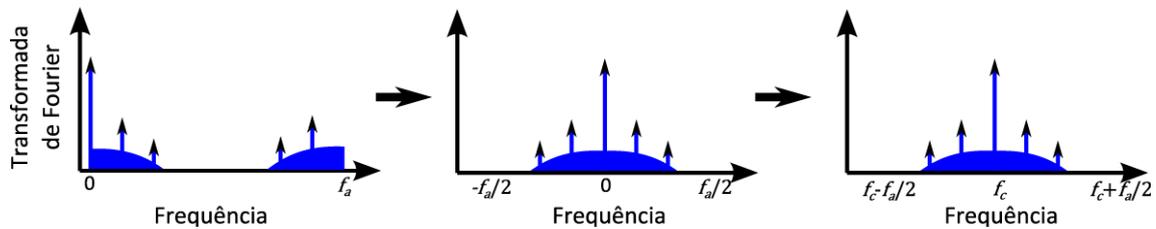


Fig. 18 – Representação esquemática da forma de centrar a TF do sinal na frequência da portadora,  $f_c$ .

Após esta passagem do domínio do tempo para o da frequência, o passo 2 consiste na integração espacial das equações, ou pelo método de MT, (denominado neste caso por TF-MT), ou por integração com método de RK (denominado de FT-RK). O terceiro passo é o inverso do primeiro, efectuando uma Transformada Inversa de Fourier. Os resultados dados pelo método de TF estão desviados no tempo, relativamente aos dados pelo método de DF, numa quantidade aproximadamente igual à razão entre o comprimento do PPLN e a velocidade de grupo da onda, que corresponde ao tempo que a onda demoraria a percorrer o PPLN.

Na Fig. 19 são apresentados os diagramas de olho dos sinais convertidos por interações não-lineares de sinais de entrada modulados (*Return-to-Zero*, RZ, a 160 Gbit/s), num PPLN uniforme com 1 cm de comprimento. Para todas as interações simuladas, o sinal de entrada está localizado nos 1550 nm, com uma potência de pico de 1 mW, correspondente a uma sequência binária pseudo-aleatória com  $2^7$  bits. A potência das bombas, para todas as interações, é de 100 mW, estando localizadas nos 1548, 776 e 1540 nm para SFG, DFG e cSHG/DFG, e 1548 (bomba de SFG) e 1549 (bomba de DFG) nm para cSFG/DFG. Os períodos das redes foram definidos de modo a obter a condição de QPM.

De acordo com a figura, os resultados obtidos pelo método de TF e pelo de DF são concordantes, mas com a diferença que o método de TF apenas demorou alguns segundos a computar a solução e o de DF demorou largos minutos. Analisando agora o comportamento dos pulsos, pode-se verificar que para DFG e cSHG/DFG a forma dos pulsos da onda convertida mantém a forma original mas, para SFG e cSFG/DFG, os pulsos sofrem uma distorção, alargando na parte inferior e estreitando na superior. Este efeito deve-se às diferenças entre as velocidades de grupo do sinal de entrada e do sinal convertido, para SFG, e dos sinais de entrada e convertido por cSFG/DFG com o convertido por SFG, para cSFG/DFG [51].

#### 4. Método de Matriz de Transferência, simulação de estruturas complexas em PPLN e simulação de sinais modulados

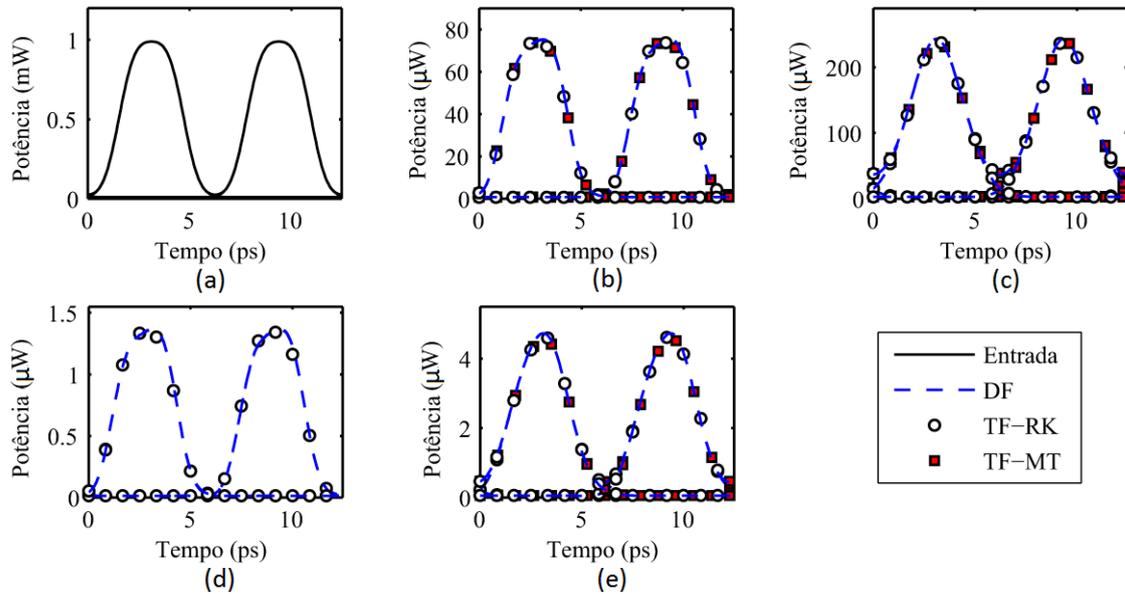


Fig. 19 – Potência dos sinais: (a) de entrada, (b) convertido por DFG (DFG2), (c) convertido por SFG, (d) convertido por cSHG/DFG e (e) convertido por cSFG/DFG. Os PPLN considerados são uniformes, com um comprimento de 1 cm e período de 19.44, 19.36, 19.11 e 19.36  $\mu\text{m}$  para (b), (c), (d) e (e), respectivamente.

Este efeito também pode ser compreendido através da análise das curvas de eficiência, obtidas das equações para sinais CW. Na Fig. 20, estão representados os espectros normalizados do sinal de entrada e dos sinais convertidos para cada uma das interações não-lineares, bem como as respectivas curvas de eficiência de conversão, normalizadas. A análise da figura permite concluir que, para os casos de SFG e cSFG/DFG, as componentes do espectro superiores a 160 GHz são bastante diferentes das do sinal de entrada, enquanto que para os processos de DFG e cSHG/DFG são praticamente idênticas. Comparando ainda com as curvas de eficiência de conversão, conclui-se que este efeito se deve à largura de banda limitada para SFG e cSFG/DFG. Para taxas de transmissão inferiores, por exemplo, 40 Gbit/s, a largura do espectro do sinal é inferior e encontra-se dentro da banda principal da curva de eficiência de conversão. Neste caso, os efeitos de distorção dos pulsos são muito inferiores. Como já foi mencionado anteriormente, para DFG (tipo DFG2) e cSHG/DFG, a curva de eficiência de conversão tem largura de banda da ordem dos 100 nm que, comparativamente à largura de banda do sinal, se pode aproximar a ser uma largura de banda infinita.

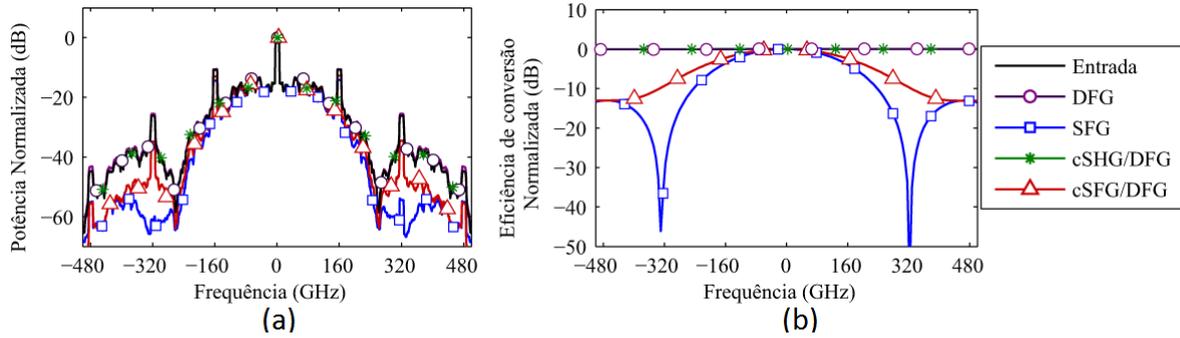


Fig. 20 – (a) Espectros normalizados do sinal de entrada e dos sinais convertidos por interações não-lineares, centrados nas frequências das portadoras. (b) Curvas de eficiência de conversão respectivas.

Uma vez que os resultados obtidos pelo método de TF são similares aos obtidos pelo de DF, é conveniente comparar as performances computacionais de ambos os métodos. Na Fig. 21 é apresentada a comparação dos tempos de computação dos métodos de DF e de TF-RK, relativamente ao de TF-MT, em função do número de amostras por bit. O sinal de entrada considerado nas simulações é um sinal RZ a 40 Gbit/s, centrado nos 1550 nm, com 1 mW de potência de pico. O comprimento do PPLN (com perfil de inversão uniforme) é de 1 cm e a potência das bombas de 100 mW. Para DFG, a bomba está localizada nos 776 nm e o período do PPLN é de 19.44  $\mu\text{m}$ . Para cSFG/DFG, as bombas de SFG e de DFG estão localizadas nos 1529 e 1530 nm, respectivamente, e o período do PPLN é de 19.10  $\mu\text{m}$ . O passo de integração utilizado no método de DF é de 1  $\mu\text{m}$ , enquanto que para o de TF-RK, este é de 100  $\mu\text{m}$ .

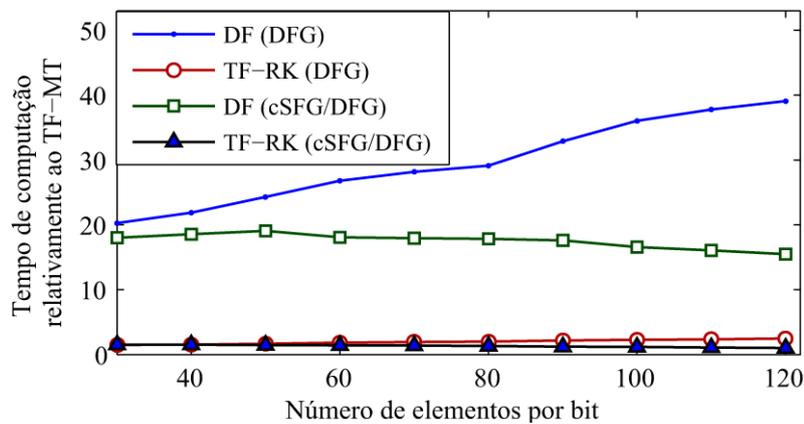


Fig. 21 – Comparação entre os tempos de computação utilizando os métodos de DF e TF-RK, relativamente aos do método de TF-MT, para uma interação de DFG (DFG1) e de cSFG/DFG, em função do número de amostras por bit. Os passos de integração espaciais para o método de DF e TF-RK considerados são de 1 e 100  $\mu\text{m}$ , respectivamente. Os PPLN considerados são uniformes, com comprimento de 1 cm, e período de 19.44 e 19.10  $\mu\text{m}$  para DFG e cSFG/DFG, respectivamente.

De acordo com as simulações efectuadas, os tempos de computação com método de DF são muito superiores aos do método de TF, quer para DFG, quer para cSFG/DFG. Para DFG, o

aumento da frequência de amostragem do sinal no tempo (proporcional ao aumento do número de amostras por bit) torna o método de TF ainda mais vantajoso, pois o tempo de integração do método de DF relativo ao do de TF aumenta. Para cSFG/DFG, o tempo de integração no método de DF, relativamente ao do de TF-MT diminui com o aumento da frequência de amostragem. Ao aumentar a frequência de amostragem, surgem componentes de frequências da TF mais afastadas da frequência central, para a qual a condição de QPM é satisfeita. Para estas frequências mais afastadas, o parâmetro de desajuste de fase é também superior, logo é necessário considerar mais secções de forma a cumprir a condição de o comprimento das secções ser inferior a  $1/8$  do período do termo oscilatório.

Para o método de TF, o tempo de computação de TF-RK, relativamente ao TF-MT é próximo da unidade, quer para DFG, quer para cSFG/DFG, uma vez que os PPLN considerados são uniformes, e o passo de integração espacial para o método de TF-RK não é muito pequeno. Para PPLN com perfis de inversão mais complexos, o passo terá que ser inferior, pelo que o método de TF-MT é mais vantajoso.

O método de TF, simplesmente como está apresentado em cima, apenas funciona se houver um único sinal modulado e os restantes forem todos sinais CW. Esta formulação do método também não pode ser aplicada a interacções de SHG. A razão destas limitações prende-se com o facto de que a TF do produto de dois sinais no domínio temporal não é igual ao produto das TF de cada sinal, mas antes à convolução das TF dos mesmos. Assim, todos os produtos dos campos de sinais modulados devem ser substituídos pela convolução das suas TF. Nos casos apresentados anteriormente, o método apenas funcionou porque foram consideradas bombas CW ideais, cuja TF é uma função delta de Dirac.

De forma a demonstrar a validade desta alteração ao método, foram efectuadas simulações de SHG e de SFG para dois sinais RZ a 40 Gbit/s, com 8 bits cada. O primeiro sinal, ilustrado na Fig. 22-(a) e denominado de Sinal 1, está situado nos 1550 nm, corresponde à sequência lógica 01101011. O Sinal 2 tem um comprimento de onda da portadora de 1548 nm e corresponde à sequência lógica 01011010. Na Fig. 22-(b) são apresentados os resultados de SHG para o Sinal 1 dos primeiros 5 bits da sequência, num PPLN uniforme com 1 cm de comprimento e um período de 19.389  $\mu\text{m}$ . Na Fig. 22-(b) são apresentados os resultados de SFG entre os dois sinais, também para os 5 primeiros bits, num PPLN uniforme com 1 cm e período de 19.361  $\mu\text{m}$ .

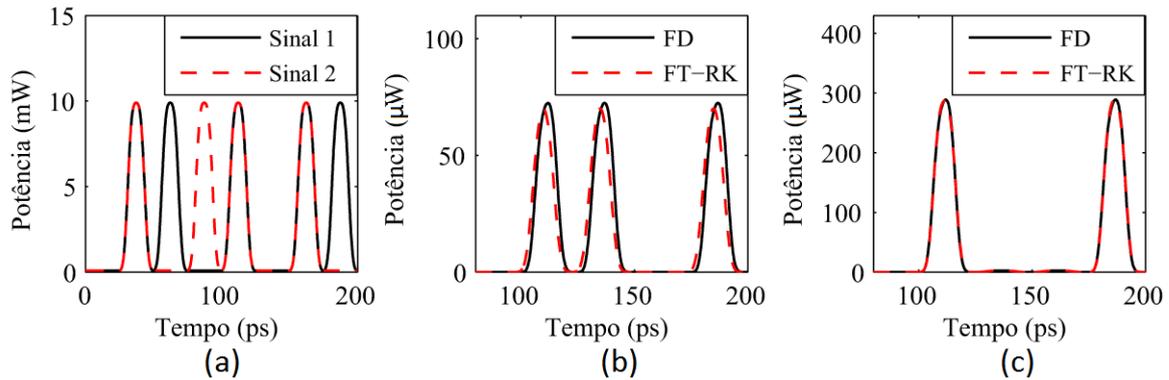


Fig. 22 – (a) Sinais RZ a 40 Gbit/s considerados nas simulações. (b) Segundo harmônico do Sinal 1, obtido pelo método de DF e pelo de TF-RK, utilizando a convolução das TF, para os primeiros 5 bits. (c) Sinal gerado por SFG da interação do Sinal 1 com o Sinal 2, para os primeiros 5 bits, obtido pelo método de DF e pelo de TF-RK. Os PPLN considerados em (b) e (c) são uniformes, com comprimento de 1 cm e períodos de 19.389 e 19.361  $\mu\text{m}$ , respectivamente.

Analisando os resultados das simulações realizadas, o método de TF pode ser utilizado para simular as interações não-lineares, mesmo entre vários sinais modulados, desde que utilizando a convolução das TF. Deve-se ainda salientar que os resultados obtidos por SFG correspondem aos efeitos de uma porta lógica *AND*. A operação lógica *AND* das sequências 01101 do Sinal 1 e 01011 do Sinal 2 resulta na sequência 01001, que corresponde ao que foi obtido por SFG. Portas lógicas *AND* totalmente ópticas, utilizando PPLN, já foram obtidas experimentalmente, mas utilizando a interação de cSFG/DFG, para que o sinal convertido se situe na banda C [52].

## 5. Obtenção experimental de SHG

De forma a observar experimentalmente a geração do segundo harmónico, foi adquirido um PPLN da Covision Ltd., dopado com MgO a 5%. Este possui nove redes com períodos diferentes, variando dos 18.5 até aos 20.9  $\mu\text{m}$ , com diferença de 0.3  $\mu\text{m}$  entre cada rede, e com um comprimento 3 mm. Por falta de informação por parte do fabricante, o cristal não possui qualquer guia de onda, o que se revelou uma desvantagem, pois tiveram que ser utilizados colimadores para colimar o feixe das fibras para o PPLN. O diâmetro desse feixe é de cerca de 1 mm, muito superior ao diâmetro dos guias de onda típicos, diminuindo o grau de interação não-linear. Por este motivo, as potências injectadas no PPLN são relativamente elevadas, exigindo algum cuidado para não danificar os componentes de detecção, bem como uma limpeza cuidada dos conectores, de forma a evitar reflexões que danificassem os componentes.

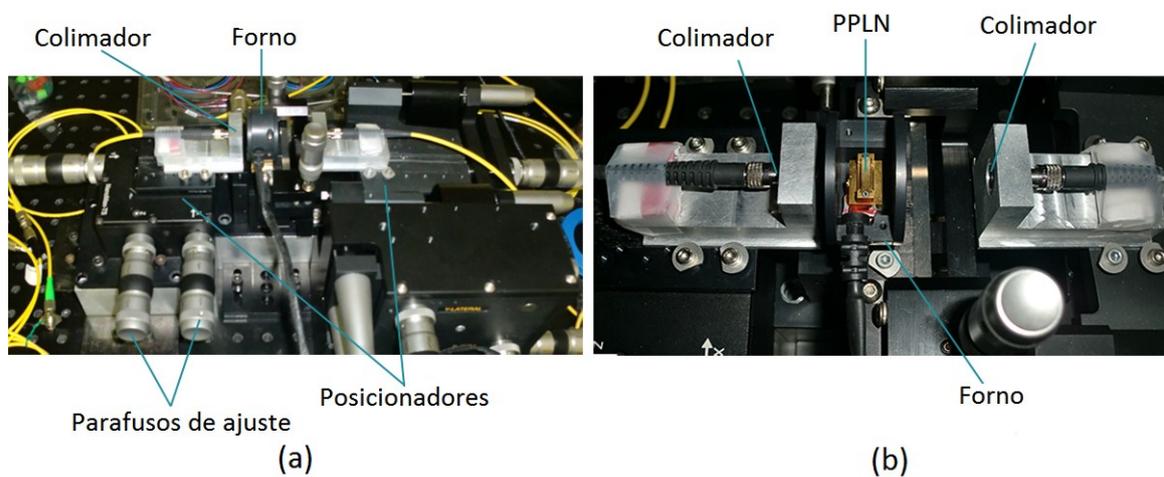


Fig. 23 – (a) Montagem experimental dos colimadores e do forno de controlo de temperatura. (b) PPLN no interior do forno.

Juntamente com o PPLN, foi adquirido um pequeno forno, essencial não só para manter a temperatura constante, como para seleccionar uma temperatura para a qual a condição de QPM seja atingida no comprimento de onda desejado. O forno, o PPLN e os colimadores estão representados na Fig. 23.

Como o sinal de entrada utilizado se encontra na região espectral dos 1550 nm, o segundo harmónico ocorre para comprimentos de onda próximos dos 775 nm, o que exige alguns cuidados especiais na montagem experimental. Na Fig. 24 é apresentado o esquema da montagem experimental utilizada.

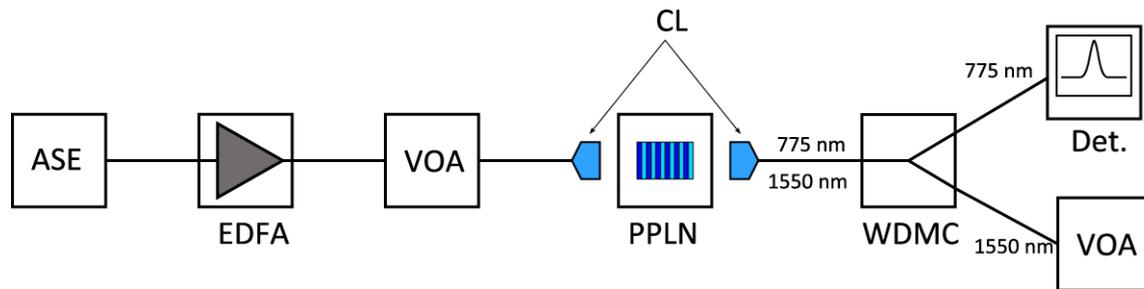


Fig. 24 – Representação esquemática da montagem experimental. ASE – fonte de ASE, *Amplified Spontaneous Emission*; EDFA – Amplificador de fibra dopada com érbio; VOA – atenuador óptico (*Variable Optical Attenuator*); CL- colimadores de luz, WDMC – acoplador WDM (*Wavelength-Division Multiplexing Coupler*), Det. – Detector de luz.

A fonte de ruído óptico (fonte de ASE) utilizada não é mais que um EDFA com um ganho mais baixo, sem nenhum sinal de entrada. A luz de ASE emitida é então amplificada por um segundo EDFA, com ganhos e potências de saturação mais elevados. O atenuador óptico colocado entre o EDFA e o primeiro colimador tem como função controlar as potências injectadas no PPLN, de forma a não danificar os componentes. As potências medidas à entrada do colimador eram da ordem dos 20 dBm e as perdas de acoplamento entre colimadores e o cristal de cerca de 6 dB. Depois de a luz passar pelo PPLN, tem-se, simultaneamente, um sinal com elevada potência, a cerca de 1550 nm, e o segundo harmónico, com muito menor intensidade. Foi necessário utilizar um WDMC para separar o sinal de 775 nm do de 1550 nm, já que este último tinha uma potência elevada, e que poderia danificar o detector. O sinal de 1550 nm separado foi rejeitado, tendo sido atenuado primeiramente por um VOA, de forma a evitar possíveis reflexões na terminação da fibra.

O alinhamento dos colimadores com o PPLN demonstrou ser uma tarefa morosa e meticulosa. De forma a conseguir um alinhamento de forma expedita e eficiente, utilizou-se um laser no visível para coincidir o feixe com a rede do PPLN pretendida. Posteriormente, foram efectuados vários ajustes consecutivos de translação e de rotação dos colimadores e do forno com o PPLN, de forma a maximizar a potência da luz no colimador de detecção, medida com um potenciómetro.

Numa primeira fase da experiência foi utilizado um analisador de espectros, OSA (*Optical Spectrum Analyser*) mas não foi possível observar o segundo harmónico, pois este equipamento não tinha sensibilidade suficiente para as potências a medir. Este detector foi então substituído por um espectrómetro, que permitiu observar o segundo harmónico sem grande dificuldade.

Numa segunda fase da experiência, a fonte de ASE foi substituída por um laser, com um comprimento de onda de 1554.13 nm e a temperatura foi variada, desde a temperatura ambiente até aos 180 °C, registando a intensidade detectada pelo espectrómetro, nos 777.06 nm.

Os resultados experimentais obtidos são ilustrados na Fig. 25, onde é apresentada a potência da emissão de ASE, medida antes do sistema com o PPLN, o segundo harmónico deste

signal de entrada, a 30 °C, e a potência do segundo harmónico do laser, em função da temperatura. São também apresentadas simulações para comparação com os dados experimentais.

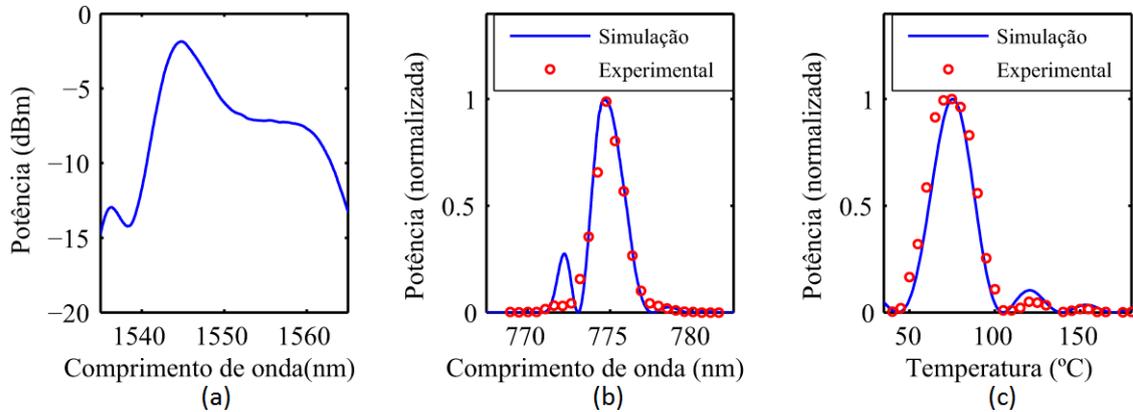


Fig. 25 – (a) Potência do sinal de entrada, antes do colimador. (b) Potência normalizada do segundo harmónico do sinal de entrada de ASE, simulada e obtida experimentalmente. (c) Potência normalizada do segundo harmónico de um laser de 20 dBm, situado nos 1554.13 nm, em função da temperatura, simulada e obtida experimentalmente.

De acordo com os resultados apresentados na Fig. 25, os pontos experimentais obtidos para o segundo harmónico do sinal de entrada de ASE estão em concordância com o simulado, para os comprimentos de onda próximos do qual a condição de QPM é satisfeita. Na simulação, o pico secundário que ocorre para os 772 nm é devido ao pico de emissão característico do érbio, nos 1545 nm. Nos pontos experimentais, este máximo secundário não é tão evidente. De acordo com o fabricante, o coeficiente de não-linearidade efectivo apresenta uma ligeira apodização não simétrica, o que pode explicar esta diferença.

O controlo da temperatura é também bastante importante para a obtenção do segundo harmónico, uma vez que a curva de dispersão do índice de refração em função do comprimento de onda e, conseqüentemente, o comprimento de onda para o qual ocorre QPM, depende deste parâmetro. No caso do laser a 1554.13 nm, o máximo de potência do segundo harmónico ocorre para uma temperatura de cerca de 72 °C.

Como já foi referido anteriormente, o conhecimento da curva de dispersão do índice de refração com o comprimento de onda é essencial para o desenho de uma experiência e escolha adequada dos comprimentos de onda do sinal e/ou da temperatura de operação. Na Fig. 26-(a) são apresentados os comprimentos de onda para os quais ocorre a condição de QPM, em função da temperatura, simulados e obtidos experimentalmente, para SHG. De acordo com o apresentado na figura, os pontos obtidos experimentalmente estão em concordância com a curva simulada. Dado o acordo verificado entre as simulações e o obtido experimentalmente, na Fig. 26-(b) são apresentadas as curvas de comprimento de onda para o qual ocorre QPM, numa interacção de SHG, em função da temperatura, para cada uma das redes do PPLN adquirido. Estas

curvas são simuladas de acordo com a curva de dispersão do índice de refração descrita por Gayer *et al.* [36].

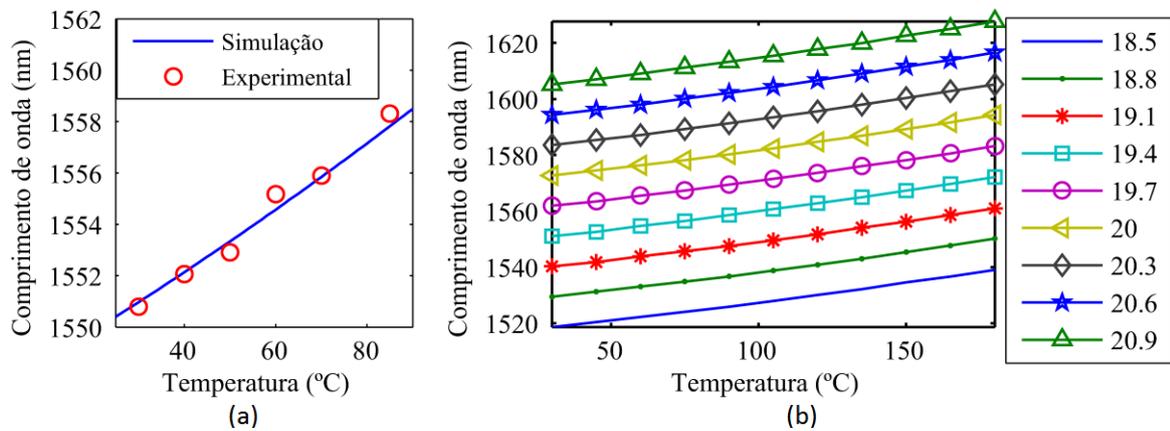


Fig. 26 – (a) Variação dos comprimentos de onda para os quais ocorre a condição de QPM em função da temperatura, simulados e obtidos experimentalmente, para SHG. (b) Simulação dos comprimentos de onda para os quais a condição de QPM para SHG é atingida, em função da temperatura, para as redes com diferentes períodos do PPLN adquirido. (Os períodos das redes estão expressos em  $\mu\text{m}$ ).

---

## 6. Conclusão

Nesta dissertação foi efectuado um estudo das interacções ópticas não-lineares de segunda ordem em dispositivos de niobato de lítio. Neste âmbito, as origens dos fenómenos ópticos não-lineares de segunda ordem, as propriedades do niobato de lítio que fazem com que seja um dos mais utilizados para este tipo de interacções e as soluções das equações que descrevem estes fenómenos foram assuntos abordados neste trabalho.

No segundo capítulo deste documento foi possível concluir que a origem dos fenómenos não-lineares se deve à resposta não-linear de um dado meio, quando sujeito a um campo eléctrico externo. As características físicas únicas, em especial o elevado coeficiente de não-linearidade, e a tecnologia de fabrico bem desenvolvida e estável, são as principais razões pelas quais se utiliza frequentemente o niobato de lítio neste tipo de interacções. Ainda neste capítulo, foi possível concluir que a dispersão do índice de refração origina um desajuste de fase entre as ondas que interagem num processo não-linear, e que diminui a eficiência destas interacções.

No terceiro capítulo foram estudadas as equações que descrevem estes fenómenos, e apresentadas soluções analíticas e numéricas para sinais CW. Este capítulo é particularmente relevante no estudo da largura de banda de conversão, potência e fase dos sinais convertidos. Considerando a banda espectral típica das comunicações ópticas, foi possível concluir que os processos de SHG, SFG e DFG1 têm uma largura de banda de conversão limitada a apenas alguns nanómetros, e que diminui à medida que o comprimento do PPLN aumenta, pela acumulação dos efeitos de desajuste de fase. Para o caso de DFG2, a largura de banda de conversão é da ordem de 100 nm. A fase dos sinais convertidos apresenta a peculiaridade de ser proporcional ao parâmetro de desajuste de fase.

No quarto capítulo foi desenvolvido um novo método de MT para a resolução das equações acopladas de SFG, DFG e cSFG/DFG, para sinais CW. Este método é especialmente útil para a simulação das eficiências de conversão e fase dos sinais convertidos em PPLN com perfis de inversão de polarização dos domínios ferroeléctricos complexos, pois é um método simples e potencialmente menos exigente em termos computacionais. De forma a simular as interacções não-lineares entre sinais modulados, foi proposto um método de TF. Este método é mais vantajoso que métodos de DF, utilizados usualmente, pois os passos de integração para se obter convergência do método são muito superiores, e os tempos de computação muito inferiores. As ferramentas de simulação das interacções não-lineares apresentadas neste capítulo são de grande importância no desenho e simulação de um PPLN, com uma determinada resposta em fase e amplitude para os sinais convertidos, assim como para o estudo da influência em sinais modulados. Nos processos de SHG, SFG, DFG1 e cSFG/DFG, a largura espectral de conversão é de poucos nanómetros e, para sinais modulados a elevadas taxas de transmissão, a largura de banda do sinal pode ser superior à de eficiência de conversão, causando uma distorção do sinal. Para DFG2 e cSHG/DFG, a largura espectral de conversão é de cerca de 100 nm, não causando distorção dos sinais modulados.

O quinto capítulo deste trabalho é dedicado à obtenção experimental do segundo harmónico e do estudo da sua dependência com a temperatura. A caracterização experimental foi de elevada importância, uma vez que, para além de se revelar uma concordância entre os resultados obtidos e as simulações, foi efectuada uma montagem que permitirá caracterizar diferentes PPLN no futuro. A experiência adquirida no alinhamento do sistema, o manuseamento e cuidado com componentes ópticos e optoelectrónicos, bem como na sintonização do comprimento de onda para o qual a condição de QPM é atingida através da variação da temperatura, são algumas das competências que a caracterização experimental permitiu desenvolver.

Os objectivos desta dissertação foram atingidos dado que foram estudadas as interações não-lineares de segunda ordem em PPLN de forma detalhada, foram construídas ferramentas de simulação, incluindo a introdução de novos métodos, e foi elaborada uma montagem experimental, que permitirá utilizar diferentes PPLN e a realização de novas aplicações e funções de processamento óptico de sinal.

Como trabalho futuro, os PPLN podem ser utilizados para execução de determinadas funções de processamento totalmente óptico de sinal como, por exemplo, realização de portas lógicas, conversão de comprimentos de onda, conversão de formatos de modulação ou *add-drop*. A realização de funções de processamento óptico para formatos de modulação avançados é uma das actuais linhas de investigação, como forma de aumentar a eficiência de aproveitamento das capacidades da fibra óptica, em que os PPLN podem ser bastante importantes.

## Referências Bibliográficas

- [1] L. K. Oxenløwe, M. Galili, H. C. H. Mulvad, H. Hu, H. Ji, *et al.*, "Ultra-High-Speed Optical Signal Processing of Tbaud Data Signals," *ECOC 2010*, pp. 1-6, 2010.
- [2] T. H. Maiman, "Stimulated Optical Emission in Ruby," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 50, no. 11, pp. 1134-1134, 1960.
- [3] P. A. Franken, G. Weinreich, C. W. Peters, and A. E. Hill, "Generation of Optical Harmonics," *Physical Review Letters*, vol. 7, no. 4, pp. 118-120, 1961.
- [4] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, "Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric," *Physical Review*, vol. 127, no. 6, pp. 1918-1939, 1962.
- [5] M. M. Fejer, "Nonlinear-Optical Frequency-Conversion," *Physics Today*, vol. 47, no. 5, pp. 25-32, May 1994.
- [6] J. A. Giordmaine, "Mixing of Light Beams in Crystals," *Physical Review Letters*, vol. 8, no. 1, pp. 19-20, 1962.
- [7] P. D. Maker, C. M. Savage, R. W. Terhune, and M. Nisenoff, "Effects of Dispersion and Focusing on Production of Optical Harmonics," *Physical Review Letters*, vol. 8, no. 1, pp. 21-22, 1962.
- [8] R. C. Miller, G. D. Boyd, and A. Savage, "Nonlinear Optical Interactions in LiNbO<sub>3</sub> without Double Refraction" *Applied Physics Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 77-79, 1965.
- [9] L. O. Hocker and C. F. Dewey, "Enhancement of 2nd-Harmonic Generation in Zinc Selenide by Crystal Defects," *Applied Physics Letters*, vol. 28, no. 5, pp. 267-270, 1976.
- [10] B. F. Levine, C. G. Bethea, and R. A. Logan, "Phase-Matched Second-Harmonic Generation in a Liquid-Filled Waveguide," *Applied Physics Letters*, vol. 26, no. 7, pp. 375-377, 1975.
- [11] M. S. Piltch, C. D. Cantrell, and R. C. Sze, "Infrared 2nd-Harmonic Generation in Non-Birefringent Cadmium Telluride," *Journal of Applied Physics*, vol. 47, no. 8, pp. 3514-3517, 1976.
- [12] M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, and K. Watanabe, "First-Order Quasi-Phase Matched LiNbO<sub>3</sub> Wave-Guide Periodically Poled by Applying an External-Field for Efficient Blue Second-Harmonic Generation," *Applied Physics Letters*, vol. 62, no. 5, pp. 435-436, Feb 1993.
- [13] H. Furukawa, A. Nirmalathas, N. Wada, S. Shinada, H. Tsuboya, *et al.*, "Tunable all-optical wavelength conversion of 160-Gb/s RZ optical signals by cascaded SFG-DFG generation in PPLN waveguide," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 19, no. 5-8, pp. 384-386, Mar-Apr 2007.

- [14] X. X. Wu, W. R. Peng, V. Arbab, J. Wang, and A. Willner, "Tunable optical wavelength conversion of OFDM signal using a periodically-poled lithium niobate waveguide," *Optics Express*, vol. 17, no. 11, pp. 9177-9182, May 25 2009.
- [15] K. J. Lee, S. Liu, F. Parmigiani, M. Ibsen, P. Petropoulos, *et al.*, "OTDM to WDM format conversion based on quadratic cascading in a periodically poled lithium niobate waveguide," *Optics Express*, vol. 18, no. 10, pp. 10282-10288, May 10 2010.
- [16] A. Martin, A. Issautier, H. Herrmann, W. Sohler, D. B. Ostrowsky, *et al.*, "A polarization entangled photon-pair source based on a type-II PPLN waveguide emitting at a telecom wavelength," *New Journal of Physics*, vol. 12, pp. 1-13, Oct 2010.
- [17] J. Wang and J. Sun, "All-optical logic XOR gate for high-speed CSRZ-DPSK signals based on cSFG/DFG in PPLN waveguide," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 4, pp. 288-289, Feb 18 2010.
- [18] J. Wang, J. Q. Sun, X. F. Zhang, D. X. Huang, and M. M. Fejer, "Ultrafast all-optical three-input Boolean XOR operation for differential phase-shift keying signals using periodically poled lithium niobate," *Optics Letters*, vol. 33, no. 13, pp. 1419-1421, Jul 2008.
- [19] F. Gomez-Agis, C. M. Okonkwo, A. Albores-Mejia, E. Tangdiongga, and H. J. S. Dorren, "320-to-10 Gbit/s all-optical demultiplexing using sum-frequency generation in PPLN waveguide," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 14, pp. 1008-1009, Jul 2010.
- [20] M. H. Chou, I. Brener, G. Lenz, R. Scotti, E. E. Chaban, *et al.*, "Efficient wide-band and tunable midspan spectral inverter using cascaded nonlinearities in LiNbO<sub>3</sub> waveguides," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 82-84, Jan 2000.
- [21] A. Bogoni, X. X. Wu, I. Fazal, and A. Willner, "All-optical time domain 160 Gb/s ADD/DROP based on pump depletion and nonlinearities in a single PPLN waveguide," *OFC: 2009 Conference on Optical Fiber Communication*, pp. 169-171, 2009.
- [22] L. J. Ma, J. C. Bienfang, O. Slattery, and X. A. Tang, "Up-conversion single-photon detector using multi-wavelength sampling techniques," *Optics Express*, vol. 19, no. 6, pp. 5470-5479, Mar 2011.
- [23] L. K. Oxenlowe, F. Gomez-Agis, C. Ware, S. Kurimura, H. C. H. Mulvad, *et al.*, "640-Gbit/s Data Transmission and Clock Recovery Using an Ultrafast Periodically Poled Lithium Niobate Device," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 1-4, pp. 205-213, Jan-Feb 2009.
- [24] S. Liu, K. J. Lee, F. Parmigiani, K. Gallo, P. Petropoulos, *et al.*, "Retiming of Short Pulses Using Quadratic Cascading in a Periodically Poled Lithium Niobate Waveguide," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 23, no. 2, pp. 94-96, Jan 2011.
- [25] J. Wang, J. Q. Sun, X. L. Zhang, D. X. Huang, and M. M. Fejer, "Optical phase erasure and its application to format conversion through cascaded second-order processes in periodically poled lithium niobate," *Optics Letters*, vol. 33, no. 16, pp. 1804-1806, Aug 2008.
- [26] J. Wang, J. Q. Sun, X. L. Zhang, and D. X. Huang, "Proposal for PPLN-based all-optical NRZ-to-CSRZ, RZ-to-CSRZ, NRZ-DPSK-to-CSRZ-DPSK, and RZ-DPSK-to-CSRZ-DPSK format

- Conversions," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 20, no. 9-12, pp. 1039-1041, May-Jun 2008.
- [27] G. S. He and S. H. Liu, *Physics of Nonlinear Optics*. Singapura: World Scientific Publishing Company, 1999.
- [28] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Second ed. Amsterdão: Academic Press, 2003.
- [29] T. Schneider, *Nonlinear Optics in Telecommunications*. Heidelberg: Springer, 2004.
- [30] L. Arizmendi, "Photonic applications of lithium niobate crystals," *Physica Status Solidi A-Applied Research*, vol. 201, no. 2, pp. 253-283, Jan 2004.
- [31] K. Gallo, G. Assanto, and G. I. Stegeman, "Efficient wavelength shifting over the erbium amplifier bandwidth via cascaded second order processes in lithium niobate waveguides," *Applied Physics Letters* vol. 71 no. 8, 1997.
- [32] R. D. Guenther, *Modern Optics*: John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- [33] M. Ferreira, *Óptica e Fotónica*. Lisboa: Lidel, 2003.
- [34] G. Miller, "Periodically poled lithium niobate: modeling, fabrication, and nonlinear-optical performance " Tese de Doutorado, Departamento de Física Aplicada, Universidade de Stanford, Stanford, 1998.
- [35] R. S. Weis and T. K. Gaylord, "Lithium-Niobate - Summary of Physical-Properties and Crystal-Structure," *Applied Physics a-Materials Science & Processing*, vol. 37, no. 4, pp. 191-203, 1985.
- [36] O. Gayer, Z. Sacks, E. Galun, and A. Arie, "Temperature and wavelength dependent refractive index equations for MgO-doped congruent and stoichiometric LiNbO<sub>3</sub>," *Applied Physics B-Lasers and Optics*, vol. 91, no. 2, pp. 343-348, May 2008.
- [37] D. H. Jundt, "Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction,  $n_e$ , in congruent lithium niobate," *Optics Letters*, vol. 22, no. 20, 1997.
- [38] A. Feisst and P. Koidl, "Current Induced Periodic Ferroelectric Domain-Structures in LiNbO<sub>3</sub> Applied for Efficient Nonlinear Optical Frequency Mixing," *Applied Physics Letters*, vol. 47, no. 11, pp. 1125-1127, 1985.
- [39] A. C. G. Nutt, V. Gopalan, and M. C. Gupta, "Domain Inversion in LiNbO<sub>3</sub> Using Direct Electron-Beam Writing," *Applied Physics Letters*, vol. 60, no. 23, pp. 2828-2830, Jun 1992.
- [40] M.-H. Chou, "Optical frequency mixers using three-wave mixing for optical fiber communications," Tese de Doutorado, Departamento de Física Aplicada, Universidade de Stanford, Stanford, 1999.
- [41] J. Q. Sun, Z. T. Ma, D. M. Liu, and D. X. Huang, "Wavelength conversion between picosecond pulses using cascaded second-order nonlinearity in LiNbO<sub>3</sub> waveguides," *Optical and Quantum Electronics*, vol. 37, no. 5, pp. 443-456, Apr 2005.

- [42] A. Tehranchi and R. Kashyap, "Efficient wavelength converters with flattop responses based on counterpropagating cascaded SFG and DFG in low-loss QPM LiNbO<sub>3</sub> waveguides," *Optics Express*, vol. 17, no. 21, pp. 19113-19119, Oct 2009.
- [43] R. N. Nogueira, "Redes de Bragg em fibra óptica," Tese de Doutorado, Departamento de Física, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2005.
- [44] A. Othonos, "Fiber Bragg gratings," *Review of Scientific Instruments*, vol. 68, no. 12, pp. 4309-4341, Dec 1997.
- [45] J. Huang, X. P. Xie, C. Langrock, R. V. Roussev, D. S. Hum, *et al.*, "Amplitude modulation and apodization of quasi-phase-matched interactions," *Optics Letters*, vol. 31, no. 5, pp. 604-606, Mar 1 2006.
- [46] T. Erdogan, "Fiber Grating Spectra," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, pp. 1277-1294, 1997.
- [47] G. P. Agrawal and S. Radic, "Phase-Shifted Fiber Bragg Gratings and Their Application for Wavelength Demultiplexing," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 995-997, Aug 1994.
- [48] M. Asobe, O. Tadanaga, H. Miyazawa, Y. Nishida, and H. Suzuki, "Multiple quasi-phase-matched device using continuous phase modulation of  $\chi^{(2)}$  grating and its application to variable wavelength conversion," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 41, no. 12, pp. 1540-1547, Dec 2005.
- [49] E. Sidick, A. Knoesen, and A. Dienes, "Ultrashort-Pulse 2nd-Harmonic Generation .1. Transform-Limited Fundamental Pulses," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics*, vol. 12, no. 9, pp. 1704-1712, Sep 1995.
- [50] J. D. Hoffman, *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, 2<sup>a</sup> ed. New York: CRC Press, 2001.
- [51] J. Wang, J. Q. Sun, Q. Z. Sun, X. L. Zhang, and D. X. Huang, "Simple realization of all-optical high-speed (40, 80 and 160 Gb s<sup>(-1)</sup>) XOR and OR logic gates using LiNbO<sub>3</sub> waveguides," *Journal of Optics a-Pure and Applied Optics*, vol. 9, no. 10, pp. 811-819, Oct 2007.
- [52] J. Wang, J. Q. Sun, Q. Z. Sun, D. L. Wang, X. F. Zhang, *et al.*, "PPLN-based flexible optical logic AND gate," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 20, no. 1-4, pp. 211-213, Jan-Feb 2008.