

Ciência e sociedade – formação de professores de matemática através de problemas históricos

Ciencia y sociedad – formación del profesorado de matemáticas a través de problemas históricos

Fátima Regina Jorge¹, Fátima Paixão², Isabel Cabrita³

^{1,2} Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco, Portugal

^{2,3} Centro de Investigação Didáctica e Tecnologia na Formação de Formadores – CIDTFF

Universidade de Aveiro – UA

Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa - DTE

¹frjorge@ese.ipcb.pt, ²mfpaixão@ese.ipcb.pt, ³icabrita@ua.pt

Resumo

Propõe-se uma reflexão sobre o contributo da história da matemática, na formação inicial de professores da escolaridade básica, para o desenvolvimento de perspectivas sobre o valor social e cultural da matemática e para a promoção de práticas de ensino inovadoras. Defende-se que o envolvimento de futuros professores na resolução e exploração didáctica de problemas históricos viabiliza a implementação de estratégias de ensino que favorecem o estabelecimento de ligações com outras disciplinas do currículo e realçam as inter-relações entre a matemática e a sociedade.

Introdução

A matemática adquiriu, desde os alvares da nossa civilização, uma importância social crescente, relacionada fundamentalmente com as respostas que dá a inúmeras situações problemáticas formuladas no seio de outras ciências ou no quotidiano da humanidade. Hoje, as aplicações da matemática excedem, em muito, as antigas aplicações à física, à astronomia ou à tecnologia e atingem todas as áreas do saber (físico-naturais, sociais e humanas, ...), sendo de destacar o papel que o computador desempenha na sua efectivação. Fruto da consolidação da presença da matemática em todas as disciplinas, assiste-se a uma profunda matematização das sociedades mais desenvolvidas, ao ponto de se reconhecer que uma participação social e política activa exige, cada vez mais, conhecimento matemático e a capacidade de o usar (Keitel, 2000).

Deste modo, torna-se incontornável reconhecer que os actuais desafios não podem ser enfrentados e ultrapassados sem uma educação matemática básica para todos, preparadora e facilitadora da vida em sociedade e não apenas vocacionada para o prosseguimento de estudos. Assim, não é possível que a matemática continue a surgir, aos olhos dos jovens e dos cidadãos em geral, como uma ciência despersonalizada, carente de contexto, objectiva e apolítica, isto é, carente de interesse e intenções (op. cit.). Em conformidade, exige-se assim, desde os primeiros anos, um ensino da matemática capaz de garantir a aprendizagem de conhecimentos e processos matemáticos específicos, mas também dirigido à compreensão e valorização do papel da matemática no mundo. Como defendia Sebastião e Silva, “É absolutamente necessário que o aluno (...) não se sinta mais um estranho, um tímido visitante, um espectador inerte e mudo, no imenso domínio da ciência” (1942, p. 244). Em consonância com esta visão, este autor preconizava um ensino da matemática dirigido à aquisição de uma sólida cultura matemática, à capacidade de aplicar esta ciência e ao desenvolvimento do espírito crítico, alertando que tal só é possível através de uma abordagem de ensino “em que seja banida toda a estreiteza de vistas tendente a formar *indivíduos automatizados na aplicação de receitas*” (1943, p. 260).

Embora não existam respostas definitivas e consensuais sobre o conceito de cultura ou literacia matemática, este remete para a matemática tal como é usada no mundo real, daí que se possa afirmar que, no seu âmago, se encontram capacidades de reconhecer a matemática, de usar o conhecimento e os modos de pensamento matemático para atribuir sentido a inúmeras situações com que o indivíduo se depara no mundo real (Schoenfeld, 2001; de Lange, 2003; OCDE, 2003; Niss 2003). Deste modo, a capacidade do sujeito para conceber e pôr em prática acções concordantes com os princípios básicos da disciplina surge como uma das dimensões da literacia matemática, que também inclui a apreciação cultural da matemática e, muito particularmente, a compreensão de aspectos da sua natureza e do seu papel na sociedade, passada e presente, nomeadamente os que se relacionam com as aplicações da matemática em áreas que possuam impacto científico, tecnológico ou social (op. cit.).

Enquadramento

Do exposto, quando se pensa em matemática enquanto objecto de ensino e aprendizagem, o desenvolvimento da literacia matemática surge como uma das grandes finalidades da educação matemática, em particular, da escolaridade obrigatória. É essa a perspectiva assumida nos mais recentes documentos curriculares portugueses (ME, 2007), nos quais se preconiza, como grandes finalidades, a aquisição e compreensão de conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos, bem como a capacidade de mobilizar e utilizar (com sucesso) esse conhecimento na análise, interpretação e resolução de inúmeras situações da sua vida escolar (nas diferentes disciplinas) e não escolar (na vida pessoal, em sociedade ou profissional). Paralelamente, sublinha-se a importância do desenvolvimento de uma visão adequada da matemática e da actividade matemática, bem como da sua relevância social e cultural e do seu papel no desenvolvimento científico e tecnológico.

Assim, requerem-se professores com um alto nível de literacia e que sejam capazes de transformar o seu conhecimento e compreensão matemática de um modo adequado e acessível ao aluno, impondo-se a necessidade de repensar a formação de professores como, aliás, tem vindo a ser reconhecido por muitos investigadores e organizações. Neste quadro, a história e filosofia da ciência/matemática contemporânea permite fundamentar perspectivas inovadoras de ensino e de (re)orientação didáctica que podem contribuir para uma melhoria considerável da formação de professores e, concorrentemente, para a compreensão do saber na sala de aula (Paixão, 1998). De entre estas, destaca-se, em particular: (i) o uso da história da ciência, como forma de apresentar a ciência como uma actividade humana, com forte sentido cultural, social e ético; (ii) a relevância a dar aos problemas e à resolução de problemas, incluindo situações problemáticas abertas e capazes de favorecer a realização de investigação por parte dos alunos, na perspectiva de trabalho científico; (iii) as inter-relações entre Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS) (op. cit.).

A assunção de que a matemática permeia e influencia todos os aspectos da vida social e económica e que é influenciada por forças sociais repercute-se, ao nível da didáctica, na aceitação do seu carácter histórico, social e cultural como dimensões muito importantes da educação matemática (Ernest, 1994). Ou seja, aponta-se a relevância a dar às manifestações e usos sociais da matemática, à resolução de problemas e ao estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática (e.g. Ernest, 1994; Grugnetti & Rogers, 2000).

Nesse sentido, vários autores defendem que a integração criteriosa da história da matemática (HM) nos programas de formação pode desempenhar um papel crucial na construção dos fundamentos da literacia científica/matemática, no desenvolvimento do conhecimento didáctico e na alteração das práticas de ensino do professor (e.g. Heide, 1996; Tzanakis & Arcavi, 2000). De facto, a HM desafia a crença de que a matemática é um corpo rígido e imutável de conhecimentos, mostra a importância dos problemas e da resolução de problemas no desenvolvimento do conhecimento matemático e permite salientar a natureza transdisciplinar desta ciência, bem como a sua relevância em todos os aspectos da vida humana. Igualmente, sendo a HM uma fonte de inúmeros episódios, questões e problemas que traduzem inúmeras aplicações da matemática ao quotidiano ou a outras ciências, pode favorecer o estabelecimento de conexões com outras disciplinas e tornar a aprendizagem mais significativa (Tzanakis & Arcavi, 2000). Neste âmbito, sublinham-se, em especial, as potencialidades didácticas de problemas históricos. A primeira razão, de natureza epistemológica, prende-se com o pressuposto de que grande parte da criação matemática resultou da tentativa de resolver problemas e que o seu ensino deve reflectir a natureza primordial da actividade matemática (Barbin, 1996). Um segundo argumento tem a ver com o contributo da resolução de problemas para a aprendizagem compreensiva da matemática e desenvolvimento de capacidades matemáticas. Acresce que, a exploração do contexto dos problemas, ao proporcionar *insights* históricos e culturais, pode explicitar o contributo da matemática para a resolução de problemas sociais ou evidenciar as suas conexões com a vida quotidiana e, assim, imprimir à disciplina um sentido de continuidade temporal e ajudar a suprir a ausência de significado cultural da matemática (e.g. Winiki, 1993; Furinghetti & Somaglia, 1998). É o caso de alguns temas ou conceitos, cuja construção ou percurso de evolução foram especialmente controversos, como os que se relacionam com a medida e as unidades de medida, que se seleccionaram pelo seu particular interesse didáctico na formação de professores da escolaridade básica.

Objectivos

Tendo em conta as considerações anteriores, pretende-se apresentar uma proposta desenvolvida na formação inicial de professores de matemática para os seis primeiros anos do ensino básico. Esta, insere-se num estudo mais amplo (Jorge, 2008) no qual se procurou compreender em que medida um conjunto de intervenções com foco na exploração didáctica da HM contribui para o desenvolvimento do conhecimento didáctico de futuros professores e para a promoção de práticas de ensino inovadoras, designadamente aquelas que consideram como experiências de aprendizagem a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática, bem como a HM, transversal a todas.

Aqui, em particular, propõe-se uma reflexão sobre o contributo da resolução e exploração didáctica de problemas históricos, para o desenvolvimento da apreciação do carácter social e cultural da matemática e para a integração dessa vertente no ensino da escolaridade básica.

Apresentação e discussão de um percurso formativo

Pressupondo que é possível melhorar a formação inicial de professores de matemática através da integração da HM, assumiu-se que essa integração deve atender à necessidade de estabelecer ligações com a matemática escolar (Michalowicz, 2000; Bruckheimer & Arcavi, 2000) e deve promover a articulação de três vertentes formativas: (i) facultar o conhecimento do passado da matemática; (ii) aprofundar a compreensão sobre a matemática escolar; (iii) dotar os professores com competências de incorporação de material histórico no processo de ensino (Schubring, 2000).

Assim, assumiu-se como eixo organizador de um percurso formativo a resolução e a exploração didáctica de problemas históricos. Numa primeira fase, foi proposta a resolução conceptual de alguns problemas, o que permitiu, a partir de um novo ponto de vista, não só rever e aprofundar aspectos conceptuais relativos a conteúdos de matemática escolar como também dar a conhecer alguns aspectos da história da medida. Mais tarde, os futuros professores foram desafiados a explorar, de um ponto de vista didáctico, esses e outros problemas históricos. Desse modo, os futuros professores tiveram a oportunidade de experienciar a integração de problemas históricos no ensino básico.

Tendo em conta o currículo das várias áreas do ensino básico, a selecção dos problemas recaiu sobre situações expostas em livros de *Aritmética*, dos séculos XVI e XVII. Em termos de conteúdo matemático, todos se inserem no âmbito de tópicos relacionados com *a medida*, *o número* e *a proporcionalidade*. Um traço comum a todos é a alusão a várias grandezas físicas e às respectivas unidades de medida.

Apresentamos aqui, a título de exemplo, dois desses problemas (figuras 1 e 2).



O côvado tem três palmos. Seda e panos vendem-se por côvado. Excepto alguns panos baixos que chamam de varas, que se medem por varas de cinco palmos. O pano da Índia de linho e outras coisas de tecer se vendem por varas de cinco palmos, que é vara e quarta castelhana. De maneira que nas sedas e panos que vêm de Castela se ganha na medida 33% e nas mercadorias que deste Reino vão para Castela se ganha 25%.

Entendido o valor das medidas pergunta-se: porque é que o mercador português ganha sempre no negócio?

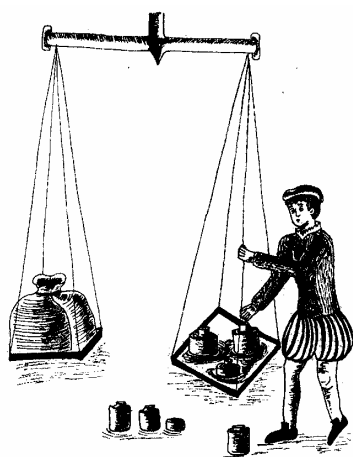
(Adaptado de Guiral e Pacheco, 1624, in Almeida, 1994, p. 230)

Figura 1: O problema *Transacção de panos*

O problema da figura 1 expõe uma situação relativa ao comércio de panos de diferentes qualidades. São referidas algumas das unidades de comprimento em uso na época e faz-se notar que o mercador português tem sempre lucro nas transacções com Castela. Da sua leitura, conclui-se que Portugal e Castela, reinos vizinhos, não usavam as mesmas unidades para medir os panos e que, além disso, em Portugal, a unidade usada dependia do tipo de pano que se queria medir. Note-se que o problema expõe o aproveitamento feito pelos mercadores portugueses da falta de uniformidade das unidades de medida. De facto, o lucro de 25% apenas é explicável se o mercador compra em Portugal panos de linho medidos em varas portuguesas e os vende em Castela numa unidade menor que a portuguesa, ou seja, em varas castelhanas. De modo similar, se conclui o lucro na transacção das sedas.

O problema faz sobressair as dificuldades criadas pela utilização de unidades não estandardizadas, evidenciando as motivações por detrás da emergência do *sistema métrico decimal* (mais tarde SI). O facto de as antigas unidades não terem a mesma grandeza em todos os países (mesmo quando designadas pelo mesmo

nome), coloca questões relacionadas com o processo de medição, nomeadamente a implicação que a escolha da unidade tem na expressão numérica da medida.



1. Uma nau carregou na Índia 400 quintais de gengibre e chegou a Portugal com 360 quintais.

a) Que quantidade de gengibre ficou danificada durante a viagem?

b) De quanto foi a quebra por cada 100 quintais?

2. A mesma nau, carregou também na Índia 300 quintais de pimenta que sofreram uma quebra de 33 quintais.

Compara as quebras sofridas pelos carregamentos de gengibre e pimenta e diz, justificando, qual das duas mercadorias sofreu a maior quebra.

(Adaptado de Gaspar Nicolas, Tratado da Prática d' Arismética , 1519, fol.46)

Figura 2: O problema A quebra de mercadorias

Outro dos problemas (figura 2) apresenta uma situação respeitante à *quebra* sofrida pelas mercadorias nas longas viagens marítimas entre o Oriente e Portugal. As dificuldades da viagem sujeita a intempéries naturais, o mau acondicionamento das mercadorias aliado ao facto das especiarias não serem embarcadas completamente secas faziam com que uma parte ficasse imprópria para entrar no circuito comercial, ou seja, sofresse uma *quebra* na sua massa. O contexto deste problema suscita várias questões abordadas nas áreas de história e geografia e, em termos matemáticos, torna clara a necessidade de se ter um padrão comum para fazer comparações das quebras da pimenta e do gengibre.

Da análise de conteúdo das respostas obtidas em entrevistas realizadas às futuras professoras e aos seus orientadores de estágio, destacam-se vários aspectos. Em primeiro lugar, a relevância formativa atribuída à resolução dos problemas, particularmente, pela natureza fora do habitual e problemática das tarefas propostas, pelo prazer da descoberta e desenvolvimento do raciocínio.

A vertente cultural proporcionada pelos problemas foi também assinalada: “Acho que servem como uma cultura geral, (...) para dizer um dia às crianças como é que se utilizava” (Beatriz).

Outro dos aspectos evidenciados é o de que o conhecimento histórico se reflectiu no desenvolvimento de uma nova imagem da matemática.

“Permite-nos ver de onde é que veio a origem, o porquê (...) Permite-nos tornar a matemática mais real, porque teve uma origem natural tal como qualquer outra coisa. Eu acho que as crianças têm muita dificuldade, no meu caso eu também tinha, no início, em ver o porquê, a razão de ser assim” (Inês).

“Eu penso que é fundamental estudar a história da matemática, visão que anteriormente não tinha. Conhecendo como as coisas acontecem e foram em tempos, permite-nos ter uma melhor visão e uma maior cultura e facilidade para “enfrentar” o mundo e a carreira como docente” (Beatriz).

A análise da prática de ensino também sustenta a afirmação de que a aproximação cultural à matemática teve reflexo no ensino desenvolvido pelas futuras professoras. Através da exploração dos contextos dos problemas tornou-se perceptível o uso da matemática em inúmeras situações da sociedade passada. Simultaneamente, foram estabelecidas ligações com aspectos do quotidiano passado português e com conteúdos de outras disciplinas curriculares. Como se pode comprovar pelo excerto seguinte, a futura professora tem a preocupação de integrar o problema no seu contexto social e económico:

“Vocês já falaram, em história, sobre os descobrimentos, não já? E sobre as naus que vinham carregadas do Oriente. Então se calhar esta imagem diz-vos alguma coisa, não diz? [Refere-se a um conjunto de imagens projectadas]” (Joana).

Os alunos, quer pelas respostas que dão às questões colocadas, como pelas perguntas que fazem, parecem revelar interesse pelos problemas, como sobressai desta reflexão sobre as aulas: “*Todas as tarefas propostas despertaram nos alunos muito interesse, surpreendendo-me muitas vezes, quase sempre, pela positiva*” (Joana). Esta afirmação revela uma evolução substancial relativamente à forma de encarar os problemas históricos, enquanto recurso para o ensino da matemática, a que não terá sido alheia a postura da orientadora: “*A professora cooperante aceitou da melhor forma o uso de problemas históricos, mostrando-se muito interessada na sua aplicação nas aulas*” (Joana).

Também foram valorizados a introdução de ligações com outras disciplinas e o destaque que os problemas dão ao valor social da matemática. Na opinião das futuras professoras, os alunos do ensino básico puderam, através dos problemas históricos, dar-se conta de que a matemática sempre esteve presente na vida da humanidade:

“Eles estão habituados a trabalhar sempre com problemas muito do actual e também lhes faz falta um pouco de história. Para ver que a matemática abrange outras áreas e que desde há muito tempo é utilizada” (Joana).

Salienta-se também a constatação de que o contexto dos problemas contribui para o enriquecimento do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, tanto de um ponto de vista cultural como da aplicabilidade da matemática: “*Penso que os alunos ficaram a conhecer factos históricos do seu país e aplicam, ao mesmo tempo, a matemática a situações reais*”(Beatriz).

A perspectiva contextual introduzida pelos problemas é também destacada como positiva pelos orientadores de estágio, que afirmam:

“Lembro-me de comentários de um miúdo que dizia: - «Ai, aqui aprendemos tanta coisa». Notava-se que ele estava a alargar os horizontes dele, que não estava à espera de aprender ali coisas que não tinham a ver ...directamente com a matemática” (Fernanda).

“Estas questões, a falta de uma certa paragem, de um certo tempo, para respirar outras coisas e outras motivações, parecem-me importantes. E nós estamos às vezes a descurar isso e que, se às vezes aliviássemos o ambiente de números e de x e de y . Às tantas, era capaz de os resultados serem outros e as aprendizagens serem mais vivas e eficientes” (Manuel).

Deste modo, a resolução de problemas históricos parece poder contribuir para o desenvolvimento de uma nova visão da matemática e para uma maior ligação entre as áreas curriculares:

“Sendo problemas que fazem a transferência, digamos para um século ou dois atrás, é sempre interdisciplinar, quer com a história, quer com a linguagem que se utiliza... Leva-os a outro ambiente, sobretudo quando se introduz o problema como foi feito, ou seja, se procura enquadrar social e culturalmente o problema no espaço, tempo e actividade, em que ele é a realidade. É importante porque cria sempre focos de interdisciplinaridade. Isso é evidente” (Manuel).

Considerações Finais

O envolvimento de futuros professores na resolução e exploração didáctica de problemas históricos favorece ligações a outras áreas curriculares e afigura-se uma via com muitas potencialidade para a humanização da disciplina e para a construção de uma imagem da matemática como uma ciência em evolução, estreitamente relacionada com a sociedade e a cultura. Realça-se também que consciencializar os futuros professores do valor e papel da matemática na sociedade pode ter influência na forma como ensinam matemática e, como tal, nas experiências de aprendizagem que proporcionarão aos seus alunos.

Referências Bibliográficas

- Almeida, A. A. M. (1994a). *Aritmética como Descrição do Real (1519-1679)*, Vol. I e II. Lisboa: Imprensa Nacional, Casa da Moeda.
- Barbin, E. (1996). The role of Problems in the History and Teaching of Mathematics. In Ronald Calinger (Ed.), *Vita Mathematica. Historical Research and Integration with Teaching* (pp.17-26). New York: Mathematical Association of America.

- Bruckheimer, M. & Arcavi, A. (2000). Mathematics and its History: An Educational Partnership. In Victor Katz (Ed), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective*, (135-146), Washington DC: The Mathematical Association of America.
- de Lange, J. (2003b). Mathematics for Literacy. In L. B. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy. Why Literacy Matters for Schools and Colleges*, (75-89), Washington DC: National Council on Education and the Disciplines (Disponível em: <http://www.naa.org/QL/qltoc.html>).
- Ernest, P. (1994). The Philosophy of Mathematics and the Didactics of Mathematics. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, (335-349), London: The Falmer Press.
- Furinghetti, F. & Somaglia, A. (1998). History of Mathematics in school across Disciplines. *Mathematics in School*, September, 48-51.
- Grugnetti, L. & Rogers, L. (2000). Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (pp.39-62). Dordrecht: Kluwer.
- Heiede, T. (1996). History of Mathematics and the Teacher. In R. Calinger (Ed.), *Vita Mathematica. Historical Research and Integration with Teaching*, (231-244), New York: Mathematical Association of America.
- Jorge, F. R. (2008). Formação Inicial de Professores do Ensino Básico: Um percurso centrado na história da matemática. Dissertação de Doutoramento (não publicada). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Keitel, C. (2000). Una necesidad y una realidad emergente: más mujeres en la ciencia, la investigación y la gestión de empresas. In António Matinón (Ed.), *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*, (353-358). Madrid: Nivela.
- Michalowicz, K. D. (2000). History in support of diverse educational requirements – opportunities for change. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study*, (172-200), Dordrecht: Kluwer.
- Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME.
- Nicolas, G. (1963 (1519)). *Tratado da pratica D' Aritmetyca*. Edição fac-similada. Livraria Civilização – Editora. Porto, 1963.
- Niss, M (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. In B. L. Madison and L. A. Steen(Eds.), *Quantitative Literacy. Why Literacy Matters for Schools and Colleges*, (215-220), Washington DC: National Council on Education and the Disciplines (Disponível em: <http://www.naa.org/QL/qltoc.html>).
- OCDE (2003). *Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OCDE.
- Paixão, M. F. (1998). Da construção do Conhecimento Didático na Formação de Professores de Ciências. Conservação da Massa nas Reações Químicas: Estudo de índole epistemológico. Dissertação de Doutoramento (não publicada). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Schoenfeld, A. (2001). Reflections on an Impoverished Education. In Lynn A. Steen (Ed), *Mathematics and Democracy: the case for quantitative Literacy*, (49-54), Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines (Disponível em: <http://www.maa.org/QL/mathanddemocracy.html>).
- Schubring, G. (2000). History of mathematics for trainee teachers. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (pp.91-142). Dordrecht: Kluwer.
- Sebastião e Silva (1942). A teoria dos logaritmos no ensino liceal. *Gazeta da Matemática*, nº 12. In J. Sebastião e Silva (1999), *Textos Didáticos*, vol. III, (236-246), Lisboa, F. C. Gulbenkian.
- Sebastião e Silva (1943). Acerca do ensino dos logaritmos. *Gazeta da Matemática*, nº 13. In J. Sebastião e Silva (1999), *Textos Didáticos*, vol. III, (259-273), Lisboa, F. C. Gulbenkian.
- Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In John Fauvel and Jan van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, (201- 248), Kluwer Academic Press.
- Winiki, G. (1993). The impact of using mathematics problems with historical backgrounds in the teaching of mathematics on students attitudes to the subject. *Proceedings of the First European Summer University on History and Epistemology in Mathematics Education*, (283-285), Montpellier: IREM de Montpellier.