



Universidade de Aveiro
2022

**Diana Filipa Pais
Teixeira**

**Tarefas matemáticas e de expressões plásticas com
alunos do 3.º ano – o recurso didático *Poly-Universe
in School Education***



**Diana Filipa Pais
Teixeira**

**Tarefas matemáticas e de expressões plásticas com
alunos do 3.º ano – o recurso didático *Poly-Universe*
*in School Education***

Relatório Final de Estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizada sob a orientação científica da Doutora Teresa Neto, Professor Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho à minha mãe, porque sem ela nada era possível.

o júri

presidente

Professor Doutor Rui Marques Vieira
Professor Associado com Agregação, Universidade de Aveiro

vogais

Doutora Ana Paula Florêncio Aires
Professora Auxiliar, Universidade de Trás-Os-Montes e Alto Douro

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
Professora Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro (Orientadora)

agradecimentos

À minha mãe, por me ter apoiado em todos os momentos e tornar possível concretizar os meus sonhos.

Ao meu irmão, por ter sido o principal motivo de ter escolhido Educação.

Às minhas avós, por me desejarem sempre o melhor.

À minha família, por estar presente.

Ao João, por acreditar em mim, pelo apoio, pela paciência e discursos motivacionais.

À Carla, a minha guerreira superadora, por estar comigo em todas as fases deste percurso sem desistirmos.

À Rita, pelo apoio em todo o processo.

À Mariana, que me apoiou sempre que necessário.

Ao Alexandre, por não me deixar sentir sozinha.

Ao “Gang de Lordelo”, por me apoiar sempre que necessário.

Ao Yuri e à Pantufa, pelo apoio emocional.

Às professoras que me acompanharam nesta jornada.

Aos alunos que participaram no meu processo de formação.

palavras-chave

Recursos didáticos; PUSE; Matemática; Expressões Artísticas; Geometria; Medida.

resumo

O presente Relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular de Prática Pedagógica Supervisionada, lecionada no decorrer do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico. O seu principal objetivo é compreender o contributo que a utilização do *kit* PUSE (Poly-Universe in School Education) tem no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos relacionados com a área e o perímetro de figuras geométricas no 1.º Ciclo do Ensino Básico, assim como o seu contributo na abordagem de tarefas de Expressões Plásticas. Desta forma, esta pesquisa pretende responder à questão “Qual o contributo do PUSE na resolução de tarefas, envolvendo conceitos matemáticos e expressões plásticas?”.

No intuito de responder à questão referida, foram implementadas tarefas numa turma de 3.º ano, recorrendo à utilização das peças PUSE e abordando conteúdos relacionados com a área e perímetro de figuras geométricas como o quadrado e o triângulo, assim como tarefas de expressão criativa relacionadas com Artes Visuais. A recolha de dados foi realizada através da observação participante, notas de campo e registo fotográfico, tendo sido a metodologia da investigação de natureza qualitativa, tendo uma vertente mais descritiva e interpretativa.

Após a análise dos resultados obtidos na implementação da investigação, conclui-se que, através da utilização do PUSE em tarefas de cariz matemático e artístico, os alunos apresentaram maior motivação para a realização de tarefas em ambiente de sala de aula, resultando em menos dificuldades na realização de tarefas, demonstrando, ainda, desenvolvimento relativo à visualização de figuras e na composição e decomposição de figuras geométricas. Foi também possível concluir que através da utilização do referido recurso, os alunos conseguiram expressar-se criativamente de novas formas, trabalhando a sua criatividade e coordenação motora, a partir da utilização das peças do *kit* para criar diferentes construções e representações das suas construções recorrendo a desenhos.

keywords

Didactic resources; PUSE; Math; Artistic Expressions; Geometry; Measurement.

abstract

This report was developed in the context of the curricular unit of Supervised Pedagogical Practice, taught during the 2nd year of the Master's Degree in Teaching Primary School Education and Mathematics and Natural Sciences of the 2nd Cycle of Basic Education. Its main objective is to understand the contribution that the use of the PUSE (Poly-Universe in School Education) kit has in the teaching-learning process of mathematical content related to the area and perimeter of geometric figures in the 1st cycle of basic education, as well as its contribution to the approach of Plastic Expressions activities. Thus, this research aims to answer the question "What is the contribution of PUSE in solving tasks involving mathematical concepts and plastic expressions?". In order to answer this question, activities were implemented in a 3rd grade class, using PUSE pieces and addressing contents related to the area and perimeter of geometric figures such as the square and the triangle, as well as creative expression activities related to Visual Arts. Data collection was conducted through participant observation, field notes and photographic record, and the research methodology was qualitative in nature, with a more descriptive and interpretive approach.

After analyzing the results obtained in the implementation of the research, it was concluded that, through the use of PUSE in mathematical and artistic activities, students showed greater motivation to carry out activities in the classroom environment, resulting in fewer difficulties in performing tasks, also demonstrating development related to the visualization of figures and the composition and decomposition of geometric figures. It was also possible to conclude that through the use of this resource, students were able to express themselves creatively in new ways, working on their creativity and motor coordination by using the kit pieces to create different constructions and representations of their constructions using drawings.

Índice

Índice de figuras	x
Índice de tabelas	xiv
Lista de abreviaturas	xvi
Introdução	1
Problemática e objetivos do estudo	1
Organização do relatório	2
Capítulo 1: Enquadramento teórico	4
1.1. Recursos didáticos	4
1.2. O PUSE: apresentação do material	7
1.3. Interdisciplinaridade no Ensino Básico	11
1.4. A visualização espacial	14
1.5. Geometria e Medida.....	18
Geometria e Medida no currículo escolar do 3.º ano do 1.º CEB	18
Os conceitos de medida, área e perímetro	20
Capítulo 2: Metodologia e contexto escolar	25
2.1. Metodologia	25
2.2. Calendarização e fases do estudo.....	29
2.3. Contexto escolar e turma	31
Capítulo 3: Intervenção pedagógica	33
3.1. Apresentação das tarefas e possíveis soluções	33
Fase introdutória	33
Fase de exploração livre	35
Fase de exploração orientada.....	36
Fase de exploração de áreas e perímetros com o PUSE	41
Fase de partilha de opinião	61

Possíveis extensões.....	63
3.2. Análise e discussão de resultados	66
Fase introdutória	66
Fase de exploração livre	70
Fase de exploração orientada.....	72
Fase de exploração de áreas e perímetros com o PUSE.....	74
Fase de partilha de opinião	103
Capítulo 4: Conclusões.....	109
4.1. Principais conclusões.....	109
4.2. Limitações da investigação	112
4.3. Reflexão final.....	114
Referências bibliográficas	117
Apêndices	121
Apêndice 1: Planificação da intervenção pedagógica.	121
Anexos.....	127
Anexo 1: Exercício original “Flor”	127
Anexo 2: Exercício original “Desafio inicial – peça triangular”.....	128
Anexo 3: Exercício original “Desafio inicial – peça quadrada”.....	130

Índice de figuras

Figura 1: Peça quadrada.	7
Figura 2: Kit de peças quadradas.....	7
<i>Figura 3: Peça circular.</i>	8
Figura 4: Kit de peças circulares.	9
Figura 5: Peça triangular.....	9
Figura 6: Kit de peças triangulares.	10
Figura 7: Quadrilátero com quatro ângulos retos.	22
Figura 8: Exemplo de um exercício da ficha adaptada para alunos com NEE.....	32
Figura 9: Primeira parte do questionário entregue aos alunos.....	33
Figura 10: Segunda parte do questionário entregue aos alunos.	34
Figura 11: Construção de uma flor com as peças circulares.	37
Figura 12: Primeiro slide do PowerPoint relativo aos desafios.....	38
Figura 13: Segundo slide do PowerPoint relativo aos desafios.....	38
Figura 14: Terceiro slide do PowerPoint relativo aos desafios.	39
Figura 15: Possível solução do desafio com as peças triangulares.....	39
Figura 16: Possível solução do desafio com as peças quadradas.	40
Figura 17: Primeiro exercício da ficha de trabalho.	42
Figura 18: Possível solução do primeiro exercício da ficha de trabalho.	43
Figura 19: Exercícios 2.1., 2.2., 2.3. e 2.4. da ficha de trabalho.	44
Figura 20: Exercício 2.5. da ficha de trabalho.....	46
Figura 21: Terceiro exercício da ficha de trabalho.....	47
Figura 22: Delimitações onde é colocada rede.....	47
Figura 23: Quarto exercício da ficha de trabalho.	48
Figura 24: Possível solução do exercício 4.1. da ficha de trabalho.....	49
Figura 25: Exercício 4.2. da ficha de trabalho.....	49
Figura 26: Exercício 4.3. da ficha de trabalho.....	50
Figura 27: Exercício 4.4. da ficha de trabalho.....	50
Figura 28: Exercícios 4.5. da ficha de trabalho.	51
Figura 29: Primeira página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.	56
Figura 30: Segunda página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.	57
Figura 31: Terceira página da ficha de trabalho indicada para alunos de NEE.....	58

Figura 32: Quarta página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.....	59
Figura 33: Quinta página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.....	60
Figura 34: Ficha para realização do texto de opinião.....	61
Figura 35:PowerPoint da primeira extensão.....	64
Figura 36: Primeiro slide da segunda extensão.....	64
Figura 37: Segundo slide da segunda extensão.....	65
Figura 38: Resposta do Aluno 1 à questão 1.1. do questionário inicial.....	67
Figura 39: Resposta do Aluno 6 à questão 1.1. do questionário inicial.....	67
Figura 40: Resposta do Aluno 3 à questão 1.2. do questionário inicial.....	68
Figura 41: Resposta do Aluno 18 à questão 1.2. do questionário inicial.....	68
Figura 42: Resposta do Aluno 15 à questão 2.1. do questionário inicial.....	68
Figura 43: Resposta do Aluno 18 à questão 2.2. do questionário inicial.....	69
Figura 44: Resposta do Aluno 14 à questão 2.2. do questionário inicial.....	69
Figura 45: Resposta do Aluno 15 à questão 2.2. do questionário inicial.....	69
Figura 46: Resposta do Aluno 15 à terceira questão do questionário inicial.....	69
Figura 47: Resposta do Aluno 5 à terceira questão do questionário inicial.....	70
Figura 48: Construção realizada por um aluno.....	70
Figura 49: Alunos a realizarem construções.....	70
Figura 50: Representação de uma construção, realizada por um aluno.....	71
Figura 51: Representação de uma construção, realizada por um aluno.....	71
Figura 52: Construção da flor, realizada por alunos.....	72
Figura 53: Construção da flor, realizada por alunos.....	72
Figura 54: Construção da flor, realizada por alunos.....	73
Figura 55: Construção da flor, realizada por alunos.....	73
Figura 56: Representação da construção da flor.....	73
Figura 57: Representação da construção da flor.....	73
Figura 58: Representação da construção da flor.....	74
Figura 59: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 1.....	76
Figura 60: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 8.....	77
Figura 61: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 4.....	77
Figura 62: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 6.....	78
Figura 63: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 2.....	79

Figura 64: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 1.....	79
Figura 65: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 4.....	80
Figura 66: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 9.....	80
Figura 67: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 5.....	81
Figura 68: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 1.....	82
Figura 69: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 2.....	82
Figura 70: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 3.....	83
Figura 71: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 5.....	83
Figura 72: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 6.....	84
Figura 73: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 1.....	85
Figura 74: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 5.....	85
Figura 75: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 9.....	86
Figura 76: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 6.....	86
Figura 77: Resolução do exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 7.....	87
Figura 78: Resolução do exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 3.....	88
Figura 79: Resolução de um exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 9.....	88
Figura 80: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 6.....	90
Figura 81: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 1.....	90
Figura 82: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 9.....	91
Figura 83: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 1.....	93
Figura 84: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 6.....	93
Figura 85: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 2.....	94
Figura 86: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 1.....	95
Figura 87: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 6.....	96
Figura 88: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 9.....	96
Figura 89: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 6.....	98
Figura 90: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 9.....	98
Figura 91: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 1.....	99
Figura 92: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 9.....	100
Figura 93: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 6.....	101
Figura 94: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 1.....	101
Figura 95: Texto de opinião realizado pelo Aluno 1.....	105

Figura 96: Texto de opinião realizado pelo Aluno 11.....	106
Figura 97: Texto de opinião realizado pelo Aluno 14.....	107

Índice de tabelas

Tabela 1: Perímetros e áreas da peça quadrada.	8
Tabela 2: Perímetros e áreas da peça circular.....	9
Tabela 3: Perímetros e áreas da peça triangular.	10
Tabela 4: Calendarização e duração das tarefas.	30
Tabela 5: Possíveis soluções dos exercícios 2.1., 2.2., 2.3. e 2.4. da ficha de trabalho.	45
Tabela 6: Possíveis soluções ao exercício 2.5. da ficha de trabalho.	46
Tabela 7: Possíveis soluções do terceiro exercício da ficha de trabalho.	48
Tabela 8: Possíveis soluções para apresentação de raciocínio no cálculo do perímetro de triângulos.	52
Tabela 9: Possíveis soluções do exercício 4.2. da ficha de trabalho, recorrendo à adição..	52
Tabela 10: Possíveis soluções do exercício 4.2. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.	52
Tabela 11: Possíveis soluções do exercício 4.3. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.	52
Tabela 12: Possíveis soluções do exercício 4.3. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.	53
Tabela 13: Possíveis soluções do exercício 4.4. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.	53
Tabela 14: Possíveis soluções do exercício 4.4. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.	53
Tabela 15: Possíveis soluções do exercício 4.5. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.	54
Tabela 16: Possíveis soluções do exercício 4.5. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.	54
Tabela 17: Tabela de conetores entregue aos alunos como auxílio para escrita do texto de opinião.	62
Tabela 18: Realização das medições no exercício 2.1.....	79
Tabela 19: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.1.....	79
Tabela 20: Realização das medições no exercício 2.2.....	81
Tabela 21: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.2.....	82
Tabela 22: Realização das medições no exercício 2.3.....	84

Tabela 23: Abordagem para a representação do raciocínio no exercício 2.3.	85
Tabela 24: Realização das medições no exercício 2.3.....	87
Tabela 25: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.3.....	87
Tabela 26: Realização das medições no exercício 2.5.....	89
Tabela 27: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.5.....	89
Tabela 28: Realização das medições na questão 3.	91
Tabela 29: Abordagem para representação do raciocínio na questão 3.	92
Tabela 30: Realização das medições na questão 4.2.	95
Tabela 31: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.2.	95
Tabela 32: Realização das medidas na questão 4.3.....	97
Tabela 33: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.3.	97
Tabela 34: Realização das medidas no exercício 4.4.	99
Tabela 35: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.4.	100
Tabela 36: Realização das medidas no exercício 4.5.	102
Tabela 37: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.5.	102

Lista de abreviaturas

AE	Aprendizagens Essenciais
CEB	Ciclo do Ensino Básico
LEB	Licenciatura em Educação Básica
NCTM	The National Council of Teachers of Mathematics
NEE	Necessidades Educativas Especiais
PUSE	Poly-Universe in School Education
PPS	Prática Pedagógica Supervisionada
RFE	Relatório Final de Estágio
SOE	Seminário de Orientação Educacional
UC	Unidade Curricular

Introdução

O presente relatório de estágio foi realizado no âmbito das Unidades Curriculares (UC) de Prática Pedagógica Supervisionada (PPS), Seminário e Orientação Educacional (SOE), sendo estas Unidades Curriculares integradas no último ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, tendo como título “Tarefas matemáticas e de expressões plásticas com alunos do 3.º ano – o recurso didático *Poly-Universe in School Education*”.

As Unidades Curriculares de PPS e SOE permitem aos alunos de mestrado colocar em prática todos os conhecimentos adquiridos não só ao longo do mestrado, como da Licenciatura em Educação Básica. A partir da possibilidade de interagir com uma turma de alunos, observando e, posteriormente, orientando as suas aulas, foi concedida a possibilidade de mobilizar os saberes adquiridos durante o percurso de Ensino Superior, refletir sobre as tarefas desenvolvidas nos contextos e cimentar a transição teórico-prática. Estas UC têm grande importância no processo de formação de professores pois permitem um contacto com alunos num ambiente supervisionado, possibilitando uma aprendizagem mais concreta e orientada para o exercício da atividade docente.

Problemática e objetivos do estudo

Com este trabalho, é pretendido abordar a importância que os recursos didáticos, nomeadamente o *kit* PUSE, e o impacto que têm em tarefas de Matemática e Expressões Plásticas, nomeadamente Artes visuais, no 1.º CEB, abordando os conceitos de área e perímetro e proporcionando momentos de expressão criativa aos alunos. Os recursos didáticos no ensino de Matemática têm grande relevância, pois possibilitam aos alunos interagir diretamente com o problema ou conceito em questão, permitindo que os mesmos cheguem às suas conclusões com maior facilidade e menor margem de erro. Segundo Azevedo (1979, p.27, as cited in de Sousa, 2007, p. 112), “Nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração”, então, apoiando esta lógica, os recursos didáticos têm um grande peso no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, por constituírem uma forma lúdica de apresentar uma situação concreta que

promova a interação entre o aluno e a própria matemática, despertando o seu interesse para “mergulhar na abstração”.

Relativamente ao seu impacto em Artes Visuais, é pretendido estudar de que forma o PUSE pode possibilitar a expressão de criatividade dos alunos, apesar de ser considerado um recurso associado à abordagem de conteúdos matemáticos.

Neste processo de investigação, foi levantada uma questão que orientou toda a pesquisa: *Qual o contributo do PUSE na resolução de tarefas, envolvendo conceitos matemáticos e expressões plásticas?* A partir desta questão, é possível concluir que existem duas subquestões associadas, sendo elas “*Qual o contributo do PUSE na abordagem dos conceitos da área e perímetro?*” e “*Qual o contributo do PUSE em tarefas de expressão plástica?*”.

De seguida, é apresentada a organização do presente Relatório Final de Estágio.

Organização do relatório

No primeiro capítulo é apresentado o enquadramento teórico de todo o estudo. Aqui são abordados os conceitos importantes a reter para a compreensão do trabalho que foi desenvolvido em contexto escolar. Primeiramente, uma vez que o foco deste trabalho é a utilização do recurso didático PUSE no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e na abordagem de tarefas de Expressão Plástica, é importante abordar o que são recursos didáticos e a sua importância no contexto escolar. Uma vez que foi possível utilizar um recurso numa turma de 3.º ano, o referido recurso (PUSE) é também apresentado neste capítulo. De seguida, considerando que o recurso é utilizado em tarefas de diversas áreas, é abordada a interdisciplinaridade no Ensino Básico, que está intrínseca a este estudo. A utilização de recursos didáticos possibilita aos alunos o treino da visualização. Nesse sentido, neste capítulo é apresentado o conceito de “visualização” associado à geometria. Tendo em consideração que um dos objetivos da investigação está diretamente relacionado com conteúdos matemáticos, a área e o perímetro, estes dois conceitos são abordados, assim como o conceito de medida, que teve importância na resolução de tarefas propostas no contexto escolar.

O capítulo dois diz respeito à metodologia e procedimentos de recolha de dados. Então, neste capítulo é apresentada a metodologia da pesquisa, abordando as características

que a definem. É também apresentada a calendarização do estudo, comparando o tempo que era planejado para a implementação do estudo com o tempo real em que foi implementado, assim como a duração de cada tarefa realizada com a turma. Por fim, neste capítulo é também feita uma breve caracterização do contexto escolar e da turma em que foi tida a oportunidade de implementar a investigação.

No terceiro capítulo é apresentada a intervenção pedagógica, isto é, a apresentação de todas as tarefas e exercícios desenvolvidos no contexto escolar. A seguir à apresentação de cada tarefa são também apresentadas as possíveis soluções às mesmas, dado que é necessário ter uma noção do que é possível ser respondido nas tarefas e questões para poder analisar as respostas dos alunos. Aqui são também referidas as AE abordadas nas diferentes tarefas. Nesse sentido, a seguir à apresentação das tarefas e possíveis soluções, é apresentada a análise e discussão de resultados obtidos a partir da participação dos alunos nas tarefas propostas. O último subcapítulo aborda duas tarefas que enriquecem o projeto, mas, infelizmente, não puderam ser implementadas.

Por fim, o capítulo quatro está dividido em três partes. A primeira diz respeito às principais conclusões da investigação, dando resposta à questão orientadora da investigação. De seguida, são apresentadas as limitações da investigação, ou seja, aspetos que limitaram de alguma forma o estudo e, por fim, é apresentada a reflexão final relativamente ao presente Relatório e a toda experiência de PPS.

Capítulo 1: Enquadramento teórico

A escola é, de modo geral, considerada uma instituição que prepara crianças para o futuro, de forma que estes atinjam determinados objetivos propostos pelo Ministério da Educação em documentos como as “Aprendizagens Essenciais” (AE) ou “Metas Curriculares”, que existem no intuito de organizar os conteúdos que devem ser abordados nas várias áreas de ensino do Ensino Básico.

Uma vez que o foco do presente Relatório é a utilização de recursos didáticos no ensino de matemática no ensino básico, é essencial abordar o conceito, assim como a sua importância em motivar os alunos para aprender, a ludicidade envolvida e a importância que tem na compreensão de conceitos mais abstratos.

Na implementação da investigação, foi possível utilizar o *kit* PUSE. Então, neste capítulo, o recurso é apresentado, identificando as diferentes peças que o constituem.

Em contexto escolar foram implementadas tarefas de diversas áreas. Nesse sentido, existe interdisciplinaridade entre as áreas de Matemática, Expressões Artísticas e Português. Dado o papel importante desempenhado pelas diferentes áreas abordadas, que se ligavam entre si pela utilização do mesmo recurso em todas elas, neste capítulo é abordada a importância da interdisciplinaridade no Ensino Básico.

Com o recurso didático, os alunos veem concretamente o que estão a trabalhar. A partir de tarefas que possibilitem o uso de recursos didáticos, os alunos estão a trabalhar a capacidade de visualização. Sendo esta capacidade trabalhada pela turma na implementação da investigação, esta é apresentada no presente capítulo.

Por fim, nas tarefas de Matemática são abordados os conceitos de medida, área e perímetro. Então, de forma a sintetizar cada um dos conceitos, os mesmos são apresentados no final deste capítulo.

1.1. Recursos didáticos

Os recursos didáticos são todo e qualquer material que facilitem o processo de ensino e aprendizagem aos alunos e professor em questão. Segundo de Souza (2007, p. 111), recurso didático é “todo material utilizado como auxílio no ensino - aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos.”.

A partir dos recursos, é possível introduzir novos conceitos ou aprofundar algum já conhecido, proporcionando aos alunos um contacto direto com o que é abordado, permitindo que estes compreendam mais concretamente o que é pretendido. Como é referido pelo Departamento de Educação Básica (s.d., p. 71),

“Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos”

Então, é necessário ter em consideração que os recursos didáticos, por si só, não são suficientes. É importante que o recurso seja isso mesmo: um recurso. Algo que vai auxiliar no objetivo final do professor, que é transmitir e partilhar conhecimento sobre um conceito com os seus alunos. Como refere Marques (2013, p. 11), referindo-se à utilização de recursos didáticos, estes “podem ser fortes instrumentos nas aulas de matemática, não substituem, de forma alguma o professor, mas completam as suas aulas”. A partir do uso de recursos didáticos, além dos alunos se sentirem mais motivados para a tarefa, existe um auxílio na compreensão de conceitos abstratos que através da oralidade ou escrita de um problema, por exemplo, seriam de mais difícil entendimento. Segundo o estudo apresentado por Behr (1983, as cited in Grando, 2019, p. 395), “os materiais manipulativos tiveram destaque por facilitar a aquisição e uso de conceitos de número racional, quando ressaltaram a compreensão das crianças ao simular situações concretas a fim de compreender conceitos matemáticos abstratos.”. Grando (2019, p. 395) refere também, relativamente aos recursos didáticos, que “O seu uso não se justifica, somente, por envolver os alunos e motivá-los à aprendizagem, mas mobilizá-los a estabelecer relações, observar regularidades e padrões, pensar matematicamente”, o que sintetiza uma finalidade importante da utilização de recursos. É também referido por de Souza (2007, pp. 112-113), sintetizando alguns aspetos trabalhados pelos alunos através da utilização de recursos, que

“Utilizar recursos didáticos no processo de ensino - aprendizagem é importante para que o aluno assimile o conteúdo trabalhado, desenvolvendo sua criatividade,

coordenação motora e habilidade ao manusear objetos diversos que poderão ser usados pelo professor na aplicação de suas aulas.”.

Como já foi referido, a partir da utilização de recursos didáticos em ambiente de sala de aula, acaba por haver uma maior motivação por parte dos alunos para aprender, o que resulta numa maior motivação por parte do professor para ensinar. Ou seja, além de haver uma maior vontade em aprender por parte dos alunos, acaba por haver também uma maior vontade de ensinar por parte do professor, por ter alunos mais interessados. Como refere de Souza (2007, p.113), “o caráter motivador é uma das funções do uso de tais recursos pois se sabe que o conhecimento na criança, parte do concreto para o abstrato, e também é bem mais divertido aprender brincando”, o que demonstra a importância do recurso didático enquanto elemento de motivação para a aquisição de conhecimentos e conceitos abstratos e enquanto promotor de um ambiente de aprendizagem mais saudável e "divertido". O recurso, num contexto de interesse e motivação, consegue agir como intermediário entre a criança e o abstrato, constituindo-se como a peça concreta que conduz à abstração, tendo como objetivo "formar um aluno reflexivo com relação ao seu contexto e social e também voltado ao contexto mundial" (de Souza, 2007, p. 112).

Existindo maior motivação por parte do aluno pela utilização dos recursos, encarando as tarefas com os mesmos como mais divertidas, é inevitável abordar a ludicidade proporcionada pelos mesmos. Como refere Bacelar (2009, p. 24), “o jogo e a brincadeira são utilizados como sinônimos de lúdico. Vemos também, muitas vezes, o lúdico associado ao lazer, à satisfação, ao deleite, ao prazer”. Então, uma vez que a utilização de recursos didáticos em ambiente de ensino e aprendizagem motiva os alunos e proporciona uma experiência diferente de aprendizagem que motiva os mesmos a aprender enquanto brincam, é importante referir a importância que o fator lúdico tem na utilização de recursos. O facto de ser lúdico não inviabiliza a aprendizagem nem a impede, tornando-a apenas mais apelativa e divertida para os alunos, que abordam as aprendizagens com mais vontade, demonstrando, conseqüentemente, melhores resultados.

1.2. O PUSE: apresentação do material

O projeto PUSE (Poly-Universe in School Education) surge da necessidade de atualizar as metodologias de ensino, no intuito de possibilitar ao professor e aos alunos novos mecanismos de abordagem de conteúdos. Este projeto apresenta um livro de atividades e exercícios e um *kit* de peças que, em conjunto com os exercícios sugeridos ou outras atividades que possam surgir por parte do professor ou alunos, permite abordar conteúdos em diferentes áreas como “combinatorics, probability calculation, geometry, measurement, sets, logic, graphs, algorithm, complex, visuality, interdisciplinar” (Goñi et al., 2019, p. 11).

O *kit* é composto por três caixas de peças, sendo que cada caixa contém 24 peças. As peças são círculos, triângulos e quadrados com combinações de quatro cores: vermelho, amarelo, azul e verde. Com as combinações, em cada *kit* não existem duas peças iguais. Dentro de cada peça existem outras figuras geométricas com o mesmo formato da peça com relações entre os seus tamanhos.



Figura 1: Peça quadrada.

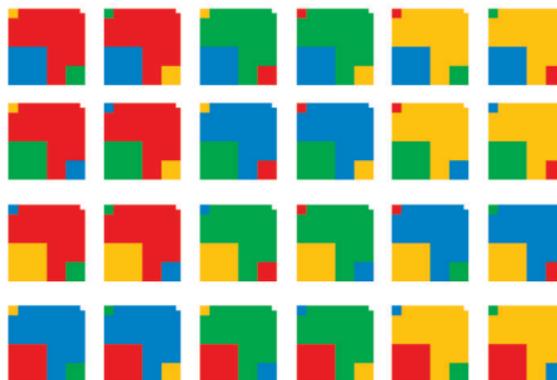


Figura 2: Kit de peças quadradas.

Relativamente à peça quadrada, apresentada na Figura 1, é possível observar que tem em falta um vértice, criando um formato de um pequeno quadrado que tem 0,5625 centímetros de lado, retirando cerca de 0,316 cm² de área à peça toda. A Figura 2 apresenta o *kit* de peças quadradas.

No que diz respeito às suas dimensões, a peça quadrada tem 9 cm de lado, tendo 36 cm de perímetro e cerca de 80,68 cm² de área. Uma vez que tem um vértice em falta, apesar do perímetro ser o mesmo com ou sem vértice, o mesmo não se verifica no que diz respeito à área.

O quadrado maior do seu interior (representado na figura 1 com a cor azul) mede, de lado, metade do lado da peça completa, sendo, então, 4,5 cm de lado. O segundo maior quadrado (representado na figura 1 com a cor verde) tem como medida de lado metade do quadrado referido anteriormente, apresentando 2,25 cm de lado. O quadrado interior mais pequeno (representado na figura 1 com a cor amarela) segue a mesma lógica do anterior, concluindo, então, que tem de medida lateral 1,125 cm. A partir destas medidas, é possível calcular o perímetro e a área de cada um dos quadrados interiores da peça, obtendo os seguintes valores:

	Perímetro	Área
Quadrado maior	18 cm	20,25 cm ²
Quadrado médio	9 cm	≅5,06 cm ²
Quadrado menor	4,5 cm	≅1,27 cm ²

Tabela 1: Perímetros e áreas da peça quadrada.

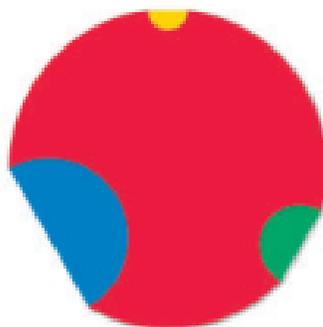


Figura 3: Peça circular.

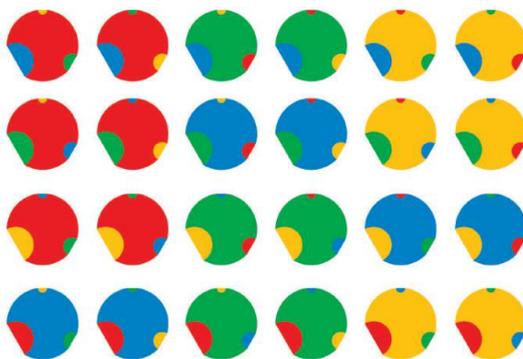


Figura 4: Kit de peças circulares.

No que diz respeito à peça circular, representada na Figura 3, é possível observar que, à semelhança da peça quadrada, apresenta irregularidades. Nesta peça, em vez de serem apresentados pequenos círculos no seu interior, existem três semicírculos cujos diâmetros coincidem com a borda exterior da peça. O diâmetro da peça é de 9 cm, do semicírculo maior (representado com a cor azul na figura 3) é de 4,5 cm, do segundo maior semicírculo (representado a verde na figura 3) é 2,25 cm e do semicírculo mais pequeno (representado pela cor amarela na figura 3) é de 1,125 cm. Então, calculando os seus perímetros e áreas, chega-se aos seguintes resultados:

	Perímetro	Área
Semicírculo maior	$\cong 11,57$ cm	$\cong 7,95$ cm ²
Semicírculo médio	$\cong 5,78$ cm	$\cong 1,99$ cm ²
Semicírculo menor	$\cong 2,89$ cm	$\cong 0,50$ cm ²

Tabela 2: Perímetros e áreas da peça circular.



Figura 5: Peça triangular.

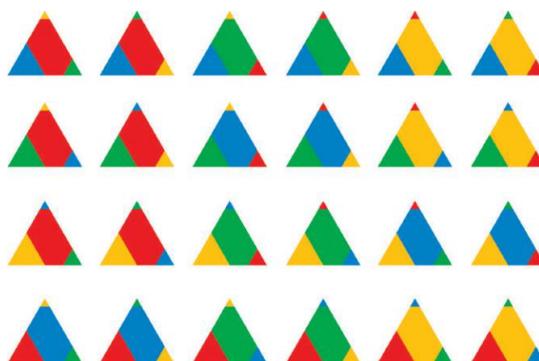


Figura 6: Kit de peças triangulares.

A terceira peça é triangular, representada na Figura 5, está completa. Ou seja, ao contrário das previamente referidas, não lhe falta nenhum vértice nem é “cortada” pelas figuras do seu interior.

Esta peça representa, então, um triângulo equilátero com 9 cm de lado, tendo 27 cm de perímetro e uma área de $40,5 \text{ cm}^2$. À semelhança da peça quadrada e circular, a peça triangular apresenta 3 triângulos mais pequenos no seu interior, com relações de grandeza relativamente ao tamanho da peça toda. Então, o maior triângulo do seu interior é um triângulo equilátero com 4,5 cm de lado, o segundo maior triângulo tem 2,25 cm de lado e, por fim, o triângulo mais pequeno tem 1,125 cm de lado. A partir destas medidas, é possível calcular os valores de perímetro e área dos vários triângulos em questão, sendo os valores os seguintes:

	Perímetro	Área
Triângulo maior	13,5 cm	$\cong 8,78 \text{ cm}^2$
Triângulo médio	6,75 cm	$\cong 2,19 \text{ cm}^2$
Triângulo menor	$\cong 3,38 \text{ cm}$	$\cong 0,55 \text{ cm}^2$

Tabela 3: Perímetros e áreas da peça triangular.

A partir das relações de grandeza entre os tamanhos das figuras de dentro e a peça é possível abordar vários conteúdos de forma mais lúdica, criando um melhor ambiente de aprendizagem para os alunos.

1.3. Interdisciplinaridade no Ensino Básico

É importante abordar este conceito neste estudo uma vez que o mesmo apresenta interdisciplinaridade entre as áreas de Expressões Artísticas, mais especificamente Artes Visuais, Matemática e Português.

No Ensino Básico são abordadas diversas áreas de ensino que podem ser lecionadas individualmente ou associadas entre si. No primeiro caso, as diversas áreas são abordadas na escola não considerando as restantes, enquanto no segundo caso existe algo que as relaciona, o que pode trazer benefícios no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

A interdisciplinaridade, segundo Bonatto et al. (2012, p. 3), “é uma temática que é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com abordagens em diferentes disciplinas”. Desta forma, a partir da interdisciplinaridade são abordados temas considerando as diversas áreas de estudo, podendo alcançar um conhecimento mais profundo e fundamentado.

Nos documentos que dizem respeito às AE das diferentes áreas é possível encontrar menção à interdisciplinaridade, mostrando que esta, nos dias de hoje, já é considerada importante no processo de ensino dos alunos.

Por exemplo, no documento relativo às AE de Estudo do Meio do 3.º ano do 1.º CEB (2018), na introdução do documento, é mencionado que nas respetivas AE são consideradas dinâmicas interdisciplinares, fomentando a articulação entre áreas e entre saberes. É também referido que deve ser promovida a interdisciplinaridade, tendo em consideração os temas e desenvolvimento dos mesmos, atendendo a temas da atualidade, interesses e particularidades dos alunos, assim como questões locais do meio em que se inserem. Além disso, na secção da Operacionalização das AE, existem “Ações estratégicas de ensino orientadas para o Perfil dos Alunos” que indicam a interdisciplinaridade como estratégia de promoção da aquisição de conhecimento.

À semelhança do que se pode verificar no documento que diz respeito às AE de Estudo do Meio, no documento relativo às AE de Português (2018), apesar da interdisciplinaridade não ser referida na introdução do documento, nas “Ações estratégicas de ensino orientadas para o Perfil do Aluno”, a interdisciplinaridade é referida como estratégia, nomeadamente na análise de situações, na exposição de trabalhos simples, para

realizar percursos pedagógico-didáticos com outras áreas, como Estudo do Meio, Matemática e Expressões, e na mobilização de saberes e experiências.

Por sua vez, no documento que apresenta as AE de Matemática (2021), quando abordadas as capacidades matemáticas no 1.º ciclo (p. 9), é referida a promoção de atividades interdisciplinares com outras áreas, salientando o Estudo do Meio.

Ao optar-se pelo ensino não recorrendo à interdisciplinaridade, Fortes (2009, p. 3) afirma que “dificulta a aprendizagem do aluno, não estimula ao desenvolvimento da inteligência, de resolver problemas e estabelecer conexões entre os fatos, conceitos, isto é, de pensar sobre o que está sendo estudado”. Neste sentido, de forma a melhor garantir o sucesso dos alunos no percurso escolar, é importante que a interdisciplinaridade seja implementada no ensino. É também importante salientar que, como refere Bonatto et al. (2012) a interdisciplinaridade é um instrumento para construir conhecimento, não sendo conhecimento por si só.

Para que a interdisciplinaridade seja implementada no contexto escolar, é necessário que o docente tenha a capacidade de se adaptar a esta metodologia, aceitando que para que o processo de ensino e aprendizagem seja frutífero, é necessário “inovar, variar suas técnicas de ensinar, buscar qualidade e não se deter em quantidades de conteúdos, ter bom relacionamento com as crianças, e além do mais ser amigo” (Bonatto et al., 2012, p. 6). Nesse sentido, uma vez que o professor é o mediador na aprendizagem dos alunos, este tem um papel essencial na forma como aprendem. Então, é necessário que seja dedicado tempo ao planeamento da aula de forma a garantir o sucesso da intervenção pedagógica.

Além de tratar conteúdos programados, a partir da interdisciplinaridade podem ser abordadas situações do dia-a-dia para promover a aprendizagem de qualquer conteúdo uma vez que “A construção do conhecimento sobre os conteúdos escolares são influenciado pelo meio ambiente, pelos meios de comunicação, professores e colegas” (Bonatto et al. 2012, p. 7). É inevitável desassociar o que acontece em contexto de sala de aula do que se passa no exterior, então é essencial que o que é aprendido noutros contextos mais informais também seja abordado em sala de aula de forma a mostrar que tudo se relaciona, incluindo os diferentes meios em que nos inserimos e as áreas lecionadas em contexto escolar.

Assim, é importante que seja estabelecida uma relação entre conhecimentos de várias áreas no intuito de proporcionar melhores experiências de ensino. A partir da relação estabelecida entre várias áreas, é possível proporcionar participações de diversos alunos que tenham mais facilidade em determinado conteúdo ou diferentes experiências de vida, enriquecendo, assim, o conhecimento da turma, promovendo a participação direta dos alunos na construção do seu próprio conhecimento. Como refere Terradas (2019), a partir da construção do conhecimento em várias áreas, é procurado todo o conhecimento possível associado ao que se está a estudar.

1.4. A visualização espacial

A Geometria está presente em várias situações do cotidiano. Na realização de medições, sendo de objetos ou distâncias, na natureza ou na arte, é possível constatar a presença de conceitos geométricos. Como refere Abrantes et al. (1999), “As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objecto de outro e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto”. A partir desta afirmação, é possível concluir que, como já foi referido, a geometria tem um papel relevante, não só no ensino como no quotidiano, mesmo que inconscientemente.

No ensino de Geometria, o conceito de visualização está bastante presente, nomeadamente na geometria espacial. Considerando que a geometria espacial é a área da geometria que trata os objetos no espaço, a visualização acaba por estar intrínseca à sua abordagem. Consoante a capacidade de visualização dos alunos, a sua compreensão relativamente à geometria espacial também é afetada de igual forma. Como refere Neto et al. (2011), na geometria espacial, a capacidade de visualizar objetos tridimensionais desempenha um papel fundamental, tendo a si inerentes capacidades relacionadas com o raciocínio espacial, envolvendo a aptidão de refletir sobre os objetos e as suas possíveis representações, as relações entre as diferentes partes que o constituem, a sua estrutura e possíveis transformações do objeto.

Segundo Abrantes et al. (1999) “A geometria constitui, na verdade, um meio privilegiado de desenvolvimento da intuição e da visualização espacial”, então, nesse sentido, a visualização acaba por ter um papel importante na abordagem da geometria.

No ensino de geometria, Abrantes et al. (1999) refere que os primeiros contactos dos alunos com geometria são através de atividades de construção, modelação, medição, desenho, visualização, comparação, transformação e classificação de figuras geométricas. De acordo com o autor, a partir destas atividades os é desenvolvido o sentido espacial que prepara os alunos para o “estudo das características de formas de duas e três dimensões”. Além disso, sendo trabalhado o sentido espacial, os alunos trabalham, também, a capacidade de visualização através dessas atividades, uma vez que a manipulação de diversos materiais e recursos ajuda no desenvolvimento da capacidade de visualização.

Como refere Gordo (1993, p. 35), a aprendizagem de Geometria é realizada em fases, sendo primeiramente dada ênfase à “ciência do espaço”, seguida da compreensão da construção de conceitos e a relação existente entre os mesmos. Na área da ciência do espaço é onde o conceito de visualização é abordado com mais detalhe, dada a importância que o espaço tem no desenvolvimento da capacidade de visualização espacial.

A visualização, em contextos matemáticos, está associada à capacidade que o aluno tem de visualizar mentalmente algo que lhe é apresentado. Segundo Vale (2012, p. 188), “O termo visualização é usado para significar o procedimento mental que permite mover de um objecto físico visível para a sua representação mental que é apresentado visual na forma de desenhos, tabelas, diagramas e gráficos”.

Nos documentos que tratam o currículo escolar, nomeadamente as novas Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano (2021), a visualização é referida como capacidade de importante desenvolvimento nos alunos, associada ao início do desenvolvimento do raciocínio espacial. Como refere o documento, esta capacidade é essencial para que os alunos compreendam o espaço em que se inserem e movimentam, sendo fundamental proporcionar aos alunos oportunidades que lhes permitam explorar o espaço que os rodeia, através de atividades com recurso a, por exemplo, mapas e itinerários, e materiais que lhes permitam construir perceções espaciais. Além desses materiais, recorrendo a diferentes figuras no espaço e plano, os alunos podem realizar operações, como composição e decomposição das mesmas, estabelecendo relações espaciais.

A partir da visualização, não só é possível construir mentalmente uma “imagem” do que é pretendido, como se desenvolvem capacidades de raciocínio e representação, que são competências essenciais na compreensão de matemática. Desta forma, o aluno consegue representar o que visualiza de várias formas, podendo ser através de um desenho, esquema, gráfico, tabela ou qualquer outra forma que permita ao aluno exprimir a sua visualização. Segundo Breda et al. (2011, p. 10), “A visualização espacial pode ser desenvolvida, inicialmente, por meio da construção e manipulação de representações concretas, utilizando materiais manipuláveis e posteriormente pela representação mental de formas, relações e transformações”, então, nesse sentido, a manipulação de recursos didáticos tem um papel essencial no desenvolvimento da capacidade de visualizar mentalmente.

Para um aluno conseguir proceder à visualização, existem habilidades que são necessárias. Nesse sentido, Del Grande (1990), apresenta sete habilidades consideradas necessárias para que a visualização seja possível:

- *Coordenação motora dos olhos*: capacidade de coordenar o olhar com o movimento do objeto em questão;
- *Percepção figura-fundo*: capacidade de identificar um objeto específico em relação a um fundo, isto é, distinguir o objeto em questão do fundo em que se insere, assim como as partes que constituem o objeto;
- *Constância perceptiva*: capacidade de reconhecer diferentes figuras apresentadas em diferentes tamanhos, texturas ou posições;
- *Percepção da posição no espaço*: capacidade de relacionar o objeto em relação ao espaço em que se encontra;
- *Percepção de relações espaciais*: capacidade de ver dois ou mais objetos considerando a relação que um tem com o outro;
- *Discriminação visual*: capacidade de identificar semelhanças e diferenças entre objetos, independentemente da posição;
- *Imagem visual*: capacidade de relembrar com exatidão um objeto que já não está a ser visto.

Relativamente às visualizações que podem existir, Presmeg (1986, pp. 43-44) apresenta cinco categorias:

- *Imagens concretas*: visualização de imagens reais;
- *Imagens padrão*: visualização de relações representadas a partir de um esquema;
- *Imagens de fórmulas*: visualização de fórmulas ou esquemas;
- *Imagens cinestésicas*: visualização não só mental, mas também dependente de representações corporais;
- *Imagens dinâmicas*: visualização de imagens em movimento.

Ao falar de visualização, é também essencial referir a importância da orientação espacial. Esta tem grande importância uma vez que, para que a visualização ocorra, é necessário que o aluno tenha outras capacidades prévias, como “compreender a posição relativa das formas e dos objectos bem como a relatividade dos seus tamanhos” (Breda, et

al., 2011, p. 10). A partir da orientação espacial, o aluno desenvolve a capacidade de se orientar relativamente a diferentes perspectivas, descrevendo caminhos, assim como a capacidade de compreender formas, figuras, proporções e relações entre objetos (Breda et al., 2011).

Além da utilização de recursos didáticos, como o *kit* PUSE, em ambiente de sala de aula, é necessário considerar a tecnologia como um recurso importante. De forma a trabalhar a visualização em duas e três dimensões, existem programas que podem ajudar no desenvolvimento da visualização. É importante considerar todas as vertentes e estudar recursos que possibilitem uma melhor experiência de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, é necessário considerar a importância que a tecnologia tem nos dias de hoje e considerar tudo o que esta nos oferece. Perius (2012, p. 30) refere que “as tecnologias podem proporcionar novas formas de aprendizagem, modificando as relações entre professores e alunos, ou entre alunos e alunos e entre alunos e conhecimento”, apresentando, assim, a importância da integração da tecnologia na aprendizagem.

1.5. Geometria e Medida

Ao longo desta investigação, foram vários os conceitos matemáticos abordados nas tarefas realizadas com a turma. De forma a esclarecê-los, este subcapítulo irá abordar a medida, a área e o perímetro, enquadrando os mesmos no currículo escolar do 3.º ano do 1.º CEB.

Geometria e Medida no currículo escolar do 3.º ano do 1.º CEB

O ensino de Matemática tem como finalidade, segundo a Direção-Geral da Educação (2018a, pp. 2-3), “Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos” e “Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência”.

Para isto, é necessário que o ensino de Matemática desenvolva interesse nos alunos, gerando gosto e interesse pela mesma, permitindo aos alunos obterem melhores resultados que, conseqüentemente, cria maior motivação pela aprendizagem. Para que o ensino da Matemática seja frutífero, é necessário que o mesmo seja orientado no sentido da compreensão, pois, a partir da compreensão, os alunos tornam-se capazes de implementar os seus conhecimentos em contextos matemáticos e/ou não matemáticos.

Relativamente à Geometria e Medida, este é um dos temas e conteúdos de aprendizagem abordados ao longo do 1.º CEB. Considerando o documento relativo às AE de 3.º Ano (2018), a partir dos conteúdos associados a Geometria e Medida, é desenvolvida a capacidade de visualização e compreensão das propriedades de várias figuras geométricas, sendo também desenvolvida a noção de grandeza e processos de medida. Através do desenvolvimento destas capacidades, os alunos tornam-se capazes de identificar interpretar e descrever relações espaciais, assim como descrever, construir e representar figuras planas e sólidos geométricos, conseguindo identificar a sua posição no plano ou no espaço, bem como as suas propriedades, estabelecendo relações geométricas. Além disto, outras grandezas, como o dinheiro, comprimento, área, massa, capacidade, volume, tempo e os seus processos de medição, são abordados ao longo do 1.º CEB. Por fim, a noção de ângulo é abordada, sendo apresentados os diferentes tipos de ângulo: reto, obtuso, agudo e raso.

Para o presente relatório, interessa salientar o desenvolvimento da capacidade de visualização, assim como a compreensão das propriedades de figuras geométricas, nomeadamente o quadrado, triângulo e círculo. Estas capacidades são relevantes na presente investigação, pois são desenvolvidas a partir da utilização do recurso didático PUSE. Além das referidas capacidades, a descrição, construção e representação de figuras planas é importante, uma vez que os alunos têm tarefas em que é necessário representar as diferentes peças do *kit*, sendo também abordadas algumas grandezas, como comprimento, área, perímetro e os seus respetivos processos de medição, através da realização de uma ficha de trabalho.

Segundo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), relativamente à área de Geometria, entre os 3.º e 5.º ano de escolaridade, é esperado que os alunos consigam recorrer à visualização, raciocínio espacial e modelação geométrica na resolução de problemas. Sintetizando apenas o que se aplica nas tarefas desenvolvidas com a turma, NCTM (2000) indica que os alunos deverão ser capazes de “Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas” (p. 190), identificando, comparando e analisando as propriedades de diferentes formas, desenvolvendo, assim, vocabulário que as descreva. Para isso, é necessário que haja maior atenção, por parte do docente, no “desenvolvimento de argumentos matemáticos” (p. 191), podendo recorrer a recursos didáticos que permitam aos alunos desenvolver e testar as suas ideias, trabalhando, assim, o seu raciocínio e criação de argumentos que comprovem o que conjecturam. É também esperado que consigam realizar construções e desenhos de objetos geométricos, que neste caso em particular são as peças do *kit*, “criar e descrever imagens mentais de objetos” (p. 190), também associados às peças, e “reconhecer noções e relações geométricas e aplicá-las a outras disciplinas, a problemas da sala de aula ou em situações do dia a dia” (p. 190). Para os alunos analisarem as diferentes propriedades de uma figura, é necessário que o docente encoraje o raciocínio sobre as propriedades, orientando no sentido de analisarem as relações espaciais.

No que diz respeito à medida, NCTM (2000) refere que um dos objetivos para alunos entre o 3.º e 5.º ano é “Compreender os atributos mensuráveis dos objetos e as unidades, sistemas e processos de medição” (p. 198), estando a este objetivo associada a compreensão de atributos como o comprimento e área, selecionando a unidade adequada à medição de

cada um, sendo também necessário que os alunos compreendam a necessidade de recorrer a unidades de medida convencionais, familiarizando-se com as mesmas, sendo capazes de efetuar as conversões necessárias entre unidades de medida dentro de um sistema métrico.

Os conceitos de medida, área e perímetro

O conceito de medida está associado à necessidade de quantificar. Para isto, no decorrer da História, foram criadas unidades de medida relacionadas com objetos do cotidiano que auxiliam nessa missão. Como referem Ralha e Gomes (2004, p. 376), existe “uma dualidade continuada entre aquilo que nos convém e o que está preciso, rigoroso e, por isso, a maioria das unidades tradicionais de medida surgiram a partir de comparações naturais com coisas do dia-a-dia”.

No que diz respeito ao ensino da medida, este é importante na medida em que prepara os alunos para diversas situações do dia-a-dia em que é necessário recorrer a esta capacidade. Como refere o NCTM (2000, p. 48), “O estudo da medida é importante no currículo de matemática, do pré-escolar ao ensino secundário, devido à aplicação prática e à abundância de situações que envolvem a medida em vários aspetos da vida quotidiana”.

O conceito de “medir”, segundo o NCTM (2000, p. 48), “é atribuir um valor numérico a um dado atributo de um objecto” referindo, mais aprofundadamente, que “a medição envolve atribuir um número a uma característica de uma situação”. Completando esta informação, Ralha e Gomes (2004, p. 377), referem que “medir consiste em comparar duas grandezas”, no sentido em que, para se medir o que quer que seja, é considerado o que se quer medir, considerando se o objetivo é medir o comprimento, área, volume, massa ou temperatura, sendo de seguida seleccionada a unidade de medida apropriada para comparar ao que se deseja medir e, por fim, é determinado o número de unidades na unidade de medida escolhida associados ao que se quer medir (Ralha & Gomes, 2004).

Na aprendizagem, quando é introduzida a medição e os diversos conceitos de medida, é possível observar semelhanças entre estes conceitos e a aprendizagem da contagem e conceitos numéricos (Ralha & Gomes, 2004, p. 376). Estes dois conceitos têm semelhanças pois ambos estão relacionados com a necessidade de quantificar, porém, enquanto o primeiro lida com “grandezas que são contínuas”, o segundo limita-se na atribuição de um

número ao que se está a contar “numa correspondência de um para um” (Ralha & Gomes, 2004, p. 376).

Ralha & Gomes (2004, p. 377) referem que existe um “processo de padronização” no que diz respeito às unidades de medidas. Esse processo inicia-se com a fase em que a unidade de medida em questão se torna um hábito em determinada comunidade, seguido de uma padronização legal nessa comunidade e, por fim, sendo aprovada por uma comissão científica. Porém, é necessário ter em consideração que as unidades de medida que temos atualmente, não foram sempre como as conhecemos, tendo passado por processos de adaptação às necessidades de quem as usava.

Relativamente à medição, segundo Ralha e Gomes (2004, p. 377) são possíveis considerar dois tipos: a medição direta e indireta. A primeira diz respeito à medição que é feita através da “comparação imediata entre a unidade e a grandeza a medir”, enquanto a indireta depende de uma medição direta e alguma manipulação dos resultados conseguidos através dela. Exemplos destes tipos de medição que são possíveis de observar nas tarefas abordadas nesta investigação são a medição dos lados de uma peça (medição direta) e o cálculo da área de uma peça (medição indireta), pois, no primeiro caso, é realizada a referida comparação no exato momento da medição, enquanto que, no segundo caso, é necessário recorrer à medição direta para recolher os valores necessários para o cálculo da área, existindo, assim, a referida manipulação dos resultados obtidos através da medição direta.

De forma a dar resposta às suas necessidades, o ser humano criou instrumentos de medida que o auxiliassem na obtenção de medições mais exatas, uma vez que, por exemplo, utilizar uma parte do corpo para medições não é exato, dadas as diferenças que existem entre indivíduos. Então, nesse sentido, foram criados ao longo da História os instrumentos, como a régua, a fita métrica, o paquímetro, o metro, entre outros, muitos deles tendo caído em desuso, mas muitos outros ainda usados atualmente.

Falando de medida, é necessário abordar as unidades de base, essenciais para a medida. Segundo Ralha e Gomes (2004, p.381), existem sete grandezas, estando cada uma delas associada a uma unidade de base: comprimento, associado ao metro, massa, associada ao quilograma, tempo, associado ao segundo, intensidade da corrente elétrica, associada ao ampere, temperatura termodinâmica, associada ao kelvin, a intensidade luminosa, associada à candela e, por fim, a quantidade de matéria, associada ao mole. Como é sabido, existem

outras unidades de base que são ouvidas comumente a seres utilizadas, porém, estas são as que são internacionalmente usadas para as finalidades referidas, possibilitando, assim, um melhor entendimento e compreensão entre diferentes nações.

Existindo dois tipos de medida, Ralha e Gomes (2004, p. 383) refere que existem também outras unidades de base consideradas derivadas, uma vez que derivam das unidades de base referidas anteriormente. Entre as 22 unidades derivadas reconhecidas oficialmente, para o presente relatório interessa-nos conhecer a área, que está associada ao metro quadrado, que deriva da “manipulação algébrica de uma outra unidade” (Ralha & Gomes, 2004, p.388), nomeadamente o metro.

O conceito de área está associado à medição da “porção de plano que uma dada figura plana ocupa” (Ralha & Gomes, 2004, p. 388). A esta medição, como foi referido anteriormente, está associado o metro quadrado.

Neste relatório é abordada a área de um quadrado, sendo, então relevante, analisar esse conceito.

Segundo Ralha & Gomes (2004, p.388), ao definir um quadrado como sendo um quadrilátero com todos os lados iguais e quatro ângulos retos, consideramos um quadrado que tem como medida de lado 1 unidade de comprimento. Este quadrado é chamado de unitário e tem de área uma unidade de área, obtida a partir da multiplicação entre uma unidade de comprimento e uma unidade de comprimento.

Desta forma, ao observar um quadrilátero com quatro ângulos retos que contenha os quadrados unitários no seu interior, é fácil visualizar e compreender a fórmula a que se recorre para o cálculo da área.



Figura 7: Quadrilátero com quatro ângulos retos.

A Figura 7 representa um quadrilátero com quatro ângulos retos e, no seu interior, apresenta os referidos quadrados unitários. Então, para calcular a área do quadrilátero, pode recorrer-se à contagem dos quadrados unitários. De forma a simplificar a contagem, realiza-se a multiplicação entre os unitários presentes no comprimento e os unitários presentes na largura do quadrilátero. Então, calculando 6×6 , chegamos à conclusão que o quadrilátero tem 36 quadrados de área.

Quando os quadrados unitários não estão presentes e são dadas medidas de comprimento e largura, o quadrilátero referido “pode ser decomposto, pelo traçado de linhas paralelas aos seus lados, em n^2 quadrados cada um deles unitário e, portanto, tem de área n^2 unidades de área” (Ralha & Gomes, 2004, p. 388).

O raciocínio aplicado para calcular a área do quadrado presente na Figura 7 pode ser aplicado mesmo que os quadrados unitários não sejam visíveis. A partir da medida associada ao comprimento e à largura de qualquer quadrilátero com quatro ângulos retos, é possível calcular a sua área, considerando que esta é o produto da medida de comprimento e medida de largura.

Então, o cálculo da área de um quadrado está intrinsecamente associado a quantos quadrados unitários existem dentro do quadrado que estamos a medir, independentemente dos mesmos serem visíveis ou não.

Relativamente ao perímetro, segundo Toledo e Toledo (as cited in Silva, 2014, p. 18), “denomina-se perímetro a medida do contorno de uma figura, ou seja, a soma dos comprimentos de seus lados”. Então, seguindo essa lógica, o cálculo do perímetro é obtido unicamente através da medição do comprimento dos lados da figura em questão, estando associado, então, à medida direta.

Na presente investigação, foram calculados o perímetro de quadrados e triângulos. Com base no que foi referido, é possível concluir que, para calcular o perímetro de um quadrado, é necessário calcular a soma dos comprimentos de todos os lados do quadrado. No caso do triângulo, o raciocínio é o mesmo, ou seja, é calculada a soma entre todos os lados do triângulo.

Segundo NCTM (2000), é esperado que, nos primeiros anos de escolaridade, os alunos sejam capazes de desenvolver as fórmulas para o cálculo da área e do perímetro. A

partir da realização de tarefas que permitam os alunos chegar às suas próprias conclusões e fórmulas, as mesmas em vez de serem decoradas, são compreendidas. Nesse sentido, o docente tem o importante papel de proporcionar oportunidades que permitam aos alunos trabalharem o seu raciocínio de forma que os alunos cheguem às suas próprias conclusões e construam o seu conhecimento.

Capítulo 2: Metodologia e contexto escolar

O presente capítulo irá abordar o que diz respeito à metodologia da investigação e o contexto escolar em que a mesma foi implementada. Nesse sentido, a metodologia da investigação é apresentada no primeiro subcapítulo. De seguida, é apresentada a calendarização estipulada e a concretizada na implementação da pesquisa. Por fim, para contexto, é apresentada uma caracterização do contexto escolar.

2.1. Metodologia

Considerando a natureza desta pesquisa, é possível apresentar as suas características considerando alguns autores. A metodologia é importante numa investigação pois ajuda na organização da informação que se pretende obter a partir da pesquisa que se realiza, definindo os processos da investigação.

Para esta pesquisa, os participantes foram alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico de escolaridade.

No que diz respeito à classificação da pesquisa, de acordo com Hymann (1967, as cited in Dalfovo et al., 2008), existe o tipo descritivo, que consiste na descrição de algo e registo de como ocorre, e o tipo experimental, que ocorre “quando há interpretações e avaliações na aplicação de determinados fatores ou simplesmente dos resultados já existentes dos fenômenos.”. Considerando estas definições, entre outras apresentadas por Dalfovo et al. (2008), a que melhor descreve a investigação abordada neste relatório é a que diz respeito à pesquisa experimental de Hymann, pois para esta investigação existiram sessões com alunos em que foram interpretadas e analisadas as suas atitudes e desempenho face a exercícios aplicados. A investigação enquadra-se também como pesquisa académica, referida por Boente e Braga (2004, as cited in Dalfovo et al., 2008), pois “possui fins científicos”, ao contrário da “pesquisa de ponta” que tem como foco o mercado, e não o conhecimento.

Boente e Braga (2004, as cited in Dalfovo et al., 2008) caracterizam a pesquisa consoante os seus objetivos e, considerando os desta investigação, acredito que se insira na categoria de pesquisa explicativa, pois o objetivo desta investigação é dar a conhecer a importância da utilização de recursos didáticos no ensino de Matemática no 1.º CEB e, para isso, além de informar através deste relatório sobre a referida importância, é demonstrado a

partir da participação dos alunos em tarefas a importância que o recurso utilizado teve efetivamente na sua aprendizagem.

Relativamente ao procedimento de recolha de informação, Boente e Braga (2004, as cited in Dalfovo et al., 2008) apresentam várias categorias, sendo a mais adequada a este caso específico a pesquisa de levantamentos, pois considerando as tarefas realizadas com os alunos, o objetivo é recolher a informação relativa às dificuldades sentidas pelos mesmos na realização de tarefas matemáticas com o recurso que lhes foi disposto.

No que diz respeito às fontes de informação, Boente e Braga (2004, as cited in Dalfovo et al., 2008) referem, entre outros conceitos, os conceitos de qualitativa e quantitativa, sendo nestes que se insere a presente investigação. Ao desenvolvê-la no contexto escolar, a problemática estava definida e, para a abordar, foram feitos questionários aos alunos, assim como tarefas em que os conhecimentos dos alunos foram analisados de forma a melhor compreender as dificuldades que apresentavam com e sem a utilização de recursos didáticos.

As estratégias de pesquisa dividem-se em três tipos: o quantitativo, o qualitativo e o misto.

De acordo com Richardson (1989, as cited in Dalfovo et al., 2008), o método quantitativo recorre à quantificação na fase de recolha de informação, existindo um tratamento da informação recolhida através de “técnicas estatísticas” ou “outras técnicas matemáticas”, garantindo o rigor nas informações obtidas na investigação. O mesmo autor, este tipo de pesquisa é utilizado em estudos que “procuram descobrir e classificar a relação entre variáveis”, o que não se verifica nesta investigação.

Relativamente ao método qualitativo, a principal diferença em relação ao método quantitativo é na não utilização de “instrumental estatístico como base na análise de um problema, não pretendendo medir ou numerar categorias” (Richardson, 1989, as cited in Dalfovo et al., 2008). É também referido por Dalfovo et al. (2008) que o método qualitativo é compatível com a observação participante, que foi o tipo de observação empregue nesta investigação. Ao contrário do método quantitativo, o qualitativo trabalha predominantemente com informação não numérica, sem que conceitos matemáticos tenham um papel importante na recolha da informação. Desta forma, a recolha pode ser feita através

de, por exemplo, fotografias, texto, gravações de áudio e/ou vídeo e diários. Uma vez que a pesquisa é qualitativa, segundo Cassel e Symon (1994, pp. 127-129, as cited in Dalfovo, 2008) há também maior preocupação com a interpretação dos dados recolhidos, na perspectiva dos participantes da investigação, no processo de investigação. Em vez do resultado final, existe maior interesse no comportamento dos participantes no contexto da pesquisa, não há um rumo certo na investigação, uma vez que podem existir “situações complexas que não permite a definição exata e a priori dos caminhos que a pesquisa irá seguir”. Existe também um reconhecimento do impacto que o pesquisador tem na pesquisa em si, pois tendo um papel participante na observação acaba por influenciar a própria investigação. Dalfovo et al. (2008) refere ainda mais algumas características deste método de pesquisa, como a recolha de dados “nos contextos em que os fenômenos são construídos”, a construção da teoria é feita considerando “dados empíricos” e apurada através da revisão de literatura, ou seja, é tido em consideração o conhecimento adquirido pelo investigador através das suas vivências pessoais e, posteriormente, esse conhecimento é aprimorado com a consulta de outros autores, existe relação entre o pesquisador e o(s) participante(s) da investigação, daí a ligação que esta pesquisa tem com a observação participante, a apresentação dos dados recolhidos é descritiva, existindo sempre a possibilidade de integrar dados quantitativos de forma a complementar a informação recolhida.

O método de investigação misto, segundo Dal-Farra e Lopes (2013, p. 70), “combinam os métodos predeterminados das pesquisas quantitativas com métodos emergentes das qualitativas”, isto é, recorre-se às medidas estatísticas de recolha e tratamento de informação recolhida, sendo essa recolha feita considerando os métodos considerados qualitativos, como “questões abertas e fechadas, com formas múltiplas de dados contemplando todas as possibilidades”. Segundo Creswell (2007, pp.34-35, as cited in Fal-Farra & Lopes, 2013, p. 70), recorre-se a este tipo de pesquisa no intuito de haver uma melhor compreensão do que é estudado a partir da recolha de informação de vários métodos.

Face as definições apresentadas, a presente investigação insere-se no método qualitativo. Em todas as fases da implementação desta pesquisa, houve uma abordagem mais pessoal que permitiu que existisse uma interpretação dos resultados dos alunos face ao que lhes era proposto. Desta forma, para a presente investigação foi tida uma observação participante, como já foi referido anteriormente e para o registo da informação recorreu-se a fotografias e registos escritos do que era observado, assim como interpretações do que era

visto. Relativamente à construção da teoria, o conhecimento que retive a partir da Licenciatura em Educação Básica, no decorrer do Mestrado e no meu processo escolar pessoal foram importantes, pois além de me ajudarem a decidir o objetivo da investigação, permitiram que já tivesse conhecimentos prévios ao estudo e já tivesse algumas ideias pré-estabelecidas que auxiliaram no aprofundamento sobre o tema.

2.2. Calendarização e fases do estudo

O presente estudo foi dividido em cinco fases: fase introdutória, fase de exploração livre das peças do *kit* PUSE, fase de exploração orientada, fase de exploração de áreas e perímetros com o recurso e a fase de partilha de opinião.

Neste sentido, os momentos de implementação do estudo tiveram de ser organizados respeitando a ordem das fases e consoante o tempo considerado para as tarefas planificadas. De forma às tarefas não serem exaustivas para a turma, o objetivo era integrá-las nas aulas de forma a não serem realizadas todas as fases sucessivamente, havendo tempo entre algumas fases e/ou tarefas. Quando as tarefas foram planeadas, o tempo total previsto era de 3 horas.

A primeira fase engloba a realização de um questionário e um diálogo com a turma de forma a ser apresentado o recurso que iria ser utilizado nas futuras tarefas. Esta fase foi planeada para ter a duração de 20 minutos, tendo sido possível concretizar no tempo esperado.

A segunda fase diz respeito à exploração livre do recurso PUSE, sendo necessário tempo para a organização da turma em grupos, distribuição do recurso e tempo para os alunos realizarem a exploração do recurso. Neste sentido, o planeado eram 30 minutos para esta fase, tendo a fase sido concretizada no tempo previsto.

A terceira fase trata a exploração orientada do recurso. Para isso, primeiramente, foi apresentada uma construção de uma flor com as peças circulares, sendo de seguida propostos dois desafios em que são utilizadas as peças triangulares e quadradas. Então, para esta fase, era esperado que a duração fosse de 50 minutos, sendo 20 minutos para a primeira tarefa e 30 minutos para a segunda. Porém, os alunos foram mais rápidos na resolução do que previsto, tendo esta fase tido a duração de 40 minutos.

Na quarta fase eram abordados os conceitos de área e perímetro. Para isso, os alunos realizaram uma ficha de trabalho que tinha a duração prevista de 50 minutos. Esta previsão não foi concretizada, tendo os alunos necessitado de 90 minutos para a realização da ficha proposta.

Por fim, na quinta fase, foi pedido aos alunos que partilhassem a sua opinião relativamente ao recurso e às tarefas através da escrita de um texto de opinião. Para a esta tarefa foram previstos 30 minutos, porém, os alunos precisaram de 60 minutos para a concluir.

Como previsto, algumas tarefas foram realizadas em dias e/ou semanas diferentes, associando as tarefas entre si. Na Tabela 4 são apresentados os dias, assim como as durações e as tarefas realizadas nos respetivos dias.

Dia	Duração	Tarefa
<i>7 de junho de 2022</i>	10 minutos	Questionário
	10 minutos	Diálogo
	30 minutos	Exploração livre
	40 minutos	Exploração orientada
<i>14 de junho de 2022</i>	90 minutos	Ficha
<i>20 de junho de 2022</i>	60 minutos	Texto de opinião
Total	240 minutos (4 horas)	

Tabela 4: Calendarização e duração das tarefas.

Em síntese, é possível observar que, comparando o tempo previsto com o tempo em que as tarefas foram concretizadas, o tempo planeado não foi realista, tendo sido necessários mais 60 minutos em relação ao tempo previsto.

2.3. Contexto escolar e turma

O presente subcapítulo tem como principal objetivo a caracterização do contexto, tanto escolar como do seu meio envolvente, feitas através das observações e pesquisa de informações realizadas ao longo do estágio. A caracterização do contexto é importante para contextualização da investigação pois dá a conhecer o ambiente escolar em que se insere o referido contexto. A partir da observação de aulas na turma em questão e conversa com a professora cooperante, que acompanha a turma desde o 1.º ano, foi possível ficar a conhecer a instituição e a turma em questão. Segundo, Ribeiro e Oliveira (2018), citados por Júnior et al. (2020), é a partir da observação que os estagiários desenvolvem

o conhecimento da realidade profissional para os futuros professores; pois, é nela que há a oportunidade de acompanhar a rotina da sala de aula, bem como quais sejam as relações existentes entre os sujeitos e atores do processo de ensino aprendizagem presentes na escola (p.4).

O contexto escolar onde se realizou o estudo localiza-se na freguesia de São Salvador, no concelho de Ílhavo do distrito de Aveiro. O meio envolvente ao contexto escolar é rico em atrações que podem proporcionar experiências educativas a alunos, como por exemplo, o Museu Marítimo de Ílhavo, o Navio-Museu Santo André e a Fábrica da Vista Alegre, tendo o apoio da Câmara Municipal de Ílhavo que dá grande importância à educação dos residentes.

A turma era do 3.º ano do 1.º CEB, composta por 20 alunos, sendo dois deles alunos de Necessidades Educativas Especiais (NEE). Esta turma era muito heterogénea em aspetos escolares, apresentando diferentes níveis de rendimento escolar, e pessoais, tendo alunos em diferentes situações familiares e com personalidades muito vincadas que se destacavam em momentos de tarefas tanto individuais como de grupo.

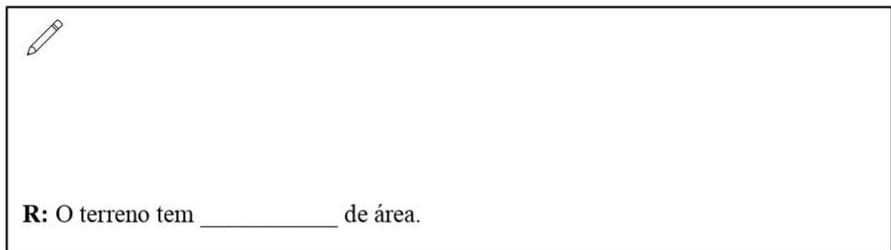
Relativamente aos alunos que apresentam NEE, embora existissem momentos em que os alunos não estavam presentes em sala de aula por terem aulas de apoio à parte da turma, nos momentos em que estavam presentes, foram integrados nas tarefas. Nesse sentido, as tarefas relativas à área de Matemática foram adaptadas, apresentando as fórmulas algébricas consideradas necessárias para a resolução de determinado exercício e as repostas

finais parcialmente escritas, deixando o espaço necessário para os alunos preencherem com o valor calculado.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

Dica!
Área de um quadrado:
Lado \times Lado

2.1. Área de todo o terreno:



R: O terreno tem _____ de área.

Figura 8: Exemplo de um exercício da ficha adaptada para alunos com NEE.

Na Figura 8 é apresentado, como exemplo, um dos exercícios da ficha de trabalho de Matemática adaptada para os alunos com NEE. É de salientar que, no próximo capítulo, a ficha é apresentada na sua totalidade.

Capítulo 3: Intervenção pedagógica

Neste capítulo são apresentadas as diversas tarefas desenvolvidas, assim como as soluções previstas para cada uma delas. De seguida, são apresentados os resultados partilhados pelos alunos, assim como a sua análise. A planificação detalhada das intervenções pode ser analisada no Apêndice 1.

3.1. Apresentação das tarefas e possíveis soluções

Neste subcapítulo são apresentadas as tarefas realizadas com a turma, assim como as soluções previstas às mesmas.

Relativamente à implementação pedagógica no contexto escolar com os alunos da turma de 3.º ano do 1.º CEB, esta foi dividida em fases: introdutória, exploração livre, exploração orientada, exploração de áreas e perímetros com o PUSE e partilha de opinião.

Fase introdutória

Esta fase consistiu na recolha de informação sobre o que os alunos pensavam sobre a utilização de recursos didáticos e na apresentação do recurso didático que íamos utilizar nas próximas tarefas: o PUSE.

Questionário

Na primeira tarefa, foi distribuído um questionário pelos alunos com o objetivo de saber se os alunos já tinham tido contacto com recursos em ambiente de sala de aula e que opinião tinham sobre a sua utilização. Nas Figuras 9 e 10 é apresentado o questionário utilizado.

Nome: _____ Data: _____

Questionário inicial aos alunos

Para responder a este questionário, é preciso que te tentes lembrar de algumas aulas que já tivemos...

1. Já existiram atividades em sala de aula em que foram utilizados recursos (computador, jogos...), além do manual e do caderno.

1.1. Indica três dessas atividades.

1.2. O que mais gostaste dessas atividades?

Figura 9: Primeira parte do questionário entregue aos alunos.

2. Assinala com um X na opção que consideras correta.

2.1. Que tipo de atividades preferes?

<input type="checkbox"/>	Atividades em que sejam utilizados outros recursos.
<input type="checkbox"/>	Atividades com o manual.

2.2. Com que tipo de atividades achas que é mais fácil aprender?

<input type="checkbox"/>	Atividades em que sejam utilizados outros recursos.
<input type="checkbox"/>	Atividades com o manual.

3. Que outros recursos gostavas que fossem utilizados em sala de aula?

Figura 10: Segunda parte do questionário entregue aos alunos.

A partir da questão 1.1. do questionário, o objetivo era orientar os alunos a considerarem apenas tarefas em que tivessem sido utilizados recursos didáticos. Com a questão 1.2., o intuito era, como a própria questão indica, saber o que os alunos mais gostaram nas tarefas que referiram na questão anterior, podendo futuramente implementar tarefas que contenham características que eles gostem. Na segunda questão, foi pedido que assinalassem a opção que, para eles, for a correta no intuito de simplificar o questionário. Na questão 2.1., o objetivo era saber que tipo de tarefas os alunos preferem e na 2.2. era pretendido saber com que tipo de tarefas os alunos consideram ser mais fácil aprender. Na última questão do questionário, é pedida a opinião dos alunos relativamente a outros recursos que gostassem que fossem utilizados em sala de aula, no intuito de, futuramente, criar tarefas que apelem e motivem os alunos.

Face ao carácter expressivo pessoal desta tarefa, não foram consideradas possíveis soluções.

Diálogo

Ainda na fase introdutória, as peças do PUSE foram apresentadas à turma. Esta apresentação foi feita através de um diálogo com a turma, apresentando-lhes uma peça de cada vez e fazendo perguntas sobre as mesmas, perguntando, por exemplo, “Qual é o formado da face da peça que estão a ver?” e “Que particularidades tem a peça

apresentada?”. Desta forma, além de estar a apresentar o recurso, os alunos estão a participar ativamente no diálogo e a analisar as peças antes de as terem nas suas mãos. Segundo Bulgraen (2010, p. 31),

“o professor deve se colocar como ponte entre o estudante e o conhecimento para que, dessa forma, o aluno aprenda a “pensar” e a questionar por si mesmo e não mais receba passivamente as informações como se fosse um depósito do educador.”

Nesta tarefa não foram distribuídas as peças de forma que todos estivessem atentos às peças que ia mostrando, evitando momentos de distração. Esta parte da fase de apresentação do recurso teve como objetivo dar a conhecer à turma as peças com que iam trabalhar nas tarefas seguintes.

Então, no decorrer do diálogo, foram apresentadas as peças, permitindo que a turma analisasse as diversas figuras geométricas presentes nas diferentes peças que lhes eram apresentadas. Nesta fase, mesmo que à distância, os alunos identificaram os diferentes quadrados, triângulos e semicírculos, identificando as particularidades de cada peça. Criando a oportunidade que permite aos alunos analisarem as peças e as figuras geométricas constituintes, os alunos estão a construir o seu próprio conhecimento, promovendo a compreensão dos conceitos matemáticos que são abordados.

Uma vez que a esta tarefa foi baseada no diálogo com os alunos sobre as peças que lhes eram apresentadas, não foram consideradas possíveis soluções.

Fase de exploração livre

Nesta fase o objetivo era permitir que os alunos se familiarizassem com as peças PUSE, permitindo aos alunos que manipulassem as peças à sua vontade, permitindo que se exprimissem criativamente com as suas construções e representações das criações nos seus cadernos.

Então, considerando o número de peças disponível, a turma foi dividida em grupos aleatoriamente, permitindo que cada grupo tivesse acesso a 12 peças de cada formato. Desta forma, além de todos terem acesso a um maior número de peças, trabalham em grupo e partilham entre si, melhorando a dinâmica de turma, motivando-os, também, para a realização da tarefa. Como refere Pereira (2015, p. 54), “o trabalho de grupo exige que se

aprenda a trabalhar colaborativamente, seguido do cumprimento de princípios e de regras, pressupondo atitudes de respeito”, então, a partir do trabalho de grupo nesta tarefa, os alunos trabalham competências relativas ao relacionamento interpessoal.

Nesta fase, a partir da construção e representação das suas construções através de desenhos no caderno, são trabalhadas AE associadas a artes visuais, nomeadamente “Integrar a linguagem das artes visuais, assim como várias técnicas de expressão (pintura; desenho - incluindo esboços, esquemas, e itinerários; técnica mista; assemblage; land’art; escultura; maquete; fotografia, entre outras) nas suas experimentações: físicas e/ou digitais.” (Direção-Geral da Educação, 2018c, p.8). e “Manifestar capacidades expressivas e criativas nas suas produções plásticas, evidenciando os conhecimentos adquiridos.” (Direção-Geral da Educação, 2018c, p.9).

Como refere Ferreira (2015, p. 9), “As Artes Visuais e o conhecimento da imagem são de grande importância na Educação Infantil, se tornam fundamentais para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, motor e perceptivo da criança”. Então, partilhando da mesma opinião, as artes criativas não devem ser trabalhadas apenas como passatempo ou *hobbie*, devendo ser trabalhadas com orientação e com objetivos a atingir no processo de aprendizagem dos alunos.

Uma vez que nesta tarefa os alunos dependiam da sua criatividade, imaginação e individualidade, não foram consideradas possíveis soluções.

Fase de exploração orientada

Nesta fase o objetivo era familiarizar os alunos com o recurso apresentado e permitir que associassem o recurso não só a tarefas de expressão livre da sua criatividade, mas também a tarefas orientadas e que abordam conteúdos matemáticos.

Tarefa “Construção de uma flor”

Na primeira tarefa desta fase, denominada de “*Construção de uma flor*”, foi apresentada aos alunos a fotografia da construção de uma flor realizada apenas com as peças circulares, que podemos ver na Figura 11.

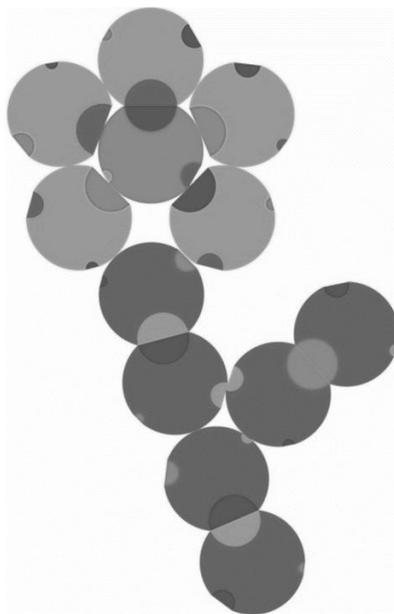


Figura 11: Construção de uma flor com as peças circulares.

Considerando as posições das peças e ignorando as suas cores, foi pedido aos alunos que construíssem a mesma flor com as peças circulares que lhes foram disponibilizadas. Não foram tidas em consideração as cores das peças uma vez que não existia um *kit* de peças por aluno, o que impossibilitava a utilização das peças iguais às da imagem considerando que não existem peças iguais no *kit*. Então, para não criar confusão aos alunos, a imagem foi apresentada a preto e branco.

Além da construção, foi pedido à turma que representassem a construção nos seus cadernos de matemática. Para a representação, os alunos podiam recorrer aos materiais que tivessem ao seu dispor, permitindo que se expressassem livremente relativamente ao método escolhido para realizar a representação da construção.

A partir da apresentação de uma construção para os alunos replicarem e desafios que os levem a construir figuras geométricas, o objetivo foi que, além de se familiarizarem com as peças, prestem mais atenção às particularidades das peças, isto é, às figuras interiores mais pequenas e as formas como podem ser combinadas e encaixadas, incentivando a criatividade dos alunos, enquanto trabalham conteúdos matemáticos.

Tarefa “Desafios”

Ainda nesta fase foi apresentado o *PowerPoint* aos alunos, presente nas figuras 12 a 14, que consistia em dois desafios. Nesta tarefa, foi denominada de “desafios” no intuito de motivar os alunos para a participação na mesma, uma vez que “a motivação é um fator absolutamente crucial, promotor da aprendizagem, do rendimento escolar e do sucesso educativo em geral.” (Veríssimo, 2013, p. 74).

Desafios



Figura 12: Primeiro slide do PowerPoint relativo aos desafios.

1º desafio

- Utilizando apenas as peças triangulares, conseguem construir um triângulo maior?
- Quantas peças foram necessárias? Quantos andares tem?
- Sobraram peças? Se sim, quantas?
- De quantas peças precisavas para construir um triângulo com mais um andar?



Figura 13: Segundo slide do PowerPoint relativo aos desafios.

2º desafio

- Utilizando apenas as peças quadradas, conseguem construir um quadrado maior?
- Quantas peças foram necessárias? Quantos andares tem?
- Sobraram peças? Se sim, quantas?
- De quantas peças precisavas para construir um quadrado com mais um andar?



Figura 14: Terceiro slide do PowerPoint relativo aos desafios.

No primeiro desafio, foi pedido aos alunos que construíssem o maior triângulo possível apenas com as peças triangulares. De seguida, foi-lhes questionado quantas peças foram necessárias, quantos andares tinha esse triângulo, quantas peças sobraram e de quantas peças necessitariam para construir um triângulo com mais um andar.

Para este desafio, a solução esperada é a apresentada na Figura 15.



Figura 15: Possível solução do desafio com as peças triangulares.

Considerando que cada grupo de alunos tinha acesso a 12 peças triangulares, o maior triângulo possível de construir, como se pode observar na Figura 15, tem nove peças e é constituído por três andares, sobrando, assim, três peças.

Para construir um triângulo com mais um andar, é necessário acrescentar peças na base do triângulo de nove peças, criando, assim, uma nova base. Considerando que os “andares” do triângulo têm uma peça, três peças e, por fim, cinco peças, o “novo andar”,

segundo a lógica do número das peças de cada “andar” já existente, teria sete peças. Desta forma, um triângulo com mais um “andar” teria, no total, 16 peças triangulares.

O segundo desafio era semelhante ao primeiro, mas com as peças quadradas, sendo realizadas as mesmas questões. Neste caso, a solução expectável é a apresentada na Figura 16.



Figura 16: Possível solução do desafio com as peças quadradas.

Considerando que os alunos tinham acesso a 12 peças quadradas, como podemos verificar na Figura 16, o maior quadrado possível de construir requeria nove peças, tendo três andares e sobrando três peças.

Sendo um quadrado, é pressuposto que os seus lados são todos iguais. Então, considerando que este quadrado tem de medida de lado três unidades de medida, o quadrado com mais um andar terá quatro unidades de medida, o que resulta num quadrado com 16 peças.

Nestes desafios, aborda-se a composição e decomposição de figuras geométricas, tendo como objetivo levar os alunos a pensar que, além de se poder brincar com as peças, é possível abordar conteúdos matemáticos, como construção de triângulos e quadrados. Como referem Abrantes et al. (1999), “A composição e decomposição de figuras, acompanhadas da sua descrição, da representação e do raciocínio sobre o que acontece, permite aos alunos desenvolver o pensamento visual”. Então, a partir desta tarefa, além de demonstrar a possibilidade de brincar enquanto se aprende, é desenvolvido, também, o pensamento visual que ajuda no desenvolvimento da capacidade de visualização.

Fase de exploração de áreas e perímetros com o PUSE

Nesta fase, o objetivo foi abordar tópicos relacionados com a área e perímetro em prática, utilizando as peças PUSE como recurso didático.

Para isso, foi realizada uma ficha de trabalho que abordava as diferentes áreas e perímetros da peça quadrada, assim como os perímetros presentes na peça triangular. Na preparação desta ficha de trabalho foram tidos em consideração alguns exercícios presentes no livro “*PUSE Methodology*” de Goñi et al. (2017), tendo estes exercícios sido adaptados para o contexto escolar e de aula que foram inseridos. Os exercícios originais estão presentes nos Anexos 1, 2 e 3.

No que diz respeito ao enquadramento das questões, as mesmas foram organizadas considerando as Aprendizagens Essenciais de Matemática relativas ao 3.º ano do 1.º CEB (Direção-Geral da Educação, 2018a, p. 9), nomeadamente:

- “Medir comprimentos, áreas, volumes, capacidades e massas, utilizando e relacionando as unidades de medida do SI e fazer estimativas de medidas, em contextos diversos.
- Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas envolvendo grandezas e propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço, em contextos matemáticos e não matemáticos, e avaliar a plausibilidade dos resultados.
- Expressar, oralmente e por escrito, ideias matemáticas, e explicar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia).”

Primeira questão

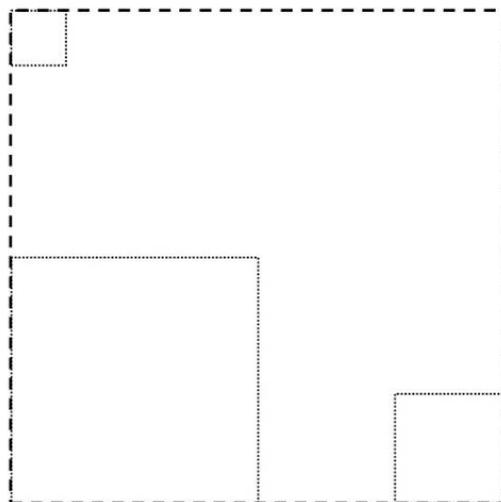
No primeiro exercício da ficha de trabalho, presente na Figura 17, é apresentada uma contextualização dos exercícios, estabelecendo uma relação entre a peça PUSE e um terreno que a Ana comprou.

De seguida, é pedido aos alunos que pintem a imagem apresentada da peça quadrada com as cores da peça que lhes foi atribuída. Desta forma, na eventualidade da ficha ser resolvida no decorrer de vários dias ou terem de concluir a resolução em casa, os alunos

sabem qual é a sua peça, permitindo que consultem a imagem para ver as diferentes zonas do terreno da Ana.

O terreno da Ana

1. Para este problema vamos ignorar o cantinho que falta no quadrado. A Ana comprou um terreno e pretende construir lá 3 edifícios. A peça que tens representa o terreno que a Ana comprou.
 - 1.1. Pinta a imagem da peça com as cores da peça que tens.



- 1.2. O maior espaço da peça corresponde ao quintal. De que cor é o quintal na tua peça? _____
- 1.3. O segundo maior espaço da peça corresponde à casa que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a casa na tua peça? _____
- 1.4. O terceiro maior espaço da peça corresponde à garagem que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a garagem na tua peça? _____
- 1.5. O espaço mais pequeno da peça corresponde à casota dos cães da Ana que a Ana vai construir. De que cor é o espaço da casota na tua peça? _____

Figura 17: Primeiro exercício da ficha de trabalho.

De seguida, considerando o contexto apresentado no problema, os alunos identificam os vários quadrados da peça consoante as diferentes zonas referidas no problema, ajudando-os, assim, a estabelecer uma relação entre os elementos da peça com a situação apresentada na tarefa, facilitando assim o raciocínio, permitindo aos alunos observarem o que está a ser abordado nas questões.

Neste exercício, as soluções apresentadas pelos alunos dependem da peça que lhes for atribuída, sendo impossível apresentar todas as possíveis soluções a este exercício. Porém, de forma a exemplificar o que é pretendido, na Figura 18 é apresentada uma possível solução a este exercício, sendo apresentadas abaixo da imagem as respostas às questões restantes questões do primeiro exercício.

O terreno da Ana

1. Para este problema vamos ignorar o cantinho que falta no quadrado. A Ana comprou um terreno e pretende construir lá 3 edifícios. A peça que tens representa o terreno que a Ana comprou.

1.1. Pinta a imagem da peça com as cores da peça que tens.



Figura 18: Possível solução do primeiro exercício da ficha de trabalho.

- 1.2. O maior espaço da peça corresponde ao quintal. De que cor é o quintal na tua peça? **Vermelho.**
- 1.3. O segundo maior espaço da peça corresponde à casa que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a casa na tua peça? **Azul.**
- 1.4. O terceiro maior espaço da peça corresponde à garagem que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a garagem na tua peça? **Verde.**
- 1.5. O espaço mais pequeno da peça corresponde à casota dos cães da Ana que a Ana vai construir. De que cor é o espaço da casota na tua peça? **Amarelo.**

Segunda questão

Nos exercícios 2.1., 2.2., 2.3. e 2.4., apresentados na Figuras 19, é pedido aos alunos que calculem a área das diferentes zonas da peça, recorrendo a materiais de medida, como a régua, para fazer as medições necessárias para os cálculos. Desta forma, os alunos tanto desenvolvem a sua capacidade de usar a régua, como associam eles próprios as medidas aos lados da figura, o que ajuda na lógica para a resolução das questões.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

2.1. Área de todo o terreno:



R: _____

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:



R: _____

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



R: _____

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:



R: _____

Figura 19: Exercícios 2.1., 2.2., 2.3. e 2.4. da ficha de trabalho.

Relativamente às possíveis soluções deste exercício, considerando que os alunos já tinham conhecimento da fórmula utilizada para calcular a área de um quadrado, era esperado

que recorressem à mesma para descobrir o resultado das várias questões. Na Tabela 5, são apresentadas as possíveis soluções às questões referidas.

Tabela 5: Possíveis soluções dos exercícios 2.1., 2.2., 2.3. e 2.4. da ficha de trabalho.

2.1. Medida do lado: 9 cm

$$A_{\text{quadrado}} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A_{\text{quadrado}} = 9 \times 9 = 81$$

R.: O terreno todo tem 81 cm² de área.

2.2. Medida do lado: 4,5 cm

$$A_{\text{quadrado}} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A_{\text{quadrado}} = 4,5 \times 4,5 = 20,25$$

R.: O espaço relativo à casa da Ana tem 20,25 cm² de área.

2.3. Medida do lado: 2,2 cm

$$A_{\text{quadrado}} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A_{\text{quadrado}} = 2,2 \times 2,2 = 4,84$$

R.: O espaço relativo à garagem da Ana tem 4,84 cm² de área.

2.4. Medida do lado: 1,1 cm

$$A_{\text{quadrado}} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A_{\text{quadrado}} = 1,1 \times 1,1 = 1,21$$

R.: O espaço relativo à casota dos cães da Ana tem 1,21 cm² de área.

No que diz respeito ao exercício 2.5., como é possível ver na Figura 20, este pedia que os alunos calculassem a área do quintal, sendo este o maior espaço da peça e o único que não tem um formato quadrilátero.

2.5. Área do quintal:



R: _____

Figura 20: Exercício 2.5. da ficha de trabalho.

Neste caso, o expectável era que os alunos utilizassem os resultados obtidos nos exercícios anteriores para chegarem à área do quintal da Ana. Para isso, os alunos poderiam realizar subtrações sucessivas, isto é, à área total do terreno irem subtraindo as restantes áreas, ou podiam somar todas as áreas interiores do terreno, para de seguida efetuarem a subtração dessa soma à área total do terreno. Na Tabela 6 são apresentadas as possíveis soluções referidas.

Tabela 6: Possíveis soluções ao exercício 2.5. da ficha de trabalho.

Possível solução (1)	Possível solução (2)
<p>2.5.</p> <p>Área do terreno: 81 cm^2</p> <p>Área do espaço relativo à casa: $20,25 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do espaço relativo à garagem: $4,84 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do espaço relativo à casota: $1,21 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do quintal: $81 - 20,25 - 4,84 - 1,21 =$ 54,70</p>	<p>2.5.</p> <p>Área do terreno: 81 cm^2</p> <p>Área do espaço relativo à casa: $20,25 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do espaço relativo à garagem: $4,84 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do espaço relativo à casota: $1,21 \text{ cm}^2$</p> <p>Área do quintal: $20,25 + 4,84 + 1,21 = 26,30$ $81 - 26,30 = 54,70$</p>
<p>R.: O espaço relativo ao quintal tem $54,70 \text{ cm}^2$ de área.</p>	

Terceira questão

A terceira questão da ficha, apresentada na Figura 21, ainda diz respeito à figura quadrada, mas aborda o perímetro. Neste sentido, em vez de ser pedido explicitamente que calculem o perímetro de cada figura geométrica presente na peça, é apresentado um contexto em que a Ana quer colocar rede à volta dos seus terrenos.

3. A Ana quer colocar redes a delimitar todos os espaços do seu terreno. Se fosses colocar rede na tua peça da mesma forma que a Ana, de quantos centímetros de rede ias precisar? Apresenta os cálculos no espaço abaixo.



R: _____

Figura 21: Terceiro exercício da ficha de trabalho.

Ao questionar quantos centímetros de rede seriam necessários para delimitar os diferentes quadrados interiores, é necessário considerar que não se coloca rede nas zonas em que já há rede.

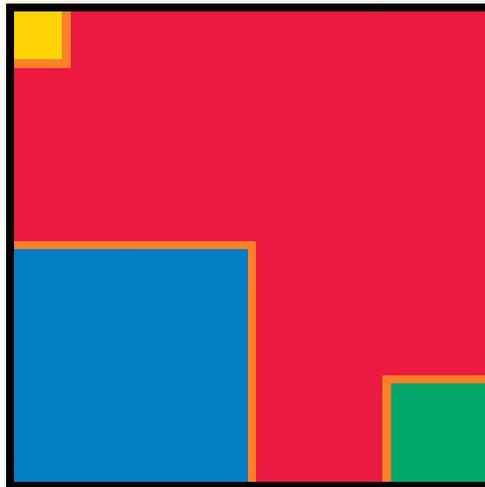


Figura 22: Delimitações onde é colocada rede.

Na Figura 22 é possível visualizar as delimitações dos diferentes quadrados da peça, considerando a peça apresentada na possível resolução do primeiro exercício (Figura 17). A preto é apresentada a colocação da rede à volta de toda a peça e a cor de laranja é apresentada a colocação da rede nos quadrados interiores. Então, a partir análise da imagem, é possível concluir que ao ser colocada a rede à volta da peça toda, já fica colocada rede em dois dos lados de cada quadrado interior. Desta forma, apenas se calcula o perímetro da peça toda, realizando-se, de seguida, a adição de dois lados de cada quadrado interior, como apresentam

possíveis soluções na Tabela 7. Para a apresentação das seguintes possíveis soluções, foi considerada a peça apresentada na possível solução do primeiro exercício (Figura 18).

Tabela 7: Possíveis soluções do terceiro exercício da ficha de trabalho.

Possível solução (1)	Possível solução (2)
3.	3.
Rede à volta da peça: $4 \times 9 = 36$	Rede à volta da peça: $9 + 9 + 9 + 9 = 36$
Rede à volta do quadrado azul: $2 \times 4,5 = 9$	Rede à volta do quadrado azul: $4,5 + 4,5 = 9$
Rede à volta do quadrado verde: $2 \times 2,2 = 4,4$	Rede à volta do quadrado verde: $2,2 + 2,2 = 4,4$
Rede à volta do quadrado amarelo: $2 \times 1,1 = 2,2$	Rede à volta do quadrado amarelo: $1,1 + 1,1 = 2,2$
Total de rede necessária: $36 + 9 + 4,4 + 2,2 = 51,6$	Total de rede necessária: $36 + 9 + 4,4 + 2,2 = 51,6$
R.: Para colocar rede à volta de todos os quadrados da peça seriam necessários 51,6 cm de rede.	

Na coluna da esquerda é apresentada a solução recorrendo à multiplicação para calcular a quantidade de rede necessária para cada um dos quadrados individualmente, seguida da adição para descobrir o valor total. Na coluna da direita é apresentada a solução recorrendo apenas à adição para calcular todos os valores.

Quarta questão

Relativamente à peça triangular, a questão inicial foi igual à da peça quadrada, de forma a corresponder as diferentes “zonas” à peça que os alunos tinham, como se pode observar na Figura 23.

4. A Alice é prima da Ana e comprou o terreno ao lado. Porém, o terreno da Alice tem uma forma triangular, que se assemelha à peça triangular que tens. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias.

4.1. Pinta a imagem da peça com as cores da tua peça.

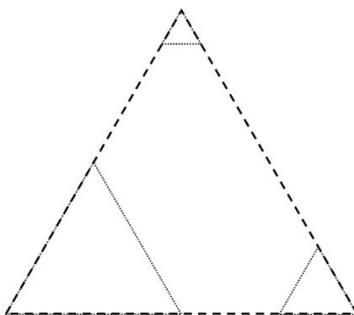


Figura 23: Quarto exercício da ficha de trabalho.

À semelhança da peça quadrada, esta questão depende da peça que o aluno tem, porém, é apresentado, na Figura 24, um exemplo, de forma a contextualizar para os exercícios que se seguem.

4. A Alice é prima da Ana e comprou o terreno ao lado. Porém, o terreno da Alice tem uma forma triangular, que se assemelha à peça triangular que tens. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias.

4.1. Pinta a imagem da peça com as cores da tua peça.

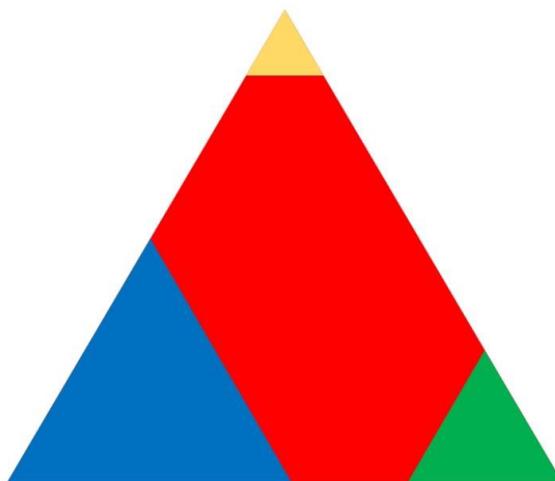


Figura 24: Possível solução do exercício 4.1. da ficha de trabalho.

As questões seguintes foram direcionadas abordando o perímetro das diferentes partes da peça, como se pode observar nas Figuras 25 a 28.

4.2. Relativamente a todo o terreno (a peça toda):

- a) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros (mm)**. _____
- b) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- c) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros (mm)**.



R: _____

Figura 25: Exercício 4.2. da ficha de trabalho.

4.3. Relativamente ao maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (**mm**). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (**mm**). _____



R: _____

Figura 26: Exercício 4.3. da ficha de trabalho.

4.4. Relativamente ao segundo maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (**mm**). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (**mm**). _____



R: _____

Figura 27: Exercício 4.4. da ficha de trabalho.

4.5. Relativamente ao triângulo mais pequeno dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____



R: _____

Figura 28: Exercícios 4.5. da ficha de trabalho.

Este exercício é composto por várias questões relacionadas com os diferentes triângulos presentes na peça triangular. Relativamente a cada um dos triângulos, existem três alíneas, sendo que a primeira diz respeito à medida do lado do triângulo em questão, sendo esta medida pedida em milímetros, a segunda questiona os alunos relativamente a quantos lados são necessários medir sabendo que o triângulo tem todos os lados iguais, ou seja, é equilátero, e, por fim, é pedido aos alunos que calculem o perímetro do triângulo em questão, pedindo este resultado também em milímetros.

A primeira questão tem como intuito os alunos medirem o lado do triângulo utilizando a régua e fazerem a conversão da medida obtida, trabalhando assim várias competências numa questão simples. A segunda questão tem como objetivo informar os alunos que todos os lados têm a mesma medida, assim como induzi-los a pensar que, se o triângulo tem três vezes a mesma medida, podem simplificar o cálculo do perímetro recorrendo à multiplicação. A terceira questão tem como finalidade, além de medir o perímetro do triângulo em questão, recorrer à conversão para apresentar o resultado em milímetros na eventualidade de realizarem os cálculos em centímetros.

Relativamente às primeiras três alíneas de cada questão do quarto exercício, foi considerada apenas uma solução válida, dada a objetividade das questões. Porém, na questão que trata o perímetro, os alunos podiam apresentar os seus raciocínios de várias formas:

Tabela 8: Possíveis soluções para apresentação de raciocínio no cálculo do perímetro de triângulos.

Recorrendo à adição	Recorrendo à multiplicação
Realizar os cálculos com medidas em centímetros	Realizar os cálculos com as medidas em centímetros
Realizar os cálculos com as medidas em milímetros	Realizar os cálculos com as medidas em centímetros

Desta forma, nas Tabelas 9 a 16, são apresentadas as referidas possíveis soluções para as diversas alíneas do exercício quatro.

Tabela 9: Possíveis soluções do exercício 4.2. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.

Possíveis soluções do exercício 4.2. recorrendo à adição	
a) 9 cm = 9 mm	
b) 1 lado	
Medidas em centímetros	Medidas em milímetros
c) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$	c) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$
$P_{\text{triângulo}} = 9 + 9 + 9 = 27$	$P_{\text{triângulo}} = 90 + 90 + 90 = 270$
27 cm = 270 mm	
R.: A peça toda tem 270 mm de perímetro.	

Tabela 10: Possíveis soluções do exercício 4.2. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.

Possíveis soluções do exercício 4.2. recorrendo à multiplicação	
a) 9 cm = 9 mm	
b) 1 lado	
Medidas em centímetros	Medidas em milímetros
c) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$	c) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$
$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 9 = 27$	$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 90 = 270$
27 cm = 270 mm	
R.: A peça toda tem 270 mm de perímetro.	

Tabela 11: Possíveis soluções do exercício 4.3. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.

Possíveis soluções do exercício 4.3. recorrendo à adição	
a) Azul.	
b) 4,5 cm = 45 mm	
c) 1 lado	
Medidas em centímetros	Medidas em milímetros
d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$	d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$
$P_{\text{triângulo}} = 4,5 + 4,5 + 4,5 = 13,5$	$P_{\text{triângulo}} = 45 + 45 + 45 = 135$
13,5 cm = 135 mm	

R.: O maior triângulo da peça tem 135 mm de perímetro.

Tabela 12: Possíveis soluções do exercício 4.3. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.

Possíveis soluções do exercício 4.3. recorrendo à multiplicação

a) Azul.

b) 4,5 cm = 9 mm

c) 1 lado

Medidas em centímetros

Medidas em milímetros

d) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$

d) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$

$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 4,5 = 13,5$

$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 45 = 135$

13,5 cm = 135 mm

R.: O maior triângulo da peça tem 135 mm de perímetro.

Tabela 13: Possíveis soluções do exercício 4.4. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.

Possíveis soluções do exercício 4.4. recorrendo à adição

a) Verde.

b) 2,2 cm = 22 mm

c) 1 lado

Medidas em centímetros

Medidas em milímetros

d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$

d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$

$P_{\text{triângulo}} = 2,2 + 2,2 + 2,2 = 6,6$

$P_{\text{triângulo}} = 22 + 22 + 22 = 66$

6,6 cm = 66 mm

R.: O segundo maior triângulo da peça tem 66 mm de perímetro.

Tabela 14: Possíveis soluções do exercício 4.4. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.

Possíveis soluções do exercício 4.4. recorrendo à multiplicação

a) Verde.

b) 2,2 cm = 22 mm

c) 1 lado

Medidas em centímetros

Medidas em milímetros

d) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$

d) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$

$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 2,2 = 6,6$

$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 22 = 66$

6,6 cm = 66 mm

R.: O segundo maior triângulo da peça tem 66 mm de perímetro.

Tabela 15: Possíveis soluções do exercício 4.5. da ficha de trabalho, recorrendo à adição.

Possíveis soluções do exercício 4.5. recorrendo à adição	
a) Amarelo.	
b) 1,1 cm = 11 mm	
c) 1 lado	
Medidas em centímetros	Medidas em milímetros
d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$	d) $P_{\text{triângulo}} = \text{lado} + \text{lado} + \text{lado}$
$P_{\text{triângulo}} = 1,1 + 1,1 + 1,1$	$P_{\text{triângulo}} = 11 + 11 + 11 = 33$
$P_{\text{triângulo}} = 1,1 + 1,1 + 1,1$	
$= 3,3$	
3,3 cm = 33 mm	
R.: O triângulo mais pequeno da peça tem 33 milímetros de perímetro.	

Tabela 16: Possíveis soluções do exercício 4.5. da ficha de trabalho, recorrendo à multiplicação.

Possíveis soluções do exercício 4.5. recorrendo à multiplicação	
a) Amarelo	
b) 1,1 cm = 11 mm	
c) 1 lado	
Medidas em centímetros	Medidas em milímetros
e) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$	d) $P_{\text{triângulo}} = 3 \times \text{lado}$
$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 1,1 = 3,3$	$P_{\text{triângulo}} = 3 \times 11 = 33$
3,3 cm = 33 mm	
R.: O triângulo mais pequeno da peça tem 33 milímetros de perímetro.	

Como foi possível observar nas possíveis soluções dos exercícios que envolvem a medição e cálculo de área e perímetro dos diversos quadrados e triângulos abordados, algumas das medidas consideradas para os cálculos não são as mesmas referidas na apresentação do recurso. Isto deve-se ao facto de que, a partir da utilização da régua, os alunos não iriam conseguir determinar que a medida real, por exemplo, do lado do segundo maior quadrado da peça quadrada é 2,25 centímetros. Então, nos casos específicos do segundo maior quadrado, quadrado mais pequeno, segundo maior triângulo e triângulo mais pequeno, foram considerados 2,2 centímetros e 1,1 centímetros, respetivamente.

De forma a garantir a participação de todos os alunos nesta tarefa, foi realizada uma ficha adaptada para os alunos de NEE. Esta ficha, como é possível verificar nas figuras 29 a 33, contém os mesmos exercícios, diferenciando-se da ficha do resto da turma apenas por apresentar a resposta final às questões já parcialmente escrita, faltando apenas o valor. Além disso, nas páginas em que estão presentes exercícios relacionados com a área ou perímetro,

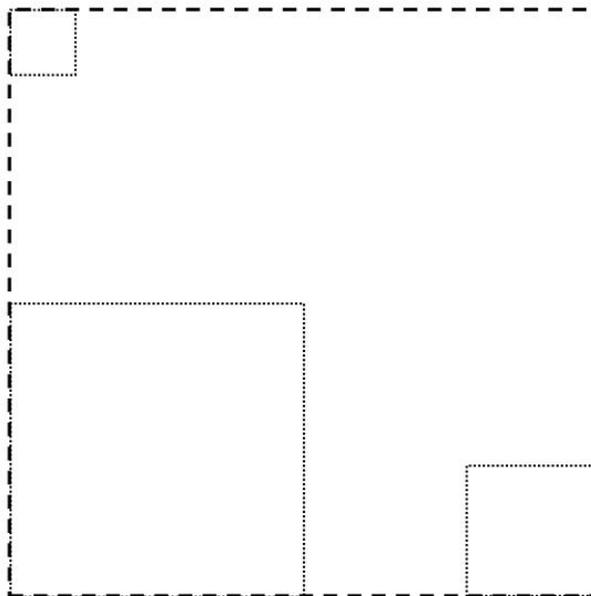
está presente um pequeno retângulo que indica a fórmula relativa ao cálculo da grandeza tratada.

Nome: _____ Data: _____

O terreno da Ana

1. Para este problema vamos ignorar o cantinho que falta no quadrado. A Ana comprou um terreno e pretende construir lá 3 edifícios. A peça que tens representa o terreno que a Ana comprou.

1.1. Pinta a imagem da peça com as cores da peça que tens.



1.2. O maior espaço da peça corresponde ao quintal. De que cor é o quintal na tua peça? _____

1.3. O segundo maior espaço da peça corresponde à casa que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a casa na tua peça? _____

1.4. O terceiro maior espaço da peça corresponde à garagem que a Ana vai construir. De que cor é o espaço para a garagem na tua peça?

1.5. O espaço mais pequeno da peça corresponde à casota dos cães da Ana que a Ana vai construir. De que cor é o espaço da casota na tua peça?

Figura 29: Primeira página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

Dica!
Área de um quadrado:
Lado \times Lado

2.1. Área de todo o terreno:



R: O terreno tem _____ de área.

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:



R: O espaço para a casa da Ana tem _____ de área.

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



R: O espaço para a garagem da Ana tem _____ de área.

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:



R: O espaço para a casota dos cães da Ana tem _____ de área.

Figura 30: Segunda página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.

2.5. Área do quintal:



R: O quintal tem _____ de área.

3. A Ana quer colocar redes a delimitar todos os espaços do seu terreno. Se fosses colocar rede na tua peça da mesma forma que a Ana, de quantos centímetros de rede ias precisar? Apresenta os cálculos no espaço abaixo.

Dica!
Perímetro de um quadrado:
Lado + Lado + Lado + Lado
OU
Lado \times 4



R: Ia precisar de _____ de rede.

4. A Alice é prima da Ana e comprou o terreno ao lado. Porém, o terreno da Alice tem uma forma triangular, que se assemelha à peça triangular que tens. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias.
- 4.1. Pinta a imagem da peça com as cores da tua peça.

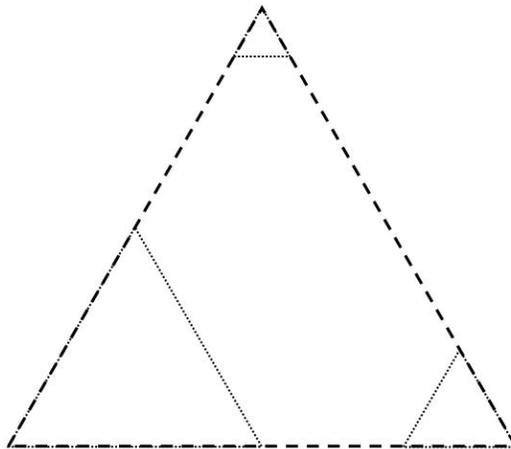


Figura 31: Terceira página da ficha de trabalho indicada para alunos de NEE.

4.2. Relativamente a todo o terreno (a peça toda):

Dica!
Perímetro de um triângulo:
Lado + Lado + Lado
OU
Lado \times 3

- a) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____
- b) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- c) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____



R: O terreno tem _____ de perímetro.

4.3. Relativamente ao maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____



R: O maior triângulo dentro da peça tem _____ de perímetro.

Figura 32: Quarta página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.

4.4. Relativamente ao segundo maior triângulo dentro da peça:

Dica!
Perímetro de um triângulo:
Lado + Lado + Lado
OU
Lado \times 3

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____



R: O segundo maior triângulo dentro da peça tem _____ de perímetro.

4.5. Relativamente ao triângulo mais pequeno dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? _____
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? _____
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). _____



R: O triângulo mais pequeno dentro da peça tem _____ de área.

Figura 33: Quinta página da ficha de trabalho indicada para alunos com NEE.

Como é possível observar a partir da apresentação da ficha de trabalho implementada, a mesma tem falta de relação com o contexto real. Isto é, na ficha é apenas tratada a área e o perímetro das peças atribuídas aos alunos. Porém, considerando a contextualização do texto,

Nesta ficha eram apresentadas questões orientadoras de forma que a turma abordasse os tópicos considerados necessários para a pesquisa.

De forma aos alunos terem algum suporte para organização de ideias, foi compartilhado com a turma uma folha que continha a Tabela 17, apresentando os diversos conectores, sendo-lhes explicado oralmente a função de cada um.

Tipo de ligação	Elementos de ligação
Ligar ou acrescentar	e, não só mas também, além disso, e ainda...
Ordenar	em primeiro lugar, de seguida, por último...
Introduzir uma relação de oposição	mas, contudo, no entanto, porém, apesar disso...
Introduzir uma relação de tempo	quando, depois, entretanto, logo que, mais tarde, nesse momento, em seguida, então...
Introduzir uma relação de causa	porque, visto que, dado que, uma vez que, considerando que...
Explicar	isto é, quer dizer, ou seja, por outras palavras...
Exemplificar	por exemplo...
Concluir	logo, portanto, por isso, em conclusão, é por isso que...
Finalizar	para, para que...

Tabela 17: Tabela de conectores entregue aos alunos como auxílio para escrita do texto de opinião.

A partir da escrita deste texto, são trabalhadas diversas competências abordadas nas AE (Direção-Geral da Educação, 2018b, pp. 10-13). Relativamente ao domínio da escrita, são trabalhadas competências como:

- “Registrar e organizar ideias na planificação de textos estruturados com introdução, desenvolvimento e conclusão.”
- “Redigir textos com utilização correta das formas de representação escrita (grafia, pontuação e translineação, configuração gráfica e sinais auxiliares da escrita).”
- “Escrever textos géneros variados, adequados a finalidades como narrar e informar, em diferentes suportes.”
- “Expressar opiniões e fundamentá-las.”

No que diz respeito ao domínio da Gramática, são trabalhadas as seguintes competências:

- “Recorrer de modo intencional e adequado a conectores diversificados, em textos orais e escritos”
- “Mobilizar adequadamente as regras de ortografia.”

Possíveis extensões

Tendo em consideração a extensão das tarefas planeadas, nomeadamente da ficha de trabalho da fase de exploração de áreas e perímetros com o recurso PUSE, existiram tarefas que foram planeadas na eventualidade de haver tempo de as implementar.

Assim, neste subcapítulo são apresentadas duas sugestões de extensão aos exercícios realizados na ficha de trabalho, que tinham como finalidade trabalhar o pensamento abstrato dos alunos, tendo sempre como base as peças com que já estavam ambientados. Ambas as extensões seriam elaboradas após a realização da ficha de trabalho, uma vez que os alunos já teriam um maior conhecimento sobre as peças, nomeadamente relativamente às suas medidas.

Apesar de serem tarefas consideradas importantes para a investigação, foi necessário ter em consideração que, na turma em que foi implementado o estudo, existia outro estudo a ser implementado, além da importância que o currículo escolar tem. Desta forma, foi necessário optar por deixar as seguintes tarefas em segundo plano, e, infelizmente, não foram implementadas.

Extensão 1

Após realizada os exercícios da ficha de trabalho da fase de exploração de áreas e perímetros com o recurso PUSE, é obtida a informação relativa à área da peça quadrada e todos os seus quadrados interiores. Nesta tarefa, seria apenas necessário ter em consideração a área total da peça. Na Figura 35 é apresentado o PowerPoint relativo à primeira extensão proposta.

Terreno real

- Depois de realizada a ficha de trabalho, já sabemos qual é a área da peça quadrada.
- Sabendo que 1 cm^2 da peça corresponde a 1 m^2 no terreno da Ana, qual é a área real do terreno?

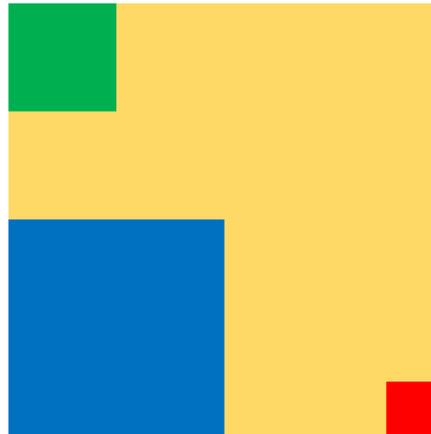


Figura 35: PowerPoint da primeira extensão.

Para resolverem este problema, os alunos não teriam de realizar cálculos, uma vez que os valores em questão são números inteiros e a resolução do problema é simples.

Sabendo que a peça tem 36 cm^2 de área, a área real do terreno da Ana será 36 m^2 .

Extensão 2

A partir da realização da ficha de trabalho, os alunos já têm conhecimento do perímetro dos vários triângulos presentes na peça triangular. Para esta tarefa, a informação necessária seria apenas relativa ao perímetro da peça.

Atividade 1

- Após a realização da ficha, já sabes o perímetro da peça triangular.
- Se uma peça tem de perímetro 27 cm , qual será o perímetro de duas peças juntas?

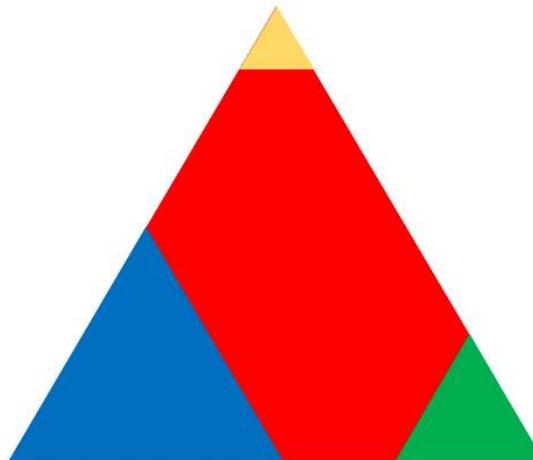


Figura 36: Primeiro slide da segunda extensão.



- Se juntares duas peças triangulares, qual achas que vai ser o seu perímetro?
- Será que vai ser o dobro do perímetro de uma peça?

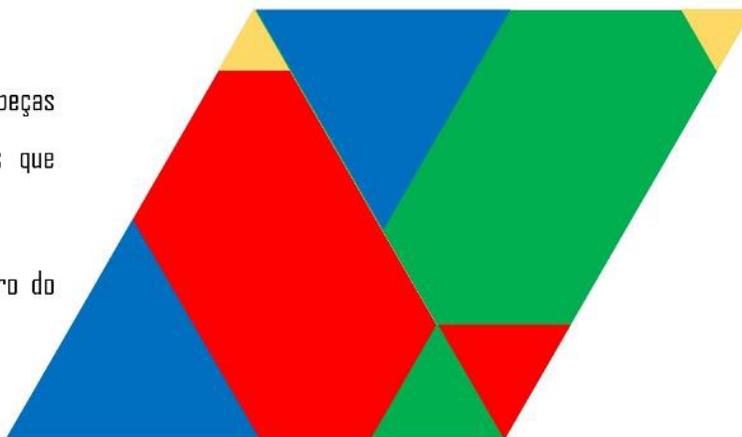


Figura 37: Segundo slide da segunda extensão.

A partir da apresentação do primeiro slide (Figura 36), a reação expectável dos alunos será calcular o dobro do perímetro de uma peça, podendo recorrer à multiplicação ou adição:

$$2 \times 27 = 54$$

Ou

$$27 + 27 = 54$$

Porém, após apresentado o segundo slide, é esperado que os alunos se apercebam do erro do seu raciocínio: juntando duas peças triangulares, dois lados vão deixar de existir, formando um paralelogramo. Então, o perímetro da figura obtida será, a partir da multiplicação ou adição:

$$4 \times 9 = 36$$

Ou

$$9 + 9 + 9 + 9 = 36$$

3.2. Análise e discussão de resultados

De forma a analisar os resultados apresentados pelos alunos, é necessário considerar as possíveis soluções apresentadas anteriormente e compará-las com as diferentes resoluções apresentadas pela turma, considerando também o enquadramento teórico abordado no capítulo 1. Uma vez que muitos alunos apresentaram a mesma resolução no mesmo exercício, são apresentados apenas exemplos das diferentes respostas apresentadas pelos alunos.

É importante referir que, apesar de todos os alunos da turma terem realizado a ficha de trabalho, apenas nove alunos procederam à entrega da ficha, contudo, um dos alunos com NEE não conseguiu realizar a ficha na totalidade, sendo apenas consideradas as resoluções apresentadas por oito alunos na análise.

Em alguns casos, as respostas apresentadas pelos alunos podem não ser de fácil compreensão, devido à caligrafia dos mesmos ou à qualidade da figura. Nesse sentido, a seguir ou ao lado de todas as figuras, é descrito o que foi escrito pelos alunos.

Fase introdutória

Como foi referido na apresentação das tarefas, a fase introdutória consistiu na resposta a um questionário e num diálogo com os alunos, apresentando o recurso com que a turma ia trabalhar. Considerando ambas as tarefas, é apenas possível apresentar os resultados relativos ao questionário, sendo os mesmos apresentados a seguir.

Questionário

A partir das respostas dos alunos ao questionário foi possível concluir que a turma já teve oportunidade de trabalhar com recursos didáticos, sendo que a maior parte da turma prefere tarefas que incluam outros materiais além do manual.

Relativamente à questão 1.1, quando questionados sobre tarefas em que tenham participado e tenham sido utilizados recursos, todos os alunos referiram diversas tarefas que realizaram em sala de aula com recursos didáticos, demonstrando terem compreendido o que eram os recursos. Foram referidas tarefas em que utilizaram o computador, a bússola, rochas, diferentes materiais para expressão artística, bolsas, vários instrumentos de medida,

cartolinas e puzzles. Nas figuras 38 e 39 seguintes são apresentadas algumas das respostas apresentadas pelos alunos.

1. Já existiram atividades em sala de aula em que foram utilizados recursos (computador, jogos...), além do manual e do caderno.

1.1. Indica três dessas atividades.

Quando fizemos o powerpoint sobre os planetas, quando aprendemos como nos orientarmos com a bússola e de quando fizemos a atividade artística do texto "O menino e o foguete".

1.2. O que mais gostaste dessas atividades?

Figura 38: Resposta do Aluno 1 à questão 1.1. do questionário inicial.

Na resposta apresentada na Figura 38, é possível ler “Quando fizemos o *PowerPoint* sobre os planetas, quando aprendemos como nos orientarmos com a bússola e quando fizemos a tarefa artística do texto “*O menino e o foguete*”.”

1. Já existiram atividades em sala de aula em que foram utilizados recursos (computador, jogos...), além do manual e do caderno.

1.1. Indica três dessas atividades.

Apresentação em Power point, experiência das bolsas e tirar medidas de comprimento lá fora.

Figura 39: Resposta do Aluno 6 à questão 1.1. do questionário inicial.

Na resposta apresentada na Figura 39, é possível ler “Apresentação em *PowerPoint*, experiência das bolsas e tirar medidas de comprimento lá fora.”

Na questão 1.2., relativamente ao que mais gostaram nessas tarefas, todos os alunos tiveram aspetos positivos a referir. Entre o que mais gostaram, referiram que gostaram de aprender, de sair da sala de aula, da realização de experiências, de se terem divertido a aprender, de brincar, de realizar apresentações, de tarefas de expressões artísticas com recurso a diferentes materiais, existindo um caso de um aluno que afirma ter gostado de tudo. A partir das respostas dos alunos, é possível concluir que a partir das tarefas com recursos, os alunos tiveram experiências positivas relativamente a tarefas com recursos didáticos. A seguir, são apresentadas algumas respostas.

1.2. O que mais gostaste dessas atividades?

Foi mexer no computador e fazer a experiência.

Figura 40: Resposta do Aluno 3 à questão 1.2. do questionário inicial.

Na Figura 40, o aluno respondeu “Foi mexer no computador e fazer a experiência.”

1.2. O que mais gostaste dessas atividades?

Eu no puzzle gostei de pintar, nas malas eu gostei de pôr as coisas e na balança gostei de ver a balança.

Figura 41: Resposta do Aluno 18 à questão 1.2. do questionário inicial.

Na Figura 41, o aluno escreveu “Eu no *puzzle* gostei de pintar, nas malas eu gostei de pôr as coisas e na balança gostei de ver a balança.”

No que diz respeito à questão 2.1., todos os alunos revelam preferir tarefas com outros materiais além do manual em comparação com tarefas com o manual, o que indica que, tendo apreciado as tarefas com recursos didáticos, preferem-nas a tarefas com o manual.

2.1. Que tipo de atividades preferes?

<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

Atividades em que sejam utilizados outros recursos.

Atividades com o manual.

Figura 42: Resposta do Aluno 15 à questão 2.1. do questionário inicial.

Na questão 2.2. as opiniões dos alunos já não são unilaterais, existindo alguns casos, apesar de minoritários, que afirmam ser mais fácil aprender com o manual. Porém, a maioria dos alunos considera ser mais fácil aprender com outros recursos, existindo casos de alunos que indicam as duas opções, o que indica que não têm preferência.

2.2. Com que tipo de atividades achas que é mais fácil aprender?

<input checked="" type="checkbox"/>	Atividades em que sejam utilizados outros recursos.
<input type="checkbox"/>	Atividades com o manual.

Figura 43: Resposta do Aluno 18 à questão 2.2. do questionário inicial.

2.2. Com que tipo de atividades achas que é mais fácil aprender?

<input type="checkbox"/>	Atividades em que sejam utilizados outros recursos.
<input checked="" type="checkbox"/>	Atividades com o manual.

Figura 44: Resposta do Aluno 14 à questão 2.2. do questionário inicial.

2.2. Com que tipo de atividades achas que é mais fácil aprender?

<input checked="" type="checkbox"/>	Atividades em que sejam utilizados outros recursos.
<input checked="" type="checkbox"/>	Atividades com o manual.

Figura 45: Resposta do Aluno 15 à questão 2.2. do questionário inicial.

Na última questão foi perguntado que outros recursos os alunos gostariam de usar em tarefas de sala de aula e, face a isso, existiram diversas sugestões: utilização do compasso, do transferidos, de arcos e bolas, de enigmas, comidas de outros países, jogos, calculadora, bandeiras e mapas. Em vez de sugerirem recursos, existiram alunos que sugeriram atividades, como um *escape room*, teatro, dança e reciclar. Nas figuras 46 e 47 são apresentadas algumas das respostas dos alunos.

3. Que outros recursos gostavas que fossem utilizados em sala de aula?

Eu gostava de fazer atividades com os mapas

Resposta do aluno:

Eu gostava de fazer atividades com os mapas.

Figura 46: Resposta do Aluno 15 à terceira questão do questionário inicial.

Na Figura 46, o aluno demonstra interesse em atividades com mapas, demonstrando interesse na área de Geografia.

3. Que outros recursos gostavas que fossem utilizados em sala de aula?

Fazer caça ao tesouro

Resposta do aluno:

Fazer caça ao tesouro.

Figura 47: Resposta do Aluno 5 à terceira questão do questionário inicial.

Na Figura 47, o aluno demonstrou interesse na realização de uma caça ao tesouro, tendo esta sido uma atividade que foi desenvolvida com a turma, não relacionada com a investigação.

Com base nas respostas ao questionário, é possível concluir que a utilização de recursos didáticos em tarefas em contexto de sala de aula é apreciada pelos alunos, proporcionando experiências de aprendizagens positivas, o que incentiva os alunos a aprender.

Fase de exploração livre

Nesta fase, os alunos estiveram animados e motivados para a criação de imagens, tentando replicar as suas construções nos seus cadernos. Existiram casos em que alunos tentaram fazer as construções em cima dos seus cadernos de forma a poderem copiar a construção no tamanho exato das peças, o que nem sempre se verificou como possível, uma vez que existiam construções maiores que a página dos seus cadernos. A partir desta tarefa, os alunos trabalharam uma nova forma de se expressarem, neste caso, através do PUSE, que era um recurso que não conheciam.

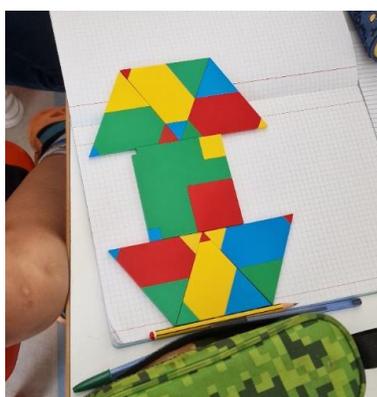


Figura 48: Construção realizada por um aluno.



Figura 49: Alunos a realizarem construções.



Figura 50: Representação de uma construção, realizada por um aluno.



Figura 51: Representação de uma construção, realizada por um aluno.

Nesta fase, o recurso às peças foi essencial. A partir das mesmas, os alunos conseguiram criar as construções que quiseram, colocando em prática a sua criatividade e capacidade de manipular um recurso consoante os seus objetivos. Desta forma, conforme previsto nas AE de Artes Visuais (Direção-Geral da Educação, 2018c), os alunos foram capazes de recorrer a uma nova técnica de expressão através da utilização das peças do *kit* PUSE, manifestando, assim, as suas capacidades expressivas e criatividade nas construções realizadas.

Para desenvolverem a capacidade visualização, como refere Del Grande (1990), existem capacidades que lhe estão associadas. Nesta tarefa, os alunos trabalham a capacidade de perceção figura-fundo, ou seja, identificam o recurso e as partes que o constituem em relação ao fundo em que o recurso se insere, assim como distinguem as diferentes figuras geométricas presentes nas peças, e trabalham a constância percetiva, reconhecendo as diferentes figuras geométricas constituintes nas peças que lhes foram entregues. Trabalham também a discriminação visual, identificando as diferenças e semelhanças entre as peças que lhes foram entregues, desenvolvendo, por fim, a capacidade de imagem visual, permitindo, através da análise do recurso, reter a imagem do objeto nas suas mentes, permitindo-lhes, futuramente, recordá-lo com precisão.

A partir da realização das tarefas propostas nesta fase, os alunos trabalham a capacidade de visualização de imagens concretas, sendo essa uma das cinco visualizações referidas por Presmeg (1986), estando associada à capacidade de visualizar imagens reais. Isto é, através da utilização do recurso, os alunos conseguem ver e manipular o material,

ajudando-os, assim, a desenvolver a capacidade de visualizar o referido recurso futuramente, recorrendo à capacidade de visualização de imagens concretas.

Fase de exploração orientada

Nesta fase, como foi verificado no subcapítulo anterior, os alunos tiveram a oportunidade de replicar uma construção que lhes foi apresentada, assim como representar a referida construção nos seus cadernos. Além disso, realizaram também dois desafios recorrendo às peças triangulares e quadradas, trabalhando a composição e decomposição de figuras. De seguida são apresentados os resultados obtidos nesta fase, assim como a análise relativa aos mesmos.

Tarefa “Construção de uma flor”

Nesta tarefa, os alunos mostraram maior dificuldade em replicar a construção da flor no seu caderno, mas após alguma orientação e ajuda, conseguiram ultrapassar essa dificuldade. Como é possível observar nas figuras 52 a 55, as construções apresentadas pelos alunos foram bem conseguidas.



Figura 52: Construção da flor, realizada por alunos.



Figura 53: Construção da flor, realizada por alunos.



Figura 54: Construção da flor, realizada por alunos.



Figura 55: Construção da flor, realizada por alunos.

Relativamente às representações no caderno, como foi referido, os alunos apresentaram algumas dificuldades. Como é possível observar nas figuras 56 a 58, os alunos não conseguiram realizar a representação das peças circulares com muito rigor, tendo sempre arranjado formas para superar as dificuldades. Seria expectável que recorressem ao compasso para realizar as representações, porém, os alunos optaram por recorrer a, por exemplo, a tampas de tubos de cola ou de garrafas para fazer o desenho inicial da peça circular, aperfeiçoando de seguida de forma a serem visíveis as “falhas” que a peça apresenta.

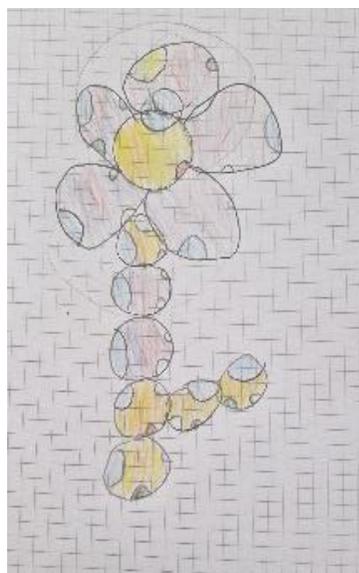


Figura 56: Representação da construção da flor.

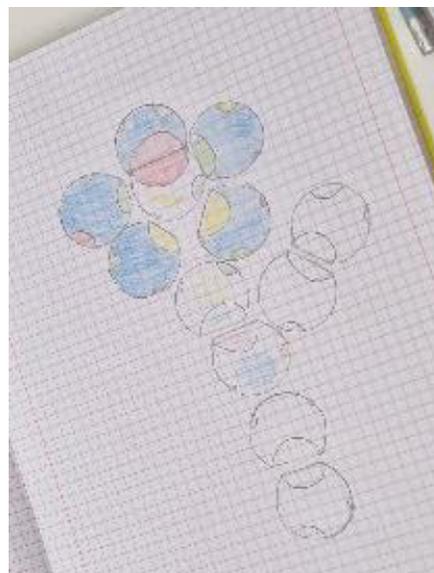


Figura 57: Representação da construção da flor.



Figura 58: Representação da construção da flor.

Tarefa “Desafios”

Nesta tarefa, os alunos não demonstraram dificuldade na construção das figuras pedidas e consequente resposta às questões realizadas. A partir da manipulação do recurso, recorrendo à tentativa-erro, fazendo construções até obterem as figuras que eram pedidas nos desafios, e através do trabalho de grupo, com as opiniões dos colegas e entreajuda, todos os grupos foram capazes de apresentar as respostas corretas às questões.

Com a realização destes desafios, como já foi referido na apresentação da tarefa, é trabalhada a composição e decomposição de figuras geométricas. Como refere Abrantes et al. (1999), este tipo de tarefas ajudam a desenvolver o pensamento visual. Consequentemente, é treinada a capacidade de visualização

Nesta fase, à semelhança da fase anterior, os alunos trabalham as capacidades de perceção figura-fundo, constância percetiva, discriminação visual e imagem visual, referidas por Del Grande (1990). Através destas capacidades, como na fase anterior, estão a desenvolver a visualização de imagens concretas.

Para esta tarefa não foi possível fazer o registo fotográfico da participação dos alunos uma vez que existiu um diálogo durante o decorrer da tarefa.

Fase de exploração de áreas e perímetros com o PUSE

Como referido no capítulo relativo à apresentação das tarefas, nesta fase os alunos realizaram uma ficha de trabalho que abordava os conceitos de área e perímetro, utilizando

as peças do *kit* PUSE como recurso. A seguir são apresentadas as respostas dos alunos a cada questão, assim como a sua análise considerando o enquadramento teórico apresentado no segundo capítulo do presente relatório.

É importante salientar que a ficha que é analisada seria enriquecida se tivesse existido a oportunidade de implementar a primeira extensão, apresentada no subcapítulo anterior, uma vez que a extensão estabelece uma relação entre o contexto apresentado nos exercícios e a realidade.

Considerando as diferentes resoluções apresentadas pelos alunos, é possível categorizá-las consoante a utilização do recurso, medição dos lados das figuras geométricas presentes nas peças e o tipo de abordagem recorrida para apresentar os seus raciocínios.

Relativamente à utilização do recurso, é contabilizado quantos alunos recorreram às peças que lhes foram atribuídas para realizar a ficha de trabalho, contudo, esta análise é apenas possível na primeira questão e na questão 4.1. No que diz respeito à medição, as resoluções serão categorizadas entre “Medições corretas” e “Medições incorretas”, sendo esta análise apresentada no final de todas as alíneas da segunda questão, na terceira questão, e nas questões 4.2., 4.6., 4.4. e 4.5. Por fim, a abordagem recorrida pelos alunos divide-se entre abordagem puramente numérica e abordagem com indicação de expressão algébrica, sendo esta análise apresentada nas mesmas questões que a análise relativa às medições. Neste sentido, no final da análise de cada questão, são apresentadas as diferentes categorias, assim como o número de alunos que se inserem nas mesmas.

Primeira questão

Como foi possível observar na apresentação da primeira questão, esta trata a correspondência entre os vários quadrados interiores da peça quadrada e as diferentes áreas do terreno da Ana.

Para esta questão, os alunos tinham de considerar a peça que lhes foi atribuída e pintar uma representação da peça que está presente na ficha de trabalho. De seguida, os alunos tinham de corresponder as áreas do terreno da Ana às várias figuras presentes na sua peça, considerando as suas diferentes cores.

Uma vez que o *kit* PUSE é composto por peças todas diferentes entre si, não existem peças iguais entre alunos, o que resulta em respostas todas diferentes. Contudo, apesar das respostas serem diferentes entre si, todos os alunos responderam corretamente a esta questão, demonstrando, assim, terem compreendido o que era pretendido.

Nesta questão, é possível quantificar quantos alunos recorreram à peça PUSE que lhes foi atribuída, uma vez que a mesma é necessária para colorir a representação da peça presente na ficha de trabalho. Então, uma vez que todos os alunos que procederam à entrega da ficha coloriram corretamente e responderam corretamente às questões apresentadas, é possível assumir que os oito alunos recorreram à peça para realizar a questão.

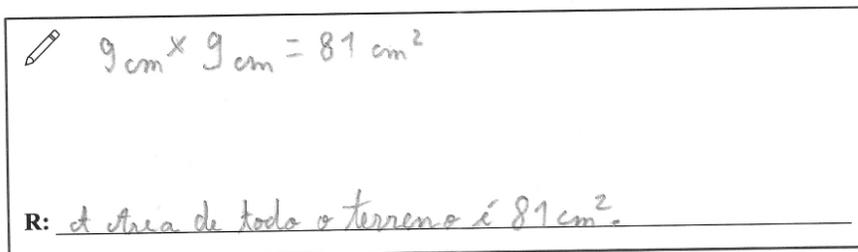
Segunda questão

No que diz respeito ao exercício 2., que trata o cálculo da área das várias partes constituintes da peça quadrada, já é possível analisar os resultados dos alunos. Nesta questão, a seguir à apresentação das diversas resoluções apresentadas pelos alunos, é apresentada uma tabela que indica quantos alunos conseguiram realizar as medições corretamente

No exercício 2.1. é pedido que seja calculada a área de toda a peça. Através da medição da peça com a régua, todos os alunos mediram 9 centímetros, havendo algumas diferenças na forma como apresentam os seus resultados. Apesar das diferentes abordagens, todos os alunos conseguiram responder corretamente ao exercício. Nas figuras 59 a 62 são apresentados alguns exemplos dos raciocínios e representações apresentados pelos alunos.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

2.1. Área de todo o terreno:



Resposta do Aluno 1:

$$9\text{ cm} \times 9\text{ cm} = 81\text{ cm}^2$$

R: A área de todo o terreno é 81 cm^2 .

Figura 59: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 1.

Na resolução apresentada na Figura 59, o aluno não indica a fórmula a que recorreu para realizar o cálculo da área pedida. Porém, demonstra conhecê-la ao apresentar a indicação do cálculo que efetuou.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

2.1. Área de todo o terreno:

Handwritten work for Aluno 8 showing the calculation of the area of a square plot. The student writes the formula $c \times l$, then $9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} = 81 \text{ cm}^2$. To the right, there is a vertical multiplication table: $\begin{array}{r} 9 \text{ cm} \\ \times 9 \text{ cm} \\ \hline 81 \text{ cm}^2 \end{array}$. At the bottom, the student writes: **R: A área do terreno todo é 81 cm².**

Figura 60: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 8.

Resposta do Aluno 8:

$$c \times l$$

$$9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} = 81 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline 81 \end{array}$$

R: A área do terreno todo é 81 cm².

Na figura 60, o aluno optou por apresentar o seu raciocínio apresentando a fórmula a que recorreu para resolver a questão, assim como a indicação e operação do cálculo realizados para obter a resposta final.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

2.1. Área de todo o terreno:

Handwritten work for Aluno 4 showing the calculation of the area of a square plot. The student writes the formula $L \times L = 9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$. At the bottom, the student writes: **R: O terreno tem 81 cm² de área.**

Figura 61: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 4.

Dica!

Área de um quadrado:
Lado \times Lado

Resposta do Aluno 4:

$$L \times L = 9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$

R: O terreno tem 81 cm² de área.

Na figura 61, o aluno apresentou a fórmula a que recorreu para a realização do cálculo, assim como a indicação do mesmo. Na resposta escrita à questão, é possível observar que a indicação de “²” a seguir a “cm” foi acrescentada posteriormente, o que indica que o aluno apresenta dificuldades na representação da simbologia relativa ao “quadrado”. Contudo, na realização do cálculo apresentou-a, o que revela falta de atenção no momento de escrita da resposta.

Nesta resolução e na anterior, os alunos apresentam as fórmulas a que recorreram para realizarem os cálculos. Contudo, é possível observar que consideraram fórmulas

diferentes, obtendo o mesmo resultado. Enquanto na Figura 56 o aluno considerou $l \times l$ (*lado* \times *lado*) como fórmula para o cálculo da área do quadrado, na resolução da Figura 57 o aluno considerou $c \times l$ (*comprimento* \times *largura*). Contudo, apesar desta diferença, ambas as respostas são consideradas corretas pois como, neste caso, é tratado um quadrado, a fórmula considerada para o cálculo da área pode ser $l \times l$, uma vez que um lado do quadrado corresponde ao comprimento e o outro à largura da figura em questão.

2. Considerando a tua peça, calcula a área dos diferentes espaços, utilizando as medidas as medidas arredondadas para **centímetros**. Utiliza a régua para realizares as medições necessárias. Apresenta os cálculos nos espaços indicados.

2.1. Área de todo o terreno:

Handwritten student work for exercise 2.1. It shows a pencil icon, the calculation $9\text{ cm} \times 9\text{ cm} = 81\text{ cm}^2$, the formula $A = c \times l$, and a final answer: **R:** A área de todo o terreno é 81 cm^2 .

Resposta do Aluno 6:

$$\begin{matrix} c & l \\ 9\text{ cm} & \times & 9\text{ cm} & = & 81\text{ cm}^2 \end{matrix}$$

$$A = c \times l$$

R: A área de todo o terreno é 81 cm^2 .

Figura 62: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 6.

Na resolução do aluno apresentada na Figura 62, é possível observar um maior cuidado no tratamento da informação e maior organização do raciocínio. O aluno, além de apresentar a fórmula a que recorreu para a resolução do exercício, apresenta também acima de cada fator da multiplicação “c” e “l”, indicando que um fator diz respeito ao comprimento e o outro à largura do quadrado.

Ao comparar as resoluções apresentadas pelos alunos com as possíveis soluções apresentadas previamente, é possível observar que os alunos realizaram o cálculo esperado, tendo obtido o resultado correto. Além dos apresentados, todos os alunos conseguiram responder corretamente à questão, realizando as medições necessárias corretamente, assim como os cálculos.

A seguir, são apresentadas as tabelas 18 e 19 que quantificam os alunos que conseguiram realizar as medições e o tipo de abordagem para apresentação da resposta.

Tabela 18: Realização das medições no exercício 2.1.

Realização das medições

Medições corretas	8
Medições incorretas	0
Total	8

Tabela 19: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.1

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	5
Indica a expressão algébrica	3
Total	8

No exercício 2.2, foi pedido que apresentassem a área do segundo maior quadrado da peça, apresentado na ficha de trabalho como sendo a área relativa à casa da Ana. Para isto, os alunos, à semelhança do exercício anterior, tinham de medir o lado do referido espaço.

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:

Handwritten work for Aluno 2: A pencil icon is at the top left. The calculation shows $4,5 \times 4,5$ with a vertical multiplication layout: $4,5 \times 4,5 = 20,25$. Below the calculation, the student has written: "R: A área do espaço da casa da Ana é 20,25 cm²".

Figura 63: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 2.

Resposta do Aluno 2:

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 225 \\ + 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

R: A área do espaço da casa da Ana é 20,25 cm².

Na resolução apresentada na Figura 63, é possível observar que o aluno, apesar de ter chegado à resposta correta, apenas apresenta a operação realizada para chegar à resposta da questão. Isto demonstra falta de cuidado na representação do seu raciocínio, porém, é possível concluir que o aluno compreendeu o que era pretendido com o exercício.

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:

Handwritten work for Aluno 1: A pencil icon is at the top left. The student has written the equation $4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} = 20,25 \text{ cm}^2$. To the right, there is a vertical multiplication layout: $4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} = 20,25 \text{ cm}^2$. Below this, the student has written: "R: A área do espaço para a casa é 20,25 cm²".

Figura 64: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 1.

Resposta do Aluno 1:

$$4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} = 20,25 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 4,5 \text{ cm} \\ \times 4,5 \text{ cm} \\ \hline 225 \text{ cm} \\ + 180 \text{ cm} \\ \hline 20,25 \text{ cm}^2 \end{array}$$

R: A área do espaço para a casa é 20,25 cm².

A resolução do aluno apresentada na Figura 64 é semelhante à apresentada anteriormente, sendo as únicas diferenças a indicação do cálculo efetuado e a indicação da unidade de medida nos fatores da multiplicação, que foram acrescentados após o cálculo. Porém, apesar de não apresentar a fórmula a que recorreu, à semelhança da resolução anterior, conseguiu chegar ao resultado esperado.

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:

R: O espaço para a casa da Ana tem 20,25 cm² de área.

Figura 65: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 4.

Resposta do Aluno 4:

$$L \times L = 4,5 \times 4,5 = 20,25 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 225 \\ + 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

R: O espaço para a casa da Ana tem 20,25 cm².

Na resolução apresentada na Figura 65, o aluno apresenta não só a indicação e a operação do cálculo efetuado, assim como a fórmula a que recorreu. Tendo conseguido realizar o cálculo sem erros, conseguiu chegar à resposta correta à questão.

2.2. Área do espaço para a casa da Ana:

R: A área da casa da Ana é 20,25 cm².

Figura 66: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 9.

Resposta do Aluno 9:

$$c \times l$$

$$4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} = 20,25 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 225 \\ + 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

R: A área da casa da Ana é 20,25 cm².

À semelhança da resolução apresentada anteriormente, o aluno que realizou a resolução presente na Figura 66 apresenta a fórmula, a indicação e a operação do cálculo, tendo conseguido responder corretamente à questão. A diferença entre esta resolução e a da Figura 61 está na fórmula considerada para a resolução. À semelhança do que se pôde

verificar em duas resoluções apresentadas para o exercício 2.1., apesar das fórmulas serem diferentes, ambas são consideradas corretas uma vez que a figura tratada é um quadrado.

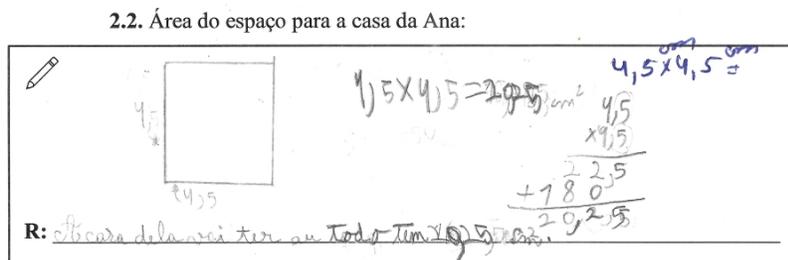


Figura 67: Resolução do exercício 2.2. apresentada pelo Aluno 5.

Resposta do Aluno 5:

$$4,5 \times 4,5 = 20,25 \text{ cm}^2$$

4,5	
x 4,5	

2 2 5	
+ 1 8 0	

2 0,2 5	

R: A casa dela vai ter ao todo 20,25 cm².

A resolução presente na Figura 67 foi a única situação neste exercício em que um aluno sentiu a necessidade de recorrer a um desenho para representar o seu raciocínio. Quando questionado sobre o porquê de ter sentido a necessidade de representar a figura que é tratada na questão, o aluno referiu que o fez para indicar quanto mede cada lado do quadrado. Relativamente ao resto do raciocínio, o aluno apresenta a indicação e operação necessárias para descobrir a resposta à questão.

À semelhança da questão 2.1., nesta questão todos os alunos, além dos casos apresentados, realizaram as medições corretamente, assim como os cálculos necessários para chegar à resposta correta à questão.

A seguir, são apresentadas as tabelas 20 e 21 que dizem respeito à análise de quantos alunos realizaram as medições corretamente e tipo de apresentação dos seus raciocínios.

Tabela 20: Realização das medições no exercício 2.2.

Realização das medições

Medições corretas	8
Medições incorretas	0
Total	8

Neste exercício, como foi possível verificar nas resoluções apresentadas a esta questão, houve um aluno que apresentou um desenho de um quadrado no intuito de indicar a medida do lado que considerou nos seus cálculos. Apesar de não ter apresentado a fórmula algébrica a que recorreu para o cálculo da área, a apresentação do seu raciocínio não pode

ser considerada puramente numérica. Nesse sentido, na tabela 21, são consideradas apenas as resoluções de sete alunos

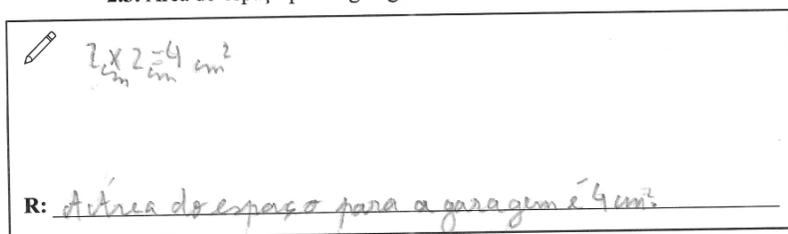
Tabela 21: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.2.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	3
Indica a expressão algébrica	4
Total	7

Relativamente ao exercício 2.3., era pedida a área do segundo maior quadrado da peça. Como foi observado nas possíveis soluções, a medida do lado do triângulo considerada para este exercício era 2,2 centímetros. Contudo, existiram casos em que os alunos não foram rigorosos na medição ou não tiveram os cuidados necessários no manuseamento da régua, obtiveram medidas diferentes da esperada. Porém, é importante referir que, apesar de alguns alunos terem recorrido à medida errada, demonstraram ter conseguido compreender o que era pretendido com o exercício.

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



Resposta do Aluno 1:

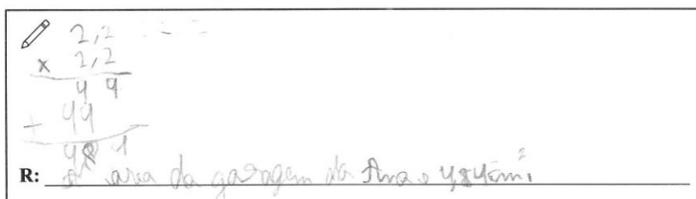
$$2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$$

R: A área do espaço para a garagem é 4 cm².

Figura 68: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 1.

Como foi referido anteriormente, este foi o caso apresentado por um aluno que não realizou a medição corretamente. Tendo recorrido à medida errada, a resposta à questão está também incorreta. Porém, a partir da indicação do cálculo que o aluno apresenta, é possível concluir que compreendeu o que era esperado na questão.

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



Resposta do Aluno 2:

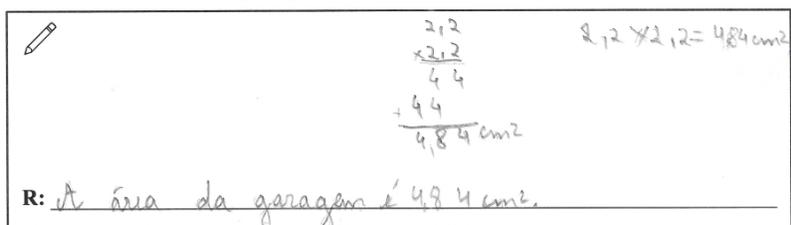
$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$

R: A área da garagem da Ana é 4,84 cm².

Figura 69: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 2.

Na resolução apresentada na Figura 69, o aluno apresentou apenas a operação realizada para chegar à resposta final. Com isto, à semelhança do que foi visto no exercício anterior, o aluno revela falta de empenho na apresentação do seu raciocínio, apesar de ter compreendido o que era pretendido e ter conseguido chegar à resposta correta.

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



Handwritten student work for exercise 2.3. It shows a pencil icon, a multiplication problem $2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$, and a handwritten response: "R: A área da garagem é 4,84 cm²."

Figura 70: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 3.

Resposta do Aluno 3:

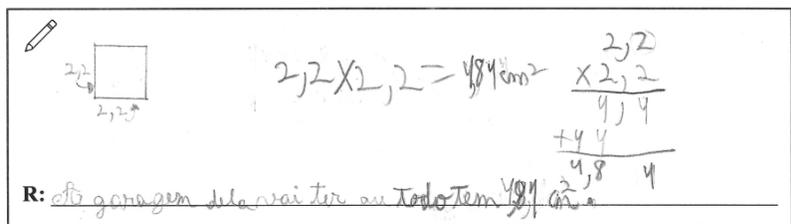
$$2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ +44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$

R: A área da garagem é 4,84 cm².

A partir da Figura 70, é possível observar que, nesta resolução, o aluno apenas apresentou a indicação e a operação do cálculo realizado. Porém, a partir destes elementos, é possível concluir que compreendeu o exercício e conseguiu apresentar a resposta certa à questão.

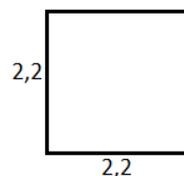
2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:



Handwritten student work for exercise 2.3. It shows a pencil icon, a drawing of a square with side length 2,2, a multiplication problem $2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$, and a handwritten response: "R: a garagem dela vai ter ao todo tem 4,84 cm²."

Figura 71: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 5.

Resposta do Aluno 5:



$$2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ +44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$

R: A garagem dela vai ter ao todo tem 4,84 cm².

À semelhança do que foi analisado na resolução presente na Figura 67, na resolução presente na Figura 71, o aluno sente a necessidade de apresentar um desenho do quadrado em questão para indicar a medida dos lados da figura. Além do desenho, o aluno apresenta a indicação e a operação necessárias para chegar à resposta da questão.

2.3. Área do espaço para a garagem da Ana:

Handwritten work showing the calculation of the area of a square with side length 2,2 cm. The student uses the formula $A = c \times l$ and shows the multiplication $2,2 \text{ cm} \times 2,2 \text{ cm} = 48,4 \text{ cm}^2$. The final answer is: **R:** A área da garagem da Ana é 48,4 cm².

Figura 72: Resolução do exercício 2.3. apresentada pelo Aluno 6.

Resposta do Aluno 6:

$$c \quad l$$

$$2,2 \text{ cm} \times 2,2 \text{ cm} = 4,84 \text{ cm}^2$$

$$A = c \times l$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ \times 2,2 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$

R: A área da garagem da Ana é 4,84 cm².

Na resolução presente na Figura 72, o aluno apresenta um raciocínio mais organizado. Além de indicar a fórmula, a indicação e a operação realizada, o aluno indica acima de cada fator na indicação da operação que os valores utilizados dizem respeito ao comprimento (c) e largura (l) do quadrado em questão. Uma vez que utilizou a medida correta do lado do quadrado, obteve a resposta correta à questão.

Neste exercício foi possível analisar falhas relativamente ao manuseio da régua, o que resultou à apresentação de resultados errados por parte de um aluno. Além disso, é possível observar que os alunos têm diferentes formas de representar os seus raciocínios, existindo alunos que são mais cuidadosos e outros que apresentam apenas o mínimo que justifique o resultado a que chegaram.

A seguir são apresentadas as tabelas 22 e 23 que apresentam quantos alunos conseguiram realizar as medições corretamente e o tipo de apresentação a que recorreram para demonstrar o seu raciocínio.

Tabela 22: Realização das medições no exercício 2.3.

Realização das medições

Medições corretas	7
Medições incorretas	1
Total	8

À semelhança do exercício anterior, um aluno apresentou um desenho de um quadrado para indicar a medida do lado do quadrado tratado na questão. Então, foram consideradas apenas as resoluções de sete alunos para a análise seguinte.

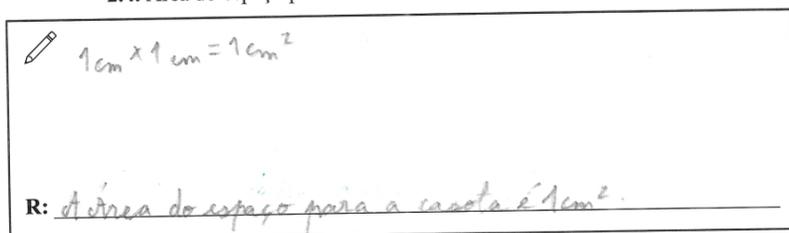
Tabela 23: Abordagem para a representação do raciocínio no exercício 2.3.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	3
Indica a expressão algébrica	4
Total	7

O quarto exercício da segunda questão tratava a área do quadrado mais pequeno. À semelhança do exercício anterior, recorrendo à régua é impossível determinar a medida real do quadrado mais pequeno (1,125 centímetros), tendo sido considerada como medida do lado deste quadrado 1,1 centímetros.

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:



Resposta do Aluno 1:

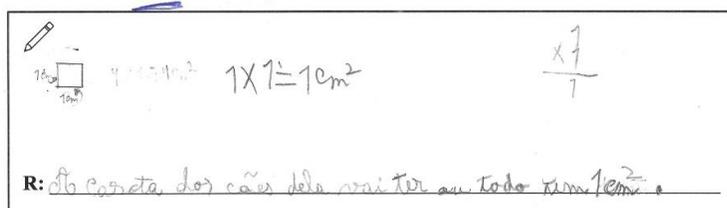
$$1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$$

R: A área do espaço para a casota é 1 cm².

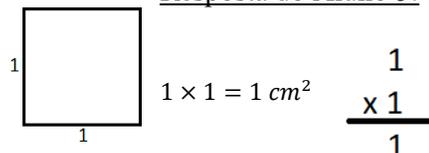
Figura 73: Resolução do exercício 2.1. apresentada pelo Aluno 1.

Na resolução apresentada na Figura 73, o aluno apresenta a indicação do cálculo que efetuou para chegar à resposta da questão. Contudo, a partir da indicação do cálculo, é possível concluir que não realizou a medição com rigor, utilizando o valor errado, o que resulta na apresentação da resposta errada à questão.

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:



Resposta do Aluno 5:



R: A casota dos cães dela vai ter ao todo 1 cm².

Figura 74: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 5.

À semelhança da resolução anterior, na resolução presente na Figura 74 o aluno não realizou a medição corretamente, o que resulta na realização de cálculos com o valor errado,

resultando na resposta errada à questão. Neste caso, é possível concluir que o aluno recorreu, de facto, à medida errada não só a partir dos cálculos, mas também a partir do desenho do quadrado que indica a medida que o aluno considerou ser dos lados do quadrado em questão.

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:

Handwritten work for Aluno 9 showing the calculation of the area of a square with side length 1,1 cm. The student uses the formula $c \times l$ and performs a vertical multiplication of 1,1 by 1,1, resulting in 1,21. The final answer is written as "R: A área da casota é 1,21 cm²."

Figura 75: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 9.

Resposta do Aluno 9:

$$c \times l$$

$$1,1 \text{ cm} \times 1,1 \text{ cm} = 1,21 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 1,1 \text{ cm} \\ \times 1,1 \text{ cm} \\ \hline 1,1 \\ + 11 \\ \hline 1,21 \text{ cm}^2 \end{array}$$

R: A área da casota é 1,21 cm².

Na Figura 75 é possível observar um exemplo duma resolução do exercício recorrendo à medida correta e tendo a resposta correta. Neste caso, o aluno apresenta a fórmula a que recorreu, assim como a indicação e a operação a que recorreu para obter a resposta.

2.4. Área do espaço para a casota dos cães da Ana:

Handwritten work for Aluno 6 showing the calculation of the area of a square with side length 1,1 cm. The student uses the formula $A = c \times l$ and performs a vertical multiplication of 1,1 by 1,1, resulting in 1,21. The final answer is written as "R: A área da casota dos cães é 1,21 cm²."

Figura 76: Resolução do exercício 2.4. apresentada pelo Aluno 6.

Resposta do Aluno 6:

$$c \times l$$

$$c \quad l$$

$$1,1 \text{ cm} \times 1,1 \text{ cm} = 1,21 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 1,1 \\ \times 1,1 \\ \hline 1,1 \\ + 11 \\ \hline 1,21 \end{array}$$

R: A área da casota dos cães é 1,21 cm².

Na Figura 76, é possível observar que o aluno, à semelhança do que fez nas resoluções anteriores, organizou melhor a informação a que recorreu para responder à questão. A partir da indicação e operação do cálculo, é possível observar que o aluno recorreu à medida correta, tendo conseguido obter a resposta correta à questão. Mais uma vez, o aluno apresenta a fórmula, assim como a indicação de comprimento e largura acima dos valores a que recorreu para o cálculo.

Nesta questão, foi possível observar maior discrepância nas resoluções, pois houve pouco rigor na medição por parte de alguns alunos, o que resultou em mais respostas erradas a esta questão. Na tabela 24 é apresentado o número de alunos que realizaram as medições corretamente.

Tabela 24: Realização das medições no exercício 2.3.

Realização das medições

Medições corretas	2
Medições incorretas	6
Total	8

Como aconteceu nos dois exercícios anteriores, um aluno apresentou um desenho de um quadrado na representação do seu raciocínio. Então, para a análise das abordagens recorridas, são considerados apenas sete alunos.

Tabela 25: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.3.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	3
Indica a expressão algébrica	4
Total	7

A última alínea da segunda questão abordava a área da zona restante, sendo considerada como quintal do terreno da Ana. Para a resolução deste exercício, é essencial que os resultados das alíneas anteriores estejam corretos. Como foi possível observar nas análises das alíneas anteriores, existiram casos de alunos que não tiveram rigor na medição, o que resultou em valores errados associados às áreas de diversos quadrados da peça. Então, seria de esperar que neste exercício existissem resultados que não podem ser considerados corretos. Porém, é de salientar que, apesar dos resultados errados, muitos alunos conseguiram compreender o raciocínio do exercício.

2.5. Área do quintal:

R: A área do quintal são 54,91 cm².

Figura 77: Resolução do exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 7.

Resposta do Aluno 7:

$$20,25 + 4,84 + 1 = 26,09 \text{ cm}^2$$

$$81 - 26,09 = 54,91 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ -26,09 \\ \hline 54,91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4,84 \\ +20,25 \\ \hline 26,09 \end{array} \quad \begin{array}{r} 81 \\ +26,09 \\ \hline 54,91 \end{array}$$

R: A área do quintal são 54,91 cm².

No caso da resolução apresentada na Figura 77, o aluno apresentou a indicação dos cálculos, assim como as operações que realizou e a resposta. Contudo, apesar de ter apresentado o raciocínio esperado, recorrendo a subtrações sucessivas, uma vez que considerou o valor errado associado à área do espaço relativo à casota, não obteve a resposta correta ao exercício.

2.5. Área do quintal:

81 00
- 20,25

60,75 cm²

9 x 9 = 81 cm² 2,2 x 2,2 = 4,84 cm²
4,5 x 4,5 = 20,25 cm² 1 x 1 = 1 cm²

60,75
- 4,84

55,91

55,91
- 1

54,91 cm²

R: A área do quintal é 54,91 cm².

Figura 78: Resolução do exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 3.

Resposta do Aluno 3:

$$9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$

$$4,5 \times 4,5 = 20,25 \text{ cm}^2$$

$$2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$$

$$1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 81 \text{ 00} \\ - 20,25 \\ \hline 60,75 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60,75 \\ - 4,84 \\ \hline 55,91 \end{array} \quad \begin{array}{r} 55,91 \\ - 1 \\ \hline 54,91 \end{array}$$

R: A área do quintal é 54,91 cm².

Na resolução apresentada na Figura 78, o aluno optou por apresentar as indicações dos cálculos das áreas de todos os quadrados, apresentando de seguida a operação das subtrações realizadas até chegar ao valor final. À semelhança da resolução anterior, apesar do raciocínio estar correto, a resposta não está, uma vez que utilizou os valores errados, nomeadamente no valor associado à área do quadrado interior mais pequeno da peça.

2.5. Área do quintal:

20,25 cm² + 4,84 cm² + 1,21 cm² = 26,30 cm²

26,30 cm² - 81 cm² = 54,70 cm²

R: A área do quintal é 54,70 cm².

Figura 79: Resolução de um exercício 2.5. apresentada pelo Aluno 9.

Resposta do Aluno 9:

$c \times l$

$$20,25 \text{ cm}^2 + 4,84 \text{ cm}^2 + 1,21 \text{ cm}^2 = 26,30 \text{ cm}^2$$

$$26,30 \text{ cm}^2 - 81 \text{ cm}^2 = 54,70 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 20,25 \text{ cm}^2 \\ + 4,84 \text{ cm}^2 \\ + 1,21 \text{ cm}^2 \\ \hline 26,30 \text{ cm}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 81 \text{ cm}^2 \\ - 26,30 \text{ cm}^2 \\ \hline 54,70 \text{ cm}^2 \end{array}$$

R: A área do quintal é 54,70 cm².

Na Figura 79 é possível observar que o aluno, uma vez que tinha os resultados das alíneas anteriores corretos, conseguiu chegar à resposta correta, recorrendo primeiramente à

soma de todos os valores de área descobertos a partir dos exercícios anteriores, seguido da subtração entre a área total da peça e a soma de todas as restantes áreas.

A seguir, são apresentadas as tabelas 26 e 27 que apresentam o número de alunos que realizaram as medições corretamente, sendo apresentada de seguida a tabela 26 relativa ao tipo de apresentação optada pelos alunos para demonstrar o seu raciocínio.

Tabela 26: Realização das medições no exercício 2.5.

Realização das medições

Medições corretas	1
Medições incorretas	7
Total	8

Neste exercício, uma vez que a área pedida não dizia respeito a um quadrado, não era esperado que os alunos apresentassem a expressão algébrica associada à medida da área em questão. Contudo, como podemos ver na última resolução apresentada a esta questão, uma vez que é recorrido ao cálculo de áreas dos diferentes quadrados presentes na peça quadrada.

Tabela 27: Abordagem para representação do raciocínio no exercício 2.5.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	7
Indica a expressão algébrica	1
Total	8

Como foi possível observar nas resoluções apresentadas pelos alunos, existiram casos em que os alunos apresentaram falhas no que diz respeito à simbologia do “quadrado” na escrita da resposta final. Isto pode dever-se à falta de compreensão relativamente à razão de se colocar o “²” na indicação da unidade de medida relativa à área.

Terceira questão

O exercício três é o último exercício que trata a peça quadrada, pedindo aos alunos que calculem a quantidade de rede necessária para delimitar as diferentes zonas da peça. Para a resolução deste exercício era necessário que as medições fossem rigorosas. Então, como foi possível na observação de resoluções dos exercícios anteriores, existiram alunos

que não tiveram esse rigor, sendo expectável respostas erradas neste exercício. Nas figuras 80 a 82, é possível observar exemplos das diferentes respostas apresentadas pelos alunos.

3. A Ana quer colocar redes a delimitar todos os espaços do seu terreno. Se fosses colocar rede na tua peça da mesma forma que a Ana, de quantos centímetros de rede ias precisar? Apresenta os cálculos no espaço abaixo.

Handwritten work for Aluno 6:

$9 \times 4 = 36 \text{ cm}$
 $1 + 1 = 2 \text{ cm}$
 $4,5 + 4,5 = 9,0 \text{ cm}$
 $2,2 + 2,2 = 4,4 \text{ cm}$
 $36 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 4,4 \text{ cm} = 51,4 \text{ cm}$

R: Ia precisar de 51,4 cm

Figura 80: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 6.

Resposta do Aluno 6:

$$9 \times 4 = 36 \text{ cm}$$

$$1 + 1 = 2 \text{ cm}$$

$$4,5 + 4,5 = 9,0 \text{ cm}$$

$$2,2 + 2,2 = 4,4 \text{ cm}$$

$$36 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 4,4 \text{ cm} = 51,4 \text{ cm}$$

$4,5$	36 cm
$+ 4,5$	2 cm
$9,0$	9 cm
	$+ 4,4 \text{ cm}$
	$51,4 \text{ cm}$

R: Ia precisar de 51,4 cm.

Na resolução apresentada na Figura 80, o aluno obteve a resposta errada à questão. Para chegar à resposta, o aluno recorreu à multiplicação para descobrir o perímetro da peça, recorrendo à adição para calcular quanta rede seria necessária à volta das restantes áreas interiores da peça. Contudo, como foi referido, o aluno obteve a resposta errada. Isso deve-se ao facto de o aluno ter recorrido à medida lateral do quadrado interior da peça errada, considerando 1 centímetro em vez de 1,1 centímetros.

3. A Ana quer colocar redes a delimitar todos os espaços do seu terreno. Se fosses colocar rede na tua peça da mesma forma que a Ana, de quantos centímetros de rede ias precisar? Apresenta os cálculos no espaço abaixo.

Handwritten work for Aluno 1:

$9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$
 $36 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$
 $40 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} = 49 \text{ cm}$
 $49 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 51 \text{ cm}$

R: Ia precisar de 51 cm.

Figura 81: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 1.

Resposta do Aluno 1:

$$9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

$$36 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

$$40 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} = 49 \text{ cm}$$

$$49 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 51 \text{ cm}$$

R: Ia precisar de 51 cm.

Na situação apresentada na figura 81, o aluno recorreu a adições sucessivas para descobrir quanta rede seria necessária para delimitar todas as áreas. Contudo, conforme

aconteceu na resolução apresentada anteriormente, o aluno recorreu a medidas não rigorosas e obteve o resultado errado. Neste caso, é possível observar que as medidas incorretas dizem respeito ao segundo maior quadrado interior da peça e ao mais pequeno.

3. A Ana quer colocar redes a delimitar todos os espaços do seu terreno. Se fosses colocar rede na tua peça da mesma forma que a Ana, de quantos centímetros de rede ias precisar? Apresenta os cálculos no espaço abaixo.

Resposta do Aluno 9:

Handwritten work showing calculations for the perimeter of a square and three smaller squares, and a final sum calculation.

$9 \times 4 = 36$
 $1,1 + 1,1 = 2,2$
 $2,2 + 2,2 = 4,4$
 $4,5 + 4,5 = 9,0$
 $36 + 9,0 + 4,4 + 2,2 = 51,6$

R: A Ana precisa de 51,6 cm de rede.

$$9 \times 4 = 36$$

$$1,1 + 1,1 = 2,2$$

$$2,2 + 2,2 = 4,4$$

$$4,5 + 4,5 = 9,0$$

$$36 + 9,0 + 4,4 + 2,2 = 51,6$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 9,0 \\ 4,4 \\ 2,2 \\ \hline 51,6 \end{array}$$

Figura 82: Resolução do exercício 3 apresentada pelo Aluno 9.

R: A Ana precisa de 51,6 cm.

Na Figura 82 é apresentada um exemplo de uma resolução correta. Neste caso, o aluno recorreu à multiplicação para calcular o perímetro da peça, recorrendo à adição para realizar os cálculos associados às outras áreas. Uma vez que recorreu às medidas certas, o aluno conseguiu obter a resposta correta à questão. Esta resolução não consta nas possíveis soluções à tarefa, porém, não deixa de ser uma resposta correta, uma vez que acaba por ser uma junção das duas possíveis soluções apresentadas no subcapítulo anterior.

A esta questão, um aluno não apresentou resposta. Então, para análise de quantos alunos foram capazes de realizar as medições corretamente e no tipo de análise recorrida para apresentar o seu raciocínio, são considerados apenas sete alunos.

Tabela 28: Realização das medições na questão 3.

Realização das medições

Medições corretas	2
Medições incorretas	5
Total	7

Neste exercício, uma vez que tratava o cálculo do perímetro de um quadrado, era esperado que os alunos apresentassem a fórmula algébrica a que recorreram para realizar o referido cálculo. Contudo, isso não foi verificado.

Tabela 29: Abordagem para representação do raciocínio na questão 3.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	7
Indica a expressão algébrica	0
Total	7

Quarta questão

Como foi possível constatar no subcapítulo 3.1., a quarta questão conta com cinco exercícios. À semelhança da primeira questão relativa à peça quadrada, na primeira questão do quarto exercício foi pedido aos alunos que pintassem uma representação da sua peça, de forma a poderem melhor identificar as diversas zonas da mesma, caso não tivessem acesso à peça durante toda a resolução da ficha de trabalho. Dada a natureza da questão, não é possível analisar as suas respostas, uma vez que as respostas estão associadas à peça que foi atribuída a cada um dos alunos. Contudo, como na primeira questão, é possível quantificar quantos alunos recorreram à peça que lhes foi atribuída para colorir a representação da peça triangular presente na ficha de trabalho. Então, analisando todas as resoluções apresentadas pelos alunos, é possível concluir que os oito alunos que realizaram a questão recorreram à peça para colorir a representação da mesma.

As quatro questões seguintes tratam o perímetro dos vários triângulos constituintes da peça triangular, sendo que cada questão é composta por três alíneas. As questões relativas aos diversos triângulos são sempre as mesmas para as diferentes zonas, pedindo aos alunos que indiquem a medida do lado do triângulo em questão, quantos lados são necessários medir sabendo que o triângulo tem todos os lados iguais e o perímetro do triângulo em questão, sendo que todos os resultados numéricos são pedidos em milímetros.

Uma das alíneas apresentadas nas várias questões que são analisadas de seguida trata o perímetro. Nesse sentido, quando é feita a análise da representação do raciocínio dos alunos relativamente à apresentação da expressão algébrica na sua resposta, a expressão que é expectável é a associada ao cálculo do perímetro.

Na questão 4.2., é pedido aos alunos que apresentem os resultados relativamente à peça toda.

4.2. Relativamente a todo o terreno (a peça toda):

a) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros**

(mm). 88 mm.

b) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitam medir para calcular o perímetro? 1 lado.

c) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 1:

a) 88 mm.

b) 1 lado.

c)

$$88\text{mm} + 88\text{mm} + 88\text{mm} = 264\text{mm}$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 88 \\ + 88 \\ \hline 264 \end{array}$$

R: O perímetro são 264 milímetros.

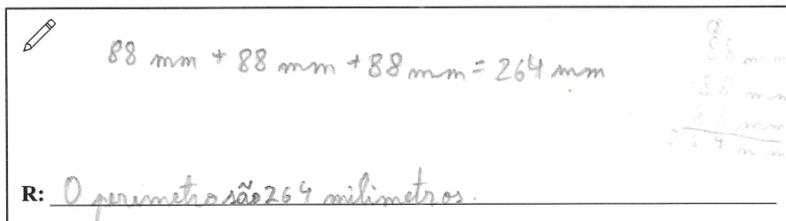


Figura 83: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 1.

Na Figura 83 é apresentada uma resolução parcialmente incorreta do exercício. Neste caso, na primeira alínea da questão, o aluno apresenta uma resposta errada relativamente à medida do lado do triângulo em questão. A partir daí, é esperado que na terceira alínea seja apresentada uma resposta errada. Na segunda alínea o aluno responde corretamente, porém não recorre à multiplicação no seu raciocínio da terceira alínea. Como esperado, na última alínea, o aluno não apresenta a resposta correta, porém, demonstra compreender o que é pretendido, apresentando um raciocínio semelhante a um dos considerados nas possíveis soluções, apesar de recorrer ao valor errado e não ter a resposta correta.

4.2. Relativamente a todo o terreno (a peça toda):

a) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros**

(mm). 9 cm = 90 mm

b) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitam medir para calcular o perímetro? 3 lados

c) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 6:

a) 9 cm = 90 mm

b) 3 lados.

c)

$$= \begin{cases} 9 + 9 + 9 = 27 \\ 9 \times 3 = 27 \end{cases}$$

km hm dam m dm cm mm
2 7 0

$$27 \text{ cm} = 270 \text{ mm}$$

R: O seu perímetro é 27 cm ou 270 mm.



Figura 84: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 6.

Na resolução apresentada na Figura 84, o aluno responde corretamente a duas das alíneas. À primeira alínea, o aluno demonstra rigor na medição, apresentando a resposta correta. Na alínea b), o aluno apresenta uma resposta errada, demonstrando falta de raciocínio geométrico. Na terceira alínea o aluno não só apresenta o cálculo recorrendo à adição, como apresenta recorrendo à multiplicação, recorrendo aos valores em centímetros e posterior conversão para milímetros. A partir da apresentação de ambas as formas de resolução, o aluno demonstra compreender a relação que a adição sucessiva do mesmo valor tem com a multiplicação.

4.2. Relativamente a todo o terreno (a peça toda): 4

a) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros**

(mm). 9 cm = 90 mm

b) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 1 lado

c) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 2:

a) 9 cm = 90 mm

b) 1 lado.

c)

$$L + L + L = 9 + 9 + 9 = 27 \text{ cm}$$

$$27 \text{ cm} = 270 \text{ mm}$$

R: O perímetro é 270 mm.

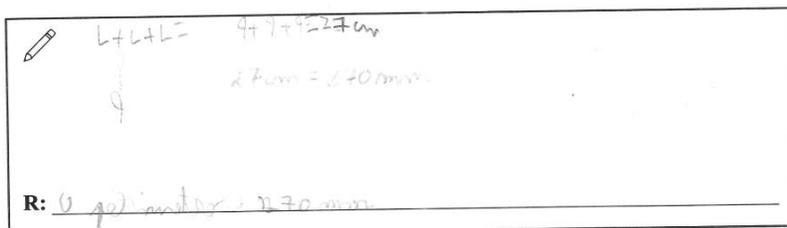


Figura 85: Resolução do exercício 4.2. apresentada pelo Aluno 2.

Na resolução apresentada na Figura 85, o aluno conseguiu responder corretamente a todas as questões. Na resposta à primeira alínea, o aluno demonstra ter tido rigor na medição, apresentando a resposta correta. Na alínea relativa ao cálculo do perímetro do triângulo em questão, o aluno apresenta a fórmula a que recorreu para realizar o cálculo, apresentando a indicação do cálculo recorrendo aos valores em centímetros e procedendo à conversão para milímetros a seguir, apresentando, por fim, a resposta correta à questão.

De seguida, são apresentadas as tabelas 30 e 31 que apresentam quantos alunos realizaram as medições corretamente, sendo apresentada a seguir a Tabela 30 que apresenta o tipo de abordagem a que recorreram.

Tabela 30: Realização das medições na questão 4.2.

Realização das medições

Medições corretas	5
Medições incorretas	3
Total	8

Tabela 31: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.2.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	6
Indica a expressão algébrica	2
Total	8

Na questão 4.3., são realizadas as mesmas questões, mas, desta vez, relativamente ao maior triângulo interior à peça. A partir desta questão, as respostas à primeira alínea não são analisadas, uma vez que subjetivas.

4.3. Relativamente ao maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Vermelho.
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em milímetros (mm). 44 mm.
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 1 lado
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em milímetros (mm).

Resposta do Aluno 1:

- a) Vermelho.
- b) 44 mm
- c) 1 lado
- d)

$$44mm + 44mm + 44mm = 132 mm$$

$$\begin{array}{r} 44 mm \\ 44 mm \\ + 44 mm \\ \hline 132 mm \end{array}$$

R: O seu perímetro são 132 mm

R: O seu perímetro são 132 mm.

Figura 86: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 1.

Na resolução presente na Figura 86, o aluno apresenta, na segunda alínea, a medida errada do triângulo em questão. De seguida, apesar de afirmar que é apenas necessário considerar um lado do triângulo sendo ele equilátero, na última alínea recorre à adição para chegar ao valor pretendido. Porém, como recorre à medida errada referida na primeira alínea, apesar de apresentar um raciocínio correto e considerado nas possíveis soluções, o aluno não obtém a resposta certa.

4.3. Relativamente ao maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Azul
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 4,4 cm = 44 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 3 lados
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

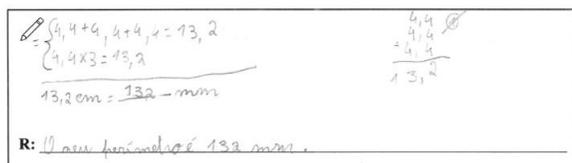


Figura 87: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 6.

Resposta do Aluno 6:

- a) Azul.
- b) 4,4 cm = 44 mm
- c) 3 lados
- d) $4,4 + 4,4 + 4,4 = 13,2$
 $4,4 \times 3 = 13,2$
- $\frac{4,4}{13,2}$ 13,2 cm = 132 mm

R: O seu perímetro são 132 mm.

No caso apresentado na Figura 87, o aluno não conseguiu responder corretamente a três das quatro alíneas. Na segunda, o aluno recorre a uma medida errada, apresentando o erro por um milímetro. Nas alíneas c) e d), as respostas apresentadas pelo aluno também são consideradas incorretas. Contudo, na última alínea, o aluno, à semelhança do exercício anterior, apresenta dois raciocínios para chegar à resposta à questão. Então, o aluno apresenta a adição e a multiplicação recorrendo aos valores em centímetros, procedendo à conversão como passo final da resolução do exercício.

4.3. Relativamente ao maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? amarelo
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 4,5 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 3 lados
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

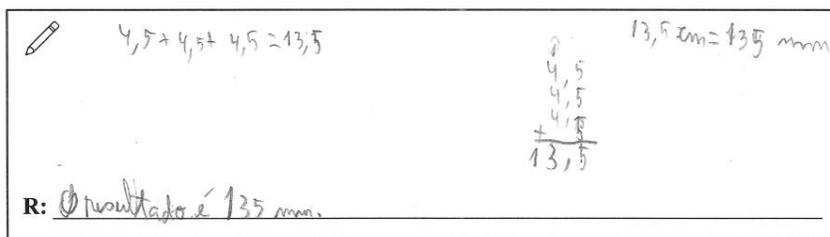


Figura 88: Resolução do exercício 4.3. apresentada pelo Aluno 9.

Resposta do Aluno 9:

- a) Amarelo
- b) 45 mm
- c) 3 lados
- d) $4,5 + 4,5 + 4,5 = 13,5$
 $4,5 \times 3 = 13,5$

13,5 cm = 135 mm

R: O resultado é 135 mm.

Na Figura 88 é possível observar que o aluno respondeu corretamente a quase todas as alíneas da questão. Foi apresentada a medida correta na primeira alínea e a resposta à última alínea também esta correta, tendo apresentado o seu raciocínio recorrendo à adição dos valores em centímetros, procedendo à conversão posteriormente. Contudo, na alínea c), o aluno afirma ser necessário medir os três lados de um triângulo equilátero para calcular o perímetro.

De modo geral, à semelhança do exercício anterior, existiram alunos que não foram rigorosos na medição, o que resultou na utilização de medidas incorretas para realizar os cálculos, apesar dos raciocínios corretos. Em relação a todos os resultados apresentados pela turma, não houve nenhum aluno que respondesse corretamente a todas as alíneas desta questão.

A seguir, é apresentada a Tabela 32 que quantifica quantos alunos conseguiram realizar corretamente as medições consideradas necessárias para a realização deste exercício.

Tabela 32: Realização das medidas na questão 4.3.

Realização das medições

Medições corretas	1
Medições incorretas	7
Total	8

A tabela 33 trata de quantificar os alunos relativamente à abordagem a que recorreram para representar o seu raciocínio nesta questão.

Tabela 33: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.3.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	6
Indica a expressão algébrica	2
Total	8

No exercício 4.4., as questões são apresentadas relativamente ao segundo maior triângulo da peça.

4.4. Relativamente ao segundo maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Verde
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros**
(mm). 2 cm = 20 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitam medir para calcular o perímetro? 3 lados
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 6:

- a) Verde
b) 2 cm = 20 mm
c) 3 lados
d)
= { $2 + 2 + 2 = 6 \text{ cm}$
 $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$

6 cm = 60 mm

R: O seu perímetro é 6 cm e em mm é 60 mm.

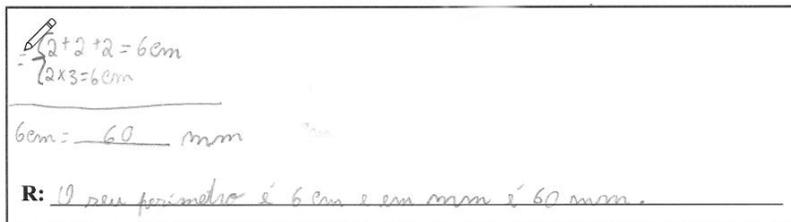


Figura 89: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 6.

Na resolução apresentada na Figura 89, o aluno apresenta três das quatro alíneas incorretas. Na alínea *b)* apresenta a resposta errada, afirmando que a medida lateral do triângulo em questão é de 20 milímetros. Na terceira alínea, o aluno indica ser necessário medir todos os lados de um triângulo equilátero para calcular o perímetro e, na última alínea, uma vez que recorreu à medida errada, apresenta a resposta incorreta para a questão. Porém, à semelhança do exercício anterior, o aluno apresenta um raciocínio organizado, recorrendo à adição e multiplicação com os valores em centímetros, realizando a conversão a seguir.

4.4. Relativamente ao segundo maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? vermelho
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros**
(mm). 22
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitam medir para calcular o perímetro? 3 lados
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 9:

- a) Vermelho
b) 22
c) 3 lados
d)
 $22 + 22 + 22 = 66 \text{ mm}$
22
22
+ 22
66

R: O resultado em são 66 mm.

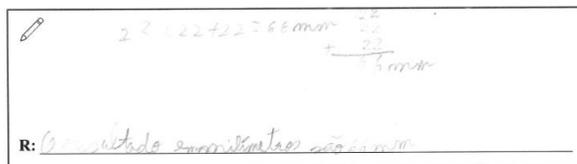


Figura 90: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 9.

Na Figura 90 o aluno apresenta apenas uma alínea incorreta. Na alínea *b)* o aluno apresenta a medida correta, apesar de não indicar a unidade de medida na sua resposta, o que resulta na resposta correta na alínea *d)*, relativa ao perímetro da figura. Nesta alínea, o aluno recorre à adição dos valores em milímetros, apresentando a indicação e a operação do cálculo. Contudo, na terceira alínea, à semelhança da resolução apresentada anteriormente, o aluno indica ser necessário medir os três lados de um triângulo equilátero para calcular o perímetro do mesmo.

4.4. Relativamente ao segundo maior triângulo dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Verde.
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 22 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitam medir para calcular o perímetro? 1 lado.
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

Resposta do Aluno 1:

- a) Verde
 b) 22 mm
 c) 1 lado
 d)
 $22\text{mm} + 22\text{mm} + 22\text{mm} = 66\text{ mm}$
 $\begin{array}{r} 22\text{ mm} \\ 22\text{ mm} \\ + 22\text{ mm} \\ \hline 66\text{ mm} \end{array}$

R: O seu perímetro são 66 mm.

Figura 91: Resolução do exercício 4.4. apresentada pelo Aluno 1.

Na resolução apresentada na Figura 91, o aluno tem todas as alíneas da questão corretas. A medida indicada na segunda alínea está correta, o aluno considera ser necessário medir apenas um lado para calcular o perímetro de um triângulo equilátero e, na última alínea, o aluno apresenta o cálculo do perímetro do triângulo recorrendo à adição dos valores em milímetros, obtendo a resposta certa.

A seguir é apresentada a Tabela 34 que apresenta quantos alunos apresentaram as medições consideradas corretas nesta questão.

Tabela 34: Realização das medidas no exercício 4.4.

Realização das medições

Medições corretas	3
Medições incorretas	5
Total	8

De seguida, é apresentada a tabela 35 que apresenta o número de alunos consoante o tipo de representação a que recorreram no seu raciocínio.

Tabela 35: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.4.

Abordagem para representação do raciocínio

Puramente numérica	6
Indica a expressão algébrica	2
Total	8

O último exercício da ficha de trabalho mantém as questões do exercício anterior, mas relativamente ao triângulo mais pequeno da peça.

4.5. Relativamente ao triângulo mais pequeno dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? vermelho.
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 10 mm.
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 3 lados.
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

1 cm = 10 mm

Resposta do Aluno 9:

- a) Vermelho
- b) 10 mm
- c) 3 lados
- d)
 - $1 + 1 + 1 = 3$
 - $1 \times 3 = 3$
 - 3 cm = 30 mm

R: O resultado é 30 mm.

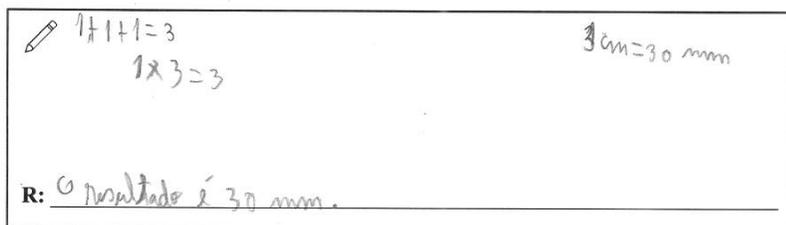


Figura 92: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 9.

A resolução apresentada na Figura 92 tem a maioria das alíneas respondidas incorretamente. O aluno em questão realizou mal a medição do lado do triângulo, considera necessário medir os três lados de um triângulo equilátero e, por ter considerado a medida errada, apesar do raciocínio apresentado estar correto, a resposta final não está.

4.5. Relativamente ao triângulo mais pequeno dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Amarelo
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 11 cm = 110 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 2 lados
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

$1,1 + 1,1 + 1,1 = 3,3 \text{ cm}$
 $1,1 \times 3 = 3,3 \text{ cm}$
 3,3 cm = 33,0 mm
 R: O seu perímetro é 3,3 cm e em mm é 33,0.

Figura 93: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 6.

Resposta do Aluno 6:

- a) Amarelo
- b) 11 cm = 11 mm
- c) 3 lados
- d)
- $$= \begin{cases} 1,1 + 1,1 + 1,1 = 3,3 \\ 1,1 \times 3 = 3,1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1,1 \\ 1,1 \\ + 1,1 \\ \hline 3,3 \end{array}$$

3,3 cm = 33,0 mm

R: O seu perímetro é 3,3 cm e em mm é 33,0.

Na Figura 93, o aluno conseguiu realizar bem a medição e apresentar a resposta correta na alínea *b*). Contudo, não tem todas as respostas corretas porque na terceira alínea afirma ser necessário medir os três lados de um triângulo equilátero para calcular o perímetro do mesmo. A alínea *d*) apresenta a resposta correta, tendo o aluno recorrido à adição e multiplicação com os valores em centímetros, e posterior conversão para milímetros.

4.5. Relativamente ao triângulo mais pequeno dentro da peça:

- a) De que cor é este triângulo? Amarelo
- b) Quanto mede o seu lado? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm). 11 mm
- c) Sabendo que todos os lados têm a mesma medida, quantos lados necessitas medir para calcular o perímetro? 1 lado
- d) Qual é o seu perímetro? Apresenta o resultado em **milímetros** (mm).

$11 \text{ mm} + 11 \text{ mm} + 11 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$
 $11 \text{ mm} + 11 \text{ mm} + 11 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$
 R: O perímetro são 33 mm.

Figura 94: Resolução do exercício 4.5. apresentada pelo Aluno 1.

Resposta do Aluno 1:

- a) Amarelo
- b) 11 mm
- c) 1 lado
- d)
- $$11 + 11 + 11 = 33$$
- $$\begin{array}{r} 11 \text{ mm} \\ 11 \text{ mm} \\ + 11 \text{ mm} \\ \hline 33 \text{ mm} \end{array}$$

R: O perímetro são 33 mm.

A resolução apresentada na Figura 94 apresenta todas as respostas corretas. O aluno realizou a medição corretamente, considera ser necessário medir apenas um lado de um

triângulo equilátero para calcular o perímetro do mesmo e, na última alínea, apresenta o seu raciocínio recorrendo à adição com os valores em milímetros, obtendo a resposta esperada.

Relativamente a esta questão, a seguir é apresentada a Tabela 36 relativa a quantos alunos conseguiram realizar as medições corretamente.

Tabela 36: Realização das medidas no exercício 4.5.

Realização das medições

Medições corretas	2
Medições incorretas	6
Total	8

Por fim, é apresentada a tabela 37 que quantifica quantos alunos realizaram uma representação puramente numérica a esta questão e quantos indicaram a expressão algébrica na representação do seu raciocínio.

Tabela 37: Abordagem para representação do raciocínio na questão 4.5.

Abordagem para apresentação do raciocínio

Puramente numérica	6
Indica a expressão algébrica	2
Total	8

As questões em que foi possível notar maior dificuldade foram, nomeadamente, na questão 2.5. e 3., ambas relacionadas com a peça quadrada.

Relativamente ao exercício 2.5., os alunos tiveram dificuldade em concluir que tinham de subtrair à área total os valores das diferentes áreas dos quadrados interiores. Porém, após a explicação visual, os alunos conseguiram compreender o raciocínio esperado. Para esta explicação, utilizando a peça, os alunos apresentavam-me a área que queriam descobrir e quando questionados sobre o que estava a mais na peça, os alunos compreendiam que tinham de retirar, ou seja, subtrair, as áreas das outras zonas à área total da peça.

No que diz respeito à terceira questão, os alunos, inicialmente, estavam a calcular o perímetro de todas as áreas. Contudo, depois de lhes ser explicado que ao colocar a rede em todos os lados de todas as peças iriam existir sobreposições, compreenderam o que era pretendido.

Nas referidas questões em que os alunos tiveram dificuldade, o recurso à peça quadrada foi essencial para que a turma compreendesse o que era pretendido. A partir da visualização concreta do que estão a trabalhar, os alunos conseguiram pensar por si próprios e chegar às suas conclusões.

De modo geral, é possível concluir que alguns alunos apresentam dificuldades essencialmente em dois aspetos: a medição e tratamento de informação. No que diz respeito à medição, foi possível concluir que os alunos apresentaram dificuldades em ser exatos na medição, o que demonstra falta de prática e rigor no manuseio da régua. Relativamente ao tratamento de informação, por exemplo, em vários casos, os alunos não apresentam a indicação do cálculo realizado nem a informação utilizada para realizar o cálculo, como por exemplo, a medida dos lados que estão a usar nos cálculos, tal como a fórmula a que recorreram para realizar os cálculos necessários. É importante que exista uma boa organização da informação e um tratamento de dados cuidadoso, pois se houver, a resolução de exercícios torna-se muito mais simples.

Relativamente às capacidades associadas ao desenvolvimento da visualização espacial, sintetizadas por Del Grande (1990), a partir da ficha de trabalho implementada, dada a objetividade das questões, é trabalhada a capacidade de perceção de relações espaciais. Isto é, através da medição das diferentes figuras geométricas presentes nas peças e das próprias peças abordadas nas questões, os alunos conseguem perceber as relações existentes entre os tamanhos das peças e das figuras geométricas presentes no seu interior. É também trabalhada a capacidade de discriminação visual, uma vez que, com a análise mais aprofundada das peças e dos seus tamanhos, conseguem identificar mais diferenças e semelhanças entre as mesmas, trabalhando, por fim, a capacidade de imagem visual.

No que diz respeito aos tipos de visualização abordados, segundo Presmeg (1986), à semelhança das fases de exploração livre e orientada, é trabalhada a visualização de imagens concretas.

Fase de partilha de opinião

Para realizar a análise dos textos de opinião, além de ser necessário considerar a estrutura, escrita e restantes competências associadas a Português, é também necessário ter em consideração a opinião dos alunos relativamente às tarefas desenvolvidas com o recurso.

Nesse sentido, após análise dos textos dos alunos, é possível concluir que todos os alunos gostaram das tarefas e do recurso, existindo dois casos de alunos que afirmam ter adorado. Relativamente a se terem divertido com as tarefas, todos os alunos que abordaram essa perspectiva no seu texto afirmam que, de facto, se divertiram com as construções e realização de exercícios.

Outra das questões orientadoras do texto dizia respeito à opinião dos alunos relativamente à facilidade que sentiram na resolução de exercícios com as peças e, mais uma vez, todos os alunos que deram resposta a essa questão afirmam não terem sentido tantas dificuldades na resolução, havendo um caso de um aluno que afirma ter considerado mais rápida a resolução dos exercícios com o recurso.

No que diz respeito à parte que acharam mais fácil, foram obtidas diversas respostas. Existiram alunos que consideraram as construções o mais fácil, outros consideraram os desafios ou as representações das construções nos cadernos, existindo uma minoria que considerou a ficha a parte mais fácil. Contudo, existiram alunos que não deram resposta a esta questão, não sendo possível ter o seu *feedback*.

Relativamente ao que acharam mais difícil, maior parte dos alunos considerou a representação das construções nos seus cadernos como sendo o mais complicado, existindo alunos que referem a representação da construção da flor como sendo o mais difícil. Além disso, há alunos que consideraram a ficha como sendo o mais difícil, o desafio com as peças triangulares e as construções.

Por fim, quando questionados sobre o que teriam feito diferente nas tarefas, maior parte dos alunos referiu que gostou das tarefas e não mudava nada, existindo um aluno que refere que acrescentaria uma peça retangular ao *kit* do PUSE, outro aluno refere que não faria tantos exercícios na ficha e, por fim, um aluno referiu que gostaria de ter tipo oportunidade para mais construções livres. Nesta questão, dois alunos não expressaram a sua opinião.

Em suma, relativamente ao *feedback* obtido relativamente às tarefas, é possível concluir que foi muito positivo, o que demonstra a motivação e gosto que os alunos tiveram pelas tarefas desenvolvidas com o recurso, assim como as facilidades que sentiram a partir da sua utilização.

Abordando as construções do texto, considerando as AE de Português do 3.º ano, os alunos apresentaram algumas falhas. Além de erros ortográficos, como a falta de acentos em palavras, existem casos de erros ortográficos relacionados com o fonema da palavra, por exemplo, um aluno escreveu “varia” e não “faria”. Além disso, estão presentes erros de pontuação, como falta de vírgulas em enumerações e falta de pontos finais nos finais de frases.

Seria esperado que os textos apresentados respeitassem a construção tripartida, apresentando uma introdução, desenvolvimento e conclusão. Contudo, apenas um aluno tentou apresentar essa organização do texto, existindo textos que são respostas diretas às questões orientadoras e/ou que não apresentam mais de um parágrafo. Apesar de lhes ser entregue e apresentada uma tabela com alguns conectores que os ajudariam a melhor organizar o seu texto, nenhum aluno recorreu aos conectores na escrita do seu texto de opinião.

Então, a partir desta análise, é possível concluir que os alunos apresentam algumas falhas no que diz respeito à construção de textos de opinião, indicando a necessidade de prática e ajuda neste âmbito.

De seguida, são apresentados alguns dos textos realizados por alunos. Entre os 19 textos de opinião entregues pela turma, foram selecionados três. A seguir à imagem de cada texto, é reescrito o texto, de forma a garantir que é compreendido o que foi escrito pelos alunos.

IIIIE (texto de opinião):

As peças IIIIE são peças com as quais gosto de trabalhar e diverti-me a usá-las nas atividades. Com a ajuda delas acho mais fácil realizar os exercícios.

Achei tudo muito fácil e nada difícil e não faria alguma coisa de forma diferente.

Estas peças são boas e divertidas. E não só! São muito boas para a aprendizagem.

Figura 95: Texto de opinião realizado pelo Aluno 1.

Texto presente na Figura 95:

PUSE (texto de opinião)

As peças PUSE são peças com as quais gosto de trabalhar e diverti-me a usá-las nas atividades. Com a ajuda delas acho mais fácil realizar os exercícios.

Achei tudo muito fácil e nada difícil e não faria alguma coisa de forma diferente.

Estas peças são boas e divertidas. E não só! São muito boas para a aprendizagem.

O texto apresentado na Figura 95 foi considerado o mais completo, em relação aos textos da restante turma. Como é possível observar, o aluno não apresentou erros ortográficos e respondeu a todas as questões orientadoras do texto de forma coesa e coerente, apresentando diferentes parágrafos para diferentes ideias, tentando apresentar a construção tripartida referida anteriormente.



O PUSE

Eu gostei das atividades com o PUSE, achei a atividade divertida. Eu achei fácil realizar os exercícios com a ajuda das peças do PUSE e também achei as tarefas fáceis por isso não achei nenhuma difícil e acho que não faria diferente.

Figura 96: Texto de opinião realizado pelo Aluno 11.

Texto presente na Figura 96:

O PUSE

Eu gostei das atividades com o PUSE. Achei a atividade divertida. Eu achei fácil realizar os exercícios com a ajuda das peças do PUSE e também achei as tarefas fáceis por isso não achei nenhuma difícil e acho que não faria diferente.

No texto apresentado na Figura 96, é possível ver diferenças relativamente ao que foi apresentado anteriormente. Neste caso, o aluno não dividiu o texto em parágrafos, apresentando frases curtas para responder às questões orientadoras.

da puse
Gostei da experiência das peças do PUSE pois
consegui brincar e aprender com as peças.
Considero que as atividades foram divertidas pois
aprendi muito sobre matemática.
Eu achei mais fácil a ficha e achei mais difícil construir
a flor.

Figura 97: Texto de opinião realizado pelo Aluno 14.

Texto presente na Figura 97:

A PUSE

Eu gostei da experiência das peças do PUSE pois consegui brincar e aprender com as peças.

Considero que as atividades foram divertidas pois aprendi muito sobre matemática.

Eu achei mais fácil a ficha e achei mais difícil construir a flor.

Por fim, no texto apresentado na Figura 97, apesar de dividir o texto em parágrafos respondendo a diferentes questões, o aluno não respondeu a todas as questões que foram propostas. Além disso, apresenta erros ortográficos, nomeadamente na colocação de acentos nas palavras “fácil” e “difícil”.

Ao longo de todas as fases da implementação, foi possível verificar que várias áreas do currículo escolar foram abordadas, nomeadamente Educação Artística, Matemática e Português. Nas várias áreas, foram desenvolvidas diversas tarefas que tinham em comum a utilização do *kit* PUSE.

A abordagem ao recurso recorrendo a diferentes áreas curriculares permitiu aos alunos ter uma compreensão e conhecimento relativo ao recurso utilizado, permitindo-lhes explorá-lo e conhecê-lo através da manipulação e expressão artística proporcionadas pelas tarefas de Educação Artística, identificando as suas propriedades e medidas através das tarefas de Matemática e, por fim, expressando as suas opiniões relativamente às tarefas e recursos através da elaboração um texto de opinião, associado à área de Português. Neste sentido, a interdisciplinaridade entre as várias áreas dimensões do currículo teve um papel importante na abordagem ao recurso didático PUSE, pois permite aos alunos estabelecer

relação entre os diferentes conhecimentos abordados nas diferentes áreas e construir o conhecimento relacionado com o recurso utilizado

Capítulo 4: Conclusões

Neste capítulo, são apresentadas as principais conclusões da investigação, sintetizando a informação do relatório e apresentando a resposta à questão orientadora da investigação. De seguida, é exposta uma reflexão final, que aborda todo o processo de PPS, assim como o processo de escrita do presente relatório.

4.1. Principais conclusões

Com base na informação obtida a partir da análise dos resultados e na revisão de literatura que suporta esta investigação, é possível dar resposta à questão que orientou a pesquisa:

Qual o contributo do PUSE na resolução de tarefas, envolvendo conceitos matemáticos e expressões plásticas?

No que diz respeito ao contributo na área da Matemática, é necessário referir a análise realizada relativamente às tarefas implementadas que abordavam conceitos matemáticos.

Na fase de exploração orientada, foi realizada uma tarefa que consistia em dois desafios onde era abordada a composição e decomposição de figuras geométricas, nomeadamente o quadrado e o triângulo. Na abordagem deste conceito, o recurso revelou ser essencial para a realização da tarefa. Como foi exposto na fase de análise dos resultados, os alunos conseguiram realizar a tarefa com sucesso graças à manipulação do recurso, uma vez que a partir da tentativa e erro conseguiram todos obter as respostas corretas. Sem o recurso, os alunos não seriam capazes de testar todas as possibilidades de resposta até conseguirem chegar à correta.

Na fase de exploração de áreas e perímetros com o *kit* de peças PUSE, na realização da ficha de trabalho, a peça atribuída aos alunos não teve tanta importância como na tarefa referida anteriormente. A partir da análise realizada, foi possível concluir que a peça foi utilizada maioritariamente para colorir a representação da peça presente na ficha. Apesar de nos exercícios de cálculo de área e perímetro os alunos poderem recorrer à peça para realizar as medições, o mesmo podia ser feito recorrendo à representação da peça. Relativamente aos exercícios em que são coloridas as representações das peças, a peça em si também não é

essencial, uma vez que os alunos podiam ser orientados de forma a colorir a imagem recorrendo a quatro cores diferentes, permitindo que a identificação das várias áreas consoante o contexto apresentado nos exercícios fosse realizada da mesma forma.

Relativamente à visualização, enquanto capacidade de criar a imagem mental de um objeto físico (Vale, 2012), a utilização de recursos didáticos é valorizada, pois permite aos alunos observarem o objeto de trabalho para, futuramente, serem capazes de o visualizarem mentalmente. Como foi referido por Breda et al. (2011), a partir da manipulação de materiais, os alunos desenvolvem a capacidade de visualização espacial, então, no desenvolvimento da capacidade de visualização, o recurso às peças do *kit* PUSE foi essencial. No decorrer das tarefas, os alunos puderam recorrer às peças sempre que achavam necessário. Então, a partir do contacto e manipulação do recurso, os alunos foram trabalhando a capacidade de visualização, capacitando-os para melhores resultados nas tarefas e questões propostas e, paralelamente, assegurando uma melhor experiência de ensino e aprendizagem.

Apesar da visualização espacial ser um conceito associado à Matemática, enquanto capacidade, pode ser trabalhada em diversas áreas, como Expressões Plásticas. Nesta investigação, o mesmo recurso foi utilizado em diferentes áreas criando mais oportunidades de contacto e análise, desenvolvendo a capacidade de visualização.

Relativamente à área de expressões artísticas e artes visuais, foram desenvolvidas tarefas nas fases de exploração livre e orientada que permitiram aos alunos se expressarem criativamente recorrendo às peças e à sua representação através de desenhos nos seus cadernos. Através das construções que criaram na fase de exploração livre, os alunos puderam construir tudo o que a imaginação lhes permitisse, podendo não só construir individualmente como com a ajuda de colegas, dando azo à partilha de ideias e criatividade entre si. É habitual recorrer a diferentes materiais para, por exemplo, elaborar desenhos, mas o PUSE abre o leque de expressão artística do aluno, dando-lhe verdadeira oportunidade de criar e de se envolver na tarefa em mãos. Segundo as AE de Educação Artística, nomeadamente de Artes Visuais, um dos domínios diz respeito à experimentação e criação, sendo referida a importância de “(re)invenção de soluções para a criação de novas imagens, relacionando conceitos, materiais, meios e técnicas, imprimindo-lhe a sua intencionalidade e o desenvolvimento da sua expressividade” (Direção-Geral da Educação, 2018c, p. 3) e, a partir da utilização do *kit* de peças PUSE, é apresentado um novo recurso que permite aos

alunos a criação de imagens com um material que, até ao momento, lhes era desconhecido, recorrendo a diferentes técnicas para as construções e representações, permitindo-lhes desenvolver a criatividade e expressividade de uma forma que não tinha sido ainda abordada.

Como refere Correia (2009, p. 29), com base nas expressões artísticas é possível desenvolver projetos educativos de várias áreas, permitindo que o aluno seja considerado um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento. Assim, a partir das tarefas realizadas nas diferentes fases da investigação, foi possível iniciar a investigação com uma abordagem considerando a área de Expressões Plásticas, estabelecendo a ligação com a Matemática e, por fim, com Português para a partilha da opinião por parte dos alunos, existindo interdisciplinaridade a partir da utilização de um recurso em várias disciplinas.

Em suma, considerando a análise, a plasticidade deste recurso didático mostra-se importante tanto na abordagem de conteúdos matemáticos, como enquanto meio de expressão artística dos alunos.

É também importante referir que, a partir do texto de opinião realizado pelos alunos, é possível concluir que a turma apreciou as tarefas com o recurso, existindo alunos que gostaram mais das tarefas matemáticas e outros que preferiram as tarefas em que tiveram maior liberdade de expressão. Em ambos os casos, o *feedback* recebido aponta para um impacto positivo na abordagem de conceitos matemáticos e de tarefas de expressão plástica através do recurso PUSE.

4.2. Limitações da investigação

No decorrer desta investigação foi possível implementar diversas tarefas com os alunos, permitindo chegar a várias conclusões. Contudo, infelizmente, foram também aparecendo algumas limitações à implementação do estudo que não foi possível superar.

Tal como foi apresentado no terceiro capítulo do presente relatório, existiram tarefas que não foram implementadas no contexto escolar. Infelizmente, devido à falta de tempo, a importância da implementação do estudo da outra estagiária e a necessidade de dar continuidade ao currículo planeado pela professora cooperante, foi necessário considerar essas duas tarefas como secundárias, sendo que seriam realizadas apenas na eventualidade de existir oportunidade para tal. Além da importância dos fatores referidos, é também importante referir que, como os alunos demoraram mais do que era esperado na realização das tarefas da fase de exploração livre, resultou em menos tempo para implementar todas as tarefas planeadas.

Na abordagem de artes visuais tida com os alunos, além de dar a oportunidade aos alunos de se expressarem criativamente com as peças, poderiam também ter sido disponibilizados diferentes materiais para as representações das suas construções nos cadernos. Isto é, poderiam ter sido disponibilizados outros materiais para os alunos realizarem as representações nos seus cadernos, dando, assim, maior liberdade à sua criatividade.

Além da falta de tempo, existe uma grande discrepância relativamente aos dados que foram considerados na pesquisa. Relativamente aos questionários, apesar da turma ser composta por 20 alunos, apenas foram considerados 17 questionários na análise. No que diz respeito à ficha de trabalho implementada, apenas nove foram entregues e, relativamente ao texto de opinião, foi disponibilizado acesso a 19. Apesar da cooperação da professora cooperante e dos alunos, existiram alunos que levaram algumas fichas para casa e não as trouxeram para a escola a tempo de entregarem. Dada a falta de material, a análise da investigação é prejudicada pela falta de informação.

Por fim, outra limitação da investigação deve-se à falta de estudos semelhantes. Uma vez que o recurso PUSE não é muito conhecido, não foram encontrados trabalhos e/ou

investigações sobre o mesmo, o que impossibilita a comparação de informação e análise mais aprofundada das conclusões retiradas.

4.3. Reflexão final

A partir da Licenciatura em Educação Básica e do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, tive contacto com diversos contextos e oportunidade de refletir sobre os mesmos. Sempre tive um maior interesse nas dificuldades que os alunos apresentavam, pois, a partir da análise das suas dificuldades, é possível adaptar o processo de ensino e aprendizagem de forma a garantir o seu sucesso. Então, sendo a Matemática a área em que os alunos costumam sentir mais dificuldades, surgiu interesse em explorar a melhor forma de abordar determinados temas de outra forma.

Ao ter conhecimento no projeto PUSE, houve um interesse imediato em conhecer o recurso e estudar o que o mesmo permite abordar em ambiente de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, após analisar o recurso e ter oportunidade de realizar observações num contexto escolar, optei por abordar conceitos em que os alunos tinham demonstrado dificuldades, utilizando o *kit* de peças PUSE como suporte para colmatar as dificuldades observadas.

Com base em observações realizadas em diferentes contextos escolares, foi possível concluir que vários alunos apresentavam dificuldades no que diz respeito à visualização espacial associada à geometria. Quando confrontados com um exercício ou problema que abordasse algo que implicava imaginar o que era descrito, os alunos recorriam a representações do que era descrito através de desenhos. Então, face a isto, a utilização de recursos didáticos ajuda na visualização concreta do que é abordado. Apesar de ser importante desenvolver a capacidade de imaginar o que é descrito, a partir da utilização de recursos didáticos a imaginação é fomentada para que, no futuro, seja possível alcançar a capacidade de visualizar o abstrato. Como refere Marques (2013), é necessário considerar que o recurso por si só não é suficiente para garantir a aprendizagem então, nesse sentido, o papel do professor de grande importância em todo o processo.

A partir desta investigação, concluí que é importante que a capacidade de visualização seja desenvolvida desde cedo, uma vez que é uma capacidade que é implementada em diversas áreas escolares, assim como na vida pessoal de cada indivíduo. Nesse sentido, foi possível concluir, também, que a utilização de recursos didáticos tem uma grande influência, não só no desenvolvimento dessa capacidade, como na abordagem de

diferentes conceitos matemáticos e não matemáticos, potencializando a realização de tarefas em diversas áreas, possibilitando aos alunos uma experiência de aprendizagem enriquecedora. Como refere Marques (2013), os recursos didáticos são utilizados no intuito de facilitar a aprendizagem, e isso verifica-se a partir das tarefas realizadas com os alunos, observando que, a partir da manipulação do recurso, conseguem tirar as suas próprias conclusões. A partir da realização de tarefas com um recurso didático, os alunos também se mostram mais ativos e participativos, o que revela o caráter motivador do recurso didático, tornando a aprendizagem mais prazerosa para os alunos.

Relativamente ao meu desenvolvimento pessoal e profissional, ao iniciar a jornada de PPS, não tinha muita confiança nas minhas capacidades. Achava que não estava preparada para tudo o que a engloba, como planificar tarefas e orientá-las com uma turma de 20 alunos a meu encargo. Porém, com a orientação das professoras que me acompanharam, tudo se tornou possível. A partir de toda a experiência, incluindo a redação deste Relatório, foi possível eu adquirir mais conhecimentos sobre áreas em que tinha interesse, nomeadamente relativamente à capacidade de visualização e utilização de recursos didáticos em ambiente de sala de aula, tornando-me assim mais capaz de desempenhar o meu futuro papel de professora com maior segurança. Além de conhecimento “teórico”, foi-me possível desenvolver capacidades relacionadas com a investigação e tratamento de informação, desenvolvendo um gosto pela pesquisa.

O contexto escolar em que a investigação foi desenvolvida teve também um papel muito importante no desenvolvimento deste relatório. Todo o corpo docente foi acessível e possibilitou que tudo fosse desenvolvido sem problemas, ajudando em todas as etapas que fosse necessário, contribuindo para o desenvolvimento das minhas capacidades profissionais.

Refletindo sobre toda a experiência, de modo geral, concluo que nunca se está totalmente preparado para ser professor. É uma carreira que está em constante evolução, que exige um gosto não só por ensinar, mas também por aprender. Não só aprender conceitos e teorias, mas também aprender com as pessoas que nos rodeiam, nomeadamente outros professores, funcionários e alunos, que com as suas histórias e experiências que nos proporcionam nos enriquecem e nos tornam mais capazes de ensinar. Como refere Novoa (1992, p. 13), a formação de um professor não se constrói apenas através da acumulação de

conhecimentos, cursos e técnicas, “mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal”.

Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. https://www.researchgate.net/publication/263807597_A_Matematica_na_Educao_Basica
- Bacelar, V. L. da E. (2007). *A linguagem psicocorporal como expressão de estado lúdico* [Dissertation]. Universidade Federal da Bahia. <http://www.repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/10565>
- Bonato, A., Barros, C. R., Gemeli, R. A., Lopes, T. B., & Frison, M. D. (2012). Interdisciplinaridade no Ambiente Escolar. In *IX ANPED SUL - Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul*. <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/2414/501>
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. <http://hdl.handle.net/10400.19/1150>
- Bulgraen, V. C. (2010). O Papel do Professor e a sua Mediação nos Processos de Elaboração do Conhecimento. *Revista Conteúdo, Capivari, 1(4)*, 30–38. http://www.moodle.cpsctec.com.br/capacitacaopos/mstech/pdf/d3/aula04/FOP_d03_a04_t07b.pdf
- Correia, A. R. F. de A. (2009). *A Pedagogia em movimento: expressões artísticas para uma acção educativa inovadora* [Dissertation]. Universidade da Madeira. <http://hdl.handle.net/10400.13/36>
- Dal-Farra, R. A., & Lopes, P. T. C. (2014). Métodos mistos de pesquisa em Educação: Pressupostos teóricos. *Nuances: Estudos Sobre Educação, 24(3)*, 67–80. <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2698>
- Dalfovo, M. S., Lana, R. A., & Silveira, A. (2008). Métodos quantitativos e qualitativos: Um resgato teórico. *Revista Interdisciplinar Científica Aplicada, Blumenau, 2(4)*, 1–13. <https://portaldeperiodicos.animaeducacao.com.br/index.php/rica/article/view/17591/11376>

- de Souza, S. E. (2007). O uso de recursos didáticos no ensino escolar. *Arq Mudi*, 11(Supl 2), 110–114. <http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20103/2014-II/listas/Rec%20didaticos%20-%20MAT%20103%20-%202014-II.pdf>
- Del Grande, J. (1990). SPATIAL SENSE. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), 14–20. <http://www.jstor.org/stable/41193837>
- Departamento de Educação Básica. (s.d.). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Ministério da Educação. <https://www.alvarovelho.net/attachments/article/39/LivroCompetenciasEssenciais.pdf>
- Direção-Geral da Educação. (2018a). *Aprendizagens Essenciais: Matemática - 3.º ano*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/matematica_1c_3a_ff_18de_julho_rev.pdf
- Direção-Geral da Educação. (2018b). *Aprendizagens Essenciais: Português - 3.º ano*. Ministério da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/portugues_1c_3a_ff.pdf
- Direção-Geral da Educação. (2018c). *Aprendizagens Essenciais: Educação Artística - Artes Visuais (1.º CEB)*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/1c_artes_visuais.pdf
- Direção-Geral da Educação. (2018d). *Aprendizagens Essenciais: Estudo do Meio*. Ministério da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/3_estudo_do_meio.pdf
- Direção-Geral da Educação. (2021). *Aprendizagens Essenciais: Matemática - 3.º ano*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf
- Ferreira, A. P. (2015). *A importância do ensino de Artes Visuais na educação infantil* [Monography]. Universidade Federal de Minas Gerais. <http://hdl.handle.net/1843/BUBD-A9KJ8D>

- Fortes, C. C. (2009). Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. *Revista Académica SENAC On-Line*, 6.^a edição.
<https://filosoficabiblioteca.files.wordpress.com/2013/11/fortes-interdisciplinaridade-origem-conceito-e-valor.pdf>
- Goñi, J. M., Fenyvesi, K., Jakucs, E., Végh, A. J., Katona, V., Kocsis, S., Kollár, T., Kuorikoski, L., Larrañaga, G., Legarreta, I., Mojzesová, Ildikó, Pecztes, M., SAXON, J. S., Sinnemäki, M., Stettner, E., & Szigeti, R. (2019). *PUSE (Poly-Universe in School Education) METHODOLOGY: Visual Experience Based Mathematics Education*. Zsuzsa Dárdai, Poly-Universe Ltd.
- Gordo, M. F. (1993). *A visualização espacial e a aprendizagem da matemática: um estudo no 1º ciclo do ensino básico* [Dissertation]. Universidade Nova de Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia. <http://hdl.handle.net/10362/278>
- Grando, R. C. (2019). Recursos didáticos na educação Matemática: Jogos e materiais manipulativos. *Revista Eletrônica Debates Em Educação Científica E Tecnológica*, 5(02), 393–416. <https://doi.org/10.36524/dect.v5i02.117>
- Júnior, D. X. de L., Pereira, R. S., Moura, A. de S., & Souza, I. L. de. (n.d.). *A importância da observação para a formação docente em geografia a partir do ensino híbrido: um relato de experiência*. CONEDU: VII Congresso Nacional De Educação. <https://docplayer.com.br/202139098-A-importancia-da-observacao-para-a-formacao-docente-em-geografia-a-partir-do-ensino-hibrido-um-relato-de-experiencia.html>
- Marques, T. I. N. (2013). *A implementação de materiais pedagógicos no 1º ciclo* [Dissertation]. Escola Superior de Educação João de Deus. <http://hdl.handle.net/10400.26/3926>
- Neto, T., Gonzato, M., & Godino, J. D. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(2), 5–37. <http://hdl.handle.net/10773/7655>
- Nóvoa, A. (1992). *Formação de professores e profissão docente*. Dom Quixote. <http://hdl.handle.net/10451/4758>
- Pereira, C. F. P. (2015). *O trabalho de grupo como fator potenciador de integração curricular no 1º ciclo do ensino básico* [Dissertation]. Escola Superior de Educação de Viseu. <http://hdl.handle.net/10400.19/2809>

- Perius, A. A. B. (2012). *A tecnologia aliada ao ensino de matemática* [Dissertation]. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <http://hdl.handle.net/10183/95906>
- Presmeg, N. C. (1985). Visualisation in High School Mathematics. *For The Learning of Mathematics*, 6(3), 42–46. <https://www.jstor.org/stable/40247826>
- Ralha, E., & Gomes, A. (2004). A Medida. In *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 375–404). Lidel.
- Silva, E. F. da. (2014). *Cálculo de área e perímetro das principais figuras planas: discutindo a adequação de exercícios e problemas para o GeoGebra* [Dissertation]. Universidade Federal da Paraíba. <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/779>
- Terradas, R. D. (2019). A importância da interdisciplinaridade na educação matemática. *Revista Da Faculdade De Educação*, 16(2), 95–114. <https://periodicos.unemat.br/index.php/ppgedu/article/view/3901>
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Associação de Professores de Matemática.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. *Interações*, 8(20), 181–207. <https://doi.org/10.25755/int.493>
- Veríssimo, L. (2010). Motivar os alunos, motivar os professores: Faces de uma mesma moeda. In *Melhorar a Escola- Sucesso Escolar, Disciplina, Motivação, Direcção de Escolas e Políticas Educativas* (pp. 73–90). Faculdade de Educação e Psicologia da Universidade Católica Portuguesa, Centro de Estudos em Desenvolvimento Humano (CEDH) & Serviço de Apoio a Melhoria das Escolas (SAME). <http://hdl.handle.net/10400.14/14704>

Apêndices

Apêndice 1: Planificação da intervenção pedagógica.

Áreas e perímetros com recurso ao PUNTE	
Escola: Centro Escolar da Gafanha de Aquém	Professora orientadora: Dr. ^a Teresa Neto
Duração: 4 horas	Professora cooperante: Conceição Afonso
Ano letivo: 2021/2022	Estagiária: Diana Teixeira
Objetivos da atividade	
<ul style="list-style-type: none">• Utilizar recursos que facilitem o processo de ensino-aprendizagem;• Utilizar recursos que motivem os alunos;• Proporcionar oportunidades de expressão de criatividade;• Abordar a área e o perímetro de figuras geométricas (quadrado e triângulo).	
Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória	
Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado;	Criativo;
Sistematizador/ organizador;	Responsável/ autónomo.
Aprendizagens Essenciais de Matemática (3º ano)	
<ul style="list-style-type: none">• Geometria e medida:<ul style="list-style-type: none">• Medir comprimentos, áreas, volumes, capacidades e massas, utilizando e relacionando as unidades de medida do SI e fazer estimativas de medidas, em contextos diversos.• Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas envolvendo grandezas e propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço, em contextos matemáticos e não matemáticos, e avaliar a plausibilidade dos resultados.• Expressar, oralmente e por escrito, ideias matemáticas, e explicar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia).	
Aprendizagens Essenciais de Português (3º ano)	
<ul style="list-style-type: none">• Escrita:	

- Registrar e organizar ideias na planificação de textos estruturados com introdução, desenvolvimento e conclusão.
 - Redigir textos com utilização correta das formas de representação escrita (grafia, pontuação e translineação, configuração gráfica e sinais auxiliares da escrita).
 - Escrever textos géneros variados, adequados a finalidades como narrar e informar, em diferentes suportes
 - Expressar opiniões e fundamentá-las.
- Gramática:
- Recorrer de modo intencional e adequado a conectores diversificados, em textos orais e escritos.
 - Mobilizar adequadamente as regras de ortografia.

Material necessário	
Primeira fase <u>Fase introdutória</u>	Segunda fase <u>Fase de exploração livre</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Questionário inicial • Material de escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> • Peças PUSE; • Material de escrita. • Caderno de matemática;
Terceira fase <u>Fase de exploração orientada</u>	Quarta fase <u>Fase de exploração de áreas e perímetros com as peças PUSE</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Peças PUSE; • Imagem da flor; • Apresentação; • Computador; • Projetor; • Caderno de matemática; • Material de escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> • Peças PUSE; • Ficha de trabalho para alunos com NEE; • Material de escrita. • Ficha de trabalho;
Quinta fase <u>Fase de partilha de opinião</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • Opinião final; • Material de escrita. 	
Primeira fase	Duração
De forma a compreender o que os alunos pensam sobre aulas em que são utilizados outros recursos além dos manuais, cadernos e material de escrita, é distribuído um questionário para cada aluno.	10 minutos

<p>É iniciado um diálogo com a turma, de forma a apresentar-lhes o material, o que pensam que pode surgir do trabalho com ele e o que é pretendido que a turma faça:</p> <p><i>“Para a aula de hoje trouxe umas peças que vamos utilizar para construir imagens. As peças que tenho são triângulos, quadrados e círculos (nesta fase é questionado aos alunos os nomes das figuras da face da peça). Todos os triângulos têm as mesmas dimensões, todos os quadrados têm as mesmas dimensões e todos os círculos têm as mesmas dimensões. O que distingue as peças que têm o mesmo formato geométrico são as suas cores (nesta fase é questionado aos alunos o que difere de uma peça para outra). Ou seja, não existem dois triângulos iguais, não existem dois quadrados iguais e não existem dois círculos iguais, pois as combinações de cores vão ser todas diferentes. Como podemos ver, cada peça tem dentro de si representadas três figuras geométricas, mas pequenas e com cores diferentes. Ou seja, cada quadrado tem três quadrados mais pequenos dentro, cada triângulo tem três triângulos mais pequenos e cada círculo tem três círculos mais pequenos no seu interior. No caso dos quadrados e dos círculos, estas peças não são completas. Como podemos ver, o quadrado tem aqui um vértice em falta, e a partir da falta deste vértice, são criados mais dois. No caso dos círculos, podemos observar que a partir da colocação de meios-círculos no seu interior, a peça acaba por ser um círculo imperfeito. As peças que são triângulos estão completas.”.</i></p>	<p>10 minutos</p>
<p style="text-align: center;">Segunda fase</p>	<p style="text-align: center;">Duração</p>
<p>De seguida, os alunos são informados que vão ser agrupados.</p> <p>Para agrupar os alunos, são realizadas questões sobre os seus interesses, de forma a criar os grupos de alunos com os mesmos interesses ou semelhantes.</p> <p><i>“Quem é que pratica desporto fora da escola? Quem é que pratica dança fora da escola? Quem é que pratica música fora da escola?”</i></p> <p>Depois dos alunos estarem organizados nos seus grupos, são distribuídas as peças por grupo: 12 triângulos, 12 quadrados e 12 círculos.</p> <p>Uma vez que foram disponibilizados 2 kits pela universidade, é possível haver mais peças por grupo.</p>	<p>5 minutos</p>

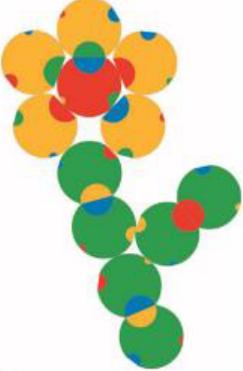
<p>De forma a ambientar a turma com o recurso, é explicado aos alunos o que é pretendido que realizem:</p> <p><i>“Com as peças que foram distribuídas, criem as imagens que quiserem. Não precisa de ser uma imagem que use as peças todas. Podem criar uma imagem só com quadrados, uma imagem só com triângulos ou uma imagem só com círculos e podem criar mais que uma imagem. Têm liberdade para criarem as imagens que quiserem. Todas as imagens que criarem têm de copiar para o vosso caderno de matemática. Não se esqueçam dos diferentes tamanhos das peças, das figuras que estão no interior das peças e das diferentes cores. Quando estiverem a copiar a imagem, não têm de copiar com o tamanho exato das peças, pois podem ter construções muito grandes, mas tenham em consideração as proporções dos tamanhos. Partilhem as peças entre vocês. É importante que todas as imagens que criarem sejam copiadas para os vossos cadernos, por isso tenham em consideração o resto do grupo e se acabarem de copiar primeiro que os vossos colegas, esperem um bocadinho antes de moverem as peças que compõe a imagem ou utilizem as peças que sobrarem para criar outra imagem.</i></p> <p>Esta é considerada a fase de <u>exploração livre</u>. Os alunos são acompanhados de perto, ajudando-os nas proporções das construções no caderno.</p>	<p>25 minutos</p>
<p style="text-align: center;">Terceira fase</p>	<p style="text-align: center;">Duração</p>
<p>Depois de feita a exploração livre do recurso, inicia-se a <u>exploração orientada</u>.</p> <p>Para isto, é exposta a imagem de uma flor (página 32 do livro “PUSE METHODOLOGY (Poly-Universe in School Education”), construída com as peças do PUNTE, a preto e branco. Dada a distribuição de peças pelos grupos, não é possível que concretizem a imagem com as cores propostas pelo livro “PUSE METHODOLOGY (Poly-Universe in School Education”, daí a imagem projetada ser a preto e branco.</p> <p><i>“Agora temos aqui uma flor. Com as peças que vocês têm, conseguem construir uma flor idêntica à projetada? Tenham em atenção as posições dos círculos e semicírculos interiores das peças, pois em determinados sítios eles estão juntos.”</i></p> <p>Ao dizer isto, é demonstrado, apontando para a projeção, duas peças que tenham os seus semicírculos juntos.</p> <p><i>“Não se esqueçam de copiar a imagem que construírem para os vossos cadernos.”.</i></p>	<p>10 minutos</p>

<p>A seguir, depois de todos os alunos terem as suas construções copiadas para os seus cadernos, uma vez que a construção anterior foi com apenas círculos, são propostos desafios aos alunos. Estes desafios são projetados num PowerPoint, de forma a não distrair os alunos enquanto criam e copiam as suas flores pois, se escrever os desafios no quadro, a turma perde o foco da tarefa que estão a fazer.</p> <p><i>“Agora que já conhecem bem as peças circulares, será que conseguem responder a dois desafios com as restantes peças?”</i></p> <p><u>1º desafio:</u> (adaptado da página 38 do livro)</p> <p>Utilizando apenas as peças triangulares, conseguem construir um triângulo maior? Quantas peças foram necessárias? Quantos andares tem? Sobraram peças? Se sim, quantas? De quantas peças precisavas para construir um triângulo com mais um andar?</p> <p><u>2º desafio:</u> (adaptado da página 40 do livro)</p> <p>Utilizando apenas as peças quadradas, conseguem construir um quadrado maior? Quantas peças foram necessárias? Quantos andares tem? Sobraram peças? Se sim, quantas? De quantas peças precisavas para construir um quadrado com mais um andar?</p>	30 minutos <u>(15 + 15)</u>
Quarta fase	Duração
<p>Uma vez que a turma já teve o primeiro contacto com o recurso, já é possível iniciar a realização de exercícios que abordam conteúdos, como a área e o perímetro.</p> <p>Antes de ser iniciada a resolução da ficha, é explicado aos alunos que as peças são consideradas sólidos geométricos. Porém iremos considerar apenas uma face das peças, consoante o que for necessário para a realização dos exercícios da ficha.</p> <p>Para o primeiro exercício, é entregue a cada aluno um quadrado e é distribuída uma ficha a cada aluno (adaptado da página 49 do livro “PULSE METHODOLOGY (Poly-Universe in School Education”). Depois de todos os alunos terem uma ficha, é feita a leitura do problema e as diversas questões envolvidas.</p> <p><i>“Então, uma vez que já estiveram a conhecer as peças, agora vamos resolver um problema em que vai ser necessário cada um de vocês ter uma peça, neste caso um quadrado. Nós já</i></p>	90 minutos

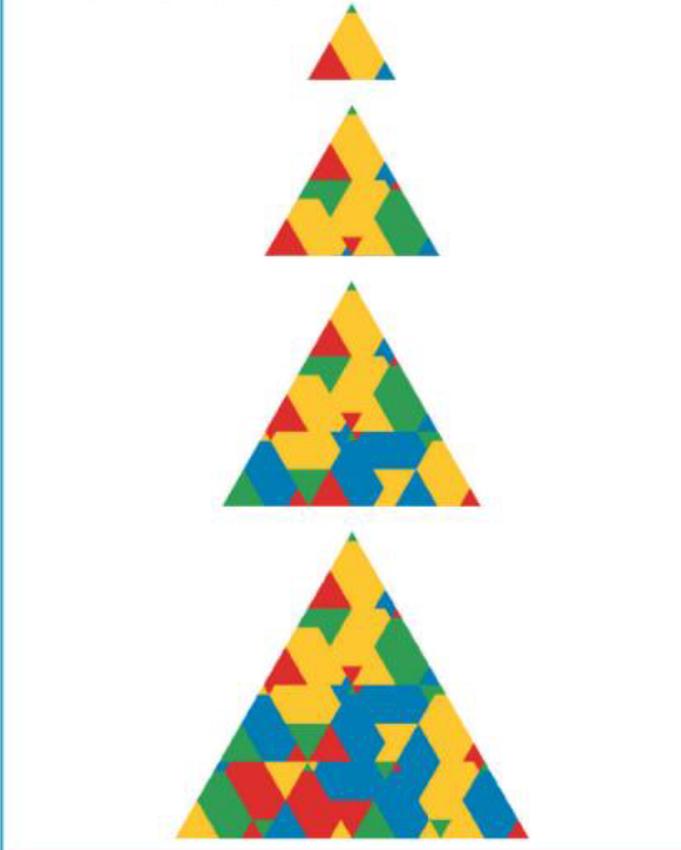
<p><i>estivemos a ver que as peças que são quadrados têm um cantinho cortado, mas para esta ficha vamos imaginar que o quadrado está completo.”</i></p> <p>Depois de ser realizada a leitura do exercício 3, é explicado aos alunos que têm de ter em consideração os terrenos em que já colocaram rede.</p> <p><i>“Quando estiverem a calcular quantos centímetros precisam para colocar rede à volta dos vários espaços, tenham em consideração os limites do terreno que já têm rede.”</i></p> <p>Depois de ser feita a leitura do exercício 4 e respetivas alíneas, é salientado que os resultados são pedidos em milímetros.</p> <p><i>“Atenção que tem aí a negrito que o resultado é para ser apresentado em milímetros, façam as conversões necessárias.”</i></p> <p>No intuito de ser possível todos os alunos realizarem a ficha sem dificuldades, é entregue uma ficha aos alunos com necessidades educativas especiais, que contém alguma informação que os pode ajudar na resolução dos problemas, além da orientação individual.</p> <p>As fichas são corrigidas individualmente, à medida que os alunos vão terminando os exercícios ou quando têm dúvidas e pedem ajuda, sendo esta a prática normal em ambiente de sala de aula.</p>	
<p>Quinta fase</p>	<p>Duração</p>
<p>De forma a recolher informação sobre a opinião dos alunos face às atividades realizadas em todas as fases, é distribuída uma ficha em que é pedido que os alunos expressem a sua opinião através de um texto.</p> <p>No intuito de os orientar no processo de criação do texto, a própria ficha apresenta algumas questões que os irão ajudar a organizar ideias.</p> <p>Além das questões orientadoras do texto, são apresentados aos alunos alguns conetores, de forma a possibilitar a construção de um texto mais coeso e coerente. É, então, distribuída pelos alunos uma folha que contém uma tabela com os conetores, para os alunos colarem nos seus cadernos de Português. Depois de distribuída, cada “Tipo de ligação” é explicado, de forma aos alunos saberem quando utilizar os conetores.</p> <p>A correção é feita individualmente, à medida que os alunos vão terminando o seu texto, sendo acompanhados à medida que escrevem e são corrigidos os erros ortográficos, uma vez que é esta a prática normal em ambiente de sala de aula.</p>	<p>60 minutos</p>

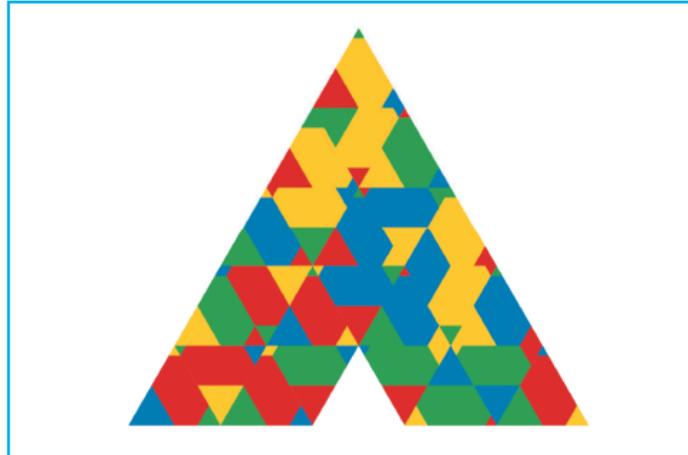
Anexos

Anexo 1: Exercício original “Flor”

	<p>Grade A / Ages: 6-10 Topics: geometry, imitative construction Sets: circle Further tools: pencils Language: English</p>	<p>TEACHER PUSE Task Number A 103</p>
<p>Description of the task:</p> <p>Make up the shape in the picture using the elements of the circle set. Use the exact same elements as those shown in the picture.</p>  <p>This task is a construction by imitation.</p>		

Anexo 2: Exercício original “Desafio inicial – peça triangular”

	<p>Grade A / Ages: 6-10 Topics: geometry Sets: triangle Further tools: pencils Language: English</p>	<p>TEACHER PUSE Task Number A 107</p>
<p>Description of the task:</p>		
<p>Construct bigger and bigger triangles using the triangle set.</p>		
		



Solution(s) of the task:

Write down the number of elements used for each construction.

1 < 4 < 9 < 16 < 24+1 < ____ < ____ < ____

How many kinds of triangles could you construct? / 5 triangles can be constructed, each of a different size. 1 element is missing from the largest triangle.

Observe the number of elements used for each construction.

Can you find a pattern in the differences between the numbers of elements used in consecutive constructions? / Regularities: Students can make several observations using their own words.

For example:

- The triangle always expands by adding a new row of, 2 more elements are required for each new row;
- All sides of the triangle get longer by 1 element;
- The listed numbers are square numbers (for children aged 10-11)

Continue the sequence according to the rule. / 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 ...

Prior knowledge:

The concept of square numbers.

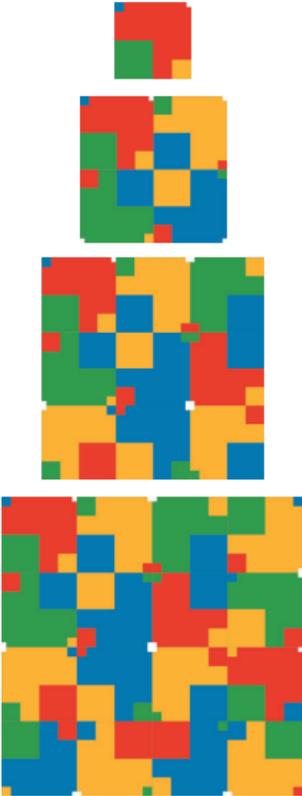
Recommendations for teachers:

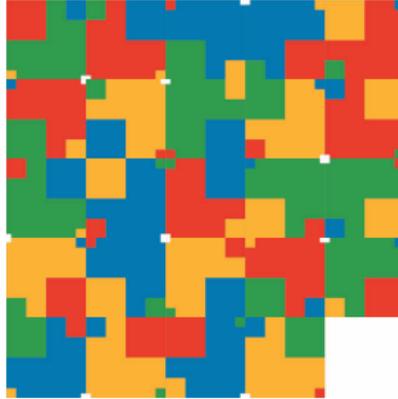
Forms of work: individual, pairwork

Aim: have students gain experience in geometry, ability to make connections

Students can add an extra element to the last constructed triangle (since one set of triangles will not be enough to represent the number 25), so that they can more easily grasp the connection.

Anexo 3: Exercício original “Desafio inicial – peça quadrada”

	<p>Grade A / Ages: 6-10 Topics: geometry Sets: square Further tools: pencils Language: English</p>	<p>TEACHER PUSE Task Number A 108</p>
<p>Description of the task:</p> <p>Use the square set. Construct bigger and bigger squares from the square elements.</p>		
<p>Solution(s) of the task:</p> 		



Write down the number of elements used for each construction.

$1 < 4 < 9 < 16 < 24 + 1 < \underline{\quad} < \underline{\quad} < \underline{\quad}$

How many kinds of squares could you construct? / 5 squares can be constructed, each of a different size. 1 element is missing from the largest square.

Observe the number of elements used for each construction.

Can you find a pattern in the differences between the numbers of elements used in consecutive constructions? / Regularities: Students can make several observations using their own words.

For example:

- The square always expands by adding 1 new row and 1 new column;
- All sides of the square get longer by 1 element;
- The listed numbers are square numbers (for children aged 10-11)

Continue the sequence according to the rule. / 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 ...

Prior knowledge:

The concept of square numbers.

Recommendations for teachers:

Forms of work: individual, pairwork

Aim: have students gain experience in geometry, ability to make connections

Students can add an extra element to the last constructed square (since one set of squares will not be enough to represent the number 25), so that they can more easily grasp the connection.