



Universidade de Aveiro
Ano 2021

Ana Alexandra
Fernandes da Vinha

**COMPETIÇÕES DE MATEMÁTICA: MOTIVAÇÃO
INTRÍNSECA E/OU EXTRÍNSECA PARA O SUCESSO
NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**



Universidade de Aveiro
Ano 2021

**Ana Alexandra
Fernandes da Vinha**

**COMPETIÇÕES DE MATEMÁTICA: MOTIVAÇÃO
INTRÍNSECA E/OU EXTRÍNSECA PARA O SUCESSO
NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática para Professores, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Paula de Sousa Oliveira, Professor Auxiliar do Departamento de Matemática e da Doutora Sandra Isabel Diogo Ramos do Projeto Matemática Ensino da Universidade de Aveiro

“As pessoas grandes gostam de números. Quando vocês lhes falam de um amigo novo, as suas perguntas nunca vão ao essencial. Nunca vos perguntam: “Como é a voz dele? De que brincadeiras é que ele gosta mais? Ele faz coleção de borboletas?” Mas: “Que idade é que ele tem? Quantos irmãos tem? Quanto é que ele pesa? (...)” Só assim é que pensam ficar a conhecê-lo.” (in *O Príncipezinho*, Saint-Exupéry, 1987)

Dedico este trabalho aos professores que desde a minha tenra idade se têm cruzado neste caminho do conhecimento. A empatia dos mestres permanecerá sempre no percurso pessoal e profissional dos seus aprendizes, tornando o seu caminho mais colorido, ao longo da vida.

o júri

Presidente

Doutor João Pedro Antunes Ferreira da Cruz
Professor Auxiliar do Departamento de Matemática
Universidade de Aveiro

Arguente

Doutora Lia Raquel Moreira Oliveira
Professora Auxiliar com Agregação do Instituto de Educação
Universidade do Minho

Orientadora

Doutora Maria Paula de Sousa Oliveira
Professora Auxiliar do Departamento de Matemática
Universidade de Aveiro

agradecimentos

À Doutora Paula Oliveira, manifesto a minha profunda gratidão pela simpatia e cordialidade, além da ajuda contínua, demonstrada desde o primeiro encontro.

À Doutora Sandra Ramos, endereço uma palavra de agradecimento pelos ensinamentos e disponibilidade com que sempre me presenteou, bem como pelo carinho demonstrado pela docência do 1.º Ciclo.

A todos os colegas que contribuíram para a conclusão deste 2.º Ciclo de Estudos, deixo expresso o meu reconhecimento por me permitirem aclarar todas as dúvidas e inquietações que me foram surgindo ao longo desta etapa, pelo contínuo estímulo e amizade que sempre me dispensaram.

Uma referência especial para a amiga de todas as horas, professora Idília Mota, por tudo o que não se traduz em palavras.

Por último, mas sempre os primeiros, ao meu marido e aos nossos filhos pelo apoio e carinho concedido.

palavras-chave

Motivação, gamificação, cooperação, competições matemáticas, PmatE, estatística, números e operações, Matemática

resumo

Esta investigação surge no âmbito do tema “Competições de Matemática: motivação intrínseca e/ou extrínseca para o sucesso na aprendizagem”, propondo-se analisar um pequeno estudo de como as competições matemáticas, através da estratégia de gamificação, podem motivar os alunos a diminuir os conceitos negativos criados à volta da aprendizagem desta disciplina.

Para tal, usamos a metodologia de estudo de caso numa turma de 2.º ano de escolaridade, constituída por 19 alunos.

De acordo com esta metodologia, foram organizados questionários sobre os gostos académicos dos alunos, 10 níveis no formato do PmatE e 10 jogos em papel, sobre um dos domínios abordados na Matemática neste ano (Números e Operações), recolhendo-se no final a opinião dos alunos relativamente a estas estratégias usadas.

Os resultados obtidos no tratamento de dados permitem-nos concluir que os alunos são muito recetivos a novas estratégias de ensino na disciplina de Matemática, principalmente em formato de jogo. Quer usando os meios tecnológicos ou o recurso ao papel, gostam de treinar/jogar com os seus pares mostrando-se muito mais motivados desta forma para as aprendizagens nesta área.

keywords

Motivation, gaming, cooperation, mathematics competitions, PmatE, statistics, numbers and arithmetic operations, Mathematics

abstract

This investigation emerges in the scope of the topic "Mathematics competitions": intrinsic and /or extrinsic motivation for the success in what learning Mathematics is concerned. Its purpose is to disclose a small study on how the maths competitions, through the gaming strategy, can motivate students on diminishing their negative preconceived notions about the subject. To do so, a second-year primary students' class of nineteen was used as sample.

According to this methodology, a survey was taken about the students' academic likes. 10 PmatE games and 10 paper games covering one of the topics in this year's Maths curriculum, (Numbers and Operations) were used, proceeding with the after gathering of the end results.

Such results allow us to conclude that students are extremely receptive to new strategies within the learning process of the subject, mainly to the use of gaming. Whether by technological means or paper-based games, students enjoy practicing or playing among their peers, exhibiting their own growing willingness and motivation towards the study of Mathematics.

Índice

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I – Revisão da literatura.....	3
1.1 Competir e/ou colaborar? O novo paradigma das competições matemáticas.	3
1.2 A gamificação como nova filosofia de aprendizagem ativa pelo mundo.	4
1.3 Fatores intrínsecos e extrínsecos promotores de aprendizagens significativas nos alunos e nas suas atitudes matemáticas positivas	8
1.4 A criação de ambientes de competição na sala de aula, relacionados com a disciplina de Matemática, têm efeitos positivos na motivação dos alunos e consequente sucesso?	10
CAPÍTULO II – Enquadramento temático	13
2.1 Principais objetivos do Ensino da Matemática, no 1.º Ciclo do Ensino Básico	13
2.1.1. - Programas, metas curriculares e aprendizagens essenciais da disciplina de Matemática – 2.º ano CEB – domínio “Números e operações”	15
2.2 Breve reflexão sobre Relatórios Individuais das Provas de Aferição (RIPA) e Relatórios de Escola das Provas de Aferição (REPA) – 2.º ano CEB	19
2.3 O caso de sucesso português – Competições Nacionais de Ciência (CNC) – em particular as competições online promovidas pelo Projeto PmatE.....	24
2.4 O Modelo Gerador de Questões (MGQ) – etapas da programação de um modelo (exemplo)	27
CAPÍTULO III – Noções estatísticas para a análise e interpretação de dados	37
3.1 Breve evolução do papel da Estatística na sociedade	37
3.2 A Estatística no 1.º CEB.....	39
3.3 Aquisição de dados. Sondagens e experimentações. Métodos de amostragem.....	44
3.3.1 Análise gráfica de dados.....	49
CAPÍTULO IV – Estratégia metodológica, análise e interpretação de resultados	53
4.1 Caracterização do estudo	53
4.1.1 Construção e validação dos questionários e jogos.....	54
4.1.2 Implementação.....	54
4.1.3 Análise de resultados	55
4.2 “A sala de aula” - análise de questionários e jogos matemáticos, no âmbito da disciplina de Matemática	55
4.4.1 Caracterização da turma.....	55
4.4.2 Questionário “A sala de aula”.....	57
4.4.3 Competição online PmatE.....	59
4.2.4 Competição em formato de papel	63
4.4.5 Questionário final sobre os jogos preferidos.....	66
CAPÍTULO V– Considerações finais	71
BIBLIOGRAFIA	73
ANEXOS	77

Índice de tabelas

Tabela 1: Números e Operações - 2.º ano	16
Tabela 2: Operacionalização das Aprendizagens Essenciais – Matemática – 2.º ano	18
Tabela 3: Exemplo de um Relatório de Escola das Provas de Aferição (REPA) 2018	21
Tabela 4: Exemplo de Relatório de Escola das Provas de Aferição (REPA) 2018.....	21
Tabela 5: Alunos por categoria de desempenho	23
Tabela 6: Relatório de Escola das Provas de Aferição 2017 (IAVE)	23
Tabela 7: 10 modelos criados para a competição online PmatE – 2.º ano.....	36
Tabela 8: Domínio de Organização e Tratamento de Dados - 1.º Ciclo do Ensino Básico	42
Tabela 9: Domínio de Organização e Tratamento de Dados - Ensino Básico.....	43
Tabela 10: Exemplo de tabela de frequências.....	50
Tabela 11: Pontuação obtida nos 10 jogos matemáticos	64
Tabela 12: Análise global da tabela da pontuação geral	64

Índice de ilustrações

Ilustração 1- Exemplo de modelo criado para o PmatE	26
Ilustração 2: Catalogação do modelo ID_11971 (codificação atribuída posteriormente)	29
Ilustração 3: Questão do jogo do modelo ID_11971	29
Ilustração 4: Resposta 1 e respetiva validação (modelo ID_11971).....	30
Ilustração 5: Resposta 2 e respetiva validação (modelo ID_11971).....	31
Ilustração 6: Resposta 3 e respetiva validação (modelo ID_11971).....	31
Ilustração 7: Resposta 4 e respetiva validação (modelo ID_11971).....	32
Ilustração 8: Concretização do modelo ID_11971	33
Ilustração 9: Três diferentes concretizações do modelo ID_11971	34

Índice de gráficos

Gráfico 1: idade dos alunos	56
Gráfico 2: distribuição dos alunos por sexo	56
Gráfico 3: disciplinas favoritas	58
Gráfico 4: metodologias Matemáticas favoritas	58
Gráfico 5: sentimentos em relação ao trabalho matemático	59
Gráfico 6: primeiro conjunto de 5 níveis, versão treino	61
Gráfico 7: segundo conjunto de 5 níveis, versão treino.....	61
Gráfico 8: competição final com os 10 níveis MGQ.....	62
Gráfico 9: níveis atingidos pelos alunos	62
Gráfico 10: boxplot da pontuação geral obtida	65
Gráfico 11: boxplot da pontuação obtida, por jogo	65
Gráfico 12: versão de jogo preferida	67

INTRODUÇÃO

A presente dissertação foi elaborada a partir da escolha do tema de estudo “*Competições de Matemática: motivação intrínseca e/ou extrínseca para o sucesso na aprendizagem da Matemática*”.

O currículo de Matemática tem sido objeto de inúmeras alterações significativas, ao longo dos anos, principalmente no 1.º Ciclo do Ensino Básico, levando os alunos a sentirem-se pouco motivados para encarar estes novos desafios. No sentido de tentar enfrentar este desafio como professora, entendi que este tema seria bastante profícuo para melhorar a minha prática pedagógica com os alunos uma vez que “*Num contexto democrático, os professores decidem o que é necessário aprender nas suas aulas*”(Kincheloe, 2009).

Desta forma, trata-se de um trabalho de investigação centrado na análise de algumas estratégias e metodologias de trabalho que podem contribuir para o aumento da motivação para aprender e, naturalmente, acarretar melhorias significativas na qualidade das aprendizagens dos alunos, principalmente na disciplina de Matemática. Uma das estratégias utilizadas para tentar perceber o que sentem os alunos perante tarefas matemáticas mais desafiadoras, será a criação de ambientes de competição na sala de aula, na expectativa que estes tenham efeitos positivos na motivação dos alunos e, conseqüentemente, no sucesso nesta disciplina.

Assim sendo, o capítulo I é dedicado à revisão da literatura sobre a competição e a colaboração matemática, não esquecendo a gamificação como uma nova estratégia de apoio ao ensino, já utilizada em todo o mundo como fator extrínseco potenciador de motivação na aprendizagem. Relacionado com as questões da motivação, é também feita a distinção entre fatores de motivação intrínsecos e extrínsecos na aprendizagem matemática e respetiva relação com a competição em sala de aula, como metodologia de trabalho criadora de motivações positivas em todas as disciplinas, mas mais concretamente na disciplina de Matemática.

No capítulo II é realizado o enquadramento temático da literatura analisada, sendo feita a referência aos principais objetivos do Ensino da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico e mais concretamente no 2.º ano de escolaridade, contexto

no qual decorreu esta investigação. Ainda no que se refere a este ano de escolaridade, foi efetuada uma breve análise da avaliação externa (provas de aferição), uma vez que é o único momento de aferição externa, ao longo deste ciclo de ensino. Neste capítulo, são dados a conhecer genericamente as Competições Nacionais de Ciência da Universidade de Aveiro, sendo particularizado o caso do Projeto PmatE e o desenvolvimento desta competição, tendo como base o Modelo Gerador de Questões, referindo-se ainda as etapas de programação de um modelo com as respetivas ilustrações das mesmas.

O capítulo III é dedicado ao estudo de alguns conceitos estatísticos necessários e utilizados para a análise dos dados recolhidos na turma em questão, após a criação de uma competição online (criada no PmatE, a partir do Modelo Gerador de Questões) e uma competição em papel, recolhendo posteriormente o feedback dos alunos através de questionários e de registos de observações diretas.

No capítulo IV é feita a abordagem à metodologia de investigação, de acordo com o objetivo proposto, ou seja, a análise das próprias práticas pedagógicas de um ponto de vista crítico e autocrítico, sendo apresentadas as etapas do estudo, desde o questionário inicial, passando pela conceção dos jogos baseados na gamificação e respetiva análise crítica.

Por último, o capítulo V refere-se às considerações finais. Podemos concluir que os alunos gostam do ambiente de competição matemática em sala de aula, mostrando-se muito recetivos a novas metodologias de ensino, como é o caso das competições do Projeto PmatE, sendo assim possível aumentar a motivação perante tarefas matemáticas mais complexas. Numa próxima investigação seria interessante abranger não só uma turma, mas um número mais significativo de alunos (por exemplo mais do que uma turma do mesmo ano de escolaridade) e acompanhar a sua evolução até à entrada num novo ciclo de ensino (5.º ano de escolaridade).

CAPÍTULO I – Revisão da literatura

1.1 Competir e/ou colaborar? O novo paradigma das competições matemáticas.

Competir e colaborar são conceitos que geram sempre muita discussão no meio escolar, pois as estratégias utilizadas em sala de aula deverão ser capazes de abranger uma ampla diversificação de atividades que envolvam ambas: competição e cooperação. No entanto, encontrar um equilíbrio no meio de uma certa tensão entre estes dois conceitos, principalmente em competições matemáticas, é uma tarefa desafiante para professores e alunos, uma vez que é necessário que todos os intervenientes se sintam motivados para que ocorram aprendizagens efetivas. Nas Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática (Matemática(DGE), 2020) está bem clarificado este novo paradigma de ensino:

“Deve considerar como conteúdos tanto conhecimentos matemáticos, como capacidades matemáticas, a ser abordados de forma integrada e em associação com o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à Matemática. Assim, devem contemplar-se de forma equilibrada a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação, as conexões, o uso de representações múltiplas, a fluência procedimental, a criatividade, a literacia digital, a reflexão (metacognição), a persistência/resiliência e a capacidade de trabalhar individualmente e em colaboração.” (Matemática(DGE), 2020)

Segundo *May e Dood*, citado por *Deustsch* (1949) é necessário fazer uma clarificação entre estes dois conceitos: competição e cooperação, uma vez que ambos capacitam de forma diferente o aluno na sua integração na sociedade. Para estes autores, pode-se afirmar que no caso da cooperação é um trabalho conjunto sempre direcionado para o mesmo final, partilhando “os ganhos” em quantidades iguais, atingindo as mesmas metas. Por outro lado, na competição o objetivo será sempre “ganhar o que é do outro”, numa busca de sucesso individual. Um dos exemplos fascinantes mencionado por estes autores é o de uma equipa de basquetebol: a equipa coopera entre os seus jogadores com o objetivo de vencer

o jogo, mas os jogadores estão competitivamente comprometidos para tentarem ser, individualmente, “a estrela” da equipa. Numa competição matemática é possível aplicar esta dualidade de sentidos: dar o melhor de si próprio, não esquecendo de colaborar com o outro.

A competição e a colaboração convivem nas situações quotidianas paralelamente (na escola, na família, no grupo de amigos, no desporto, etc.) e, assim sendo, faz todo o sentido que o mesmo aconteça no trabalho matemático em sala de aula, premissa essa sempre presente no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória¹, uma vez que tanto a competição como a cooperação envolvem competências que podem ser “treinadas” e melhoradas para que cada aluno consiga perceber qual a melhor dinâmica, para cada situação.

Às vezes, tentar ser melhor do que o colega pode ser um importante estímulo, uma excelente motivação. Por outro lado, naturalmente, a comparação com outro colega pode contribuir para situações mais destrutivas que impedem o progresso das aprendizagens. Cabe ao professor gerir e selecionar cada tarefa matemática, tentando encontrar a união perfeita entre estes dois conceitos, equilíbrio esse que Nash (1951) definiu como sendo a combinação de diferentes estratégias, em que a estratégia usada por cada jogador é a que ela acha ser a melhor para seu próprio benefício, tendo em atenção a estratégia escolhida pelo outro jogador e, assim sendo, o resultado agrada a ambos.

1.2 A gamificação como nova filosofia de aprendizagem ativa pelo mundo.

A sociedade está repleta de tecnologias em todos os quadrantes da vida e os alunos de hoje nasceram nesta nova realidade. A expressão “*nativos digitais*”, para designar os alunos já nascidos nesta realidade digital, como referem Kiryakova, Angelova & Yordanova (2014), coloca nas mãos dos professores um enorme desafio: adaptar o seu processo de ensino/aprendizagem, encarando a tecnologia como aliada na aprendizagem e como fator de motivação e envolvimento dos

¹ Consultado em https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf, a 3 de outubro de 2021

alunos na vida escolar, acompanhando o ritmo de evolução das novas gerações. Uma destas tendências educativas inovadora é o processo de gamificação² que surge, dentro do contexto educativo, como sendo mais uma forma de incentivar os alunos para o conhecimento e respetiva resolução de problemas, através de utilização de dinâmicas e elementos de jogos e videojogos na sala de aula e no estudo em casa, proporcionando aprendizagens formais e informais.

De acordo com Spanellis, Dorfler & Mabcryde (2016) foram vários os designers de jogos que, desde o ano de 2000, tinham a ambição de transferir a motivação, a emoção e a alegria de jogar para o mundo real, sendo que este conceito – gamificação – foi inicialmente usado por um programador de computadores e pesquisador inglês Nick Pelling³, uma referência a um trabalho deste senhor.

Sendo a gamificação a integração de elementos e pensamento de jogo em atividades que não são jogos, há que ter em consideração as seguintes características (Kiryakova, Angelova, & Yordanova, 2014):

- todos os jogadores estudantes inscritos no jogo são participantes;
- os desafios/tarefas terão de ser resolvidos pelos jogadores, de acordo com objetivos definidos;
- os pontos que são acumulados serão o resultado da execução das tarefas;
- cada jogador irá passar os níveis propostos, de acordo com a pontuação obtida;
- existirão “emblemas” (badges) que servirão de recompensa pela conclusão das suas tarefas/desafios;
- a classificação/ordenação dos jogadores será feita de acordo com o seu desempenho no jogo.

De acordo com os autores citados anteriormente, (Kiryakova, Angelova, & Yordanova, 2014) a implementação das características de um jogo na educação é coerente uma vez que existem muitos fatores comuns nestes e na aprendizagem.

² Disponível em <https://dicionario.priberam.org/gamificacão> (do inglês *gamification* – uso de elementos de design de jogos em contextos não relacionados a jogos)

³ Disponível em https://www.chessprogramming.org/Nick_Pelling

Cada ação do jogador num jogo visa atingir um objetivo (a vitória), na presença de obstáculos. O mesmo acontece na educação, onde o objetivo da aprendizagem deverá ser alcançado através da realização de tarefas específicas sobre o conteúdo programático de cada disciplina. Os autores ainda complementam esta comparação com o acompanhamento dos jogadores no seu jogo, pois a sua ação está relacionada com os resultados. O mesmo acontece no processo de aprendizagem porque o acompanhamento do aluno por parte do professor é determinado pelos níveis alcançados de conhecimento e capacidades⁴.

Mas como poderá um professor organizar na sala de aulas atividades de gamificação?

Implementar estratégias de gamificação na sala de aula implicará sempre uma análise das condições e ferramentas de software disponíveis, uma vez que a capacidade financeira das escolas para investir em meios informáticos é muito escassa.

Desta análise, os elementos a considerar, segundo Kiryakova, Angelova & Yordanova (2014) deverão ter em atenção as seguintes condições:

- aferição das características dos alunos/turma para definir quais as capacidades exigidas, se as tarefas são fáceis ou difíceis para o grupo, se tem algum evento de carácter competitivo e/ou colaborativo e qual o nível de motivação alcançado;
- definição dos objetivos de aprendizagem: se o objetivo geral é alcançar a aprendizagem, é necessário traçar inicialmente objetivos mais específicos para definir técnicas de jogo apropriadas para alcançá-los;
- criação de conteúdos educativos e atividades de gamificação interativas e com atividades multimédia, permitindo o treino para melhorar as suas capacidades, com níveis de dificuldade crescentes, mas atingíveis, que permitam ao aluno construir as suas próprias estratégias e escolher o melhor caminho a seguir, para a concretização das tarefas propostas;

⁴ O documento Perfil dos Alunos apresenta-se estruturado em Princípios, Visão, Valores e Áreas de Competências. As Áreas de Competências agregam competências entendidas como combinações complexas de conhecimentos, capacidades e atitudes que permitem uma efetiva ação humana em contextos diversificados.

- adicionar elementos e mecanismo do jogo, uma vez que um dos elementos-chave da gamificação é a inclusão de tarefas que os alunos devem concretizar para ir acumulando pontos, ultrapassando níveis e conquistando “prêmios”. Estas atividades devem oferecer prêmios individuais, com resultados públicos e visíveis, mas também atividades que requerem interação com outros alunos, com o objetivo de levar os mesmos a um sentimento de pertença ao seu grupo de aprendizagem.

A aplicação de estratégias de gamificação na disciplina de Matemática é extremamente importante para mudar as concepções menos positivas, por parte de alguns dos alunos, em relação a esta disciplina, envolvendo-os nesta dinâmica de jogo que, apesar de ser mais trabalhosa, é o antídoto ideal contra o tédio e a passividade. Offenholley (2012) afirma que os alunos durante uma hora de trabalho de casa a resolver problemas matemáticos desistem facilmente e depois passam horas a jogar, onde têm de estar constantemente a seguir instruções, a calcular, a planificar, a investigar por tentativa/erro, a colaborar procurando/dando soluções junto dos amigos, mantendo sempre o foco em ultrapassar níveis e a conquistar “prêmios”. O autor complementa esta afirmação dizendo que o aumento do tempo dedicado ao treino na área da Matemática é uma grande conquista, pois,, nesta disciplina, existem aprendizagens significativas que se realizam por meio da prática e se for a jogar terá sempre um feedback muito mais positivo.

Existe já uma grande variedade de ferramentas de software disponíveis como o *Socrative*, *Kahoot*, *FlipQuiz*, *Ribbon Hero*, *ClassRojo* (Kiryakova, Angelova, & Yordanova, 2014), bem como alguns jogos que podem ser utilizados em sala de aula, como o *DimensionM*, *Ko's Journey*, *Lemonade Tycoon*, *Coffee Stand* ou *Brain Training* da Nintendo DS (Offenholley, 2012) que devem ser usados como parte integrante da aprendizagem matemática. Segundo Offenholley (2012), deverá ser feita a distinção entre jogos intrínsecos, nos quais o conceito que está a ser ensinado é parte integrante do jogo e jogos extrínsecos, que podem ser usados para uma variedade de tópicos, tendendo a ser mais sobre revisão de conteúdos do que sobre a aprendizagem de novos conceitos.

O papel do professor é tentar ser um “*designer de jogos*”, com o objetivo de cativar o aluno/turma para jogar cada vez mais, com o propósito de descobrir novas formas de interagir com o conhecimento matemático e o mundo à sua volta.

1.3 Fatores intrínsecos e extrínsecos promotores de aprendizagens significativas nos alunos e nas suas atitudes matemáticas positivas

As questões relacionadas com os fatores de motivação intrínseca e extrínseca promotores de aprendizagens significativas há muito que são alvo de grande preocupação por parte de todos os professores e responsáveis educacionais. Segundo Ausubel, Novak & Hanesian (1980), pode-se entender por aprendizagem significativa aquela que no processo de ensino faz sentido para o aluno, relacionando-se com a sua estrutura de conhecimento já existente. “*Se quiséssemos reduzir a psicologia educacional em um único princípio este seria: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que sabe e baseie nisso seus ensinamentos.*” (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1980). Esta descoberta, a partir do conhecimento que o aluno já possui, faz com que este esteja motivado, levando-o sempre em busca de novos acontecimentos e novas oportunidades, envolvendo-se no próprio processo de aprendizagem de forma recíproca, sendo então este conceito um fator muito relevante deste processo (Lourenço & Paiva, 2010).

Pelo contrário, a falta de motivação é muitas vezes apontada como o principal entrave à compreensão dos conteúdos escolares, como refere Ribeiro (2011). Muitas vezes, esta desmotivação escolar, condicionante da aprendizagem, leva ao insucesso não só dos alunos, mas também à desmotivação do professor. Ainda na opinião da autora mencionada anteriormente “*O professor deverá ter sempre um papel decisivo, mesmo que se resuma ao fornecimento de “incentivos motivantes”*” (Ribeiro, 2011).

No que se refere às formas de motivação é importante abordar a Teoria da Autodeterminação, desenvolvida pelos autores Ryan & Deci (2000), onde estes fazem a distinção entre a motivação extrínseca e a motivação intrínseca.

Neste sentido, podemos afirmar que a motivação intrínseca é definida pelos fatores de responsabilidade, de autonomia, de destreza, do gosto pela aprendizagem, para utilizar competências em prol da resolução de problemas. Situando esta motivação na educação, estes serão sempre alunos motivados por si só, que gostam de aprender, espontaneamente, e têm internamente um gosto pela sua satisfação pessoal. Como refere Veríssimo (2013), a “*motivação intrínseca tem sido considerada como facilitadora da aprendizagem porque conduz a maior atenção, esforço e a um processamento mais profundo.*” Assim sendo, serão sempre alunos que gostam dos desafios da aprendizagem e conseguem trabalhar muitas vezes de forma autónoma, responsável e criativa.

No que se refere à motivação extrínseca, podemos afirmar que esta surgirá sempre em fatores externos à própria pessoa. O aluno esforça-se no sentido de ser recompensado por esse esforço após a realização de determinada tarefa. Como refere Tapia (1997) citado por Ribeiro (2011), a motivação extrínseca está desta forma associada a “*metas externas*”, ou seja, a posições em que o procedimento se reflete no objetivo de receber uma compensação ou evitar um castigo ou punição. Exemplo deste pensamento são os alunos que apenas se esforçam para obter determinada classificação ou evitar ter níveis negativos, nas avaliações sumativas, no seu percurso escolar.

No imediato, esta motivação externa parece uma motivação com excelentes resultados, mas que dependerá sempre de agentes exteriores ao próprio aluno e não pelo apreço da qualidade das aprendizagens propostas. Centra-se apenas em atingir um fim externo ao aluno e não pelo prazer que sente na realização daquela mesma atividade (Ryan & Deci, 2000).

Normalmente, na vertente educativa, podemos encontrar estes dois tipos de motivação nos alunos, podendo-se concluir que quanto maior for a motivação intrínseca melhor serão os resultados obtidos porque os mesmos serão controlados pelo próprio aluno e, conseqüentemente, os resultados escolares serão sempre melhores (Messias & Monteiro, 2009).

No entanto, numa visão bidimensional estas duas vertentes motivacionais podem coexistir e até serem vantajosas nos alunos mais novos, uma vez que manifestam uma vontade intrínseca de aprender, mas igualmente uma

necessidade de agradar ao seu professor (Veríssimo & Lemos, 2014). Assim sendo, *“O professor possui grande influência sobre a aprendizagem do aluno, bem como sobre sua motivação. A orientação do professor, suas características pessoais, as estratégias de aprendizagem que utiliza, as crenças que possui sobre os aspectos motivacionais, bem como a forma como avalia e se relaciona com seus estudantes exercem grande impacto sobre a motivação intrínseca ou extrínseca que estes apresentam nas salas de aula”* (Siqueira & Wechsler, 2009). Na opinião das autoras supramencionadas, o professor é assim responsável por um clima de sala de aula positivo, de apoio mútuo, com um reforço igualmente positivo ao aluno (elogiando com mais frequência, punindo menos), fazendo com que cada um dê o seu melhor trabalhando de forma autónoma, a pares ou em grupo, mas sempre cooperando com os colegas e com o professor, num ambiente de permanente diálogo, construindo desta forma motivações positivas face ao desempenho individual e da própria turma.

Fazendo uma associação do que foi escrito anteriormente à disciplina de Matemática, cada professor deve estar consciente do valor que cada aluno irá atribuir à tarefa proposta, ao desenvolvimento da mesma e seus resultados, bem como o sentimento de competência que o próprio aluno irá perceber. Segundo Messias & Monteiro (2009), o professor deverá perceber se as tarefas matemáticas atribuídas aos alunos requerem aprendizagens por prazer e curiosidade ou se contam apenas com estímulos externos. Na opinião destes autores, os alunos serão capazes de superar a ansiedade ou a falta de motivação, mesmo enfrentando dificuldades, quando as atividades matemáticas são desafiadoras. Como tal, será importante que os professores façam uma reflexão mais aprofundada sobre as estratégias utilizadas em sala de aula. Algumas dessas estratégias serão alvo de reflexão no próximo tópico.

1.4 A criação de ambientes de competição na sala de aula, relacionados com a disciplina de Matemática, têm efeitos positivos na motivação dos alunos e conseqüente sucesso?

Segundo Cagiltay, Ozcelik & Ozcelik (2015) quando o ambiente de competição é criado à volta de um jogo “sério”, ou seja, bem delineado, a motivação e mesmo

os resultados dos testes melhoram. Para que tal aconteça, é necessário a criação de softwares de treino e prática, com design apelativos: incerteza, desafio, feedback, fantasia, cooperação e, como não podia deixar de ser, competição. Estes autores defendem ainda que à medida que a motivação aumenta, os alunos gastam mais tempo a responder, aumentando assim a precisão das respostas.

Mas, quais serão então as principais características destes jogos para que possam ser usados dentro e fora da sala de aula, em prol de um sucesso matemático?

Juul (2005) propõe seis características que são extremamente importantes na conceção dos jogos. São elas:

1. a implementação de regras do jogo;
2. a criação de variáveis e um resultado passível de ser quantificado;
3. o esforço do jogador compensado pela influência do resultado que pode ser positivo ou negativo;
4. ligação de resultados dos jogadores (nem sempre o esforço é compensado, como por exemplo nos jogos de sorte/azar, proporcionando momentos de alegria/tristeza), onde os jogadores estão sempre envolvidos num resultado positivo, saindo como ganhador e outro como negativo, saindo como perdedor;
5. consequências negociáveis: o mesmo jogo pode ou não ser jogado e ter consequências benéficas ou nefastas na vida real.
6. o feedback dado no final do jogo é imediato.

Estas características determinam muitas vezes o entusiasmo do aluno e, concludentemente, a sua motivação para serem cada vez melhores. O facto de o feedback ser imediato torna este tipo de jogos ainda mais aliciantes.

Por outro lado, é necessário utilizar sempre estes jogos de forma ponderada pois o uso excessivo de atividades competitivas pode provocar alguma ansiedade e, conseqüentemente, um mau desempenho nas tarefas propostas. Como referem Cagiltay, Ozcelik & Ozcelik (2015) é importante que os alunos joguem duas versões distintas do mesmo jogo: com competição e sem competição, numa ótica mais integral do ser humano: a competição e a cooperação.

Outro fator que pode ser decisivo no desempenho da competição são os conhecimentos prévios de cada aluno, uma vez que alunos com um bom conhecimento prévio das matérias em jogo superam aqueles que demonstram um menor conhecimento inicial dos conteúdos, com vista à resolução dos problemas propostos (Lee & Chen, 2009).

Uma outra referência muito curiosa prende-se com o adversário. De acordo com *William and Clippinger* (2002) citado por Cagiltay, Ozcelik & Ozcelik (2015), num estudo realizado, constatou que os alunos revelam uma maior motivação e conseqüentemente um melhor desempenho se os adversários forem outros colegas, contrapondo com o jogo contra um oponente virtual. Este estudo vem dar ênfase à ideia de muitos investigadores que acreditam que o papel das competições individuais deve ser expandido em todas as áreas do ensino, principalmente, na área Matemática, pois segundo Verhoeff (1997) a educação deve mudar a par da humanidade e não podemos esquecer que as nossas crianças/jovens são por natureza competitivos com os seus pares e vivem numa era completamente digital, muito apelativa e fantasiosa.

Foi Marcus Verrius Flaccus, um professor famoso romano do século I a.C., que introduziu o princípio da competição entre alunos como um importante auxílio pedagógico.

Já no século XIX surgiu o 1.º concurso nacional de Matemática, realizado na Hungria, em 1894, para estudantes da Europa Central. William Lowell Putnam iniciou também uma competição de Matemática para estudantes americanos, em 1938. A primeira competição internacional sobre Matemática ocorreu em 1959, na Roménia "*The International Mathematical Olympiad*" e tem decorrido anualmente, exceto no ano de 1980. Mais de 100 países estão envolvidos, representando 90% da população mundial destes países (Verhoeff, 1997). Continuamente, outras disciplinas e outros países de todo o mundo seguiram esta lógica de competição⁵ até aos dias de hoje, competições essas dirigidas para todos os níveis e graus de ensino, sempre com tarefas muito desafiadoras, que podem ser jogadas em equipa ou individualmente.

⁵ Lista de algumas competições matemática disponível em <https://math.stackexchange.com/questions/371768/online-math-contests>

CAPÍTULO II – Enquadramento temático

2.1 Principais objetivos do Ensino da Matemática, no 1.º Ciclo do Ensino Básico

É no ensino básico que é desejável que todos os alunos iniciem o processo de desenvolvimento de ideias matemáticas, com uma predisposição positiva, para que o gosto pelas aprendizagens nesta disciplina se mantenha para toda a vida. No entanto, as oportunidades de aprendizagens, de acordo com (Langrall, Mooney, Nisbet, & Jones, 2008) estão intimamente ligadas aos currículos e à forma como estes são desenvolvidos pelos docentes nas salas de aulas.

Assim sendo, o *Ministério da Educação e Ciência (2013)*⁶, no seu Programa de Ensino da Matemática definiu três grandes finalidades, aglutinadoras de todo o conhecimento matemático a fortalecer ao longo de nove anos de Ensino Básico, sendo estas *a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade*.

“A estruturação do pensamento – A apreensão e hierarquização de conceitos matemáticos, o estudo sistemático das suas propriedades e a argumentação clara e precisa, própria desta disciplina, têm um papel primordial na organização do pensamento, constituindo-se como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo. O trabalho desta gramática contribui para alicerçar a capacidade de elaborar análises objetivas, coerentes e comunicáveis. Contribui ainda para melhorar a capacidade de argumentar, de justificar adequadamente uma dada posição e de detetar falácias e raciocínios falsos em geral.” (Ministério da Educação e Ciência, 2012)

É pela estruturação do raciocínio lógico-matemático que se opera o desenvolvimento do método matemático para analisar questões, em todas as áreas

⁶ O programa de Matemática que viria a vigorar, a partir de 2013, para o Ensino Básico surge por um processo inédito em Portugal. Este foi a base de trabalho para os documentos que surgiram posteriormente.

da vida cotidiana, resolver problemas, organizar as próprias atividades propostas ao longo do nosso dia a dia, em qualquer sociedade e em qualquer parte do mundo.

“A análise do mundo natural – A Matemática é indispensável a uma compreensão adequada de grande parte dos fenômenos do mundo que nos rodeia, isto é, a uma modelação dos sistemas naturais que permita prever o seu comportamento e evolução. Em particular, o domínio de certos instrumentos matemáticos revela-se essencial ao estudo de fenômenos que constituem objeto de atenção em outras disciplinas do currículo do Ensino Básico (Física, Química, Ciências da Terra e da Vida, Ciências Naturais, Geografia...)” (Ministério da Educação e Ciência, 2012)

O papel que a Matemática exerce no mundo que nos rodeia é tão vasto que é transversal a várias áreas do conhecimento. E é nesta realidade que todas as tarefas propostas se devem inserir, ou seja, em contexto da vida cotidiana dos alunos, das suas rotinas e das suas vivências.

“A interpretação da sociedade – Ainda que a aplicabilidade da Matemática ao quotidiano dos alunos se concentre, em larga medida, em utilizações simples das quatro operações, da proporcionalidade e, esporadicamente, no cálculo de algumas medidas de grandeza (comprimento, área, volume, capacidade...) associadas em geral a figuras/sólidos geométricos elementares, o método matemático constitui-se como um instrumento de eleição para a análise e compreensão do funcionamento da sociedade. É indispensável ao estudo de diversas áreas da atividade humana, como sejam os mecanismos da economia global ou da evolução demográfica, os sistemas eleitorais que presidem à Democracia, ou mesmo campanhas de venda e promoção de produtos de consumo. O Ensino da Matemática contribui assim para o exercício de uma cidadania plena, informada e responsável.” (Ministério da Educação, 2013)

O papel da Matemática é ajudar cada aluno a lidar de forma analítica e crítica numa sociedade impregnada de informação quantitativa, não se restringindo apenas à posse de técnicas de cálculo e conhecimento dos conceitos matemáticos, mas à sua aplicabilidade e tomada de decisões perante os resultados obtidos.

Neste sentido, estas três finalidades matemáticas em articulação com o presente Programa de Matemática para o 1.º Ciclo do Ensino Básico, apontam para

uma construção consistente e coerente do conhecimento e gosto pela Matemática, tendo sempre como linha orientadora que “(...)é decisivo para a educação futura dos alunos que se cultive de forma progressiva, desde o 1.º ciclo, algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados.” (Ministério da Educação, 2013)

Analisando o Programa de Matemática do 1.º Ciclo, podemos verificar que são três os domínios fundamentais, em torno dos quais todo o ensino matemático se deve desenvolver, sendo estes: Números e Operações, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados.

Nesta dissertação será feita uma análise mais centrada nas aprendizagens essenciais e específicas na disciplina de Matemática do 2.º ano de escolaridade, no domínio de Números e Operações. Após esta seleção, serão desenvolvidos jogos para a criação quer da competição online, quer da competição em sala de aula em formato de papel, para a turma do 2.º ano onde serão aplicadas estas competições.

2.1.1. - Programas, metas curriculares e aprendizagens essenciais da disciplina de Matemática – 2.º ano CEB – domínio “Números e operações”

No programa de Matemática do 2.º ano de escolaridade, no domínio Números e Operações (NO), os conteúdos a ser estudados, de uma forma geral, são os números naturais e o sistema de numeração decimal, bem como os números racionais não negativos na sua representação decimal, sendo neste ano introduzida a representação na forma de fração, considerada nos seus múltiplos significados, as operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e as sequências e regularidades, como podemos constatar na tabela 1.

2.º ano

Domínio	Conteúdos
NO2	<p>Números naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> - Numerais ordinais até vigésimo; - Números naturais até 1000; - Contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10 e de 100 em 100; - Números pares e número ímpares; identificação através do algarismo das unidades. <p>Sistema de numeração decimal</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ordens decimais: unidades, dezenas e centenas; - Valor posicional dos algarismos; - Comparação e ordenação de números até 1000. <p>Adição e Subtração</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo mental: somas de números de um algarismo, diferenças de números até 20, adições e subtrações de 10 e 100 a números de três algarismos; - Adições cuja soma seja inferior a 1000; - Subtrações de números até 1000; - Problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar ou completar. <p>Multiplificação</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sentido aditivo e combinatório; - O símbolo «x» e os termos «fator» e «produto»; - Produto por 1 e por 0; - Tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10; - Os termos «dobro», «triplo», «quádruplo» e «quintuplo»; - Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório. <p>Divisão inteira</p> <ul style="list-style-type: none"> - Divisão exata por métodos informais; - Relação entre a divisão exata e a multiplicação: dividendo, divisor e quociente; - O símbolo «:»; - Os termos «metade», «terça parte», «quarta parte» e «quinta parte»; - Problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

<p>Números racionais não negativos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ como medidas de comprimentos e de outras grandezas; - Representação dos números naturais e das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ numa reta numérica. <p>Sequências e regularidades</p> <ul style="list-style-type: none"> - Problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência dada a lei de formação e a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida.
--

Tabela 1: *Números e Operações - 2.º ano*

(Ministério da Educação e Ciência, 2012)⁷

Como em todos os domínios matemáticos, no domínio NO, o ponto de partida deverá sempre ser as experiências do dia a dia das crianças: experiências de contagens com materiais não estruturados (pedrinhas, pauzinhos, lápis de cor...) e com materiais estruturados, para uma melhor compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas pois *“Estas relações são estruturantes na compreensão das primeiras operações aritméticas e, além disso, são pilares para o desenvolvimento do sentido de número nos seus múltiplos aspectos”*. (Ministério da Educação, 2013)

⁷ Retirado de https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf a 17 de setembro de 2021.

Assim sendo, a compreensão do sistema de numeração decimal desenvolve-se progressivamente ao longo do ciclo, integrando a compreensão do valor posicional dos algarismos e da sua estrutura. Posteriormente, e ao longo dos quatro anos do 1.º Ciclo, são trabalhadas inúmeras situações que levam à compreensão das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e à sua aplicação como estratégia de resolução de um dado problema, à descoberta de regularidades sendo *“(...) importante ainda que os alunos aprendam a operar recorrendo a um amplo conhecimento de estratégias de cálculo e ao conhecimento que têm dos números e que aprendam a realizar algoritmos. A aprendizagem dos algoritmos com compreensão, valorizando o sentido de número, deverá desenvolver-se gradualmente para as quatro operações.”* (Ministério da Educação, 2013)

No que se refere aos números racionais, que já são abordados no 1.º e 2.º anos de escolaridade, devem ser trabalhados numa forma intuitiva, partindo mais uma vez de situações quotidianas de partilha equivalente e da divisão da unidade em partes iguais, em que os modelos e a representação em forma de fração devem ser apresentados de forma muito simples, pois nos anos posteriores será feito um estudo mais aprofundado destes conteúdos.

Assim sendo, podemos passar seguidamente a uma breve reflexão sobre as aprendizagens essenciais e a forma como em situação de sala de aula se conseguirá efetuar a operacionalização das mesmas, focando-nos no conteúdo de aprendizagem “Números e Operações”. Estas aprendizagens essenciais baseadas no perfil do aluno (conhecimentos, capacidades e atitudes) ao longo da progressão curricular, explicitam o que os alunos devem saber (os conteúdos de conhecimento disciplinar estruturado, indispensáveis, articulados conceitualmente, relevantes e significativos, os processos cognitivos que devem ativar para adquirir esse conhecimento e o saber fazer a ele associado), mostrando o que aprendeu, neste caso na disciplina de Matemática.

OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMA Conteúdos de aprendizagem	AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES <i>Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:</i>	PRÁTICAS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM <i>Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:</i>	DESCRITORES DO PERFIL DOS ALUNOS
<p>NÚMEROS E OPERAÇÕES</p> <p>Números naturais</p> <p>Adição, subtração, multiplicação e divisão</p> <p>Números racionais não negativos</p>	<ul style="list-style-type: none"> Ler e representar números no sistema de numeração decimal até 1000 e identificar o valor posicional de um algarismo. Identificar e dar exemplos de números pares e ímpares. Reconhecer e memorizar factos básicos das operações e calcular com os números inteiros não negativos recorrendo à representação horizontal do cálculo, em diferentes situações e usando diversas estratégias que mobilizem relações numéricas e propriedades das operações. Reconhecer e utilizar diferentes representações para o mesmo número e relacioná-las. Comparar e ordenar números, e realizar estimativas plausíveis de quantidades e de somas, diferenças e produtos, com e sem recurso a material concreto. Reconhecer frações unitárias como representações de uma parte de um todo dividido em partes iguais, em diferentes contextos, e dar exemplos. 	<ul style="list-style-type: none"> Explorar, analisar e interpretar situações de contextos variados que favoreçam e apoiem uma aprendizagem matemática com sentido (dos conceitos, propriedades, operações, e procedimentos matemáticos). Realizar tarefas de natureza diversificada (projetos, explorações, investigações, resolução de problemas, exercícios, jogos). Utilizar materiais manipuláveis estruturados e não estruturados e outros recursos na resolução de problemas e em outras tarefas de aprendizagem. Utilizar números naturais em situações variadas e com diferentes significados (de quantidade, ordem, localização, designação). Utilizar factos básicos das operações em situações de cálculo, designadamente factos básicos da adição (ex.: $3+3=6$, $5+5=10$) e da multiplicação (tabuada do 2, 3, 4, 5 e 10). 	<p>Conhecedor/ sabor/ culto/ informado (A, B, G, I, J)</p> <p>Criativo (A, C, D, J)</p> <p>Critico/Analítico (A, B, C, D, G)</p> <p>Indagador/ Investigador (C, D, F, H, I)</p> <p>Respeitador da diferença/ do outro (A, B, E, F, H)</p> <p>Sistematizador/ organizador (A, B, C, I, J)</p>

TEMA Conteúdos de aprendizagem	AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES <i>Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:</i>	PRÁTICAS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM <i>Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:</i>	DESCRITORES DO PERFIL DOS ALUNOS
<p>Resolução de problemas</p> <p>Raciocínio matemático</p> <p>Comunicação matemática</p>	<ul style="list-style-type: none"> Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas com números naturais, em contextos matemáticos e não matemáticos, e avaliar a plausibilidade dos resultados. Reconhecer e descrever regularidades em sequências e em tabelas numéricas, formular conjecturas e explicar como são geradas essas regularidades. Exprimir, oralmente e por escrito, ideias matemáticas, e explicar raciocínios, procedimentos e conclusões. Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social. Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem. Desenvolver persistência, autonomia e à-vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade. 	<ul style="list-style-type: none"> Explorar situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, envolvendo grandezas discretas e contínuas. Resolver problemas que envolvam a adição nos sentidos de juntar e acrescentar; subtração nos sentidos de retirar, comparar e completar; multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; divisão nos sentidos de partilha e medida; e, analisar estratégias variadas de resolução. Realizar cálculos recorrendo a diferentes estratégias de cálculo mental, em contextos diversos. Explorar e descrever padrões de repetição e regularidades numéricas, em contextos diversos. Resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos. Resolver e formular problemas, analisar estratégias variadas de resolução de problemas, e apreciar os resultados obtidos. 	<p>Questionador (A, F, G, I, J)</p> <p>Comunicador (A, B, D, E, H)</p> <p>Autoavaliador (transversal às áreas)</p> <p>Participativo/ colaborador (B, C, D, E, F)</p> <p>Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J)</p> <p>Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</p>

Tabela 2: Operacionalização das Aprendizagens Essenciais – Matemática – 2.º ano (Ministério da Educação, 2018)⁸

⁸ Retirado de <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica> a 26 de setembro de 2021.

Partindo da análise do documento do Ministério da Educação sobre as aprendizagens essenciais dos alunos do 1.º Ciclo, foram elaboradas as competições em sala de aula e *online*, respeitando o conteúdo da aprendizagem dentro do domínio NO, em articulação com os objetivos e as práticas essenciais de aprendizagem plasmadas no documento orientador, integrando ainda os descritores do perfil do aluno, transversais e interdisciplinares. Como refere Sá (2019), é necessário “*Promover de modo sistemático e intencional, na sala de aula e fora dela, atividades que permitam ao aluno fazer escolhas, confrontar pontos de vista, resolver problemas e tomar decisões com base em valores; valorizar, na avaliação das aprendizagens do aluno, o trabalho de livre iniciativa, incentivando a intervenção positiva no meio escolar e na comunidade.*” e este desenvolvimento do aluno no seu todo é possível em todas as áreas do conhecimento, nomeadamente na área da Matemática.

2.2 Breve reflexão sobre Relatórios Individuais das Provas de Aferição (RIPA) e Relatórios de Escola das Provas de Aferição (REPA) – 2.º ano CEB

Com o terminar dos exames nacionais do quarto e do sexto anos, em 2016, foram implementadas as provas de aferição com o objetivo de avaliar os conhecimentos dos alunos nas disciplinas de Português, de Matemática e de outras matérias curriculares.

No ano letivo de 2016-2017, estas provas não eram obrigatórias por parte das escolas/agrupamentos “(...) tendo tido apenas adesão por parte de 57% das escolas nacionais, em 2017-2018 a sua aplicação já tem um carácter universal e obrigatório, sendo realizadas numa fase apenas, nos 2.º, 5.º e 8.º anos de escolaridade” (Reis, 2018).

A conceção destas provas de aferição é da responsabilidade do Instituto de Avaliação Educativa (IAVE), sob alçada do Ministério da Educação, em que “ (...), a avaliação externa tem como referenciais de base o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, homologado pelo Despacho n.º 6478/2017, publicado no Diário da República, 2.ª série, n.º 143, de 26 de julho, tendo em consideração a

necessidade de avaliar a capacidade de mobilização e de integração dos saberes disciplinares, com especial incidência nas áreas de competências inscritas no referido documento, e ainda as Aprendizagens Essenciais, enquanto denominador curricular comum.(...) (IAVE, 2017).

No ano de 2017, as Provas de Aferição foram aplicadas não só às áreas de Português, Matemática e Estudo do Meio, mas foram ainda realizadas provas de natureza mais prática, como as de Expressões Artísticas e de Expressões Físico-Motoras. Tendo em conta o objetivo de dar feedback específico sobre os desempenhos dos alunos, e com base na análise dos resultados das provas de 2016 e da informação que foi possível gerar, os critérios de classificação de alguns itens, nomeadamente nos itens que avaliavam a resolução de problemas em Matemática, sofreram uma alteração qualitativa neste ano.

Da aplicação destas provas resultam os Relatórios Individuais das Provas de Aferição (RIPA) e os Relatórios de Escola das Provas de Aferição (REPA) (ver tabela 3), disponibilizados às escolas, sendo “(...) *documentos com informação de valor fundamental para complementar o conhecimento contextualizado que as escolas, especialmente os seus professores, têm do desempenho dos alunos e das turmas.*” (Direção Geral da Educação, 2016).

Este documento está dividido por disciplinas e respetivos domínios/blocos, sendo que em cada um destes itens é atribuída uma menção, de acordo com o desempenho do agrupamento e respetivas turmas avaliadas, em comparação com a média nacional ⁹: C -Conseguiram; CM – Conseguiram, mas...; RD – Revelam dificuldade; NC/NR – Não conseguiram ou Não responderam.

⁹ NUTS III - Nomenclatura das Unidades Territoriais para Fins Estatísticos. Os 308 municípios de Portugal agrupam-se em 25 NUTS III, 7 NUTS II e 3 NUTS I.

	NACIONAL				AGRUPAMENTO DE ESCOLAS				ESCOLA BÁSICA				TURMA 2A				TURMA 2B			
	C	CM	RD	NC	C	CM	RD	NC	C	CM	RD	NC	C	CM	RD	NC	C	CM	RD	NC
Português																				
Oralidade	20,1	50,8	22,7	6,3	13,6	50,6	30,9	4,9	9,7	54,8	32,3	3,2	10,0	60,0	30,0	0,0	8,0	60,0	32,0	0,0
Leitura e Iniciação à Educação Literária	25,0	32,5	34,4	8,0	9,9	39,5	42,0	8,6	6,5	38,7	43,5	11,3	10,0	20,0	70,0	0,0	4,0	48,0	20,0	28,0
Gramática	26,2	21,4	37,9	13,3	18,5	24,7	49,4	6,2	14,5	25,8	50,0	8,1	15,0	20,0	55,0	10,0	12,0	24,0	48,0	12,0
Escrita	34,0	24,7	19,5	14,1	21,0	23,5	28,4	12,3	19,4	17,7	29,0	14,5	30,0	15,0	25,0	25,0	4,0	20,0	28,0	16,0
Matemática																				
Números e Operações	12,2	19,9	39,5	27,5	0,0	20,5	45,8	32,5	0,0	19,0	46,0	33,3	0,0	20,0	55,0	25,0	0,0	24,0	44,0	32,0
Geometria e Medida	27,0	28,4	32,1	12,4	12,0	28,9	44,6	14,5	12,7	28,6	42,9	15,9	0,0	40,0	50,0	10,0	20,0	20,0	36,0	24,0
Organização e Tratamento de Dados	61,2	5,3	22,4	9,6	61,4	4,8	27,7	6,0	58,7	6,3	30,2	4,8	70,0	5,0	20,0	5,0	48,0	8,0	36,0	8,0
Estudo do Meio																				
À Descoberta de Si Mesmo	38,7	-	42,7	15,0	43,4	-	44,6	9,6	36,5	-	52,4	7,9	30,0	-	60,0	10,0	28,0	-	56,0	12,0
À Descoberta dos Outros e das Instituições	44,6	-	13,5	30,5	40,7	-	9,9	34,6	37,1	-	11,3	37,1	30,0	-	15,0	25,0	24,0	-	8,0	56,0
À Descoberta do Ambiente Natural	76,4	-	-	21,7	69,1	-	-	29,6	64,5	-	-	33,9	50,0	-	-	50,0	72,0	-	-	28,0
À Descoberta das Inter-relações entre espaços	48,4	-	35,8	15,0	53,0	-	33,7	13,3	55,6	-	30,2	14,3	70,0	-	10,0	20,0	20,0	-	60,0	20,0
À Descoberta dos Materiais e Objetos	15,2	38,2	30,0	16,4	13,6	44,4	25,9	16,0	14,5	43,5	25,8	16,1	15,0	30,0	35,0	20,0	8,0	44,0	24,0	24,0
Expressões Artísticas																				
Expressão e Educação Musical	39,2	38,2	17,7	4,3	42,2	34,9	13,3	9,6	41,3	30,2	15,9	12,7	40,0	25,0	30,0	5,0	50,0	37,5	4,2	8,3
Expressão e Educação Dramática	39,0	26,2	24,6	10,0	44,6	30,1	18,1	7,2	30,2	36,5	23,8	9,5	35,0	35,0	30,0	0,0	41,7	50,0	8,3	0,0
Expressão e Educação Plástica	77,1	13,8	7,9	1,0	75,9	12,0	10,8	1,2	71,4	12,7	14,3	1,6	60,0	5,0	35,0	0,0	91,7	4,2	0,0	4,2
Expressões Físico-Motoras																				
Deslocamentos e Equilíbrios	57,8	21,1	14,2	6,8	50,0	28,0	14,6	7,3	33,9	37,1	19,4	9,7	15,0	60,0	20,0	5,0	65,2	30,4	4,3	0,0
Perícias e Manipulações	47,5	28,9	19,0	4,5	37,8	32,9	24,4	4,9	22,6	38,7	32,3	6,5	5,0	35,0	55,0	5,0	43,5	39,1	17,4	0,0
Jogos Infantis	26,9	57,4	11,9	3,6	22,0	52,4	9,8	14,6	22,6	48,4	8,1	19,4	10,0	50,0	10,0	30,0	30,4	56,5	13,0	0,0

Tabela 3: Exemplo de um Relatório de Escola das Provas de Aferição (REPA) 2018

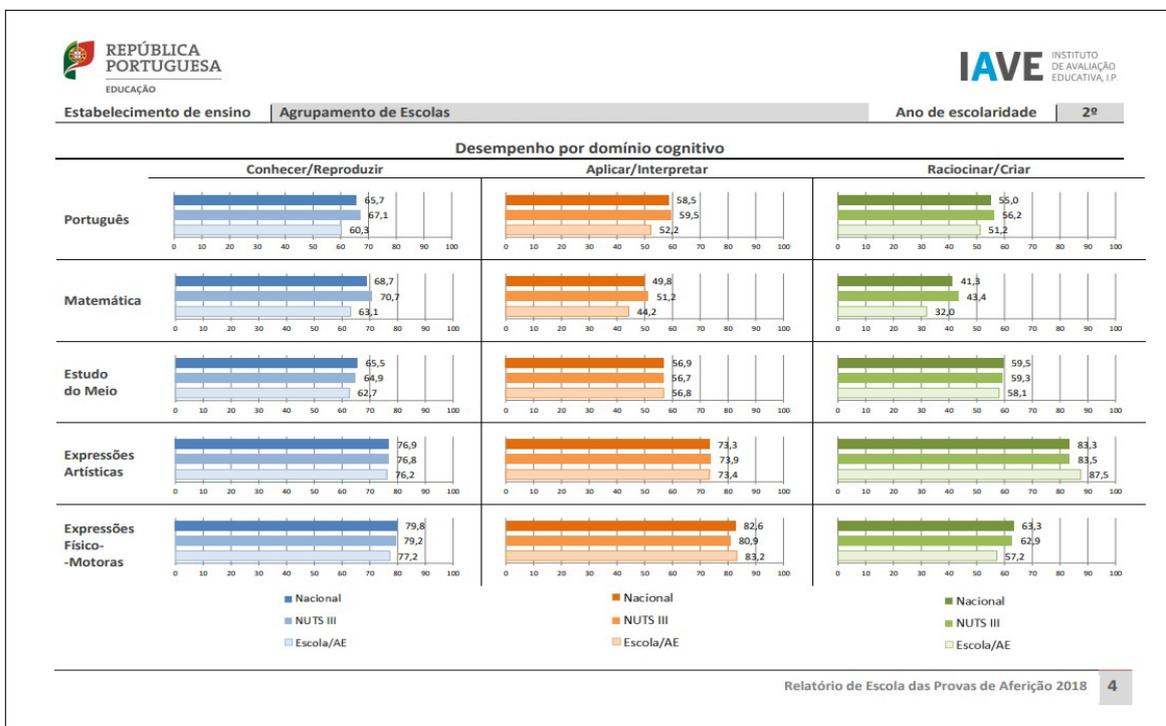


Tabela 4: Exemplo de Relatório de Escola das Provas de Aferição (REPA) 2018

Neste sentido, analisando e refletindo um pouco sobre os REPA e RIPA, cada escola tem uma visão mais ampla das suas turmas no contexto nacional, quais os seus pontos fortes e quais os aspetos que precisam ser melhorados, através da mobilização da informação destes relatórios, praticando uma planificação mais coerente com os mesmos e com as necessidades dos alunos, traçando estratégias dirigidas a áreas e a domínios menos conseguidos, corrigindo e consolidando alguns caminhos de aprendizagem, rumo ao respeito pelos diferentes ritmos individuais de cada um mas sempre com o grande objetivo de alcançar o sucesso educativo. Tendo por base o objetivo anterior, todos estes relatórios são alvo de uma análise cuidada no Conselho Pedagógico de cada agrupamento e posteriormente nos grupos disciplinares, de cada ano de escolaridade envolvido. Este é que constituiu o grande desafio pedagógico da educação, refletir para melhorar.

Os RIPA (ver anexo 1) descrevem ainda, de forma mais pormenorizada o desempenho de cada aluno, dando uma informação meramente qualitativa, valorizando mais o carácter formativo da educação. Estas informações são destinadas ao professor, aluno e respetiva família, com vista a um trabalho de parceria escola/casa, sendo apresentadas por domínio de cada disciplina e enquadram o seu desempenho em quatro classes:

“Conseguiram responder de acordo com o esperado (C);

Conseguiram responder de acordo com o esperado, mas podem ainda melhorar (CM);

Revelaram dificuldade na resposta (RD);

Não conseguiram responder de acordo com o esperado (NC) ou Não responderam (NR)“ (IAVE, 2017).

Fazendo uma breve análise aos resultados obtidos na disciplina de Matemática no ano de 2017, podemos constatar que mais de 50% dos alunos conseguiram responder de forma adequada ou apenas com falhas pontuais em todos os domínios matemáticos sendo que o domínio “*Organização e Tratamento de Dados*” foi o que obteve melhor prestação, seguido de “*Números e Operações*” e por último “*Geometria e Medida*”, como indica a tabela 5.

Provas de Aferição 2017, 2º ano de escolaridade
Alunos por categoria de desempenho (percentagem)

Áreas disciplinares/Domínios		C	CM	RD	NC/NR
Matemática	Números e Operações	42,9	26,9	22,1	8,1
	Geometria e Medida	32,1	30,2	29,1	8,6
	Organização e Tratamento de Dados	65,8	-	24,4	9,8

Provas classificadas: N = 95595 (Prova de Português e Estudo do Meio); N = 95597 (Prova de Matemática e Estudo do Meio); N = 97901 (Expressões Artísticas); N = 97545 (Expressões Físico Motoras)

Fonte: JNE/IAVE, Base de Dados PAEB2017.

C – Conseguiram; CM – Conseguiram, mas ...; RD – Revelaram dificuldade; NC/NR – Não conseguiram ou Não responderam.

Tabela 5: Alunos por categoria de desempenho

Fazendo uma simples análise do RIPA geral do mesmo ano, podemos verificar que os domínios “*Números e Operações*” e “*Geometria e Medida*” necessitam de uma planificação das aprendizagens de forma mais cuidada no exemplo do agrupamento mencionado na tabela 6, encontrando-se neste domínio numa média inferior aos resultados nacionais. Estes relatórios são sempre alvo de reflexão no Conselho Pedagógico, no Departamento do 1.º Ciclo e Conselho de Ano, no intuito de definir, rever ou reforçar estratégias e metas de atuação ou mesmo para a alteração de políticas educativas que visem colmatar estas lacunas, nos anos seguintes do ciclo.

Matemática	NACIONAL				AGRUPAMENTO DE ESCOLAS			
	C	CM	RD	NC	C	CM	RD	NC
Números e Operações	12,2	19,9	39,5	27,5	0,0	20,5	45,8	32,5
Geometria e Medida	27,0	28,4	32,1	12,4	12,0	28,9	44,6	14,5
Organização e Tratamento de Dados	61,2	5,3	22,4	9,6	61,4	4,8	27,7	6,0

Tabela 6: Relatório de Escola das Provas de Aferição 2017 (IAVE)

Até 2017, a avaliação era feita a nível de escola, não havendo uniformização de elementos de avaliação e correspondentes classificações. A partir de 2017, a predominância exclusiva da avaliação interna em Portugal foi interrompida, uma vez que os alunos passaram assim a ser avaliados por elementos exteriores à sala de aula e à escola. Desta forma, o Ministério da Educação passou a monitorizar o desenvolvimento do currículo, podendo atuar numa forma colaborativa para a

melhoria das aprendizagens de todos os alunos, como é o caso da disciplina de Matemática. Além disso, as escolas e respetivos professores passaram a ser confrontados com os resultados obtidos pelos seus alunos, não numa ótica de “avaliação” propriamente dita, mas numa forma mais reflexiva sobre o trabalho desenvolvido e as perspetivas de melhorias futuras.

2.3 O caso de sucesso português – Competições Nacionais de Ciência (CNC) – em particular as competições online promovidas pelo Projeto PmatE

O projeto intitulado PmatE¹⁰ (Projecto Matemática Ensino da Universidade de Aveiro) surgiu na Universidade de Aveiro em 1989, no Departamento de Matemática, no intuito de combater o insucesso na disciplina de Matemática, com ideias inovadoras “(...) cujo objetivo era a aplicação das tecnologias de comunicação e informação na promoção da aprendizagem Matemática” (Silva, Freitas, Oliveira, & Silva, 2018), aumentando desta forma o gosto e o sucesso nesta disciplina.

Desde a data em que foi criado, o Projeto PmatE tem vindo a desenvolver diversos conteúdos digitais parametrizados abrangendo vários ciclos de ensino, desde o ensino básico, secundário e superior, conteúdos esses que se encontram disponíveis numa Plataforma de Ensino Assistido por computador (PEA). Esta plataforma permite a gestão pelos professores das turmas/alunos envolvidos, os seus registos para que treinem online para as competições, a consulta do desempenho dos alunos e a análise dos respetivos resultados, entre outras funcionalidades. Estas competições abrangem todo o conteúdo curricular dos ciclos em questão, culminando nas competições presenciais no terceiro trimestre letivo, na Universidade de Aveiro.

O trabalho na plataforma do Projeto PmatE permite ao aluno decidir quando é que quer trabalhar sozinho (por exemplo no tempo de estudo autónomo em casa) ou em interação com os outros (quando tem de partilhar com os colegas o

¹⁰ Disponível em <https://pmate.ua.pt/oficial/>

equipamento informático na sala de aula). Segundo Descalço & Oliveira (2018), num dos seus estudos sobre esta plataforma entre 2015-2017, concluíram que os alunos passavam muito do seu tempo livre a praticar para esta competição, o que leva a crer que se sentem motivados com a participação na mesma.

Este desempenho dos alunos nos treinos é sempre analisado por professores e alunos, na tentativa de detetar falhas cometidas com vista à sua correção e melhorando o seu desempenho na competição. Esta análise tem ainda como objetivo “(...) *conduzir, por exemplo, à seleção dos “melhores” alunos e equipas a participar na competição, bem como definir estratégias para alcançar melhores resultados*” (Silva, Freitas, Oliveira, & Silva, 2018).

No que se refere mais especificamente às provas do Projeto PmatE, há então duas modalidades a ter em atenção – treino e competição. As provas de treino ficam disponíveis de imediato aos alunos inscritos, enquanto a versão de competição final só será conhecida no dia da prova final. Como referem Silva, Freitas, Oliveira & Silva (2018) estas provas são organizadas por níveis, usando um MGQ permitindo que provas a ser aplicadas simultaneamente sejam distintas, mas mantendo o mesmo grau de dificuldade, o mesmo objetivo didático e pedagógico. Este MGQ possui um pequeno texto introdutório e quatro itens possíveis de resposta (Verdadeiro ou Falso) de entre um leque de k opções ($k \geq 4$). No entanto, as opções de resposta podem ter combinações de verdadeiro/falso, serem todas verdadeiras ou mesmo todas falsas, como é demonstrado na ilustração 1.



Ilustração 1- Exemplo de modelo criado para o PmatE

Nesta forma de competição são atribuídos pontos pelos níveis completos e duas “vidas” por nível, aproximando esta competição dos jogos digitais – gamificação. Este tipo de “jogo” mantém o nível de interesse, motivação e aprendizagem dos alunos, uma vez que, para muitos alunos, as competições são cruciais para a sua motivação e aprendizagens efetivas, combinando a colaboração e o estudo individual. Esta será, sem dúvida, a chave do sucesso pois “*A competição, sendo uma atividade bem estruturada e com objetivos concretos, pode ser encarada como um fator de motivação, interesse e entusiasmo para os estudantes*”, como afirma (Silva, Freitas, Oliveira, & Silva, 2018).

Em 1991, o Projeto PmatE criou a primeira competição de Matemática, a Equamat. Atualmente as Competições Nacionais de Ciência (CNC)¹¹, criadas a partir da filosofia inicial do Projeto PmatE, incluem um conjunto de doze competições nas áreas de Matemática, Biologia, Geociências, Física, Química, Português e Literacia Financeira, sendo destinadas a alunos desde o 1.º Ciclo do Ensino Básico ao Ensino Secundário. Como preparação para as competições, este Projeto disponibiliza versões de treino na sua plataforma online, culminando com

¹¹ Disponível em <http://pmate4.ua.pt/cnc/index.php/sobre-nos/o-que-sao-as-cnc>

dois eventos nacionais: um evento em rede e outro presencial, na Universidade de Aveiro.

De salientar que estas competições foram já merecedoras de destaques internacionais nomeadamente, em 2009 e 2011, sendo consideradas pelos projetos europeus STELLA (Science Teaching in a Lifelong Learning Approach) e STENCIL (Science Teaching European Network for Creativity and Innovation in Learning)¹² como um exemplo de boas práticas educativas, uma vez que os seus principais objetivos são ajudar no combate ao insucesso e abandono escolar, desenvolver nos alunos conhecimentos científicos nas diversas áreas, aumentar o gosto pelo saber e pela aprendizagem, promover o uso de computadores, tablets, smartphones, com treinos disponíveis online, incentivando a sua utilização ao serviço da aprendizagem e na difusão do conhecimento, através de um desafio constante, numa procura de superação das suas capacidades.

Com mais de 30 anos de experiência na criação de conteúdos educacionais, o Projeto PmatE tem agora como novo desafio tornar-se cada vez mais abrangente, permitindo a um maior número de utilizadores e áreas científicas, a utilização dos seus recursos.

2.4 O Modelo Gerador de Questões (MGQ) – etapas da programação de um modelo (exemplo)

Um MGQ é um gerador de questões, sobre um tema escolhido (neste caso Matemática), obedecendo a uma determinada classificação por objetivos didáticos de ensino/aprendizagem e por níveis de dificuldade. As questões geradas, de forma aleatória são, quando concretizadas, constituídas por um texto inicial comum e por quatro itens (frases ou porções de frase) que formam quatro proposições distintas. Os quatro itens são designados, usualmente, por respostas. O porquê da geração aleatória das questões advém da parametrização de expressões, sendo que o domínio dos parâmetros é definido no momento da conceção do modelo. Quando um modelo é concretizado, a questão apresentada tem quatro itens de resposta.

¹² Disponível em <https://pmate.ua.pt/cnc/>

Contudo, o modelo pode ter mais do que quatro opções de resposta, no entanto, cada vez que o MGQ é concretizado, o aluno apenas visualiza, e tem de validar, quatro dessas possibilidades, que são geradas aleatoriamente da totalidade de possibilidades existentes no MGQ (Vieira, Carvalho, & Oliveira, 2004).

Deste modo, as possibilidades de resposta não se repetem, o que faz com que alunos em computadores localizados lado a lado estejam a visualizar diferentes concretizações do jogo, com os mesmos objetivos e nível de dificuldade, mas todas elas provenientes do mesmo MGQ.

Por outro lado, em cada nível do jogo podem existir vários MGQ, mas quando esse nível é gerado, apenas um desses MGQ será selecionado aleatoriamente.

Desta forma, a complexidade técnica de MGQ impunha, só por si, um programador dedicado unicamente a esta tarefa. No entanto, a construção de uma plataforma web, que permite a criação de MGQ por parte dos professores veio incentivar à criação de novos conteúdos em diversas áreas científicas do currículo do ensino nacional, disponível em qualquer computador com acesso à internet.

A construção destes modelos é sempre um processo longo e um trabalho colaborativo, que envolve essencialmente a participação de professores, especialistas de conteúdos, programadores informáticos e ilustradores. A sua elaboração inicia-se com uma fase de conceção bastante criativa do(s) autor(es), que consiste na identificação de conteúdos relevantes de acordo com o público-alvo a que se destinam, do contexto e dos objetivos de aprendizagem.

Assim sendo, podemos considerar para a elaboração de um modelo, na plataforma ModelMaker, cinco etapas principais:

1. Catalogação;
2. Questão;
3. Respostas e validações;
4. Criação de dicas (opcional);
5. Concretização e submissão.

Etapas 1- Catalogação (ilustração 2)

Na catalogação de um MGQ, temos a considerar: Área Científica, Área, Tema, Subtema, Objetivo, Ciclo de Ensino, Nível de Dificuldade, Tipo de Modelo e, quando necessário, Informação Adicional sobre o modelo.

Ilustração 2: Catalogação do modelo ID_11971 (codificação atribuída posteriormente)

Etapa 2- Questão (ilustração 3)

Para inserir a questão, são disponibilizadas várias funcionalidades, tais como, um “editor de texto”, um “editor de equações”, entre outras, com todas as funções básicas necessárias para dar um desenho adequado ao texto.

Ilustração 3: Questão do jogo do modelo ID_11971

Para uma parametrização de variáveis é necessário colocá-las entre símbolos “\$” (na ilustração anterior temos os exemplos \$nome\$, \$a\$ e \$b\$), seguidamente são classificadas (Inteira, Decimal, Texto, Função Matemática, Gráfico, Dependente, etc). No caso da representação anterior, o valor “concretizado” da variável \$a\$ dependerá da variável imagem.

Etapa 3 - Respostas e validações (ilustração 4, 5, 6 e 7)

Para cada MGQ, serão formuladas, pelo menos, quatro opções de resposta, com respectivas parametrizações. A validação de cada resposta é feita usando caixas, variáveis e combinações lógicas.

The screenshot shows a question editor interface. The main content area contains two options:

c1_1	O \$nome\$ montou 5 \$a\$.
c1_2	O \$nome\$ montou apenas 4 \$a\$.

Below the options is a 'body' section and a 'Carregar Var-Resp' button. On the right, there is a 'Variáveis' panel with tabs for 'Normal', 'Função', and 'a=val if b'. A dropdown menu shows '-- Seleção Variável --' and an 'Inserir Var' button. Below this, the 'Resposta Visível:' section shows 'Resposta 1' selected in a dropdown and 'ESTADO:' checked.

The 'Validando Resposta:' panel contains the following configuration options:

- Dropdown: -- Seleção Variável --
- Dropdown: -- Seleção Intervalo --
- Dropdown: -- Seleção Caixa --
- Radio buttons: E OU
- Text: * Pode editar diretamente na caixa de texto...
- Text input: (c1_1)
- Settings gear icon

Ilustração 4: Resposta 1 e respectiva validação (modelo ID_11971)

The screenshot shows a question editor interface. The main content area contains two options:

c2_1	Para montar apenas 3 \$a\$ o \$nome\$ necessitaria de 12 rodas.
c2_2	Para montar apenas 2 \$a\$ o \$nome\$ necessitaria de 4 rodas.

Below the options is a 'body' section and a 'Carregar Var-Resp' button. On the right, there is a 'Variáveis' panel with tabs for 'Normal', 'Função', and 'a=val if b'. A dropdown menu shows '-- Seleção Variável --' and an 'Inserir Var' button. Below this, the 'Resposta Visível:' section shows 'Resposta 2' selected in a dropdown and 'ESTADO:' checked.

Validando Resposta:

-- Selecione Variável -- -- Selecione Intervalo -- 

-- Selecione Caixa -- E OU

* Pode editar diretamente na caixa de texto...

{c2_1}



Ilustração 5: Resposta 2 e respetiva validação (modelo ID_11971)

Fonte 

c3_1	Com 12 rodas o Snome\$ conseguiria montar 4 Sa\$.
c3_2	Os 5 Sa\$ usam o total de rodas do jogo.

body

Carregar Var-Resp

Variáveis

Normal Função a=val if b

-- Selecione Variável --

Inserir Var

Resposta Visível:

Resposta 3

ESTADO:

Validando Resposta:

-- Selecione Variável -- -- Selecione Intervalo -- 

-- Selecione Caixa -- E OU

* Pode editar diretamente na caixa de texto...

{c3_2}



Ilustração 6: Resposta 3 e respetiva validação (modelo ID_11971)

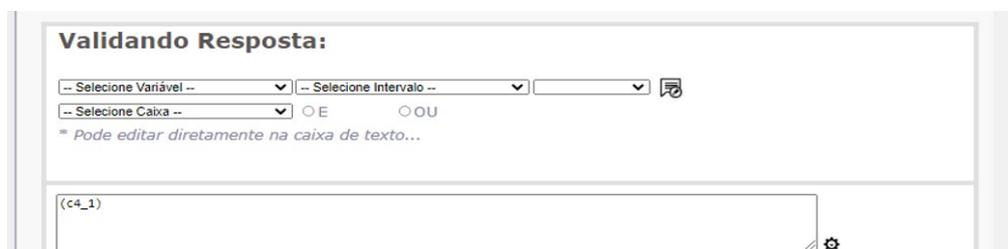
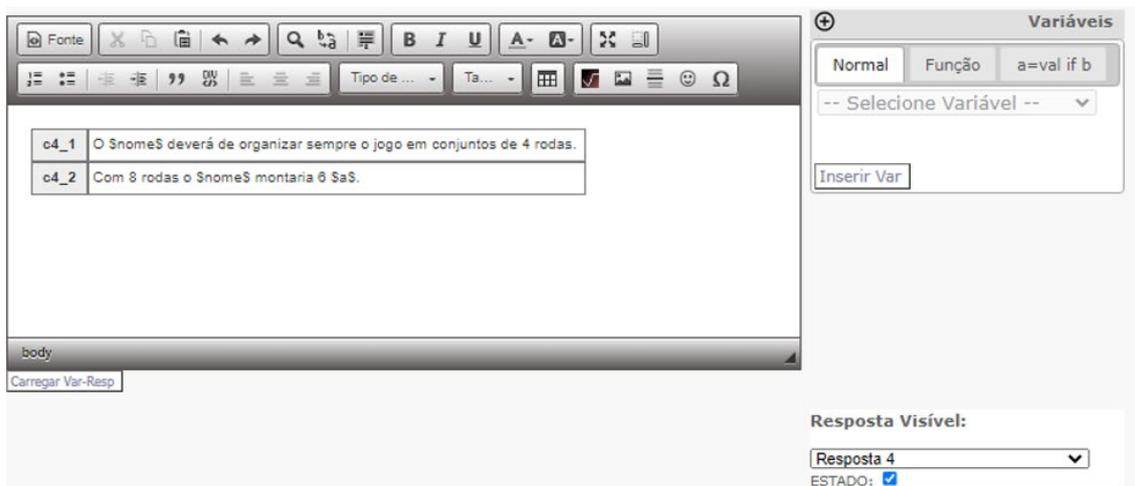


Ilustração 7: Resposta 4 e respetiva validação (modelo ID_11971)

Etapa 4 - Criação de dicas (opcional)

Esta opção permite criar algumas pistas e/ou sugestões de resolução que levem o aluno a encontrar soluções. Apesar de ser uma das etapas, não é muito utilizada para não condicionar as respostas dos alunos.

Etapa 5 - Concretização e submissão (ilustração 8)

A última etapa corresponde à concretização do modelo, onde podemos visualizar uma versão similar à que será disponibilizada ao aluno, incluindo a questão e as quatro possibilidades de resposta. Após a submissão, este modelo ficará pronto para integrar o jogo a que se destina.

Gerador de Questão



O Leonardo recebeu um jogo com peças para montar caminhões. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Leonardo tem que usar todas as rodas.
Sabendo que cada caminhão tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.

Gerador de Resposta

O Leonardo montou apenas 4 caminhões.	<input type="checkbox"/>
Para montar apenas 2 caminhões o Leonardo necessitaria de 4 rodas.	<input type="checkbox"/>
Com 12 rodas o Leonardo conseguiria montar 4 caminhões.	<input type="checkbox"/>
O Leonardo deverá de organizar sempre o jogo em conjuntos de 4 rodas.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ilustração 8: Concretização do modelo ID_11971

Seguidamente apresentamos três concretizações da versão disponibilizada ao aluno, do modelo ID_11971, descrito anteriormente.

O Leonardo recebeu um jogo com peças para montar skates. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Leonardo tem que usar todas as rodas.
Sabendo que cada skate tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



Com 8 rodas o Leonardo montaria 6 skates.

Com 12 rodas o Leonardo conseguiria montar 4 skates.

Para montar apenas 2 skates o Leonardo necessitaria de 4 rodas.

O Leonardo montou 5 skates.

V
F

V
F

V
F

V
F

O Vasco recebeu um jogo com peças para montar carros. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Vasco tem que usar todas as rodas. Sabendo que cada carro tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



Para montar apenas 3 carros o Vasco necessitaria de 12 rodas.

Ov
Cf

Com 8 rodas o Vasco montaria 6 carros.

Ov
Cf

Com 12 rodas o Vasco conseguiria montar 4 carros.

Ov
Cf

O Vasco montou 5 carros.

Ov
Cf

O Vicente recebeu um jogo com peças para montar carrinhas. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Vicente tem que usar todas as rodas. Sabendo que cada carrinha tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



O Vicente deverá de organizar sempre o jogo em conjuntos de 4 rodas.

Ov
Cf

Para montar apenas 2 carrinhas o Vicente necessitaria de 4 rodas.

Ov
Cf

O Vicente montou apenas 4 carrinhas.

Ov
Cf

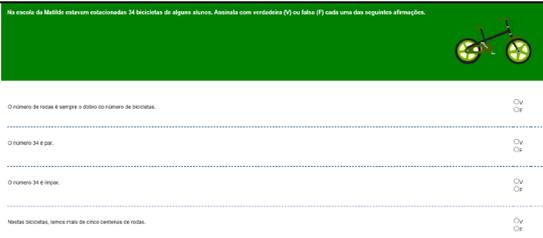
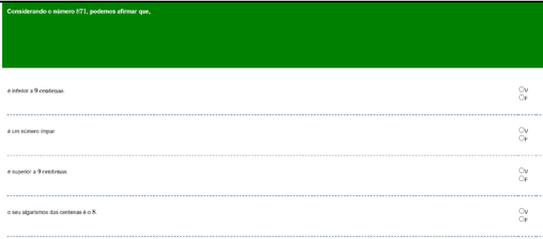
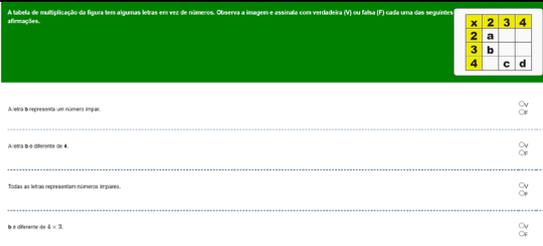
Os 5 carrinhas usam o total de rodas do jogo.

Ov
Cf

Ilustração 9: Três diferentes concretizações do modelo ID_11971

Para a construção de prova online no PmatE, principiámos por criar uma prova de treino com cinco modelos, posteriormente, foi criada uma segunda prova de treino, com os restantes cinco modelos. Numa fase final, os modelos foram organizados por grau de dificuldade e foi criada a prova final que incluiu os dez modelos criados.

Na tabela 7 estão identificados os dez modelos, criados no âmbito do PmatE, para a competição do 2.º ano de escolaridade, sobre o domínio matemático “*Números e Operações*”. Alguns exemplos das concretizações destes modelos poderão ser consultados em anexo (anexo 5).

ID_Modelo	Breve descrição	Exemplo de concretização
11953	Números inteiros não negativos (palavra MATEMÁTICA)	 <p>(Anexo 5.1)</p>
11956	Números pares/ímpares (rodas das bicicletas)	 <p>(Anexo 5.2)</p>
11958	Adição (tabela com pontuação)	 <p>(Anexo 5.3)</p>
11939	Números pares/ímpares/leitura por ordens	 <p>(Anexo 5.4)</p>
11954	Tabuada 2,3,4	 <p>(Anexo 5.5)</p>

11957	Números pares/ímpares, leitura por ordens	<p>De acordo com o que aprendemos sobre os números pares e ímpares, assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.</p> <p>Todos os múltiplos de 1057 são números ímpares. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>Para classificar se um número é ímpar analisamos a ordem das unidades. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>Todos os múltiplos de 12 são números ímpares. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>O número 1050 é par. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(Anexo 5.6)</p>
11963	Números pares/ímpares, leitura por ordens, múltiplos	<p>O Miguel esteve a contar o número de vezes que apareceu o algarismo 8, nos números inteiros entre 220 e 260. Assinala como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.</p> <p>O algarismo 2 aparece nouca a posição das centenas. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>220 e 260 são ambos múltiplos de 2. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>O dígitos centos mil de uma dezena de vezes o algarismo 9 na ordem das unidades. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>Entre 220 e 260, o algarismo 9 surge em quatro diferentes números, na ordem das unidades. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(Anexo 5.7)</p>
11969	Divisão (queques)	<p>Na sua festa de aniversário a Sara confeccionou 24 queques para levar aos seus amigos de escola. Ela quer organizar saquinhos com a mesma quantidade de queques cada um.</p> <p>Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.</p> <p>Não é possível distribuir os queques em sacos com 3 unidades cada um. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>A Sara consegue garantir os sacos em sacos de 3 unidades. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>24 é a quantidade mínima de sacos a utilizar para distribuir os queques de igual forma. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>A Sara consegue organizar todos os queques em sacos em 5 queques cada um. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(Anexo 5.8)</p>
11971	Multiplicação/divisão (rodas)	<p>O Vicente recebeu um jogo com peças para montar carrinhos. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Vicente tem que usar todas as rodas.</p> <p>Sabendo que cada carrinho tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.</p> <p>Com 12 rodas o Vicente consegue montar 4 carrinhos. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>O Vicente montou apenas 4 carrinhos. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>Para montar apenas 2 carrinhos o Vicente necessita de 8 rodas. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>O Vicente deverá de organizar sempre 4 jogs em conjuntos de 4 rodas. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(Anexo 5.9)</p>
11965	Frações (balões)	<p>Para a festa de final de ano da escola, o professor Paulo montou muitos balões coloridos para decorer o recinto. Os balões da imagem são um quinto do total de balões usados na festa.</p> <p>$\frac{1}{5}$ representa a fração de balões da imagem, relativos ao total de balões usados na festa. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>Foram usados na festa menos de uma dezena de balões. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>8 balões representa $\frac{1}{5}$ dos balões usados na festa. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>$\frac{1}{5}$ representa a fração de balões da imagem, em relação ao total de balões usados na festa. <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(Anexo 5.10)</p>

Tabela 7: 10 modelos criados para a competição online PmatE – 2.º ano

CAPÍTULO III – Noções estatísticas para a análise e interpretação de dados

“Sem dados você é apenas mais uma pessoa com uma opinião.”

William Edwards Deming (1900 – 1993)

O capítulo que a seguir se apresenta, centra-se no estudo de algumas noções de Estatística para posteriormente se proceder à análise estatística de um questionário sobre a disciplina favorita, tarefas e sentimentos em relação à disciplina de Matemática, numa turma do 2.º ano de escolaridade do Ensino Básico, bem como analisar os resultados de jogos matemáticos após a aplicação de diversificadas estratégias de ensino/aprendizagem, ao longo do ano letivo. Estes jogos foram aplicados em versão online e papel, após períodos de treino.

No final foi aplicado um breve questionário para aferir as motivações dos alunos em relação aos jogos efetuados.

O foco da investigação reside na análise dos dados em relação a toda a turma para assim interpretar, numa forma mais próxima da realidade, os dados recolhidos.

3.1 Breve evolução do papel da Estatística na sociedade

Nos dias de hoje, é muito importante obter conhecimentos estatísticos para analisar os dados recolhidos sobre as mais vastas áreas de conhecimento, para através da reflexão sobre esse conjunto de dados traçar novos rumos, reformular caminhos a percorrer, isto porque a Estatística “... é uma “arte” e uma ciência que permite tirar conclusões e de uma maneira geral fazer inferências a partir de um conjunto de dados.” (Martins M. G., 2005)

São várias as áreas que se apoiam no importante papel da análise Estatística para estudar diversificados temas como a medicina, controlo de qualidade de várias empresas, estudos de mercado, pedagogia, impacto das alterações climáticas, fluxos migratórios, educação, emprego, novas oportunidades, entre outros.¹³ Num sentido mais amplo, podemos dizer que esta ciência tem por objetivo fazer uma análise dos dados obtidos, ordenando-os e relatando-os para posteriormente efetuar uma interpretação e possível utilização na previsão de ocorrências futuras.

¹³ Disponível em: <http://alea-estp.ine.pt/>

Assim sendo, faz sentido dividir a Estatística em duas partes distintas: a Estatística Descritiva, que se baseia no estudo das características de uma dada amostra e a Estatística Indutiva, que efetua a generalização de um conjunto de resultados, tendo por suporte uma amostra de uma dada população ou universo.

É claro que a Estatística, tal como a conhecemos hoje, sofreu diversas alterações ao longo dos tempos.

A partir da organização das sociedades primitivas, gerou-se a necessidade de conhecer determinadas características da sua população, efetuar a contagem da mesma, saber quais os seus rendimentos, composição, entre outros.

As primeiras análises estatísticas foram realizadas pelos governadores das antigas civilizações para melhor conhecer as suas populações no intuito de criar leis para cobrar impostos sobre os seus bens, bem como calcular o número de homens disponíveis para o combate. Facilmente se percebe que estas estatísticas eram praticamente limitadas ao género masculino. O primeiro registo sobre um levantamento estatístico refere Heródoto como seu mentor¹⁴, quando em 3050 a.C. efetuou um estudo sobre as riquezas possuídas pela população do Egito, com a finalidade de averiguar quais os meios humanos e económicos que existiam na época, para a construção das famosas pirâmides. No entanto, há posteriores notícias de registos estatísticos pelo profeta Moisés na Bíblia, pelo povo romano, pelo imperador César Augusto e por outras personalidades importantes espalhadas pelo mundo inteiro.¹⁵

Até ao princípio do século XVII, a utilidade da Estatística estava um pouco reduzida ao estudo dos assuntos dos governantes de cada país, uma Estatística Descritiva, com a mera técnica de contagem, revelando numericamente fatos ou acontecimentos analisados.

“No século XVII, com os “aritméticos políticos”¹⁶, nomeadamente John Graunt (1620-1674) e Sir William Petty (1623-1687), inicia-se em Inglaterra uma nova fase de desenvolvimento da Estatística, virada para a análise dos fenómenos observados – fase da Estatística Analítica”. Nesta nova era da Estatística foram

¹⁴ Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/>

¹⁵ Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/>

¹⁶ A designação de “aritméticos políticos” estava relacionada com as personalidade que se interessavam pelo estudo estatístico de acontecimentos sociais e políticos do país.

encontrados registos posteriores de comerciantes, astrónomos, médicos... demonstrando que esta ciência tinha um papel importante e crescente nas diversas áreas daquela época e não apenas aos assuntos de Estado.

É neste século, XVII, que se desenvolve o Cálculo das Probabilidades dando um papel mais abrangente à Estatística, sendo esta um instrumento científico de grande valor e insubstituível, considerando-se assim uma nova etapa – a inferência estatística uma vez que a partir de observações e registo de variáveis se realizaram previsões partindo das relações estabelecidas entre os dados.

Assim sendo, *“A palavra Estatística surge, pela primeira vez, no séc. XVIII. Alguns autores atribuem esta origem ao alemão Gottfried Achemmel (1719-1772), que teria utilizado pela primeira vez o termo statistik, do grego statizein; outros dizem ter origem na palavra estado, do latim status, pelo aproveitamento que dela tiravam os políticos e o Estado.”*¹⁷

Em Portugal, só em 1935 é que se criou o Instituto Nacional de Estatística (INE) uma vez que “O contexto europeu dos anos 30, altura em que, em Portugal, nasce uma entidade centralizadora da informação estatística – o Instituto Nacional de Estatística (INE), é caracterizado pela diversidade de padrões ideológicos e de opções político-económicas nacionais no contexto europeu (...).”¹⁸ (Instituto Nacional de Estatística, 2006).

Em suma, a nossa vida é muitas das vezes condicionada por dados que, mesmo sem nos apercebermos, usamos na tomada de decisões no nosso quotidiano!

3.2 A Estatística no 1.º CEB

Dada a importância do papel estatístico na nossa sociedade, transversal a todas as áreas, é importante que a Estatística faça parte dos currículos e programas de todos os níveis de escolaridade, mesmo a partir do pré-escolar uma vez que *“O objetivo do ensino da Estatística, a nível elementar, é, antes de mais, promover a literacia estatística, ensinando os alunos a ler e interpretar dados.”* para que no futuro sejam cidadãos com capacidade de optar com

¹⁷ Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/>

¹⁸ Disponível em www.ine.pt/xurl/pub/143575.

consciência, informação e inteligência, quer no campo profissional, quer no campo pessoal (Martins & Ponte, 2010).

O progressivo desenvolvimento da Estatística e a crescente necessidade de conhecimentos estatísticos já acima mencionados para enfrentar situações diárias, conduziram a uma preocupação crescente com a literacia estatística, em conformidade com o que aconteceu com a literacia matemática, imposta por uma quantificação cada vez mais presente na vida da sociedade. Nesta perspetiva, e com a clara noção que este conhecimento deverá ultrapassar a própria disciplina de Matemática, tornando-se parte integrante e transversal a todas as disciplinas, está subjacente e consagrada no documento *“Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória”*(2017), como por exemplo no parágrafo transcrito: *“As competências na área de Pensamento crítico requerem observar, identificar, analisar e dar sentido à informação, às experiências e às ideias e argumentar a partir de diferentes premissas e variáveis. Exigem o desenho de algoritmos e de cenários que considerem várias opções, assim como o estabelecimento de critérios de análise para tirar conclusões fundamentadas e proceder à avaliação de resultados. O processo de construção do pensamento ou da ação pode implicar a revisão do racional desenhado.”* (Martins, et al., 2017).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência, 2012) abrange o domínio “Organização e Tratamento de Dados” nos três ciclos. Segundo Martins & Ponte (2010) cada aluno durante o seu percurso escolar deverá adquirir o conhecimento de conceitos e suas representações no intuito de perceber e ter a capacidade de produzir informação estatística, usando-a para resolver situações-problema e tomar decisões de forma o mais informada possível. O programa faz ainda referência à compreensão da noção de probabilidade e sua aplicabilidade.

Desta forma, o Programa de Matemática apresenta como intenção principal de ensino, no 1.º Ciclo do Ensino Básico, desenvolver nos alunos a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos assim como de os recolher, organizar e representar, com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com o seu quotidiano, envolvendo-os progressivamente nas tarefas e promovendo a literacia estatística das crianças portanto *“(…) não se*

pretende que os alunos, quando acabam o ensino básico, sejam capazes de realizar estudos estatísticos sofisticados, mas sim que compreendam e saibam utilizar a linguagem básica e as ideias fundamentais da Estatística, desde a formulação de questões a investigar à interpretação dos resultados.” (Martins & Ponte, 2010)

Como referido anteriormente, o domínio *Organização e Tratamento de Dados* (OTD) é um dos três domínios abordados no 1.º Ciclo, sendo os restantes domínios *Números e Operações* (NO) e *Geometria e Medida* (GM).

Todos os temas, neste ciclo de ensino, são apresentados de forma gradual, iniciando-se por um tratamento experimental e muito concretizado (com materiais manipuláveis estruturados e não estruturados, situações vivenciadas...), avançando-se posteriormente para uma aprendizagem mais abstrata. No caso concreto do domínio OTD “(...) *é dada ênfase a diversos processos que permitem repertoriar e interpretar informação recolhida em contextos variados, aproveitando-se para fornecer algum vocabulário básico da Teoria dos Conjuntos, necessário à compreensão dos procedimentos efetuados. No 3.º ano é apresentada a noção de frequência absoluta e, no 4.º ano, a de frequência relativa bem como a representação de números racionais sob forma de percentagem.” (Ministério da Educação e Ciência, 2012).*

A execução de trabalhos/projetos, em particular na disciplina de Estudo do Meio, pode desencadear questões bastante interessantes e motivadoras envolvendo a OTD, usando como estratégia de sala de aula o trabalho de pares ou em pequenos grupos, uma vez que “(...) *as investigações desenvolvidas apontam para o benefício do trabalho de grupo para a motivação do aluno na aquisição de saberes e para o desenvolvimento de competências sociais, pois permite que estes partilhem ideias/ opiniões/interesses e mobilizem as suas vivências, podendo desta forma contribuir para a integração curricular.” (Pereira, Cardoso, & Rocha, 2015)*

Na tabela 8 está representado o domínio OTD para o 1.º Ciclo e sua divisão por anos de escolaridade. Neste contexto, segundo Groth (2007) “(...) *a investigação relativa à base dos conhecimentos especializados para o ensino da Estatística deve continuar a crescer*”, uma vez que é reconhecido pelo autor que “(...) *o ensino eficaz é dependente do conhecimento do professor.*” A importância deste tema e a sua

evolução na própria abordagem temática nos programas de 1º ciclo é também um dos aspetos essenciais para a realização deste trabalho, daí ser importante perceber bem a sua estruturação ao longo do Ciclo.

OTD1	<p>Representação de conjuntos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conjunto, elemento pertencente a um conjunto, cardinal de um conjunto; - Diagramas de Venn com conjuntos disjuntos. <p>Representação de dados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gráfico de pontos e pictograma em que cada figura representa uma unidade.
OTD2	<p>Representação de conjuntos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reunião e interseção de conjuntos; - Diagramas de Venn e Carroll. <p>Representação de dados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos, de barras e pictogramas em diferentes escalas; - Esquemas de contagem (<i>tally charts</i>).
OTD3	<p>Representação e tratamento de dados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Diagramas de caule-e-folhas; - Frequência absoluta; - Moda; - Mínimo, máximo e amplitude; - Problemas envolvendo análise e organização de dados, frequência absoluta, moda e amplitude.
OTD4	<p>Tratamento de dados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Frequência relativa; - Noção de percentagem; - Problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas.

Tabela 8: Domínio de Organização e Tratamento de Dados - 1.º Ciclo do Ensino Básico (Ministério da Educação e Ciência, 2012)

Analisando a tabela 8 e a tabela 9, podemos verificar que o Programa de Matemática contempla a OTD numa lógica de análise de dados, envolvendo os alunos ao longo deste 1.º Ciclo num conhecimento progressivo dos conceitos deste domínio, valorizando a literacia estatística desde os primeiros anos de escolaridade e dando depois continuidade a este domínio nos ciclos seguintes, desenvolvendo o pensamento, o raciocínio, a capacidade de compreensão, produção de informação estatística, assim como a utilização dessa mesma informação para a

resolução de problemas e a tomada de decisões críticas e argumentadas na vida adulta.

1.º ciclo	2.º ciclo	3.º ciclo
<i>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</i>	<i>Representação e interpretação de dados</i>	<i>Planeamento estatístico</i>
- Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos	- Formulação de questões	- Especificação do problema
- Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll	- Natureza dos dados	- Recolha de dados
- Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas- Gráficos de barras	- Tabelas de frequências absolutas e relativas	- População e amostra
- Moda	- Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas	<i>Tratamento de dados</i>
- Situações aleatórias	- Média aritmética	- Organização, análise e interpretação de dados
	- Extremos e amplitude	- histograma
		- Medidas de localização e dispersão
		- Discussão de resultados
		<i>Probabilidade</i>
		- Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória
		- Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento

Tabela 9: Domínio de Organização e Tratamento de Dados - Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007)

Gal e Garfield (1997) citados por *Fernandes (2009)*, consideram que os alunos de qualquer nível de escolaridade, depois de concluírem o estudo da Estatística, se devem tornar cidadãos capazes de:

- compreender e lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística no mundo à sua volta e participar efetivamente na sociedade de informação emergente;
- contribuir para ou tomar parte na produção, interpretação e comunicação de dados de problemas que encontram na vida profissional.

Em síntese, podemos verificar que o estudo do tema de Estatística na escolaridade obrigatória vai sendo cada vez mais aprofundado, fazendo parte de todos os programas escolares de Matemática dos diferentes níveis de escolaridade.

3.3 Aquisição de dados. Sondagens e experimentações. Métodos de amostragem

“Behind every statistical statement there is a story, and like a story it has a beginning, a middle, an end, and a moral.” (Tannenbaum, 1998)

A Estatística, como vimos anteriormente, é uma área de grande importância da Matemática e de outras ciências, pois em todas elas há necessidade de *“(...) saber “o que medir” e “como medir”. A Estatística é a ciência que ensina a recolher dados válidos, assim como interpretá-los.”* (Martins M. G., 2005).

Para efetuar qualquer recolha de dados é necessário clarificar o conceito de população e amostra. Podemos dizer que a população é o conjunto de todos os elementos com uma ou mais características em comum que se pretendem estudar. Os elementos podem ser pessoas ou não. Estes elementos são designados de unidades estatísticas. No que se refere à amostra, esta designa um subconjunto representativo de dados de uma população, tendo como finalidade obter informação sobre esta. Portanto, é a partir da população que é retirada a amostra fazendo-se posteriormente inferências dessa mesma população, para as finalidades pretendidas.

Clarificadas as noções de população e amostra, uma **sondagem** é um estudo estatístico de uma dada população, efetuado a partir de uma amostra, com o objetivo de se analisar uma ou várias características, evidenciadas nessa população.

“Atender à opinião de apenas 800 ou 1000 pessoas para representar toda a população portuguesa é algo que causa estranheza e até indignação a algumas pessoas por estas se considerarem que são únicas e irrepetíveis e que as suas opiniões e comportamentos não podem ser determinados através da informação dada pelos outros; mas na realidade os seres humanos não escapam às leis da Estatística e por isso os estudos de mercado e de opinião são capazes de, a partir de uma amostra, descrever com fiabilidade a totalidade da população.” (Vicente, 2012)

Para efetuar então qualquer estudo de mercado ou de opinião é necessário definir a população alvo.

É extremamente importante escolher cuidadosamente o método de amostragem, fazendo o seu planeamento, no intuito de se retirar o máximo de

conhecimento, obtendo-se desta forma resultados válidos. Como refere Fisher, citado por Martins M. G. (2005) *“Ao pedir a um Estatístico que diagnostique dados já recolhidos, muitas vezes só se obtém uma autópsia”*.

Um dos tipos de amostragem utilizados é a amostragem aleatória ou probabilística, sendo que neste tipo de amostragem, as amostras são obtidas de forma aleatória, ou seja, a probabilidade de cada elemento da população pertencer à amostra é igual para todos os elementos e todas as amostras selecionadas são igualmente prováveis. No caso de uma amostragem não aleatória, alguns elementos da população podem não ser possíveis de integrar a seleção da amostra, não podendo garantir o cálculo da margem de erro¹⁹.

Sem dúvida que a amostragem aleatória é preferida à não probabilística, mas em inúmeras situações do quotidiano, por exemplo, por constrangimentos de tempo ou de valores, é impossível conseguir amostras aleatórias.

Dada a importância destes dois tipos de amostragem, dependendo da situação a que se referem, serão analisados os métodos de amostragem aleatória e não aleatória mais utilizados para a recolha de dados.

Os métodos mais utilizados na **amostragem aleatória** são os seguintes: amostragem aleatória simples, amostragem aleatória sistemática, amostragem aleatória estratificada, amostragem aleatória por conglomerados ou clusters (grupos).

Considerando que N é o número de elementos da população e n o número de elementos da amostra, definem-se de seguida os vários tipos de amostragem referidos:

¹⁹ Pode definir-se como margem de erro a estimativa do intervalo de confiança que expressa a quantidade de um erro amostral aleatório nos resultados de uma pesquisa. Uma maior margem de erro terá como consequência um menor grau de confiança na pesquisa e vice-versa.

Amostragem aleatória simples

Numa amostra aleatória simples, o plano de amostragem mais elementar, todos os elementos da população têm igual probabilidade de serem incluídos na amostra.

Amostragem aleatória sistemática

O processo de seleção numa amostra aleatória simples de uma população, ao contrário do que a designação afirma, não é assim tão simples, como definido anteriormente, principalmente, se a dimensão da população for elevada, tornando o processo bastante trabalhoso. A alternativa será usar uma amostragem aleatória sistemática (Martins M. G., 2005). Depois de escolhido um elemento entre os k primeiros, onde k é a parte inteira do quociente N/n . A partir desse elemento escolhido, escolhem-se todos os k -ésimos elementos da população que fazem parte da amostra.

Amostragem aleatória estratificada

Nesta forma de amostragem, a população é dividida por grupos (ou estratos) mais ou menos uniformes, como por exemplo idade, sexo, área geográfica, entre outros. A amostra final é constituída por amostragem aleatória simples dos elementos pertencentes a cada um dos grupos, sendo o conjunto de todas as amostras, a amostra desejada. Os grupos têm de ser exaustivos e mutuamente exclusivos. Os elementos dentro de cada estrato devem ser os mais homogêneos possíveis, enquanto que os estratos devem ser os mais heterogêneos possíveis.

Amostragem aleatória por conglomerados ou clusters (grupos)

Nesta situação de amostragem, a primeira etapa é dividir a população em M aglomerados²⁰. Seguidamente é necessário escolher aleatoriamente m grupos (designados por clusters) entre os M disponíveis.

Semelhante a este processo de amostragem é a amostragem multi-etapas uma vez que se considera a população dividida em vários grupos, selecionando-se aleatoriamente alguns desses grupos. Por seu turno estes grupos ainda estão divididos em grupos, dos quais se selecionam alguns de forma aleatória e assim sucessivamente, até ser exequível constituir grupos. (Martins M. G., 2005)

Uma das vantagens da utilização deste processo de amostragem aleatória por conglomerados é o caso de os elementos da população alvo terem uma natural tendência para se aglomerarem. É ainda mais simples a listagem de todos os conglomerados do que os elementos da população, como é o caso das cidades, escolas, entre outros.

No caso dos métodos de **amostragem não aleatória**, os mais comuns são: amostragem por conveniência, amostragem intencional e amostragem por quotas.

Amostragem por conveniência

Este método de amostragem por conveniência é um método não aleatório caracterizado por selecionar, segundo um critério de facilidade, os elementos da população. A sua participação no estudo é como que acidental, podendo facilmente traduzir-se pela expressão “*Estar no sítio certo, à hora certa*”.

Amostragem intencional

No método de amostragem intencional (ou dirigida) a seleção dos elementos é caracterizado pela convicção do investigador, servindo estes os objetivos do seu estudo. A ideia é que os elementos selecionados sejam representativos da população alvo. Esta amostragem pode subdividir-se em dois grupos:

²⁰ Este tipo de amostragem é usado quando a variabilidade entre clusters é semelhante e cada cluster é considerado uma mini população, tendo as mesmas características desta.

- *Método das unidades-tipo* (abrange a escolha de um indivíduo-tipo considerado representativo de um grupo de indivíduos da população, com características análogas);

- Método de amostragem snowball (o pesquisador identifica um participante de interesse que, concludentemente, indicará outros participantes para a mesma pesquisa).

Amostragem por quotas

No caso da amostragem por quotas, esta seleção baseia-se na estratificação da população alvo e a seleção não aleatória dos elementos de cada estrato. Pretende-se que a proporção de elementos que possuem uma característica definida na população e na amostra sejam idênticas, tentando garantir o máximo de representatividade possível.

Claro que, como em todos os métodos de amostragem, há vantagens e desvantagens. Facilmente se percebe que as amostragens não aleatórias são de baixos custos e de fácil aplicação. São muitas vezes usadas em estudos piloto, análises preliminares ou para se conseguir alguma informação mais geral.

Uma das grandes desvantagens deste método, é que é difícil inferir para a população alvo. No entanto, há qualidade neste método de amostragem uma vez que se podem retirar conclusões dentro do enquadramento da própria investigação. Em suma, muitas vezes é necessário conciliar mais de um tipo e método de amostragem para que melhor se consiga compreender a realidade estudada, retirando-se propostas de melhorias futuras e avanços significativos no futuro, nas diversas áreas de estudo.

“A amostragem permite a poupança de recurso e de tempo, contudo há sempre o risco de não serem detetados erros que fazem parte da população, mas que não foram selecionados para a amostra. (...) Os dois métodos de seleção de amostra mais utilizados são a amostragem ao acaso e a amostragem estratificada. Ao serem detetadas falhas nos controlos ou erros através dos testes substantivos deve-se aumentar a dimensão da amostra de modo a que os resultados obtidos através desta nova análise sejam extrapolados para toda a população.”²¹

²¹ Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.8/4576>

3.3.1 Análise gráfica de dados

No que se refere ao tipo de dados, à semelhança do que acontece com as variáveis, estes podem ser **dados qualitativos**, se resultarem da observação de variáveis qualitativas, ou **dados quantitativos** se decorrerem de variáveis quantitativas.

Segundo *Stevens (1951)*, citado por *Martins M. G. (2005)* pode-se afirmar que os "Dados qualitativos - Representam a informação que identifica alguma qualidade, categoria ou característica, não suscetível de medida, mas de classificação, assumindo várias modalidades." Ainda segundo este autor, os dados do tipo qualitativo podem exprimir-se em variáveis nominais, se cada observação pertence a uma de diversas categorias diferentes ou, por outro lado, pode exprimir-se em variáveis ordinais, se existir uma relação de ordem entre as categorias. Ainda segundo o mesmo autor, os "Dados quantitativos - Representam a informação resultante de características suscetíveis de serem medidas, apresentando-se com diferentes intensidades". Assim sendo, os dados de tipo quantitativo podem exprimir-se numa escala intervalar e percentual.

Para organizar os dados pode utilizar-se uma tabela de frequências. Na tabela de frequências a informação é organizada, geralmente, em três colunas (a tabela 10 contempla mais duas colunas uma vez que considera as frequências acumuladas): coluna das categorias ou classes, onde se indicam todas as categorias da variável em estudo; coluna das frequências absolutas, onde se regista o total de elementos da amostra que pertencem a cada categoria e coluna das frequências relativas (ou percentagens), onde se coloca a percentagem que cada valor aparece na amostra.

Observemos este pequeno exemplo de **tabela de frequências**:

Pretende-se analisar o número de dias de efeitos secundários, que 20 pessoas tiveram após a toma de uma vacina Z. Os dados recolhidos foram os seguintes:
0 0 0 1 1 1 2 1 8 2 1 2 2 0 2 2 3 0 0 0

x_i Dias	n_i N.º de dias de efeitos secundários	$f_i = \frac{n_i}{20}$	$N_i = \sum_{j=1}^i n_j$	$F_i = \frac{N_i}{20}$
0	7	0.35	7	0.35
1	5	0.25	12	0.60
2	6	0.3	18	0.90
3	1	0.05	19	0.95
8	1	0.05	20	1
Total	20	1		

Tabela 10: Exemplo de tabela de frequências

Por exemplo, na tabela 10 facilmente se consegue perceber que seis pessoas tiveram dois dias de efeitos secundários, após lhes ter sido administrada a vacina Z, representando 30% da amostra.

No tratamento dos dados recolhidos podem ser utilizados diferentes tipos de gráficos. Os mais usuais na representação estatística, segundo Martins M. G. (2005) e Martins, Loura & Mendes (2007) são os seguintes:

- Gráfico (ou diagrama) de pontos (“dotplot”)
- Gráfico (ou diagrama) de barras
- Pictograma
- Diagrama circular
- Histograma
- Diagrama de extremos e quartis (“box-plot”)
- Diagrama de caule-e-folhas.

Os gráficos selecionados para o tratamento dos dados recolhidos neste trabalho serão o gráfico de barras, o diagrama circular e o diagrama de extremos e quartis, uma vez que são os mais apropriados ao tipo de dados em estudo.

Depois de recolhida toda a informação da amostra, é necessário utilizar algumas medidas ou características amostrais, que serão calculadas a partir dos dados da amostra, reduzindo-se consideravelmente a dimensão dos mesmos. No entanto, é necessário ser cauteloso na seleção das mesmas com o intuito de

representar da melhor forma possível o conjunto de dados que se pretendem resumir.

Uma das medidas mais utilizadas no nosso quotidiano é a **média** (\bar{x}). O seu cálculo é efetuado somando-se todos os elementos da amostra e seguidamente dividindo-se o resultado dessa soma pelo número de elementos da amostra, dada pela expressão:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

De salientar que “(...) a média é muito sensível a valores muito grandes ou muito pequenos, dizendo-se que é uma medida pouco resistente.” (Martins M. G., 2005). Isto porque pode dar uma imagem distorcida da realidade. Basta observar um simples exemplo em que um aluno obtém 20 valores e outro 0, pode-se afirmar que a média destes dois alunos é positiva, ou seja 10 valores.

No que se refere à **mediana**, em palavras simples podemos dizer que é um valor que divide a amostra ao meio, ou seja, metade dos valores da distribuição são iguais ou inferiores à mediana, sendo que os restantes são iguais ou superiores à mediana. Para calcular a mediana é fundamental iniciar por ordenar o conjunto de dados.

Se n é um número ímpar, a mediana é o elemento central: $\frac{n+1}{2}$; se n é um número par, a mediana é a semi-soma dos dois elementos centrais: $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$

Outras medidas de localização são os **quartis (Q)**, que localizam outros pontos da distribuição dos dados, além do central que corresponde à mediana. Se considerarmos a definição anterior no que diz respeito à mediana, basta aplicarmos separadamente à primeira e à segunda metade da distribuição a mesma definição e obteremos, respetivamente os primeiro e terceiro quartis. A mediana pode ser encarada como o segundo quartil. Assim, os quartis dividem a distribuição em quatro partes com igual percentagem de elementos.

Estas medidas revelam-se particularmente úteis para avaliar a simetria de uma distribuição.

A **moda** pode definir-se como o valor com maior frequência absoluta, ou seja, aquele que se repete mais vezes. Pode ser bastante útil, segundo Martins M. G. (2005), para diminuir a informação de conjuntos de dados qualitativos para os quais não se consegue calcular a média e por vezes a mediana.

No entanto, um aspeto relevante a considerar para o estudo descritivo de um conjunto de dados, é o do cálculo da variabilidade ou dispersão desses dados, comparativamente à medida de localização do centro da amostra, designando-se por medidas de dispersão.

Assim sendo, a **variância** é uma medida de dispersão dos dados numéricos e é definida como sendo a média dos quadrados dos desvios das observações em relação à média da amostra. O **desvio padrão corrigido** (s) é obtido pela raiz quadrada da variância e é igualmente uma medida de dispersão.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

O **coeficiente de variação** (cv) é uma medida de dispersão que corresponde ao quociente entre o desvio padrão (medida de dispersão) e a média (medida de localização). Este coeficiente pode ser interpretado como a fração da dispersão pela qual a localização é responsável, indicando a importância relativa do desvio padrão, quando comparado com a média do conjunto de valores.

Quanto maior for o coeficiente de variação, maior é a dispersão dos dados. Este coeficiente torna-se útil para comparar a variabilidade de dados que são medidos em escalas diferentes.

$$cv = \frac{s}{\bar{x}}$$

No intuito de solucionar a fragilidade encontrada no parágrafo anterior, surge a **amplitude interquartil**, que é definida como sendo a diferença entre o 3.º e o 1.º quartil. Partindo desta definição, podemos concluir que 50% dos elementos do meio da amostra, estão contidos num intervalo com aquela amplitude. Esta medida é não negativa e será tanto maior quanto maior for a variabilidade nos dados.

CAPÍTULO IV – Estratégia metodológica, análise e interpretação de resultados

4.1 Caracterização do estudo

Segundo Kincheloe (2009) “Quando ensinamos, estamos constantemente a *recolher dados de fontes diferentes, de formas diferentes e com objetivos diferentes*”. Assim sendo, o objetivo deste estudo é analisar as próprias práticas pedagógicas de um ponto de vista crítico e autocrítico, criando para o efeito, competições matemáticas, através da estratégia de gamificação, percebendo se estas podem motivar os alunos para o trabalho matemático através desta nova situação de aprendizagem (relativamente a práticas de ensino mais convencionais, como exposições e exercícios).

Para atingir o objetivo proposto neste estudo, foram selecionados através de um método de amostragem não aleatória (amostragem por conveniência), 19 alunos do 2.º ano de escolaridade, uma vez que a autora desta dissertação exerce funções de docência, nessa mesma escola. Três destes alunos usufruem de medidas de suporte à aprendizagem, no âmbito do Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho.

Num primeiro momento, foi elaborado um breve questionário disponibilizado aos alunos para aferir seus gostos sobre as disciplinas do 2.º ano e as suas preferências sobre as estratégias matemáticas em sala de aula (anexo 2).

Posteriormente, foram construídas duas formas de competição: a competição online usando a plataforma do Projeto PmatE e uma competição idêntica em formato de papel.

Usando a plataforma do Projeto PmatE foram criados 10 MGQ (anexo 5) inseridos no domínio matemático do 2.º ano “Números e Operações”, usando a ferramenta de construção ModelMaker. Foram criadas duas provas de treino, sendo cada prova constituída por um grupo de cinco modelos geradores de questões. Todos os alunos da turma, após autorização dos encarregados de educação, foram inscritos no Projeto PmatE, obtendo a senha de acesso aos modelos criados.

Os alunos participaram semanalmente, na sala de aula e em pequenos grupos e individualmente em casa, nas provas de treino criadas, desde o final do mês de março até final de maio. Em junho realizou-se a competição final, usando os 10

modelos geradores de questões organizados por nível de dificuldade crescente (anexo 6).

No intuito de se perceber se os jogos online eram mais aliciantes do que os jogos num formato mais convencional, foi criada uma competição em formato de papel, com 10 “jogos” sobre o domínio matemático do 2.º ano “Números e Operações”, utilizando exemplos idênticos aos criados na versão digital. Em cada “jogo” existiam sempre 4 afirmações para assinalar “verdadeiro” ou “falso” (anexo 7).

No final foi ainda apresentado aos alunos um questionário sobre a sua preferência relativa aos dois formatos de jogo e respetiva justificação sobre essa preferência (anexo 8).

É de salientar que os dois questionários integraram questões de escolha múltipla, sendo que no último questionário (anexo 8), era complementado com um pedido aos alunos participantes no estudo, de apresentação da justificação ou da razão da escolha efetuada, para dar a possibilidade ao respondente de clarificar a sua opinião/escolha sobre o assunto em causa, para assim permitir ao investigador obter informação mais “rica” e detalhada sobre a preferência.

4.1.1 Construção e validação dos questionários e jogos

Para efeitos de validação, as primeiras versões dos questionários e jogos foram analisadas pelas duas orientadoras desta dissertação, doutoradas na área de Matemática. O objetivo desta fase era proceder a alguns melhoramentos prévios na conceção dos mesmos para, posteriormente, serem disponibilizados aos alunos.

4.1.2 Implementação

Os dados utilizados para a realização deste estudo foram recolhidos entre o final do mês de janeiro e o fim do mês de junho, isto é, a partir do 2.º trimestre do ano letivo 2020/2021. Os instrumentos utilizados que permitiram essa recolha foram os seguintes:

- questionário “A sala de aula”;
- resultados obtidos nas provas online (treino e competição final);
- resultados obtidos na prova realizada em papel;

- questionário “Os jogos matemáticos”;
- observação direta e registo de expressões utilizadas pelos alunos, durante e após a realização das atividades propostas.

Este estudo é de carácter descritivo, comparativo e correlacional, uma vez que pretende fornecer uma descrição dos dados relativos às variáveis em estudo e as relações existentes entre elas.

4.1.3 Análise de resultados

Esta análise foi feita com recurso a gráficos e tabelas, reproduzindo-se ainda os comentários orais e escritos durante esta investigação. Este trabalho de análise é desenvolvido na secção seguinte de forma mais detalhada e aprofundada.

4.2 “A sala de aula” - análise de questionários e jogos matemáticos, no âmbito da disciplina de Matemática

4.4.1 Caracterização da turma

Para se perceber melhor a análise dos dados seguintes, é importante perceber o contexto onde os seus participantes estão inseridos.

A escola onde foi realizado o estudo pertence a um dos três agrupamentos do concelho de S. João da Madeira. Nesta escola existem nove turmas do 1º Ciclo e duas do Pré-escolar.

A turma do 2º ano de escolaridade é constituída por 19 alunos, dos quais 9 são rapazes e 10 são raparigas, com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos. Três desses alunos usufruem de medidas de suporte à aprendizagem, no âmbito do Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho: dois desses alunos estão a beneficiar de medidas universais, relacionadas com o comportamento, mas acompanhando o currículo do 2.º ano de escolaridade e o terceiro aluno beneficia de medidas seletivas devido a doença crónica grave, realizando um trabalho muito adaptado às rotinas diárias e à funcionalidade das tarefas escolares.



Gráfico 1: Idade dos alunos

No que se refere à idade (gráfico 19, 18 alunos da turma têm 7 anos, existindo uma grande homogeneidade dos participantes neste item.

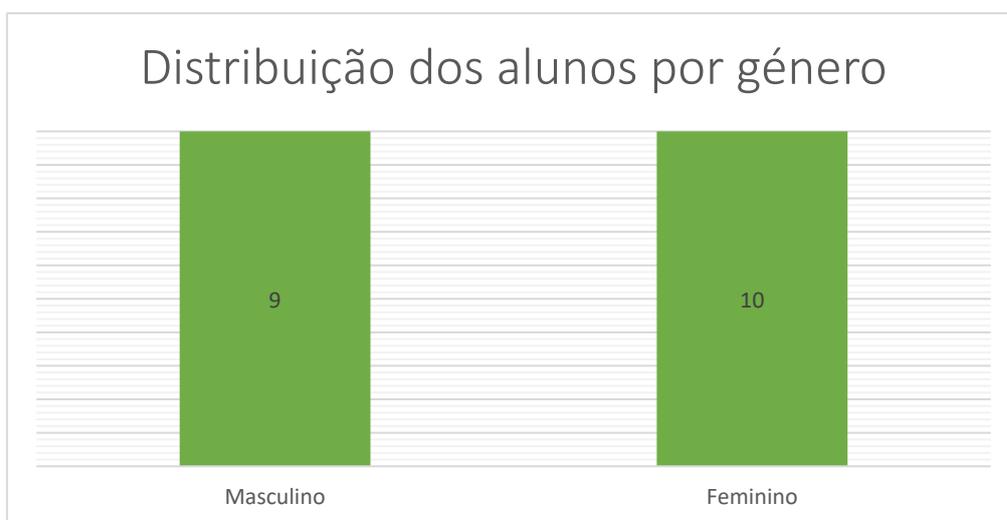


Gráfico 2: distribuição dos alunos por género

No que se refere à distribuição por género, 10 são do sexo feminino (52,7 %) e 9 são do sexo masculino (47,3%), existindo assim uma diferença pouco significativa em relação a esta categoria.

Os aspetos mais positivos a salientar nesta turma são a sua vontade de aprender novos conteúdos, o gosto particular por trabalhos de expressões

artísticas, alguma motivação adicional para trabalhar em pequenos grupos e a sua relação bastante afetuosa com os adultos. Pelo contrário, os aspetos mais negativos e alvo de uma maior intervenção do docente são o incumprimento de algumas regras da vida escolar (falar oportunamente, ouvir os outros, ser organizado, respeitar os momentos de trabalho em silêncio...); dificuldade em manter o seu foco de atenção, abstraindo-se da atividade que está a decorrer e ritmo de trabalho bastante díspar, o que dificulta a gestão das tarefas na sala de aula.

4.4.2 Questionário “A sala de aula”

O questionário inicial (anexo 2) foi aplicado em janeiro de 2021, no âmbito do desenvolvimento deste trabalho. O objetivo deste questionário era perceber qual a disciplina favorita e aferir quais as tarefas e sentimentos que nutriam em relação ao trabalho matemático. O quadro resumo das respostas obtidas encontra-se em anexo (anexo 3).

Numa segunda etapa, foi criada uma competição matemática online no âmbito do PmatE²², com um conjunto de 10 níveis relacionados com o domínio *Números e Operações* do 2.º ano de escolaridade, onde os alunos foram treinando em casa individualmente e na escola em trabalho de pares/pequenos grupos. Posteriormente foi criado um jogo idêntico ao realizado online, mas em suporte de papel. A amostragem utilizada neste estudo foi uma amostragem por conveniência uma vez que a turma onde foi realizado o estudo era da docente em avaliação.

Após a análise dos dados do questionário inicial²³ foram elaborados os seguintes gráficos (3, 4, 5 e 6) que refletem a opinião da turma nas questões colocadas:

²² Disponível em <https://pmate.ua.pt/oficial/>

²³ Tabela de frequências em anexo (anexo 4)

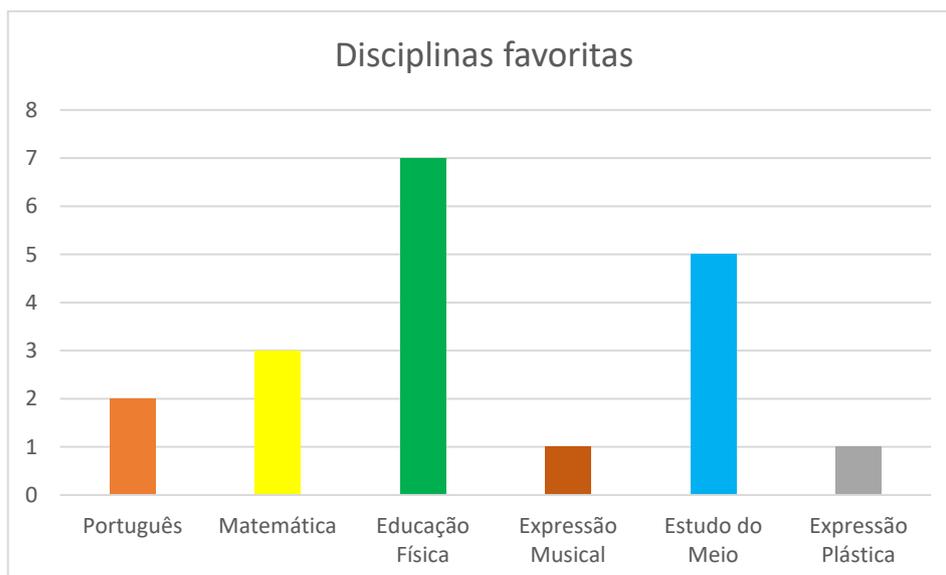


Gráfico 3: Disciplinas favoritas

Em relação à disciplina favorita, a moda da turma é Educação Física. A disciplina de Matemática encontra-se na terceira posição de preferências dos alunos.

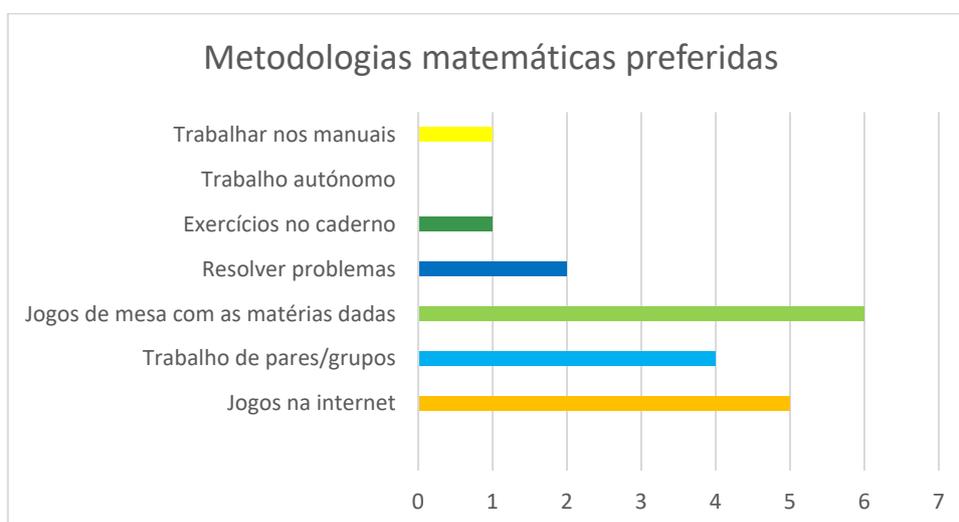


Gráfico 4: Metodologias Matemáticas favoritas

Nesta turma, a moda da metodologia matemática favorita é “Jogos de mesa com as matérias dadas”, logo seguida pelos “Jogos na internet”. Pode-se concluir desta escolha que os alunos preferem atividades mais lúdicas realizadas em

pequenos grupos, em detrimento do trabalho autónomo que não acolheu a preferência de nenhum aluno da turma.

Neste estudo era importante perceber o que sentiam os alunos quando estavam a realizar uma tarefa matemática. Neste sentido, foram elencadas nas opções de resposta três sensações positivas e três sensações negativas (além sempre da possibilidade de cada aluno redigir outra não mencionada).

O gráfico 5 representa, em percentagem, as respostas dadas por toda a turma, relativamente aos sentimentos em relação ao trabalho matemático.



Gráfico 5: Sentimentos em relação ao trabalho matemático

Analisando sumariamente este gráfico, podemos verificar que mais de 10 alunos (68%) da turma manifesta uma atitude positiva em relação à disciplina de Matemática, mostrando-se motivados para o trabalho, o que poderá ser benéfico para aprendizagens mais significativas. A opção “Os conteúdos que trabalho nas aulas de Matemática são pouco interessantes” não foi alvo de escolha por parte de nenhum aluno, podendo demonstrar que estão receptivos ao trabalho nesta disciplina.

4.4.3 Competição online PmatE

Para o jogo em formato digital foram criados 10 níveis, no domínio dos “Números e operações” do 2.º ano de escolaridade, recorrendo ao MGQ do PmatE. A turma foi inscrita na plataforma deste projeto (em <https://pmate.ua.pt>), recebendo

cada aluno a respetiva palavra-chave para aceder aos jogos criados. O primeiro conjunto de 5 níveis MGQ para treino foi disponibilizado dia 29 de março de 2021 e aproximadamente uma semana depois (5 de abril) ficou acessível à turma o segundo conjunto com os restantes 5 níveis MGQ, para treino. A versão final contendo o conjunto dos 10 níveis (ordenados por ordem crescente de dificuldade) ficou disponível para treino no dia 12 de maio, sendo que esta versão final para jogo individual foi aplicada à turma nos dias 23 e 24 de junho, uma vez que não existiam meios informáticos para aplicar a toda à turma no mesmo dia.

Os alunos realizaram treinos individuais em casa, de acordo com a disponibilidade dos meios informáticos da família. Na sala de aula treinaram em grupos de 2/3 alunos, dependendo do material informático disponível na escola.

Os alunos mantiveram-se sempre muito entusiasmados com estas atividades. Durante os treinos em sala de aula alguns alunos foram manifestando a sua opinião:

“Que pena, perdemos!”

“Este jogo é ótimo.”

“Tivemos algumas dificuldades, mas conseguimos passar.”

“O jogo para nós foi ótimo, conseguimos passar até ao nível 5 sem perder.”

“Tivemos algumas dificuldades porque quando não entendíamos alguma questão tínhamos na mesma de escolher uma opção.”

“Perdi, mas já descobrimos qual era a resposta. Vamos jogar novamente.”

“Gostava de conseguir treinar mais em casa.”

“Estamos a gostar bastante.”

O gráfico 6, 7 e 8 criados a partir dos dados gerados na plataforma PmatE, demonstram os resultados dos jogos nas versões de treino e versão final com os 10 níveis do MGQ, disponibilizados aos alunos (exemplo de jogo final de aluno – anexo 6). Todos os MGQ estão associados a um dado objetivo (por exemplo “números pares e ímpares” / “contagem”) e a leitura desses gráficos é feita a partir dessa catalogação.

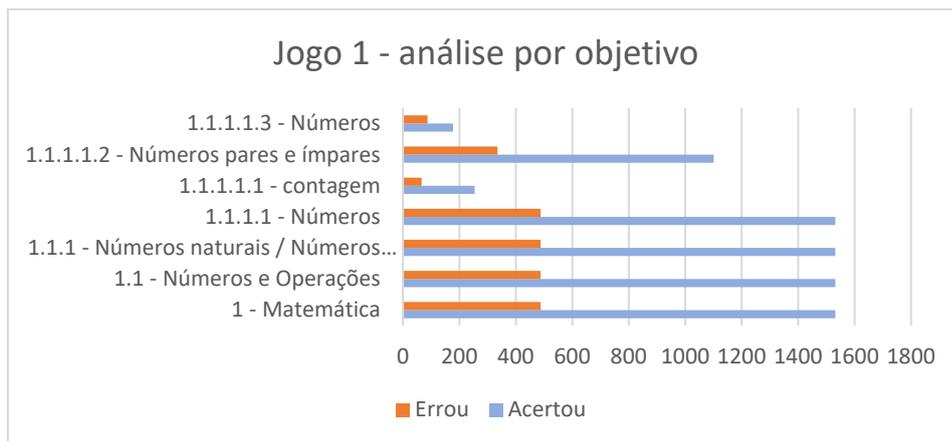


Gráfico 6: Primeiro conjunto de 5 níveis, versão treino

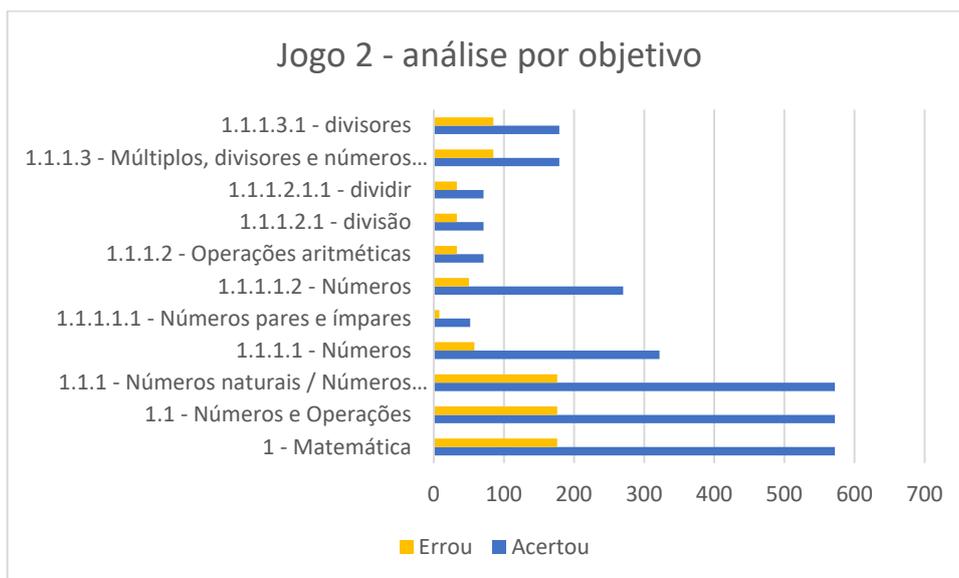


Gráfico 7: Segundo conjunto de 5 níveis, versão treino

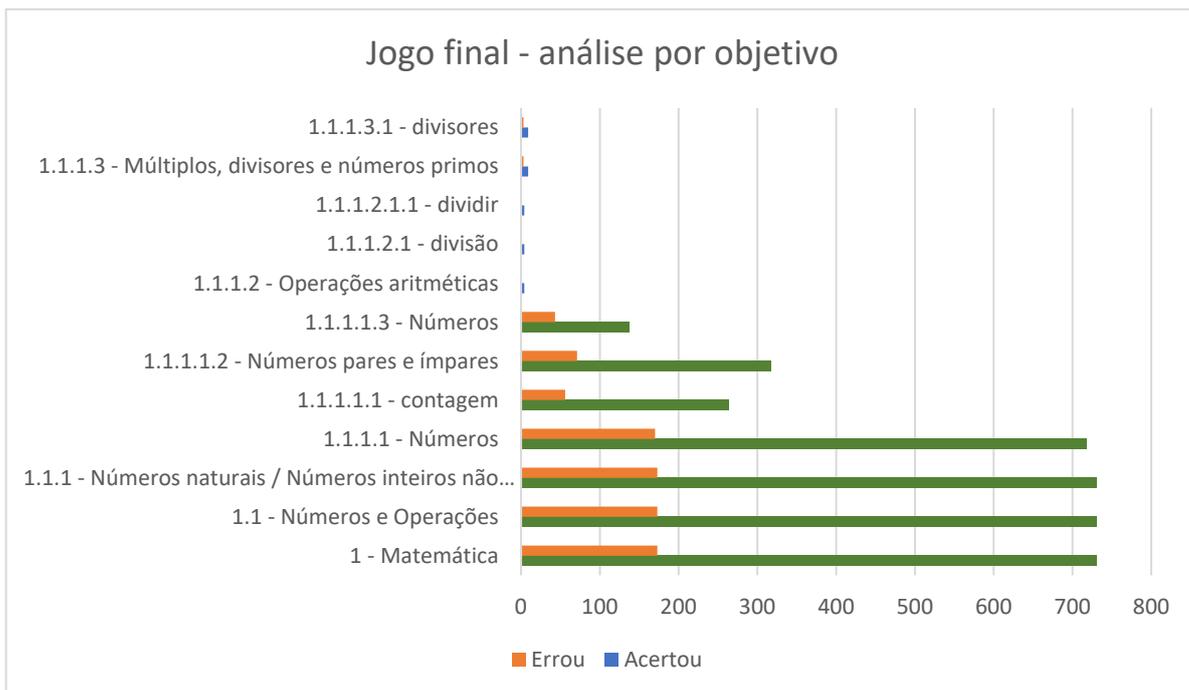


Gráfico 8: Competição final com os 10 níveis MGQ

Fazendo uma breve análise comparativa dos 3 gráficos disponibilizados, o jogo que obteve maior número de treinos foi o jogo 1, uma vez que os conteúdos eram mais simples e já tinham sido abordados no ano letivo anterior. O jogo cuja taxa de desempenho foi menor foi o jogo na sua versão final, uma vez que o grau de dificuldade a partir do nível 5 era maior e com conteúdos menos sistematizados.

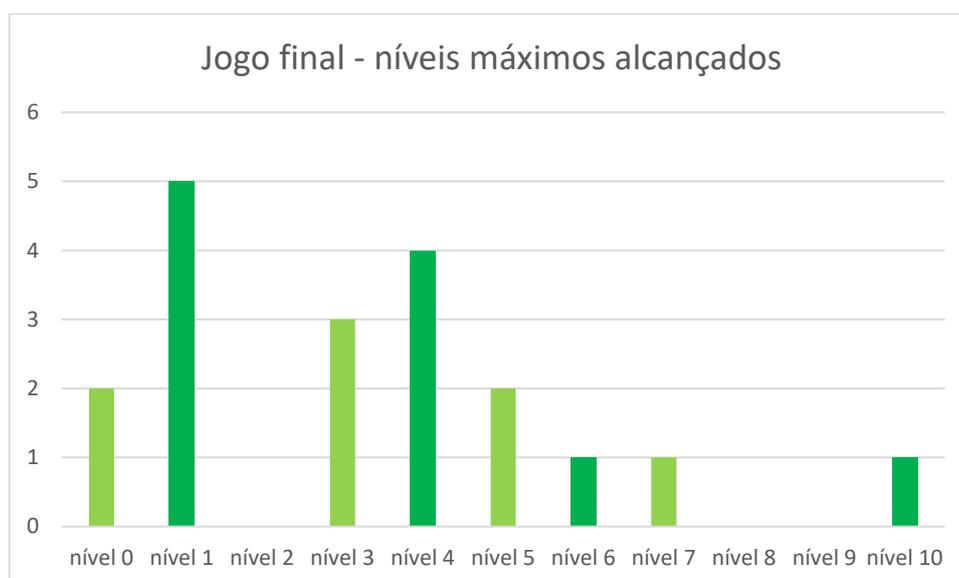


Gráfico 9: Níveis atingidos pelos alunos

No gráfico 9 podemos perceber que apenas um aluno conseguiu chegar ao final dos 10 níveis e mais de metade da turma não conseguiu ultrapassar o nível 4. O facto das aulas terem sido interrompidas pela pandemia não permitiu abordar os conteúdos com as estratégias mais apropriadas, uma vez que no formato de aulas à distância muitas das concretizações matemáticas necessárias neste ano de escolaridade ficaram comprometidas.

Assim sendo, o grau de dificuldade criado nestes jogos esteve acima das capacidades reais da turma, uma vez que quando foram inicialmente pensados não contemplavam a redução de horas letivas presenciais com os alunos, particularmente, na disciplina de Matemática.

4.2.4 Competição em formato de papel

A competição criada em formato de papel (anexo 7) foi aplicada no seguimento dos treinos da competição online, com a mesma filosofia de questões, tendo sido adaptada ao novo formato de jogo. Durante uma hora, os alunos individualmente tiveram de analisar 10 questões matemáticas, assinalando verdadeiro/falso. Cada questão representava “um jogo”. Em cada jogo existiam sempre 4 afirmações. Por cada resposta correta obtinham um ponto. Vencia o aluno com a pontuação mais elevada, num limite de 40 pontos possíveis.

A tabela 11 sintetiza as pontuações obtidas em cada jogo e o total de pontos dos alunos. De salientar, que foi retirada desta análise o aluno que não se encontra a frequentar o currículo do mesmo ano de escolaridade (aluno 2), uma vez que as suas respostas foram dadas em função do colega que fez a sua tutoria, na concretização dos jogos. Os totais assinalados a cores representam o 1.º lugar (cor verde), o 2.º lugar (cor amarela) e o 3.º lugar (cor cinzenta).

Alunos	Jogo 1 Leitura e escrita de números	Jogo 2 Números ordinais	Jogo 3 Par/ímpar	Jogo 4 Multiplicação	Jogo 5 Multiplicação	Jogo 6 Adição	Jogo 7 Multiplicação/ divisão	Jogo 8 Multiplicação/ divisão	Jogo 9 Multiplicação/ divisão	Jogo 10 Multiplicação	
N.º											total
1	4	4	4	3	4	4	3	2	4	2	34
3	3	4	3	3	4	4	2	1	2	4	30
4	4	4	4	3	4	4	4	3	3	4	37
5	4	3	3	2	3	3	2	4	4	4	32
6	4	3	2	1	2	3	2	2	3	2	24
7	4	3	3	3	4	3	4	1	4	4	33
8	4	4	4	1	3	4	4	4	4	4	36
9	1	1	2	3	3	2	2	0	1	1	16
10	3	3	3	2	3	2	2	2	1	3	26
11	4	3	4	3	3	4	2	2	2	3	30
12	4	3	3	2	3	3	3	2	3	2	28
13	4	3	1	1	4	3	3	2	3	0	24
14	3	4	4	1	2	3	2	2	3	2	26
15	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	39
16	3	4	3	3	3	4	2	2	3	4	31
17	4	4	4	2	3	4	2	2	3	4	32
18	4	3	2	2	3	4	3	2	4	2	29
19	4	3	3	1	3	4	1	3	1	3	26

Tabela 11: Pontuação obtida nos 10 jogos matemáticos

Analisando os resultados globais da turma na tabela 11, verifica-se que:

MÉDIA	29,61
VARIÂNCIA	30,49
DESVIO PADRÃO	4,21
1.º QUARTIL	26
SEGUNDO QUARTIL	30
TERCEIRO QUARTIL	33,25
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	14%

Tabela 12: Análise global da tabela da pontuação geral

Estes resultados são bastante positivos e elucidativos do desempenho dos alunos, pois a pontuação obtida localiza-se bastante acima dos 20 pontos, o que corresponderia a 50% das questões corretas (gráfico 10).

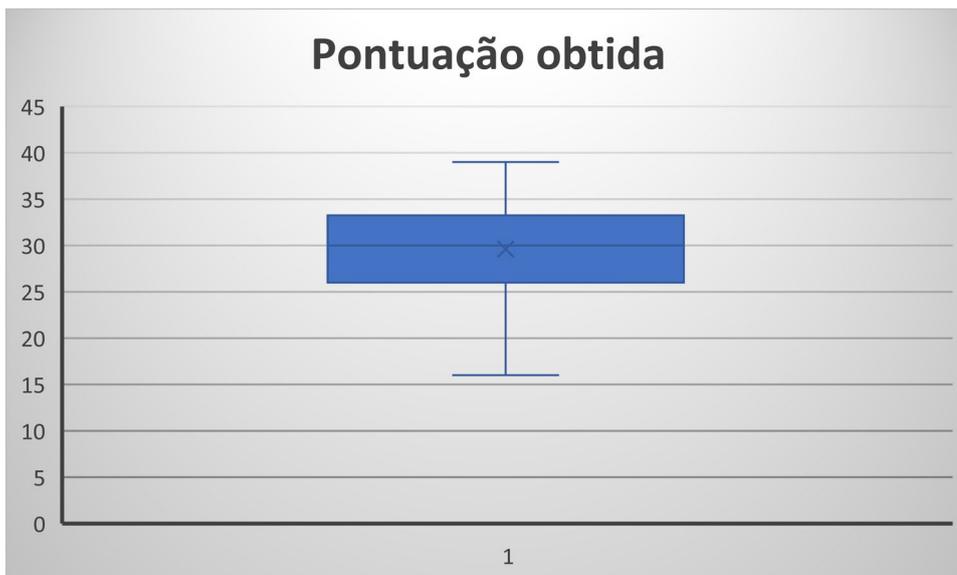


Gráfico 10: Boxplot da pontuação geral obtida

Realizando agora a análise dos resultados globais da turma por jogo, verifica-se que:

	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4	Jogo 5	Jogo 6	Jogo 7	Jogo 8	Jogo 9	Jogo 10
média	4	3	3	2	3	3	3	2	3	3
desvio padrão	0,78	0,77	0,90	0,94	0,65	0,70	0,92	0,99	1,08	1,23

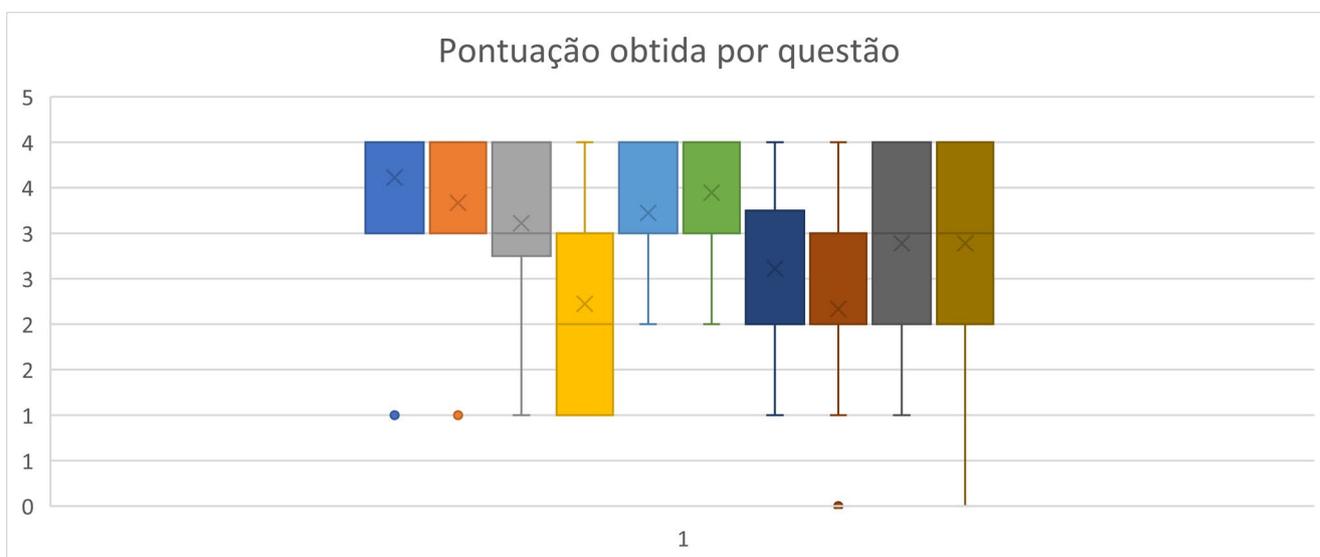


Gráfico 11: Boxplot da pontuação obtida, por jogo

Observando o registo dos dados do gráfico 11, apenas o jogo 1 obteve uma média de 4 pontos em 4 pontos possíveis, cujo conteúdo era “*leitura e escrita de*

números". Esta média mais elevada pode estar relacionada com o trabalho de consolidação que é realizado no 2.º ano, uma vez que se trabalha de forma muito sistemática este subdomínio desde o 1.º ano de escolaridade. O mesmo pode-se verificar nas pontuações dos jogos 2, 3 e 5, onde a média de respostas certas é mais elevada e o desvio padrão é menor. A exceção é o jogo 6 (em que era dada uma imagem com 4 copos de sumo, representando $\frac{1}{4}$ dos sumos bebidos), que se relaciona já com um subdomínio do 2.º ano, mas cuja multiplicação podia ser calculada pela soma sucessiva do algarismo 4.

O jogo 4 e o jogo 8 foram aqueles onde os alunos tiveram mais dificuldades uma vez que se relacionam com os conteúdos apenas trabalhados no 2.º semestre, não tendo sido possível realizar uma consolidação mais aprofundada.

Os jogos 7, 9 e 10 são os jogos cujas médias situam-se nos 3 pontos, em 4 pontos possíveis existindo, no entanto, uma amplitude interquartil maior.

Em síntese, os resultados obtidos nestes 10 jogos foram bastante satisfatórios e os alunos participaram ativamente e com entusiasmo nesta atividade. No entanto, nesta versão de jogo em papel, não havia a possibilidade de perder "vidas" com erros nas questões, sendo uma das limitações presentes nesta versão.

4.4.5 Questionário final sobre os jogos preferidos

No final do ano letivo, 7 de julho de 2021, após terem sido realizadas todas as atividades pensadas inicialmente para o desenvolvimento desta dissertação, cada aluno respondeu a um pequeno inquérito intitulado "*Os jogos matemáticos*" (anexo 8), no intuito de aferir quais os jogos preferidos e o motivo dessa preferência.

O gráfico 12 ilustra a preferência da turma em relação à competição aplicada:

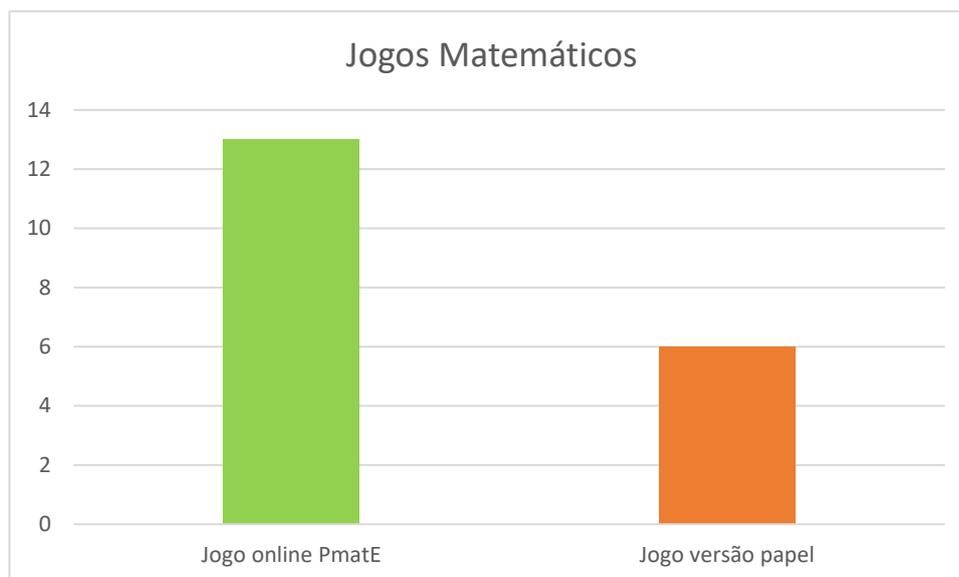


Gráfico 6: Versão de jogo preferida

Apesar de cerca de 13 alunos (68,4%) da turma terem preferido a versão do jogo PmatE disponibilizada online, 6 alunos (31,6%) também gostaram dos jogos em formato de papel. De salientar que, apesar dos alunos terem obrigatoriamente de decidir entre uma ou outra versão, muitos dos alunos mencionaram oralmente que gostaram das diferentes propostas disponibilizadas e de todos os pequenos jogos que foram realizando ao longo do ano (bingo, quizzes, jogos interativos do manual adotado, entre outros).

No entanto, será ainda interessante analisar algumas das justificações dadas para estas escolhas pois refletem as motivações e/ou algumas das dificuldades dos alunos perante as tarefas propostas pelo professor.

No grupo de alunos que preferiram a versão online do PmatE há a destacar os seguintes comentários:

“Gostei de aprender novos cálculos.”

“Eu gostei do jogo online porque era divertido e os meus amigos estavam-me a apoiar. Foi assim que eu aprendi mais coisas de Matemática.”

“Eu gostei mais do jogo PmatE porque eu joguei no tablet da sala, com as minhas amigas e jogar com as amigas e com o tablet é um trabalho divertido para mim.”

“ Eu gostei do jogo online PmatE apesar de ter perdido, mas foi fixe participar, foi divertido”.

“Eu gostei mais do jogo online porque eu treinei com os meus amigos e amigas. Também gostei deste jogo porque perdi e ganhei na companhia dos meus colegas”.

“Eu gostei mais do jogo online PmatE porque eu cheguei quase ao último jogo e adorei muito jogar na sala”.

“Eu gostei mais do jogo PmatE porque eu gostei dos problemas e de assinalar as respostas no jogo e porque gosto muito, muito de jogos.”

“Eu gostei mais do jogo PmatE porque gostei de ler as perguntas no tablet.”

“Eu gostei mais do jogo PmatE porque é muito divertido e aprendemos coisas divertidas a jogar”.

“Eu gostei muito do jogo PmatE porque também consegui treinar os jogos em casa com a minha família.”

“Eu gostei mais do jogo PmatE porque eu gostei de ler as opções e clicar com o dedo.”

“Foi muito divertido, com jogos fixes.”

“Gostei do PmatE do google porque foi divertido e percebi as matérias.”

Analisando as respostas dadas, consegue-se perceber que as motivações para este jogo PmatE se relacionam com o facto de conseguirem treinar em casa e na escola, principalmente, a pares na sala de aula, uma vez que tiveram de partilhar os meios informáticos disponíveis. Jogar no tablet está associado para estes alunos a momentos de diversão, embora percebam que estão a aprender de igual forma.

Nos restantes alunos que preferiram a versão de jogo matemático em papel, há a referir as seguintes observações:

“Eu gostei mais do jogo em papel porque me fez puxar mais pela cabeça, tem nomes engraçados, tem mais perguntas, com tabelas para ganhar pontos”.

“Eu gostei do jogo em papel porque podemos fazer lá as contas e também é fixe porque assim podemos aprender Matemática”.

“Eu gostei do jogo impresso em papel porque eu fiquei em 2.º lugar, era muito mais fácil fazer e ainda as perguntas pareciam-me mais fixes.”

“Eu gostei mais em papel porque online quando tu perdes as duas vidas tens de começar o jogo todo outra vez e em papel se estiver errado tu podes ir para outro jogo sem problema.”

“Eu gostei mais do jogo de papel porque podemos ganhar mais pontos. Gostei do PmatE porque podemos treinar com os pais.”

“ Eu gostei mais do jogo impresso em papel porque diverti-me sozinho e com os amigos da sala toda. Apesar de não ter ganho o jogo na mesma eu gosto de jogar.”

No que se refere ao jogo em formato de papel, há a salientar que os alunos acharam as questões mais fáceis, com nomes engraçados e perguntas mais

interessantes. O facto de conseguirem realizar os cálculos na própria folha de jogo foi encarado como fator facilitador da prova, uma vez que esta estratégia de resolução se assemelha mais à forma como realizam as provas de avaliação escritas, na disciplina de Matemática.

CAPÍTULO V – Considerações finais

Da análise realizada conclui-se que apesar de Matemática não ser a disciplina preferida da maior parte dos alunos, no geral, gostam de realizar tarefas matemáticas, em que a metodologia de ensino seja o jogo, como base da aprendizagem.

No que se refere aos sentimentos relacionados com a disciplina de Matemática, a maior parte da turma considera divertido trabalhar nesta disciplina, resolvendo desafios e abordando novos conteúdos com os seus pares, nomeadamente, com o recurso às novas tecnologias de informação e comunicação.

Em relação ao jogo matemático, as dificuldades dos alunos, de acordo com a análise realizada no domínio “*Números e operações*” centram-se maioritariamente nos subdomínios que apenas foram abordados este ano letivo, estando as respostas com maior sucesso nos conteúdos já trabalhados desde o 1.º ano de escolaridade. Faz então sentido, num futuro próximo, existir uma intervenção pedagógica junto dos alunos com a organização de tarefas que envolvam a consolidação de estratégias de divisão e multiplicação através de jogos matemáticos que envolvam a cooperação (utilizando trabalho colaborativo de pares e pequenos grupos) mas também, a competição (sendo o PmatE uma estratégia pedagógica de elevado interesse) entre os alunos da turma e quem sabe de outras turmas/escolas, assemelhando-se aos jogos digitais que tanto apreciam fora do contexto escolar.

Foi igualmente importante refletir e estudar os capítulos referentes à Estatística, desde a sua importância na sociedade, passando pelos conceitos inerentes à própria disciplina, não esquecendo ainda os conteúdos da mesma abordados no 1.º Ciclo do Ensino Básico e, por último, na aplicabilidade dos conceitos estudados na metodologia aplicada na análise dos dados recolhidos, análise esta muito facilitada com a utilização de tabelas e gráficos.

O trabalho realizado ao longo desta dissertação constituiu, sem dúvida, uma mais valia para o domínio mais aprofundado e sistematizado dos vários saberes dos conteúdos matemáticos, mobilizando depois esse conhecimento para que seja apropriado e adaptado ao conhecimento didático do 1.º Ciclo. É importante o

professor conhecer muito bem os conteúdos a ensinar, pelo que um conhecimento mais aprofundado de todos os domínios matemáticos é fundamental no ensino da Matemática, sem o qual não será possível transmitir o conhecimento e gosto por esta disciplina. Até o facto de ter sentido algumas dificuldades na compreensão de alguns conceitos matemáticos mais exigentes foi importante, uma vez que permitiu-me refletir duma forma mais consciente sobre algumas das inseguranças sentidas pelos alunos, na sala de aula.

É um desafio exigente mudar as práticas de sala de aula e experiências como as do Projeto PmatE são extremamente benéficas para o desenvolvimento e aperfeiçoamento da prática pedagógica e devem ser partilhadas com outros docentes, uma vez que é nossa responsabilidade saber proporcionar às crianças as condições para que tenham vontade de continuar a aprender, ou seja, estarem constantemente motivadas!

Quando o professor está disposto a melhorar o seu nível de conhecimento matemático e didático, pode ser encarado como o primeiro passo para significativas mudanças na sua prática pedagógica em benefício das aprendizagens dos seus alunos, embora existam sempre muitos aspetos que necessitam de ser melhorados. Refletindo sobre o decorrer deste trabalho, seria importante rever, por exemplo, a complexidade dos jogos criados e inseridos no PmatE, levando a reformular novamente a competição criada. A caminhada nos trilhos da educação é, como se pode constatar, um processo inacabado, tornando-se extremamente aliciante ser professor!

BIBLIOGRAFIA

- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional*. (E. Nick, Trad.) Brasil: Interamericana.
- Cagiltay, N., Ozcelik, E., & Ozcelik, N. (2015). The effect of competition on learning in games. *Computers & Education*, 87(C), 35-41. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.04.001>
- Descalço, L., & Oliveira, P. (2018). Science competitions: do they foster learning? *10th International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN18* (pp. 1388-1394). Palma: IATED Digital Library. doi:10.21125/edulearn.2018.0440
- Deutsch, M. (1949). A theory of co-operation and competition. *Human Relations*, 2(2), 129-152. doi:10.1177/001872674900200204
- Direção Geral da Educação. (2016). *Carta aos diretores_ripa_repa*. Obtido de Direção Geral da Educação: https://dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Documentos/carta_diretores_ripa_repa.pdf
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem estatística: realidades e desafios. *Actas XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1-12). Vila Real: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE).
- Groth, R. (2007). Toward a Conceptualization of Statistical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 427-437.
- IAVE. (2017). *Provas Finais de Ciclo — Ensino Básico — 1º CEB, Relatório Nacional 2013-2015*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa.
- Instituto Nacional de Estatística. (2006). *Setenta anos : o Instituto Nacional de Estatística ao serviço da sociedade portuguesa : 1935-2005*. Lisboa: INE.
- Juul, J. (2005). *Half-real Video games between Real Rules and Fictional Worlds*. (M. Press, Ed.) Cambridge: The MIT press.
- Kiryakova, G., Angelova, N., & Yordanova, L. (2014). Gamification in education. *Proceedings of 9th International Balkan Education and Science Conference*.
- Langrall, C., Mooney, E., Nisbet, S., & Jones, G. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. Em L. D. English (Ed.), *International Handbook of Research in Mathematics Education, 2nd edition* (pp. 109-135). Milton Park: Routledge.
- Lee, C., & Chen, M. (2009). A computer game as a context for non-routine mathematical problem solving: the effects of types of question prompt and level of prior knowledge. (Elsevier, Ed.) *Computers&Education*, 52(3), 530-542.
- Lourenço, A. A., & Paiva, M. O. (2010). A motivação escolar e o processo de aprendizagem. *Ciências&Cognição*, 15(2), 132-141.
- Martins, G. O., Sousa Gomes, C. A., Brocardo, J. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. A., Silva, L. U., . . . Rodrigues, S. C. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação/Direção Geral da Educação (DGE).

- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (junho de 2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular; Ministério da Educação.
- Martins, M. E., Loura, L., & Mendes, M. F. (2007). *Análise de dados: texto de apoio para os professores do 1.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Obtido de http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/home.htm
- Martins, M. G. (2005). *Introdução à Probabilidade e à Estatística com complementos de Excel*. Sociedade Portuguesa de Estatística.
- Matemática(DGE), Grupo de Trabalho (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. Direção Geral de Educação.
- Messias, D., & Monteiro, V. (2009). A motivação para a Matemática e o clima de sala de aula de Matemática. *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 4030-4045). Braga: Universidade do Minho.
- Ministério da Educação. (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME.
- Ministério da Educação e Ciência. (2012). *Programas e metas curriculares de Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Nash, J. (1951). Non-cooperative games. *The annals of Mathematics, volume 54*, 286-295.
- Offenholley, K. H. (2012). Gaming your Mathematics course: the theory and practice of games for learning. *Journal of humanistic Mathematics, 2*(2), 79-92.
- Pereira, C., Cardoso, A. P., & Rocha, J. (2015). O trabalho de grupo como fator potenciador da integração do currículo no 1.º Ciclo do Ensino Básico. *Saber&Educar, 20*, 224-233.
- Reis, C. (1 de maio de 2018). *Provas de aferição 2018: tudo o que precisa saber*. Obtido de EKONOMISTA: <https://www.e-konomista.pt/provas-de-afericao/>
- Ribeiro, F. (2011). Motivação e aprendizagem em contexto escolar. *PROFFORMA, 3*, 1-5.
- Ryan, R., & Deci, E. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation social development, and well-being. *American Psychologist, 55*(1), 68-78.
- Sá, C. (2019). *Flexibilidade curricular e perfil do aluno para o séc. XXI*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Silva, A. O., Freitas, A., Oliveira, M. P., & Silva, A. M. (2018). Competições em ciência usando tecnologia: um caso de estudo do comportamento das escolas participantes em Portugal. *Ciência&Educação(Bauru), 24*(3), 677-693.
- Siqueira, L. G., & Wechsler, S. M. (2009). Motivação para a aprendizagem escolar e estilos criativos. *Área Temática: Ensino de Psicologia & Psicologia Educacional, 10*(Ed. Esp.), 124-146.
- Spanellis, A., Dorfler, V., & Mabcryde, J. (2016). Gamification and innovation: a mutually beneficial union. *British Academy of Management Annual Conference: Thriving in Turbulent Times*, (p. 18).
- Tannenbaum, P. (1998). *Excursions in modern Mathematics*. Pearson.

- Verhoeff, T. (1997). The role of competitions in education. *Future world: Educating for the 21st century*, (pp. 1-10).
- Veríssimo, L., & Lemos, M. S. (2014). The relationships between intrinsic motivation, extrinsic motivation, and achievement, along elementary school. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 112, 930-938.
- Veríssimo, L. (2013). Motivar os alunos, motivar os professores: faces da mesma moeda. Em J. Machado, & A. Matias, *Melhorar a escola* (pp. 73-90). Porto: Faculdade de Educação e Psicologia da Universidade Católica.
- Vicente, P. (2012). *Estudos de mercado e de opinião*. Edições Sílabo.
- Vieira, J., Carvalho, M. P., & Oliveira, M. P. (2004). Modelo Gerador de Questões. Em IADIS (Ed.), *IADIS Conferência Ibero-Americana WWW-Internet*, (pp. 105-113). Madrid.

ANEXOS

Anexo 1: exemplo do Relatório Individual das Provas de Aferição (RIPA)

			
Relatório Individual das Provas de Aferição			
Nome _____			
Ano de escolaridade	2	Turma	Doc. Identificação nº
Estabelecimento de Ensino _____			
Provas Realizadas	Português Matemática Expressões Artísticas Expressões Físico-Motoras		

Como ler o Relatório Individual das Provas de Aferição (RIPA)

O RIPA apresenta uma descrição do desempenho nas provas realizadas.

Para cada área disciplinar ou disciplina, foram considerados domínios de aprendizagem de acordo com os documentos curriculares em vigor.

Para cada domínio, o desempenho é caracterizado segundo cinco categorias:

- CONSEGUIU... (respondeu de acordo com o esperado)
- CONSEGUIU..., MAS... (respondeu de acordo com o esperado, mas pode ainda melhorar)
- REVELOU DIFICULDADE EM... (mostrou dificuldades em responder de acordo com o esperado)
- NÃO CONSEGUIU... (não conseguiu responder de acordo com o esperado)
- NÃO RESPONDEU AO ITEM/AOS ITENS EM QUE TINHA DE... (não apresentou qualquer resposta)

As informações apresentadas neste relatório devem ser lidas como um complemento das que foram obtidas durante o processo de avaliação interna. Deve ter-se ainda em atenção que, tendo estas provas um carácter pontual, fatores externos à sua realização podem ter condicionado o desempenho descrito.

Assim, considera-se importante verificar se a informação gerada por estas provas é consistente com a informação recolhida ao longo do ano. Caso se observem desvios significativos em relação ao perfil que o professor traçou, baseado na sua avaliação em contexto de sala de aula, estes resultados devem ser lidos com especial reserva. Recomenda-se, por isso, que, nessas situações, se valorizem registos posteriores, os quais poderão confirmar, ou contrariar, as informações apresentadas neste relatório.

Sugere-se ainda que, a partir da leitura destes resultados, os professores, em conjunto com os alunos, os pais e os encarregados de educação, se envolvam na implementação de estratégias que ajudem a consolidar os pontos fortes e a superar as dificuldades diagnosticadas.

DOMÍNIO	Desempenho
ORALIDADE	<p>Revelou dificuldade em mobilizar informação ouvida numa conversa cujo tema era a adoção de um animal de estimação. <i>É importante ouvir com atenção enunciados diversos, de modo a memorizar a informação. Para treinar a memória, pode realizar diferentes atividades, como, por exemplo, reproduzir lengalengas ou recontar histórias ouvidas.</i></p> <p>Conseguiu relacionar informação ouvida com a imagem que representa um recipiente adequado para tartarugas.</p> <p>Conseguiu interpretar o sentido de uma expressão usada em contexto oral.</p>
LEITURA E INICIAÇÃO À EDUCAÇÃO LITERÁRIA	<p>Conseguiu identificar informação explícita num texto que apresentava procedimentos de uma atividade experimental, mas revelou dificuldade em identificar informação explícita num texto informativo sobre tartarugas, completando corretamente apenas quatro ou cinco dos sete espaços previstos. <i>Deve recordar que, ao ler um texto, é útil ir assinalando as informações relevantes (por exemplo, usando sublinhados, desenhando setas ou escrevendo palavras importantes que permitem identificar o sentido do texto).</i></p> <p>Conseguiu interpretar e relacionar informações contidas num texto não literário, mas não o fez de modo sistemático. <i>Quando lê um texto informativo, deve dar atenção aos aspetos do texto que veiculam as diferentes informações nele contidas. É importante reler o texto com o objetivo de procurar especificamente a informação solicitada no item.</i></p> <p>Revelou dificuldade em interpretar e relacionar ideias contidas no texto literário. <i>Quando lê uma história, deve dar atenção às ideias gerais do texto que revelam quem são as personagens, quais são as suas ações e qual é o contexto espacial e temporal em que as ações ocorrem; deve igualmente, numa segunda leitura, dar atenção aos pormenores.</i></p> <p>Conseguiu identificar a intenção comunicativa de um texto não literário.</p> <p>Conseguiu estabelecer relações entre as informações lidas num texto não literário e uma imagem que as representa.</p> <p>Não conseguiu ordenar imagens de acordo com a sequência de acontecimentos de um texto narrativo. <i>Ao ler um texto narrativo, é importante sublinhar os diferentes momentos da história, de modo a pôr em evidência tanto a sequência dos acontecimentos como a identificação dos diferentes espaços onde a ação ocorre.</i></p> <p>Revelou dificuldade em analisar informação e em interpretar intenções e emoções de personagens da narrativa. Não conseguiu descobrir a causa implícita da atitude de algumas personagens, nem descrever a finalidade do pedido inesperado de uma personagem. <i>Deve ler os textos com atenção, para perceber os motivos que levam as personagens a realizar determinadas ações e os objetivos que pretendem alcançar.</i></p>
GRAMÁTICA	<p>Conseguiu reconhecer verbos.</p> <p>Não conseguiu reconhecer um conjunto de nomes femininos no singular. <i>Deve recordar que nem todos os nomes femininos terminam em «a». Uma forma de identificar o género de uma palavra é usar um determinante artigo antes da palavra; por exemplo, a palavra raiz é do género feminino, «a raiz», e a palavra planeta é do género masculino, «o planeta».</i></p>

DOMÍNIO	Desempenho
ESCRITA	<p>Conseguiu registar informação adequada no espaço destinado ao plano, mas não o fez de modo sistemático. Deve recordar que, para redigir um texto, é importante começar por registar as suas ideias num plano e depois decidir se integra, ou não, toda a informação que registou. Uma planificação inicial da escrita facilita a organização do texto.</p> <p>Quanto aos parâmetros «Género/Formato Textual» e «Tema e Pertinência da Informação», foi possível verificar que revelou dificuldade em cumprir o tema, apresentando falhas na informação mobilizada, e/ou no vocabulário usado e/ou na progressão da informação. Além disso, escreveu um texto que contempla apenas uma sequência de acontecimentos. No processo de escrita, é natural serem incluídas ideias que vão surgindo e serem excluídas outras inicialmente previstas; para verificar se está a respeitar o tema proposto, deve ir relendo o que escreve. Além disso, é importante recordar que, para escrever uma história, deve apresentar uma situação inicial, uma sequência de acontecimentos que se encadeiam e um desfecho.</p> <p>Relativamente ao parâmetro «Organização e Coesão Textuais», foi possível observar que não conseguiu redigir um texto organizado e coeso. Quando terminar a redação de um texto, deve fazer uma leitura atenta, para verificar se usou os tempos verbais adequadamente e se repetiu palavras que podiam ser substituídas por outras.</p> <p>Finalmente, no que respeita ao parâmetro «Morfologia, Sintaxe e Pontuação», foi possível verificar que conseguiu aplicar as regras de concordância entre o sujeito e a forma verbal e entre o determinante e o nome, mas não pontuou o texto ou utilizou inadequadamente os sinais de pontuação.</p> <p>Quando terminar o texto, deve fazer uma leitura atenta, para verificar se utilizou os sinais de pontuação corretamente.</p>

Matemática

OBSERVAÇÕES

DOMÍNIO	Desempenho
NÚMEROS E OPERAÇÕES	<p>Não conseguiu identificar a leitura do número 403. <i>Deve recordar que, no sistema de numeração decimal, o valor de um algarismo depende do lugar que ele ocupa no número. Por exemplo, no número 403, o algarismo 4 vale 4 centenas e o algarismo 3 vale 3 unidades.</i></p> <p>Conseguiu identificar os três números ímpares de uma lista de cinco números.</p> <p>Conseguiu apresentar uma estratégia adequada para resolver um problema envolvendo uma comparação, mobilizando os conceitos e os procedimentos necessários. Apresentou uma resolução com erros de transcrição ou de cálculo. No entanto, escreveu uma resposta que faz sentido no contexto do problema. <i>Antes de dar o seu trabalho por terminado, deve verificar se não fez transcrições incorretas e se os cálculos estão corretos.</i></p> <p>Não conseguiu identificar nenhuma das igualdades, envolvendo a subtração de números naturais, onde o sinal de igual está corretamente utilizado. <i>É importante compreender que o sinal de igual representa uma relação de equivalência entre duas expressões.</i></p> <p>Conseguiu identificar um quarto de um todo.</p> <p>Não conseguiu descrever o padrão de repetição de uma sequência, nem conseguiu determinar o número de elementos de dois termos de outra sequência, dados os três primeiros termos e a lei de formação. <i>Numa sequência repetitiva, deve começar por identificar a unidade que se repete ciclicamente.</i></p>
GEOMETRIA E MEDIDA	<p>Revelou dificuldade em identificar, das figuras representadas num quadriculado, as que têm área igual. <i>Deve recordar que duas figuras têm a mesma área se puderem ser decompostas num mesmo número de partes geometricamente iguais.</i></p> <p>Revelou dificuldade em resolver um problema envolvendo a área de um polígono, apresentando apenas parte de uma estratégia de resolução.</p> <p>Apesar de não ter cometido erros de cálculo ou de transcrição, mobilizou apenas alguns dos conceitos e dos procedimentos necessários e escreveu uma resposta que não faz sentido no contexto do problema.</p> <p>Conseguiu identificar todos os pentágonos num conjunto de figuras geométricas.</p> <p>Revelou dificuldade em resolver um problema envolvendo dinheiro. Apresentou parte de uma estratégia de resolução, mobilizando apenas alguns dos conceitos e dos procedimentos necessários. Apresentou uma resolução com um erro de cálculo ou de transcrição e escreveu uma resposta que não faz sentido no contexto do problema. <i>Verificar se a resposta faz sentido no contexto do problema ajuda, por exemplo, a detetar erros de cálculo ou de transcrição.</i></p> <p>Conseguiu identificar os objetos com a forma de paralelepípedo retângulo no conjunto dos objetos representados.</p> <p>Não conseguiu reconhecer nem relacionar entre si unidades de tempo apresentadas num calendário. Confundiu o dia do mês com o dia da semana. <i>Deve recordar que o dia do mês é designado por um número de 1 a 31.</i></p> <p>Não conseguiu identificar um mês com menos dias do que o mês de outubro. <i>Deve recordar que maio, julho e agosto são meses com 31 dias.</i></p>
ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS	<p>Conseguiu ler os dados de um diagrama de Venn e representar um novo dado no local correto desse diagrama.</p>

Estudo do Meio

OBSERVAÇÕES

DOMÍNIO	Desempenho
À DESCOBERTA DE SI MESMO	<p>Conseguiu identificar os sentidos que permitem reconhecer cada um dos objetos representados, mas apenas assinalou dois dos sentidos no caso do primeiro objeto (um sino). Conseguiu reconhecer o prazo de validade de um produto e interpretar o seu significado.</p>
À DESCOBERTA DOS OUTROS E DAS INSTITUIÇÕES	<p>Revelou dificuldade em explicar normas de convivência social. <i>É importante reconhecer e aplicar normas de convivência social, por exemplo, devolver o que nos é emprestado ou, no caso de o objeto emprestado não poder ser devolvido ou restituído, encontrar uma forma de compensação.</i></p> <p>Revelou dificuldade em interpretar um horário. <i>É útil saber consultar horários, para, por exemplo, identificar o dia em que uma instituição está encerrada.</i></p>
À DESCOBERTA DO AMBIENTE NATURAL	<p>Conseguiu distinguir animais selvagens de animais domésticos, mas não conseguiu identificar animais que põem ovos. <i>Para conhecer melhor os animais, deve realizar pesquisas simples, por exemplo, observando os animais ou consultando enciclopédias.</i></p> <p>Conseguiu relacionar ações do ser humano com ameaças à sobrevivência dos animais selvagens, mas apenas apresentou uma ação de forma clara. <i>É importante reconhecer alguns cuidados a ter com as plantas e com os animais. Por exemplo, não fazer fogos florestais, não despejar lixo nos rios ou não deixar plásticos na praia são ações do ser humano que contribuem para a sobrevivência dos animais selvagens.</i></p>
À DESCOBERTA DAS INTER-RELAÇÕES ENTRE ESPAÇOS	<p>Não conseguiu identificar um itinerário, numa planta, a partir de orientações dadas, pois trocou a informação «virar à direita» com a informação «virar à esquerda».</p>
À DESCOBERTA DOS MATERIAIS E OBJETOS	<p>Conseguiu identificar os materiais necessários à realização de uma experiência destinada a estudar se a madeira, o plástico e o metal conduzem o calor do mesmo modo e, com base na observação dos resultados da experiência, conseguiu concluir qual dos três materiais é o melhor condutor de calor.</p> <p>Não conseguiu identificar o resultado de uma experiência que mostra que a fluatibilidade de um material depende do líquido usado. <i>Deve reconhecer quais das variáveis envolvidas na experiência não são fatores que condicionam a fluatuação.</i></p>

Expressões Artísticas

OBSERVAÇÕES

DOMÍNIO	Desempenho
EXPRESSÃO E EDUCAÇÃO MUSICAL	<p>Revelou dificuldade em tocar uma frase rítmica com o instrumento, tendo tocado uma frase rítmica completamente diferente da do modelo, embora tenha respeitado o acompanhamento. <i>Participar em jogos e atividades musicais de reprodução rítmica, utilizando partes do corpo ou instrumentos musicais convencionais e não convencionais, ajuda a desenvolver a capacidade de audição e de reprodução de frases rítmicas.</i></p> <p>Revelou dificuldade em realizar movimentos de acordo com o andamento ao longo de toda a música, tendo perdido ocasionalmente a sincronia com o andamento. Utilizou vários segmentos corporais, sem fluidez, não distinguindo as diferentes partes da música através dos movimentos criados. <i>Realizar jogos e atividades musicais ajuda a desenvolver a capacidade de audição, percepção e identificação da pulsação e das diferentes partes que compõem uma música. Além disso, dançar ao som de músicas de diversos estilos, utilizando as várias partes do corpo (superior, média e inferior), ajuda a criar fluidez e ligação entre os diferentes movimentos realizados.</i></p>
EXPRESSÃO E EDUCAÇÃO DRAMÁTICA	<p>Conseguiu executar movimentos que permitiram identificar o novo significado ou função que atribuiu ao objeto.</p> <p>Conseguiu dar continuidade à história, integrando dois ou três dos aspetos referidos, e apresentou um final bem definido para a mesma.</p> <p>Conseguiu recorrer à expressão corporal e facial na construção de uma personagem e de uma ação, contribuindo para o desempenho global do grupo, e utilizou a voz de modo audível e perceptível.</p>
EXPRESSÃO E EDUCAÇÃO PLÁSTICA	<p>Revelou dificuldade em ensaiar a construção através de experiências com diferentes elementos/materiais e não explicou de que modo as características do Julião o ajudaram na sua missão; no entanto, acrescentou, na construção de um ser imaginário, o Julião, outras características que não foram descritas. <i>Ensaiai várias alternativas para as partes de uma construção, explorando diferentes materiais e técnicas, ajuda a descobrir a intencionalidade das suas experiências plásticas. Explicar as soluções encontradas contribui para desenvolver o pensamento crítico e a criatividade.</i></p> <p>Não conseguiu construir o Julião; não incluiu nenhuma das características solicitadas nem usou nenhum dos materiais obrigatórios. <i>Quando fazemos uma construção, devemos incluir todas as características que a distinguem e usar materiais diversificados, atribuindo mais expressividade à construção.</i></p> <p>Revelou dificuldade em recortar as duas figuras planas ou recortou as figuras mas não as colocou na construção do Julião. Pintou apenas com um ou dois dos materiais riscadores solicitados. <i>Quando recortamos uma figura, devemos seguir a linha de contorno para que a sua forma fique bem definida. Quando usamos a cola, devemos colocar apenas a quantidade necessária, garantindo que ela não sai da área de colagem. Ao usarmos vários materiais riscadores, tornamos a pintura mais rica e expressiva.</i></p>

Expressões Físico-Motoras

OBSERVAÇÕES

DOMÍNIO	Desempenho
DESLOCAMENTOS E EQUILÍBRIOS	<p>Conseguiu marchar com equilíbrio e fluidez sobre a trave inferior de um banco sueco. Demonstrou ter equilíbrio nos deslocamentos em superfícies de apoio reduzidas e sem controlo visual.</p> <p>Conseguiu saltar de um plano superior, realizando a figura solicitada durante a fase de voo, e controlando a receção após o salto. Demonstrou controlo corporal e equilíbrio dinâmico.</p> <p>Conseguiu realizar uma cambalhota para a frente, com fluidez, mantendo a direção do ponto de partida. Demonstrou domínio corporal em movimentos de rotação à frente.</p> <p>Conseguiu deslocar-se com as mãos em suspensão no espaldar. Demonstrou domínio do corpo.</p> <p>Conseguiu realizar uma cambalhota à retaguarda, com fluidez, embora não se tenha conseguido levantar corretamente. <i>Para melhorar a cambalhota à retaguarda, é importante conseguir realizar a rotação sem interrupções e terminar em pé, sem tocar com os joelhos no solo, empurrando as mãos no colchão.</i></p>
PERÍCIAS E MANIPULAÇÕES	<p>Conseguiu fazer o arco rolar com pequenos toques das mãos, mas de forma pouco controlada. <i>Para melhorar o controlo de objetos portáteis, como o arco, é importante realizar exercícios variados de manipulação com esse objeto, em diferentes habilidades, com e sem deslocamentos.</i></p> <p>Conseguiu realizar saltos à corda consecutivos, respeitando as condições de espaço definidas, mas não conseguiu manter constante o ritmo de rotação da corda. <i>Para conseguir realizar os saltos à corda sem interrupções, é importante treinar os saltos de várias formas (no mesmo sítio, a andar, a correr, com um pé, com apoios simultâneos ou alternados, com e sem saltitar, etc.), procurando manter o ritmo de passagem da corda.</i></p> <p>Conseguiu fazer toques sucessivos de sustentação de uma bola com raqueta, mas de forma pouco controlada. <i>Para melhorar o controlo da bola com a raqueta, é importante realizar exercícios de sustentação da bola com a raqueta: batendo com a bola só numa face, alternando o batimento da raqueta na bola numa face e na outra, e deixando bater a bola no chão e depois na raqueta.</i></p> <p>Conseguiu controlar a bola num percurso definido sem interrupções, coordenando o deslocamento com o controlo da bola.</p> <p>Conseguiu receber a bola de forma controlada, após ter acertado com esta numa zona definida, adequando os seus deslocamentos à trajetória da bola.</p>
JOGOS	<p>Conseguiu participar no jogo das «tocas», cumprindo as regras definidas e adequando as suas ações ao objetivo do jogo. Demonstrou domínio na orientação espacial e corporal em deslocamentos variados, de acordo com um objetivo definido.</p>

Anexo 2: questionário inicial “A sala de aula”

(disponibilizado aos alunos, a partir do seu email em <https://docs.google.com/forms>)



A sala de aula

Mestrado em Matemática para professores

*Obrigatório

Email *

O seu email

Idade *

A sua resposta

Sexo *

- Masculino
- Feminino

Qual a tua disciplina favorita? *

- Português
- Matemática
- Estudo do Meio
- Expressões Plástica
- Expressão Musical
- Educação Física

Na disciplina de Matemática, o que mais gostas de fazer? *

- Trabalhar sozinho.
- Resolver problemas.
- Trabalhar a pares ou em grupo.
- Participar em jogos na Internet.
- Jogar jogos de mesa com as matérias dadas.
- Trabalhar nos manuais.
- Fazer exercícios no caderno.
- Outra: _____

O que sentes quando trabalhas Matemática? *

- A Matemática é uma das disciplinas que tenho mais receios.
- Gosto de resolver os desafios matemáticos.
- Gosto de saber mais sobre Matemática.
- Divirto-me quando trabalho Matemática.
- Trabalhar em Matemática deixa-me nervoso.
- Os conteúdos que trabalho nas aulas de Matemática são pouco interessantes.
- Outra: _____

Anexo 3: quadro resumo do questionário inicial “A sala de aula”

Número do aluno	Idade	Sexo	Disciplina favorita	Metodologias matemáticas preferidas	Sentimento em relação à Matemática
1	8	F	Estudo do Meio	Jogos de mesa com as matérias dadas	Disciplina que sinto mais receio
2	7	F	Português	Jogos na internet	Disciplina que sinto mais receio
3	7	F	Educação Física	Trabalho de pares/grupo	Gosto de saber mais sobre Matemática
4	7	M	Educação Física	Jogos de mesa com as matérias dadas	Gosto de saber mais sobre Matemática
5	7	M	Educação Física	Trabalho de pares/grupo	Gosto de saber mais sobre Matemática
6	7	M	Expressão Musical	Jogos na internet	Gosto de saber mais sobre Matemática
7	7	F	Português	Jogos de mesa com as matérias dadas	Disciplina que sinto mais receio
8	7	M	Educação Física	Jogos na internet	Deixa-me nervoso
9	7	F	Estudo do Meio	Jogos na internet	Divirto-me quando trabalho nesta disciplina
10	7	F	Estudo do Meio	Jogos de mesa com as matérias dadas	Divirto-me quando trabalho nesta disciplina

11	7	M	Educação Física	Jogos de mesa com as matérias dadas	Gosto de resolver desafios matemáticos
12	7	F	Estudo do Meio	Resolver problemas	Deixa-me nervosa
13	7	F	Educação Física	Exercícios no caderno	Deixa-me nervosa
14	7	M	Matemática	Resolver problemas	Gosto de resolver desafios matemáticos
15	7	F	Expressão Plástica	Jogos de mesa com as matérias dadas	Gosto de resolver desafios matemáticos
16	7	F	Matemática	Trabalhar nos manuais	Divirto-me quando trabalho nesta disciplina
17	7	M	Estudo do Meio	Trabalho de pares/grupo	Gosto de saber mais sobre Matemática
18	7	M	Educação Física	Jogos na internet	Divirto-me quando trabalho nesta disciplina
19	8	M	Matemática	Trabalho de pares/grupo	Gosto de saber mais sobre Matemática

Anexo 4: tabela de frequências usada no questionário “A sala de aula”

X_i <i>Sentimento em relação à Matemática</i>	n_i <i>N.º de alunos da turma que escolheram esta opção</i>	$f_i = \frac{n_i}{19}$	$\sum_{j=1}^i n_j$	$F_i = \frac{N_i}{19}$
Disciplina que sinto mais receio	3	0.16	3	0,16
Deixa-me nervoso	3	0.16	6	0,32
Gosto de resolver desafios matemáticos	3	0.16	9	0,48
Gosto de saber mais sobre Matemática	6	0.31	15	0,79
Divirto-me quando trabalho nesta disciplina	4	0.21	19	1
Total	19	1		

X_i <i>Sentimento em relação à Matemática</i>	n_i <i>N.º de alunos do sexo feminino que escolheram esta opção</i>	$f_i = \frac{n_i}{10}$	$\sum_{j=1}^i n_{i,j} \leq 1$	$F_i = \frac{N_i}{10}$
Disciplina que sinto mais receio	3	0.3	3	0,30
Deixa-me nervoso	2	0.2	5	0,50
Gosto de resolver desafios matemáticos	1	0.1	6	0,60
Gosto de saber mais sobre Matemática	1	0.1	7	0,70
Divirto-me quando trabalho nesta disciplina	3	0.3	10	1
Total	10	1		

X_i Sentimento em relação à Matemática	n_i N.º de alunos do sexo masculino que escolheram esta opção	$f_i = \frac{n_i}{9}$	$\sum_{j=1}^i n_j$	$F_i = \frac{N_i}{9}$
Disciplina que sinto mais receio	0	0	0	0
Deixa-me nervoso	1	0.1	1	0,1
Gosto de resolver desafios matemáticos	2	0.2	3	0,3
Gosto de saber mais sobre Matemática	5	0.6	8	0,9
Divirto-me quando trabalho nesta disciplina	1	0.1	9	1
Total	9	1		

Anexo 5: concretizações dos 10 modelos criados para a competição online a partir do MGQ – PmatE

	ID_Modelo
Anexo 5.1	11953
<p>pmate.ua.pt/DevPmatE/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11953</p> <p>A professora Maria escreveu a palavra MATEMÁTICA no quadro. Podemos afirmar que,</p> 	
<p>a letra que mais se repete é a consoante M. ✗ (11953.2)</p> <hr/> <p>a décima letra é igual à primeira letra. ✗ (11953.1)</p> <hr/> <p>a letra que mais se repete é a vogal I. ✗ (11953.3)</p> <hr/> <p>a terceira letra é igual à sétima letra. ✓ (11953.4)</p>	
Repetir	

	ID_Modelo
Anexo 5.2	11956
<p>pmate.ua.pt/DevPmatE/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11956</p> <p>Na escola da Gabriela estavam estacionadas 30 bicicletas de alguns alunos. Assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.</p> 	
<p>O número de rodas é sempre metade do número de bicicletas ✗ (11956.4)</p> <hr/> <p>O número 30 é ímpar. ✗ (11956.2)</p> <hr/> <p>Nestas bicicletas, temos mais de cinco dezenas de rodas. ✗ (11956.3)</p> <hr/> <p>Nestas bicicletas, temos mais de quatro dezenas de rodas. ✗ (11956.1)</p>	
Repetir	

Anexo 5.3

11958

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11958

O Tiago e o André estão a disputar um jogo de *bowling* no pátio da escola. Ganha o jogo aquele que obtiver maior valor na soma das três primeiras jogadas, registadas na tabela seguinte:

	1.ª jogada	2.ª jogada	3.ª jogada
Tiago	50	50	100
André	100	150	50

O André ganhou o jogo.



(11958,3)

O total de pontos obtido pelos dois jogadores foi 500.



(11958,4)

O Tiago obteve duas centenas de pontos.



(11958,1)

O Tiago perdeu o jogo.



(11958,2)

[Repetir](#)

Anexo 5.4

11939

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11939

Considerando o número 863, podemos afirmar que,

é um número par.



(11939,2)

é um número ímpar.



(11939,4)

é o sucessor de 701.



(11939,3)

é o sucessor de 781.



(11939,1)

[Repetir](#)

Anexo 5.5

11954

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11954

A tabela de multiplicação da figura tem algumas letras em vez de números. Observa a imagem e assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.

x	2	3	4
2	a		
3	b		
4		c	d

a é diferente de 4×4 .

✓
(11954,1)

a é diferente de $2 + 2 + 2$.

✓
(11954,4)

A letra a representa um número par.

✓
(11954,3)

Todas as letras representam números ímpares.

✗
(11954,2)

Repetir

Anexo 5.6

11957

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11957

De acordo com o que aprendeste sobre os números pares e ímpares, assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



Todos os múltiplos de 591 são números ímpares.

✗
(11957,4)

O número 590 é par.

✓
(11957,1)

Os produtos das multiplicações com números pares são sempre números ímpares.

✗
(11957,2)

Para classificar se um número é par analisamos a ordem das unidades.

✓
(11957,3)

Repetir

Anexo 5.7

11963

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexterior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11963

O Ricardo esteve a contar o número de vezes que aparece o algarismo 3, nos números inteiros entre 220 a 260. Assinala como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



O Ricardo contou mais de uma dezena de vezes o algarismo 3 na ordem das unidades.



(11963,1)

220 e 260 são ambos múltiplos de 2.



(11963,4)

Os números 220 e 260 são ímpares.



(11963,3)

Os números 220 e 260 são pares.



(11963,2)

[Repetir](#)

Anexo 5.8

11969

pmate.ua.pt/DevPmate/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexterior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11969

Na sua festa de aniversário a Raquel confeccionou 24 queques de chocolate para levar aos seus amigos da escola. Ela quer organizar saquinhos com a mesma quantidade de queques cada um. Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



A Raquel pode guardar todos os queques em 3 sacos de 10 unidades cada um.



(11969,1)

24 é a quantidade máxima de sacos a utilizar para distribuir os queques de igual forma.



(11969,3)

A Raquel consegue organizar todos os queques em sacos em 10 queques cada um.



(11969,2)

Não é possível distribuir os queques em sacos com 12 unidades cada um.



(11969,4)

[Repetir](#)

Anexo 5.9

11971

pmate.ua.pt/DevPmateE/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11971

O Vasco recebeu um jogo com peças para montar carrinhas. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Vasco tem que usar todas as rodas. Sabendo que cada carrinha tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



Os 5 carrinhas usam o total de rodas do jogo.



(11971,3)

O Vasco deverá de organizar sempre o jogo em conjuntos de 4 rodas.



(11971,4)

O Vasco montou apenas 4 carrinhas.



(11971,1)

Para montar apenas 2 carrinhas o Vasco necessitaria de 4 rodas.



(11971,2)

[Repetir](#)

Anexo 5.10

11965

pmate.ua.pt/DevPmateE/modulos/didactica/NSavaliarmodeloexternior.aspx?geraAvalia=0&modelid=11965

Para a festa de final de ano da escola, o professor José resolveu encher balões coloridos para decorar o recreio. Os balões da imagem são um quarto do total de balões usados na festa.



Relativamente ao total de balões usado na festa, a fração $\frac{1}{2}$ representa 10 balões.



(11965,4)

Foram usados na festa menos de uma dezena de balões.



(11965,2)

Foram usados na festa menos de duas dezenas de balões.



(11965,3)

O número total de balões usado na festa foi 16.



(11965,1)

[Repetir](#)

Anexo 6: exemplo competição online jogo final de aluno a partir do MGQ - PmatE

pergunta: 1 | tempo: 58:30 | modelo: 11953

A professora Mariana escreveu a palavra **MATEMÁTICA** no caderno. Podemos afirmar que,



R1 (11953,3)	a palavra MATEMÁTICA tem menos de 8 dezenas de letras.	utilizador: V solução: V
R2 (11953,2)	a décima letra é igual à segunda letra.	utilizador: V solução: V
R3 (11953,4)	a consoante C é a letra que mais se repete.	utilizador: F solução: F
R4 (11953,1)	a décima letra é igual à primeira letra.	utilizador: F solução: F

pergunta: 2 | tempo: 57:08 | modelo: 11956

pergunta: 2 | tempo: 57:08 | modelo: 11956

Na escola da Matilde estavam estacionadas 38 bicicletas de alguns alunos. Assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11956,1)	O número 38 é par.	utilizador: V solução: V
R2 (11956,4)	O número de rodas é sempre metade do número de bicicletas	utilizador: F solução: F
R3 (11956,2)	O número de rodas é sempre o triplo das bicicletas.	utilizador: F solução: F
R4 (11956,3)	Para classificar se um número é par analisamos a ordem das unidades.	utilizador: V solução: V

pergunta: 3 | tempo: 55:43 | modelo: 11958
pergunta: 3 | tempo: 55:43 | modelo: 11958

O Tiago e o João estão a disputar um jogo de *bowling* no pátio da escola. Ganha o jogo aquele que obtiver maior valor na soma das três primeiras jogadas, registadas na tabela seguinte:

	1.ª jogada	2.ª jogada	3.ª jogada
Tiago	50	50	100
João	100	150	50

R1 (11958,2)	O Tiago obteve três centenas de pontos.	utilizador: F solução: F
R2 (11958,1)	O Tiago ganhou o jogo.	utilizador: F solução: F
R3 (11958,4)	O João perdeu o jogo.	utilizador: F solução: F
R4 (11958,3)	O João ganhou o jogo.	utilizador: V solução: V

pergunta: 4 | tempo: 54:55 | modelo: 11939

Considerando o número 875, podemos afirmar que,

R1 (11939,2)	é um número par.	utilizador: F solução: F
R2 (11939,4)	é um número ímpar.	utilizador: V solução: V
R3 (11939,1)	é superior a 9 milhares.	utilizador: F solução: F
R4 (11939,3)	é o sucessor de 701.	utilizador: F solução: F

pergunta: 5 | tempo: 52:35 | modelo: 11954

A tabela de multiplicação da figura tem algumas letras em vez de números. Observa a imagem e assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.

x	2	3	4
2	a		
3	b		
4		c	d

R1 (11954,2)	Todas as letras representam números ímpares.	utilizador: F solução: F
R2 (11954,4)	a é diferente de $2 + 2 + 2$.	utilizador: F solução: V
R3 (11954,3)	A letra a representa um número ímpar.	utilizador: F solução: F
R4 (11954,1)	a é diferente de 4×4 .	utilizador: V solução: V

pergunta: 5 | tempo: 52:03 | modelo: 11954

A tabela de multiplicação da figura tem algumas letras em vez de números. Observa a imagem e assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.

x	2	3	4
2	a		
3	b		
4		c	d

R1 (11954,2)	Todas as letras representam números ímpares.	utilizador: F solução: F
R2 (11954,4)	a é diferente de $2 + 2 + 2$.	utilizador: V solução: V
R3 (11954,3)	A letra a representa um número ímpar.	utilizador: F solução: F
R4 (11954,1)	a é diferente de 4×4 .	utilizador: V solução: V

pergunta: 6 | tempo: 50:00 | modelo: 11957

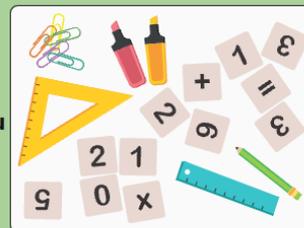
De acordo com o que aprendeste sobre os números pares e ímpares, assinala com verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11957,2)	Todos os múltiplos de 12 são números ímpares.	utilizador: F solução: F
R2 (11957,3)	Todos os múltiplos de 1153 são números pares.	utilizador: F solução: F
R3 (11957,4)	Todos os múltiplos de 1153 são números ímpares.	utilizador: F solução: F
R4 (11957,1)	Para classificar um número como par analisamos a ordem das centenas.	utilizador: F solução: F

pergunta: 7 | tempo: 46:40 | modelo: 11963

O Alexandre esteve a contar o número de vezes que aparece o algarismo 9, nos números inteiros entre 220 a 260. Assinala como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11963,1)	O algarismo 9 nunca ocupa a posição das dezenas.	utilizador: F solução: V
R2 (11963,2)	O algarismo 2 apenas ocupa a posição das centenas.	utilizador: F solução: F
R3 (11963,3)	Entre 220 e 260, o algarismo 9 surge em quatro diferentes números, na ordem das unidades.	utilizador: V solução: V
R4 (11963,4)	Os números 220 e 260 são múltiplos de 3.	utilizador: F solução: F

pergunta: 7 | tempo: 45:52 | modelo: 11963

O Alexandre esteve a contar o número de vezes que aparece o algarismo 9, nos números inteiros entre 220 a 260. Assinala como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11963,1)	O algarismo 9 nunca ocupa a posição das dezenas.	utilizador: V solução: V
R2 (11963,2)	O algarismo 2 apenas ocupa a posição das centenas.	utilizador: F solução: F
R3 (11963,3)	Entre 220 e 260, o algarismo 9 surge em quatro diferentes números, na ordem das unidades.	utilizador: V solução: V
R4 (11963,4)	Os números 220 e 260 são múltiplos de 3.	utilizador: F solução: F

pergunta: 8 | tempo: 41:22 | modelo: 11969

Na sua festa de aniversário a Alice confeccionou 24 queques de chocolate para levar aos seus amigos da escola. Ela quer organizar saquinhos com a mesma quantidade de queques cada um.

Assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11969,4)	O menor número de sacos que podemos utilizar para distribuir todos os queques de igual forma é 4.	utilizador: F solução: F
R2 (11969,3)	24 é a quantidade máxima de sacos a utilizar para distribuir os queques de igual forma.	utilizador: V solução: V
R3 (11969,1)	A Alice consegue guardá-los em sacos de 12 unidades.	utilizador: V solução: V
R4 (11969,2)	A Alice consegue organizar todos os queques em sacos em 5 queques cada um.	utilizador: F solução: F

pergunta: 9 | tempo: 38:31 | modelo: 11971

O Vicente recebeu um jogo com peças para montar skates. A caixa tem 20 rodas, e para terminar o jogo o Vicente tem que usar todas as rodas.

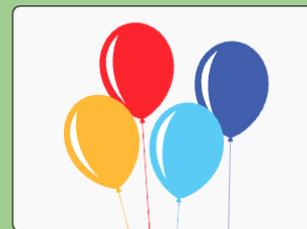
Sabendo que cada skate tem 4 rodas, assinala com V (verdadeira) ou F (falsa) cada uma das seguintes afirmações.



R1 (11971,1)	O Vicente montou 5 skates.	utilizador: V solução: V
R2 (11971,3)	Com 12 rodas o Vicente conseguiria montar 4 skates.	utilizador: F solução: F
R3 (11971,2)	Para montar apenas 3 skates o Vicente necessitaria de 12 rodas.	utilizador: V solução: V
R4 (11971,4)	O Vicente deverá de organizar sempre o jogo em conjuntos de 4 rodas.	utilizador: V solução: V

pergunta: 10 | tempo: 35:41 | modelo: 11965

Para a festa de final de ano da escola, o professor José resolveu encher balões coloridos para decorar o recreio. Os balões da imagem são um quarto do total de balões usados na festa.



R1 (11965,4)	Relativamente ao total de balões usado na festa, a fração $\frac{1}{2}$ representa 10 balões.	utilizador: F solução: F
R2 (11965,2)	Foram usados na festa menos de uma dezena de balões.	utilizador: F solução: F
R3 (11965,1)	$\frac{1}{2}$ representa a fração de balões da imagem, em relação ao total de balões usados na festa.	utilizador: F solução: F
R4 (11965,3)	8 balões representa $\frac{1}{3}$ dos balões usados na festa	utilizador: F solução: F



Anexo 7: versão disponibilizada do jogo ao aluno, em formato de papel.

Olha atentamente para o número 540. Podemos afirmar que:



- O seu sucessor é o número 547
- O seu antecessor é o número 546
- O algarismo das centenas é o 4
- O número tem 5 centenas

V	F
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A professora Guida escreveu no quadro a palavra:
EXPERIÊNCIAS

Lê atentamente e responde:



- A quarta letra é igual à sétima letra.
- A última letra da palavra é diferente da primeira letra.
- Nesta palavra há uma dúzia de letras.
- A letra N é a nona nesta palavra.

V	F
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

O Francisco e a Luísa estão a jogar o jogo:
Par/ímpar

Lê as suas afirmações e responde:



- “A soma dos dedos das nossas mãos é um número par”.
- “Se eu colocar 5 dedos e tu 4 dedos a sua soma será um número par”.
- “Se cada um colocar um número ímpar de dedos, a soma de ambos será ímpar”.
- “Uma dezena de dedos é um número par”.

V F

A Leonor adora as tabelas da tabuada e resolveu substituir os produtos por letras.
Observa a tabela e responde:

x	2	4	10
2	a		
4	b		
5		c	d

- O resultado da letra C é 24.
- Todas as letras representam produtos pares.
- A letra b representa um número inferior a uma dezena.
- d pode ser representado pela soma: $10+10+10+10+10$.

V F

O Rafael adora andar no seu skate. Como podes ver na imagem, cada skate tem 4 rodas. Podemos dizer que:



- As rodas do seu skate representam um múltiplo de 2.
- Se convidar um amigo terão odobro das rodas.
- 5 skates possuirão um número ímpar de rodas.
- O número de rodas devários skates completos será sempre um múltiplo de 4.

V F

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Para a comemoração do *Dia Mundial da Criança*, foram distribuídos sumos aos alunos do 2.º ano, tendo cada aluno da turma bebido 1 sumo.

$\frac{1}{4}$ representa a fração de sumos da imagem, do total de sumos distribuídos nesse dia.



- A turma tem um total de 24 alunos.
- A turma é constituída por 16 alunos.
- 8 sumos representam $\frac{1}{2}$ dos sumos consumidos neste dia.
- $\frac{1}{3}$ dos sumos consumidos seriam uma dezena de sumos.

V F

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

O Miguel e o João nas férias de verão gostam de praticar tiro ao alvo. Em três setas lançadas obtiveram a pontuação registada na tabela abaixo. Ganha o jogo quem tiver uma soma maior nas três jogadas.

	1. ^a jogada	2. ^a jogada	3. ^a jogada
Miguel	25	25	50
João	50	50	50

- O Miguel ganhou o jogo.
- O total de pontos obtidos no final das 3 jogadas do João foi uma centena e meia.
- O João ganhou o jogo.
- O Miguel obteve no final das 3 jogadas um total de uma centena de pontos.

V F



Para comemorar o final do ano letivo, as duas turmas do 2.º ano confeccionaram na cantina da escola queques. Cada turma confeccionou 1 tabuleiro igual ao representado na imagem.



- As duas turmas confeccionaram 12 queques.
- Foram confeccionados 24 queques.
- Três tabuleiros representariam meia centena.
- Cada aluno comeu um queque, logo as duas turmas têm 24 alunos.

V F



A Mariana e o Tiago gostam de colecionar conchas. A Mariana tem 25 conchas e o Tiago tem o dobro de conchas da Mariana.



- O Tiago tem mais de uma centena de conchas.
- Os dois meninos juntos têm um total de 75 conchas.
- O Tiago tem meia centena de conchas.
- A Mariana tem $\frac{1}{2}$ das conchas do Tiago.

V F

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Na visita de estudo ao Parque do Rio Ul, em S. João da Madeira, os alunos conseguiram encontrar 14 coelhos. Sabendo que cada coelho tem 4 patas, responde



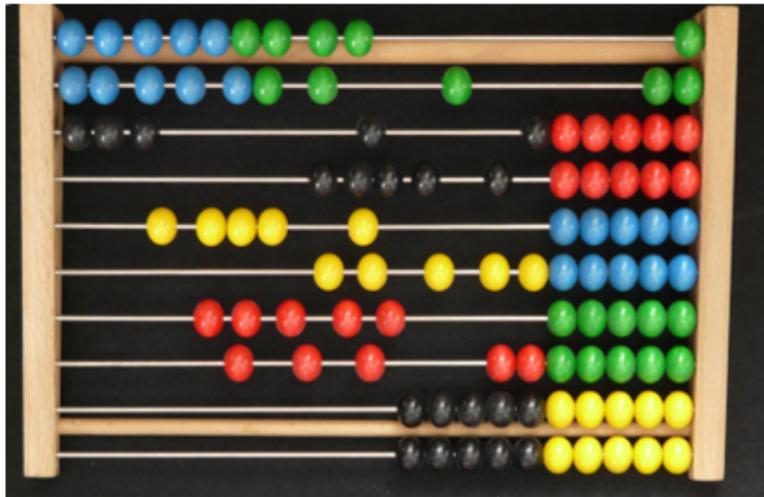
- Podemos representar as patas dos coelhos pela multiplicação seguinte: 14×4 .
- Os alunos contaram 140 patas.
- O total de patas é 5 dezenas e 6 unidades.
- O número de patas é o quádruplo dos coelhos.

V F

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Anexo 8: questionário final sobre a forma de competição preferida

Os jogos matemáticos



Qual o jogo que mais gostaste de realizar?

- O jogo online PmatE.
- O jogo impresso em papel.

Justifica a tua resposta anterior.

Nome: Data: