universidade de aveiro theoria poiesis praxis

MATEMÁTICA COM VIDA

Diferentes olhares sobre a Tecnologia

Vanda Santos
Isabel Cabrita
Teresa Neto
Margarida Pinheiro
J. Bernardino Lopes
(orgs.)

universidade de aveiro theoria poiesis praxis

MATEMÁTICA COM VIDA

Diferentes olhares sobre a Tecnologia

Vanda Santos
Isabel Cabrita
Teresa Neto
Margarida Pinheiro
J. Bernardino Lopes
(orgs.)

título
Matemática com vida: diferentes olhares sobre a tecnologia

organizadores/coordenadores
Vanda Santos
Isabel Cabrita
Teresa B. Neto
Margarida M. Pinheiro
J. Bernardino Lopes

comissão científica
Ana Paula Aires
Cecília Costa
Fátima Regina Jorge
Helena Campos
Isabel Cabrita
J. Bernardino Lopes
Margarida M. Pinheiro
Maria Manuel Nascimento
Paula Catarino
Teresa B. Neto
Vanda Santos

capa
Joana Pereira

editora
UA Editora
Universidade de Aveiro
Serviços de Documentação, Informação Documental e Museologia

1.ª edição – dezembro 2021

ISBN: 978-972-789-722-3

DOI: https://doi.org/10.48528/vt67-1729

O Encontro cujos textos agora se publicam foi financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDB/00194/2020 e teve o apoio do Departamento de Educação e Psicologia.

Índice

Olhar a Tecnologia sobre múltiplas perspetivas

Vanda Santos
Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
vandasantos@ua.pt
https://orcid.org/0000-0002-3953-6123

Isabel Cabrita
Departamento de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
icabrita@ua.pt
http://orcid.org/0000-0003-0255-7577

Teresa Neto
Departamento de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
teresaneto@ua.pt
https://orcid.org/0000-0001-9002-2155

Margarida M. Pinheiro
Universidade de Aveiro, ISCA-UA
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
margarida.pinheiro@ua.pt
https://orcid.org/0000-0001-8027-2214

Joaquim Bernardino Lopes
Departamento de Física, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
blopes@utad.pt
https://orcid.org/0000-0001-9961-1538

> *" 'Dois caminhos divergiam num bosque, e eu… escolhi o menos percorrido. E isso fez toda a diferença' Robert Frost, The Road Not Taken*
> *As escolas de todo o mundo estão a percorrer um caminho nunca dantes percorrido. Após séculos da lógica presencial, que definiu a sua própria essência como escolas, viram-se subitamente esvaziadas e projetadas para a distância, sem qualquer preparação prévia para a transformação."* António Dias Figueiredo (2020)[1]

A opinião de António Dias Figueiredo serve de mote para o espírito deste Encontro. A questão é: como é que o Ensino e a Aprendizagem da Matemática podem acontecer, quando o caminho que temos de explorar está a ser construído ao mesmo tempo que o percorremos?

Dada a importância cada vez maior e de forma incontornável da tecnologia, cada vez mais sentida, nesta 2.ª edição dos referidos Encontros, subordinada ao tema 'Matemática com Vida – Diferentes Olhares Sobre a Tecnologia', teve lugar de destaque. E olhamos para aquele tema segundo múltiplas perspetivas.

O Encontro enquadra-se na vertente 'Labs Convida' da iniciativa maior – 'Labs Com Vida', rentabilizando as sinergias de duas estruturas funcionais do Centro de

[1] *O Caminho Nunca Dantes Percorrido* - https://adfig.com/pt/?p=476

Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF) da Universidade de Aveiro: o Laboratório de Educação em Matemática (lem@tic) e o Laboratório de Didática de Ciências e Tecnologia, (LabDCT).

O presente livro integra 15 textos de autores que nele intervieram de uma forma muito ativa, quer através de conferencias plenárias, quer pela participação no painel 'Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática?' quer enquanto dinamizadores de workshops.

O encontro, que decorreu em dois dias entre setembro e outubro de 2021, foi totalmente realizado online, face às restrições impostas pela Covid-19.

As duas conferências plenárias estiveram a cargo de Jaime Carvalho e Silva e de Paula Oliveira. Em 'A resolução de problemas em Matemática e o Pensamento Computacional', conferência plenária proferida por Jaime Carvalho e Silva, o autor reflete sobre a resolução de problemas reais e concretos com ferramentas matemáticas. Coloca o foco no pensamento computacional, que potencia a resolução de problemas usando os esquemas lógicos da matemática. Na plenária intitulada *PmatE: um projeto com vida (longa)*, o texto de Paula Oliveira permite-nos um olhar sobre o percurso, já com 30 anos, do Projeto Matemática Ensino (PmatE), um projeto de investigação e desenvolvimento fundado na Universidade de Aveiro, que alia as tecnologias digitais ao desenvolvimento de conteúdos e eventos para a promoção do sucesso escolar e da cultura científica, nomeadamente através de Competições Nacionais de Ciência.

Em relação ao Painel 'Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática?', apresenta-se um texto resultado da participação dos quatro intervenientes no mesmo, Cecília Costa, Isabel Cabrita, Fernando Martins e Rui Oliveira e do moderador, J. Bernardino Lopes, onde é patente a diversidade de perspetivas de professores (ensinos superior e básico/secundário) e de abordagens investigativas. O mote foi a importância de uma adequada utilização da tecnologia nas práticas de ensino e de aprendizagem da matemática. Em particular, a discussão teve em considerações as seguintes questões:

- Que níveis de adoção de artefactos tecnológicos temos, de facto, nas aulas?
- Como transformar artefactos tecnológicos em ferramentas efetivas no ensino e na aprendizagem de Matemática?
- Usar só um artefacto tecnológico ou operacionalizar uma verdadeira orquestração instrumental?
- Como criamos verdadeiras oportunidades de se usarem artefactos tecnológicos para promover práticas epistémicas na aprendizagem de Matemática?

Durante o Encontro, foram dinamizados 13 *workshops,* apresentando-se textos referentes a doze deles. Estes *workshops* envolveram a exploração de diversas tecnologias – desde ferramentas de desenho, calculadoras, tecnologias móveis, *softwares* de geometria dinâmica, realidade aumentada, *applets,* robots, plataformas *online* e outros recursos disponíveis na Internet – enquanto suporte da resolução de tarefas matemáticas que evidenciam conexões com outras áreas e/ou o dia a dia. Os trabalhos apresentados estão organizados em dois grandes grupos: centrados em abordagens que privilegiam aprendizagens transversais/gerais usando os recursos mais adequados para o efeito e centrados em abordagens que privilegiam aprendizagens específicas usando os recursos mais adequados para o efeito.

Mónica Carneiro, Ana Paula Aires e Helena Campos apresentaram um recurso online de acesso gratuito, para a Matemática e adequado para todos os níveis de ensino. Exploraram, em particular, as suas potencialidades para a exploração de conteúdos presentes nos vários domínios do Programa de Matemática dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, quer na ótica do professor quer na perspetiva do aluno.

O texto de Vanda Santos e Margarida M. Pinheiro propõe a utilização de abordagens ativas e dinâmicas a partir: de conceitos como o de "traga o seu próprio dispositivo", da utilização de sistemas de resposta à audiência, e da exploração de plataformas/aplicativos de distribuição livre para a exploração da Estatística.

Em 'A Matemática e a Realidade aumentada: a interação entre o mundo virtual e o mundo real', Cibele Fernandes, Helena Campos e Ana Paula Aires apresentam um *software* de realidade aumentada utilizado em contexto educativo para construir experiências interativas de aprendizagem.

O texto de Maria Manuel Nascimento e José Alexandre Martins foca-se em atividades mediadas por ferramentas tecnológicas ou não que possam incrementar o envolvimento ativo dos alunos numa aprendizagem que se pretende significativa.

Paula Sofia Nunes, Paulo Martins e Paula Catarino exploram a gamificação na promoção da avaliação formativa de geometria e medida, com a utilização do *Socrative* e do *Quizizz*.

Em 'Fazer Matemática com Música: Desafios em Sala de Aula no Ensino Básico', de Ana Silva, J. Bernardino Lopes e Cecília Costa, a abordagem escolhida foi fazer matemática com música, usando-se pianos digitais para *smartphone e roteiros de exploração para tornar a música como objeto matemático*, contribuindo-se, dessa forma, para desenvolver o apreço por essas duas áreas.

O texto de Isabel Cabrita foca-se na programação tangível. Propõe-se a resolução de tarefas envolvendo a utilização de robots, mobilizando-se e promovendo-se o desenvolvimento do pensamento computacional, indissociável da resolução de problemas.

Ana Breda e Catarina Cruz propuseram atividades exploratórias e interativas, para os 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, com base em aspetos matemáticos da situação pandémica COVID-19 e com recurso a meios digitais e tecnológicos.

Teresa B. Neto, Vanda Santos e Alexandra Rodrigues exploram a resolução de problemas, com recurso a ecossistemas da TI-NSPIRE, segundo uma abordagem *STEAM* (*Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics*).

Artur Coelho e Magda Pereira defendem a exploração de tarefas matemáticas com recurso à Realidade Aumentada em Ambientes Dinâmicos de Matemática Dinâmica, possibilitando a interpretação de significados matemáticos num novo registo de representações.

Em 'A jogar se aprende a primitivar', de Carlos Monteiro e Cecília Costa, exploram-se jogos desenvolvidos pelo primeiro autor para melhorar a memória e a proficiência no cálculo de primitivas ao nível do Ensino Secundário.

Fátima Regina Jorge e Paulo Silveira desenvolveram um ciclo investigativo focado na temática da água, tomando como ponto de partida a formulação de uma questão-problema a ser respondida através de procedimentos estatísticos. Ainda refletiram sobre o valor e limitações do uso de tecnologias como a folha de cálculo e *applets*, disponíveis *on-line* e de uso livre.

Com os diversos textos aqui apresentados, esperamos contribuir para uma utilização criativa e eficaz das Tecnologias que potencie o desenvolvimento de competências matemáticas e tecnológicas quer transversais quer específicas.

A resolução de problemas em Matemática e o Pensamento Computacional

Jaime Carvalho e Silva
Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra
jaimecs@mat.uc.pt
https://orcid.org/0000-0003-4467-7366

Resumo
A resolução de problemas é um aspeto central do ensino da Matemática. E a resolução de problemas reais e concretos deve ser uma preocupação central, como já dizia José Sebastião e Silva (1914-1972) há mais de 50 anos: "O professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos."

E como se resolvem os problemas concretos com as ferramentas matemáticas? O pensamento computacional pode ser mobilizado para apoiar a resolução de problemas através de um conjunto de conceitos e competências como abstração, pensamento algorítmico e decomposição estruturada dos problemas. Não se trata de obter, apenas, fórmulas que permitam resolver (eventualmente) os problemas, de treinar procedimentos e de se concentrar em cálculos rotineiros. Trata-se, sim, de resolver os problemas de forma completa e se chegar a uma solução (mesmo aproximada) e explorar o significado da solução, estudar o caminho bem sucedido que nos levou até à solução e pensar que lições se podem tirar deste sucesso que nos possam ajudar a encarar outros problemas novos no futuro.

A ideia de obtenção de soluções aproximadas assume, assim, uma grande importância. Já o mesmo Sebastião e Silva apontava que "(…) logo na primeira aula se deve [pôr] o aluno em contacto com o conceito de aproximação. (…) a ideia dos métodos de aproximação, que domina toda a análise numérica moderna, ligada ao uso de computadores. "

Em conclusão, o pensamento computacional irá ajudar a recolocar o ensino da matemática no local de onde nunca deveria ter saído, a resolução de problemas reais, concretos usando os esquemas lógicos da matemática.

Palavras-chave: resolução de problemas; modelação matemática; pensamento computacional; programação; ensino da matemática

Introdução

É uma questão recorrente a de determinar quais as causas do insucesso da disciplina de Matemática, sobretudo numa época em que as competências matemáticas são indispensáveis para todos os cidadãos.

Já nos primórdios do século XX, o matemático italiano Federigo Enriques (1871-1946), um dos fundadores da escola italiana de Geometria Algébrica, juntamente com Guido Castelnuovo (1865-1952) e Francesco Severi (1879-1961), teve intervenções significativas e ainda hoje atuais. Entre 1900 e 1927, editou três edições diferentes, muito aumentadas em relação a cada edição anterior, de uma obra monumental em três volumes intitulada "Questioni riguardanti le Mathematiche Elementari". O objetivo desta obra era contribuir para a melhoria da formação dos professores de Matemática do Ensino Secundário. Enriques (1907) escreveu:

Se a matemática é frequentemente considerada como carga inútil pelos alunos, isto depende em parte do carácter demasiado formal que tende a tomar um tal ensino, por um falso conceito rigoroso encaminhado a satisfazer a minuciosa exigência de palavras. (...) Esquecem-se de tal modo os problemas concretos que conferem interesse às teorias, e sob a fórmula do raciocínio não se vêm mais senão os factos adquiridos desde há tempos, assim como o encadeamento sobre o qual nós artificialmente os ajustámos (p. 237).

A resolução de problemas de Matemática, sobretudo em contextos concretos, quando ignorada, tem como consequência uma rejeição da importância da matemática que os alunos estudam nas suas aulas.

Isto não é muito diferente do que o matemático e pedagogo português José Sebastião e Silva (1914-1972) escrevia, nos anos 60 do século passado:

Entre os exercícios que podem ter mais interesse, figuram aqueles que se aplicam a situações reais, concretas. O nosso ensino tradicional não enferma unicamente de fraca (e quantas vezes nula) insistência em demonstrações, e de insuficiente rigor lógico; peca também por ausência de contacto com o húmus da intuição e com a realidade concreta. Ora, um dos pontos assentes em reuniões internacionais de professores, promovidas pela OCDE, é que o professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos. (Sebastião e Silva, 1966, p. 9)

O matemático espanhol Miguel de Guzmán (1936-2004), que esteve várias vezes em Portugal, também analisou com detalhe os problemas do ensino da matemática e apresentou algumas ideias sobre como os enfrentar. Enfatizou, repetidamente, a ideia forte da resolução de problemas contextualizados no seu texto "Modelización y aplicaciones en la educación matemática":

Existe en la actualidad una fuerte corriente en educación matemática que sostiene con fuerza la necesidad de que el aprendizaje de las matemáticas no se realice explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, en las diferentes formas en que han cristalizado a lo largo de los siglos, sino en continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen dando su motivación y vitalidad.

Parece obvio que si nos limitáramos en nuestra educación a una mera presentación de los resultados que constituyen el edificio puramente teórico que se ha desarrollado en tal intento, dejando a un lado sus orígenes en los problemas que la realidad presenta y sus aplicaciones para resolver tales problemas, estaríamos ocultando una parte muy interesante y substancial de lo que la matemática verdaderamente es. Aparte de que estaríamos con ello prescindiendo del gran poder motivador que la modelización y las aplicaciones poseen.[2]

Miguel de Guzmán foi um pioneiro na utilização da tecnologia no ensino avançado da Matemática, concretamente, do então poderoso software DERIVE, em áreas tão díspares como a Geometria e o Cálculo Diferencial e Integral. As suas ideias e as suas propostas podem ser encontradas tanto em livros para o Ensino Secundário como para o Ensino Superior, como em obras gerais de divulgação para alunos e professores.

1. O caso de Singapura

Os programas oficiais da disciplina de Matemática em Singapura (Carvalho e Silva, 2013), tanto do ensino primário (6 anos de escolaridade) como do ensino secundário (outros 6 anos), são frequentemente citados a propósito deste tema pois enfatizam claramente a ideia de que "Aprender matemática é mais do que apenas aprender conceitos e procedimentos (*skills*)" (MES, 2012, p.20). Em consequência os programas

[2] "Enseñanza de las Ciencias y la Matemática" disponível em https://www.oei.es/historico/oeivirt/edumat.htm

preconizam a elaboração de "experiências de aprendizagem cuidadosamente construídas" e sublinham que, por exemplo, é preciso "encorajar os estudantes a serem inquisitivos", e as referidas experiências de aprendizagem "devem incluir oportunidades onde os estudantes descubram resultados matemáticos por si próprios".

O esquema da figura 1 é revelador de um ensino centrado na resolução de problemas de matemática na sala de aula. Não é por isso surpreendente que os alunos de Singapura obtenham resultados tão notáveis em estudos internacionais como o PISA e o TIMMS, que são fortemente baseados na resolução de problemas de Matemática.

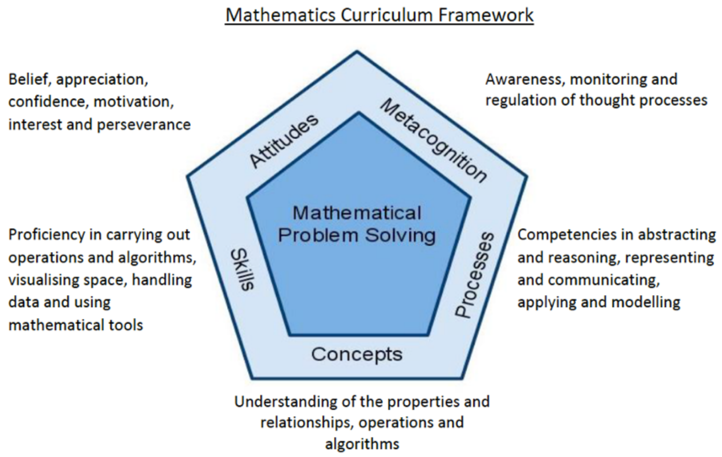


Figura 1. Esquema dos programas de Matemática de Singapura (MES, 2019) (versão dos programas do Ensino Secundário de 2019)

Os programas de Singapura são muito mais focados na resolução de problemas reais do que se pode entrever no diagrama da figura 1. A modelação matemática e as aplicações são também fortemente desenvolvidas. O diagrama reproduzido na figura 2, que aparece nos programas de todos os níveis de escolaridade, evidencia o cuidado posto na discussão de problemas do "mundo real" na sala de aula de matemática, usando conceitos e ferramentas matemáticas adequadas.

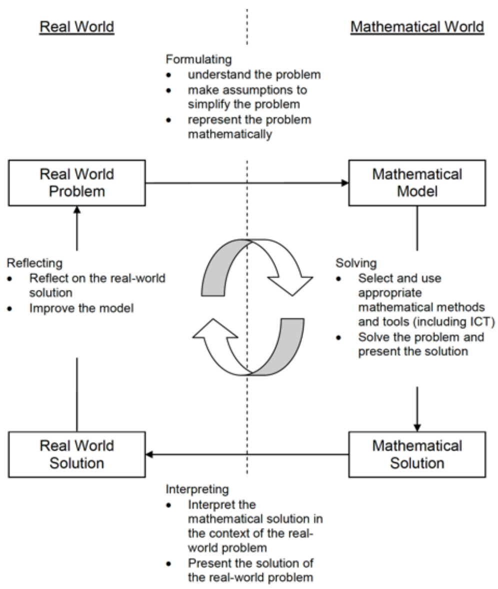


Figura 2. Esquema de modelação matemática dos programas de Matemática de Singapura (MES, 2019)

Os dois últimos anos do ensino secundário de Singapura oferecem essencialmente quatro vias diferentes para aceder a cursos do Ensino Superior nas diferentes áreas. Em todas essas áreas, são apresentados exemplos de problemas de aplicações e modelação matemática que podem ser usadas nas aulas. A figura 3 mostra o esquema apresentado no programa de Matemática H1 destinado a alunos das áreas de ciências sociais e gestão.

Applications and contexts	**Some possible topics involved**
Optimisation problems (e.g. maximising profits, minimising costs)	Inequalities; System of linear equations; Calculus
Population growth, radioactive decay	Exponential and logarithmic functions
Financial Mathematics (e.g. profit and cost analysis, demand and supply, banking, insurance)	Equations and inequalities; Probability; Sampling distributions; Correlation and regression
Games of chance, elections	Probability
Standardised testing	Normal distribution; Probability
Market research (e.g. consumer preferences, product claims)	Sampling distributions; Hypothesis testing; Correlation and regression
Clinical research (e.g. correlation studies)	Sampling distributions; Hypothesis testing; Correlation and regression

Figura 3. Esquema dos programas de Matemática de Singapura (MES, 2015)

São exemplos (não exaustivos) de várias áreas da Matemática – funções, matemática financeira, probabilidade e estatística –, que os alunos estudam e onde poderão aplicar a matemática que estudam. Segundo o programa, espera-se que os alunos sejam capazes de usar a informação dada para formular e resolver problemas e de interpretar a solução no contexto do problema tratado.

Na versão dos programas do Ensino Secundário de 2019 (do 7.º aos 10.º anos de escolaridade), encontramos pela primeira vez uma referência abundante à importância dos algoritmos (que aparecem também pela primeira vez explicitamente no esquema da figura 1). A presença de algoritmos é recomendada da seguinte forma:

> Levar os estudantes que tenham experiência com programação a implementar alguns dos algoritmos em matemática (por ex. encontrar fatores primos, multiplicar duas matrizes, encontrar a mediana de uma lista de dados) pode potencialmente ajudar estes estudantes a desenvolver uma compreensão mais clara dos algoritmos e também dos conceitos matemáticos subjacentes (MES, 2019, p. 39).

Nestes programas não se encontra de forma explícita a expressão "pensamento computacional" mas a tecnologia está sempre presente para contribuir para a aprendizagem e a resolução de problemas: "As ferramentas computacionais são também essenciais para a aprendizagem da matemática" (MES, 2019, p. 39). Além disso, as calculadoras científicas são requeridas no exame nacional do 6º ano de escolaridade e as calculadoras gráficas no exame nacional final do ensino secundário.

2. Algoritmos

Como assinala Pedro Domingos no seu livro "O Algoritmo Mestre: como a busca do algoritmo de aprendizagem definitivo recriará nosso mundo"[3]:

> *Vivemos na era dos algoritmos. Há apenas uma ou duas gerações, a simples menção da palavra algoritmo não significava nada para a maioria das pessoas. Atualmente, os algoritmos integram tudo que se faz no mundo civilizado. Eles fazem parte da trama que compõe a nossa vida diária. Não estão apenas nos telemóveis ou laptops, mas nos carros, em nossa casa, nos utensílios domésticos e em brinquedos. As instituições bancárias são um*

[3] No original inglês "The Master Algorithm: How the Quest for the Ultimate Learning Machine Will Remake Our World" (Basic Books, New York, 2015).

> *imenso quebra-cabeças de algoritmos, com pessoas apertando botões do outro lado. Os algoritmos programam voos e também pilotam aeronaves.*

Segundo Pedro Domingos, "Um algoritmo é uma sequência de instruções que informa ao computador o que ele deve fazer." (referência). Esta definição não é muito diferente da apresentada por Arlindo Oliveira no seu texto de divulgação "Pensamento Computacional: uma competência para o futuro" (Jornal *Público*, 8-12-2017). Escreve que "um algoritmo é uma sequência de passos elementares, não ambígua e perfeitamente definida, que permite a um computador (ou a outro agente) levar a cabo uma determinada tarefa" (Jornal Público, 08-12-2017).

3. Pensamento Computacional

Esta expressão é relativamente recente mas muita gente tem tentado clarificá-la e perceber a sua importância. A União Europeia publicou, em 2016, um relatório intitulado "Developing Computational Thinking in Compulsory Education" onde se pode ler:

> *Em anos recentes, o Pensamento Computacional (Computational Thinking) e conceitos relacionados (por ex. programação, pensamento algorítmico) foram promovidos por parceiros educacionais como competências (skills) que são fundamentais para todos como a numeracia e a literacia. Um certo número de iniciativas à volta do Pensamento Computacional e da programação foram levadas a cabo, tanto ao nível internacional (por ex. Semana Europeia da Programação) como ao nível nacional (por ex. introdução da programação no currículo obrigatório).*

Uma das iniciativas da União Europeia nos últimos anos tem sido a "Semana Europeia da Programação", uma iniciativa anual que pretende levar a programação e a literacia digital a todos, de uma forma divertida e atrativa...

No mesmo relatório, a União Europeia afirma que "aprender a programar ajuda-nos a entender o mundo em rápida evolução à nossa volta, a expandir o nosso conhecimento sobre o funcionamento da tecnologia e a desenvolver competências e capacidades para explorar novas ideias e inovar."

No Relatório de 2016 da União Europeia, já citado, afirma-se que "O Pensamento Computacional é um processo de pensamento (ou uma competência de pensamento humano) que usa abordagens analíticas e algorítmicas para formular, analisar e resolver problemas".

Em vários países, o Pensamento Computacional é parte integrante dos currículos escolares. Um desses países é a França, em que Simon Modeste tem vindo a desenvolver uma profunda reflexão sobre a importância do Pensamento Computacional no ensino. O trabalho de referência é a sua tese de doutoramento intitulada "Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve?".

Os atuais programas franceses do ensino básico e secundário contêm referências explícitas ao uso do pensamento computacional e dos algoritmos, devendo ser consultados, assim como os manuais escolares atuais, para contactar com exemplos concretos de pensamento computacional atualmente integrados no ensino da Matemática. A análise de Simon Modeste refere que, nos programas de 2007-2009, os algoritmos assumiam-se, principalmente, como uma ferramenta de programação e apareciam poucos ligados à resolução de problemas, devendo o trabalho algorítmico ocorrer junto dos temas matemáticos cuja resolução beneficia de uma abordagem algorítmica. Essa situação encontra-se claramente corrigida nos programas atualmente em vigor.

Arlindo Oliveira, no texto já citado, defende que

> *a educação dos nossos jovens passa, cada vez mais, por uma sólida formação de base em áreas que lhes permitam manipular informação e transformá-la em produtos e soluções.*

> *Para além da Física, da Matemática e das outras ciências básicas, que continuam a ser indispensáveis, esta formação deve cobrir de forma profunda e sistemática a área que se designa por pensamento computacional.* (*Jornal Público, 08-12-2017*)

Para que não surjam confusões, Arlindo Oliveira chama a atenção que "pensamento computacional não é equivalente a saber programar". (*Jornal Público, 08-12-2017*)

4. O caso da França

Como já referimos, os atuais programas da disciplina de Matemática em França incluem numerosas referências ao pensamento computacional. Primeiro, entre 2007 e 2009 e, depois, entre 2017 e 2019, todos os programas de Matemática, desde o equivalente ao 1.º ciclo do ensino básico ao final do ensino secundário, incluem atividades de programação sem computador, construção e análise de algoritmos, uso de programação em linguagem *Scratch* no Ensino Básico e uso de linguagem *Python* nos três últimos anos da escolaridade.

No programa do 10.º ano de escolaridade (*seconde*), refere-se que não é a construção de algoritmos que é o objetivo principal:

> *A algoritmia tem um lugar natural em todos os campos da matemática e os problemas assim tratados devem estar relacionados com outras partes do programa (funções, geometria, estatística e probabilidade, lógica), mas também com outras disciplinas ou com a vida cotidiana. (Programme de mathématiques de seconde générale et technologique)*

No que diz respeito ao trabalho com algoritmos, com indicações concretas exemplificativas em todos os temas do programa, indica-se que os alunos devem descrever os algoritmos em linguagem natural e na linguagem de programação *Python*, que os alunos devem escrever alguns programas simples e que os alunos devem interpretar, completar ou modificar algoritmos mais complexos. Os exemplos concretos contidos no programa do 10.º ano são, entre outros, os seguintes:

- determinar por varrimento um enquadramento de $\boxed{\sqrt{2}}$ a menos de $\boxed{10^{-n}}$;
- determinar se um inteiro natural é múltiplo de outro inteiro natural;
- determinar se um inteiro natural é primo;
- estudar o alinhamento de três pontos no plano;
- determinar a equação de uma reta passando por dois pontos dados;
- algoritmo de cálculo aproximado do comprimento de uma porção de curva representativa de uma função;
- perceber de forma experimental a lei dos grandes números.

Os algoritmos também começaram a aparecer na prova do *baccalauréat*, o exame final que os estudantes franceses devem realizar no final do ensino secundário. Um exemplo de questão de exame (que é segunda de três partes sobre temas relacionados) é apresentada na figura 4.

Partie B

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier strictement positif par

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n.$$

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	i et n sont des entiers naturels. u est un réel.
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 0.
Traitement :	Pour i variant de 1 à n.
	Affecter à u la valeur $u + \frac{1}{i}$
Sortie :	Afficher u.

Donner la valeur exacte affichée par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $n = 3$.

2. Recopier et compléter l'algorithme précédent afin qu'il affiche la valeur de u_n lorsque l'utilisateur entre la valeur de n.

3. Voici les résultats fournis par l'algorithme modifié, arrondis à 10^{-3}.

n	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	1 500	2 000
u_n	0,697	0,674	0,658	0,647	0,638	0,632	0,626	0,582	0,578	0,578	0,577

À l'aide de ce tableau, formuler des conjectures sur le sens de variation de la suite (u_n) et son éventuelle convergence.

Figura 4. Parte de uma questão do *baccalauréat* de 2012 (França) (Baccalauréat S Index des exercices contenant un algorithme de juin 2012 à novembre 2013, Denis Vergès)

Nesta questão, observa-se que o aluno deve interpretar o algoritmo dado, executar o algoritmo num caso concreto, modificar o algoritmo e conjeturar o comportamento da sucessão dada a partir de valores obtidos usando o algoritmo. Trata-se de uma questão bastante exigente, em que o trabalho com o algoritmo é totalmente enquadrado no tema matemático das sucessões numéricas.

5. Alguns exemplos de Sebastião e Silva

Em múltiplos locais dos (ainda hoje) inovadores Compêndios de Matemática (1.ª edição 1966), Sebastião e Silva discute problemas de matemática importantes cuja resolução exige abordagens algorítmicas. Por exemplo:

> *logo na primeira aula se deve [pôr] o aluno em contacto com o conceito de aproximação. (…) a ideia dos métodos de aproximação, que domina toda a análise numérica moderna, ligada ao uso de computadores. (…) se alguém lhes perguntar como se calculam todas as raízes de uma dada equação algébrica, de grau arbitrário, com a aproximação que se queira, terão de reconhecer que não sabem. Isto dá bem nota de como o ensino tradicional tem sido afastado da realidade.*

Sebastião e Silva chama frequentemente a atenção para a importância da análise numérica quando os algoritmos que desenvolveu podem passar a ser executados com eficiência pelos computadores, cada vez mais potentes, que já então se começavam a desenvolver. Isso é claro no seguinte extrato do "Compêndio de Matemática":

> *O que torna muitas vezes difícil aos alunos a compreensão da teoria dos limites é, em grande parte, a separação artificial que se estabelece entre os dois termos do par **teoria-prática**, ou seja entre **matemática pura** e **matemática aplicada**. Aliás, o cálculo numérico aproximado está a assumir importância cada vez maior nos tempos atuais, com o desenvolvimento dos computadores eletrónicos e suas aplicações à vida das sociedades modernas, às investigações espaciais, etc., tendo conduzido à criação de um novo ramo da matemática: a ANALISE NUMERICA. (Sebastião e Silva (1975-1978a)*, vol2, p. 14)

A visão de futuro de Sebastião e Silva não deixa de ser surpreendente, pois os grandes computadores eletrónicos tinham, somente, uns 20 anos de idade e apenas existiam em poucos locais selecionados. Mas não há dúvida de que a sua visão é impressionantemente notável:

> *Mas também se pode, desde já, prever o aparecimento de problemas que, mesmo com os melhores métodos conhecidos, exijam computadores cada vez mais potentes. O certo é que se começa já a desenhar entre nós a necessidade de um GRANDE CENTRO NACIONAL DE CALCULO, munido de um computador de alta potência. (Sebastião e Silva (1975-1978a), vol. 2, p. 241)*

Por outro lado, as comunicações telefónicas entre computadores são hoje corriqueiras mas, nos anos 60, estavam mais perto da ficção científica:

> *Este não eliminaria a necessidade de computadores de pequena ou média potência, que poderiam ficar ligados telefonicamente ao primeiro, a fim de transferirem para este a resolução de problemas que não tivessem capacidade para resolver. (Sebastião e Silva (1975-1978), vol. 2, p. 242)*

E a importância para as escolas era igualmente antecipada com uma clarividência que deve suscitar a nossa admiração:

> *Haveria muitíssimo a lucrar em que o ensino destes assuntos fosse normalmente orientado a partir de centros de interesse como o anterior - e tanto quanto possível laboratorial, isto é, baseada no uso de computadores, existentes nas próprias escolas ou fora destas, em laboratórios de cálculo*. (*Sebastião e Silva (1975-1978b),* 2-3 vol, p. 93).

Há vários exemplos concretos que são apresentados por Sebastião e Silva no Compêndio e nos respetivos Guias. Vamos desenvolver um deles. Na página do 2.º volume do Compêndio de Matemática, Sebastião e Silva propõe-se calcular, aproximadamente, $\sqrt[5]{23}$ pelo método de Newton. Este método consiste na aproximação sucessiva do valor que se pretende aproximar por meio da fórmula iterativa

$$x_{n+1} = x_n - \frac{{x_n}^5 - 23}{5{x_n}^4}$$

que permite obter uma aproximação com um erro tão pequeno quanto se queira. É preciso começar por escolher um número x_1 tal que ${x_1}^5 > 23$. Poderá ser x_1 = 2 pois se tem que 2^5= 32 > 23. A partir desta primeira aproximação, as aproximações seguintes são obtidas usando a fórmula iterativa. Então, Sebastião e Silva escreve o seguinte:

> *Mas os cálculos são agora mais laboriosos, tornando-se para isso aconselhável recorrer a um computador. Os valores aproximados que a seguir apresentamos foram calculados por meio do computador eletrónico que se encontra ao serviço do Laboratório Nacional de Engenharia Civil. (Sebastião e Silva (1975-1978a), vol 2 , p. 60)*

E apresenta a tabela de valores da figura 5.

$x_1 = 2$

$x_2 = 1{,}88750001$

$x_3 = 1{,}87241820$

$x_4 = 1{,}87217129$

$x_5 = 1{,}8721712$

Figura 5. Resultados apresentados por Sebastião e Silva para aproximar $\sqrt[5]{23}$ *(Sebastião e Silva (1975-1978a), vol 2, p. 60)*

Em seguida, dá indicações sobre como foram obtidos os valores:

> *O programa para este cálculo foi escolhido de modo a dar as seguintes ordens ao computador: 1) fornecer sucessivos valores aproximados de $\sqrt[5]{23}$, segundo o método de Newton, partindo de x_1 (com 8 algarismos decimais); 2) terminar no valor aproximado que tiver 7 decimais exatos, ou seja com erro inferior a 10^{-7} (Chamamos 'algarismos decimais' aos algarismos da parte decimal). (Sebastião e Silva (1975-1978a), vol 2, p. 60)*

Sabemos que foi usada a linguagem ALGOL para fazer a programação e que teve a colaboração da matemática do L. N. E. C., Madalena Quirino. Existem seis exemplos deste tipo no segundo volume do Compêndio de Matemática, o que é verdadeiramente surpreendente quando constatamos que o livro foi escrito nos anos 60. Mas o ensino deve preparar os alunos para o futuro e o futuro que Sebastião e Silva antevia era, claramente, o da resolução de problemas e o do pensamento computacional.

6. Conclusão

Tal como refere Arlindo Oliveira, o pensamento computacional não é só importante para quem trabalha com as tecnologias de informação e comunicação, mas é também essencial para "quem propõe leis, define procedimentos, segue protocolos ou cria regras", ou seja, toda a gente. E acrescenta que o pensamento computacional (...) "não faz ainda parte do que é ensinado aos nossos jovens. É fundamental alterar este estado de coisas, para que a sociedade portuguesa do futuro seja educada, competitiva e resiliente". (Jornal *Público*, 08-12-2017)
Assim, o pensamento computacional irá ajudar a recolocar o ensino da matemática no local de onde nunca deveria ter saído, a resolução de problemas reais, concretos, usando os esquemas lógicos da matemática, como uma formação de base indispensável a todos os cidadãos.

7. Bibliografia

Carvalho e Silva, J. (2003a). Novos programas de Matemática no Ensino Secundário – 2003/2004. *Gazeta de Matemática*, nº 145, p. 10-17.
Carvalho e Silva, J. (2013). O ensino da Matemática em Singapura. *Educação & Matemática*, nº 123, p. 33-36.
Carvalho e Silva, J. (2018). Secondary Mathematics for the Social Sciences, pre-Proceedings Icmi Study 24, School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities, Tsukuba, 26-30 November 2018, p. 309-316.
Carvalho e Silva, J. (2021a). Opções curriculares num Programa de Matemática para o Ensino Secundário. Educação & Matemática, nº 161, p. 26-30.
Carvalho e Silva, J. (2021b). A importância do pensamento computacional. Página da Educação, nº 217, p. 38-39.
Carvalho e Silva, J. (2021c). Pensamento computacional no ensino em França. Educação & Matemática, nº 162 (no prelo).
Devlin, K. (2002). Matemática - A ciência dos padrões. Porto: Porto Editora.
Durand-Guerrier, V., Meyer, A. & Modeste, S. (2018). Didactical issues at the interface of mathematics and computer science. *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching, 2019*. HAL: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01912885
Giacardi, L. (2012). *Federigo Enriques (1871-1946) and the Training of Mathematics Teachers in Italy*. In S. Coen (Ed.), Mathematicians in Bologna (1861-1960) (pp. 209-276). Basel: Springer.
Guzmán, M. (1987a). El sentir cambiante de los matemáticos modernos sobre el quehacer matemático. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas*, ISSN 1135-0261, Nº. 12, 1987, p. 11-22.
Guzmán, M. (1987b). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, ISSN-e 1681-5653, ISSN 1022-6508, Vol. 43, Nº 1, 2007, p. 19-58.
Haese, M. et al. (2019a) Mathematics - Analysis and Approaches SL 2 (for use with IB Diploma Programme). Marleston: Haese Mathematics.
Haese, M. et al. (2019b) Mathematics - Applications and Interpretation SL 2 (for use with IB Diploma Programme). Marleston: Haese Mathematics.
Haese, M. et al. (2019c) Mathematics Core topics SL 1 (for use with IB Diploma Programme). Marleston: Haese Mathematics.Oliveira, A. (2019). Inteligência Artificial. Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos.
Ministry of Education of Singapore [MES] (2012). Primary Mathematics – Teaching and learning Syllabus.

Ministry of Education of Singapore [MES] (2015). Mathematics Syllabus - Pre-University H1 Mathematics. Obtido de https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/pre-university-h1-mathematics.pdf

Ministry of Education of Singapore [MES] (2019). Mathematics Syllabus - Secondary One to Four, Express Course, Normal (Academic) Course.

Modeste, S. (2012). Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ?. Histoire et perspectives sur les mathématiques [math.HO]. Université de Grenoble, 2012. HAL: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00783294

Oliveira, A. (2019). *Inteligência Artificial*. Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos.

Pina, H. (2010). *Métodos Numéricos*, Escolar Editora, Lisboa.

Ponte, J. P. (2002). O ensino da Matemática em Portugal. Uma prioridade educativa? In Conselho Nacional de Educação (Org.), O Ensino da Matemática: Situação e perspectivas (pp. 21-56). Lisboa: Conselho Nacional de Educação.

Sebastião e Silva, J. (1975-1978a) Compêndio de Matemática (3 volumes). Lisboa: GEP.

Sebastião e Silva, J. (1975-1978b) Guia para a utilização do Compêndio de Matemática (3 volumes). Lisboa: GEP.

SESAMATH - Manuel Maths 1re - Programme 2019. Obtido de https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=ms1spe_2019

SESAMATH - Manuel Maths 2de - Programme 2019. Obtido de https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=ms2_2019

PmatE: um projecto com vida (longa)

Maria Paula Oliveira
Universidade de Aveiro
paula.oliveira@ua.pt
https://orcid.org/0000-0002-6376-1099

Resumo

Em 1991, decorreu no Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro a primeira competição em Matemática usando computadores (e diskettes…): a CompMat. 30 anos passados, temos as Competições Nacionais de Ciência Universidade de Aveiro num formato online e abrangendo várias áreas curriculares.

Durante estas três décadas a utilização da tecnologia vulgarizou-se no dia-a-dia das escolas, contudo, a participação nas competições e envolvimento dos alunos manteve níveis elevados (em 2019, ano da última edição presencial das Competições Nacionais de Ciência, a Universidade de Aveiro reuniu 8564 alunos provenientes de 192 escolas a nível nacional).

Quais os motivos destes níveis de participação? Quais as áreas disciplinares que mais se envolvem neste tipo de jogos? Quais os benefícios para professores e alunos?

O objetivo inicial do Projecto Matemática Ensino (PmatE), e que se mantém até aos dias de hoje apenas alargado a outras áreas disciplinares, era desenvolver o gosto pelo estudo da matemática e atrair, via computador e competição, os alunos menos motivados. Este é o foco do trabalho do PmatE durante todos estes anos.

O ano de 2020 trouxe novos desafios a toda a comunidade educativa e o online passou a ser a nossa forma de estar. No evento Competições em Rede, também promovido pelo PmatE, que decorre nas escolas na semana seguinte ao Carnaval, em 2020 participaram 8160 alunos e em 2021 apenas 1943. Estes dados fazem-nos refletir sobre as nossas práticas e sobre o caminho a percorrer no futuro.

Palavras-chave: Projecto Matemática Ensino (PmatE), educação em Ciências, competições de ciência, gerador de questões, ensino assistido

Introdução

O Projecto Matemática Ensino (PmatE/UA)[4] é um projeto de investigação e desenvolvimento, fundado em 1989 na Universidade de Aveiro (UA) que pretende aliar as tecnologias digitais ao desenvolvimento de conteúdos e eventos para a promoção do sucesso escolar e da cultura científica. Os seus eixos de intervenção (Figura 1) centram-se em projetos de intervenção escolar, na comunicação e divulgação de ciência e na cooperação com Países da Comunidade da Língua Portuguesa (CPLP). Inicialmente dedicado à Matemática, daí o seu nome, ao longo dos anos tem vindo a ser alargado a várias áreas científicas como o Português, a Biologia, a Geologia, a Física, a Química, a Literacia Financeira e, mais recentemente, o Inglês. As Competições Nacionais de Ciência (CNC) são o evento pelo qual o PmatE/UA é mais reconhecido. Para a realização das CNC este projeto conta com uma Plataforma de Ensino Assistido (PEA), que se constitui como um espaço de intercâmbio e partilha de recursos. Esta

[4] https://pmate.ua.pt

ferramenta de apoio à avaliação, à aprendizagem e ao ensino disponibiliza um repositório de objetos de aprendizagem, destacando-se o Modelo Gerador de Questões (MGQ) que constitui a base das CNC.

Figura 1. Eixos de intervenção do PmatE

O PmatE/UA conta com vários anos de experiência na elaboração de recursos educativos, essencialmente, os MGQ, que têm sido utilizados por professores e alunos. Por outro lado, os desenvolvimentos mais recentes, nomeadamente a criação de uma plataforma inovadora para a criação de MGQ (ModelMaker) permite que cada professor elabore os seus próprios recursos educativos, personalizados e adequados às características dos seus alunos.

O presente artigo ilustra o PmatE/UA como uma ferramenta de apoio à Educação, as suas potencialidades e as suas funcionalidades.

1. A origem do PmatE

Em 1989 o Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro lecionava disciplinas com um elevado número de alunos (três das unidades curriculares tinham mais de 1000 alunos inscritos) o que dificultava o processo de avaliação. O computador estava a ser introduzido no ensino em Portugal e o Professor João David Vieira desafia dois colegas mais novos, António Batel Anjo e Maria Paula Carvalho, para criarem um sistema informático de apoio à avaliação.

> *"O desafio foi aceite com grande entusiasmo e assim nasceu o Projecto Matemática Ensino (PmatE) nos idos de 1989. Idealizado um sistema, a insuficiência dos meios informáticos levou, em boa hora, a uma experiência com os alunos do 7° ano da Escola Secundária N° 1 de Aveiro seguindo a filosofia entretanto definida. Assim nasceu o que se tornou no ex-libris do Projecto – a competição matemática EQUAMAT."*[5]

A primeira competição decorre no Departamento de Matemática em 1991, com conteúdos sobre equações de 1° grau (Figura 2). Foram usados discos de 8 polegadas e posteriormente, em 1993, diskettes de 3.5 polegadas (Figura 3).

[5] João David Vieira no texto alegórico aos 15 anos do PmatE (13/09/2004).

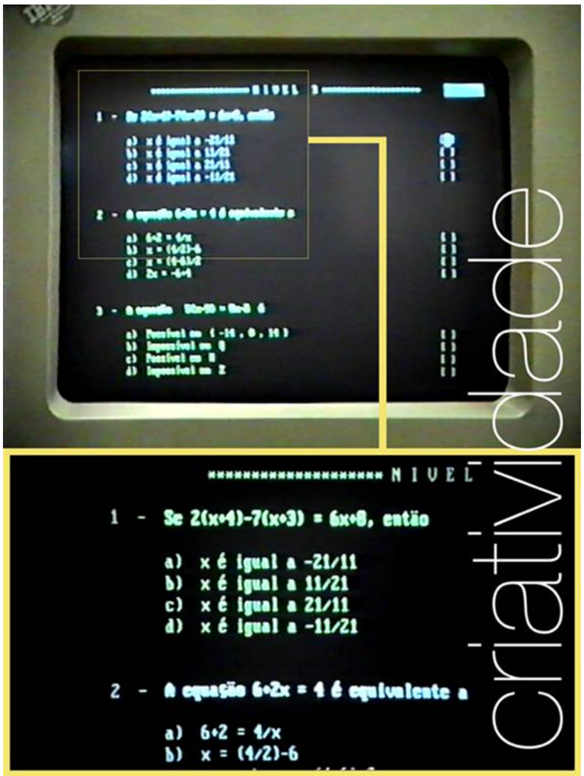


Figura 2. Ecrãs da primeira competição

Figura 3. Diskette usada nas competições de 1993

As diskettes com os conteúdos das provas eram enviadas para as escolas, permitindo que os alunos treinassem para as competições ao longo do ano letivo. O entusiasmo com que os alunos participavam era contagiante e, frequentemente, os professores tinham que lecionar conteúdos mais avançados nos programas de modo que os alunos progredissem no jogo.

2. Competições Nacionais de Ciência

No ano 2000, ano mundial da Matemática, reuniram-se na Universidade de Aveiro 2000 alunos para participarem na emblemática Equamat. Foi o pontapé de saída para a abertura das competições de Matemática aos outros ciclos de ensino para além do 3.º Ciclo do Ensino Básico (CEB). Os níveis de entusiasmo aumentaram e foi lançado o repto para outras áreas curriculares.

Atualmente o PmatE promove as Competições Nacionais de Ciência (CNC) que abrangem o Português (1.º, 2.º e 3.º CEB), as Ciências Naturais (no 3.º CEB, o Estudo do Meio no 1.º CEB e a Biologia e Geologia no Ensino Secundário (ES)), a Física e Química (3.º CEB e ES), a Literacia Financeira (1.º CEB) e o Inglês (1.º CEB), distribuídas como indica a Figura 4.

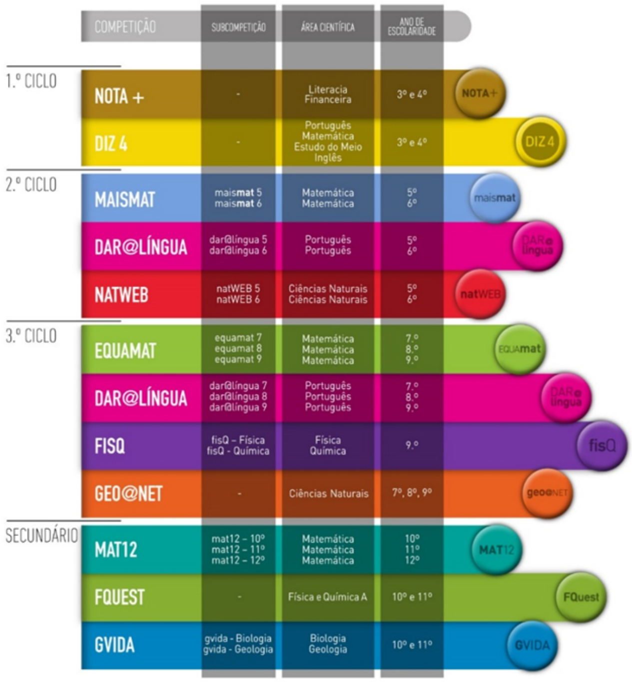


Figura 4. Lista de competições atualmente dinamizadas pelo PmatE

Anualmente realizam-se dois eventos: as CNC em Rede e as CNC na UA. As primeiras realizam-se nas escolas sendo o PmatE responsável apenas pela criação das provas e extração de resultados por escola e a nível nacional. As CNC na UA são organizadas pelo PmatE, havendo lugar a atribuição de prémios às três melhores equipas de cada competição/subcompetição e às três melhores escolas por competição.

Na Tabela 1 são apresentados os números de participações dos últimos anos nos dois eventos.

Tabela 1. Número de participações nas CNC nos últimos anos

	CNC em Rede		**CNC na UA**	
	Nº de alunos	Nº de Escolas	Nº de alunos	Nº de escolas
2014	10036	115	8136	223
2015	9900	103	7691	229
2016	9159	109	7308	205

2017	9645	108	8469	195
2018	7818	90	8912	190
2019	8361	86	8076	192
2020	8160	79	763	47
2021	3421	70	4183	120

No ano de 2020 foi cancelado o evento CNC na UA (devido à situação pandémica que o país atravessava), contudo, realizaram-se as CNC em Casa, no final do ano letivo de 2019/20, com participação individual. As CNC na UA de 2021 decorreram em moldes diferentes do habitual, dado que não eram permitidos eventos com um elevado número de pessoas. Os alunos realizaram uma primeira fase nas escolas e os 10 primeiros classificados em cada competição/subcompetição participaram na final na UA em 29 de maio de 2021.

O nível de interesse que se têm mantido ao longo dos anos e que reúne escolas/alunos de todo o país, deve-se ao formato de jogo. Cada prova em competição é composta por níveis (o número de níveis varia consoante o público-alvo e a competição) e cada nível tem duas vidas.

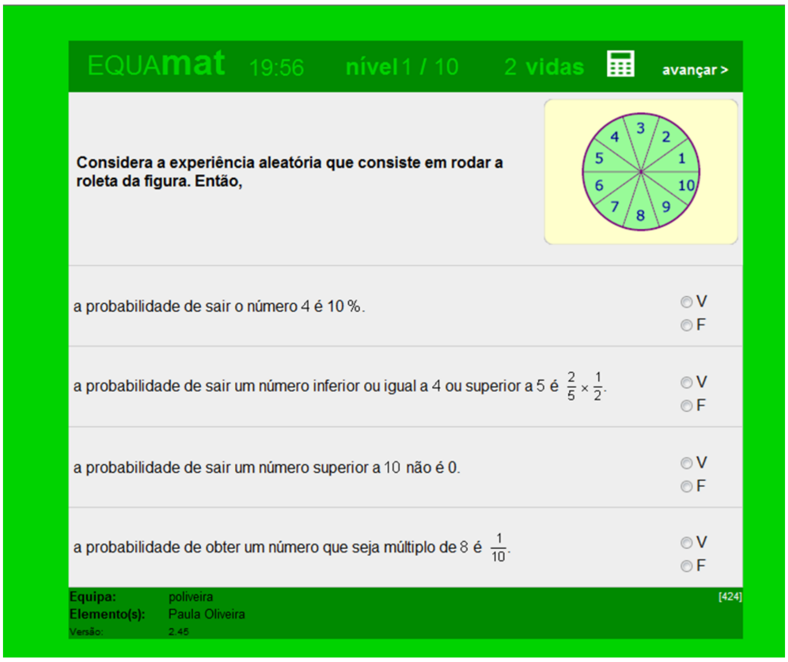


Figura 5. Um ecrã com um nível da competição Equamat

Cada nível é gerado por um Modelo Gerador de Questões (MGQ), o que permite que cada vez que há uma instanciação de um MGQ surge uma questão distinta mas com os mesmos objetivos científicos e didáticos.

3. Modelos Geradores de Questões

A base de todas as provas disponibilizadas pelo PmatE são os MGQ. Como o próprio nome indica um MGQ é um gerador de questões sobre um determinado tema, obedecendo a uma classificação por objetivos científico-didáticos e por níveis de dificuldade (Vieira et al., 2004).

Uma das principais características de um MGQ é a sua aleatoriedade. Desta forma, existem várias concretizações possíveis para um mesmo MGQ de modo que dois computadores lado a lado dificilmente terão a mesma concretização para esse MGQ. Contudo, as afirmações incidirão sobre os mesmos objetivos e terão graus de dificuldade semelhantes (Vieira et al., 2004).

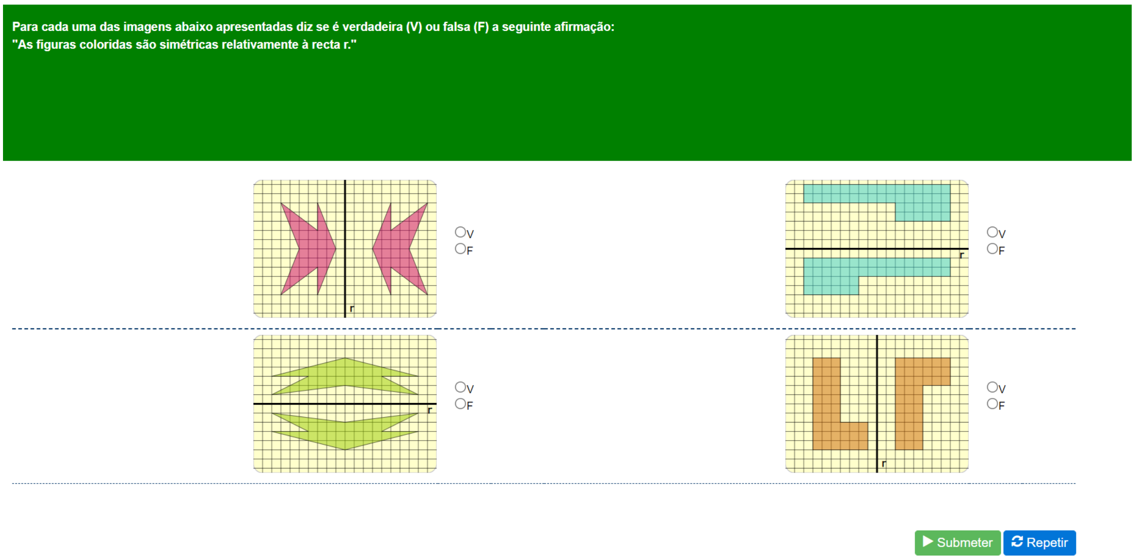


Figura 6. Concretização de um MGQ no tópico Geometria

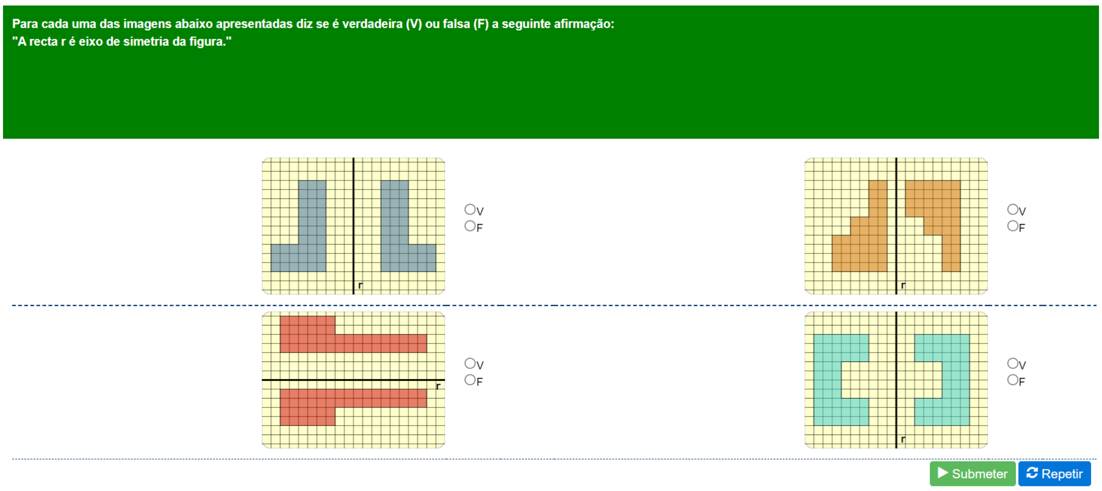


Figura 7. Uma outra concretização do mesmo MGQ

Cada MGQ elaborado inclui um texto inicial e quatro afirmações distintas do tipo Verdadeiro/Falso generalizado. O facto de as quatro afirmações terem que ser validadas individualmente e a questão no seu todo ser gerada pela concretização de vários parâmetros (que podem ser frases, números, imagens, tabelas) fazem com que as provas elaboradas pelo PmatE sejam um constante desafio. (Peixoto & Oliveira, 2021)

A Figura 6 e a Figura 7 ilustram duas concretizações distintas do mesmo MGQ, sobre o tópico simetrias.

4. Intervenção escolar (testes diagnóstico e avaliação)

A plataforma de ensino assistido (PEA) do PmatE é usada para avaliação nos diferentes ciclos de ensino, seja ela diagnóstica, sumativa ou formativa.

4.1 Testes diagnóstico

A transição entre ciclos de ensino acarreta, frequentemente, níveis de insucesso e de abandono escolar que se concentram principalmente no primeiro ano de cada ciclo.

A desarticulação curricular entre ciclos de ensino e entre disciplinas, e patamares de exigência desnivelados, dificultam sobremaneira o desenvolvimento de um trabalho colaborativo entre docentes, o que penaliza a integração dos alunos aquando da transição entre diferentes ciclos de ensino.

Torna-se, pois, fundamental, criar mecanismos que afiram os conhecimentos e as competências adquiridas pelos alunos e diagnostiquem as lacunas e as fragilidades que estes apresentam no início de um novo ciclo.

Neste sentido, a Universidade de Aveiro, através da plataforma de ensino assistido do PmatE, disponibiliza um conjunto de testes de diagnóstico nas áreas de Matemática, de Português e de Geologia, elaborados pela equipa do Projeto Matemática Ensino, que permitem fazer uma avaliação qualitativa e devolver a todos os atores do sistema educativo informações preciosas sobre a qualidade de conhecimentos atingidos durante o percurso escolar dos alunos.

4.2 Avaliação sumativa/formativa

A PEA tem sido utilizada para a realização de provas de avaliação em várias unidades curriculares (UCs) do Ensino Superior. Em (Pais et al., 2014) é descrita uma experiência numa UC do Ensino Politécnico.

Na Universidade de Aveiro os estudantes do 1.º ano de licenciaturas em Ciências e Engenharia realizam frequentemente provas de avaliação (formativa, que designamos por provas de treino, e sumativa). No início do 1.º semestre de cada ano letivo são também realizadas provas de diagnóstico sobre os conteúdos considerados pré-requisitos para a UC de Cálculo I. A informação recolhida ajuda os professores desta UC a adaptarem os conteúdos de modo a colmatar as dificuldades observadas. No ano letivo 2021/22 realizaram a prova diagnóstico 180 estudantes e os resultados gerais são ilustrados na Tabela 2.

O único tópico em que (aparentemente) não existem dificuldades é o de “Generalidades sobre Funções”. Contudo, detalhando mais a informação, constata-se que existem subtópicos que devem ser trabalhados nas primeiras aulas da UC, fundamentais para a UC Cálculo I, como se ilustra na Tabela 3.

Tabela 2. Resultados da prova diagnóstico do ano letivo 2021/22.

Tópico	%
1 - Matemática	54,43
1.1 - Álgebra	50,41
1.2 - Generalidades acerca de funções	74,78
1.3 - Funções Reais de Variável Real	46,39
1.4 - Trigonometria e Funções Trigonométricas	47,53
1.5 - Sucessões	56,52
1.6 - Lógica	55,63

Tabela 3. Detalhe de resultados da prova diagnóstico.

Descrição	%
1.1 - Álgebra	50,41
1.1.1 - Equações do 2.º grau	63,6
1.1.1.1 - Equações do 2.º grau incompletas/Lei do anulamento do produto	80,05
1.1.1.2 - Equações do 2.º grau completas	46,02
1.1.2 - Inequações	37,23
1.1.2.1 - Inequações geral	37,23

5. Outras atividades do PmatE

Ao longo dos anos o PmatE tem desenvolvido outros projetos de divulgação e promoção de ciência.

5.1 Educação financeira

Dois projetos emblemáticos nesta área foram o CAIXAMat (2005/06 a 2008/09) e o EDUCAÇÃO+ Financeira (2009/10 a 2013/14) ambos apoiados pela Caixa Geral de Depósitos.

O primeiro funcionou na modalidade de *roadshow*, com um camião que circulava por todo o país preparado para se transformar num laboratório. O segundo funcionou na modalidade de exposição com atividades ajustadas às diferentes faixas etárias, confrontando os visitantes com uma série de desafios e, também, com as dificuldades relacionadas com a gestão quotidiana das suas finanças pessoais.

5.2 Intervenção escolar

O PmatE tem desenvolvido algumas atividades de divulgação de ciência (como workshops, palestras, jogos) sempre com o intuito de promover o interesse pelas ciências e indiretamente, o sucesso das aprendizagens. Destacam-se aqui dois projetos de atuação direta nas escolas, envolvendo professores dos vários ciclos de ensino: o projeto exi@mat e o projeto PETIz. O projeto Gulbenkian Exi@mat, com início em 2002, surgiu com o intuito de fornecer conteúdos e ferramentas informáticas para apoio permanente ao ensino e à aprendizagem da matemática pela via da avaliação. Este projeto envolveu 6 escolas do 3.º CEB e a iniciativa deu origem ao Projeto Rede de Escolas, alargando o seu âmbito a todos os ciclos de ensino. Um outro destaque vai para o Projeto PETIz (escola a tempo inteiro) que foi uma parceria com as autarquias e os agrupamentos de escolas, no âmbito das atividades de enriquecimento curricular (AECS) para o 1.º ciclo.

5.3 Cooperação

O Pensas@moz foi um projeto de desenvolvimento suportado pelo Instituto Camões - Cooperação e Língua Portuguesa e pelo Ministério da Educação de Moçambique. Teve como objetivos fundamentais o apoio à Educação através da formação de professores e da dinamização de atividades educativas com alunos de escolas moçambicanas.

O Programa CPLP nas Escolas resultou de uma parceria entre a Comunidade de Países de Língua Portuguesa (CPLP) e o PmatE/ Universidade de Aveiro, tendo por base de trabalho uma plataforma interativa online, visando a aproximação das gerações mais jovens dos países de língua portuguesa, permitindo a partilha de experiências. A missão do projeto estava indexada ao oitavo objetivo dos Objetivos do Milénio – Criar uma parceria global para o desenvolvimento.

6. Conclusões

Muito mais haveria a dizer sobre a atividade do PmatE ao longo dos seus 30 anos de existência. Os princípios que moveram os seus fundadores em 1989 são os mesmos de hoje: desenvolver o gosto pelo estudo da matemática (atualmente alargado a outras áreas do conhecimento) e atrair, via computador e competição, os alunos menos motivados. Na atualidade, o uso da tecnologia ao serviço da educação é natural e está integrado em todas as escolas, desde o 1.º CEB ao Ensino Superior. O PmatE tem vindo a atualizar as ferramentas que disponibiliza e a melhorar a interface com o utilizador, mas, para acompanhar a evolução tecnológica, é necessário um forte investimento em recursos humanos e informáticos. A adesão que as escolas continuam a ter, em particular às Competições Nacionais de Ciência, faz do PmatE uma referência a nível nacional e talvez o *projecto* em Educação com a vida mais longa em Portugal.

7. Referências

Pais, S., Cabrita, I., & Anjo, A. B. (2014). A plataforma PmatE e o desenvolvimento de apetências em Matemática. *Indagatio Didactica*, 6(1), 219-241.

Peixoto, E., & Oliveira, P. (2021). Do PmatE às Competições Nacionais de Ciência. *STEM+L - Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, na Língua que nos une*, (aceite para publicação).

Vieira, J. D., Carvalho, P., & Oliveira, M. P. (2004). Modelo Gerador de Questões. *Actas Da Conferência IADIS Ibero-Americana WWW/Internet 2004*, (pp. 105–113).

Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática?

Cecília Costa
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
mcosta@utad.pt

Isabel Cabrita
Universidade de Aveiro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
icabrita@ua.pt

Fernando Martins
ESE- Instituto Politécnico de Coimbra
NIEFI – Núcleo de Investigação, Educação, Formação e Intervenção
fmlmartins@esec.pt

Rui Oliveira
Agrupamento de Escolas de Ribeira de Pena
ruimno@gmail.com

J. Bernardino Lopes
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
blopes@utad.pt

Resumo

Este painel teve como ponto de partida a pergunta: Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática? O painel teve uma parte inicial com intervenções dos membros do painel e uma segunda parte com debate alargado aos participantes do encontro. Das intervenções destaca-se a tónica nas perspetivas: 1 - Níveis de adoção de artefactos, o seu uso como ferramentas e orquestração instrumental (por que se entende necessária uma seleção criteriosa dos artefactos, contexto educativo para uso de artefactos como ferramentas epistémicas, características de uma orquestração instrumental eficaz); 2 -Olhares dos professores sobre o uso de artefactos no ensino e aprendizagem de matemática no ensino básico e secundário (a importância dos roteiros para uso eficaz dos artefactos) 3 - Aprendizagem ativa de matemática mediada por tecnologias em contextos exploratórios (contextualização, abordagem exploratória, estratégias didáticas inovadoras, as tecnologias na aprendizagem ativa de matemática, perspetivas); 4 - Integração da tecnologia na formação inicial de professores (integração da tecnologia para a aprendizagem de conceitos matemáticos, modelo de prática pedagógica (MPP) da Escola Superior de Educação de Coimbra). O debate mostrou que há diferentes abordagens teóricas para integrar a tecnologia na educação matemática. Mais importante, mostrou que há formas eficazes de integrar a tecnologia na aprendizagem de matemática.

Palavras-chave: educação em matemática; roteiros; ferramenta epistémica; orquestração instrumental; abordagem exploratória; formação inicial de professores.

Introdução

A pergunta de partida deste painel foi: Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática?

Partindo do pressuposto de que a Educação Matemática tem ao seu dispor uma panóplia de recursos digitais (artefactos) relevantes para o ensino e aprendizagem de matemática põe-se o duplo problema de como escolher os mais adequados para os propósitos do professor e/ou dos alunos e de como tirar proveito do seu uso para aprender matemática.

Ao preparar este painel houve o cuidado de se procurar diferentes olhares e diferentes perspetivas sobre a pergunta de partida e o duplo problema formulado. Os autores deste texto, membros do painel, foram convidados a pensar neles e ainda nas seguintes questões:

- Que níveis de adoção de artefactos tecnológicos temos de facto nas aulas?

- Como transformar artefactos tecnológicos em ferramentas efetivas no ensino e na aprendizagem de matemática?

- Usar só um artefacto tecnológico ou operacionalizar uma verdadeira orquestração instrumental?

- Como criamos verdadeiras oportunidades de se usar artefactos tecnológicos para promover práticas epistémicas na aprendizagem de Matemática?

Coube a este painel encerrar as atividades do Encontro Matemática com Vida sob a temática "diferentes olhares sobre a Tecnologia". Era importante, por isso, abrir novas perspetivas para o ensino e a aprendizagem de matemática em que a tecnologia não seja um apêndice, mas possa ser uma ferramenta proveitosa quer para o ensino quer para a aprendizagem dos alunos.

Começamos por esclarecer o que são artefactos digitais. Segundo a Universidade de Cambridge (https://www.openaccess.cam.ac.uk/ref-support/eligibility-definitions-research-outputs/category-digital-artefacts) os artefactos digitais são um tipo de produto de investigação que engloba *software* (inclui sistemas operativos, utilitários, programas de aplicação, multimédia, jogos de vídeo, sistemas lógicos); Conteúdo do website (inclui conteúdo textual, visual, ou auditivo como parte da experiência do utilizador; informação factual e análise de dados, ou trabalho fictício, imaginativo e/ou criativo, utilizando imagens, vídeo, áudio); meios digitais ou visuais (inclui filmes, documentários, jogos, animações); e conjunto de dados/ bases de dados.

Os referidos artefactos podem ser ferramentas para apoiar o ensino e a aprendizagem de matemática. Se apenas for isso, adota-se uma perspetiva utilitária e da qual quer alunos quer professores tiram pouco proveito. Utilizar artefactos digitais neste enquadramento não envolve produtivamente os alunos na aprendizagem.

Contudo os artefactos digitais podem ser usados como ferramentas epistémicas, isto é, como ferramentas para pensar e experienciar a matemática de outro modo e para construir conhecimento matemático novo na perspetiva dos alunos. Este desafio é central nos dias de hoje. É possível pensar o ensino e a aprendizagem de matemática criando condições para os artefactos digitais possam ser usados como ferramentas epistémicas. Os participantes deste painel têm reflexão e publicações com este foco: o desafio de pensar nos artefactos digitais como ferramentas epistémicas no ensino e aprendizagem de ciências e matemática (e.g. Lopes & Costa, 2019, 2021).

Para termos vários olhares sobre este assunto convidamos 4 pessoas ligadas à educação matemática. Uns trabalham no ensino superior e outros nos ensinos básico e secundário. Todos eles investigam na educação matemática com um forte pendor para o uso da tecnologia.

1. Níveis de adoção de artefactos, o seu uso como ferramentas e orquestração instrumental

Antes de nos focarmos no papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática, é de ponderar qual é o problema do ensino e da aprendizagem de matemática, no sentido de percebermos como os artefactos digitais podem contribuir para o minorar. No início do século passado, em 1908, Sidónio Paes identificava aspetos a modificar nas práticas de ensino de matemática:

> *Temos de modificar totalmente os nossos processos de ensino e os nossos critérios de julgamento. A preocupação do professor deve ser crear o gosto do aluno pelo trabalho, desenvolver-lhe o espírito de iniciativa, a curiosidade de descobrir, a originalidade. Dar o abalo inicial e deixar marchar a onda, repetir a impulsão tantas vezes quantas fôr necessário. (Mariano, 1997, p. 45)*

Na atualidade, diríamos que essas mudanças passam por dar mais espaço e relevo ao desenvolvimento de práticas epistémicas por parte dos alunos.

A realidade portuguesa, leva-nos a considerar a coexistência de três níveis de adoção dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática, a saber: básico, intermédio e avançado.

No nível básico, há mudança de artefactos, mas manutenção de metodologias de ensino e de aprendizagem, trata-se de uma roupagem moderna para metodologias antigas, não promovendo mudança de práticas. As vantagens são meramente técnicas, estéticas e motivacionais.

No nível intermédio, há mudança de artefactos e introdução de novas metodologias, trata-se no essencial de tarefas de consolidação de conhecimentos e/ou de cariz motivacional. A utilização é pontual, continua a não haver mudança de práticas no sentido de promover práticas epistémicas, não se cria um ambiente educacional novo, moderno e digital.

No nível avançado, há uma seleção criteriosa dos artefactos e mudança de metodologias de ensino e de aprendizagem.

1.1 Porque entendemos ser necessária uma seleção criteriosa dos artefactos?

Constata-se a existência e o constante aparecimento de uma panóplia de artefactos digitais para o ensino e a aprendizagem de matemática. O professor não dispõe de tempo útil para: i) conhecer todas as propostas de artefactos digitais que vão surgindo; ii) aprender a usá-los; e iii) criar/adaptar tarefas para usar adequadamente com os seus alunos. Assim, parece-nos de maior valia, a escolha de alguns artefactos digitais com potencial confirmado pela literatura em educação em ciências e tecnologia, para que o docente possa adquirir domínio técnico dos mesmos, desenvolver conhecimento das suas potencialidades educacionais, desenhar tarefas que os integrem de modo adequado à aprendizagem matemática dos seus alunos e, desejavelmente, que promovam práticas epistémicas (Mishra & Koehler, 2006).

As mudanças de metodologias a que nos referimos, passam por refletir sobre a questão de como transformar artefactos digitais em ferramentas efetivas no ensino e na aprendizagem de matemática.

O grau de uso de utilização de artefactos, digitais ou não, define-os como ferramenta, ferramenta beneficiosa (*beneficial tool*) ou ferramenta epistémica (Lopes & Costa, 2019). No esquema seguinte (figura 1), sintetizam-se essas definições seguindo (Lopes & Costa, 2019).

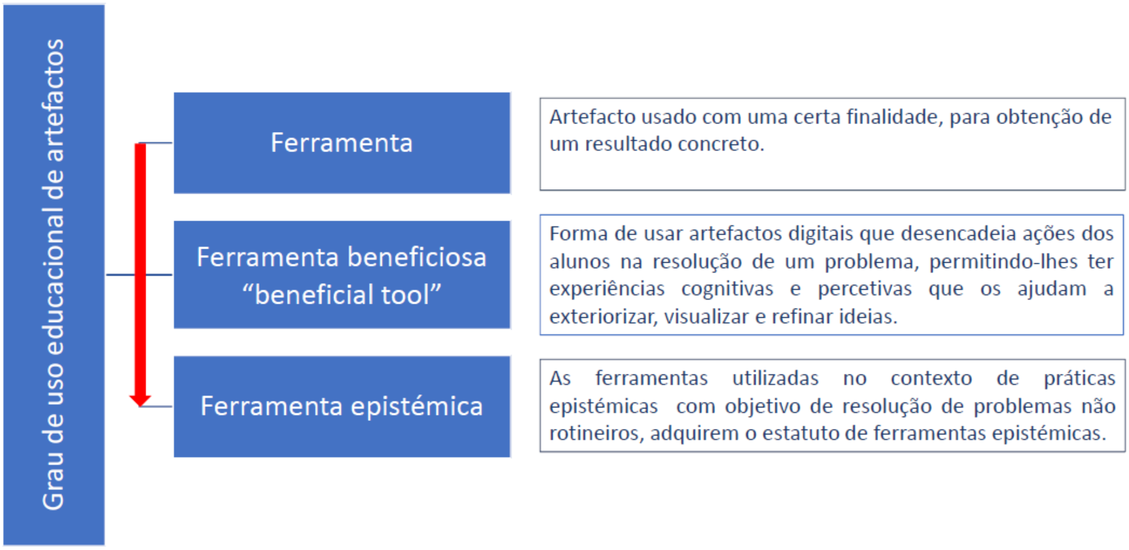


Figura 1. Tipos e graus de ferramentas efetivas no ensino e na aprendizagem de matemática de acordo com (Lopes & Costa, 2019)

1.2 Contexto educativo para uso de artefactos como ferramentas epistémicas

Segundo Lopes e Costa (2019), a literatura da especialidade defende que:

- O artefacto digital tem de ter potencialidades de interatividade, entre outras caraterísticas;

- A tarefa deve ser concebida de modo a propor um desafio estimulante e o artefacto digital ser de grande ajuda para o resolver;

- A ação empreendida com o artefacto digital deve mobilizar os conhecimentos disponíveis dos alunos;

- Toda a ação deve ter um objetivo e dele deve resultar um resultado claramente identificado;

- A utilização do artefacto digital deve permitir um campo de experimentação de ideias e ações, e deve abrir a possibilidade de emergir novas experiências cognitivas e sensoriais.

Ainda que estes itens deem pistas ao professor sobre o modo de utilizar artefactos digitais, é necessária a existência de orquestrações instrumentais (Guin & Trouche, 2002) para o professor estruturar as suas práticas de ensino inserindo artefactos digitais. No esquema seguinte (figura 2) apresentamos os três princípios orientadores para esse objetivo.

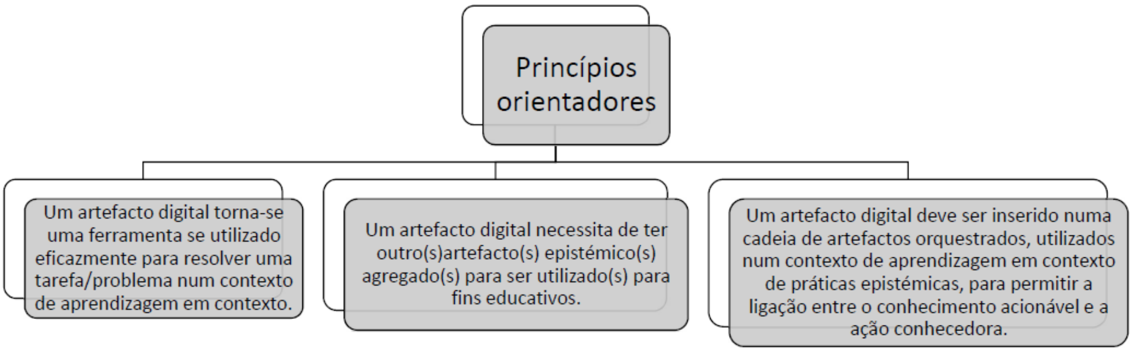


Figura 2. Princípios orientadores de orquestrações instrumentais

1.3 Características de uma orquestração instrumental eficaz

Vários estudos têm sido desenvolvidos sobre orquestrações instrumentais (Drijvers et al., 2020). Em Lopes e Costa (2021) são identificadas caraterísticas importantes de uma orquestração instrumental para influenciar a utilização de artefactos digitais como ferramentas epistémicas. Elencamos em seguida algumas que entendemos poderem ser úteis aos professores:

- A autonomia dos alunos proporcionada pelo professor;

- A mediação do professor relativamente ao tipo de tarefa;

- A forma como os artefactos digitais são articulados;

- A duração da utilização do artefacto digital e o momento da sua inserção na aula;

- Os movimentos epistémicos do professor e ligação entre o uso do artefacto digital e a aprendizagem.

As ideias apresentadas, no sentido de contextualizar o nível avançado, contribuem para a criação de um ambiente educacional rico, com práticas epistémicas que permitem a construção de conhecimento e o envolvimento produtivo dos alunos. A formação contínua de professores tem aqui um espaço fértil para atuação.

A terminar, apresentamos três princípios a ter em consideração na integração de artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática:

1. Usar os artefactos digitais na estrita medida do necessário, procurando minimizar os riscos do digital na vida humana tão bem identificados por Byung-Chul Han (2016).
2. Selecionar artefactos digitais versáteis com os quais o professor se sinta confortável, no sentido de poder integrar artefactos digitais no processo de ensino e de aprendizagem (Mishra & Koehler, 2006; Niess et al., 2009).
3. Orquestrar os diversos artefactos de modo a promover práticas epistémicas dos alunos, efetivando, entre outras, as mudanças defendidas por Paes em 1908.

2. Olhares dos professores sobre o uso de artefactos no ensino e aprendizagem de matemática no ensino básico e secundário

Não se pretende, nem seria possível, um elencar exaustivo de artefactos digitais disponíveis para o ensino e aprendizagem de matemática, mas apenas a referenciação de alguns (de entre os mais comuns) e o atestar da sua pertinência neste contexto.

Se a utilização de artefactos tecnológicos explodiu com os momentos de ensino à distância, constata-se que no regresso ao ensino presencial a sua utilização diminuiu significativamente, eventualmente mais do que o expectável. As instituições de ensino, nomeadamente as escolas, estão a desenvolver esforços para promoverem a adoção e consolidação definitiva da utilização de artefactos digitais, quer em termos de ensino e aprendizagem de matemática, quer em termos de avaliação. A aposta definitiva na dinamização das plataformas digitais de organização e gestão de aprendizagem, as alterações significativas na avaliação em termos de objetivos e processos e a implementação do plano de Capacitação Digital Docente (https://www.dge.mec.pt/pcdd/pcdd.html) delineado pelo Ministério da Educação são algumas das principais medidas nesse sentido.

Contudo, os indicadores empíricos dos relatórios de autoavaliação das escolas apontam para uma reduzida aposta nos recursos tecnológicos ou uma aposta feita de forma incipiente. Em termos gerais, os docentes, além das dificuldades logísticas (com equipamentos informáticos e internet), revelam baixas competências digitais. Mais especificamente apontam dificuldades em escolher os artefactos digitais mais adequados para os propósitos do professor e/ou dos alunos, no modo de utilização/aplicação destes artefactos para a consecução dos objetivos e na operacionalização de orquestrações instrumentais.

2.1 A importância dos roteiros para uso eficaz dos artefactos no ensino e aprendizagem de matemática

Neste contexto, a par da necessária formação docente, os professores poderão recorrer a plataformas que disponibilizam recursos testados, ou a roteiros (guiões) que orientam a seleção e aplicação de recursos ou, ainda, desenvolver um trabalho de raiz que envolva a seleção, preparação, aplicação/testagem e refinamento de recursos.

Numa primeira linha, mais imediatista, relembram-se as plataformas, onde os professores podem consultar e obter recursos prontos, testados e validados para aplicação direta ou para adequação às características dos seus alunos (e.g. *Phet interactive simulations* - https://phet.colorado.edu, Academia Ciência Viva - https://academia.cienciaviva.pt, Casa das Ciências - https://www.casadasciencias.org). Uma segunda possibilidade passa por recorrer a roteiros (ou guiões) que constituem instrumentos valiosos para os professores prepararem os seus próprios recursos/ artefactos/ orquestração na medida em que disponibilizam um conjunto de orientações sobre os objetivos, procedimentos, logística associada, aplicação das tarefas e até da atuação do próprio docente. Os roteiros são verdadeiros mapas na construção e aplicação de recursos.

Uma possibilidade mais trabalhosa, mas certamente mais desafiante, é o desenvolvimento próprio de recursos que passa pela seleção dos artefactos, preparação da orquestração dos mesmos, aplicação, avaliação e refinamento dos mesmos em ciclos de trabalho sucessivos.

A título exemplificativo das situações anteriores apresentou-se um roteiro de exploração de um recurso educativo aberto (*open educational resources* - OER). Clements e Pawlowski (2012, p.5) definiram OER como "todos os recursos para fins de aprendizagem, educação e formação que são livremente disponíveis" e como tal "inclui literatura e recursos científicos (de livre acesso para a educação), tecnologias e sistemas (de código aberto para a educação), e conteúdos abertos (materiais de aprendizagem/conteúdos reais), bem como artefactos relacionados (tais como materiais didáticos ou planos de aula)".

O roteiro resultou de um trabalho prático com o intuito de delinear orientações para a exploração de aplicações móveis para telemóvel, contendo indicações para a seleção da aplicação (procura e seleção de aplicações, exploração e avaliação das aplicações) elaboração da tarefa para os alunos, realização da tarefa e pós realização da tarefa. O produto resulta de um trabalho de duas iterações em termos de preparação/aplicação, que procura atender às dificuldades apontadas pelos docentes consultados no processo relativas ao uso de aplicações que não dominam e, sobretudo, à seleção da aplicação mais adequada (sugere-se o quadro de avaliação de Harrison e Lee (2018)).

A preparação do ensino e aprendizagem de matemática com recurso a artefactos digitais é importante e conjunturalmente obrigatório, mas é um processo exigente sob pena de se tornar inócuo. Impõe formação de qualidade ou, pelo menos, autoformação e investigação, só possíveis com tempo. A tipologia de formação implementada para a generalidade dos docentes oferece apontamentos sobre artefactos digitais, mas raramente com a profundidade e qualidade que seriam necessários para ultrapassarem as suas dificuldades e desenvolverem orquestrações de artefactos capazes e proveitosas. Essas são habitualmente tratadas em cursos de outra natureza em instituições de ensino superior e cujas frequências são pouco incentivadas e valorizadas em termos de carreira docente.

3. Aprendizagem ativa de matemática mediada por tecnologias em contextos exploratórios

O desenvolvimento da competência matemática revela-se fundamental para agirmos, e proactivamente, em prol de um mundo melhor e sustentável. No contexto educativo, esse processo exige a assunção de práticas letivas que favoreçam uma aprendizagem ativa por parte dos estudantes. Uma estruturação dos momentos de aprendizagem consonante com a abordagem exploratória e enriquecida com estratégias didáticas inovadoras pode revelar-se uma possibilidade interessante, não numa lógica radicalmente disruptiva mas, antes, assumindo-se uma racionalidade transformadora. E as tecnologias adequadas, designadamente digitais, criteriosamente selecionadas, podem consubstanciar-se como potentes mediadores de uma sólida educação em matemática.

3.1 Contextualização

A matemática desempenhou, desde sempre, um papel inquestionável no desenvolvimento da humanidade (Pontes, 2019). Por isso, para além das aprendizagens matemáticas que vão acontecendo ao longo de toda a vida de modo informal, sempre ocupou um terreno relevante nos contextos educativos formais e tem vindo a marcar posição nas mais diversas iniciativas de caráter informal.

Se, inicialmente, o foco era a dimensão do conhecimento matemático, de *per si*, hoje em dia entende-se que o que verdadeiramente importa é a capacidade de aplicar esse conhecimento para a resolução dos mais diversos, holísticos e complexos problemas (Niss, & Højgaard, 2019) o que, por sua vez, exige a mobilização de uma série de atitudes e valores (Ingram et al., 2020). Por outras palavras, o que verdadeiramente importa é o desenvolvimento da competência matemática para fazer face aos problemas que se colocam intra e extra-matemática – no dia-a-dia pessoal, familiar e/ou profissional e/ou no âmbito das mais diversas áreas de conhecimento (Niss, & Højgaard, 2019). A referida descentração não se compadece com a manutenção de um ensino dito 'tradicional', fortemente marcado pela exposição e exemplificação do professor, seguida de rotinização processual por parte dos alunos[6] que, no caso da

[6] No âmbito deste texto, usaremos o termo 'aluno(s)' quando nos referimos a contextos educacionais mais tradicionalistas e o termo 'estudantes(s)' quando está em causa o seu envolvimento ativo na aprendizagem. Neste caso, devem assumir-se como verdadeiros estudiosos das próprias temáticas e pela vida fora, de modo continuado.

matemática, era (é!) paradigmático. Antes, para que se possa acompanhar o movimento em causa, as práticas letivas terão de evoluir no sentido do favorecimento de uma aprendizagem genuinamente ativa por parte dos estudantes e em todas as etapas nas quais se organizem os momentos de aprendizagem (Danesi, 2016). A abordagem exploratória pode revelar-se uma possibilidade interessante de estruturação dessas oportunidades de aprendizagem. A sua assunção não se inscreve numa lógica radicalmente disruptiva, até porque as disrupções se revelam, no geral, contraproducentes, principalmente, ao nível do contexto educativo, que necessita de paz e tranquilidade para se efetivar com qualidade. Antes, assume-se uma racionalidade transformadora (Moreira & Schlemmer, 2020). Tais contextos exploratórios saem enriquecidos se aglutinarem propostas didáticas diversificadas e inovadoras, designadamente as subjacentes à lógica da *flipped classroom*; dos laboratórios de aprendizagens; do *case*, *problem*, *inquiry*, *project* ou *challenge based-learning*, dos trilhos e da *gallery walk* (European Schoolnet, 2018; Lai, & Hwang, 2016; Lazonder, & Harmsen, 2016; Masitoh, & Fitriyani, 2018; Pepin, & Kock, 2021; Sunyoung et al., 2016; Vale et al., 2019a e b).

As tecnologias, também elas, têm uma história paralela ao desenvolvimento da humanidade, interpenetrando-se e influenciando-se mutuamente. Este facto aliado à sua presença, sem retorno, no passado, no presente e no futuro das civilizações, justifica, por si, a sua entrada no processo educativo (Aldon, & Trgalová, 2019). Mas os argumentos a favor da entrada das tecnologias, em especial as digitais, nesse contexto não se esgotam na visão instrumental subjacente à necessidade de preparar os estudantes para a sua utilização. As tecnologias adequadas, criteriosamente selecionadas, e afetiva e efetivamente exploradas pelos estudantes, de modo crítico e criativo e enquanto suporte da formulação e/ou resolução de tarefas mais ou menos abertas e desafiantes, podem consubstanciar-se como potentes mediadores de uma sólida educação, designadamente, em matemática (Freiman, & Tassell, 2018). Paralelemente, ainda permitem diluir fronteiras entre os contextos formal, não formal e informal e contrariar a atomização disciplinar.

3.2 Abordagem exploratória

Qualquer momento de aprendizagem formal de matemática deve estruturar-se em 4 etapas fundamentais – i) introdução/motivação, ii) *hands-on*, iii) partilha e discussão e iv) síntese (Allwright, 2003). Esquematicamente, podem ser representadas numa coroa circular divida em partes geometricamente iguais. A lógica subjacente a essa divisão não é a temporal, a duração de cada um desses momentos, mas, sim, a igual importância que deve ser dedicada a cada uma delas.

Na fase da introdução/motivação, o professor prepara caminho para o que vai acontecer na sessão. Pode começar por fazer uma ligação com o que aconteceu anteriormente e, usando a sua criatividade, deve 'cativar' os estudantes para explorarem a(s) tarefa(s) que irá propor. Nesta etapa, deve especificar em que consiste tal(ais) proposta(s) e como se irá desenrolar a atividade. É ainda o momento de esclarecer quais os materiais didáticos que irão ser usados e como é que o deverão fazer. Antes de passar à etapa seguinte, deve esclarecer, sucintamente, as outras fases nas quais a sessão está estruturada e o tempo previsto para cada uma delas.

O momento seguinte é o de trabalho efetivo dos estudantes. É o período de 'meter a mão na massa' e envolver-se afetiva e ativamente na resolução da(s) tarefa(s), tirando partido das ferramentas que tiver ao seu alcance. Tal resolução pode ser concretizada individualmente ou em grupo, mais ou menos reduzido. O professor deverá circular por entre os estudantes, principalmente, para apoiar a sua atividade, praticar uma avaliação formadora reguladora e selecionar, criteriosamente, as resoluções que importa partilhar com o coletivo turma.

Segue-se o momento de partilha das produções, diversificadas, dos estudantes e da discussão em torno das mesmas.

Finalmente, o professor deve mobilizar toda a turma para sintetizar as principais conclusões a retirar da atividade desenvolvida, atendendo às finalidades e objetivos que se perseguiam e às competências transversais e específicas a desenvolver. Pode, ainda, estipular-se o trabalho a desenvolver extra-aula.

Cada uma destas etapas é propícia à adoção das mais diversas estratégias didáticas. Por essa via, também se promove a equidade na aprendizagem.

3.3 Estratégias didáticas inovadoras

De entre a miríade de estratégias didáticas de que o professor se pode socorrer para efetivar a sua prática letiva, designadamente, seguindo uma abordagem exploratória, destacaremos as subjacentes à lógica da *flipped classroom*; dos laboratórios de aprendizagens; do *case*, *problem*, *inquiry*, *project* ou *challenge based-learning*; dos trilhos e da *gallery walk* (European Schoolnet, 2018; Lai, & Hwang, 2016; Lazonder, & Harmsen, 2016; Masitoh, & Fitriyani, 2018; Pepin, & Kock, 2021; Sunyoung et al., 2016; Vale et al., 2019a e b).

A essência da *flipped classroom*, ou 'sala de aula invertida', é privilegiar no espaço e tempo de aula o desenvolvimento de competências de ordem superior, deixando para fora daquele microcosmos a realização de tarefas que o estudante poderá realizar sem a presença do professor (Lai, & Hwang, 2016). Pode envolver, designadamente, a leitura de um texto, uma pesquisa sobre um determinado tópico e a síntese da informação, a recolha sistemática de dados e o seu eventual tratamento, a resolução de uma tarefa com base na qual se iniciará a abordagem, mais formal, de um tópico. Estará em causa, por exemplo, recordar um determinado aspeto, compreender um assunto ou conceito ou mesmo aplicar determinado conhecimento previamente construído. Posteriormente, em aula, o professor deve partir do trabalho desenvolvido fora desse espaço pelos estudantes e privilegiar tarefas que envolvam pensamento de ordem superior como analisar, avaliar, criar.

Toda e qualquer sala de aula pode ser transformada numa 'sala de aula do futuro' ou 'laboratório de aprendizagem', adotando uma expressão muito mais feliz. Há muitos exemplos desses laboratórios por esse país e mundo fora nos quais se investiu imenso dinheiro em mobiliário e equipamentos os mais sofisticados (https://erte.dge.mec.pt/laboratorios-de-aprendizagem). No entanto, a essência desses espaços é sua estruturação em zonas que permitam o convívio e complementaridade de tarefas tais como investigar, interagir, colaborar, desenvolver, criar, apresentar. Os estudantes poderão ser distribuídos em grupos e cada um estar a desenvolver um aspeto particular de um projeto conjunto.

De entre as estratégias didáticas que se afiguram mais promissoras e que jogam muito bem quer com a abordagem exploratória quer com os 'laboratórios de aprendizagem', pode-se destacar o *case*, *problem*, *inquiry*, *project* ou *challenge based-learning*, consoante a aprendizagem decorra em torno de casos, problemas, tarefas investigativas, trabalho de projeto ou desafios (Lazonder, & Harmsen, 2016; Masitoh, & Fitriyani, 2018; Pepin, & Kock, 2021; Sunyoung et al., 2016). Apesar da especificidade de cada uma (que não cabe detalhar neste artigo), há um aspeto fundamental em comum – regem-se pelo princípio da aprendizagem ativa do estudante.

Os trilhos é outra estratégia didática que permite a exploração de um dado percurso, dentro ou fora da escola, segundo o olhar de uma ou várias áreas (Vale et al., 2019b). Exige uma preparação cuidada por parte do docente, que deverá trilhá-lo previamente para decidir qual o trajeto a considerar e quais os desafios que deverá colocar aos seus estudantes, tirando partido dos elementos quer naturais quer artificiais que o integram. Após esse momento *hands-on,* que também permite contrariar o sedentarismo dos estudantes, importa promover a partilha e síntese das experiências vivenciadas, tendo em mente a consecução dos objetivos traçados.

Já a *gallery walk* afigura-se como uma alternativa muito interessante à utilização, por exemplo, do quadro, onde os estudantes, no momento da partilha das resoluções das tarefas que cumpriram, partilham os resultados alcançados (Vale et al., 2019a). Na lógica de uma galeria de arte, os estudantes expõem as suas produções, por exemplo, numa parede da sala e/ou de outro espaço da escola (corredor,…) ou nas respetivas carteiras. E todos podem ter acesso a essas várias produções e deixar o seu comentário alusivo, designadamente, à correção da resolução e à sua apresentação, ou pedir esclarecimentos adicionais. Os comentários e/ou pedidos de esclarecimento serão considerados na discussão que se seguirá.

Importa agora perceber em que momentos da abordagem exploratória há lugar para as tecnologias, designadamente, digitais e que papel podem assumir no âmbito das mais diversas estratégias a adotar, em prol de uma aprendizagem ativa e de qualidade.

3.4 As tecnologias na aprendizagem ativa de matemática

As tecnologias, designadamente digitais, podem constituir-se verdadeiros mediadores da aprendizagem dos estudantes (Coelho, & Cabrita, 2017; Faggiano et al., 2017), o que só acontece se forem considerados dois grandes grupos de condições que não se esgotam mas incluem: i) serem criteriosamente selecionadas de entre a panóplia de oferta que prolifera, de forma a garantir-se a sua qualidade e a sua adequação ao público alvo, às competências a desenvolver, aos tópicos a abordar, às opções didáticas, incluindo as avaliativas, a adotar em cada momento de aprendizagem e ii) serem colocadas efetivamente nas mãos dos estudantes, que devem com elas interagir não de modo 'funcional' mas antes verdadeiramente 'intencional'. Só assim se pode contribuir para que, no caso particular da matemática, os estudantes se assumam como genuínos 'fazedores da matemática', vivenciando etapas próximas daquelas que os matemáticos experienciam no âmbito da sua atividade enquanto cientistas.

Portanto, não há um tipo único de tecnologias a considerar no processo de aprendizagem, embora um momento e uma situação particulares possam aconselhar uma ferramenta específica.

Num contexto de *flipped classroom*, para apoiar um desafio lançado pelo professor, o estudante pode: efetivar pesquisas sobre os mais variados assuntos, através de um qualquer motor de busca. Pode ser oportuno rentabilizar *sites* relacionados com a Internet das coisas (IoT) (Gubbi et al., 2013) e organizar e tratar os dados recolhidos através software específico (e.g. Excel); tirar partido da exploração de um vídeo disponível no *youtube* (e.g., da séria 'Isto é matemática' – https://www.youtube.com/user/istoematematica); realizar uma visita virtual aos mais diversos contextos não formais de aprendizagem (e.g., do Museu MoMath - https://momath.org/visit/ – e do pavilhão do conhecimento – https://www.pavconhecimento.pt/media/virtual_tour/pt/); estudar um determinado por exemplo, através dos materiais produzidos, p.e., pelo *New Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* – https://illuminations.nctm.org/ – ou a *Khan academy* – https://pt-pt.khanacademy.org/. Se o trabalho for desenvolvido em grupo, os estudantes, mesmo distantes geograficamente, podem tirar partido de ferramentas de interação social síncronas e assíncronas, encurtando espaços e tempos. O professor pode apoiar esse trabalho também a distância, usando pacotes de acesso gratuito para as escolas (e.g. Microsoft 365).

Já na sala de aula, no momento da introdução/motivação, as tecnologias podem ser usadas, designadamente, para partilha e discussão dos trabalhos desenvolvidos previamente pelos estudantes; para visionamento de um documentário que contextualize o tópico a abordar; para explicitação do trabalho que se segue ou, eventualmente, para exploração de comandos básicos de algum software a usar no âmbito da aprendizagem a vivenciar.

Na etapa do '*hands-on*', se a sala estiver organizada em função das ilhas que integram os 'laboratórios de aprendizagem', cada um desses espaços deve incluir tecnologias que permitam o desenvolvimento das respetivas atividades a realizar, designadamente inscritas na lógica do *case*, *problem*, *inquiry*, *project* ou *challenge based-learning,* podendo conjugar-se com a gamificação (Gurjanow et al., 2019; Masitoh, & Fitriyani, 2018; Pepin, & Kock, 2021). Por exemplo, nas áreas 'investigar', 'desenvolver' e 'criar', devem existir computadores com ligação à *Internet* e de banda larga, podendo os estudantes tirar partido das suas próprias tecnologias móveis (Bano et al., 2018). Tais tecnologias devem permitir aceder aos softwares e aplicações que mais importam à matemática, tais como, calculadoras gráficas, folhas de cálculo, ambientes dinâmicos de geometria dinâmica. Defende-se uma verdadeira lógica *transmedia* (Stansell et al., 2016), por permitir conhecer mais ampla e aprofundadamente determinado ente, porque percecionado segundo múltiplos pontos de vistas, de acordo com as representações que cada tecnologia favorece. Se o professor quiser propor a exploração de trilhos e caso isso não possa acontecer de modo presencial, há cada vez mais possibilidades de o fazer virtualmente. Para isso, mais uma vez, as tecnologias terão de marcar presença para se efetivar essa vivência de aprendizagem. Tais trilhos podem incluir uma tecnologia cada vez mais utilizada – a da Realidade aumentada (Chen et al., 2017). É o caso do projeto EduPark, no parque Infante D. Pedro em Aveiro - http://edupark.web.ua.pt)

O momento de partilha e discussão também pode girar em torno de lógica da *gallery walk* não com uma concretização física mas sim tirando-se partido de software de controlo e monitorização de diversos postos de computadores, como o Veyon - https://veyon.io/en/ - que tem a vantagem de ser gratuito e *open source*.

Na sua sequência, a última etapa de síntese pode ser construída no coletivo em ambientes de escrita colaborativa como, p.e., o Google Docs.

3.5 Perspetivas

As tecnologias só instigarão uma aprendizagem efetiva se andarem de mãos dadas com a didática. É a essência das expressões Tecnologia Didática ou Didática Tecnológica (Blásquez et al.,1985) que se tentou defender ao longo deste trabalho. E não fazendo a apologia de determinada tecnologia em detrimento de outra, mas sim insistindo na importância e necessidade de uma sua criteriosa seleção, que permita a consecução das finalidades definidas e o desenvolvimento das competências transversais e específicas formuladas, em função dos tópicos a abordar e da forma como se o quer fazer. Tais opções não podem ignorar um princípio básico – as tecnologias, mesmo que as mais adequadas, só se constituirão verdadeiras ferramentas que ancoram a aprendizagem se forem postas nas mãos dos estudantes que com elas terão de interagir intencionalmente. E se toda essa atividade for devidamente partilhada, discutida, refletiva e sistematizada.

Em termos tecnológicos, também não se faz a apologia de uma radical disrupção no contexto educativo, muitas vezes impulsionada pelo vórtice de mudanças tão características de uma modernidade como vez mais 'líquida' (Bauman, 2001). Antes, prefere-se uma racionalidade transformadora nas quais o homem e a máquina encontram os equilíbrios necessários a uma ecologia inteligente (Moreira & Schlemmer, 2020).

4. Integração da tecnologia na formação inicial de professores

A atual era tecnológica disponibiliza uma grande diversidade de recursos, em particular para contextos educativos (Chai et al., 2017; Lopes & Costa 2019). Esta diversidade de recursos tecnológicos exige competências apropriadas aos professores, para que estes possam integrar a tecnologia em contextos educativos de forma adequada (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2018; Sintema, 2018).

Embora o uso dos recursos tecnológicos na sala de aula tenha aumentado, vários autores (Bray & Tangney, 2017; Lopes & Costa 2019; Sintema, 2018) referem que muitos dos professores não compreendem as suas potencialidades, por forma a desenvolver uma prática educativa com tecnologia que permita aos alunos participar ativamente na construção do seu conhecimento. Apesar disso, por parte dos professores existe alguma resistência quanto à integração de tecnologias no processo de ensino e de aprendizagem de matemática (Bray & Tangney, 2017; Sonmark et al., 2017, p.109).

4.1 Integração da tecnologia para a aprendizagem de conceitos matemáticos

A literatura refere, também, diversas dificuldades de aprendizagem dos alunos em conceitos de matemática, que podem condicionar outras aprendizagens (Fritz et al., 2019). Neste sentido, o uso adequado dos recursos tecnológicos no processo de ensino e de aprendizagem pode ser uma das principais potencialidades para os alunos de forma dinâmica efetuarem aprendizagens com compreensão (Bray & Tangney, 2017; Tempier, 2016).

Assim, emerge a necessidade de futuros professores aprenderem a perspetivar possíveis formas de integrar e orquestrar recursos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática, desde a sua formação inicial.

Neste sentido é relevante perspetivar o uso dos recursos digitais, bem como as suas potencialidades no processo de ensino e de aprendizagem de matemática. Os Recursos digitais podem ser usados como artefactos, ferramentas e ferramentas epistémicas (Monaghan et al., 2016; Markauskaite & Goodyear, 2017). Muitas são as potencialidades do uso de recursos digitais nos processos de ensino e de aprendizagem. Uma das mais relevantes é o recurso digital ser usado como ferramenta epistémica (Lopes & Costa, 2019). Além desta, pode-se referir também a sua importância na adoção de modelos de prática pedagógica que promovam aprendizagens efetivas (Bray & Tangney, 2017; Clements & Sarama, 2014, p. 327). Mais, acresce ainda como potencialidade, a promoção da autorregulação das aprendizagens (Bray & Tangney, 2017; Verdasca et al., 2020).

A integração da tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem tem tido um grande destaque em trabalhos publicados (e.g., Aldon, & Trgalová, 2019; Bray, & Tangney, 2017; Carreira et al., 2016; Chai et al., 2017; Maneira & Gomes, 2017). Apesar disto, a literatura refere a existência de professores que não possuem conhecimentos suficientes por forma a integrarem adequadamente a tecnologia nas suas práticas educativas (e.g., Bray & Tangney, 2017; Lopes & Costa 2019; Sintema, 2018). A aceitação e o uso da tecnologia nas práticas educativas são outros obstáculos (Sonmark et al., 2017).

Isto coloca grandes desafios às Instituições de Ensino Superior, principalmente aos cursos de formação de professores. Neste sentido, à formação inicial de professores, também extensível à formação continua com os devidos ajustes, colocam-se as seguintes questões:

1. Que conhecimentos os futuros professores terão de construir para poderem integrar a tecnologia no ensino e na aprendizagem de matemática?
2. Que metodologia pode ser usada como suporte teórico na construção ou adequação de artefactos para promover aprendizagens matemáticas?
3. Que características tem de ter um ambiente de aprendizagem na formação inicial de professores que possa ser replicado ou ajustado pelos futuros professores nas suas práticas educativas?

O quadro conceptual *Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPACK)* de Koehler e Mishra (2009) – Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo - é um referente conceituado na comunidade académica, como Maneira e Gomes (2017) referem no seu trabalho. Com base neste, temos os diversos tipos de conhecimento necessários a um (futuro) professor, de qualquer etapa educativa, para poder integrar recursos tecnológicos no processo de ensino e de aprendizagem, em particular artefactos digitais. E deste modo os (futuros) professores podem dar cumprimento aos cinco níveis para a aprendizagem da integração de um dado recurso tecnológico no ensino e na aprendizagem de conteúdos matemáticos (Niess et al., 2009).

É inquestionável que um (futuro) professor, de qualquer etapa educativa necessita de construir ou adequar artefactos que permitam aos alunos a construção de conhecimentos. Neste sentido a engenharia didática para o desenvolvimento (EDD) pode ser uma metodologia a considerar no processo de construção ou adequação de um artefacto (Artigue, 2018; Tempier, 2016). Assim, a EDD é uma metodologia que consiste em ciclos de conceção de um recurso e implementação com professores, efetuando uma comparação das análises *a priori* e *a posteriori*.

4.2 Modelo de prática pedagógica (MPP) da Escola Superior de Educação de Coimbra

Um modelo de prática pedagógica (MPP), que se implementa na formação de professores da Escola Superior de Educação de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra e tem sido replicado ou ajustado por futuros professores nas suas práticas educativas, tem como requisitos os princípios da aprendizagem colaborativa e o quadro conceptual TPACK (Martins, 2020). Os elementos estruturantes do MPP são:

1. Conhecimento prévio – recomenda-se que o professor efetue uma pesquisa sobre estudos que abordem a promoção de aprendizagens relativas ao conteúdo a trabalhar com recurso à tecnologia;
2. Transparência do processo – sugere-se que o professor apresente logo no início: a forma como vai mediar as aprendizagens; o modo como as sessões irão decorrer; o que se espera dos alunos quanto ao envolvimento nas tarefas, colaboração entre os colegas do grupo e participação nas discussões coletivas.
3. Aprendizagem colaborativa – esta será incluída nos requisitos de um ambiente de aprendizagem desenhado para criar condições que fomentem interações e potenciem a promoção de aprendizagens significativas. Neste sentido é importante ter em conta o papel do professor e do aluno, a formação dos grupos, o design das tarefas, a escolha do artefacto digital e a forma como a discussão é dinamizada.
4. Espaço – este tem de garantir que os alunos se possam posicionar de forma a poderem trabalhar de forma colaborativa. Este também deverá permitir a mobilidade por parte do professor no acompanhamento de proximidade ao trabalho efetuado pelos alunos agrupados em pares.
5. Gravação das sessões (e.g., software screen recorder) – este registo permite que os alunos possam ficar com uma cópia para poderem refletir sobre o que foi feito em termos de resolução e discussão das tarefas tanto individuais como coletivas. Além

disso, permite ao professor monitorizar a forma como os alunos resolveram as tarefas e também o aperfeiçoamento da sua prática pedagógica.

6. Instrumentos de avaliação – deverão ser criados pelo professor, atendendo aos objetivos de aprendizagem, das caraterísticas das tarefas e ao contexto de intervenção.

Em síntese, o papel dos artefactos digitais no processo de ensino e de aprendizagem, em particular de conceitos matemáticos, terá de ser de mediador epistémico. Apesar disto, muitos são os aspetos que podem potenciar ou condicionar essa mediação.

5. Conclusões

Os membros do painel partiram da pergunta "Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática?". Face à panóplia de recursos digitais (artefactos) relevantes para o ensino e aprendizagem de matemática que estão disponíveis para professores e alunos encarou-se o duplo problema de como escolher os mais adequados para os propósitos do professor e/ou dos alunos e de como tirar proveito do seu uso para aprender matemática.

O debate mostrou que há diferentes abordagens teóricas para integrar a tecnologia na educação matemática. Mais importante, mostrou que há formas eficazes de integrar a tecnologia na aprendizagem de matemática. Destaca-se ainda que é possível criar contextos educativos e dispositivos didáticos como os roteiros para uso de artefactos como ferramentas epistémicas e que se for feita uma orquestração instrumental com certas características ela é eficaz para promover aprendizagens de matemática.

6. Referências

Aldon, G., & Trgalová, J. (Eds.). (2019). *Technology in Mathematics Teaching: Selected Papers of the 13th ICTMT Conference* (Vol. 13). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19741-4

Allwright, D. (2003). Exploratory practice: Rethinking practitioner research in language teaching. *Language teaching research*, *7*(2), 113-141.

Artigue, M. (2018). Didactic Engineering in Mathematics Education. In: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 202-206). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_44-5

Bano, M., Zowghi, D., Kearney, M., Schuck, S., & Aubusson, P. (2018). Mobile learning for science and mathematics school education: A systematic review of empirical evidence. *Computers & Education*, 121, 30-58.

Bauman, Z. (2001). *Modernidade líquida*. Editora Schwarcz-Companhia das Letras.

Blásquez E. [et al.] (1985). *Didáctica General*. Madrid: Anaya 2.

Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research: a systematic review of recent trends. *Computers & Education, 114*, 255 – 273.

Carreira, S., Jones, K., Amado, N., Jacinto, H., & Nobre, S. (2016). *Youngsters solving mathematical problems with technology.* New York: Springer.

Chai, C. Tan, L., Deng, F., & Koh, J. (2017). Examining pre-service teachers' design capacities for web-based 21st century new culture of learning. *Australasian Journal of Educational Technology, 33*(2), 129-142. https://doi.org/10.14742/ajet.3013

Chen, P., Liu, X., Cheng, W., & Huang, R. (2017). A review of using Augmented Reality in Education from 2011 to 2016. In *Innovations in Smart Learning* (pp. 13-18). Springer, Singapore.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.

Clements, K. I., & Pawlowski, J. M. (2012). User-oriented quality for OER: Understanding teachers' views on re-use, quality, and trust. *Journal of Computer Assisted Learning, 28*(1), 4-14.

Coelho, A. & Cabrita, I. (2017). Creativity enhanced by technological mediation in exploratory mathematical contexts. In Ó. Mealha et al. (Eds.), *Citizen, Territory and Technologies: Smart Learning Contexts and Practices.* SLERD 2017. Smart Innovation, Systems and Technologies, vol 80 (pp. 19-30), Springer International Publishing, Springer.

Danesi, M. (2016). *Learning and teaching mathematics in the global village*. Springer International Publishing.
Drijvers, P., Grauwin, S., & Trouche, L. (2020). When bibliometrics met mathematics education research: the case of instrumental orchestration. *ZDM Math. Educ. 52*(7), 1455–1469.
European Schoolnet. (abril de 2018). *Future Classroom Lab*. Acedido a 9 de Março de 2019 em http://fcl.eun.org/pt_PT/toolkit
Faggiano, E., Ferrara, F., & Montone, A. (Eds.). (2017). *Innovation and Technology Enhancing Mathematics Education: Perspectives in the Digital Era*. Springer, Cham.
Freiman, V., & Tassell, J. L. (Eds.). (2018). *Creativity and technology in mathematics education*. Springer, Cham.
Fritz, A., Haase, V. G., & Rasanen, P. (2019). *International handbook of mathematical learning difficulties*. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3
Gubbi, J., Buyya, R., Marusic, S., & Palaniswami, M. (2013). Internet of Things (IoT): A vision, architectural elements, and future directions. *Future generation computer systems*, 29(7), 1645-1660
Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *ZDM Math. Educ. 34*(5), 204–211
Gurjanow, I., Oliveira, M., Zender, J., Santos, P.A., & Ludwig, M. (2019). Shallow and Deep Gamification in Mathematics Trails. In: Gentile M., Allegra M., Söbke H. (eds) *Games and Learning Alliance*. *GALA 2018. Lecture Notes in Computer Science*, vol 11385. Springer, Cham
Han, B.-C. (2016). No enxame: Reflexões sobre o digital. Lisboa: Relógio d'Água.
Harrison, T.R. & Lee, H.S. (2018). iPads in the mathematics classroom: Developing criteria for selecting appropriate learning apps. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 6(2), 155-172. DOI:10.18404/ijemst.408939
Koehler, M., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
Ingram N., Hatisaru V., Grootenboer P., Beswick K. (2020) Researching the Affective Domain in Mathematics Education. In: Way J., Attard C., Anderson J., Bobis J., McMaster H., Cartwright K. (eds) *Research in Mathematics Education in Australasia 2016–2019*. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-4269-5_7
Lai, C. L., & Hwang, G. J. (2016). A self-regulated gpped classroom approach to improving students' learning performance in a mathematics course. *Computers & Education*, *100*, 126-140.
Lazonder, A. W., & Harmsen, R. (2016). Meta-analysis of inquiry-based learning: Effects of guidance. Review of educational research, 86(3), 681-718.
Lopes, B., & Costa, C. (2019). Digital Resources in Science, Mathematics and Technology Teaching – How to Convert Them into Tools to Learn. In M. Tsitouridou, J. A. Diniz, & T. Mikropoulos (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education* (pp. 243-255), Communications in Computer and Information Science. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20954-4_18
Lopes, B., & Costa, C. (2021). Converting Digital Resources into Epistemic Tools Enhancing STEM Learning. In A. Reis, J. Barroso, J. B. Lopes, Dr. T. Mikropoulos, Chih-Wen Fan (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_1
Maneira, S., & Gomes, M. J. (2017). A disseminação do TPACK em eventos científicos em Portugal. In *X Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação-Challenges 2017* (pp. 1469-1487). Universidade do Minho. Centro de Competência TIC (CCTIC UM).
Mariano, E. G. (Comp.) (1997). *Faculdade de Ciências e Tecnologia de Coimbra Orações de Sapiência Século XX* (pp. 37-50). Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
Markauskaite, L., & Goodyear, P. (2017). *Epistemic fluency and professional education*. Dordrecht: Springer.
Martins, N. (2020). *Um modelo de prática pedagógica de articulação entre conteúdo, pedagogia e tecnologia na formação inicial de professores* [Tese de Doutoramento, ECT da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro].
Masitoh, L. F., & Fitriyani, H. (2018). Improving students' mathematics self-efficacy through problem-based learning. Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML), 1(1), 26-30.
Mishra, P. & Koehler, M.J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: a framework for integrating technology in teacher knowledge. *Teach. Coll. Rec. 108*(6), 1017–1054.

Monaghan, J., Trouche, L., & Borwein, J. M. (2016). *Tools and mathematics*. Berlin: Springer International Publishing.
Moreira, J. A.., & Schlemmer, E. (2020). Por um novo conceito e paradigma de educação digital onlife. Revista UFG, 20(26).
Niess, M., Ronau, R., Shafer, K., Driskell, S., Harper, S., Johnston, C., Browning, C., Özgün-Koca, S., & Ozgün-Koca, S. A (2009). Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 4-24.
Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(1), 9-28.
Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD] (2018). *The future of education and skills: Education 2030. Paris: OECD*. Disponível em https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf, acedido a 20 de julho de 2020.
Pepin, B., & Kock, Z. J. (2021). Students' Use of Resources in a Challenge-Based Learning Context Involving Mathematics. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 1-22.
Pontes, E. A. S. (2019). A linguagem universal: Matemática suas origens, símbolos e atributos. *Revista Psicologia & Saberes*, *8*(12), 181-192.
Sintema, E. (2018). Evolution of pre-service primary teachers' TPACK-Maths profiles. *Journal of Global Research in Education and Social Science*, *11*(4), 166-175.
Sonmark, K., Révai, N., Gottschalk, F., Deligiannidi, K., & Burns, T. (2017). *Understanding teachers' pedagogical knowledge: report on an international pilot study*. Paris: OECD. https://doi.org/10.1787/43332ebd-en
Stansell, A., Tyler-Wood, T., & Austin, S. (2016). The Development of a Transmedia STEM Curriculum: Implications for Mathematics Education. Journal of Mathematics Education, 9(2), 72-80.
Sunyoung, H. A. N., Rosli, R., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2016). The effect of science, technology, engineering and mathematics (STEM) project based learning (PBL) on students' achievement in four mathematics topics. Journal of Turkish Science Education, 13(special), 3.
Tempier, F. (2016). New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(2), 261-276.
Vale, I., Barbosa, A. & Cabrita, I. (2019a). Fostering problem solving discussions through a gallery walk. In Shvarts A. (ed.). Proceedings of the PME and Yandex Russian conference *Technology and Psychology for Mathematics Education*. M.: HSE Publishing House (p. 265).
Vale, I., Barbosa, A. e Cabrita, I. (2019b). Mathematics outside the classroom: examples with pre-service teachers. Journal *Quaderni di Ricerca in Didattica / Mathematics* (QRDM), 2, special issue 3, 137-142.
Verdasca, J., Neves, A., Fonseca, H., Fateixa, J., Procópio, M., & Magro-C, T. (2020). *Melhorar aprendizagens em Matemática pelo uso intencional de recursos digitais: O Hypatiamat como intervenção preventiva na CIM do Ave*. Coleção Estudos PNPSE. Lisboa: ME/PNPSE. https://pnpse.min-educ.pt/estudo4

Software *Desmos*: criatividade e inovação no ensino e na aprendizagem da Matemática

Mónica Penarroias Branco Carneiro
Agrupamento de Escolas D. Sancho II, Alijó
Escola Superior de Administração, Comunicação e Turismo, Instituto Politécnico de Bragança
penarroias@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7799-8284

Ana Paula Florêncio Aires
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
aaires@utad.pt
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8138-3776

Helena Maria Barros de Campos
Departamento de Matemática da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
hcampos@utad.pt
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2767-0998

Resumo

O número e a variedade de ferramentas digitais existentes para auxiliar o ensino aumentou significativamente na última década e exponencialmente nos últimos meses. O professor assume a função principal na escolha dessas ferramentas digitais e na determinação de como deverão ser aplicadas de forma a promover a aquisição de aprendizagens significativas por parte dos alunos. A dinamização deste *workshop* permitiu a apresentação do *software Desmos*, um recurso *online* de acesso gratuito, muito útil para o ensino da Matemática e adequado para todos os níveis de ensino, tendo sido exploradas as suas potencialidades para o ensino de conteúdos nos vários domínios da Matemática, quer na ótica do professor quer na perspetiva do aluno. Foi possível verificar que é um recurso digital bastante abrangente com a vantagem de ser muito intuitivo, permitindo ao professor a criação de recursos distintos, quer recorrendo à base de atividades existente quer através de tarefas da sua autoria.

Neste workshop, após uma breve explicação deste recurso, foram propostas algumas tarefas aos participantes, adequadas aos níveis de ensino que lecionavam e tendo em conta as Aprendizagens Essenciais do Ensino Básico e do Ensino Secundário, de modo a serem exploradas as potencialidades e a aplicabilidade deste recurso em sala de aula, com vista ao desenvolvimento das competências inscritas no Perfil dos Alunos à saída da Escolaridade Obrigatória.

Palavras-chave: *Desmos*, matemática, tarefas, ensino, formação contínua

Introdução

Os estudos realizados por Drijvers e Doorman (1996), Bray e Tangney (2017) e Drijvers (2019) mostram que a utilização das ferramentas digitais na aula de Matemática possibilita a realização mais rápida de tarefas rotineiras, a resolução de cálculos complexos, múltiplas visualizações e testar ou refutar conjeturas. No entanto, a exploração efetiva das potencialidades de uma ferramenta digital coloca no professor a decisão sobre como deve articular o seu uso com a tarefa matemática a propor aos

alunos. O professor terá sempre o papel de ator principal na sua sala de aula, podendo atribuir aos alunos o papel de sujeitos epistémicos no sentido de contribuírem ativamente na construção do seu conhecimento. O conhecimento do professor relativamente a uma ferramenta digital é também decisivo.
No final da década de 80, Koehler e Mishra (2005) definiram o conceito de conhecimento tecnológico e pedagógico de conteúdo – Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) – como sendo o conhecimento que os professores precisam de ter para ensinar utilizando tecnologias na sua área disciplinar e no seu nível de ensino. Descobriram que reunir conteúdo, pedagogia e tecnologia era uma estratégia de sucesso (Mishra & Koehler, 2006).

Este *workshop* foi direcionado aos professores dos grupos de docência 230 e 500, contando assim com um leque de professores que lecionam desde o 5.º ano de escolaridade do Ensino Básico ao 12.º ano de escolaridade do Ensino Secundário.

1. Os recursos digitais no ensino da Matemática

Nos estudos conduzidos por Paul Drijvers (2015) são apontados os fatores que influenciam a aprendizagem matemática com recurso a uma ferramenta digital, verificando-se que existem três fatores decisivos para que a integração da tecnologia na sala de aula seja bem-sucedida: o *design*, o papel do professor e o contexto educativo. Relativamente ao primeiro fator, o *design*, diz respeito não apenas à ferramenta digital, mas também às tarefas propostas pelo professor, à planificação das aulas e às atividades desenvolvidas tendo em conta os objetivos de aprendizagem que se pretendem alcançar, assumindo estes uma parte muito mais importante do que propriamente as características ou as limitações do recurso digital escolhido. O segundo fator, o professor, assume uma posição central nas aprendizagens, fornecendo um *feedback* adequado, mediando as aprendizagens, monitorizando os resultados e generalizando conceitos matemáticos. O terceiro fator referido por Drijvers (2015) é o contexto educativo, com a introdução da tecnologia de uma forma natural e considerando a motivação e a avaliação dos alunos.

Segundo McCulloch *et al* (2018), os professores questionam-se sobre a integração da tecnologia nas suas aulas. Estes investigadores concluem que hoje em dia muitos professores consideram-se especialistas em recursos tecnológicos que abrangem diferentes dispositivos e plataformas, em vez de criadores de atividades e especialistas no uso de uma única ferramenta ou tecnologia.

Importa ainda referir que a combinação entre a tecnologia, o desenvolvimento profissional e os fatores institucionais e pessoais, tem influência sobre o uso contínuo da tecnologia no ensino (Kafyulilo et al., 2016). A tecnologia digital tem o potencial de abrir novos caminhos para que os alunos construam e compreendam o conhecimento matemático e permite novas abordagens para a resolução de problemas.

2. O recurso digital *Desmos*

O *software Desmos* (https://www.desmos.com) é um recurso *online* de acesso livre que tem registado uma grande evolução neste contexto pandémico de ensino a distância, já que, entre outras, possibilita a elaboração e atribuição de tarefas recorrendo a gráficos de funções, a exploração de transformações geométricas, a realização de questionários com vários formatos de resposta e implementação de atividades de modelação. Uma mais-valia deste recurso consiste em permitir ao professor criar a sua própria turma, através da potencialidade Atividades para a Sala de Aula e atribuir tarefas específicas, criadas por si ou recorrendo à base de tarefas existente, permitindo-lhe ver, monitorizar, avaliar e discutir as respostas/construções de uma turma inteira, enquanto a tarefa é executada. Quando comparado com outros recursos digitais existentes, apresenta muitas mais potencialidades em termos de escrita simbólica, do estudo e esboço do gráfico de funções com variação de parâmetros, de construções e transformações geométricas, em cálculos estatísticos e na demonstração/justificação de conjeturas**.**

3. Atividades desenvolvidas

Participaram neste *workshop* vinte e cinco professores, sendo a maioria (86%) professores do 3.º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário. Inicialmente foi aplicado um breve questionário, para fazer o diagnóstico sobre os conhecimentos prévios dos participantes relativamente ao recurso digital *Desmos*. Responderam a este questionário vinte e um participantes, tendo sido possível aferir que 71% não conhecia o *Desmos*. Foi ainda possível constatar que pelo facto de o *workshop* ter sido realizado *online*, permitiu a participação de professores das várias regiões do país (38% da região norte, 33% da região centro, 24% da região sul e 5% dos Açores). Quanto às expetativas para a sessão, os participantes responderam que esperavam que fosse "produtiva", "útil", "inovadora" e "enriquecedora".

De seguida, após um enquadramento sobre os documentos curriculares de referência em vigor, passou-se à explicação da página oficial do *Desmos*, das funcionalidades gerais e da forma de registo do professor e dos alunos. Os participantes acederam à página e efetuaram o respetivo registo, uma vez que este seria um passo fundamental para a sessão. A partir deste momento, foi explorada de forma pormenorizada a ferramenta *Calculadora Gráfica*, a ferramenta de *Geometria* e a ferramenta *Atividades para a Sala de Aula*. Para cada uma destas potencialidades, foi apresentado um roteiro de exploração, foram propostas tarefas para que os formandos tivessem oportunidade de explorar cada uma das potencialidades e foram mostrados exemplos já construídos. Foi ainda apresentado o concurso *Desmos Art*, um concurso internacional que alia a Matemática à arte e, neste âmbito, foi realizada uma tarefa orientada e apresentada uma proposta de um trabalho de projeto.

Ferramenta Calculadora Gráfica e *Desmos Art*

A exploração do recurso digital começou com a exploração da *Calculadora Gráfica*. Depois de uma breve explicação dos diferentes menus do recurso, foi proposta uma tarefa simples (ver Figura 1), que consistia na construção de uma casa e de outros elementos. A qual foi sendo orientada e contruída simultaneamente com os formandos, já que era a primeira vez que estes exploravam a plataforma.

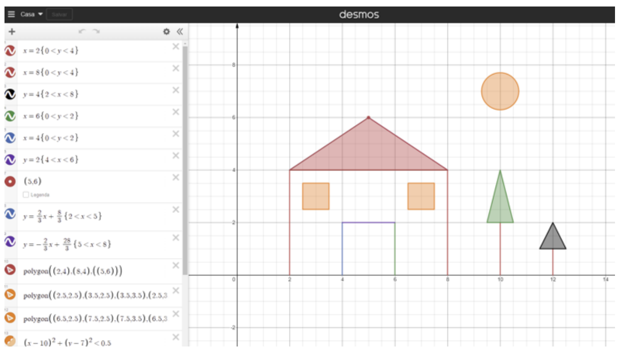


Figura 1. Tarefa realizada com a ferramenta Calculadora Gráfica

Com essa tarefa os participantes tiveram a oportunidade de trabalhar no referencial cartesiano com o objetivo de explorar a representação gráfica de funções afins, partindo da sua expressão algébrica, construção de segmentos de reta, de círculos e de polígonos e representação de retas verticais. Foram sendo esclarecidas dúvidas aos formandos sobre as potencialidades deste recurso, tais como o cálculo da área de polígonos, o preenchimento de polígonos e a alteração da cor das construções efetuadas. Finda esta tarefa, que teve como objetivo envolver e motivar os participantes, foram apresentados pelas formadoras outros exemplos e propostas de tarefas adequadas aos vários ciclos de ensino para exploração de conteúdos matemáticos previstos nas Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação e Ciência [MEC], 2018), relativas ao estudo da variação do declive e da ordenada na origem de uma função afim, ao estudo da função quadrática e da reta de regressão linear.

Ferramenta de Geometria

Após a exploração dos vários menus da ferramenta *Geometria* foram propostas tarefas aos formandos (ver Figura 2), que visaram uma ambientação da ferramenta de geometria deste recurso digital.

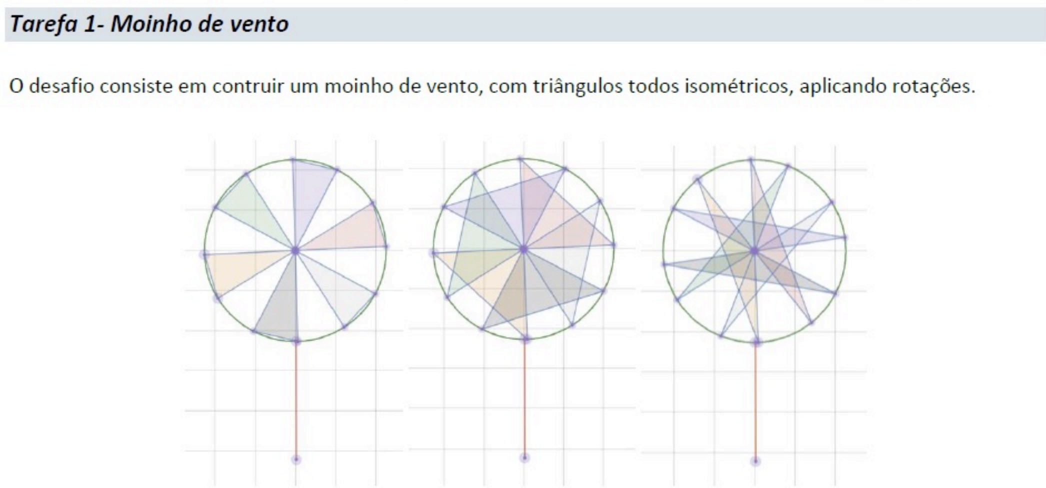


Figura 2. Tarefa proposta com a ferramenta de Geometria

O objetivo era que fossem exploradas as várias transformações geométricas que o recurso permite, assim como os vários tipos de construção: pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, entre outros.

Ferramenta Atividades para a Sala de Aula

Após uma breve explicação de como pode ser construída uma tarefa, de como é possível adicionar alunos a turmas previamente criadas e de como se podem pesquisar tarefas já elaboradas, os formandos tiveram a oportunidade de experimentar esta ferramenta respondendo a um questionário como se fossem alunos assumindo as formadoras o papel do professor. Deste modo, foi possível mostrar-lhes as potencialidades deste recurso no que diz respeito ao uso do painel de controlo (ver Figura 3), o *feedback* imediato, a monitorização durante a realização da tarefa e a discussão dos resultados obtidos através da sobreposição de respostas.

Figura 3. Tarefa realizada com a ferramenta Atividades para a Sala de Aula

Foi também explicado aos formandos como se pode construir uma atividade tendo em conta as várias possibilidades que o *Desmos* permite: questões de escolha múltipla, questões de resposta aberta, inserir fotografias com a resolução de exercícios e/ou problemas, ligação entre cartões, manipulação de um parâmetro no gráfico de uma função, utilização da ferramenta de Geometria, entre outras.

No final do *workshop* aplicou-se um breve questionário, no qual se recolheu informação sobre a intenção dos participantes usarem, num futuro próximo, o recurso digital *Desmos* nas suas práticas letivas. As respostas foram bastante positivas, não tendo havido nenhum formando a referir que não tencionava aplicar o Desmos. Verificou-se que 86% pretende usar a potencialidade *Atividades para a Sala de Aula*, 62% a ferramenta *Geometria*, 52% a ferramenta *Calculadora Gráfica* e 24% o projeto *Desmos Art*.

Foi ainda possível constatar que todos os participantes concordaram que o *Desmos* é um bom recurso para aumentar a motivação e o interesse dos alunos, 86% concordaram que é um bom recurso para consolidar as aprendizagens e 76% referiram que é bom para monitorizar e dar *feedback*.

Quanto à forma como correu o *workshop*, os formandos afirmaram ter sido: "Interessante", "motivador", "espetacular", "muito produtivo", "inspirador" e "excelente".

3. Considerações Finais

O *workshop* decorreu num bom ambiente de partilha pedagógica e de aprendizagem colaborativa, com uma excelente participação de todos os formandos. Foram notórios o envolvimento e a motivação de todos os participantes, com a colocação de dúvidas, a partilha de experiências no ensino de conteúdos matemáticos e o *feedback* obtido em cada momento.

No final do workshop foi partilhado um *Padlet* com os materiais apresentados e com as tarefas propostas na formação (https://padlet.com/penarroias/a2qqtk2bviuh7617).

4. Referências

Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology Usage in Mathematics. *Computers & Education*. http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004

Drijvers, P. (2015). Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, *8*, 135–151. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_8

Drijvers, P. (2019). Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.

Drijvers, P., & Doorman, M. (1996). The graphics calculator in mathematics education. Journal of Mathematical Behavior, 15(4), 425–440. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90027-9

Kafyulilo, A., Fisser, P., & Voogt, J. (2016). Factors affecting teachers' continuation of technology use in teaching. Education and Information Technologies, 21(6), 1535–1554. https://doi.org/10.1007/s10639-015-9398-0

Koehler, M. J., & Mishra, P. (2005). What happens when teachers design educational technology? the development of Technological Pedagogical Content Knowledge. Journal of Educational Computing Research, 32(2), 131–152. https://doi.org/10.2190/0EW7-01WB-BKHL-QDYV

McCulloch, A. W., Hollebrands, K., Lee, H., Harrison, T., & Mutlu, A. (2018). Factors that influence secondary mathematics teachers' integration of technology in mathematics lessons. Computers and Education, 123(September 2017), 26–40. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.04.008

Ministério da Educação e Ciência (2018). Aprendizagens Essenciais Ensino Básico. Articulação com o Perfil dos Alunos. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico.

Ministério da Educação e Ciência (2018). Aprendizagens Essenciais Ensino Secundário. Articulação com o Perfil dos Alunos. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017–1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

A Tecnologia Educativa ao serviço da Matemática – uma abordagem ativa para o ensino da Estatística

Vanda Santos
Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
vandasantos@ua.pt
https://orcid.org/0000-0002-3953-6123

Margarida M. Pinheiro
Universidade de Aveiro, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF)
margarida.pinheiro@ua.pt
https://orcid.org/0000-0001-8027-2214

Resumo

O ambiente de sala de aula pode ser enriquecido com recurso a tecnologias educativas permitindo, no momento, a utilização de abordagens ativas e dinâmicas. Nesta sessão de trabalho pretendemos articular os objetivos dos programas de matemática, para o 3.º ciclo do Ensino Básico e para o Ensino Secundário, na perspetiva das aprendizagens consideradas essenciais ao nível da matemática e da tecnologia. A sessão foi dinamizada a partir da exploração de plataformas e aplicativos aplicáveis à área da estatística. O *workshop* orientou-se para que os professores possam incluir na sua prática letiva diferentes metodologias e recursos tecnológicos contribuindo, assim, para um maior envolvimento e satisfação no ensino e na aprendizagem da estatística.

Palavras-chave: Estatística; Aplicativos; Ensino e Aprendizagem; Abordagens ativas

Introdução

A formação contínua de professores é um elemento estrutural para melhorar a qualidade, eficácia e eficiência do sistema educativo. À semelhança do que acontece noutros países europeus (EACEA, 2018), também em Portugal esta é uma formação obrigatória na profissionalização docente (Decreto-Lei n.º 41/2012) que visa: (i) responder às necessidades de formação dos professores, tendo como objetivo a implementação dos projetos pedagógicos e curriculares das diferentes escolas e à melhoria da sua qualidade e eficácia; (ii) melhorar a qualidade dos resultados de ensino e aprendizagem dos alunos; (iii) promover o desenvolvimento profissional dos professores, na perspetiva do seu desempenho, da melhoria contínua e da sua contribuição para a melhoria dos resultados escolares; (iv) disseminar conhecimentos e competências necessários para o planeamento e a execução de projetos educativos e curriculares, com o objetivo de uma melhor organização e promoção da autonomia escolar; (v) partilhar conhecimentos teóricos e práticos e competências destinadas ao desenvolvimento da profissionalização docente (Decreto-Lei n.º 22/2014, art. 4.º). As ações de formação contínua são acreditadas pelo Conselho Científico e Pedagógico de Formação Continua (CCPFC), entidade reguladora das ações de formação contínua de professores[7]. Uma das modalidades de ações de formação são os cursos de formação.

[7] http://www.ccpfc.uminho.pt/Default.aspx?tabindex=0&tabid=4&pageid=3&lang=pt-PT

A própria natureza da atividade de formação contínua implica a necessidade de serem regularmente promovidas ações de atualização científica, com o objetivo de permitirem a melhoraria das práticas docentes, a atualização de conhecimentos, ou a aquisição de competências necessárias ao desempenho profissional (Santos, Pedrosa & Castelhano, 2020). Face a esta necessidade, foi proposto um curso de formação de professores, sob a forma de *workshop* no Encontro Nacional, intitulado "Matemática com Vida: diferentes olhares sobre a tecnologia".

O Encontro, direcionado para a área científica da matemática e o uso de tecnologias, foi preparado para permitir aos professores participantes, a aquisição de competências no uso de tecnologias em matemática, com foco nas suas próprias práticas com os alunos. O Encontro Nacional decorreu, *online*, nos dias 25 de setembro e 2 de outubro de 2021.

1. Atividades Desenvolvidas

O 13.º e último *workshop*[8] do Encontro, intitulado "Tecnologia Educativa ao Serviço da Matemática - uma abordagem ativa ao ensino da Estatística", decorreu na manhã do dia 2 de outubro, e teve a duração de três horas. Dez professores de matemática participaram no curso. Tomando por base os conteúdos dos programas de matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário, este *workshop* direcionou-se para a articulação entre os conteúdos e objetivos definidos para aqueles níveis de ensino, e as aprendizagens consideradas essenciais ao nível da matemática e da tecnologia. A sessão foi dinamizada a partir da exploração de plataformas e aplicativos aplicáveis à área da estatística. O workshop orientou-se para que os professores possam incluir na sua prática letiva diferentes metodologias e recursos tecnológicos contribuindo, assim, para um maior envolvimento e satisfação no ensino e na aprendizagem da estatística.

O workshop foi organizado em seis etapas, tendo-se dado uma maior enfase à exploração das plataformas GeoGebra Classroom e Desmos, por as mesmas se apresentarem como recursos tecnológicos gratuitos de grande utilidade para a sala de aula, e com um potencial elevado de promoção de aprendizagens. Dado o particular interesse destas duas plataformas enquanto recursos tecnológicos de grande abrangência curricular, as mesmas são alvo de particular destaque neste capítulo.

O *workshop* iniciou-se com duas atividades de quebra-gelo dinamizadas a partir da utilização de Sistemas de Resposta à Audiência (SRA), caraterizados por, a partir da utilização de dispositivos móveis, permitirem realizar atividades, em tempo real, em respostas a situações apresentadas. Os SRA utilizados no workshop envolveram o uso dos aplicativos Mentimeter e VoxVote a partir da utilização do telemóvel. Ambas as atividades pretenderam mostrar diferentes formas de utilização de um recurso tecnológico comum como ferramenta de aprendizagem, envolvendo metodologias ativas capazes de potenciarem *feedback* em tempo real. Sugeriu-se a utilização destas metodologias em diversos momentos da aula (e.g., na introdução de conteúdos, como modelos alternativos de dinamização das atividades), através do convite direto aos alunos para utilizarem os seus *smartphones* para expressarem a sua opinião sobre um tema, ou darem resposta a algumas questões.

As duas etapas seguintes foram dedicadas às plataformas GeoGebra Classroom e Desmos, respetivamente.

Na última parte do *workshop* foram ainda brevemente apresentadas as plataformas Khan Academy (realçando-se a diversidade de recursos oferecidos para uma

[8] http://matematicacomvida.web.ua.pt/?page_id=199

multiplicidade de áreas científicas), e o projeto Alea (destacando-se a variedade de ferramentas de apoio ao ensino e aprendizagem da estatística).

GeoGebra Classroom no Ensino da Estatística

A atividade desenvolvida teve o seu início com a resposta a um pequeno questionário no VoxVote[9], onde se questionava sobre a idade e o tempo de serviço (em anos). O propósito destas perguntas foram para recolher dados a serem usados na atividade proposta no *workshop*. A plataforma GeoGebra Classroom foi dada a conhecer, na vertente do professor como de aluno.

Na perspetiva do professor, deu-se a conhecer que se podia escolher uma atividade sobre um determinado tema com a busca, seja com a barra de busca oferecida ou através de uma busca temática através de uma árvore de escolha dinâmica que é muito eficiente. Então, assim que encontrarmos uma atividade de que gostamos, podemos aceder, no canto superior direito, no menu "Três pontos", várias ações e "Criar uma classe". Copiar a atividade permite que cada um se aproprie dela, copiando-a para sua conta do GeoGebra e, em seguida, tendo direitos de edição. É possível enriquecer a atividade com textos, perguntas (em forma de pergunta aberta ou de múltipla escolha), imagens, vídeos, um documento ou mesmo outro *applet* GeoGebra. Qualquer atividade GeoGebra pode ser compartilhada como uma "Classe". Os alunos são convidados para a sala de aula por meio de um link ou código. Cada aluno vê sua atividade à medida que você a cria, e a sala de aula fornece ao professor uma interface para visualizar a atividade, ou seja, o andamento do trabalho de cada aluno. A visão geral mostra onde cada aluno está com uma barra de progresso. Clicar na miniatura de um aluno mostra todos os seus trabalhos em diferentes tarefas, da mesma forma que alguém leria sua cópia. O professor também pode ver o trabalho de toda a turma numa tarefa específica. No final, foi mostrado o que cada professor (anonimamente) fazia na sua área de trabalho, possibilidade que o GeoGebra Classroom tem, pois permite a discussão, por exemplo, com todos sem saber quem foi o autor desse trabalho.

Uma outra forma de se criar uma atividade é iniciar com a recolha de dados dos alunos e depois trabalhá-los no GeoGebra (Bortolossi, 2016), explorando a janela "Folha de Cálculo" do GeoGebra (Figura 1) (Deep, 2006). Após a inserção dos dados na folha de cálculo, foi possível analisá-los por meio de um conjunto de ferramentas pré-definidas. Selecionou-se os dados e com a escolha da ferramenta Análise Univariada (uma variável), visualizamos de alguns diagramas disponíveis, nomeadamente o histograma, gráfico de barras, diagrama de extremos e quartis, gráfico de pontos, diagrama de caule e folhas e gráfico normal quantil. Podemos ter disponível a visualização de dois diagramas. Na figura 1 o diagrama disponível é o gráfico de barras (a verde). Houve a possibilidade de mostrar-se as estatísticas (quadro resumo das estatísticas descritivas). Ainda dentro do conjunto de ferramentas pré-definidas, o GeoGebra oferece uma calculadora de probabilidades (Figura 1, imagem à direita). Nesta calculadora de probabilidades foi possível escolher a distribuições contínua, existem outras tais como a discreta e acumuladas (eg., normal, student, chi quadrado). Foi possível configurar seus parâmetros (por exemplo, média e desvio padrão para a distribuição normal) e então calcular probabilidades da forma $P(X \leq b)$, $P(a \leq X \leq b)$ e $P(a \leq X)$, onde os valores de a e b podem ser escolhidos digitando-os diretamente nos campos correspondentes.

[9] https://www.voxvote.com/

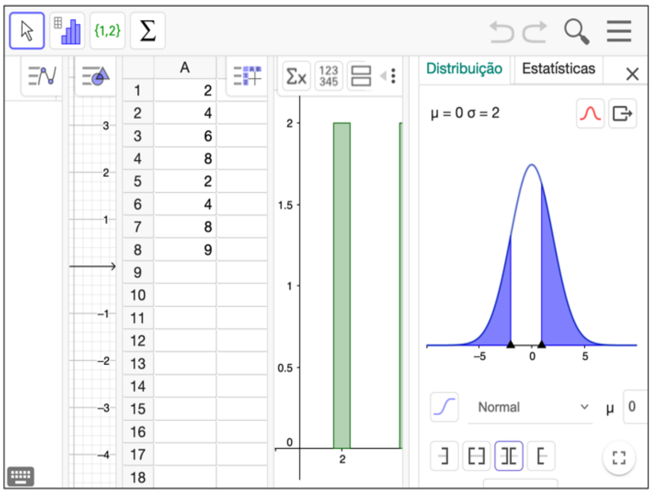


Figura 1. Atividade disponível no GeoGebra Classroom

Desmos no Ensino da Estatística

A quarta etapa foi inteiramente dedicada à plataforma Desmos projetada sob o lema "Vamos aprender juntos" e construída com o objetivo ajudar todos os alunos a aprender e a gostar de aprender matemática[10]. As atividades propostas pela Desmos assentam numa visão ativa e colaborativa da aprendizagem, abrindo um leque de possibilidades para que os alunos aprofundem conceitos, colaborem com os colegas na resolução de problemas e apliquem os conhecimentos matemáticos de forma criativa. As ferramentas disponíveis no Desmos incluem currículos matemáticos com elementos básicos e transversais, que possam ser utilizados por professores e alunos de diferentes países. Durante a apresentação do Desmos, uma grande diversidade de recursos foi explorada, começando com aqueles já preparados pela plataforma para diferentes anos escolares (e.g., o American Time Use Survey, uma atividade estatística preparada para alunos do ensino básico) e incluindo diferentes ferramentas matemáticas (e.g., calculadora gráfica). A título de exemplo, uma das tarefas propostas consistiu na adaptação da atividade prevista no American Time Use Survey, tendo os formandos procedido à alteração do título da atividade, introduzido um slide extra na mesma que fizesse uso de um gráfico e da calculadora gráfica, traduzido alguns slides da atividade para adaptação ao contexto português, atribuído a atividade a uma turma (criada como exemplo), partilhado o código da atividade com colegas, e explorado o layout do aluno sobre a forma como a atividade lhe aparece proposta (Figura 2). Os guias propostos para professores foram igualmente explorados, bem como a interface dos alunos, possibilidade que a plataforma também permite.

[10] https://www.desmos.com/?lang=en

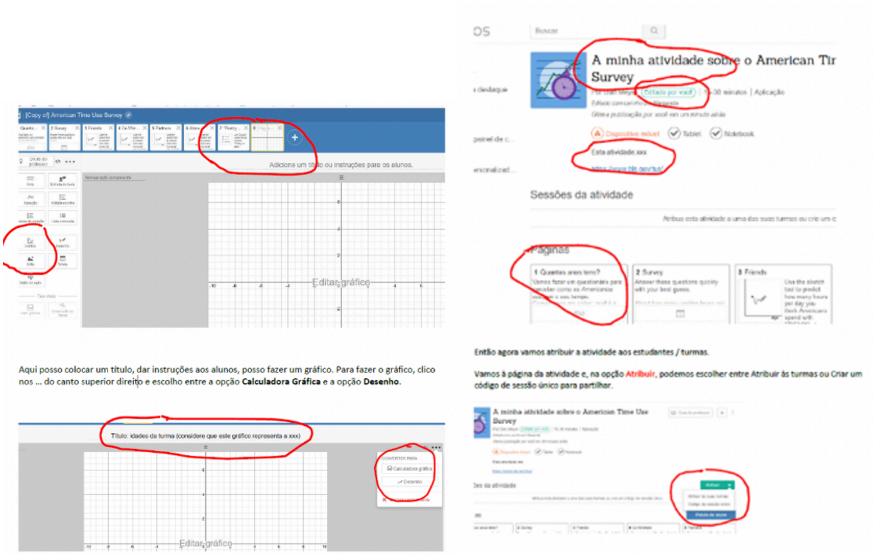


Figura 2. Atividade no Desmos – parte 1

Após os professores terem criado uma conta (gratuita) na plataforma, foram então trabalhadas uma diversidade de funcionalidades, tais como a criação e a atribuição de atividades a uma turma, ou a possibilidade de se associarem professores colaboradores. A título de exemplo, uma das tarefas propostas solicitou aos formandos que consultassem a lista de alunos da turma, adicionassem alunos, e acedessem ao painel de controle do American Time Use Survey para poderem ver as ações realizadas pelos alunos da turma a que foi atribuída a atividade (Figura 3).

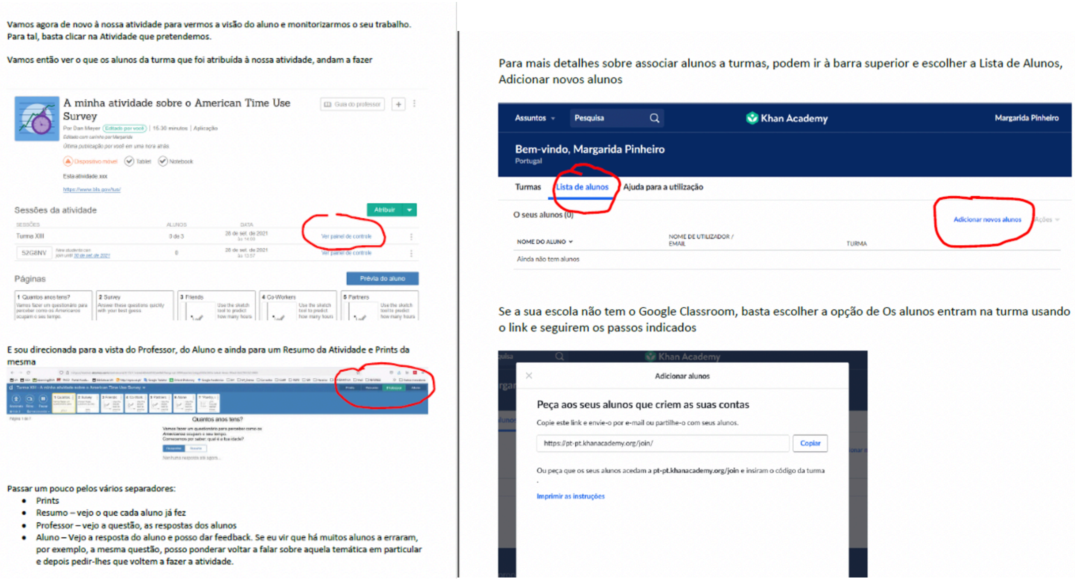


Figura 3. Atividade no Desmos – parte 2

Finalmente, as duas últimas etapas apresentaram brevemente mais duas plataformas, a Khan Academy e o projeto Alea: a primeira proporcionando uma grande diversidade de recursos numa multiplicidade de áreas científicas, e a segunda oferecendo uma variedade de ferramentas para apoiar o ensino e a aprendizagem em estatística.

2. Conclusões

O *workshop* foi desenhado para permitir aos formandos tirarem partido dos telemóveis enquanto SRA promotores de aulas ativas, e conhecerem e explorarem diversas plataformas/aplicativos, em particular na exploração de atividades ligadas à estatística.

As dinâmicas utlizadas, a par dos conteúdos explorados, deram a conhecer diferentes metodologias e recursos tecnológicos que podem ser incluídos nas práticas letivas e potenciar o envolvimento dos alunos num processo mais ativo e dinâmico no ensino e na aprendizagem da estatística.

Assim, este *workshop* apresenta-se como um contributo para um maior envolvimento de professores e alunos nas atividades de ensino e aprendizagem da matemática, em geral, e da estatística em particular.

Agradecimentos

Trabalho suportado financeiramente por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., sob o projeto UIDB/00194/2020. A primeira autora também é financiada por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito da celebração do contrato-programa previsto nos números 4, 5 e 6 do art. 23.º do D.L. n.º 57/2016, de 29 de agosto, alterado pela Lei n.º 57/2017, de 19 de julho.

3. Referências

Bortolossi, H. J. (2016). O Uso do Software gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Vidya, *36*(2), 429-440.

Decreto-Lei n.º 41/2012. Ministério da Educação e Ciência (2012). Diário da República: Série I, n.º 37. https://dre.pt/dre/detalhe/decreto-lei/41-2012-542994

Decreto-lei n.º 22/2014. Ministério da Educação e Ciência (2014). Diário da República: Série I, n.º 29, (art.º 4). https://dre.pt/dre/detalhe/decreto-lei/22-2014-570766

Deep, R. (2006). Probability and statistics: with integrated software routines. Academic Press.

Santos, V., Pedrosa, D., & Castelhano, M. (2020) Multiplicity of perspectives in a collaborative environment: geometry workgroup using the WGL platform, ICERI2020 Proceedings, pp. 5026-5035.

A Matemática e a Realidade Aumentada: a interação entre o mundo virtual e o mundo real

Cibele Maria Vicente Fernandes
Agrupamento de Escolas Diogo Cão, Vila Real
fernandes.cibele@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6633-5792

Ana Paula Florêncio Aires
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
aaires@utad.pt
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8138-3776

Helena Maria Barros de Campos
Departamento de Matemática da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
hcampos@utad.pt
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2767-0998

Resumo

A utilização do telemóvel ou do tablet como recurso educativo torna-se uma mais-valia nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, na medida em que permite que os alunos participem em atividades e experiências que lhe estimulam o gosto e o prazer pela matemática. Os ambientes de realidade aumentada permitem que os alunos interajam com o mundo real e o mundo virtual, explorando objetos, realizando tarefas, aprendendo conceitos e desenvolvendo habilidades, isto é, permite encorajar os alunos a conjeturar, explorar e aprender com os erros. Esta estratégia de ensinar utilizando a tecnologia, permitindo que o conhecimento seja construído pelos próprios alunos, favorece o desenvolvimento de inúmeras capacidades, tornando-os mais autónomos e construtores dos seus próprios conhecimentos. Neste *workshop*, foi apresentado o *software Metaverse*, uma plataforma gratuita de Realidade Aumentada utilizada em contexto educativo para construir experiências interativas de aprendizagem utilizando dispositivos móveis, explorando as suas potencialidades para a Matemática, quer na ótica do professor quer na perspetiva do aluno. No decorrer do *workshop*, foi explicado o funcionamento do *Metaverse*, tendo sido apresentados alguns exemplos e, posteriormente, decorreu uma sessão prática, no âmbito da qual os participantes elaboraram uma atividade suscetível de aplicação em contexto de sala de aula. Deste modo, pretendeu-se proporcionar aos professores o desenvolvimento de competências essenciais para a sua atividade profissional, que lhes permitam incluir a Realidade Aumentada na sua prática letiva.

Palavras-chave: *Metaverse*, realidade aumentada, aprendizagem, atividades, ensino

Introdução

Ao longo dos últimos anos, o ensino e a aprendizagem da matemática têm sofrido diversas alterações, não só ao nível dos conteúdos, mas essencialmente ao nível dos objetivos e metodologias (Canavarro et al., 2020). Atualmente, pretende-se que os alunos se envolvam em numerosas e variadas experiências individuais e colaborativas que os encorajem a conjeturar e a explorar, promovendo a sua capacidade para verem o sentido das ideias matemáticas e para raciocinarem matematicamente

(NCTM, 2017). Aliada a estas alterações está, ainda, a recomendação crescente da integração das novas tecnologias no ensino e na aprendizagem da matemática (Ponte, 1995; Ponte, 2000; Pacheco, & Menino, 2013; Gomes et al, 2014; NCTM, 2017).

Beneficiando do exponencial crescimento das potencialidades das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), alunos e professores dispõem, de uma forma cada vez mais acessível, de uma grande diversidade de recursos, a título institucional ou particular, que poderão contribuir para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem. Desta realidade está consciente a comunidade educativa, em especial professores e investigadores, na medida em que, assumindo posições cada vez mais exigentes e competitivas, reivindicam a utilização justificada das TIC, em prol da melhoria da qualidade das aprendizagens (Ricoy & Couto, 2013).

Na elaboração da planificação da aula, o professor, além de definir os objetivos, conteúdos, atividades a concretizar, opção metodológica e tipo de avaliação, deve dedicar especial atenção à seleção dos recursos tecnológicos que melhor se ajustam, designadamente, aos seus propósitos, aos conteúdos a lecionar, às atividades a desenvolver e às características dos respetivos alunos (entre outras, a idade, motivações e hábitos de trabalho). Espera-se que estes recursos tecnológicos tornem os processos formativos mais apelativos estimulando os alunos para uma melhor compreensão dos conteúdos, potenciando o desenvolvimento das suas capacidades e, consequentemente, contribuindo para o sucesso das suas aprendizagens (Mayer, 2009).

1. A utilização de recursos educativos abertos no ensino

Com a utilização de recursos educativos abertos desenvolvidos, frequentemente, por entidades creditadas, os professores têm a possibilidade de inovar e melhorar os contextos educativos que se tornam mais dinâmicos, facilitando a cooperação, a partilha de saberes e a colaboração (Costa, 2017).

Os recursos educativos digitais são a chave necessária para uma aprendizagem autónoma, caraterística da mudança e progresso em que estamos inseridos (Costa et al., 2011). O uso de recursos educativos abertos como estratégia de motivação e como forma de apresentar a informação de modo organizado, permite aproximar o aluno de realidades muitas vezes inacessíveis, recorrendo à modelação, à simulação, à animação e à interatividade. A manipulação de objetos, a interação com elementos do recurso, a observação e a representação dos fenómenos através da combinação de imagens, palavras e sons, permite, ainda, estimular o aluno a refletir e assimilar novos conceitos. Outra das funções dos recursos educativos abertos é avaliar as competências, possibilitando, uma maior interatividade e feedback imediato ao aluno. Além disso, estes recursos possibilitam a qualquer aluno, em qualquer lugar e a qualquer hora, o acesso à informação.

2. O recurso digital *Metaverse*

O *Metaverse* é uma plataforma *open source* de realidade aumentada utilizada em contexto educativo para construir experiências interativas de aprendizagem, utilizando dispositivos móveis (tablets/telemóveis). Dadas estas caraterísticas, permite criar, compartilhar e interagir com experiências de realidade aumentada.

As experiências são construídas no *Metaverse Studio* (https://studio.gometa.io/landing), organizando-se os componentes num storyboard em branco. Permite criar combinações, quase ilimitadas, de cenas, personagens, comandos e opções de navegação. As cenas que são construídas podem conter pistas, instruções, perguntas, links da web, vídeos e muito mais. As experiências são instantaneamente compartilháveis por meio de um link exclusivo ou de um código QR, que poderá ser enviado por email, incorporado numa plataforma (*Teams, Classroom*, ...) ou website. Posteriormente, os alunos participam nas experiências criadas pelo professor através da *app Metaverse*.

3. Atividades Desenvolvidas

Neste workshop, participaram catorze professores, sendo na sua grande maioria (93%) professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário. Inicialmente aplicou-se um pequeno questionário, utilizando a ferramenta *mentimeter*, para auscultar a opinião dos participantes sobre as capacidades que os alunos podem desenvolver com a aplicação dos recursos digitais no ensino da matemática. As respostas mais frequentes foram as seguintes: "capacitação digital", "comunicação", "raciocínio", "destreza", "motivação" e "visualização". De seguida, com o objetivo de conhecer as expetativas que os formandos tinham em relação a este workshop, foi construída uma nuvem de palavras, sendo as que mais ressaltaram "inovar" e "aprender". Por fim, pretendeu-se fazer um diagnóstico sobre os conhecimentos dos participantes relativamente ao recurso digital *Metaverse*, tendo-se concluído que nenhum dos participantes o conhecia.

Dando seguimento ao workshop, foi apresentado um documento em formato *prezi* (https://prezi.com/view/dWIGrmhGJTo3EFwToIyO/), onde foi feita uma reflexão sobre a educação e as novas tecnologias, o aluno e o professor do séc. XXI. Além disso, enquadraram-se as aprendizagens essenciais no perfil do aluno (DGE, 2018; Martins et al., 2017), e discutiu-se como avaliar as aprendizagens dos alunos. Nesta apresentação, também se explorou o conceito de realidade aumentada e apresentou-se a ferramenta *Metaverse*, evidenciando as suas vantagens e potencialidades.

Após esta apresentação passou-se à exploração do recurso digital *Metaverse*. Numa primeira instância, os participantes tiveram a oportunidade de vivenciar uma experiência com o *Metaverse*, no papel do aluno. Começaram por instalar a aplicação do *Metaverse*, no seu telemóvel ou tablet e, posteriormente, participaram na experiência "Sólidos geométricos" (https://mtvrs.io/PrimaryOnlyCaimanlizard), através da leitura de um código QR que foi projetado na tela do computador. Esta experiência inicia-se com uma introdução teórica a explicar em que consiste, como se observa na figura 1.

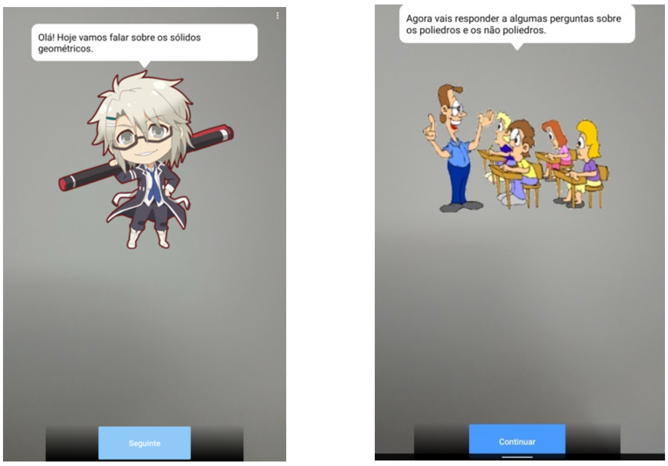


Figura 1. Exemplos de Stoyrboards com informações da experiência "Sólidos Geométricos"

Ao longo da experiência os alunos têm de responder a diferentes questões, que podem ser de escolha múltipla ou de resposta aberta curta (ver exemplo na figura 2.

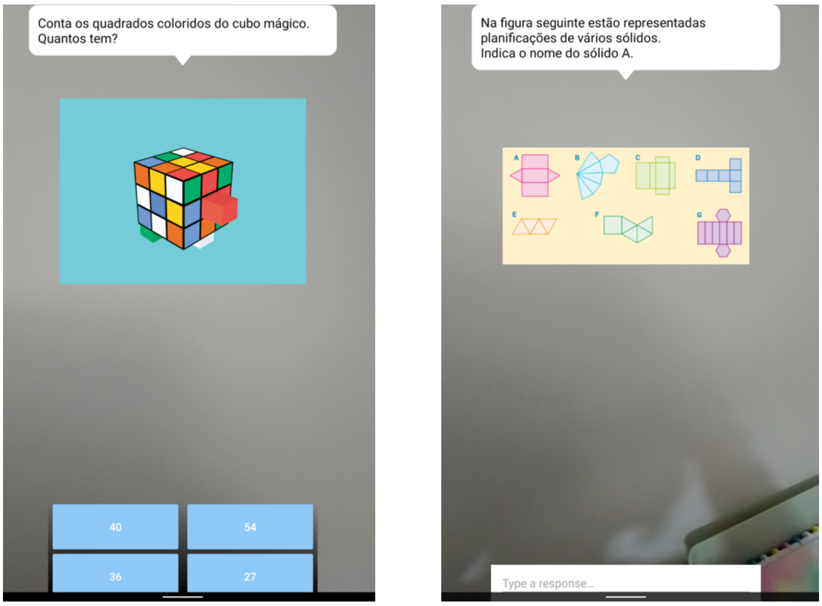


Figura 2. Exemplos de Stoyrboards com questões de escolha múltipla e de resposta aberta na experiência "Sólidos Geométricos"

A figura 3 mostra dois exemplos, correspondendo o primeiro à situação em que o aluno responde corretamente à questão e o segundo refere-se ao caso em que o aluno não dá a resposta certa à questão.

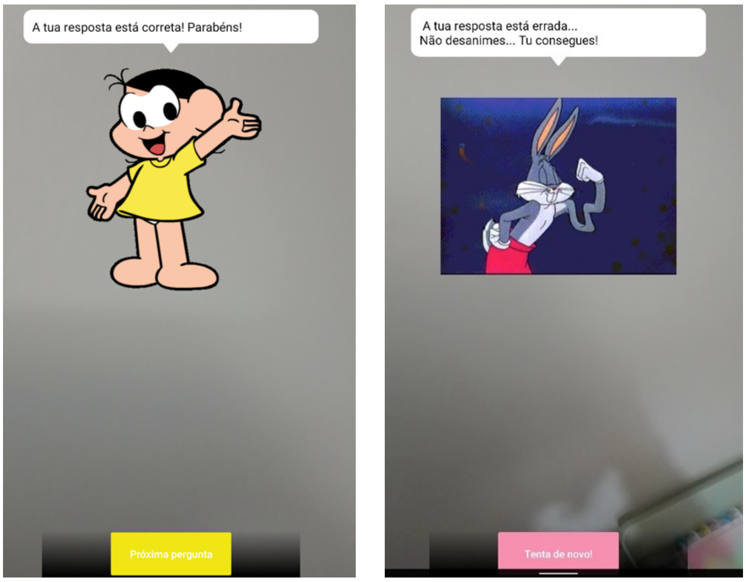


Figura 3. Exemplos de Stoyrboards com a indicação se a resposta está correta ou errada na experiência "Sólidos Geométricos"

No final da atividade, foram discutidas as potencialidades desta ferramenta, na perspetiva do aluno.

Posteriormente, acedeu-se à página do *Metaverse Studio*, onde os participantes fizeram o seu registo como professores para, de seguida, procederem à sua exploração. Foram analisadas de forma pormenorizada algumas ferramentas deste recurso digital, através da construção, por parte de cada um dos formandos, de uma experiência de realidade aumentada, aplicado a um conteúdo programático à escolha. De seguida, discutiu-se a aplicabilidade deste recurso em contexto de sala de aula, tendo em conta as suas vantagens e desvantagens.

No final do workshop aplicou-se um breve questionário, no qual se recolheu informação sobre a intenção dos formandos usarem, num futuro próximo, o recurso digital *Metaverse* em contexto de sala de aula. As respostas foram positivas, não tendo qualquer formando referido que não tencionava aplicar o *Metaverse*. Numa escala de 1 a 5, foram selecionados os níveis 3 (3 formandos) e 4 (6 formandos). É de referir, que aquando da aplicação deste questionário, só responderam nove participantes.

Quanto à forma como correu o workshop, os formandos afirmaram ter sido: "Interessante", "desafiante", "instrutivo e inspirador" e "muito bom".

4. Considerações Finais

O *workshop* decorreu num bom ambiente de partilha pedagógica e de aprendizagem colaborativa. Na generalidade, todos os participantes participaram de uma forma ativa, com a colocação de dúvidas, com a partilha de experiência construída no *workshop* e com *feedback* obtido no desenrolar do workshop.

No término do workshop foi partilhado um *Padlet "A Matemática e a Realidade Aumentada: a interação entre o mundo virtual e o mundo real"* (https://padlet.com/fernandes_cibele/j7ps46gqf5opzvam), com os materiais apresentados, e com as tarefas propostas na formação e com vídeos tutorias de "pensar em…" elaborados pelo professor Carlos Nunes (Nunes, 2011).

5. Referências

Canavarro, A. P, Albuquerque, C., Mestre, C., Martins, H., Silva, J., Almiro, J., Santos, L., Gabriel, L., Seabra, O., & Correia, P. (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/recomendacoes_para_a_melhoria_das_aprendizagens_dos_alunos_em_matematica.pdf

Costa, F., Viana, J., & Cruz, E. (2011). Recursos educativos para uma aprendizagem autónoma e significativa. Algumas características essenciais. *XI Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagoxía*, *June 2014*, 1609–1615.

Costa, M. (2017). O uso de recursos educativos abertos (rea) como recursos didáticos: benefícios para alunos e professores. O caso do repositório científico de acesso aberto de Portugal. IFIP Advances in Information and Communication Technology, 514(351), 350–357. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66926-7_40

Direção Geral de Educação, [DGE] (2018). Aprendizagens Essenciais, 6.º Ano, 2.º Ciclo Do Ensino Básico, Matemática. 1–11.

Gomes, A., Escola, J., & Raposo-Rivas, M. (2014). O Caminho das Tecnologias de Informação e Comunicação no Currículo do Ensino Básico. In J. Escola, M. Raposo Rivas, A. P. Aires, M. E. Martínez-Figueira (Coords.) Rumo à inclusão educacional e integração das TIC na sala de aula (pp. 327-356). Andavira Editora.

Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Carrillo, J., Pedroso, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). Perfil Dos Alunos À Saída da Escolariedade Obrigatória. Editorial Do Ministério Da Educação e Ciência, 1–30. https://elearning.ipvc.pt/ipvc2020/pluginfile.php/70585/mod_resource/content/1/perfil_dos_alunos.pdf%0Ahttp://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Mayer, R. (2009). Teoria Cognitiva da aprendizagem multimédia. In G. L., Miranda (Org.), Ensino on-Line e Aprendizagem Multimédia (pp. 207-237). Relógio DÁgua.

National Council of teachers of mathematicas [NCTM] (2017). Princípios para a ação: assegurar a tods o sucesso em matemática. (Edição portuguesa). Associação de Professores de Matemática [APM].

Nunes, C. (2011). A pensar em... Https://Www.Apensarem.Net/.

Pacheco, C., & Menino, H. (2013). Aprender matemática com tecnologias: conceções dos alunos. In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, & I. Dias (Orgs.), II Conferência Internacional - Investigação e Práticas Em Contextos de Educação, (pp. 97–105). Escola Superior de Educação e Ciências Sociais – Instituto Politécnico de Leiria.

Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. Educação e Matemática, 34, 2–7.

Ponte, J. P. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na educação e na formação de professores: Que desafios para a comunidade educativa? Revista Ibero-Americana de Educação, 24, 63-90.

Ricoy, M. C., & Couto, M. J. (2013). Os recursos educativos e a utilização das TIC no Ensino Secundário na Matemática. Revista Portuguesa de Educação, 25(2), 241. https://doi.org/10.21814/rpe.3009

Do What You Can: Ainda ensinar e aprender com *applets* e com aplicações de telemóvel na era da covid-19?

Maria Manuel da Silva Nascimento
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF/LabDCT-UTAD, Universidade de Aveiro
mmsn@utad.pt
0000-0002-3913-4845

José Alexandre dos Santos Vaz Martins
Instituto Politécnico da Guarda
UDI/IPG
jasvm@ipg.pt
0000-0003-3921-6426

Resumo

As atividades de aprendizagem significativas em conjunto com ferramentas – tecnológicas ou não – podem melhorar o envolvimento ativo dos alunos na aprendizagem. Além disso, permitem estimular a reflexão destes alunos sobre os conceitos, as suas relações, enfim sobre a tudo o que têm que aprender. No caso do uso das ferramentas tecnológicas que nos propusemos explorar nesta sessão – apliquetas da internet e aplicações dos telemóveis – têm o aliciante da motivação dos alunos porque os liga ao ambiente do seu dia a dia – o telemóvel, o tablet, o computador. As apliquetas e as aplicações dos telemóveis motivam os alunos do século 21 e da era da covid-19. No contexto das práticas letivas – presenciais ou *online* –, é necessário delinear o seu uso, tal como se faz para qualquer aula em que se recorra a uma ferramenta ou não. As apliquetas da internet e aplicações dos telemóveis também têm vantagens adicionais sobre as físicas, pois, por exemplo, os jogos podem ser jogados várias vezes. Nesta sessão, apresentámos uma coleção de apliquetas e de aplicações para os telemóveis e discutimos as vantagens e desvantagens do seu uso por nível de escolaridade, no design das práticas letivas e (porque não?) na avaliação dos alunos.

Palavras-chave: Tecnologia, apliquetas-*applets*, aplicações, aprendizagem, práticas letivas

Introdução

Dada a evolução e difusão das tecnologias e a sua aplicação ao ensino, e em particular ao ensino da Matemática, bem como o impacto da Pandemia Covid-19 nos processos de ensino e aprendizagem, decidimos focar a nossa atenção na reflexão sobre esses processos onde as tecnologias podem ter maior impacto e, em particular, no uso de alguns dos recursos disponíveis na internet, nomeadamente *applets* e aplicações.

Devido às suas características, esses recursos podem permitir-nos desenvolver uma abordagem diferente aos conceitos matemáticos. Assim, concordamos com Anderson-Cook e Dorai-Raj (2003) que já em 2003 afirmavam que os applets serão uma ferramenta de fácil acesso para ajudar os estudantes a compreender melhor os conceitos a trabalhar.

Em alguns dos nossos trabalhos (Nascimento & Martins, 2007; Nascimento & Martins, 2008; Estrada et al. 2013; de Paula et al., 2017, Estrada et al., 2018; Nascimento et al., 2021), já relatámos o uso de *applets* (apliquetas em português) aplicados à Estatística com estudantes universitários portugueses, como trabalhos de aula ou como trabalhos de casa, levando-os a refletir sobre a utilização dos conceitos de estatística e ajudá-los a compreendê-los. Assim, é nossa convicção que os professores devem ter a oportunidade de contactar e familiarizarem-se com *applets* e aplicações enquanto recursos tecnológicos a serem usados em contextos matemáticos variados, devendo-se prestar especial atenção ao uso apropriado desses recursos em sala de aula e em contexto de apoio à aprendizagem.

Na primeira parte, apresentamos a metodologia usada na sessão e depois indicaremos os vários exemplos mostrados aos participantes, bem como referiremos a análise feita do seu uso, incluindo a discussão informal de alguns dos erros e das dificuldades (conflitos semióticos, Font & Godino, 2006) que esse uso pode fazer emergir. Neste âmbito, e no desenvolvimento profissional dos professores, é importante referir que as TIC (tecnologias de informação e comunicação) atuam como um mediador semiótico que pode mudar a configuração epistémica do processo de aprendizagem da matemática (Font & Godino, 2006). No entanto, Giménez (2004) afirma que os professores não utilizam mais frequentemente esses recursos por não conhecerem suas possibilidades e/ou limitações. Os recursos tecnológicos, em particular os *applets*, possuem também as condições de adequação didática, já definidas por Godino et al. (2005). São elas a articulação das componentes: adequação epistémica, adequação cognitiva, adequação interativa, adequação mediacional (tempo e recursos), e adequação emocional.

Com a atual disponibilidade de recursos na Internet, julgamos que o seu uso adequado deverá introduzir-se na formação de professores, para os ajudar a reconhecer a sua mais valia nas práticas letivas. Tishkovskaya e Lancaster (2012) indicam que a forma mais comum de usar TIC para aprimorar materiais de ensino, na Estatística, foi a inclusão de ilustrações ou de jogos nos *applets*. Tal foi feito no sentido de aumentar a motivação e melhorar a compreensão de conceitos.

Hoje em dia podemos encontrar todos os tipos de *applets* e, às vezes, versões nos telefones celulares. Os *applets* concentram-se em conteúdos muito específicos – de matemática ou estatística – nos quais o utilizador pode manipular algumas janelas dentro do mesmo conceito apenas usando o rato do computador. Muitas vezes, são usados para reproduzir as manipulações reais, para entender termos e expressões, bem como para promover a generalização de conceitos (de Paula et al., 2017).

Powers e Blubaugh (2005) afirmavam que "teachers who are able to use today's technology in the classroom will be prepared to learn and utilise tomorrow's technology." É importante que os professores aprendam a usar esses recursos de forma eficaz nas suas práticas letivas. Assim, além de utilizar *applets*, a realização da respetiva análise didática leva-os a refletir sobre o seu uso didático, bem como os incentiva na incorporação na sua prática letiva.

O objetivo da sessão de trabalho – aqui resumida - foi o de estabelecer a importância da utilização dos *applets* e das aplicações como recursos de aula e também como ferramenta didática na formação professores e uso nas práticas letivas, no futuro.

1. Metodologia

Após uma apresentação inicial dos intervenientes fez-se uma pequena introdução ao tema e aos objetivos do *workshop*.

Para concretizar o enquadramento anterior, forneceu-se o link do *Google Drive* com todo o material do *workshop*. Do material referido constavam listas com links de plataformas e sites gerais, de aplicações da *Playstore*, bem como de *applets* e aplicações específicos de Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidades. Das referidas listas passou-se a fazer a apresentação e exploração de alguns dos *applets* e aplicações, com discussão do potencial dos mesmos e das possíveis dificuldades ou conflitos semióticos resultantes da sua aplicação.

No sentido de se aprofundar esta abordagem, dividiram-se as doze participantes no *workshop* em dois grupos, um de cinco elementos com docentes do ensino secundário e outro de sete elementos, com as restantes participantes do 3.º Ciclo do Ensino Básico. De seguida, lançou-se o repto: Cada um dos grupos que escolheu um *applet* ou aplicação para o/a analisarem com o apoio de um guião – com a identificação das docentes e do ou dos recursos escolhidos –, a descrição sumária funcionamento do *applet*/aplicação e do tópico de matemática abordado, descrevendo também as experiências realizadas com os recursos e indicar usos possíveis em sala de aula e melhorias associadas.

No fim, os dois grupos apresentariam a sua escolha e os principais resultados obtidos.

2. Atividades e sua descrição

Inicialmente apresentaram-se e exploraram-se alguns exemplos no âmbito da Álgebra, da Geometria e da Estatística e Probabilidades.

No tema Álgebra abordou-se visualmente e dinamicamente a situação do caso notável da diferença do quadrado usando áreas (https://geometriadinamica.es/aritmtica-y-lgebra-mainmenu-111/17-igualdades-notables/254-cuadrado-de-la-diferencia).
Explorou-se ainda um jogo do tesouro com organização de sequências de um mesmo número (https://www.abcya.com/games/mystic_numbers). Também se alisaram *applets* sobre representação gráfica de desigualdades lineares (https://www.geogebra.org/m/dudJx9VE) de desigualdades com valor absoluto (https://www.geogebra.org/m/rq7uDucY) e de representação da notação de intervalos (https://www.geogebra.org/m/JBrpvwXR), que permitem uma visualização complementar e uma exploração e experimentação dinâmica e fácil que possibilita as interações professor-aluno e aluno-aluno.

No tema da Geometria o primeiro *applet* recorre à investigação com a função quadrática, usando o gráfico da função $f(x)=x^2$ e movimentando a e b para obter o valor de C (ordenada do ponto laranja) em função de a e b (abscissas dos pontos azuis), tal como na Figura 1 (esquerda). Analisou-se também uma tarefa (https://www.geogebra.org/m/bcunzhc4) com *applets* relativos ao estudo das medidas do retângulo de área máxima em função de um dado perímetro ou uma dada área. Por fim, observou-se um *applet* vocacionado para a exploração de sólidos geométricos, sua planificação e contabilização de vértices, arestas e faces (https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Geometric-Solids/).

No tema da Estatística e probabilidades começou-se por explorar dois jogos, um de roleta de cores (http://toytheater.com/climber/) e outro de lançamento de dados (http://shodor.org/interactivate/activities/RacingGameWithOneDie/) com probabilidades não necessariamente equitativas, que permitem, de uma forma divertida, interativa e aplicada, explorar o sentido crítico a definição clássica de probabilidade. De seguida explorou-se um *applet* sobre a comparação da média, mediana e moda (https://www.geogebra.org/m/qd7tr6Pr), bem como algumas propriedades dessas medidas de localização. Por fim, apresentaram-se e analisaram-se mais três *applets*, um sobre a representação dinâmica do gráfico de caules e folhas (https://www.geogebra.org/m/gxcX62sq), um outro sobre a média e sua interpretação como ponto de equilíbrio (https://www.geogebra.org/m/XhbWeYEY – Figura 1, à direita), tendo sido também exemplo de algumas limitações. Um último *applet* sobre regressão linear em que dinamicamente e de forma muito completa se podem abordar vários tipos de dados reais, o coeficiente de correlação, a reta de regressão e comparar com uma estimativa que pode ser ajustada usando rotações e translações, entre outros aspetos deste conteúdo.

Depois destas apresentações, explorou-se um documento, disponibilizado aos participantes, com a análise do *applet* da Figura 1 (direita), segundo um guião que também disponibilizado para que cada um dos grupos formado tivesse um exemplo para o trabalho a desenvolver no *workshop*.

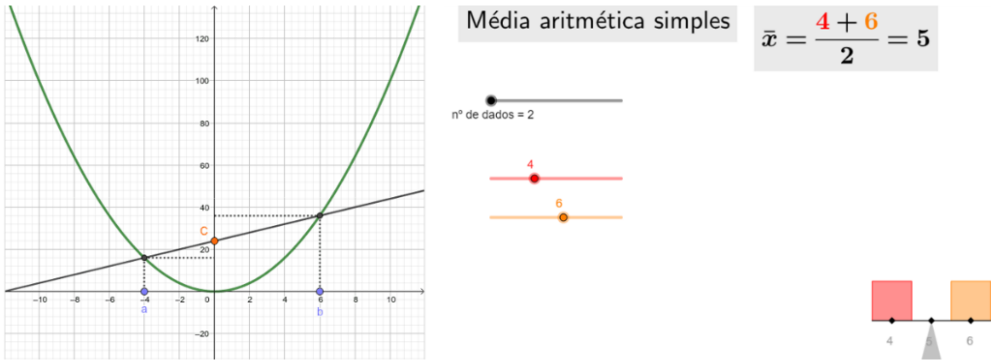


Figura 8. *Applet* para investigação com a função quadrática (esquerda) e *applet* sobre a média e o sentido de ponto de equilíbrio (direita)

Criaram-se duas salas de trabalho no Zoom ("breakout rooms"). O grupo de docentes do Ensino Secundário optou por analisar dois grandes tópicos: o tópico trigonometria, através de resolução de triângulos, com o recurso https://www.mathway.com/pt/Trigonometry em que consideraram poder ser usado do 9.º ao 12.º anos para a resolução de triângulos, considerando como conhecimentos prévios necessários o Teorema de Pitágoras, a classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos e propriedades da relação entre os lados e os ângulos de um triângulo. Além disso, consideraram que este recurso tinha a limitação de que, para se conseguir analisar a resolução detalhada, passo a passo, teria que se comprar um *upgrade* da aplicação. Os outros tópicos analisados foram as equações trigonométricas, as equações do 2.º grau e o cálculo de limites através do recurso https://photomath.com/en/parents/, podendo ser usado em qualquer ano de escolaridade dependendo do que se quiser calcular. Relativamente a este último recurso, realçou-se o potencial para ser utilizado no trabalho autónomo do aluno.

O segundo grupo de docentes (que terminou com quatro docentes), decidiu analisar o recurso *Milage* Aprender +, sendo o trabalho seguinte o de instalar a versão do aluno no telemóvel (https://drive.google.com/open?id=0B5BB--rEnwFET2tfUVhQeTJPNXc). Este recurso permite a resolução de exercícios/fichas, que se encontram organizados por temas do programa da disciplina de Matemática para os vários níveis de escolaridade e por níveis de dificuldade. Há questões elaboradas para vários tipos de resposta que o aluno pode apresentar: resposta curta, escolha múltipla, completar espaços e resposta aberta. Além disso, na questão que o aluno irá resolver está indicada, de forma bastante intuitiva, como apresentar a sua resposta: escrita de texto, anexar ficheiro *PDF* ou tirar fotografia ao exercício resolvido no caderno. Após o aluno submeter a sua resposta, é apresentada a resolução detalhada da atividade e ainda um vídeo conciso, permitindo ao aluno: a resolução autónoma, a autoavaliação ou a avaliação de pares. Por outro lado, permite ao professor: um ensino diferenciado; uma melhor gestão do tempo em sala de aula; acompanhar/avaliar o trabalho dos alunos, quer de forma geral através de gráficos relativos ao desempenho da turma/grupo, quer de forma mais particular, acedendo a um e-book de cada aluno com todas as atividades por ele realizadas. Esta aplicação permite, ainda, trabalhar *offline* e permite ainda a impressão de atividades. Há também uma clara promoção da Avaliação formativa e, em termos de limitações, referiram a "sensibilidade do ecrã *touch*" do telemóvel, pois às vezes perde-se/muda a imagem que se está a explorar; a necessidade de algumas características exigidas para os telemóveis e um maior número de atividades/fichas do ensino secundário. De uma forma mais específica o grupo pretendeu explorar o tema "Trigonometria" - 9.º ano, havendo na aplicação uma ficha dessa temática, pelo que foi visualizada a referida ficha e o respetivo vídeo.

3. Conclusões

Neste *workshop* apresentou-se uma panóplia de *sites* para os applets e aplicações para o telemóvel ou tablet com vista ao seu uso nas aulas de Matemática. Implementou-se a experimentação concreta de alguns deles, envolvendo temas como a Álgebra, a Geometria e a Estatística e Probabilidades. Deste modo, e com um guião para explorar esses recursos, as participantes envolveram-se numa análise crítica destes recursos. Além disso, escolheram e analisaram autonomamente um dos recursos usando um guião exemplificado. A discussão e a troca de ideias, bem como a reflexão e experimentação levaram a uma abordagem mais aprofundada da sua utilização nas práticas letivas. Deste modo, exemplificaram-se estratégias alternativas e interativas para ajudar na formação dos professores e, deste modo, investirem em novas aprendizagens que poderão usar na sala de aula.

Esperamos que esta abordagem tenha contribuído para ajudar a procurar novas atividades para desenvolver as práticas letivas aquando da inserção ou revisão dos vários tópicos da Matemática.

Assim, ficou o desafio de, com as aplicações e *apllets*, cada professor "do what you can".

4. Referências

Anderson-Cook, C. & Dorai–Raj, S. (2003). Making the concepts of power and sample size relevant and accessible to students in introductory statistics courses using applets. *Journal of Statistics Education*, *11*(3), 1-12.

Contreras, J.M., Martins, J.A., Estrada, A., & Batanero, C. (2011). Uso de recursos en internet para apoyar la comprensión de la probabilidad condicional. In *Proceedings from the International Conference on New Horizons in Education* (pp.952-957). Guarda, Portugal.

de Paula, M. C., Estrada, A., Nascimento, M. M., & Martins, J. A. (2017). Pela Internet: Uso de applets estatísticos com futuros professores do ensino básico. *VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática* (pp.1-14). Rio Grande do Sul, Brasil.

Estrada, A., Nascimento, M.M., & Martins, J. A. (2013). Using Applets for Training Statistics with Future Primary Teachers. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.787-797), Antalya, Turkey.

Estrada, A., Martins, J. A., & Nascimento, M. M. (2018). Doing all right? Using applets for training statistics with future elementary teachers. In *Proceedings of EDULEARN18 Conference* (pp.9273-9282). IATED.

Font, V. & Godino, J.D. (2006). La noción de configuración epistémico como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, *8*(1), 67-98.

Giménez, J. (2004). Realistic Mathematical experiences through the use of ICT and the treatment of diversity. In Proceedings of the *First Elementary Mathematics Education Meeting* (pp.1-20). Universidade do Minho. Braga.

Godino, J., Wilhelmi, M. & Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *4*(2), 1-26.

Nascimento, M., & Martins, J. A. (2007). Tecnologías en la regresión lineal: Ejemplos. B. Casas, P. Galeano, I. Garcia, B. Pateiro, & C. Sanchez (Eds.). *Actas do VIII Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operacións* (91-96). Santiago de Compostela, Espanha.

Nascimento, M. & Martins, J. A. (2008). Regressão linear: Uma tarefa com applet nas prácticas lectivas de Estatística no ensino superior. A. Canavarro, D. Moreira, & I. Rocha (Eds). *Actas do XVII Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 393-340). Leiria, Portugal.

Nascimento, M., Ricart, M., Estrada, A., & Martins, J. A. (2021). Idoneidad didáctica de una tarea con applets estadísticos en la formación de maestros. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 106, 129-138.

Powers, R. & Blubaugh, W. (2005). Technology in mathematics education: Preparing teachers for the future. *Contemporary Issues in Technology and Teachers Education*, *5*(3-4), 254- 270.

Tishkovskaya, S., & Lancaster, G.A. (2012). Statistical education in the 21st century: A review of challenges, teaching innovations and strategies for reform. *Journal of Statistics Education*, *11*(3), 1-12.

Socrative e *Quizizz* – a gamificação na promoção da avaliação formativa de Geometria e Medida

Paula Sofia Nunes
Agrupamento de Escolas de Cabeceiras de Basto
psofianunes1@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3262-8180

Paulo Martins
Departamento de Engenharias da Escola de Ciências e Tecnologia da UTAD
Membro integrado do INESC TEC, UTAD
pmartins@utad.pt
https://orcid.org/0000-0002-3040-9080

Paula Maria Machado Cruz Catarino
Departamento de Matemática da Escola de Ciências e Tecnologia da UTAD
Membro colaborador do CIDTFF, Universidade de Aveiro
Membro integrado do polo CMAT-UTAD da CMAT da Universidade do Minho
pcatarin@utad.pt
https://orcid.org/0000-0001-6917-5093

Resumo

Gamificação é o processo que consiste em adicionar elementos dos jogos a uma tarefa/atividade/exercício para estimular o interesse e a participação dos alunos. A combinação de ambientes de aprendizagem com elementos da mecânica dos jogos, poderá contribuir para envolver os alunos na aprendizagem de vários conteúdos, incluindo os de Geometria e Medida (GM) e assim alcançarem mais sucesso. O interesse pela gamificação e suas aplicações tem aumentado na área da educação, sobretudo no efeito da motivação para a aprendizagem, entre nativos digitais. O processo de avaliação dos alunos consiste na recolha de informações para medir conhecimentos e capacidades. Os professores podem e devem ser criativos na prática de fornecer uma variedade de ferramentas e métodos de avaliação para testar as capacidades dos alunos. Os professores de matemática poderão usar estas ferramentas como métodos alternativos de avaliação formativa, sendo que para tal necessitam de ter conhecimento das ferramentas, interesse e atitude positiva face à sua utilização. Neste *workshop* pretendemos explorar com os formandos ferramentas que lhes permitam a exploração e utilização do *Socrative* e do *Quizizz*, bem como, elaborar um conjunto de tarefas no domínio de GM que poderão ser utilizadas em sala de aula, para testar conhecimentos dos alunos.

Palavras-chave: Gamificação; *Socrative*; *Quizizz*; Tarefas; Avaliação Formativa; Geometria e Medida.

Introdução

Ao longo dos tempos, foi-se percebendo que um ensino de qualidade se deveria pautar pela promoção de metodologias de aprendizagem ativa, que defendem que o aluno deve ser o protagonista central dos processos de ensino e aprendizagem. Os alunos deixam de ser meros recetores de informação e passam para um contexto onde poderão desenvolver as novas competências pretendidas para o século XXI. O professor tem um papel de orientador, supervisor e facilitador do processo de aprendizagem, sendo o responsável por promover o intercâmbio coletivo e a mediação entre o movimento do saber atual dos alunos para um novo saber a ser alcançado (Lovato et al., 2018). Uma das metodologias que proporcionam a aprendizagem ativa é a gamificação. A utilização de *Softwares* Educativos (SE) tais como o *Socrative* e o *Quizziz* permitem a implementação de práticas educativas que proporcionam a gamificação e que permitem a realização da avaliação formativa dos alunos, sobejamente recomendada no projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (Pais & Candeias, 2021) da Direção Geral da Educação.

1. Metodologia ativa - Gamificação

As metodologias ativas estimulam o envolvimento dos alunos no processo educativo e favorecem a sua capacidade crítica e reflexiva no que concerne aos conteúdos a abordar, visam promover a proatividade dos alunos; a vinculação da aprendizagem a aspetos significativos da realidade; o desenvolvimento do raciocínio e a capacidade de intervenção; a colaboração e cooperação (Lima, 2017) e, ainda, a sociabilidade e a interatividade (González & Dueñas, 2009).

Uma das metodologias de aprendizagem ativa é a gamificação, que compreende a aplicação de diferentes elementos utilizados no desenvolvimento de jogos eletrónicos, tais como a estética, a mecânica e a dinâmica, em outros contextos não relacionados com o jogo (Kapp, 2012).

Sánchez-Mena e Martí-Parreño (2017) identificaram quatro vantagens que os professores consideram importantes na inclusão da gamificação em sala de aula: a capacidade de chamar a atenção dos alunos, a natureza divertida deste método poder despoletar a motivação para a aprendizagem, a interatividade como um fator importante para o envolvimento dos alunos e a crença de que a gamificação pode facilitar a aprendizagem dos alunos.

2. *Socrative* e *Quizizz* na avaliação formativa de Geometria e Medida

Os SE *Socrative* e *Quizizz* permitem a adoção de uma metodologia ativa que integre a gamificação em sala de aula e que possibilite a realização de uma avaliação formativa digital. A avaliação formativa é um procedimento pedagógico, integrado nos processos de ensino e de aprendizagem, que deve ocorrer de forma sistemática, contínua e interativa, dando a possibilidade ao aluno de perceber qual o seu progresso, e permite ao professor a recolha de informações sobre o nível das aprendizagens realizadas, fornecendo o *feedback* de forma a direcionar e adequar o ensino para uma diversidade de perfis e promoção de uma melhoria no aproveitamento dos alunos. A distribuição criteriosa do *feedback* desempenha um papel determinante, pois é através dele que o aluno vai compreender as suas dificuldades, promovendo maior envolvimento no seu processo de aprendizagem, através da autoavaliação, tornando-se mais ativo e participativo (Pais & Candeias, 2021).

O *Socrative* e o *Quizizz* permitem a realização da avaliação formativa digital, pois através da sua aplicação, o professor pode avaliar o progresso dos alunos e fornecer-lhes informações a serem utilizadas como *feedback* para regular as atividades de ensino e a aprendizagem dos alunos. Assim sendo, segundo Black e William (2010), a avaliação digital assume-se como formativa quando há evidências de que os resultados obtidos são utilizados por professores e alunos para adaptar as próximas etapas no processo de aprendizagem.

O *Socrative* possibilita aos professores um acompanhamento, em tempo real, das respostas dos alunos, permite monitorizar e avaliar o seu progresso, sendo um recurso valioso para o professor identificar as áreas em que os alunos demonstram maiores dificuldades, ajustar o tempo, o ritmo e o foco de uma aula (Muir et al., 2020). Para além disso, com esta ferramenta, os alunos podem visualizar a explicação às respostas do questionário, proporcionando a autocorreção dos exercícios. Também possibilita a realização de atividades em que os alunos entram numa competição entre equipas, a chamada "Corrida Espacial" do *Socrative*, funcionalidade que poderá ser interessante para o envolvimento dos alunos na aprendizagem.

O *Quizizz* permite aplicar a gamificação em sala de aula, em que os alunos respondem a questionários, possibilita a avaliação formativa, a competição e torna a formação interativa e divertida (Saleh & Sulaiman, 2019). O *Quizizz* ajuda a rever os conteúdos programáticos, estimula o interesse na aprendizagem, estimula a competição, tem impacto positivo no envolvimento dos alunos nas tarefas e nos resultados da aprendizagem. Esta ferramenta permite a introdução de um tempo limite para as respostas, a visualização dos resultados dos melhores classificados, provocando o desejo da competição, as pontuações de todos os alunos poderão ser guardadas pelo professor num arquivo em Excel que poderá ser impresso, dados que permitem traduzir os níveis de desempenho dos alunos, bem como, o planeamento de melhorias para o futuro (Rahmah et al., 2019).

3. Tarefas aplicadas no *workshop* com recurso ao *Socrative* e ao *Quizizz*

Este trabalho diz respeito a um *workshop* realizado com quinze professores que lecionam a disciplina de Matemática no Ensino Básico e/ou Ensino Secundário português. Esta formação teve como principal objetivo auxiliar os professores na aquisição de competências necessárias para trabalhar, explorar e usar os SE *Socrative* e *Quizizz* como ferramentas que possibilitam a avaliação formativa. Para tal, foram elaboradas tarefas práticas com recurso a estes SE no domínio de GM.

Inicialmente foi realizado um inquérito por questionário, para fazer o diagnóstico acerca do conhecimento e utilização dos SE *Socrative* e *Quizizz* pelos professores participantes. No que diz respeito às habilitações profissionais, a maioria dos professores possuía licenciatura (73%), dos restantes, metade possuía mestrado e a outra metade doutoramento. A maior parte dos participantes eram professores do grupo 500 e 13% eram do grupo de recrutamento 230. Na sua formação inicial, 87% não teve qualquer instrução para utilizar algum dos SE referidos neste *workshop*. O SE *Socrative* era o mais desconhecido dos participantes (67%), enquanto o *Quizizz* era conhecido por 47% dos inquiridos. Quanto à utilização dos SE, 87% nunca tinha usado o *Socrative* e 73% nunca tinha utilizado o *Quizizz* na sua prática letiva.

Foram criadas e disponibilizadas três tarefas com utilização do *Socrative*. Tarefa 1- Áreas de figuras planas - 5.º ano; Tarefa 2- Figuras geométricas - 7.º ano e Tarefa 3- Teorema de Pitágoras no espaço e Volumes - 8.º ano. Numa das tarefas foram explicados todos os menus da ferramenta e realizou-se um teste *Corrida Espacial*, que é uma funcionalidade que coloca em competição várias equipas e em que o formador pode visualizar o desempenho dos formandos em tempo real, os participantes fizeram a experiência com o seu telemóvel ou *smartphone* (Figura 1).

Figura 1. Exemplo de resolução de tarefa no *Socrative* - Corrida Espacial

Seguidamente, os formandos exploraram e aprenderam a construir um *Socrative* para aplicar aos alunos nas suas aulas-versão professor. Na Figura 2, podemos observar o exemplo de uma questão elaborada e a respetiva tabela de resultados, que o professor pode visualizar enquanto os alunos realizam a tarefa. Uma das mais valias do *Socrative* consiste, precisamente, na possibilidade de o aluno fazer a autocorreção dos exercícios realizados, obtendo o *feedback* imediato da resposta à questão através da explicação da resolução, se o professor acionar esta opção. Poderá optar, por exemplo, por apenas mostrar o resultado no final do teste. Quando o professor lança o teste, poderá visualizar, em tempo real, o desempenho de cada aluno. Com o Socrative o professor pode fazer um teste ao vivo ou enviar para trabalho autónomo.

Figura 2. Elaboração de um questionário e tabela de resultados no *Socrative*-versão professor

Até há bem pouco tempo, para importar testes para o *Socrative*, o professor teria de ter um número SOC do teste que pretendia importar, disponibilizado por outro professor. Atualmente existe uma outra forma de importar testes ou questões para o professor poder editar no *Socrative*, mas essa aplicação encontra-se disponível, de forma gratuita, fora da página do *Socrative* e designa-se por *Quiz Shop by Socrative*.

Foram também apresentadas três tarefas com o SE *Quizizz*. Tarefa 1- Volume de sólidos - 6.º ano; Tarefa 2- Teste diagnóstico do Teorema de Pitágoras - 8.º ano (Figura 3). e Tarefa 3- Descoberta do Par - 8.º ano. Ao construir os questionários, o *Quizizz* disponibiliza cinco tipos de questões, três delas podem ser cotadas, escolha múltipla, caixa de seleção e preencher espaços em branco; duas não cotadas, sondagem e resposta aberta. O tempo de resposta dos formandos para cada questão varia entre 5 segundos e 15 minutos. Tanto na elaboração de questões, como nas opções de resposta, é possível introduzir, na versão gratuita, caracteres matemáticos e imagens. O *Quizizz* disponibiliza também um banco de questões que pode ser importado e editado pelos professores, na própria página.

Os questionários aplicados podem-se realizar de forma individual ou em grupo, com possibilidades de fazer jogo ao vivo ou enviar para trabalho de casa. No final de cada questionário, o professor poderá visualizar o relatório de desempenho, em vários formatos, disponível *online*, em Excel ou em PDF. Mediante os resultados obtidos o professor pode usar este *feedback* para reorientar e adequar o ensino.

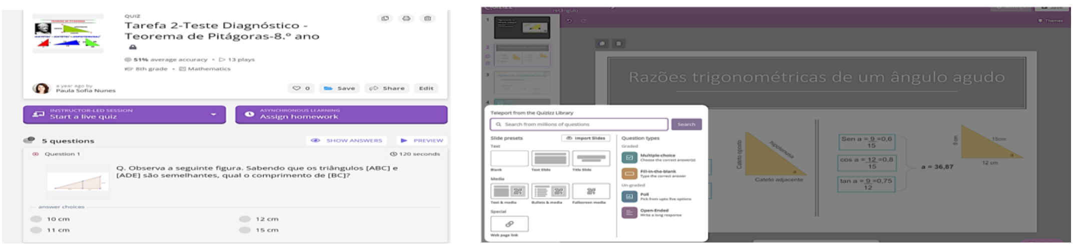


Figura 3. Exemplos de questionários do tipo Quiz e do tipo *Quiz Lesson*

Tivemos ainda oportunidade, neste *workshop*, de explorar as funcionalidades do *Quiz Lesson* (Figura 3), que é uma novidade do *Quizizz*, onde os professores poderão criar aulas interativas, podendo intercalar slides com conteúdo curricular e introduzir questões, imagens, sites de páginas web, entre outros.

4. Conclusões

No final do *workshop* foi realizado um inquérito por questionário, do qual extraímos algumas conclusões relativas às opiniões dos professores sobre a importância da utilização dos SE *Socrative* e *Quizizz* na promoção da avaliação formativa de GM.

Os professores consideraram que os SE *Socrative* e *Quizizz* poderão ser proveitosos, essencialmente, para aumentar a motivação e o envolvimento dos alunos (93%) e monitorizar e dar *feedback* das aprendizagens (93%). A grande maioria considerou que a utilização destas ferramentas contribui para a melhoria da sua prática letiva (93%); para aumentar o interesse e a motivação dos alunos (100%); para melhorar a compreensão dos conteúdos e a aprendizagem de GM (80%). As principais razões que os professores invocaram para não utilizarem estes SE no ensino e na avaliação de GM, apesar de os considerarem recursos importantes foram: a falta de formação sobre o funcionamento e aplicação dos SE (62%) e a falta de treino sobre a integração da tecnologia em sala de aula (54%). Todos os professores pretendem utilizar os conhecimentos adquiridos nesta formação e a maioria (87%) considerou que utilizará ambos os SE na sua prática letiva, num futuro próximo.

5. Referências

Black, P., & William, D. (2010). Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan Magazine*, 92 (1), 81-90. https://doi.org/10.1177%2F003172171009200119

González, M., & Dueñas, M. (2009). Metodologías activas para la enseñanza y el aprendizaje. *Revista Panamericana de Pedagogía*, (14), 101-106.

Kapp, K. M. (2012). The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education. John Wiley & Sons.

Lima, V. V. (2017). Espiral construtivista: uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem. Interface-Comunicação, Saúde, Educação, 21 (6), 421-434. https://doi.org/10.1590/1807-57622016.0316

Lovato, F. L., Michelotti, A., & da Silva Loreto, E. L. (2018). Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. Acta Scientiae, 20(2). http://dx.doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss2id3690

Muir, S., Tirlea, L., Elphinstone, B., & Huynh, M. (2020). Promoting classroom engagement through the use of an online student response system: a mixed methods analysis. Journal of Statistics Education, 28(1), 25-31. https://doi.org/10.1080/10691898.2020.1730733

Pais, H., & Candeias, F (2021). Avaliação Formativa Digital. Environment, 15(2), 37-49.

Rahmah, N., Lestari, A., Musa, L. A. D., & Sugilar, H. (2019, July). Quizizz Online Digital System Assessment Tools. In 2019 IEEE 5th International Conference on Wireless and Telematics (ICWT) (pp. 1-4). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICWT47785.2019.8978212

Saleh, S. M., & Sulaiman, H. (2019, December). Gamification in T&L of mathematics: Teacher's willingness in using Quizizz as an additional assessment tool. In AIP Conference Proceedings, (Vol. 2184, No 1, p.030005). AIP Publishing LLC. https://doi.org/10.1063/1.5136373

Sánchez-Mena, A., & Martí-Parreño, J. (2017). Drivers and barriers to adopting gamification: Teachers' perspectives. Electronic Journal of e-Learning, 15(5), 434-443.

Fazer Matemática com Música: atividades em sala de aula

Ana Cristina Azevedo da Silva
Agrupamento de Escolas de Celorico de Basto
acas27@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1947-3153

Cecília Costa
UTAD, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Aveiro, Portugal
mcosta@utad.pt
https://orcid.org/0000-0002-9962-562X

J. Bernardino Lopes
UTAD, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Aveiro, Portugal
blopes@utad.pt
https://orcid.org/0000-0001-9961-1538

Resumo

A ligação da Matemática e a Música é já conhecida. De modo a tirar partido desta ligação para o ensino de Matemática foram construídos artefactos que em articulação com outros já existentes permitem adotar uma abordagem de ensino onde aos alunos fazem matemática com a música, isto é, os artefactos disponibilizados permitem ao aluno construir o seu conhecimento matemático, conjeturando e testando hipóteses que surgem com o uso do artefacto que integra a música. Na abordagem adotada, os artefactos disponibilizados têm de ser utilizados como ferramentas epistémicas. Para isso é necessária uma orquestração de artefactos em duas dimensões: articulação entre artefactos ao longo da intervenção e articulação entre artefactos num determinado estágio da intervenção. Para tal é utilizado um artefacto (denominado de roteiro) desenvolvido de modo a dar resposta à necessidade de articulação entre a música e a matemática.

Palavras-chave: Matemática; Música; Artefactos; Roteiro; Ensino; Aprendizagem

Introdução

Matemáticos e músicos têm interesses comuns, mas de pontos de vista diferentes. A matemática vista sob os olhos de um músico difere da matemática vista por um matemático. Da mesma forma, a música vista por um matemático difere da música vista por um músico. Mais particularmente, a música vista por um professor de matemática difere da de um professor de música. Conhecida e aceite a ligação entre matemática e música, como ela pode ser utilizada como recurso educacional em sala de aula? A música pode ter um papel importante ao nível do controle comportamental (Silva et al., 2019), mas também pode ser utilizada numa abordagem de ensino como uma ferramenta, com implicações ao nível das atitudes face à matemática, quando em contexto educativo são feitas intervenções onde se faz matemática com música (Silva et al., 2021). Recorrendo a artefactos devidamente orquestrados é possível aos alunos fazerem matemática com música no contexto educacional (Silva et al., 2021). O problema que se colocava era a da não existência de um artefacto que permitisse articular a música com a matemática em contexto educativo. Desenvolver um artefacto com essa função implicou experimentá-lo em diferentes conteúdos, com diferentes professores, com diferentes grupos de alunos, em diferentes contextos.

1. Contextualização teórica

O contexto atual está a moldar o futuro da educação. Isso inclui a adoção de novas ferramentas e a exigência de novas abordagens educacionais para atender às necessidades dos alunos e da sociedade. Hoje em dia e daqui em diante, os alunos precisam adquirir competência por meio da aprendizagem autorregulada para enfrentar o mundo incerto e em mudança (Hernandez-de-Menendez et al., 2019). Vários estudos apresentam os efeitos benéficos da integração da música em contexto educativo, quer ao nível do controlo comportamental (Hallam & Price, 1998), assim como as implicações na aprendizagem da matemática dos alunos, quando estes, desde os primeiros anos de vida, têm formação musical (Chao-Fernández et al., 2017 Gardiner et al., 1996; Graziano et al., 1999). Alguns dos estudos já integram a música em contexto educativo, em paralelo com a matemática (Elofsson et al., 2018; Viladot et al., 2018). Outros estudos mostram experiências em contexto educativo em que a música começa a ter um papel relevante e não apenas a ser uma componente externa no processo de ensino de matemática (An et al., 2008; Quinn et al., 2019). É com esta linha de abordagem que se identifica o trabalho desenvolvido (Silva et al., 2021) - a música como base de trabalho para o ensino de matemática, um ponto de partida. A partir da música tornar o processo de ensino focado no aluno, sendo este o agente da sua própria aprendizagem (existindo para isso a necessidade do uso de artefactos)

O ponto de partida de cada ação será o artefacto, utilizando como objeto a música (ver figura 1). Este será o momento em que o aluno irá usufruir das emoções que a música traz, assim como identificar nela o objeto matemático (construindo a partir daí o conhecimento científico).

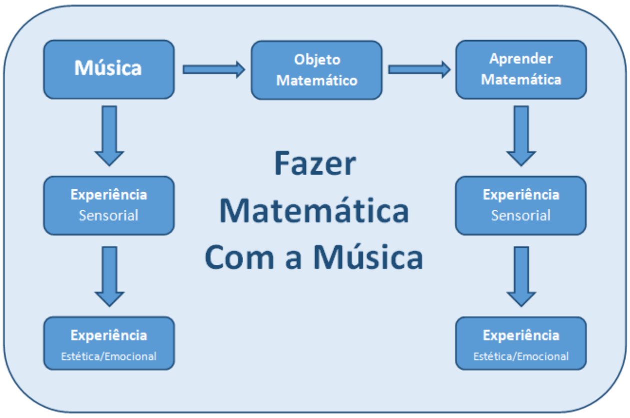


Figura 1. Esquema geral sobre como fazer matemática com a música

A música permite-nos ter uma "experiência sensorial", por exemplo, quando ouvimos uma canção ou quando tocamos um instrumento. Esta experiência pode elevar-se a uma experiência emocional, de relaxamento e prazerosa. A partir desse momento, a experiência sensorial que se pretende ter tem como objetivo atingir, posteriormente, o estado de satisfação que já experimentamos e sabemos existir. Assim como na música, também será possível que um aluno, após a experiência sensorial obtida, por exemplo, pelo fazer matemática com música, desencadeie mecanismos igualmente prazerosos, transportando essa experiência para um nível estético/emocional, onde o aluno sinta

gosto, vontade e se sinta impelido a repetir experiências do mesmo tipo. Ir além do próprio conhecimento: pelo simples gosto em aprender.
As experiências sensoriais auditivas têm sido pouco exploradas no campo do ensino e aprendizagem de matemática, embora possam contribuir para o conteúdo semântico de noções matemáticas, considerando a natureza multimodal da cognição humana (Thayer-Morel et al., 2018). Enfatiza-se o valor da criatividade e da aprendizagem baseada nas artes, mais especificamente na música, articulando artefactos, em contexto educacional, no ensino de matemática. O futuro do pensamento inovador em assuntos STEM depende da quebra da distinção entre assuntos tradicionalmente vistos como "criativos", como as artes ou música, e aqueles tradicionalmente vistos como rígidos ou lógico-matemáticos (Henriksen, 2014).

2. Fazer Matemática com Música: orquestração de artefactos

Na abordagem de ensino escolhida pretende-se que sejam utilizados artefactos, articulados, a fim de permitir que os alunos façam matemática com música no contexto educacional, ou seja, que permitam ao aluno construir o seu conhecimento matemático, conjeturando e testando hipóteses que surgem do artefacto que integra a música. Para isso, os artefactos disponibilizados aos alunos têm de ser utilizados como ferramentas epistémicas. Assim, é necessária uma orquestração de artefactos em duas dimensões: articulação entre artefactos ao longo da intervenção e articulação entre artefactos num determinado estágio da intervenção.

Numa primeira fase, os artefactos permitem aos alunos utilizá-los como ferramentas epistémicas mesmo em grau modesto e numa segunda fase permitem trabalhar o objeto matemático usando os artefactos como ferramentas epistémicas num grau superior, em particular fazendo conversões entre tipos de linguagens matemáticas (Silva et al., 2021). Pretende-se que os alunos apresentem autonomia na resolução da grande maioria dos desafios/tarefas propostos, transformando, assim, os artefactos envolvidos nestes desafios/tarefas em ferramentas epistémicas. Para que isso seja possível, a orquestração instrumental entre os artefactos precisa ter os seguintes traços: um artefacto musical facilmente manipulado por cada aluno; um artefacto-tarefa para transformar uma música apreciada num objeto matemático; um artefacto-tarefa que permite que o objeto matemático identificado na música possa ser transformado em conhecimento matemático. As intervenções em sala de aula seguem o esquema da figura 2.

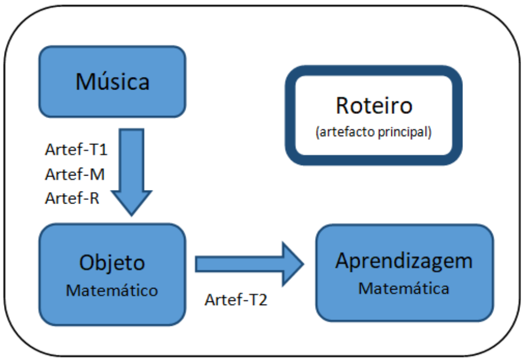


Figura 2. Esquema que operacionaliza o modo de fazer matemática com música

Os artefactos criados seguem objetivos bem definidos: numa primeira etapa, os artefactos são usados de forma a permitir que o aluno consiga identificar o objeto matemático na música; numa segunda etapa, o artefacto deve permitir a aprendizagem matemática, partindo do objeto matemático anteriormente identificado, através de uma abordagem científica, com recurso à razão e conhecimento lógico. Acompanham a orquestração os seguintes artefactos: artefactos-tarefas (Artef-T), construídos usando a intuição e criatividade; artefactos-musicais (Artef-M), piano digital – aplicação móvel; *scratch*); artefactos-reserva (Artef-R), como os áudios gravados, *smartphone* e coluna de som. Para além destes artefactos existe um outro: o Roteiro. É o Roteiro que permite a articulação de todos os outros artefactos e, consequentemente, mostra o modo de fazer-se matemática com música.

3. Desafio: "A Melodia das Dízimas"

A título de exemplo é apresentada, em detalhe, uma intervenção "As pombinhas da Catrina" e "Melodia das dízimas". Esta intervenção aborda a área dos números e operações: números racionais; dízimas; classificação de dízimas; período; comprimento do período; classificação de dízimas; números irracionais. Os artefactos utilizados encontram-se apresentados na tabela 1.

Tabela 1. Artefactos de uma intervenção.

Artefactos			
Artef-M	**Artef-T1**	**Artef-T2**	**RO**
Piano digital (aplicação móvel)	Artefacto-Tarefa "As Pombinhas da Catrina"	Artefacto-Tarefa "Melodia das Dízimas"	Roteiro 1

Num primeiro momento, os alunos são desafiados no sentido de descarregar uma aplicação para os seus telemóveis (piano digital – Artef-M)[11]. É feita uma breve exploração da aplicação, de modo a garantir que a parte logística fica operacional. Num segundo momento, distribuiu-se a parte A da Tarefa – As Pombinhas da Catrina -, em suporte papel (Artef-T1). O primeiro objetivo que se pretende é que os alunos consigam tocar a música presente nesta parte da tarefa. Para isso desafiam-se os alunos a tocarem pequenas sequências de notas, após a apresentação da tabela que relaciona cada nota a um algarismo (e respetiva tecla do piano). Depois de todos os alunos (ou grande maioria) conseguirem tocar a música apresentada, segue-se um momento de interação professor-alunos de modo a perceber o que se repete (ou não) na música "As Pombinhas da Catrina", identificando o objeto matemático. Num terceiro momento, distribui-se a parte B da Tarefa – Melodia das Dízimas-, também em suporte papel (Artef-T2). Os alunos exploram os desafios propostos até ao fim, incluindo a avaliação de toda a intervenção. Sempre que solicitado, o professor esclarece dúvidas dos alunos. Num quarto momento, é feita uma síntese/conclusão das ideias principais de toda a intervenção (conjuntamente com os alunos). Propõe-se ainda aos alunos que voltem a tocar a música inicial: As Pombinhas da Catrina.
A intervenção está desenhada para duas aulas de 50 minutos, em turmas de 7.ºano de escolaridade (embora possa ser utilizada como revisão em anos de escolaridade superiores). Na primeira aula estão incluídos os dois primeiros momentos anteriormente descritos. Os últimos dois momentos ocorrem na segunda aula.

4. Conclusões

Este estudo realça a possibilidade de os alunos fazerem matemática com música em contexto educativo, desde que os artefactos disponibilizados aos alunos sejam utilizados como ferramentas epistémicas, sendo necessária uma orquestração de artefactos.

[11] Tirando proveito das tecnologias que estão disponíveis nas salas de aula (uma vez que a maior parte dos alunos já têm acesso a um *smartphone*), propõe-se a inclusão de uma aplicação facilmente descarregada para os telemóveis (aplicação livre e gratuita).

Para que isso seja possível, a orquestração instrumental precisa ter os seguintes traços: (i)um artefacto musical facilmente manipulado por cada aluno; (ii) um artefacto-tarefa para transformar uma música apreciada num objeto matemático; (iii) um artefacto-tarefa que permita que o objeto matemático identificado na música, possa ser transformado em conhecimento matemático; (iv) um roteiro que articule todos os artefactos.

5. Referências

An, S. A., Kulm, G. O., & Ma, T. (2008). The effects of a music composition activity on Chinese students' attitudes and beliefs towards mathematics: An exploratory study. *Journal of Mathematics Education, 1*(1), 91-108.

Chao-Fernández, R., Román-García, S., & Chao-Fernández, A. (2017, October). Art, Science and Magic: Music and Math the classroom. *In Proceedings of the 5th International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality* (p. 77). ACM.

Elofsson, J., Englund Bohm, A., Jeppsson, C., & Samuelsson, J. (2018). Physical activity and music to support pre-school children's mathematics learning. Education 3-13, 46(5), 483-493.

Gardiner, M. F., Fox, A., Knowles, F., & Jeffrey, D. (1996). Learning improved by arts training. Nature.

Graziano, A. B., Peterson, M., & Shaw, G. L. (1999). Enhanced learning of proportional math through music training and spatial-temporal training. Neurological research, 21(2), 139-152.

Hallam, S., & Price, J. (1998). Research section: can the use of background music improve the behaviour and academic performance of children with emotional and behavioural difficulties? British journal of special education, 25(2), 88-91.

Henriksen, D. (2014). Full STEAM ahead: Creativity in excellent STEM teaching practices. The STEAM journal, 1(2), 15.

Hernandez-de-Menendez, M., Díaz, C. E., & Morales-Menendez, R. (2019). Technologies for the future of learning: state of the art. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), 1-13.

Silva, A., Soares, A.A., Catarino, P., & Fonseca, B. (2019) Mathematics and music in the classroom. In Proceedings of EDULEARN19 Conference, pp. 4650-4660. https://doi.org/10.21125/edulearn.2019.1158

Silva, A., Lopes, J.B., & Costa, C. (2021). Fazer matemática com música – avaliação de atitudes. Indagatio Didactica, 13(1), 9-20. https://doi.org/10.34624/id.v13i1.23834

Silva A., Lopes J.B., & Costa C. (2021) Doing Math with Music - Instrumental Orchestration. In: A. Reis, J. Barroso & J.B. Lopes, Mikropoulos T., Fan CW. (Eds.) Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education. TECH-EDU 2020. Communications in Computer and Information Science, vol 1384. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_8

Thayer-Morel, T., Venegas-Thayer, M. A., & Tejada-Giménez, J. (2018). Recursos informáticos para el aprendizaje de las matemáticas mediante metáforas musicales: el proceso de creación y evaluación de PicaLab. Estudios pedagógicos (Valdivia), 44(1), 351-376.

Viladot, L., Hilton, C., Casals, A., Saunders, J., Carrillo, C., Henley, J., González-Martín, C., Prat, M., & Welch, G. (2018). The integration of music and mathematics education in Catalonia and England: perspectives on theory and practice. *Music Education Research, 20*(1), 71-82.

Robots ao serviço da interdisciplinaridade nos ciclos iniciais da escolaridade

Isabel Cabrita
Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
icabrita@ua.pt
http://orcid.org/0000-0003-0255-7577

Resumo

A utilização de robots suscita um grande interesse por parte dos alunos. Para além do fator motivacional, a sua programação promove o desenvolvimento do pensamento computacional, indissociável da resolução de problemas. Se as atividades de programação forem enquadradas por tarefas ricas e desafiadoras, o mais abertas e complexas possível, desenvolvem a capacidade de formular e testar conjeturas, de encontrar padrões, de generalizar, … Se forem enquadradas por tarefas que evidenciem e estabeleçam conexões entre diversas áreas curriculares, ainda permitem a interdisciplinaridade, a construção de uma visão holística de fenómenos e o desenvolvimento de competências que vão muito para além do somatório das que se podem afetar a cada uma dessas áreas. Se desenvolvidas em grupos e o mais heterogéneos possível, ainda desenvolvem a comunicação, a capacidade de trabalhar em grupo, a inclusão!

As atividades de programação, envolvendo objetos físicos, ainda estão ao alcance dos mais novos. Assim, pode-se trabalhar para o sucesso educativo, desde a mais tenra idade! Este foi o mote e as conclusões a que se chegou no âmbito do projeto internacional TangIn.

Tirando partido de robots como o Mi-GO, no workshop em causa, propusemo-nos a explorar algumas das tarefas desenvolvidas no âmbito do referido Projeto que articulam diversas disciplinas curriculares. E desenhar outras que vão ao encontro do interesse e necessidades dos participantes.

Palavras-chave: Programação tangível, STEM, interdisciplinaridade, inclusão, projeto TangIn

1. Contextualização

O pensamento computacional tem merecido uma atenção crescente por parte das mais diversas entidades dadas as suas potencialidades para o progresso da humanidade e para o desenvolvimento integral do indivíduo (Li, Schoenfeld, diSessa, Graesser, Benson, English & Duschl, 2020).

Por isso, tem vindo a ser contemplado nos *curricula* dos mais diversos países (Angeli & Giannakos, 2020; Grover & Pea, 2018). Portugal não é exceção e as recentemente homologadas Aprendizagens Essenciais de Matemática (Despacho n.º 8209/2021, de 19 de agosto) para todo o ensino básico assumem que um dos principais objetivos gerais para a aprendizagem da matemática é precisamente

> *Desenvolver e mobilizar o pensamento computacional [que] pressupõe o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de*

ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação. (DGE, 2021, p. 3)

A programação é uma excelente oportunidade de desenvolvimento do pensamento computacional e, nos dias de hoje, não é apanágio de uma pequena elite de indivíduos ligados às ciências da computação (Nouri, Zhang, Mannila & Norén, 2020; Relkin, de Ruiter & Bers, 2021). Graças aos avanços da ciência e da tecnologia, está ao alcance de qualquer um (Sapounidis, Demetriadis, Papadopoulos & Stamovlasis, 2019). Se se tirar partido da programação tangível, por recurso a objetos físicos, em oposição à programação gráfica, é acessível aos alunos desde a mais tenra idade (Horn & Bers, 2019).

Se a programação for enquadrada por tarefas que evidenciem e estabeleçam conexões entre diversas áreas curriculares, ainda fomenta a interdisciplinaridade, a construção de uma visão holística de fenómenos e o desenvolvimento de competências que vão muito para além do somatório das que se podem afetar a cada uma dessas áreas.

Se desenvolvida em grupos e o mais heterogéneos possível, ainda desenvolve a comunicação, a capacidade de trabalhar em grupo, a inclusão (UNESCO, 2017).

Estes foram os principais motes que sustentaram o projeto TangIn (Cabrita, Loureiro & Guerra, 2020).

2. Projeto TangIn

O projeto TangIn - http://www.tangin.eu/ - foi cofinanciado pelo Programa Erasmus+: *Cooperation for innovation and the exchange of good practices,* da União Europeia (Project Nº.: 2017-1-PT01-KA201-035975).

Envolveu parceiros de Portugal – a *start-up* Carreira & Alegre, a empresa Inova+, a Universidade de Aveiro e o Agrupamento de Escolas da Murtosa - a *Know and Can Association* da Bulgária, o *Colegio Santa Elena* de Espanha e a escola *Valmieras Pārgaujas* da Letónia.

Dirigido, prioritariamente, a Professores e alunos dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico (ou equivalentes nos referidos países), a Diretores escolares, a Investigadores e institutos de investigação na área da educação e a peritos na área educativa, visou promover a inclusão e um currículo STEM, nas escolas, através de conceitos e atividades de programação tangível.

Decorreu, formalmente, entre 2017 e 2019 mas, ao pretender contribuir para a construção de uma cultura de colaboração transnacional centrada nos pilares enunciados, dilatar-se-á no tempo.

De entre os inúmeros produtos do projeto TangIn e como se refere no *site* oficial do mesmo, destaca-se:

- Relatório, integrando orientações, para as escolas e para os investigadores, sobre como tirar partido de recursos e conceitos de programação tangível para estimular a motivação dos estudantes para as disciplinas STEM e para favorecer a inclusão;
- Kit didático, incluindo diversas planificações sobre os mais diversos tópicos curriculares das áreas STEM nos referidos ciclos de escolaridade (Moreira, Cabrita, Loureiro & Guerra, 2020) e o respetivo Guia do Professor para apoiar a sua implementação e avaliação (Gonçalves, Queiroz, Costa, Cabrita, Guerra, Loureiro & Moreira, 2020). O referido kit foi sendo sucessivamente refinado em função da sua implementação em contexto real de sala-de-aula, primeiro em

Portugal e depois nos diversos países parceiros; num curso europeu, desenhado e concretizado com professores dos referidos países, e no âmbito dos mais variados Encontros que se realizaram (Guerra, Moreira, Loureiro & Cabrita, 2020; Loura & Cabrita, 201; Loureiro, Guerra, Cabrita & Moreira, 2021).

- Programa de formação (Cabrita, Loureiro & Guerra, 2019), designadamente, contínua de professores que os possa capacitar para o desenvolvimento do pensamento computacional explicitado no livro de apoio ao Programa em causa (Loureiro, Guerra, Cabrita, Moreira, Gonçalves, Queiroz, Costa, 2020).

No *workshop* realizado, deu-se a conhecer os aspetos principais do projeto TangIn, exploraram-se algumas propostas didáticas que integram o *kit* criado no seu âmbito e ainda se desafiaram os participantes a (re)criarem propostas em função dos interesses e necessidades.

3. Programação com e sem robots

Seguiu-se uma abordagem exploratória (Allwright, 2003). Na etapa da 'introdução/motivação', após um breve *brainstorming* acerca do que será a programação, em particular a tangível, e algumas das suas principais vantagens no contexto educacional, deu-se a conhecer a essência do Projeto TangIn a partir de um vídeo de divulgação – https://www.youtube.com/watch?v=sd_9KiM0cwk. Seguiu-se uma discussão acerca dos conceitos básicos da programação e introduziu-se a programação tangível a partir do vídeo https://youtu.be/Blpqy8Ecfos.

Passou-se à apresentação do Kit que compõe o *robot* MI-GO (https://migobot.com/), que foi o que se privilegiou no âmbito do projeto TangIn (Loureiro, Moreira & Cabrita, 2020; Loureiro & Moreira, 2016). Exploraram-se todos os blocos - as unidades que integram comandos específicos, associados a funções, ângulos e números, que são as unidades básicas para a construção de instruções de código para o robot. E foram exemplificados, com o próprio robot, comandos básicos, tirando partido das funções 'em frente', 'direita', 'esquerda', 'decimal', 'início de ciclo' e 'fim de ciclo'. Aproveitou-se para explicar como se processa o emparelhamento do robot com o comando principal. Os formandos tiveram acesso ao Manual do professor, acessível a partir do link http://www.tangin.eu/wp-content/uploads/2019/11/PT_Tangin-Manual-do-Professor.pdf para qualquer esclarecimento adicional.

Para desmistificar a ideia de que o desenvolvimento do pensamento computacional subjacente à programação exige computadores ou robots, seguiu-se o primeiro desafio, inspirado na tarefa 'Introdução à programação' – http://www.tangin.eu/wp-content/uploads/2019/11/01_Intro_Programação.pdf – que consistiu em programar, em pequenos grupos, mas sem recurso ao MI-GO ou qualquer outro artefacto. Usar-se-ia um '*robot*' humano: o(s) programador(es) escreveria(m) as instruções usando as funções e números e entregá-las-iam ao 'robot' humano para as executar fielmente. Após esta fase '*hands-on*', os grupos partilharam as suas programações, as quais foram simuladas pelos próprios e reproduzidas no MI-GO. Sintetizaram-se, então, os aspetos principais da atividade. Ainda se discutiram dificuldades sentidas e formas de as ultrapassar. Para terminar este ciclo, os formandos avaliaram a criatividade dos diversos trabalhos por recurso ao Mentimiter - https://www.menti.com/.

Um outro desafio foi lançado – criar ou recriar uma tarefa, na lógica STEM, tomando como referência algumas das propostas didáticas do Projeto TangIn, e programar o MI-GO. 'Simetria' (http://www.tangin.eu/wp-content/uploads/2019/11/09_Simetria.pdf) foi um dos exemplos explorados. Persegue como principais finalidades: reconhecer figuras que apresentam simetria por reflexão; identificar e desenhar eixos de simetria em diferentes figuras; identificar, no mundo real, exemplos de diferentes tipos de simetrias; prever o resultado de um código apresentado ou inferir as funções dos blocos utilizados na programação; valorizar Áreas STEM; desenvolver competências transversais como problema-resolução, comunicação e raciocínio; desenvolver capacidades de trabalho de grupo, designadamente, respeitar e favorecer a inclusão de todos os elementos, independentemente do sexo, cultura, etc. Permite estabelecer conexões entre a Matemática (Isometrias e simetrias • Formas • Ângulos), Ciências Naturais e Artes (Simetrias no mundo natural, no corpo humano e em peças artísticas) e Tecnologia, em particular Programação (Conceitos de programação • Programas - Resultados, erros e solução de problemas) e Robótica (Programação de objetos para resolver desafios). Numa das etapas da tarefa, apresenta-se o código representado na figura 1. e solicita-se que esbocem a figura que permite traçar. De seguida, solicita-se que programem o robot de forma a traçar eixos de simetria da 'estrela-do-mar'.

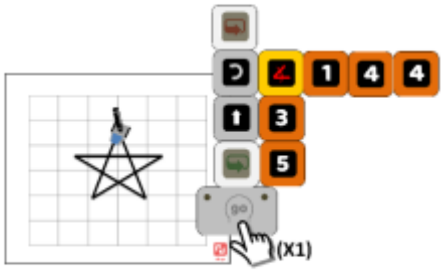


Figura 1. Código relativo à representação da 'estrela-do-mar'

4. Considerações finais

O tempo destinado à sessão a que acresce o facto de se ter desenrolado online e o desconhecimento dos participantes da programação tangível não permitiu a conclusão da última tarefa pelos grupos.

Não obstante, a avaliação que fizeram da sessão foi muito positiva e ficaram entusiasmados para promover o desenvolvimento do pensamento computacional na articulação com diversas áreas porque vivenciaram possibilidades concretas de o fazer, servindo a programação com e sem robots de mediador potente e interessante desse processo. Permitimo-nos transcrever a opinião de uma participante

> *As tarefas apresentadas pelos grupos foram simples, mas suficientes para mostrar o potencial da programação tangível que permite a utilização pelos alunos mais novos. Com as tarefas certas é possível levar os alunos a resolver problemas interdisciplinares passando pela formulação de conjeturas, pela validação ou não das mesmas, pela generalização, desenvolvendo competências científicas e sociais. Na minha prática docente não poderei usar o robot Mi-go devido ao nível de ensino que leciono. No entanto, os mesmos procedimentos, poderão ser usados com o módulo "Turtle" na programação Pyton.*

5. Referências

Allwright, D. (2003). Exploratory practice: Rethinking practitioner research in language teaching. *Language teaching research*, *7*(2), 113-141.

Angeli, C., & Giannakos, M. (2020). Computational thinking education: Issues and challenges. *Computers in Human Behavior*, *105*, 106185.

Cabrita, I., Loureiro, M. J. & Guerra, C. (2019). Formação de professores em contexto europeu para a inclusão e o desenvolvimento do pensamento computacional em áreas STEM. Atas do *XIV*

Congresso SPCE – Ciências, culturas e cidadanias. Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra (pp. 622-631).

Cabrita, I., Loureiro, M. J. e Guerra, C. (2020). TangIn Project – Converging tangible programming, STEM and inclusion, *Research@ua 2019*, vol. 10, 39.

Direção-Geral da Educação (DGE). (2021). *Aprendizagens essenciais - Articulação com o perfil dos alunos - Ensino básico* – Matemática. Direção-Geral da Educação.

Gonçalves, D., Queiroz, J., Costa, P., Cabrita, I., Guerra, C., Loureiro, M.J. e Moreira, F. (2020). *Teachers handbook: a guide for understanding tangible programming and the implementation of the tangin toolbox of resources.* UA Editora.

Grover, S., & Pea, R. (2018). Computational Thinking: A competency whose time has come. *Computer Science Education: Perspectives on teaching and learning in school*, 19-37.

Guerra, C. Moreira, F. Loureiro, M.J & Cabrita, I. (2020). Programação tangível para a inclusão e promoção das STEM - contributos do projeto TangIn para a formação continuada de professores. *APEduC Revista/ APEduC Journal, 01(*01*),100-114*.

Horn, M., & Bers, M. (2019). Tangible Computing. In *The Cambridge Handbook of Computing Education Research* (pp. 663–678). Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108654555.023.

Li, Y., Schoenfeld, A. H., diSessa, A. A., Graesser, A. C., Benson, L. C., English, L. D., & Duschl, R. A. (2020). Computational Thinking Is More about Thinking than Computing. *Journal for STEM Education Research*, 3, 1–18. https://doi.org/10.1007/s41979-020-00030-2

Loura, J. & Cabrita, I. (2019). (Co)programação tangível em áreas STEM e inclusão. In A. J. Osório, M. J. Gomes, & A. L. Valente (Eds.), *Challenges 2019: Desafios da Inteligência Artificial, Artificial Intelligence Challenges* (1.ª ed., pp. 185-186). Universidade do Minho. Centro de Competência.

Loureiro, M. J., Guerra, C. V., Cabrita, I., & Moreira, F. T. (2021). Multiple Case Studies About Robotics in Compulsory Education: A Contribution to Changing Policies in Four European Countries. In M. Loureiro, A. Loureiro, & H. Gerber (Ed.), *Handbook of Research on Global Education and the Impact of Institutional Policies on Educational Technologies* (pp. 100-129). IGI Global.

Loureiro, M. J., Moreira, F. & Cabrita, I. (2020). Programação tangível: um robot português num projeto formativo (trans)nacional. In J. Bottentuit, J. Piedade., L. Wunsch e L. Medeiros (org.), *Formação no Contexto do Pensamento Computacional, da Robótica e da Inteligência Artificial na Educação*, (pp. 126-147), EDUFMA.

Loureiro, M. José, & Moreira, F. (2016). MI-GO: A friendly robot to introduce computational thinking. In *SAI 2016 STEM-ATEM-ICEM Joint International Conference - Interactions with Media: intersecting the world of language and learning on-and-offline* (Koomin university, National Research Foundation of Korea, Routeldge. Vol. 1--, Vol. -, pp. 47-50). Kookmin University.

Loureiro, M.J., Guerra, C., Cabrita, I., Moreira, F., Gonçalves, D., Queiroz, J., Costa, P. (2020). *Teachers' training handbook: tangible programming and inclusion in educational context*. UA Editora.

Moreira, F., Cabrita, I., Loureiro, M. J. & Guerra, C. (2020). *Programação tangível e a promoção do Pensamento Computacional: propostas didáticas desenvolvidas no projeto TangIn*, Revista Medi@ções, 8(2), 47-62.

Nouri, J., Zhang, L., Mannila, L. & Norén, E. (2020). Development of computational thinking, digital competence and 21st century skills when learning programming in K-9, Education Inquiry, 11:1, 1-17, DOI: 10.1080/20004508.2019.1627844.

Relkin, E., de Ruiter, L. E., & Bers, M. U. (2021). Learning to code and the acquisition of computational thinking by young children. *Computers & Education*, *169*, 104222.

Sapounidis, T., Demetriadis, S., Papadopoulos, P. M., & Stamovlasis, D. (2019). Tangible and graphical programming with experienced children: A mixed methods analysis. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *19*, 67–78. doi:10.1016/j.ijcci.2018.12.001

UNESCO. (2017). *A guide for ensuring inclusion and equity in education*. UNESCO.

Abordagens interdisciplinares: contexto pandemia COVID-19

Ana Maria Reis d'Azevedo Breda
Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações - CIDMA
ambreda@ua.pt

Catarina Maria Neto da Cruz
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Coimbra
Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações - CIDMA
cmcruz@esec.pt

Resumo

A pandemia COVID-19 veio acentuar desigualdades nas oportunidades para aprender. Vários esforços têm sido realizados para minimizar os prejuízos que daí advêm. Nesse sentido, foram recentemente estabelecidas diretrizes, a considerar nos próximos anos letivos, que se encontram descritas no documento "Apoio ao desenvolvimento das aprendizagens e ao desenvolvimento socioemocional e do bem-estar durante e pós-pandemia". Entre as várias medidas apontadas, é sugerida a colaboração entre escolas e instituições do ensino superior na criação de atividades que promovam a articulação curricular, abordagens interdisciplinares em contextos reais, bem como a formação em didáticas específicas. Neste texto são analisados recursos criados no âmbito do *workshop* "Aspetos Matemáticos da Pandemia COVID-19", integrado no Encontro *"Matemática Com Vida: Diferentes olhares sobre a Tecnologia"*, dirigido a professores dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e do Ensino Secundário. É também realizada uma reflexão sobre os contributos do *workshop* para práticas pedagógicas, visando algumas das medidas anteriormente referidas.

Palavras-chave: Formação de professores, interdisciplinaridade, pandemia COVID-19, Geometria

Introdução

A presença da Matemática nas nossas vidas é incontornável, mesmo para quem se considera pouco hábil neste domínio. Além de sermos dotados de um talento matemático inato, refletido em ações do nosso corpo, a evidência da Matemática no quotidiano não se esgota no que nos é intrínseco, estendendo-se à realidade circundante em inúmeros exemplos (e.g., Blum & Ferri, 2009; Vos, 2018). A pandemia COVID-19 veio destacar a utilidade da Matemática. Por exemplo, na difusão de dados pelos *mass media*, com a divulgação diária de números relativos a infetados, internados e mortes. No cálculo do índice de transmissibilidade, bem como no estudo e apoio de medidas de combate à propagação do vírus.

No contexto da pandemia COVID-19, a necessidade de garantir o acesso à Educação foi sentida por todo o mundo, tendo sido criados vários projetos para proteger o direito à Educação, como a plataforma de colaboração e intercâmbio "Global Education Coalition" da UNESCO (2020). Muitos estudos, nacionais e internacionais, têm refletido sobre a Educação em tempos de pandemia, apontando possíveis recursos e metodologias (e.g., Alves & Cabral, 2020; Eradze et al., 2021; Flores et al., 2021; OECD, 2021a, 2021b). Sousa et al. (2021), apresentam medidas, a considerar nos anos letivos 2021/22 e seguintes, para minimizar desigualdades nas aprendizagens dos alunos, resultantes da pandemia COVID-19. Estas medidas regem- -se por prioridades, entre as quais, práticas de ensino com recurso a meios tecnológicos digitais e "redes de colaboração para atividades educativas na escola com instituições do ensino superior diretamente ligadas à formação de professores." (Sousa et al., 2021, p.5). Sousa et al. (2021), propõem medidas consideradas emergenciais, nomeadamente: *Literacia Matemática - Recuperação e ampliação de aprendizagens baseadas num ensino exploratório*; *Articulação curricular e transversalidade - Melhoria de práticas na gestão de um currículo articulado e enriquecido*; *Formação de docentes e de lideranças escolares - Apostar numa formação contínua transformativa*, sendo recomendada a organização de sessões de formação, em didáticas específicas, em função de propostas dos formandos a partir dos seus contextos de sala de aula.

No âmbito do Encontro "Matemática Com Vida: Diferentes olhares sobre a Tecnologia", foi concebido e dinamizado o *workshop* "Aspetos Matemáticos da Pandemia COVID-19", dirigido a professores dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Estando a situação epidemiológica muito relacionada com várias áreas do saber, é natural a emergência de abordagens pedagógicas interdisciplinares neste contexto. Por exemplo, a abordagem de medidas preventivas, e seu impacto na sociedade, é uma oportunidade para trabalhar de modo integrado várias áreas, como ciências naturais e sociais, matemática, economia, áreas ligadas à comunicação, entre outras. Este *workshop* pretendeu apresentar informação sobre a pandemia COVID-19 e mostrar como é possível usá-la na criação de situações problemáticas reais, integradoras de várias áreas do conhecimento. Neste *workshop* houve também a intenção de trabalhar domínios da Matemática que, de forma usual, não são considerados no contexto da pandemia. Este texto descreve, de modo sucinto, recursos usados e reflete sobre o seu contributo para futuras práticas pedagógicas.

1. *Workshop* "Aspetos Matemáticos da Pandemia COVID-19"

1.1. Contextualização e metodologia

O *workshop* "Aspetos Matemáticos da Pandemia COVID-19", realizado à distância por videoconferência, através da plataforma Colibri (Zoom), teve a duração de três horas e contou com a participação de dez professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário. Foi seu objetivo apresentar contextos de ensino e aprendizagem, e propor atividades exploratórias, assentes em aspetos matemáticos emergentes da situação pandémica COVID-19, perspetivando uma abordagem interdisciplinar, com recurso a meios tecnológicos digitais.

O *workshop* iniciou-se com o preenchimento de um questionário individual, pelos formandos, incidindo na sua caracterização profissional, nas suas práticas pedagógicas e na sua visão sobre o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos através de situações problemáticas, envolvendo o contexto da pandemia COVID-19. A seguir, foi feita uma contextualização do *workshop*, baseada em informação e dados reais da pandemia, em particular, relacionados com a evolução do vírus (no contexto nacional e mundial) e medidas preventivas. Após a contextualização, os formandos foram distribuídos por salas simultâneas, tendo sido formados dois grupos com três elementos cada e um grupo com quatro elementos. Uma vez que, a distribuição dos formandos por salas visava a resolução de tarefas em pequeno grupo nas quais era sugerida a utilização do *software* GeoGebra, a constituição dos grupos teve em prévia consideração a existência de elementos que dominassem o *software*. Foram propostas duas tarefas, cada uma seguida de uma discussão em grande grupo. Por fim, os formandos preencheram, individualmente, um questionário final, tendo como objetivo despoletar a reflexão sobre a sua participação no *workshop*.

1.2. Análise da exploração de uma tarefa proposta no *workshop*

Uma das medidas preventivas imposta pela Direção-Geral de Saúde, durante um determinado período da pandemia, foi o distanciamento social (DS), correspondente a uma distância mínima de dois metros entre duas pessoas.

Na Figura 1 é apresentada uma das tarefas propostas no *workshop* e que incidiu sobre esta medida. Na tarefa, a sigla "DSM" representa a distância social mínima, isto é, considerando um conjunto de pessoas, a DSM corresponde ao menor valor possível para a soma das medidas das distâncias entre as pessoas, cumprindo o DS.

Tarefa 1

1. Tenha em consideração o diálogo entre a Maria e a Joana durante o recreio da manhã.

- Joana, estamos o mais próximo possível uma da outra, cumprindo a regra da DGS sobre o DSM. Quando chegar o Carlos, para que esteja o mais próximo das duas, ele só pode escolher dois lugares.

- Maria, não concordo contigo! É claro que há muitos mais lugares que o Carlos pode escolher.

1.1. Quem tem razão? Porquê?

1.2. Ligando, por segmentos de reta, as posições (DSM) ocupadas pelos 3 amigos, obtemos um polígono. De que polígono se trata? Caracterize-o.

1.3. Fixadas posições (DSM) para os 3 amigos, eis que chega um quarto amigo, o Henrique.

(a) Quantas posições (DSM) pode ocupar o Henrique?

(b) Podemos unir as posições (DSM) dos 4 amigos por forma a construir um polígono. De que polígono se trata? Caracterize-o.

1.4. Fixadas posições (DSM) dos 4 amigos, eis que chega um quinto amigo, o Daniel.

(a) Quantas posições pode ocupar o Daniel de modo a cumprir a regra do DSM?

(b) Fixadas posições (DSM) para os 5 amigos, podemos construir um polígono. De que polígono se trata? Caracterize-o.

1.5. Fixadas as posições (DSM) dos 5 amigos, chega um sexto, o Joaquim.

(a) Conjeture o número de posições (DSM) que pode ocupar o Joaquim? Averigue se a sua conjetura é verdadeira.

(b) Que tipo(s) de polígono(s) pode(m) ser construído(s) quando se fixam posições DSM para os 6 amigos.

(c) Qual das configurações é mais eficiente?

Figura 1. Tarefa 1

Os grupos resolveram a tarefa autonomamente. Durante a apresentação e discussão das resoluções, verificou-se que todos os grupos se sustentaram no conhecimento de propriedades de formas geométricas planas e utilizaram o *software* GeoGebra para identificarem possíveis posições para os amigos. Um dos grupos apresentou as construções relativas às Figuras 2, 3, 4 e 5 como resultados das suas propostas. Na generalidade, a caracterização dos polígonos, cujos vértices correspondem às posições dos amigos, incidiu na descrição de algumas das suas propriedades. Não foi considerado, por exemplo, o princípio mínimo das definições sugerido por Winicki-Landman e Leinkin (2000), no qual o conjunto de condições necessárias e suficientes que os caracterizam/definem é mínimo, embora não lhes tivesse sido pedido.

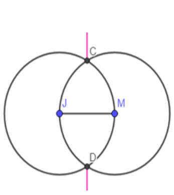


Figura 2. Questão 1.1

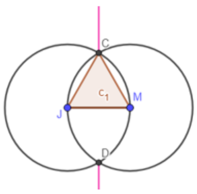


Figura 3. Questão 1. 2

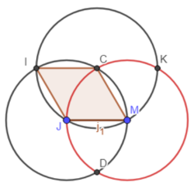


Figura 4. Questão 1. 3

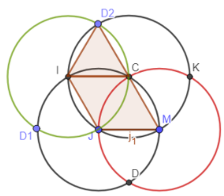


Figura 5. Questão 1. 4

Na questão 1.5, um dos grupos apresentou a configuração da Figura 6, referindo que o Joaquim poderia ocupar as posições indicadas pelos pontos Q, Q2, K, D e D1, gerando, mediante a posição escolhida, diferentes polígonos. No entanto, esse mesmo grupo não diferenciou (provavelmente, por falta de tempo) as configurações quanto à sua eficiência em termos de DSM. Ao contrário das situações anteriores, as diferentes configurações obtidas mediante a posição do Joaquim (Figuras 7, 8 e 9), são distintas em termos de eficiência do DSM, sendo a soma das medidas das distâncias do Joaquim a cada um dos amigos: 12 + β, na configuração da Figura 7; 8 + 2 β, na configuração da Figura 8; 8 + β + δ, na configuração da Figura 9; sendo β a medida do comprimento da maior diagonal de qualquer paralelogramo congruente com o

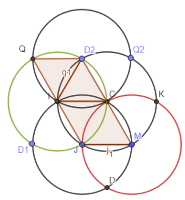


Figura 6. Questão 1. 5

paralelogramo cujos vértices estão nas posições da Joana, do Henrique, do Joaquim e do Carlos, na Figura 7; δ a medida do comprimento da maior diagonal do paralelogramo cujos vértices correspondem às posições da Joana, do Daniel, do Joaquim e do Carlos, na Figura 9.

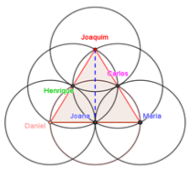


Figura 7. As posições geram um triângulo equilátero

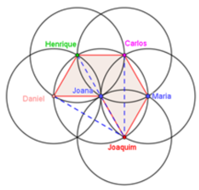


Figura 8. As posições geram um hexágono côncavo

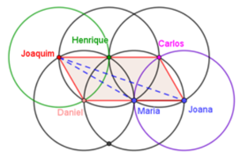


Figura 9. As posições geram um paralelogramo

Uma vez que, $2 < \beta < 4$ e $\delta > \beta$, conclui-se que a configuração hexagonal é a mais eficiente em termos de DSM. Esta conclusão contradiz uma possível conjetura apresentada como resposta à alínea a), no caso de se considerar a configuração apresentada na Figura 6 como a mais eficiente. A ideia de que *dado um número n de amigos, cujas posições estão fixadas, o número de possíveis posições para um novo elemento que se junta ao grupo, cumprindo o DSM, é n -1*, é refutada tendo em conta a análise anterior.

2. Possíveis contributos do *workshop* para práticas em sala de aula

As tarefas propostas no *workshop* foram exploradas sob o ponto de vista da Matemática, estando-lhes, no entanto, subjacentes outras áreas do conhecimento, e, portanto, apresentando-se como abordagens interdisciplinares, promotoras de articulação entre docentes de diferentes disciplinas. Uma das intenções do questionário inicial era ter uma perceção das práticas pedagógicas dos formandos. Na sua maioria, os formandos apontaram como dificuldades sentidas na dinamização de práticas interdisciplinares em contextos reais: a *dificuldade em trabalhar outras áreas de conhecimento envolvidas*; o *tempo que este tipo de atividades exige*; e a *dificuldade em colaborar com docentes de outras áreas disciplinares*. Na reflexão sobre a sua participação no *workshop*, os formandos mostraram interesse em promover nas suas aulas práticas integradoras de diferentes domínios matemáticos, bem como de diferentes áreas, em contextos reais. Quanto às suas expetativas relativas ao *workshop*, a maioria dos formandos considerou as tarefas propostas interessantes, realçando o facto de a abordagem matemática envolvendo o contexto da pandemia COVID-19, incidir num domínio não expetável, o da Geometria. Na generalidade, os formandos revelaram interesse em frequentar ações de formação com o propósito de explorar situações reais como possíveis contextos na criação de situações problemáticas, integradoras de várias áreas do conhecimento.

3. Conclusões

Sousa et al. (2021) sugerem a colaboração entre escolas e instituições do ensino superior, ligadas à formação de professores, na criação de atividades educativas que promovam articulação curricular e transversalidade. Assim, propõem a oferta de formação em didáticas específicas, em função de propostas dos formandos e dos seus contextos de sala de aula. Este *workshop* tentou, em certa medida, corresponder a algumas dessas recomendações. Entre as medidas emergenciais apontadas por Sousa et al. (2021), é referida a necessidade de formação para professores que os auxiliem na preparação de atividades assentes em abordagens interdisciplinares, em contextos reais. Duas das dificuldades mencionadas pelos formandos na exequibilidade deste tipo de práticas, foram a falta de conhecimento de outras áreas do saber e a dificuldade em trabalhar articuladamente com docentes de outras áreas disciplinares. Assim, sugere-se a oferta de ações cujos dinamizadores tenham formação em domínios do conhecimento diferenciados e os formandos sejam professores de diferentes áreas disciplinares.

4. Agradecimentos

Este trabalho insere-se nas atividades da Linha Temática GEOMETRIX e foi realizado com o suporte financeiro da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) com as referências UIDB/MAT/04106/2020 (CIDMA).

5. Referências

Alves, J., & Cabral, I. (Eds.) (2020). *Ensinar e aprender em tempo de COVID 19: entre o caos e a redenção*. Faculdade de Educação e Psicologia da Universidade Católica Portuguesa. https://www.dge.mec.pt/noticias/e-book-ensinar-e-aprender-em-tempo-de-covid-19-entre-o-caos-e-redencao

Blum, W., & Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45-58.

Eradze et al. (2021). Theorising on covid-19 educational emergency: magnifying glasses for the field of educational technology. *Learning Media and Technology*, 1-16.

Flores et al. (2021). Ensinar em tempos de COVID-19: um estudo com professores dos ensinos básico e secundário em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação*, *34*(1), 5-27.

OECD (2021a). *Education at a Glance 2021 - OECD INDICATORS*. https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/

OECD (2021b). *The state of school education. One year into COVID pandemic. Preliminary results.* https://www.oecd-ilibrary.org/education/the-state-of-school-education_201dde84-e

Sousa, D. et al. (2021). *Apoio ao Desenvolvimento das Aprendizagens e ao Desenvolvimento Socioemocional e do Bem-Estar durante e pós-Pandemia*. GE/PNPSE - Ministério da Educação.

https://escolamais.dge.mec.pt/sites/default/files/2021-10/RelatorioGrupoTrabalhoDespacho38662021.pdf

UNESCO. (2020). *Global Education Coalition.* https://en.unesco.org/covid19/educationresponse/globalcoalition

Vos, P. (2018). "How Real People Really Need Mathematics in the Real World"—Authenticity in Mathematics Education. *Educ. Sci.*, *8*(195), 1-14.

Winicki-Landman, G., & Leikin, R. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. *For the Learning of Mathematics*, *20(1)*, 17-21.

Resolução de Problemas com Recurso à Tecnologia

Teresa Neto
Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
teresaneto@ua.pt
https://orcid.org/0000-0001-9002-2155

Vanda Santos
Universidade de Aveiro
Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
vandasantos@ua.pt
https://orcid.org/0000-0002-3953-6123

Alexandra Rodrigues
Universidade de Aveiro
Departamento de Educação e Psicologia
alexandra.rodrigues@ua.pt

Resumo

A tecnologia tem sido considerada um recurso didático e é cada vez mais usada para proporcionar, a alunos dos ensinos básico e secundário, experiências dinâmicas de aprendizagem da matemática. Em especial, temos atualmente vários tipos de recursos tecnológicos para o ensino da matemática, como por exemplo, *softwares* de geometria dinâmica e calculadoras gráficas. O objetivo deste *workshop* é resolver problemas, com recurso a ecossistemas da *TI-NSPIRE*, na exploração de conceitos matemáticos, segundo uma abordagem *STEAM* (*Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics*), atendendo a que a tecnologia e a matemática têm uma influência grande e crescente em muitos aspetos da sociedade.

Palavras-chave: Problemas; Modelação; *STEAM; Softwares* de Geometria Dinâmica; Calculadoras Gráficas.

1. Contextualização

Uma abordagem interdisciplinar é uma boa metodologia para os alunos atingiram os "novos" objetivos para a sustentabilidade social, cultural, económica e ambiental de Portugal e do Mundo (Lew, 2019). A tecnologia tem sido considerada um recurso didático e é cada vez mais usada para proporcionar experiências dinâmicas de aprendizagem da matemática a alunos *dos ensinos* básico e secundário. Em especial, temos atualmente vários tipos de recursos tecnológicos para o ensino da matemática, como por exemplo o software GeoGebra, a Calculadora Gráfica, entre outros.

No contexto de uma abordagem interdisciplinar, a abordagem STEAM (Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics) tem merecido uma atenção especial em diversos países, pelo facto de constituir uma forma de envolver todos alunos em atividades criativas e apelativas. Nesta abordagem o foco principal são as aprendizagens contextualizadas, através da resolução de problemas do mundo real (Quigley & Herro, 2019).

Nos currículos de matemática em Portugal, as Aprendizagens Essenciais (AE), (Despacho n.º 8209/2021, de 19 de agosto) preveem a articulação no que diz respeito às áreas de conhecimento, de forma a promoverem práticas de trabalho autónomo, colaborativo e de carácter interdisciplinar. Nesse sentido, torna-se imperativo desenvolver práticas de ensino apoiadas na resolução de problemas reais e com recurso à tecnologia.

Descrição do *workshop*: objetivos e tópicos abordados

O objetivo deste workshop é implementar algumas atividades práticas que visem a análise e reflexão do contributo da resolução de problemas que envolvem ecossistemas da *TI-NSPIRE*, na exploração de conceitos matemáticos, segundo uma abordagem STEAM (*Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics*), atendendo a que a tecnologia e a matemática têm uma influência grande e crescente em muitos aspetos da sociedade.

No *workshop* realizado, deu-se a conhecer o "Modelo STEAM" modelo de educação interdisciplinar que enfatiza a convergência dos conhecimentos de matemática, ciência, tecnologia e engenharia, bem como o sentido artístico (Lew, 2019). Seguiu-se uma discussão/reflexão sobre o papel da tecnologia para uma educação interdisciplinar.

Após a apresentação do workshop *e a discussão/reflexão sobre o modelo STEAM, foram resolvidos três problemas, envolvendo modelação matemática. O primeiro problema sob o título "Variação da intensidade da luz com a profundidade das águas do mar"* (adaptado de Keller, 1998), teve os seguintes recursos: *Guião de utilização da TI-nspireCX II-T; TI-nspireCX II-T virtual. Considerando que o* workshop foi realizado online, não foi possível fazer a recolha de dados, em situação simulada, foi dada uma tabela de valores, relacionando a intensidade da luz do sol com a variação da profundidade das águas do mar, valores esses que foram objeto de análise e elaboração de um modelo matemático. De seguida é apresentado o enunciado do problema e solução esperada, desenvolvida e discutida com os professores participantes.

Problema 1: 1.ª Parte - A intensidade da luz varia à medida que a profundidade das águas do mar aumenta. Faça *uma possível representação gráfica da relação (profundidade, intensidade da luz). Se I(d) representa a intensidade da luz a uma profundidade de d pés, o que representa a expressão I(10) – I(9)? Qual será a diferença entre os valores das expressões I(10)- I(9) e I(9) –I(8)? Interprete esses valores á luz da situação apresentada.*

2.ª Parte: Experiência – Recurso ao CBL (Calculator Based Laboratory)

Para realizar a simulação da situação referida pode recorrer-se a folhas de acetato translúcido e ao CBL, com um sensor de luz), cada folha de acetato, colocada sobre o sensor de luz, representa o "aumento de profundidade" (em pés). Vamos investigar de que maneira a intensidade da luz varia com a profundidade das águas do mar. Considerando a impossibilidade de realizar a experiência no workshop, foi dada a tabela 1 de valores registados durante uma experiência. Represente e analise os dados relativos às variáveis, profundidade, intensidade de luz. Qual o modelo matemático que melhor traduz a variação da intensidade da luz com a profundidade das águas do mar.

Tabela 1. Valores da intensidade da luz em função da profundidade

Profundidade	**Intensidade da luz (d)**	**I(d+1) – I(d)**
0	0.810	-0.338
1	0.472	-0.230
2	0.242	-0.088
3	0.154	-0.065

4	0.089	-0.035
5	0.054	-0.023
6	0.031	-0.014
7	0.017	-0.009
8	0.008	

Materiais/ Recursos: TI-nspireCX II-T.

Solução esperada: O valor I(7) – I(6) representa a variação da intensidade da luz entre os 7 pés e 6 pés de profundidade. O valor I(8) – I(7) é mais próximo de zero do que I(7) – I(6). A intensidade da luz a 8 pés é uma fração da intensidade da luz a 7 pés. A função I(d) é uma função exponencial decrescente, cuja expressão designatória da função é a que consta ao lado no cenário da calculadora gráfica da figura 1.

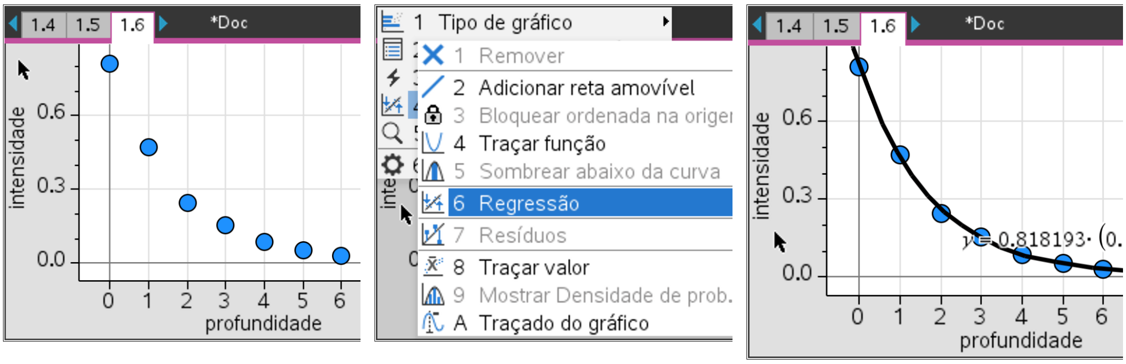
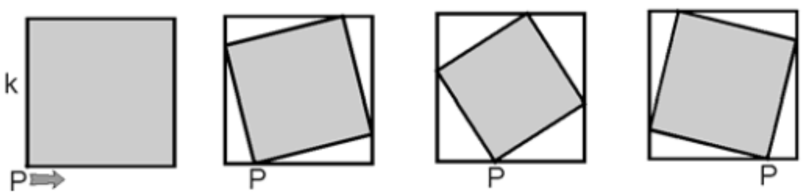


Figura 1. Modelo matemático

O segundo problema (adaptado de *Loureiro, Oliveira, Ralha, & Bastos, 1997)* também foi explorado com recurso a um *guião de utilização da TI-nspireCX II-T* e *à TI-nspireCX II-T virtual*.

Problema 2: Observando as figuras, e sem fazer cálculos, faz um esboço de um gráfico que traduza a variação da área em função do deslocamento de Q.



Define analiticamente a função e confirma o gráfico que esboçaste. Quando é que a área é mínima? Quando é que é máxima? Qual é o contradomínio? Há deslocamentos diferentes que deem origem a quadrados com áreas iguais?

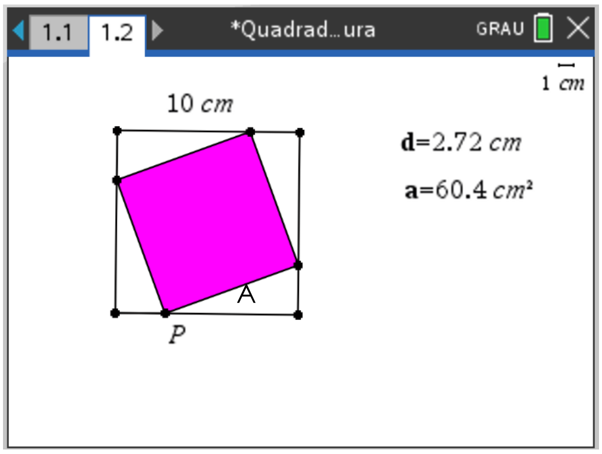
Solução esperada: 1.ª Parte – Construção da figura no ambiente de Geometria da Calculadora Gráfica TI-nspireCX II-T.

1 – Construir o quadrado exterior com 10 cm de lado.

2 – Marcar um ponto P num dos lados do quadrado.

3 – Contruir o quadrado interno, sendo P um dos vértices desse quadrado.

4 – Calcular a distância entre o ponto A e o ponto P e a área do quadrado interno e guardá-las como variáveis.



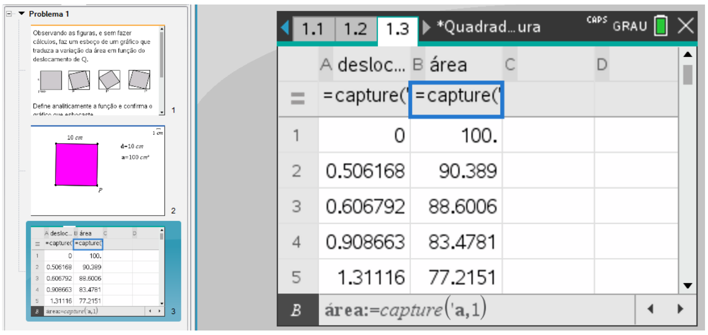
2.ª Parte – Capturar dos dados da figura construída

1 – Adicionar uma página de **Listas e Folha de Cálculo**.

2 - Fazer captura dos dados da medida do deslocamento do ponto P de forma automática: **ctrl+Menu + 8. Captura de dados + 1. Automática.**

3 – Repetir o processo para capturar os dados da medida da área do quadrado interno na coluna B da folha de cálculo.

4 – Voltar à folha de Geometria e movimentar o ponto P (os dados automaticamente serão armazenados na Folha de cálculo).

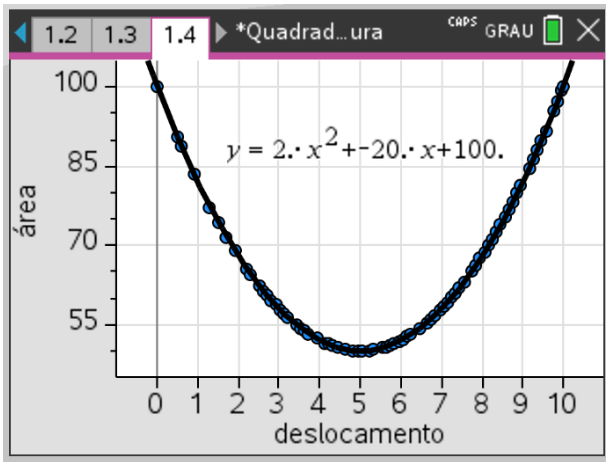


3.ª Parte: Modelar os dados capturados

1 – Adicionar uma página de **Dados e Estatística**

2 – Organizar os dados no referencial e averiguar qual a regressão que melhor modela os dados.

3 – Usar a expressão encontrada para responder às questões colocadas. Recorrer à página de **Gráficos** para fazer a sua análise.



Finalmente resolveu-se um terceiro problema, estabelecendo ligação com a arquitetura de uma ponte na Austrália (https://www.flickr.com/photos/goosmurf/3001997390/sizes/s), e foi solicitado que a partir da fotografia da ponte e com recurso ao *software* GeoGebra se ajustasse a representação gráfica de uma função com a ferramenta de regressão, a partir de pontos sobre a imagem da curvatura da ponte, tal como se ilustra na figura 2A. Os formandos verificaram que quantos mais pontos colocarem na imagem melhor seria o ajuste da representação gráfica da função modelo da situação. Numa segunda abordagem o ajuste foi feito usando o comando Regressão Polinomial(**l1**, 2), onde **l1** é a lista de pontos e o 2 é o grau do polinómio (figura 2B).

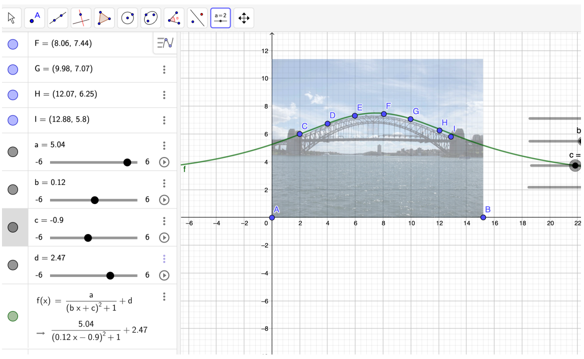


Figura 2A. Imagem da ponte (1.ª abordagem)

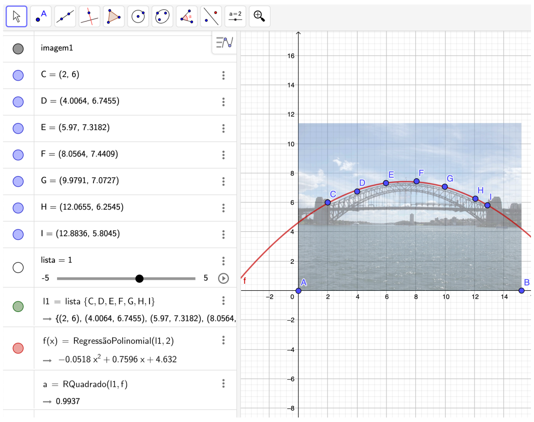


Figura 2B. Imagem da ponte (2.ª abordagem)

Considerações finais

Os formandos demonstraram um elevado nível de motivação e envolvimento na resolução dos problemas propostas. Refira-se, ainda, que cada problema foi objeto de uma reflexão conjunta a qual se apresenta de seguida.

No problema 1 entende-se a modelação matemática, como um processo que tem origem num fragmento da realidade e que culmina na determinação de um modelo matemático representativo do fenómeno real, sendo um meio para integrar dois conjuntos disjuntos: matemática e realidade (Biembengut & Hein, 2007). Este problema envolve uma situação próxima de muitos alunos no contexto português que permite, com recurso à tecnologia, chegar a um modelo matemático, a função exponencial. Proporciona, ainda, um contexto para o estudo da função exponencial, a função real de variável real definida por f(x)= a^x, com x um número racional e a> 0, quer numa primeira abordagem do estudo desta função, quer com o objetivo da integração de conhecimentos sobre a mesma. Deve ser feito o reconhecimento das suas aplicações em situações reais, referindo-se a ligação com a Lei de Beer Lambert, tema este abordado noutras disciplinas do currículo do Ensino Secundário.

No problema 2, a modelação surge como um processo relevante para desenvolver ambientes de investigação em sala de aula que privilegiem a construção e aplicação dos conceitos matemáticos (Costa, 2009). O problema proposto engloba conceitos de geometria, álgebra e funções e utiliza vários ambientes da tecnologia TI-Nspire para a sua resolução. Para além da construção da figura, que implica conhecimentos de geometria, pretende-se depois utilizar a figura numa tarefa de modelação e ainda proceder ao estudo do gráfico da função.

No problema 3, a modelação geralmente requer que se escreva uma função adequada para ajustar um determinado conjunto de pontos/dados. Em muitos casos, o mesmo tipo básico de função pode ser descrito e parametrizado de diferentes maneiras, dependendo do que é apropriado para uma situação particular. Este problema é seguido por algumas tarefas simples de modelação, como fazer com que ajustem funções adequadas a diferentes formatos de objetos em fotos, por exemplo. Na imagem da Ponte, mostrada na Figura 2 pode ser modelada com funções quadráticas. A parte inferior da ponte funciona melhor para isso do que a parte superior, que visivelmente se desvia de uma função quadrática em direção às extremidades (Dos Santos Dos Santos, Silveira & Trocado, 2019; Mousoulides, 2011).

O tempo destinado à apresentação do *workshop* e a discussão/reflexão sobre o modelo STEAM foi de 20 minutos e a resolução dos problemas propostos foi de 60 minutos os dois primeiros problemas e de 40 minutos o último.

A avaliação que os formandos fizeram da sessão foi muito positiva e mostraram-se motivados em implementar os problemas aqui apresentados nas suas aulas.

Agradecimentos

Trabalho suportado financeiramente por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., sob o projeto UIDB/00194/2020. A segunda autora também é financiada por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito da celebração do contrato-programa previsto nos números 4, 5 e 6 do art. 23.º do D.L. n.º 57/2016, de 29 de agosto, alterado pela Lei n.º 57/2017, de 19 de julho.

Referências

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2007). Modelling in Engineering: Advantages and Difficulties. *In International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Application*, 12 (pp. 415-423). Horwood Publishing.

Costa, H. R. (2009) A modelagem matemática através de conceitos científicos. *Ciência & Cognição, 14*(1), 114-133. http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v14_3/m197.pdf

Direção-Geral da Educação (DGE). (2021). Aprendizagens essenciais - Articulação com o perfil dos alunos - Ensino básico – Matemática. Direção-Geral da Educação, Lisboa.

Dos Santos Dos Santos, J. M., Silveira, A., & Trocado, A. (2019). GeoGebra e situações que envolvem modelação numa abordagem STEAM. arXiv preprint arXiv:1907.02099

Keller, B.(1998). Shedding Light on the Subject. The Mathematics Teachers, 91(9), 756–767, The National Council of Teachers of Mathematics. DOI: https://doi.org/10.5951/MT.91.9.0756

Lew, H.C. (2019). Suggesting Interdisciplinary Teacher Education for the Fourth Industrial Revolution. Paper presented at the 7th SEAMEO-Tsukuba Conference (Tokyo, 2019.2)

Loureiro, C., Oliveira, A. F., Ralha, E. & Bastos, R. (1997). Geometria: 10.º ano de escolaridade. Ministério da Educação.

Mousoulides N.G. (2011) Geogebra as a Conceptual Tool for Modeling Real World Problems. In: Bu L., Schoen R. (eds) Model-Centered Learning. Modeling and Simulations for Learning and Instruction, vol 6. SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6091-618-2_8

Quigley, C. F., & Herro, D. (2019). An educator´s guide to STEAM. Engaging students using real-world problems. New York: Teachers College Press. 153 pp.

A construção de significados matemáticos pela Realidade Aumentada

Magda Pereira
Agrupamento de Escolas Álvaro Coutinho, o Magriço
magdanunespereira@gmail.com

Artur Coelho
CIDTFF – Universidade de Aveiro
artur.coelho@ua.pt
ORCID ID 0000-0001-8807-9339

Resumo

As Tecnologias Digitais podem constituir-se um propósito para os alunos aprenderem Matemática e, simultaneamente, promover a sua aprendizagem por favorecerem a compreensão dos conceitos mais abstratos através de oportunidades de mediação na conjetura, na explicação, na verificação e na prova. Devemos, ainda, considerar o seu impacto no desenvolvimento de capacidades de nível superior como a criatividade ou o pensamento crítico e, concomitantemente, na literacia digital, essencial à vida de um cidadão na sociedade da informação.
A exploração de tarefas matemáticas com recurso à Realidade Aumentada [RA] em Ambientes Dinâmicos de Matemática Dinâmica [ADMD] proporciona aos alunos e aos professores a possibilidade de (re)significarem entes matemáticos tirando partido de um novo registo de representações. O sistema preserva suscetibilidade à manipulação dinâmica, em tempo real, dos vários elementos e parâmetros associados aos objetos do mundo real. Este processo de construção de significados é trifásico. Numa primeira fase, o aluno começa por observar o mundo real; em seguida, enriquece-o com informação contextualizada, disponibilizada na camada virtual gerada por computador e, posteriormente, modela e explora os significados que construiu, transformando-os e convertendo-os em estruturados e genéricos. Desta forma, a aprendizagem é intencionalmente mediada pelo professor e pelas tarefas RA em ADMDs contribuindo, assim, para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e para a sua compreensão do mundo.
Este artigo foca-se em algumas potencialidades da utilização, na aula de Matemática, da Realidade Aumentada em GeoGebra, através da exploração de tarefas alicerçadas no mundo real e usadas como instrumentos de mediação para alcançar os objetivos didáticos do professor.

Palavras-chave: Aprendizagem; Realidade Aumentada; Ambientes Dinâmicos de Matemática Dinâmica; GeoGebra

Introdução

Despertar a curiosidade dos alunos e criar um ambiente de envolvimento e participação na aula por forma a garantir que os alunos se motivem, queiram aprender e construam significados matemáticos é um dos grandes desafios colocados ao professor no seu dia-a-dia.

A democratização na utilização de *smartphones* com elevadas capacidades de processamento abriu novas oportunidades à utilização de Ambientes de Matemática Dinâmica em conjugação com a Realidade Aumentada, desenvolvendo nos alunos a perceção de presença e interatividade (Bhagat & Chang, 2015).

A experiência geométrica com tarefas abertas que conjugam ADMDs, RA e mediação do professor permite a preparação dos alunos para um trabalho matemático profundo, porque se tornam explícitas novas representações desconhecidas evoluindo-se, gradualmente, em estruturação de significados e facilitando-se os próprios processos de aprendizagem e, em particular, de resolução de problemas.

Decorrente da *workshop* "A construção de significados matemáticos pela Realidade Aumentada" no Encontro Matemática com Vida – Diferentes Olhares Sobre a Tecnologia, organizado pela Universidade de Aveiro, apresentamos a exploração de uma tarefa através das representações originadas pelo binómio RA-GeoGebra.

1. Modelação matemática do "mundo real": a via digital

Na escola, cada aluno deve aprender conceitos essenciais para compreender o mundo e experimentar alegria, admiração e beleza na matemática. Construir ambientes de aprendizagem capazes de desenvolver eficazmente o potencial de cada aluno carece de mudanças na forma de comunicar, interagir e explorar o mundo (Coelho & Cabrita, 2017).

Envolver e incluir os alunos em trabalho de grupo colaborativo e ligar a matemática às suas vidas e ao mundo nem sempre é tarefa fácil para o professor. Usualmente, o ingrediente que falta na sala de aula é permitir que os alunos desenvolvam os seus próprios projetos dando-lhes, assim, a oportunidade de se poderem afirmar como indivíduos, ajudando-os a formar e desenvolver as suas identidades matemáticas (Moore & Rimbey, 2021). Complementarmente, é muito importante que uma tarefa seja usada na aula de matemática como um meio para realizar algo e como um instrumento de mediação para alcançar um objetivo didático do professor. As tarefas abertas que apelam à experimentação e à gradual estruturação de significados, incentivando os alunos ao livre uso de representações, induzem-nos a recuperar significados que vão construindo e, ao longo da resolução, serem estimulados e intrinsecamente conduzidos pelo professor a construírem novos significados que estruturem e sintetizem os anteriores, dando especial ênfase às ideias que vão comunicando neste processo (Pereira, 2016).

Neste âmbito, sintetizamos a mediação didática de uma das tarefas que explorámos no encontro referido acima.

2. Caso Prático: o baú das revistas

O objetivo pedagógico desta tarefa é dar aos alunos a oportunidade de, a partir de um objeto real em 3D, construírem virtualmente uma composição de sólidos que pode ser explorada geométrica ou algebricamente. Perante o baú para revistas (Figura 1), começamos por pedir aos alunos que façam uma questão ou afirmação relacionada com o que veem.

Figura 1. Baú das revistas com o registo da medida do comprimento e da largura do retângulo da base

Qualquer resposta é válida, desde "Que baú tão estranho!" ou "O que será que está lá dentro?" O professor pode começar por tentar responder ao máximo de questões/afirmações que conseguir e selecionar as que encaminhem a heurística para estimativas intencionais, solicitando aos alunos que façam a medição, com uma régua, do comprimento da base e da largura do baú.

É importante que os alunos determinem, pelo menos, uma dimensão com uma régua sobre o objeto (a altura ou um comprimento), pois essa experimentação permitirá a exploração de outros parâmetros na construção de um modelo matemático que descreva, por exemplo, um cilindro "inscrito" num paralelepípedo.

A aplicação Gráfico GeoGebra 3D (GeoGebra para dispositivos Android[12]) permite a construção de modelos tridimensionais durante a realização das tarefas. Por questões que se relacionam com a facilidade de manipulação, para este efeito, recomenda-se utilizar o GeoGebra para PC e guardá-lo na plataforma GeoGebra. Depois, durante a exploração em RA, é possível sincronizar a APP do *smartphone* com a plataforma e aceder facilmente a estes recursos centrando, assim, a nossa ação na exploração dos parâmetros que aproximem o mais possível o nosso modelo algébrico ou geométrico ao objeto real, ou a perspetivas matemáticas que queiramos explorar. Também é importante que os alunos estabeleçam um referencial para o nível do zoom da aplicação e, consequentemente, definam uma escala para o modelo.

Depois de observar e discutir com os alunos uma possível "composição" de sólidos geométricos que se assemelhe ao baú, iniciamos a construção no GeoGebra para PC. Nesta fase, devem ser tomadas as primeiras decisões em função do número e natureza das informações resultantes das medições efetuadas inicialmente no objeto real.

Fazendo a opção da "inscrição" de um cilindro num um paralelepípedo, o "prisma" pode ser obtido através de diferentes processos – por exploração tridimensional das coordenadas dos pontos e subsequente definição de segmentos de reta e polígonos que o constituem (não sendo tecnicamente um prisma do ponto de vista de um objeto do GeoGebra, neste caso funciona como tal) ou por extrusão a partir de um polígono (base). Os parâmetros do cilindro – coordenadas do centro, valor do raio e altura – estão dependentes do paralelepípedo (Figura 2).

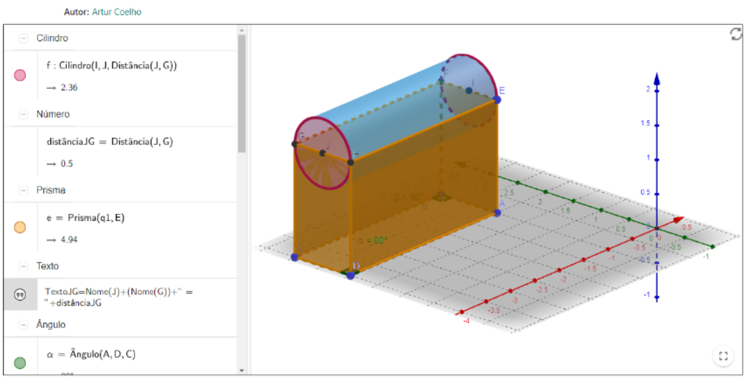


Figura 2. Construção de uma composição de sólidos geométricos que se assemelhe ao objeto real no GeoGebra para PC

Note-se que os conceitos a abordar nesta fase dependem do ano curricular em que está a ser trabalhada a tarefa. Depois de construir um modelo aproximado, se o *smartphone* o suportar, aparece na APP um ícone no canto inferior direito que, depois de pressionado, coloca o GeoGebra em modo RA. Em seguida, deve-se movimentar

[12] Em IOS encontra-se sob a designação *GeoGebra Augmented Reality*

lentamente o dispositivo de forma que o sistema detete a superfície sobre a qual colocaremos o modelo matemático construído no GeoGebra para PC. Se este passo for bem-sucedido, obtém-se uma malha triangular azul e um retículo quadrado que indica o sítio exato onde será colocado o modelo “no mundo real” (tocar no retículo).

Agora, ajusta-se o zoom da aplicação para fazer corresponder o comprimento e largura do modelo (28 cm e 20 cm respetivamente). Observe-se, na figura seguinte, no canto inferior direito, a escala do modelo (Figura 3).

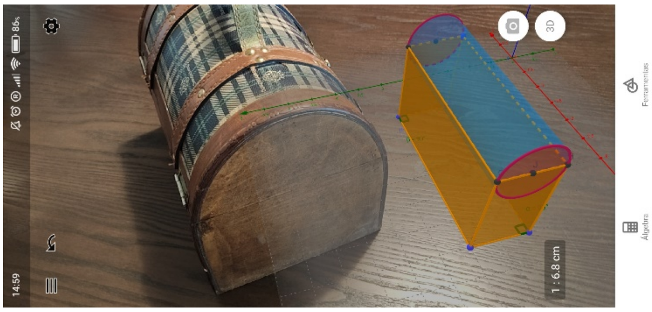


Figura 3. Primeira comparação “in situ” do modelo com o objeto real na APP para smartphone

Esta informação, no contexto do raciocínio proporcional, permite descobrir o valor da altura do prisma e, assim, manipular este parâmetro para conseguir uma correspondência mais aproximada entre os dois modelos (Figura 4). Esta manipulação pode ser feita “em tempo real” na APP do *smartphone* com resultados visíveis imediatos ou, se a complexidade do modelo o requerer, no GeoGebra para PC, com sincronização posterior via plataforma.

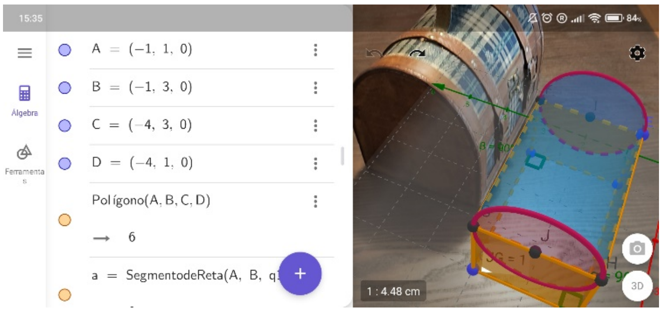


Figura 4. Ajuste do modelo com o objeto real na aplicação móvel

Através de experimentações sucessivas, mediadas pelo professor, o modelo deverá aproximar-se cada vez mais do objeto real. Cada etapa pode apresentar problemas diferentes que requerem abordagens específicas nas quais se mobilizam os conceitos necessários: localizar as coordenadas dos vértices do prisma; determinar a sua altura, usando raciocínio proporcional; “inscrever” o cilindro descobrindo as coordenadas do centro e o valor do raio e a sua altura; determinar distâncias e coordenadas dos pontos médios, etc.

Chegados a esta fase, é possível observar o modelo “in situ” desde qualquer ângulo ou perspetiva, incluindo desde o seu interior, deslocando apenas o *smartphone* para essa posição (Figura 5).

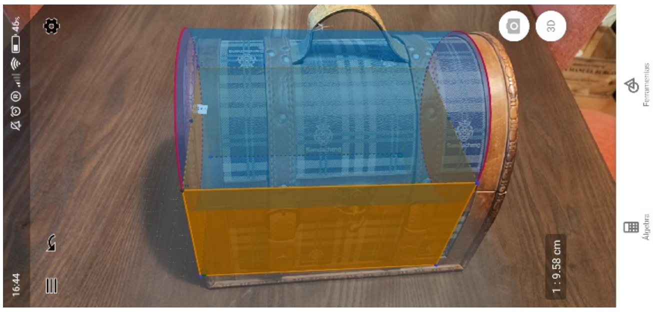


Figura 5. Sobreposição do modelo com o objeto real na aplicação móvel

Explorações e expansões complementares podem emergir das discussões com os alunos, por exemplo envolvendo áreas e volumes.

Para além da exploração geométrica, a utilização do GeoGebra com Realidade Aumentada promove, também, o raciocínio matemático dos alunos e o gradual desenvolvimento do sentido de símbolo algébrico.

3. Conclusões

A aprendizagem da Matemática pela Realidade Aumentada permite a exploração de tarefas do "mundo real", podendo as relações espaciais ser melhor entendidas através de um trabalho direto num ambiente 3D, com "manipulação" dos objetos em tempo real, tal como foi explorado no Encontro Matemática com Vida – Diferentes Olhares Sobre a Tecnologia, organizado pela Universidade de Aveiro, na *workshop* "A construção de significados matemáticos pela Realidade Aumentada"

Esta abordagem funciona como um novo referencial de representações, que permite ao aluno (re)significar e modelar matematicamente a realidade, partindo da perceção de contextos concretos e estabelecendo, gradualmente, significados e relações matemáticas genéricas e estruturadas.

Complementarmente, com a utilização destas tecnologias, criam-se excelentes oportunidades para desenvolver a atenção e a predisposição dos alunos para aprenderem matemática, desenvolvendo, em simultâneo, quer a sua literacia digital, quer a dos professores – fundamental para a compreensão matemática do mundo e expansão profissional.

4. Referências

Bhagat, K. K., & Chang, C. Y. (2015). Incorporating GeoGebra into geometry learning-A lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(1), 77–86. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1307a

Coelho, A., & Cabrita, I. (2017). Creativity Enhanced by Technological Mediation in Exploratory Mathematical Contexts. In Ó. Mealha, M. Divitini, & M. Rehm (Eds.), *Citizen, Territory and Technologies: Smart Learning Contexts and Practices* (pp. 19–30). https://doi.org/10.1007/978-3-319-61322-2

Moore, S.D., & Rimbey, K. (2021). Mastering Math Manipulatives, Grades 4-8: Hands-On and Virtual Activities for Building and Connecting Mathematical Ideas. Corwin Press.

Pereira, M. (2016). Um Método de Ensino com Tarefas para Mediar Significados em Matemática. Tese de Doutoramento. Covilhã: Universidade da Beira Interior.

A jogar se aprende a primitivar

Carlos Monteiro
Agrupamento de Escolas D. Sancho II, Alijó
cjpmonteiro@gmail.com
ORCID: 0000-0002-6482-5541

Cecília Costa
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores
mcosta@utad.pt
ORCID: 0000-0002-9962-562X

Resumo

O cálculo diferencial e integral é considerado uma das maiores invenções da matemática. Ocupa, habitualmente, pelo menos um semestre em todos os cursos de ciências, tecnologia, engenharia e matemática (STEM), sendo sabido que os alunos sentem grandes dificuldades neste tema. No Ensino Secundário está previsto nas metas curriculares uma primeira abordagem a este assunto onde apenas é tratado o método mais simples de primitivação. Dotar os futuros alunos universitários desta ferramenta é assim, uma oportunidade a não descurar. Neste workshop apresentaram-se jogos para melhorar a memória e a proficiência no cálculo de primitivas, desenvolvidos pelo dinamizador. Os participantes foram desafiados a jogá-los e recolhidos os seus contributos. A reação dos formandos foi muito positiva.

Palavras-chave: Primitivas, cálculo integral, jogos, ensino secundário

Introdução

O cálculo diferencial e integral é fundamental para o futuro profissional dos alunos que ingressam em cursos de ciências, tecnologia, engenharia e matemática (STEM), e, portanto, em Portugal estão presentes em unidades curriculares de todos esses cursos. Estas unidades curriculares de cálculo/análise têm altas taxas de reprovação e desistência, especialmente no 1.º ano do ensino superior. Existe diversa literatura identificando este problema antigo. Por exemplo, Almeida et al. (2021) manifesta esta preocupação em alunos portugueses que frequentam o Instituto Superior de Engenharia de Coimbra.

De entre os diversos conteúdos lecionados nestas unidades curriculares, o cálculo de primitivas/cálculo integral é uma das grandes dificuldades (Salazar, 2014). Uma primeira abordagem às primitivas e cálculo integral está presente nas Metas Curriculares da disciplina de Matemática A (Ministério da Educação, 2014), embora não seja considerada como uma aprendizagem essencial (Ministério da Educação, 2018) e, portanto, não tenha caráter obrigatório.

Li Li et al. (2017) estudaram os tipos de erros no cálculo de primitivas. Um dos problemas encontrados foi que os alunos não conseguiram distinguir os padrões de várias funções de referência semelhantes e, portanto, não conseguiram memorizar e produzir os resultados corretos (p. 26).

Para o cálculo de primitivas, é fundamental reconhecer a estrutura das primitivas, que Li Li et al. (2017) definiram como padrões de várias funções de referência semelhantes. No nosso estudo definimos por estrutura de uma primitiva a decomposição da sua expressão algébrica, identificando funções de referência e relações de derivação/primitivação entre estas expressões, com o propósito de associar a uma regra de primitivação.

Um especialista no cálculo de primitivas, quando olha para uma expressão, capta a sua estrutura e fá-la corresponder a um tipo de primitiva. Os alunos para serem proficientes no cálculo de primitivas necessitam também de identificar as estruturas das primitivas, para as fazer corresponder a uma regra de primitivação. Kellman et al (2010; 2013) desenvolveram o conceito de *Perceptual Learning* (PL) onde afirmam que, através de tarefas adequadas, o cérebro progressivamente se reconfigura para uma melhor extração de informação de forma a otimizar o desempenho na tarefa. Os autores argumentam que esses efeitos se enquadram em duas categorias: descoberta e fluência. Os efeitos da descoberta servem para descobrir quais são as informações relevantes para um domínio ou classificação. Os efeitos da fluência envolvem extrair informações com maior facilidade, velocidade ou carga cognitiva reduzida. Estes benefícios têm lugar se os artefactos envolvidos forem projetados adequadamente. As intervenções que utilizam a PL, têm três características em comum (Kellman et al., 2010):

1. A tarefa requer transações com estrutura. O requisito mais básico para uma intervenção utilizando a PL é que ela envolva uma distinção e / ou classificação com base na estrutura extraída de diversas representações.

2. Numerosos exercícios de classificação com instâncias variadas. As intervenções de PL envolvem ensaios muito curtos, nos quais o aluno faz classificações e recebe feedback.

3. Ênfase mínima na instrução explícita. A tarefa principal numa intervenção de PL não envolve explicações verbais ou escritas de factos, conceitos ou procedimentos.

O dinamizador desenvolveu os jogos à luz destes princípios com o objetivo de evidenciar as estruturas subjacentes às primitivas imediatas.

Este workshop teve como público alvo os professores do grupo de docência 500, em particular aqueles que lecionam no Ensino Secundário.

1. Os jogos

Foram apresentados dois jogos: o jogo da memória e o jogo constrói a tua primitiva (Monteiro & Costa, 2021). De seguida faremos uma apresentação sumária destes jogos:

1.1 Jogo da memória

Este jogo é um jogo de cartas onde o objetivo é formar pares de cartas. Num primeiro nível (disponível em https://matchthememory.com/derivadas-nivel1), cada par de cartas tem um dos elementos das regras de derivação e o segundo (https://matchthememory.com/experiencia) uma expressão e sua derivada (ou uma expressão e sua primitiva, a menos de uma constante) (figura 1).

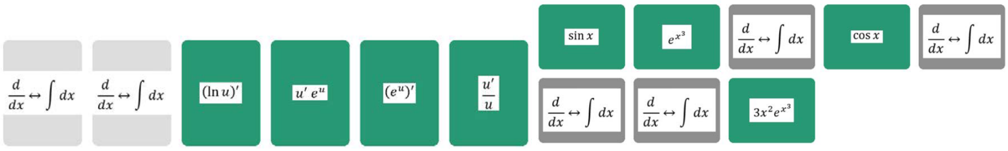


Figura 9. Aspeto do jogo da memória

Os objetivos deste jogo é, por um lado, aumentar a memorização das regras de derivação e por outro, realçar a relação entre derivar e primitivar.

1.2 Jogo constrói a tua primitiva

Este jogo é constituído por 3 jogos. O jogo 1 (Figura 2), pretende explicar o processo de primitivação, mais concretamente as primitivas das funções de referência e de seguida das regras de primitivação imediata. Assim, partindo de exemplos de derivadas de diversas expressões, o aluno é convidado a descobrir as primitivas das funções de referência e posteriormente das regras de primitivação imediatas.

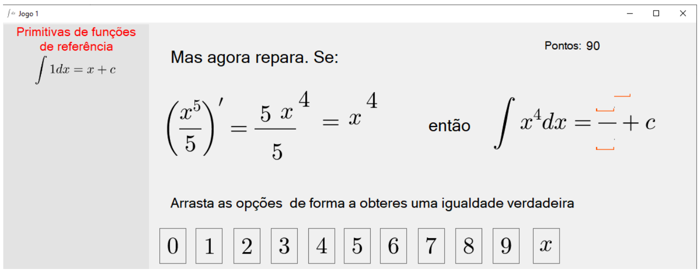


Figura 10. Aspeto do jogo 1

No jogo 2 (Figura 3), após uma introdução onde são relembradas as regras de primitivação e apresentadas as regras do jogo, o aluno é confrontado com a expressão de uma primitiva que se encontra incompleta. Este tem de escolher uma de entre três hipóteses de forma a tornar a expressão numa primitiva imediata.

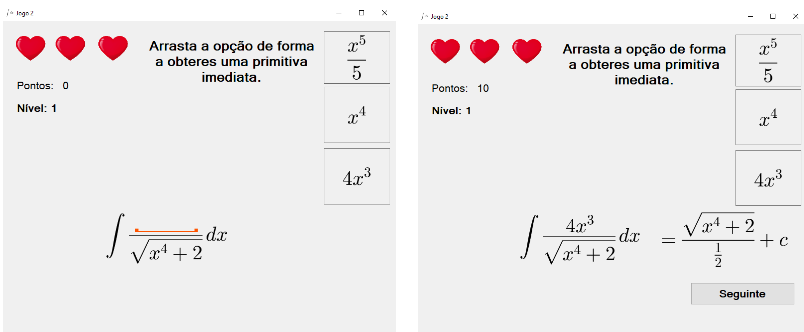


Figura 11. Aspeto do jogo 2

No jogo 3 (Figura 4), após uma introdução semelhante, o aluno perante uma igualdade onde no primeiro membro tem um produto ou um quociente, deve escolher 3 de entre 6 expressões de forma a obter uma igualdade verdadeira.

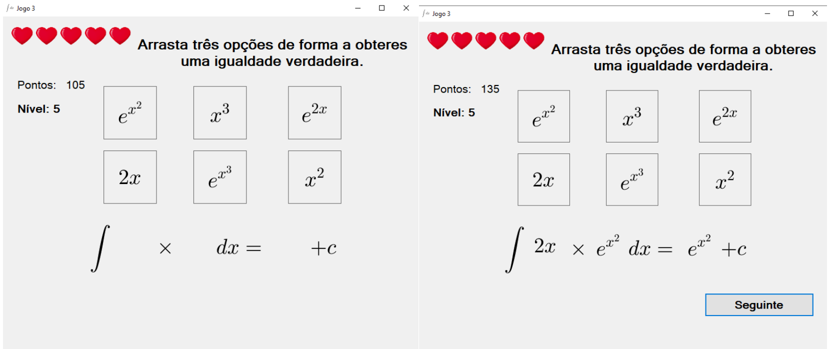


Figura 12. Aspeto do jogo 3

Estes jogos foram desenvolvidos com o objetivo de que o aluno consiga visualizar as diversas formas que uma primitiva imediata pode ter, permitindo assim que o aluno identifique as estruturas das primitivas.

2. Atividades desenvolvidas e opiniões recolhidas

Os professores que participaram neste workshop foram convidados a assumir o papel de aluno. Assim, jogaram todos os 4 jogos e forneceram as suas opiniões relativas a cada um deles. Dado que o workshop foi à distância (via Zoom), foi disponibilizado um link com o jogo da memória e um outro com a instalação do jogo constrói a tua primitiva. Após cada jogo, cada participante respondeu a um pequeno questionário online e posteriormente foi efetuada uma discussão conjunta. Dos questionários resulta a opinião de que todos os participantes acharam os 4 jogos pertinentes e relevantes para o processo de ensino e de aprendizagem do processo de primitivação. Quanto ao nível de dificuldade, nos 3 primeiros jogos consideraram (em média) nem fácil nem difícil; já no jogo 3 a opinião geral foi de que o jogo é difícil Figura **13.** Opinião dos participantes acerca da dificuldade dos jogosFigura 13).

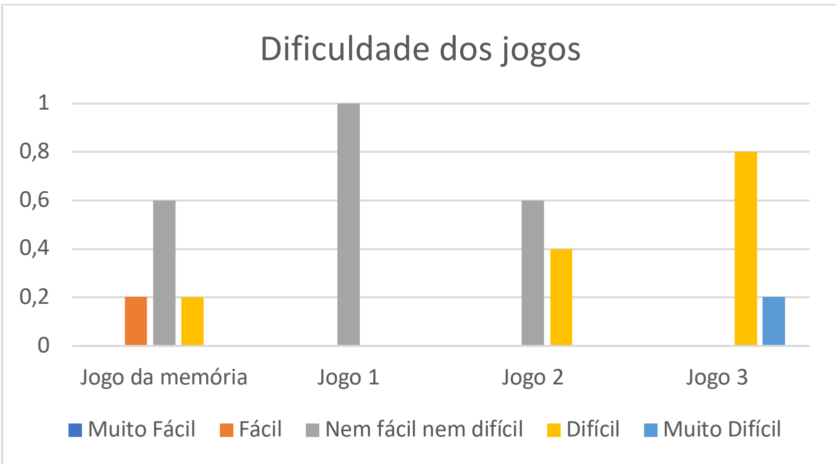


Figura 13. Opinião dos participantes acerca da dificuldade dos jogos

Como resposta à questão "Qual a sua opinião acerca do jogo", as respostas foram todas muito positivas em relação a todos os jogos. Mais concretamente, quanto ao jogo da memória, os participantes foram da opinião que "O Jogo é interessante, desenvolve a memória, as derivadas e as primitivas. Também permite ao aluno desenvolver a memorização das fórmulas de derivação" ou "interessante, motivador para os alunos e um bom ponto de partida para a abordagem do tema. Permite abordar a relação derivação - primitivação" ou ainda "Interessante, mas um pouco complicado quando envolve as regras todas. Penso que o jogo resulta, se eles conhecerem já bastante bem as regras das primitivas imediatas". Relativamente ao jogo 1 do Constrói a tua primitiva, as opiniões foram "interessante para a aprendizagem das primitivas" ou "Bastante completo e motivador para os alunos. Exemplo de jogo didático" ou ainda "Este jogo ajuda a obter as primitivas de uma forma simples". Quanto ao jogo 2, variando entre "Interessante para a aprendizagem das primitivas" ou "Bastante completo e motivador para os alunos. Exemplo de jogo didático" ou ainda "Este jogo ajuda a obter as primitivas de uma forma simples". Por último, no jogo 3, exemplos de opiniões são "Muito interessante e motivador" ou "Mais difícil e desafiante, feito para bons alunos" ou ainda "O grau de dificuldade aumentou, mas também vem ajudar a compreender a utilizar as regras de primitivação".

As razões que foram apontadas para a pertinência do jogo da memória foram desde "para os alunos tomarem conhecimento da operação inversa da derivação" ou "Não sendo um tema obrigatório do programa, a ser lecionado, esta será uma boa opção, pois poderá motivar mais para o tema" ou ainda "considero que o domínio perfeito da derivação é essencial para aprender a primitivar". O jogo 1 do Constrói a tua primitiva foi considerado pertinente, pois "Os alunos conseguirão sistematizar melhor as regras de primitivação" ou "Permite aos alunos a descoberta da generalização das regras de primitivação" ou ainda "É pertinente, pois este jogo desenvolve muito o raciocínio e permite que cheguem às fórmulas (sem caírem do céu, como costumo referir em sala de aula)". No jogo 2, as razões da pertinência foram desde "O aluno de uma forma lúdica, motivadora e desafiadora aprende a primitivar" ou "Os alunos aprendem mais facilmente as regras de primitivação" ou ainda "Pela resolução de primitivas e introdução ao longo do jogo de novas regras". Por último, segundo os participantes, a pertinência do jogo 3 reside "Depois de jogarem os outros jogos faz sentido desafiar os alunos para eles se sentirem mais motivados" ou "O jogo é pertinente porque ajuda a aplicar as diferentes regras das primitivas" ou ainda "Dá maior liberdade de escolha aos alunos e aumenta o desafio".

Quanto à utilidade do jogo da memória para um aluno aprender a primitivar, as opiniões variaram entre "Porque ao aprender a derivar o aluno também aprende de uma forma lúdica a fazer o contrário, ou seja primitivar" ou "Permite abordar a relação derivação - primitivação." As opiniões relativas à utilidade do jogo 1 variam entre "Sim, na medida em que estimula a compreensão a par da memorização" ou "Sim este jogo é muito útil pois desafia o aluno a aprender a primitivar" ou ainda "Sem dúvida porque a brincar/jogar permite desenvolver estes conceitos". No jogo 2 as opiniões foram "Penso que lhe permite uma visualização clara das "formas" que necessita para resolver as primitivas" ou ainda "Porque facilita a obter as primitivas de uma forma simples usando o método de tentativa e erro". Por último, a utilidade encontrada pelos participantes no jogo 3 foi "Sim o aluno aprende a primitivar de uma forma desafiadora memorizando as fórmulas" ou "O jogo é extremamente útil para ajudar o aluno a aplicar as regras das primitivas".

Como sugestões, um dos participantes sugeriu que fosse construído um jogo envolvendo cálculo integral; outro sugeriu que o manuseamento das fórmulas fosse melhorado; no jogo 1, que tivesse mais exemplos antes da formalização da regra de primitivação; no jogo 2, a colocação de uma fórmula nova no jogo induz a que o aluno a tente usar, mesmo que não seja a adequada; no jogo 3 que só apareça certo ou errado após colocar as três opções.

3. Notas finais

Como conclusão deste workshop, pôde-se concluir que, embora o ensino das primitivas não seja obrigatório no 12.º ano, é uma mais-valia para os alunos que vão ingressar em cursos das áreas STEM. Foi opinião generalizada que os jogos são adequados e pertinentes no ensino deste conteúdo. Pode-se também afirmar que através de artefactos como estes é possível lecionar primitivas no Ensino Secundário, possibilitando um ensino mais eficaz, por um lado e mais atrativo por outro.

4. Referências

Almeida, M. E. B., Queiruga-Dios, A., & Cáceres, M. J. (2021). Differential and integral calculus in first-year engineering students: A diagnosis to understand the failure. *Mathematics*, 9(1), 1–18. https://doi.org/10.3390/math9010061

Kellman, P. J., & Massey, C. M. (2013). Perceptual Learning, Cognition, and Expertise. In *Psychology of Learning and Motivation - Advances in Research and Theory* (Vol. 58, pp. 117–165). Academic Press Inc. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-407237-4.00004-9

Kellman, P. J., Massey, C. M., & Son, J. Y. (2010). Perceptual learning modules in mathematics: Enhancing students' pattern recognition, structure extraction, and fluency. Topics in Cognitive Science, 2(2), 285–305. https://doi.org/10.1111/j.1756-8765.2009.01053.x

Li Li, V., Hazizah Julaihi, N., & Howe Eng, T. (2017). Misconceptions and errors in learning integral calculus. Asian Journal of University Education (AJUE), 13(1), 17–39.

Ministério da Educação. (2014). Programa e Metas Curriculares Matemática A. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Secundario/Documentos/Documentos_Disciplinas_novo/Curso_Ciencias_Tecnologias/Matematica_A/programa_metas_curriculares_matematica_a_secundario.pdf

Ministério da Educação. (2018). Aprendizagens essenciais | articulação com o perfil dos alunos. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/12_matematica_a.pdf

Monteiro, C., e Costa, C. (2021). Games for increasing student's perception of basic Integrals' structure. Proceedings of Edulearn21 Conference, 8731-8737.

Salazar, D. A. (2014). Salazar's Grouping Method: Effects on Students' Achievement in Integral Calculus. Journal of Education and Practice, 5(15), 119–126. https://www.researchgate.net/publication/265162699

Análise exploratória de dados com recurso a tecnologias educativas

Fátima Regina Jorge
Centro de Investigação em Património, Educação e Cultura, Instituto Politécnico de Castelo Branco
Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Universidade de Aveiro
frjorge@ipcb.pt

Paulo Silveira
Sport, Health & Exercise Research Unit (SHERU), Instituto Politécnico de Castelo Branco
paulo.silveira@ipcb.pt

Resumo

As atuais orientações curriculares para o ensino da estatística na educação básica preconizam estratégias de ensino e aprendizagem que promovam a análise exploratória de dados através de tarefas de índole investigativa, bem como do recurso a tecnologias digitais que apoiem o tratamento de informação estatística e a análise da situação em estudo. Destaca-se, em particular, o valor de uma abordagem que enfatize as relações entre Ciência, Tecnologia e Sociedade, nomeadamente através da escolha de temáticas centradas em questões sociais e científicas relevantes, relacionadas com a vida pessoal e escolar dos alunos, que apoiem abordagens interdisciplinares e, especialmente, uma aprendizagem matemática com significado. O *workshop* que aqui se apresenta tem como objetivos: desenvolver um ciclo de investigação estatística (tomando como ponto de partida a formulação de um problema a ser resolvido através de procedimentos estatísticos e com recurso a tecnologia); e refletir sobre o valor e limitações do uso de tecnologias. Pela importância da água para a vida humana e pelo caráter interdisciplinar do tema no Ensino Básico, a água é a temática da qual emergirá a questão a partir da qual a sessão se organiza. Em termos de tecnologias digitais, privilegia-se o uso de folha de cálculo e de *Applets* (App) de uso livre, disponíveis on-line.

Palavras-chave: formação contínua de professores, educação matemática realista, abordagem CTS, tarefas investigativas, didática da estatística.

Introdução

A realização de estudos estatísticos relacionados com questões de interesse da vida real e social, cientificamente relevantes, incluindo os emergentes de outras áreas curriculares, é apontada como uma metodologia poderosa para o ensino e aprendizagem da estatística. De facto, esta importância reflete-se a vários níveis, destacando-se: a de despertar a curiosidade inata dos alunos; a de mostrar aos alunos que podem dar resposta às suas próprias perguntas sobre o mundo em que vivem; favorecer a compreensão da importância das ferramentas estatísticas na construção de novo conhecimento, e a de desenvolver atitudes positivas em relação à ciência (Araneda, Chandía, & Sorto, 2013). Esta perspetiva requer a planificação de situações didáticas em que os alunos se envolvam nas várias etapas de uma investigação (com vista a dar resposta a um problema previamente formulado) e, eventualmente, gere novas questões a investigar (ciclo de investigação). Neste âmbito, valoriza-se o recurso a ferramentas tecnológicas que apoiem e motivem o desenvolvimento das atividades, promovendo aprendizagens ativas e significativas.

Decorrente do exposto, o workshop apresentado tem como objetivos: desenvolver um ciclo de investigação estatístico, tomando como ponto de partida a formulação de uma questão-problema sobre a gestão dos recursos hídricos; refletir sobre o valor e limitações do uso de tecnologia na atividade desenvolvida.

1. Quadro Teórico

A preponderância crescente da estatística na vida social, económica e política tem sido acompanhada de alterações substanciais nos documentos curriculares de referência para a matemática escolar, nacionais e internacionais, sobretudo ao nível dos conteúdos e das orientações metodológicas. Um dos marcos dessas alterações incide no relevo atribuído ao desenvolvimento da literacia estatística, constructo complexo que inclui, entre outros aspetos: a compreensão e aplicação de conhecimentos e de métodos estatísticos; e a capacidade de avaliar com sentido crítico resultados, afirmações e argumentos relacionados com dados, que permeiam o dia a dia da sociedade contemporânea, designadamente através dos mídia (e.g. Gal, 2004; Sharma, 2017; Watson, & Callingham, 2003). Porém, esta orientação confronta os professores com novos e exigentes desafios pois, mais do que ensinar os alunos a extrair informações pontuais de representações em tabelas e gráficos, é necessário ajudá-los a desenvolver estratégias de questionamento (como e por que motivo os dados foram recolhidos) e de capacidades de interpretação e de análise crítica do significado dos dados em contexto (e.g. Watson, 2014; Sharma, 2017).

No enquadramento apresentado, o ensino da estatística na educação básica deve orientar-se para capacitar os alunos para a tomada de decisões em contextos diversificados e que envolvam dados. Para tal, a literatura de referência tem vindo a destacar a importância de planificar o ensino da estatística a partir de problemas contextualizados, privilegiando estratégias didáticas assentes em projetos e/ou na realização de investigações estatísticas (e.g. Alsina, 2021; Araneda, Chandía, & Sorto, 2013; Batanero, & Díaz, 2011)

> *A estatística é inseparável das suas aplicações, e a sua justificação final é a sua utilidade na resolução de problemas externos à própria estatística (…) É preciso não esquecer que a estatística é a ciência dos dados e os dados não são números, mas sim números em contexto. (Batanero & Díaz, 2011, p. 21).*

A revisão curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (AE), homologadas em agosto de 2021 (Despacho n.º 8209/2021), está alinhada com as perspetivas atrás apresentadas. Nesse documento, preconiza-se uma abordagem dos conteúdos de estatística (aí designada por Dados e Incerteza) apoiada em processos associados ao método científico, ou seja, através do envolvimento dos alunos na realização de todas as fases de uma investigação: formulação do problema – planificação - recolha e análise de dados - interpretação e conclusão - comunicação e divulgação do estudo – formulação de nova questão (Canavarro et al., 2021). A relevância dos contextos a partir dos quais emergem as questões de investigação é também muito valorizada nas AE, sugerindo-se, por exemplo, assuntos relacionados com a turma, a escola ou outras áreas do saber (Canavarro et al., 2021). Trata-se de uma opção metodológica que favorece a compreensão da relação da matemática com a sociedade e a ciência (Reeuvijk, 1997) e que “permite integrar tanto os conteúdos de estatística (conhecimentos, capacidades e atitudes), como os relacionados com a ciência” (Araneda, Chandía, & Sorto, 2013, p. 16).

Novo et al. (2020) salientam o valor de temáticas relacionadas com a sustentabilidade e que são expressas através dos 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)

(ONU, 2015) por serem áreas de importância crucial para a humanidade e para o planeta e serem geradoras de questões suscetíveis de estudo estatístico. Na opinião destes autores, integrar os ODS no processo educativo (conteúdos e aprendizagens a promover) constitui um desafio que "nos conduz a uma evolução do ensino e aprendizagem para educar, as novas e futuras gerações, para a sustentabilidade." (p. 40).

Neste âmbito, a tecnologia e a internet têm um papel essencial e incontornável na aprendizagem da estatística, tanto na recolha, tratamento e análise de dados, como na comunicação e divulgação do estudo. A tecnologia pode ainda motivar e estimular a realização de atividades matemáticas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre os objetos matemáticos estudados (Batanero & Diáz, 2011; Canavarro et al., 2021).

Em síntese, as perspetivas teóricas que enquadram este trabalho estão sistematizamos na figura 1.

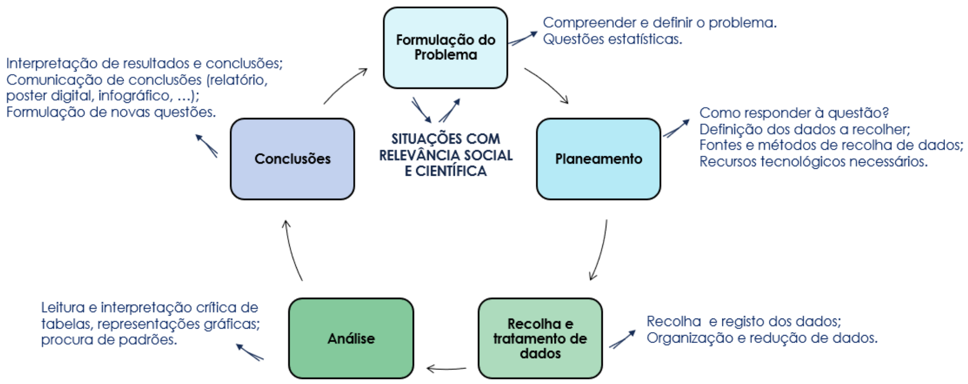


Figura 14. Ciclo de investigação estatística
Adaptado de Araneda, Chandía e Sorto (2013, p. 17)

2. A ação de formação

Com o intuito de definir uma questão-problema, os participantes são desafiados a escolher uma temática enquadrável numa efeméride (e.g. dias internacionais, mundiais ou nacionais) comemorada em dia próximo da realização da ação e conectada com alguma das dimensões do desenvolvimento sustentável. De entre as várias possibilidades, a escolha recaiu sobre a água[13], bem escasso e essencial à vida, que importa gerir de forma sustentável. Com efeito, de acordo com a ONU, 40% da população mundial enfrenta problemas de escassez de água potável e os recursos globais são limitados, daí que "garantir a disponibilidade e a gestão sustentável da água potável" (ONU, 2015, p. 18) seja uma das prioridades da agenda 2030, subscrita por mais de 190 países. Face ao exposto, a ação centra-se na problemática da gestão dos recursos hídricos, focando, em particular, situações ligadas ao consumo de água doce em função dos recursos disponíveis.

De entre as inúmeras questões com potencial para a realização de um ciclo de investigação estatística, tomaram-se como ponto de partida da atividade:

[13] O Workshop decorreu em data próxima do Dia Nacional da Água, comemorado a 1 de outubro e que assinala o início do ciclo hidrológico no hemisfério norte. Acresce referir que a água é objeto de estudo em várias áreas disciplinares/disciplinas dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico (e.g. Ciências Naturais, Físico-Química, Geografia).

- Em que países da Europa há maior e menor pressão sobre os recursos renováveis de água doce devido à sua procura?
- Em Portugal qual a região onde se consome, em média, por pessoa, mais e menos água canalizada? E onde é maior e menor a captação de águas subterrâneas ou superficiais?

Na etapa de planificação procedeu-se à identificação dos dados a recolher (variáveis/atributos de interesse) e à escolha dos métodos de recolha de dados e forma de registo dos mesmos. De entre as variáveis de interesse, considerou-se o índice de exploração da água (WEI+) que mede o consumo de água doce em percentagem dos recursos renováveis de água doce (subterrânea e de superfície) num dado momento e local. A partir deste conceito definiu-se uma nova variável categórica - nível de escassez de água doce – tomando por base a categorização da Agência Portuguesa do Ambiente (APA): Sem escassez – WEI+<10%; Escassez reduzida –10%≤WEI+<20%; Escassez moderada – 20%≤WEI+<40%; Escassez severa – WEI+≥40%. Consideram-se, ainda, as variáveis: total de água captada e de água distribuída/consumida (m^3 - milhares) em Portugal (por região NUT II) e ainda o consumo médio per capita em cada uma dessas regiões. Relativamente ao método de recolha de dados, optou-se por bases de dados fidedignas, como a Pordata[14]. Os dados de interesse foram compilados na folha de cálculo Excel.

Recolhidos os dados, construíram-se tabelas de frequências e representações gráficas adequadas às variáveis em estudo e calcularam-se medidas estatísticas de tendência central e de dispersão, com recurso ao Excel.

A título ilustrativo da atividade desenvolvida, apresentam-se os resultados relativos à pressão sobre os recursos hídricos nos diferentes países da União Europeia (EU), em 2017, último ano para o qual são disponibilizados dados.

No gráfico 1, representa-se a distribuição dos consumos de água doce em % dos recursos renováveis de água doce em países da UE. A partir do valor do índice WEI+ e da categorização da APA dos níveis de escassez de água, construiu-se a tabela de distribuição de frequências (Fig. 2). Para o efeito, usaram-se as funções que permitem calcular as frequências absolutas com que os diferentes valores aparecem na tabela de dados (=CONTAR.SE e =CONTAR.SE.S).

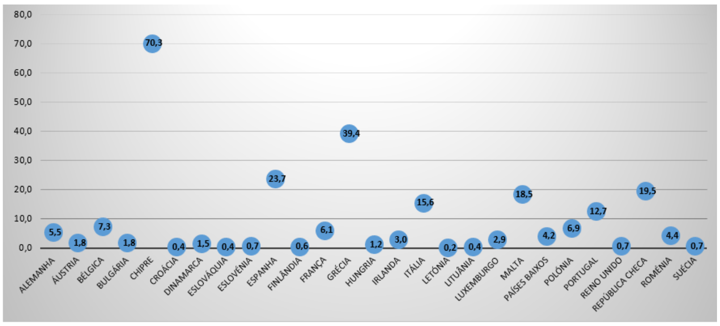


Gráfico 1. Consumo de água doce em % dos recursos renováveis de água doce em países da UE, 2017.

Níveis de escassez de água doce	N.º de países da União Europeia (2017)
Sem escassez	21
Escassez reduzida	4
Escassez moderada	2
Escassez severa	1
Sem dados	0
Total	28

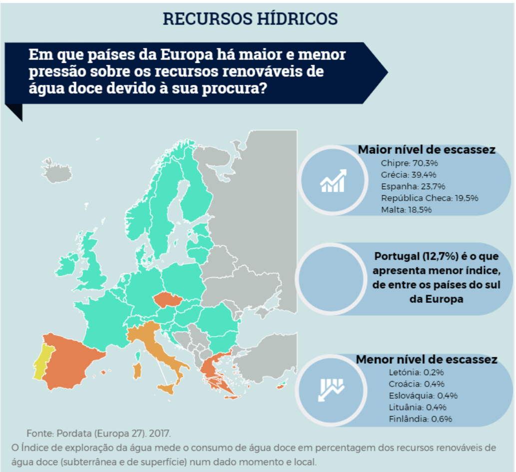
Figura 2. Níveis de escassez de água doce em países da UE, 2017

Por fim, interpretaram-se e analisaram-se criticamente os resultados. Relativamente aos países que integravam a União Europeia (UE) em 2017, constatou-se que os que apresentaram em 2017 uma maior percentagem de consumo de água doce em

14 A Pordata é uma base de estatísticas certificadas sobre a Europa, Portugal e os seus municípios, com acesso gratuito e organizada por temas, sendo um dos subtemas "Água e Saneamento".

função dos seus recursos foram Chipre, Grécia, Espanha, República Checa, Itália e Portugal. Chipre é o país da UE que apresentou a maior percentagem (70,3%), o que indicia um nível de pressão muito elevado sobre os seus recursos hídricos. Seguem-se a Grécia (39,4%) e a Espanha (27%), ambos com indicadores de escassez moderada de água. Quanto a Portugal, em 2017 o país apresentava um nível de escassez de água reduzido[15].

O workshop terminou com a construção de um infográfico digital, utilizando a *APP DesignCap*[16], visando a apresentação e comunicação do estudo (Figura 3).



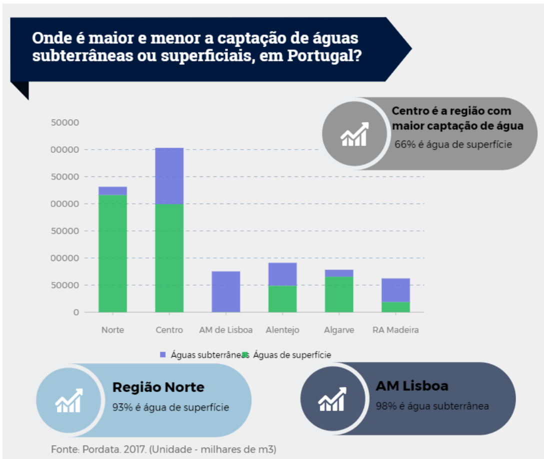


Figura 3. Imagens de um infográfico, produto final do workshop
(Acessível em: [https://www.designcap.com/share/kp437703.html)](https://www.designcap.com/share/kp437703.html)

3. Conclusões

O artigo apresenta o desenvolvimento de um ciclo de investigação estatística tomando como ponto de partida a formulação de um problema social e cientificamente relevante, que envolveu a exploração de recursos disponíveis na internet (base de dados da Pordata e *Applets* de uso livre) e o recurso à folha de cálculo Excel.

O tempo necessário à concretização da tarefa de natureza investigativa com recurso a tecnologia foi um dos aspetos que sobressaiu como um constrangimento do workshop. De facto, percorrer todas as etapas de um ciclo de investigação e explorar novas ferramentas tecnológicas exige mais tempo do que as três horas previstas. Não obstante, consideramos ter ultrapassado satisfatoriamente esse constrangimento.

Da reflexão dos participantes sobre a atividade realizada, sobressai a valorização do estabelecimento de conexões entre a matemática e os contextos do quotidiano e/ou de outras áreas curriculares do Ensino Básico, bem como da tecnologia usada para desenvolver as diferentes etapas do ciclo de investigação. A este nível, foi particularmente apreciada a *Applet* usada para a construção do infográfico digital, por proporcionar novas formas de representar distribuições estatísticas e pelo seu carácter interativo.

[15] O facto do índice WEI+ não refletir as desigualdades em termos de distribuição espacial dos recursos torna relevante conhecer as disponibilidades e as necessidades de água em Portugal (não disponibilizadas na Pordata). Mais informações sobre a situação em Portugal, por região, estão acessíveis no Portal do Estado do Ambiente (Pressões quantitativas e qualitativas sobre os recursos hídricos | Relatório do Estado do Ambiente (apambiente.pt).

[16] Disponível em www.designcap.com

4. Referências

Alsina, À. (2021). Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización. *Tangram - Revista de Educação Matemática*, 4 (1), p. 71-98.

Araneda, A. M., Chandía, E., & Sorto, M. A. (2013). *Recursos para la formación inicial de professores de Educación Básica. Datos y Azar para futuros profesores de educación básica*. Ediciones SM Chile.

Batanero, C., & Díaz, C. (Eds.) (2011). Estadística con proyectos. Universidad de Granada.

Canavarro, A. P., et al. (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Ministério da Educação. Disponíveis em Aprendizagens Essenciais de Matemática | Direção-Geral da Educação (mec.pt).

Despacho n.º 8209/2021 do Gabinete do Secretário de Estado Adjunto e da Educação. (2021). Diário da República: II série, Parte C, n.º 161. 0011500116.pdf (dre.pt)

Gal, I. (2004). Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. In J. B. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking (pp. 47–78). Dordrecht: Kluwer.

Novo, M. L., Encinas,, M., & Cuida, A. (2020). Un acercamiento a la sostenibilidad desde la educación Matemática Realista en un aula de Infantil. Edma 0-6, educación Matemática en la Infancia, 9(2), 37-50.

ONU (2015). Resolution adopted by the General Assembly on 25 September 2015. United Nations Official Document

Reeuvick, M. V. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 12, 9-16.

Sharma, S. (2017) Definitions and models of statistical literacy: a literature review. Open Review of Educational Research, 4 (1), 118-133.

Watson, J. M. (2014). Curriculum expectations for teaching science and statistics. In K. Makar, B. de Sousa, & R. Goud (Eds.), Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9, July, 2014). Disponível em ICOTS9_1A1_WATSON.pdf.

Watson, J., & Callingham, R. (2003). Statistical Literacy: A complex hierchical construct. Statistic Education *Journal*, 2(2), 3-46.

Vanda Santos é investigadora doutorada da Universidade de Aveiro, desde 2019. É membro integrado do Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de formadores (CIDTFF) da Universidade de Aveiro e membro colaborador do Centro de Informática e Sistemas da Universidade de Coimbra (CISUC). Integra o lem@tic – laboratório de Educação em Matemática. É revisora do jornal cientifico Education and Information Technologies e Technology, Knowledge and Learning. Participou na candidatura de vários projetos científicos à FCT, um H2020 e ao projeto Open Education Challenge. Atualmente é docente de Unidades Curriculares da área de Didática da Matemática e anteriormente lecionou várias Unidades Curriculares de Matemática, em diversos Institutos Politécnicos como Assistente e na Universidade Timor Lorosa'e de Timor-Leste como Professora Convidada. As suas principais áreas de investigação são ciência da computação, geometria computacional, software matemático, tecnologias educativas e educação. (https://orcid.org/0000-0002-3953-6123)

Isabel Cabrita é Professora Associada no Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro (UA). É doutorada em Didática (Matemática e tecnologias digitais); membro do Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de formadores (CIDTFF); coordenadora do lem@tic – laboratório de Educação em matemática e do Centro de Competência TIC da UA (ccTIC-UA); diretora do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.CEB/Ens. Sec. e membro da direção do Programa Doutoral em Multimédia em Educaçãoe do Mestrado em Educação e Formação; assessora Editorial da Revista Indagatio Didactica. Tem diversas publicações, principalmente, na área da educação em matemática e tecnologias digitais e coordenou(a)/participou(a) diversos projetos de I&D e programas de formação inicial, pós-graduada e contínua de professores. (http://orcid.org/0000-0003-0255-7577)

Teresa Bixirão Neto é Professora Auxiliar no Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro e investigadora do Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores - CIDTFF. Está envolvida em vários projetos de investigação na área da formação de professores de matemática, e em projetos de Cooperação para o Desenvolvimento dos Países da Comunidade dos Países de Língua Portuguesa (CPLP). Um dos seus focos de investigação é a utilização da Realidade Aumentada (RA) no ensino e aprendizagem da matemática, tanto em contextos formais como não formais, privilegiando abordagens diversificadas e inovadoras para a educação matemática. Atualmente é coordenadora do Ramo de Didática e Desenvolvimento Curricular do Programa Doutoral em Educação da Universidade de Aveiro. (https://orcid.org/0000-0001-9002-2155)

Margarida M. Pinheiro, doutorada em Ciências Sociais e mestre em Estatística, é Professora da Universidade de Aveiro (Instituto Superior de Contabilidade e Administração, ISCA-UA) e Investigadora do Centro de Investigação "Didática e Tecnologia na Formação de Formadores") (CIDTFF). É elemento do Conselho de Escola daquele Departamento e coordenadora departamental Erasmus+ ao nível dos programas de mobilidade de docentes e estudantes. É Editora Associada do Journal of Higher Education Pedagogies, Taylor & Francis e investigadora integrada do lem@tic – Laboratório de Educação em Matemática. Participa regularmente em missões de ensino e em missões de formação internacionais, promovendo o intercâmbio do saber especializado e da experiência, a partilha de boas práticas e metodologias, e criando pontes para projetos de cooperação entre as universidades parceiras. Apaixonada pelas questões da educação no ensino superior, especialmente ao nível do processo de construção do conhecimento e das metodologias de ensino e aprendizagem, tem vindo a fazer investigação na área, formalizada em várias publicações e comunicações de nível nacional e internacional. (http://orcid.org/0000-0001-8027-2214)

J. Bernardino Lopes é Professor Associado com Agregação. É investigador do CIDTFF onde coordena o LabDCT. Foi durante mais de uma dezena de anos Diretor do Doutoramento em Didática de Ciências e Tecnologia da UTAD e atualmente é Diretor do Doutoramento em Ciências Físicas Aplicadas. É editor da revista científica APEduC Journal. É membro da Comissão Editorial e referee em revistas científicas JCR na área da Educação em Ciências. Faz investigação em Educação em Ciência e Tecnologia. Os seus interesses de investigação são: práticas de ensino, formação de professores e desenvolvimento profissional, práticas epistémicas dos estudantes; artefactos digitais como instrumentos epistémicos para melhorar a aprendizagem; e articulação entre as artes e a C&T em contextos educativos. (https://orcid.org/0000-0001-9961-1538)

Financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDB/00194/2020

FCT
Fundação
para a Ciência
e a Tecnologia

dep
universidade de aveiro
departamento de educação e psicologia

cidtff
centro de investigação
Didática e Tecnologia
na Formação de Formadores