



Universidade de Aveiro
2021

**Joaquim António da
Piedade Pinto**

**FATORES INFLUENCIADORES DO DESEMPENHO
DE ESTUDANTES PORTUGUESES EM LITERACIA
MATEMÁTICA NO PISA: ESTUDO COMPARATIVO**



Universidade de Aveiro
2021

**Joaquim António da
Piedade Pinto**

FATORES INFLUENCIADORES DO DESEMPENHO DE ESTUDANTES PORTUGUESES EM LITERACIA MATEMÁTICA NO PISA: ESTUDO COMPARATIVO

Tese apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Educação sob orientação da Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro e do Professor Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva, Professor Associado do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

dedicatória

Dedico este trabalho à Teresa Miguel, a minha filha, e à Marisabel, o meu Amor.

Dedico também este trabalho com um profundo e sentido agradecimento aos meus pais, com quem já não posso partilhar este momento, de pura felicidade, por tudo o que me proporcionaram até hoje, e continuam a proporcionar.

o júri

presidente

Doutor José Fernando Ferreira Mendes
professor catedrático da Universidade de Aveiro

Doutor Domingos Manuel Barros Fernandes
professor catedrático do Instituto Universitário de Lisboa – ISCTE

Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva (Orientador)
professor associado da Universidade de Coimbra

Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira
professor auxiliar da Universidade do Porto

Doutora Ana Alexandra Valente Rodrigues
professora auxiliar da Universidade de Aveiro

Doutor António Manuel Águas Borralho
professor auxiliar da Universidade de Évora

agradecimentos

Ao Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva e à Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, que me orientaram este trabalho, pelas suas sugestões, interpelações permanentes e incentivos à reflexão, bem como, pelo estímulo, amizade e enorme disponibilidade manifestada para acompanhar este trabalho.

A todos os meus amigos, que de uma maneira ou de outra, acreditaram sempre em mim e nas minhas capacidades/competências, deixo aqui o meu profundo agradecimento. Sem a ajuda deles este trabalho não teria chegado ao fim.

Os padrões do matemático, como os do pintor ou os do poeta, devem ser belos; as ideias, como as cores ou as palavras, devem encaixar-se de forma harmoniosa. O primeiro teste é a beleza: não há lugar algum permanente no mundo para matemática feia... Pode ser muito difícil definir a beleza matemática, mas isso é verdade para a beleza de qualquer tipo – podemos não saber muito bem o que significa dizer que um poema é belo, mas isso não nos impede de o reconhecermos quando o lemos.

G.H. Hardy

palavras-chave

Literacia Matemática, Resolução de Problemas, Sistema Educativo, Competência Matemática, PISA.

resumo

É fundamental ser matematicamente competente numa sociedade moderna, considerando que a Matemática está presente numa grande variedade de problemas e situações com que um cidadão se pode deparar no dia a dia, não descartando as de contexto profissional. O constructo de Literacia Matemática descreve as competências que os indivíduos devem possuir, ou desenvolver, para descrever, explicar e prever fenómenos.

O presente estudo visa contribuir para conhecer melhor os fatores que estão associados ao desempenho dos estudantes portugueses na disciplina de Matemática, usando os dados dos estudos PISA, em particular dos anos em que a ênfase foi na Literacia Matemática (o último dos quais é de 2012).

Para identificar os diferentes fatores que influenciam o desempenho dos estudantes em Literacia Matemática, foram usados os inquéritos feitos a estudantes, pais e diretores de escolas participantes no PISA 2012. Para operacionalizar a análise dos inquéritos foram escolhidos dois países com pior desempenho que Portugal, Espanha e Brasil, e dois países com melhor desempenho que Portugal, Singapura e Holanda. Para contextualizar melhor os dados do PISA, foram comparados documentos orientadores das políticas educativas referentes aos cinco países.

A investigação, de natureza qualitativa, iniciou-se com uma revisão integrativa que teve como objetivo selecionar os principais fatores influenciadores do desempenho de estudantes dos cinco países-alvo do presente estudo nas edições do PISA, de 2000 a 2012, de acordo com a literatura publicada. Desta revisão emergiram cinco fatores: sistema educativo, contexto socioeconómico das famílias, características das escolas, e características dos estudantes e uso das Tecnologias da Informação e Comunicação.

Os dados analisados evidenciaram os seguintes aspetos: (i) o acesso a recursos adequados é determinante para o sucesso educativo; (ii) o melhor desempenho é o de estudantes das escolas onde há professores com boa formação, os professores preparam bem as suas aulas, fazem-nos refletir sobre os problemas propostos e apresentam situações novas que requerem a aplicação de conteúdos já lecionados; (iii) a visão de que saber Matemática é importante para o futuro, faz com que os estudantes dotados desta intuição se destaquem dos demais; (iv) a influência das Tecnologias da Informação e Comunicação na sala de aula de Matemática depende do modo como é usada, podendo ter impacto positivo ou negativo.

Tendo por base o estudo realizado, são apresentadas sugestões de medidas políticas educativas a adotar (i) o combate ao insucesso escolar; (ii) a dotação das escolas de recursos adequados à aprendizagem; (iii) a apresentação de uma imagem da Matemática como uma mais valia para o futuro, apresentando a resolução de problemas e a modelação Matemática como pertinente na sala de aula; (iv) aposta na qualidade da formação de professores.

keywords

Mathematical Literacy, Problem Solving, Educational System, Mathematical Competency, PISA.

abstract

It is fundamental to be mathematical competent in a modern society, considering that mathematics is present in a great variety of problems and situations which a citizen can encounter in the day to day, not excluding the ones in a professional context. The Mathematical Literacy construct describes the competencies that individuals must possess, or develop, to describe, explain and predict phenomena.

The present study aims to contribute to know better the factors that are associated with the performance of Portuguese students in the discipline of Mathematics, using the data of the PISA studies, in particular of the years where the emphasis was on Mathematical Literacy (the last one was in 2012).

To identify the different factors that influence the attainment of the students in Mathematical Literacy, questionnaires made to students, parents and school principals of the schools participating in PISA 2012 were used. In order to expedite the analysis, two countries with worse performance than Portugal, Spain and Brazil, were used, and also two countries with better performance than Portugal, Singapore and The Netherlands. To contextualize better the PISA data, the official guiding documents of the educational policies for the five countries were compared.

The research, of a qualitative nature, began with an integrative revision that had as goal to select the main influencing factors of the performance of the students of the five countries considered in this study in the editions of PISA, from 2000 to 2012, according to the published literature. Of this revision five factors emerged: educational system, socioeconomical family context, school characteristics, student characteristics and use of Information and Communication Technologies.

The data analysed showed the following aspects: (i) access to adequate resources is crucial for educational success; (ii) students who obtain the best results are from schools where there are teachers with a solid academic background, teachers prepare well their classes, make students reflect on proposed problems and present new situations that require the use of the contents already taught; (iii) the view that knowing Mathematics is important for the future, makes students with this intuition stand out from the rest; (iv) the influence of Information and Communication Technologies in the Mathematics classroom depends on the way it is used, which can have a positive or negative impact.

Based on the study carried out, suggestions are made for educational policy measures to be adopted: (i) fighting school failure; (ii) providing schools with adequate resources for learning; (iii) the presentation of an image of Mathematics as an asset for the future, presenting Problem Solving and Mathematical Modeling as relevant in the classroom; (iv) investment on the quality of teacher training.

Índice

Lista de Figuras	3
Lista de Anexos	3
Lista de Apêndices.....	3
Lista de Quadros.....	3
Lista de Tabelas	5
Introdução	9
Questão geral.....	11
Questões específicas	12
Objetivo geral	12
Objetivos específicos	12
1 Referencial Teórico-Conceptual e Empírico do PISA	15
1.1 Referencial Teórico-Conceptual da Matemática do PISA 2012	15
1.1.1 Definição de Literacia Matemática.....	16
1.1.2 Organização do domínio do conhecimento matemático	20
1.1.3 Avaliação da Literacia Matemática	30
1.1.4 Forças e Fragilidades do PISA	38
1.2 Referencial Empírico do Estudo.....	41
1.2.1 Objetivo.....	41
1.2.2 Metodologia.....	41
1.2.3 Fatores influenciadores do desempenho de estudantes no PISA.....	43
1.2.4 Discussão.....	52
2 Organização dos Programas Curriculares de Matemática.....	59
2.1 Educação Básica e Programas de Matemática: Contextualização	59
2.1.1 Educação Básica	60
2.1.2 Programas Curriculares de Matemática do Ensino Básico	61
2.2 Metodologia	65
2.3 Resultados	68
2.3.1 Síntese comparativa dos Programas de Matemática.....	68
3 Avaliação da Literacia Matemática no PISA 2012	87
3.1 Fator influenciador: Sistema Educativo.....	88

3.1.1	Políticas educativas: Retenção escolar.....	89
3.1.2	Educação sombra	91
3.2	Fator influenciador: Contexto socioeconómico familiar	93
3.3	Fator influenciador: Características das Escolas	98
3.3.1	Autonomia das escolas	98
3.3.2	Ensino da Matemática	104
3.3.3	Experiências matemáticas	111
3.3.4	Clima escolar	118
3.4	Fator influenciador: Características e perceções dos estudantes.....	129
3.4.1	Atitudes, Crenças e Emoções em relação à Matemática.....	129
3.4.2	Oportunidades de aprender Matemática (i).....	146
3.4.3	Oportunidades de aprender Matemática (ii).....	154
3.4.4	Exposição a conceitos matemáticos.....	162
3.4.5	Resolução de problemas na sala de aula	174
3.5	Fator influenciador: Uso das TIC	183
3.5.1	Na Escola.....	183
3.5.2	Uso das TIC fora da Escola, em casa.....	198
4	Conclusões	203
4.1	Do referencial do PISA ao Estado da arte	204
4.2	Considerações sobre os Programas Curriculares de Matemática.....	208
4.3	Fatores influenciadores do desempenho a Matemática no PISA 2012	209
4.4	Comparando Portugal com outros países.....	217
4.4.1	Portugal e Singapura	217
4.4.2	Portugal e Holanda.....	221
4.4.3	Portugal e Espanha.....	227
4.4.4	Portugal e Brasil	231
4.5	As grandes conclusões	234
4.6	Políticas educativas (sugestões)	237
4.7	Limitações do presente estudo	239
4.8	Questões em aberto.....	240
	Referências.....	241
	Anexos	257

Apêndices.....	261
----------------	-----

Lista de Figuras

Figura 1-1 – Modelo prático de Literacia Matemática.....	18
Figura 2-1 – Enquadramento Matemático nos programas de Singapura.....	81

Lista de Anexos

Anexo 1– Mensagem de e-mail trocada entre Pedro Rebelo e Kaye Stacey	259
----------------------------------------------------------------------------	-----

Lista de Apêndices

Apêndice 1 – Componentes estruturantes fundamentais dos programas curriculares de matemática do ensino básico dos países em estudo.....	263
Apêndice 2 – Componentes estruturantes fundamentais dos programas curriculares de matemática do ensino básico dos países em estudo.....	265

Lista de Quadros

Quadro 2.1 – Documentos selecionados	67
--------------------------------------------	----

Lista de Tabelas

Tabela 1-1 – Relação entre os processos e as competências matemáticas fundamentais	24
Tabela 1-2 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de processo	30
Tabela 1-3 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de conteúdo.....	30
Tabela 1-4 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de contexto	31
Tabela 1-5 – Descrição do nível de proficiência na escala da Matemática (2003 – 2009).....	33
Tabela 2-1 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Portugal	79
Tabela 2-2 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Singapura.....	80
Tabela 2-3 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas da Holanda	82
Tabela 2-4 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Espanha	83
Tabela 2-5 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas do Brasil	84
Tabela 3-1 – ST07	89
Tabela 3-2 – ST07	90
Tabela 3-3 – ST07	90
Tabela 3-4 – ST57:2	91
Tabela 3-5 – ST26	94
Tabela 3-6 – ST26	95
Tabela 3-7 – ST26	97
Tabela 3-8 – SC40: 1	99
Tabela 3-9 – SC40: 2	99
Tabela 3-10 – SC40: 3	100
Tabela 3-11 – SC14: 2	101
Tabela 3-12 – SC20	101
Tabela 3-13 – SC21	103
Tabela 3-14 – SC28: 2	104
Tabela 3-15 – SC29: 1	105
Tabela 3-16 – SC27: 1	106
Tabela 3-17 – SC27: 2	107
Tabela 3-18 – SC28: 1	107
Tabela 3-19 – SC29: 2	108
Tabela 3-20 – SC30: 1	109
Tabela 3-21 – SC30: 2	109
Tabela 3-22 – SC30: 3	110
Tabela 3-23 – SC30: 4	110

Tabela 3-24 – ST79: 1	112
Tabela 3-25 – ST79: 2	112
Tabela 3-26 – ST79: 8	113
Tabela 3-27 – ST79:12	114
Tabela 3-28 – ST80: 1	115
Tabela 3-29 – ST80: 4	115
Tabela 3-30 – ST80: 6	116
Tabela 3-31 – ST80: 7	117
Tabela 3-32 – ST80: 8	117
Tabela 3-33 – ST81: 1	119
Tabela 3-34 – ST81: 2	119
Tabela 3-35 – ST84: 2	120
Tabela 3-36 – ST82: 1	121
Tabela 3-37 – ST83: 1	121
Tabela 3-38 – ST83: 2	122
Tabela 3-39 – ST85: 3	122
Tabela 3-40 – SC16: 5	123
Tabela 3-41 – SC16: 6	124
Tabela 3-42 – SC16: 7	125
Tabela 3-43 – SC16: 8	126
Tabela 3-44 – ST29: 3	129
Tabela 3-45 – ST29: 6	130
Tabela 3-46 – ST29: 2	131
Tabela 3-47 – ST29: 5	132
Tabela 3-48 – ST29: 8	132
Tabela 3-49 – ST29: 7	133
Tabela 3-50 – ST43: 1	134
Tabela 3-51 – ST43: 2	135
Tabela 3-52 – ST43: 4	135
Tabela 3-53 – ST43: 5	136
Tabela 3-54 – ST46: 1	137
Tabela 3-55 – ST46: 5	138
Tabela 3-56 – ST46: 4	139
Tabela 3-57 – ST46: 6	140
Tabela 3-58 – ST49: 2	141
Tabela 3-59 – ST53 (i).....	142
Tabela 3-60 – ST53 (ii).....	143
Tabela 3-61 – ST53 (iii).....	143

Tabela 3-62 – ST53 (iv).....	144
Tabela 3-63 – ST37: 1	147
Tabela 3-64 – ST37: 2	148
Tabela 3-65 – ST37: 3	149
Tabela 3-66 – ST37: 6	150
Tabela 3-67 – ST37: 8	150
Tabela 3-68 – ST37: 4	151
Tabela 3-69 – ST37: 5	153
Tabela 3-70 – ST37: 7	153
Tabela 3-71 – ST61: 1	155
Tabela 3-72 – ST61: 2	156
Tabela 3-73 – ST61: 3	157
Tabela 3-74 – ST61: 4	158
Tabela 3-75 – ST61: 5	158
Tabela 3-76 – ST61: 6	159
Tabela 3-77 – ST61: 7	160
Tabela 3-78 – ST61: 8	160
Tabela 3-79 – ST61: 9	161
Tabela 3-80 – ST62: 1	162
Tabela 3-81 – ST62: 2	163
Tabela 3-82 – ST62: 3	164
Tabela 3-83 – ST62: 4	165
Tabela 3-84 – ST62: 5	166
Tabela 3-85 – ST62: 6	166
Tabela 3-86 – ST62: 7	167
Tabela 3-87 – ST62: 8	168
Tabela 3-88 – ST62: 9	169
Tabela 3-89 – ST62: 11	170
Tabela 3-90 – ST62: 13	171
Tabela 3-91 – ST62: 14	172
Tabela 3-92 – ST62: 15	173
Tabela 3-93 – ST62: 16	173
Tabela 3-94 – ST73: 1	175
Tabela 3-95 – ST73: 2	175
Tabela 3-96 – ST74: 1	176
Tabela 3-97 – ST74: 2	177
Tabela 3-98 – ST75: 1	178
Tabela 3-99 – ST75: 2	178

Tabela 3-100 – ST76: 1	181
Tabela 3-101 – ST76: 2	181
Tabela 3-102 – IC02	184
Tabela 3-103 – IC02	185
Tabela 3-104 – IC02	186
Tabela 3-105 – IC05	188
Tabela 3-106 – IC11Q01	190
Tabela 3-107 – IC11Q02	191
Tabela 3-108 – IC11Q03	192
Tabela 3-109 – IC11Q04	193
Tabela 3-110 – IC11Q05	194
Tabela 3-111 – IC11Q06	196
Tabela 3-112 – IC11Q07	197
Tabela 3-113 – IC01	199
Tabela 3-114 – IC01	200
Tabela 3-115 – IC01	202

Introdução

Os sistemas de avaliação comparada internacional, acerca da aprendizagem, passaram a ganhar notoriedade a partir de 1980. O *Programme for International Student Assessment* (PISA) constitui-se como um exemplo desses sistemas; foi criado em 1997, tendo sido implementado pela primeira vez no ano de 2000. Este Programa, de avaliação internacional de estudantes, é fortemente influenciado pelas perspectivas da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), centradas nas competências associadas às necessidades da economia e do mercado de trabalho (Fernandes, 2008; Schleicher, 2006). Abrangia, em 2012, 65 países e economias, tendo começado com 54 países.

O PISA “(...) visa avaliar a capacidade que os alunos de 15 anos de diferentes países/economias têm para mobilizar conhecimentos nos domínios da Matemática, da Leitura e das Ciências e responder a situações comuns da vida quotidiana” (Projavi et al., 2013, p. 1). Neste sentido, o foco desta avaliação não é saber se os estudantes dominam os conteúdos e conhecimentos adquiridos na escola, mas saber o que é que eles são capazes de fazer com o que sabem (OECD, 2014c).

Um dos principais objetivos do PISA é que os governos percebam quais os fatores que estão associados ao êxito educativo e não se limitem a fazer comparações de resultados isoladamente (Schleicher, 2006). Os governos deverão ‘ler’ os resultados que desejam obter do PISA

(...) numa perspetiva política, em quatro grandes campos temáticos, relativos: (i) à qualidade dos resultados da aprendizagem; (ii) à igualdade nos resultados da aprendizagem e equidade nas oportunidades educativas; (iii) à eficácia e eficiência dos processos educativos; e (iv) ao impacto dos resultados da aprendizagem e bem-estar social e económico. (Schleicher, 2006, p. 23)

A seguir à sua implementação em 2000, decorreram as edições de 2003, 2006, 2009, 2012, 2015, realizando-se a última em 2018 (a próxima será em 2021). A Literacia Matemática, que é central no nosso estudo, foi o principal domínio nas avaliações do PISA nas edições de 2003 e 2012, e será, novamente, o domínio principal em 2021. Deste modo, optámos por selecionar o ano de 2012, por ser a avaliação principal mais recente do domínio da Literacia Matemática.

O PISA é considerado um dos mais importantes e ambiciosos estudos, em larga escala, no campo da educação (Prenzel et al., 2013). É também

(...) o Programa internacional mais completo e rigoroso que existe para avaliar o rendimento de estudantes e para recolher informação sobre os fatores associados aos estudantes, às famílias e às instituições que podem ajudar a explicar as variações no seu rendimento. (Schleicher, 2006, p. 31).

O carácter diacrónico do PISA possibilita aos países participantes observarem as tendências do desempenho dos seus estudantes sob um ponto de vista comparativo. Assim, o PISA permite que os países envolvidos disponham de resultados que lhes permitam estabelecer e fundamentar políticas educativas (Caraballo et al., 2013).

Esta área de trabalho revela-se cada vez mais importante no nosso tempo. O relatório do *World Economic Forum* (WEF) (2018), também citado pelo recente documento do Grupo de Trabalho de Matemática, intitulado “Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática” (A. P. Canavarro et al., 2019) conclui que, de entre as capacidades que um trabalhador deve possuir no futuro, são fundamentais as seguintes:

Pensamento analítico e inovação; **Aprendizagem ativa e estratégias de aprendizagem**; Criatividade, originalidade e iniciativa; *Design* e programação de tecnologia; Pensamento crítico e análise; **Resolução de problemas complexos**; Liderança e influência social; Inteligência emocional; **Raciocínio, resolução de problemas e ideação**; e Análise e avaliação de sistemas. (World Economic Forum, 2018, p. 12)¹

Neste estudo interessa-nos conhecer os fatores influenciadores do desempenho de estudantes em Literacia Matemática no PISA, na edição de 2012. Conhecer esses fatores é de fundamental importância para estabelecer indicadores de qualidade de modo a determinar de que maneira os sistemas educativos podem alcançar um bom nível de formação e, conseqüentemente, fundamentar políticas educativas que promovam o sucesso dos estudantes a Matemática.

Os países-alvo do presente estudo são Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil. A escolha de Portugal deveu-se ao facto de pretendermos, no espírito do PISA, comparar outros países com Portugal, que tem estado perto da média da OCDE, ora abaixo ora acima. Os restantes países foram seleccionados por estarem acima (Singapura e Holanda) e abaixo

¹ O destaque a negrito bem como o itálico do empréstimo são da nossa responsabilidade.

(Espanha e Brasil) da média da OCDE. Outro critério de seleção dos países foi a proximidade social e cultural (Espanha e Brasil) e distanciamento social e cultural (Singapura e Holanda) em relação a Portugal.

A avaliação do PISA segue uma escala em que a média é de 500 pontos e o desvio padrão 100. Estes valores de referência são os mesmos desde o início do PISA. Considerando a Literacia Matemática como domínio principal de avaliação, Portugal obteve 487 pontos no PISA 2012 (OECD, 2014c), situando-se, pela primeira vez, na média da OCDE, enquanto que, em 2003 tinha obtido 466 pontos (OECD, 2014c), um pouco abaixo da média. Portugal evoluiu, pois, positivamente no período de 2003 a 2012, conforme atesta o relatório PISA 2012 (Projavi et al., 2013).

Singapura ocupou o segundo lugar no PISA 2012, com uma pontuação em Literacia Matemática de 573 pontos, não tendo participado da avaliação de 2003 (OECD, 2014c). A Holanda situou-se em décimo lugar no PISA 2012, com uma pontuação de 523 em Literacia Matemática, com uma descida de 15 pontos, relativamente a 2003, em que ocupava o quarto lugar, sempre acima da média da OCDE (2004, 2014c).

A Espanha, quer em 2003 quer em 2012, apresentou praticamente a mesma pontuação. Em 2012, obteve 484 pontos, menos um que em 2003 (OECD, 2004, 2014c), ficando, em ambos os anos, ligeiramente abaixo da média da OCDE. O Brasil apresentou uma pontuação no PISA 2012 de 391, mais 35 pontos, comparado com os resultados do PISA 2003 (OECD, 2004, 2014c), mas sempre muito abaixo da média da OCDE. Este país apresentou uma das maiores subidas, no que diz respeito à proficiência Matemática, quando comparamos os resultados dos Programas de 2003 e 2012. Este facto é destacado no Relatório Nacional PISA 2012 (OECD & INEP, 2014).

Dado que o PISA é ainda muito recente, há uma lacuna significativa de estudos em geral e, mais especificamente, em Literacia Matemática (Bakan Kalaycioğlu, 2015). Perante o exposto, apresentamos, de seguida, as questões e objetivos gerais e específicos deste estudo.

Questão geral

Quais os fatores que influenciam o desempenho de estudantes em Literacia Matemática, considerando os resultados do PISA 2012 e

documentos orientadores das políticas educativas, referentes a Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil?

Questões específicas

Qual é o estado da arte acerca dos fatores que influenciam o desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012?

Quais são as semelhanças e diferenças entre os elementos estruturantes fundamentais dos programas/organização curriculares de Matemática do ensino básico de Portugal com os dos países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012?

Quais são as semelhanças e diferenças entre os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática nos dados do PISA 2012?

Objetivo geral

Conhecer os fatores influenciadores do desempenho de estudantes em Literacia Matemática, considerando os resultados do PISA 2012 e documentos orientadores das políticas educativas, referentes a Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil.

Comparar as semelhanças e diferenças entre os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Holanda e Singapura) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012.

Objetivos específicos

Fazer uma revisão integrativa da literatura de modo a conhecer o estado da arte sobre os fatores que influenciam o desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012.

Comparar os elementos estruturantes fundamentais dos programas/organização curriculares de Matemática do ensino básico de Portugal com os dos países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012.

Comparar os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Holanda e Singapura) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática nos dados do PISA 2012.

O presente estudo está estruturado em quatro capítulos. No primeiro capítulo, abordamos o referencial teórico-conceitual e empírico do PISA, destacando os seus conceitos principais e a matriz teórica do domínio matemático, resultante da interligação desses conceitos e respetivas definições, bem como a avaliação e os respetivos níveis de proficiência a que esta leva. Terminamos esta parte com as forças e fragilidades deste Programa de avaliação em larga escala, que é o PISA, presentes na literatura. Ainda neste capítulo, investigamos os fatores que influenciam o desempenho de estudantes dos cinco países considerados neste estudo, em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012.

No segundo capítulo, o nosso interesse centra-se no sistema educativo, estudando a sua organização curricular. Dado que a avaliação do PISA é direcionada para estudantes com 15 anos, que na sua grande maioria estão a concluir a escolaridade básica, o nosso interesse neste estudo incidiu na *organização dos programas curriculares de Matemática do ensino básico* dos cinco países mencionados anteriormente. Assim, fomos comparar os programas curriculares de Matemática do ensino básico de Portugal com os dos países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012. Terminamos o capítulo apresentando uma síntese comparativa dos programas curriculares de Matemática dos cinco países.

Quanto ao terceiro capítulo, fazemos uma análise comparativa, com discussão, de alguns resultados dos estudantes obtidos no PISA 2012, tendo por base os dados disponibilizados pela OCDE. Estes dados basearam-se nas respostas dadas pelos estudantes, pelos seus pais e pelos diretores das escolas aos inquéritos realizados no âmbito do PISA 2012, tendo tido como linha orientadora os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses em Literacia Matemática apontados pelo estado da arte.

Por fim, no quarto capítulo, recordamos as questões e objetivos que orientaram o nosso estudo e discutiremos e verificaremos as respostas e conclusões que retirámos deste. Considerando que Caraballo e colaboradores (2013), Afonso e Costa (2009), Fernandes (2008), entre outros, referem que o PISA permite que os países envolvidos disponham de resultados que lhes permitam estabelecer e fundamentar políticas educativas, sugeriremos algumas políticas educativas sustentadas pelo nosso estudo de modo a melhorar a Literacia Matemática dos estudantes portugueses. Concluiremos com a apresentação das limitações do estudo e algumas sugestões para estudos futuros.

Vamos, de seguida, dar início ao estudo do referencial teórico do PISA.

1 Referencial Teórico-Conceptual e Empírico do PISA

O referencial teórico-conceptual e empírico do PISA é o foco deste capítulo e constitui-se como marco norteador deste estudo. Este capítulo está dividido em duas partes. Assim, na primeira parte, quanto ao referencial teórico-conceptual do PISA, procuramos ater-nos ao ano de 2012, dado ser este o mais atual no que se refere à Literacia Matemática, e que comparativamente aos anteriores, sofreu reduzidas alterações. Aproveitamos, no entanto, para registar subtis diferenças em relação ao referencial de 2003, ano em que a Literacia Matemática foi o domínio principal de avaliação, tal como em 2012. Deste modo, destacamos os principais conceitos do PISA e suas interligações, de modo a compreendermos como são avaliados os estudantes no PISA. Começamos pela definição de Literacia Matemática, que esmiuçamos nas suas diversas componentes presentes na organização do domínio de conhecimento matemático, dos processos envolvidos às competências matemáticas subjacentes. Prosseguimos com a sua avaliação e os respetivos níveis de proficiência a que esta leva. De seguida, apresentamos as forças e fragilidades deste Programa de avaliação em larga escala, presentes na literatura. Na segunda parte, abordamos o referencial empírico do presente estudo. Para tal, desenvolvemos uma investigação com base na revisão integrativa da literatura com o objetivo de conhecer o estado da arte sobre os fatores que influenciam o desempenho de estudantes dos cinco países considerados neste estudo, em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012.

1.1 Referencial Teórico-Conceptual da Matemática do PISA 2012

O referencial teórico-conceptual do PISA 2012 organiza-se em três secções principais. A primeira secção, “Definição de Literacia Matemática”, explica os fundamentos teóricos da avaliação em matemática no PISA, com destaque para a definição formal deste conceito. A segunda secção, “Organização do domínio de conhecimento”, descreve três aspetos: (i) os processos matemáticos e as competências matemáticas subjacentes a esses processos; (ii) a forma como se organizam os conhecimentos de conteúdo matemático e aqueles que são relevantes para uma avaliação de jovens de 15 anos; (iii) os contextos onde os estudantes

encontram desafios matemáticos. A terceira e última secção, “Avaliação da Literacia Matemática”, aborda questões estruturais dessa avaliação.

1.1.1 Definição de Literacia Matemática

É fundamental ser matematicamente competente numa sociedade moderna. A Matemática está presente numa grande variedade de problemas e situações com que um cidadão se pode deparar no dia a dia, não descartando as de contexto profissional. Assim, a compreensão da Matemática, o raciocínio matemático e conhecer e saber usar ferramentas matemáticas é essencial na vida quotidiana. Para os jovens, a Matemática é uma ferramenta essencial na hora de enfrentar questões e desafios relativos a aspetos profissionais, sociais e científicos (OECD, 2013b). Portanto,

(...) é importante saber até que ponto estes, uma vez finalizada a sua escolaridade obrigatória, estão adequadamente preparados para aplicar a matemática na compreensão de questões importantes e na resolução de problemas com os quais se possam deparar no seu dia a dia. Uma avaliação, como a preconizada pelo PISA, aos 15 anos de idade, permite identificar precocemente o modo como os cidadãos podem responder no futuro à grande variedade de situações com as quais se vão deparar e em que a matemática está implicada. (OECD, 2013b, p. 24)

Uma avaliação internacional de estudantes de 15 anos de idade necessita de ter como base a seguinte questão: “(...) o que significa ser matematicamente competente para um jovem de 15 anos que está a finalizar a sua escolaridade obrigatória, ou que está a preparar-se para estudos mais avançados e/ou especializados e ser admitido numa carreira ou na universidade?” (OECD, 2013b, p. 24).

Considerando o exposto, importa definirmos o constructo de Literacia Matemática. No documento do PISA 2003, a *Literacia Matemática* foi definida como:

(...) a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo. (OECD, 2003, p. 24)

No PISA 2012, a noção de *Literacia Matemática* foi ampliada, tornando explícitos conceitos que estavam implícitos no referencial de 2003, passando a definir-se como:

(...) a capacidade que os indivíduos têm para formularem, aplicarem e interpretarem a matemática em distintos contextos. Inclui o raciocínio matemático e a utilização de

conceitos, procedimentos, dados e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Contribui para que os indivíduos reconheçam o papel que a matemática desempenha no mundo e para que cidadãos construtivos, comprometidos e reflexivos possam emitir juízos e tomar decisões bem fundamentadas. (OECD, 2013b, p. 25)

Ao compararmos as duas definições, observamos que a de 2012 é mais rica conceitual e descritivamente. Na definição de 2003, foram empregues quatro descritores, enquanto que, na de 2012, foram utilizados o dobro (Caraballo et al., 2013). Apesar da definição de *Literacia Matemática* de 2012 ser mais extensa, os conceitos agora incorporados já eram abordados no referencial teórico de 2003 (Caraballo et al., 2013; Niss, 2015; Rico, 2004, 2007, 2011).

Caraballo e colaboradores destacam que

(...) globalmente a definição de Literacia Matemática que é apresentada no referencial teórico de 2012 é mais completa que a apresentada no referencial de 2003. A nova definição destaca de forma mais detalhada os processos envolvidos na resolução de problemas em diversos contextos, assim como os fenômenos e o uso de ferramentas matemáticas. (2013, p. 230)

A atual definição proporciona uma estrutura útil e significativa para organizar os processos matemáticos que descrevem o que faz um indivíduo para ligar o contexto de um problema com a Matemática por ele invocada para a sua resolução (Caraballo et al., 2013; Guzmán, 1990; Polya, 2003; Rico, 2007).

Neste sentido, a definição de Literacia Matemática sublinha que o envolvimento terá de ser ativo, pois quando são usados os verbos, “formular”, “aplicar” e “interpretar”, são apontados os caminhos que o estudante deve percorrer ao resolver problemas em contexto.

Portanto, podemos ver claramente uma heurística proposta pelo PISA 2012 para a resolução de problemas, que inclui a avaliação das soluções ou raciocínios matemáticos em relação ao contexto do problema e, por conseguinte, determinar se os resultados são razoáveis e têm sentido na situação em concreto (Dewey, 1997; Guzmán, 1990; OECD, 2013b; Polya, 2003; Rico, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008; Schoenfeld, 2007). Essa proposta encontra-se resumida na Figura 1-1, apresentada de seguida:

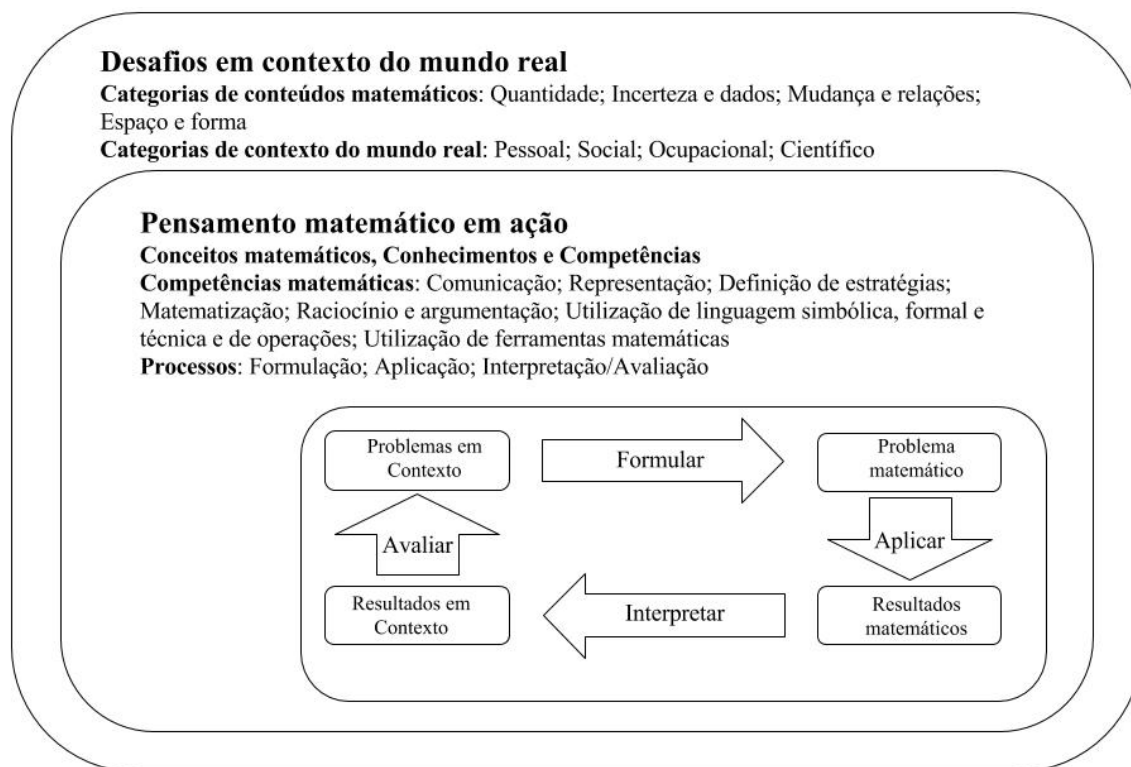


Figura 1-1 – Modelo prático de Literacia Matemática.
 Fonte: OECD (2013b, p. 26).

Observamos na Figura 1-1 que a Literacia Matemática se desenvolve a partir de um desafio ou problema apresentado no contexto do mundo real. São apresentadas quatro categorias de contexto: *pessoal, social, ocupacional e científico*. Um problema pode envolver uma ou mais categorias. A par das categorias de contexto, o modelo apresenta, também, quatro categorias de conteúdo matemático – *quantidade, incerteza e dados, mudanças e relações, e espaço e forma* – às quais se espera que todos os estudantes de 15 anos tenham sido expostos na sala de aula. Assim, um problema é caracterizado tendo em conta estes dois aspetos: os contextos e os conteúdos matemáticos.

A referência a uma variedade de contextos, na definição de Literacia Matemática, pretende estabelecer uma ligação com os contextos específicos do referencial. Quando olhados isoladamente, os contextos não têm grande importância; no entanto, em conjunto, as quatro categorias de contexto refletem uma gama de situações, a partir das quais os estudantes podem ter a oportunidade de aplicar a Matemática (Caraballo et al., 2013).

Como o próprio modelo da Figura 1-1 sugere, a resolução de problemas pretende ser dinâmica – pensamento matemático em ação – em que, a par dos conceitos matemáticos, o estudante tem a oportunidade de aplicar as competências matemáticas que já desenvolveu.

Neste referencial, são destacadas sete competências, a saber: *Comunicação; Representação; Definição de estratégias; Matematização; Raciocínio e argumentação; Utilização de linguagem simbólica, formal e técnica e de operações; Utilização de ferramentas matemáticas*, as quais serão definidas mais à frente na organização do domínio de conhecimento matemático (Niss & Højgaard, 2011; OECD, 2013b; Turner et al., 2015). Estas competências são ativadas de forma sucessiva e simultânea quando um indivíduo resolve um problema.

O modelo em causa exibe um ciclo de etapas para a resolução de problemas. No entanto, dependendo do tipo de problema e das decisões tomadas, a sua resolução pode requerer que o estudante não necessite de percorrer todo o ciclo ou que o percorra mais de uma vez (Dewey, 1997; Guzmán, 1990; Niss & Højgaard, 2011; OECD, 2013b; Polya, 2003; Turner et al., 2015).

O constructo de Literacia Matemática descreve as competências que os indivíduos devem possuir, ou desenvolver, para descrever, explicar e prever fenómenos. As competências que os jovens, de 15 anos, devem ter presentes, terão de ser desenvolvidas dentro e fora das salas de aula, com experiências significativas e resolvendo problemas em contexto (Freudenthal, 1973, 2002; OECD, 2013b; Recio, 2006, 2007; Schoenfeld, 2007). A definição também destaca que a Literacia Matemática reconhece o papel que a Matemática desempenha no mundo para que “(...) cidadãos construtivos, comprometidos e reflexivos possam emitir juízos e tomar decisões bem fundamentadas” (OECD, 2013b, p. 25).

A OCDE chama também a atenção para a importância das ferramentas matemáticas como calculadoras, computadores e diversos tipos de *software* (programas estatísticos, folhas de cálculo, geometria dinâmica, instrumentos de medida virtual entre outros). Estas ferramentas podem ser variadíssimas pois a sociedade do século XXI está em permanente mudança, o que exige que os seus membros estejam em constante adaptação e prontos a usar as ferramentas que esta lhes coloca à disposição (OECD, 2015). A avaliação da Matemática realizada em computador foi possível em alguns países na edição do Programa de 2012 e passou a ser em computador para a maioria dos países em 2015. Esse tipo de avaliação permitirá vir a incluir uma ampla gama de ferramentas matemáticas nos itens de avaliação, o que dará a oportunidade de avaliar alguns aspetos da Literacia Matemática que não são facilmente avaliados por via tradicional, ou seja, por testes realizados no papel, para já só inclui o uso de uma calculadora científica digital (OECD, 2014b, p. 29).

Para maior clareza e aprofundamento do constructo da Literacia Matemática e dos conceitos presentes no modelo prático da Literacia Matemática, proposto no PISA 2012, apresentamos, na segunda secção, a organização do domínio do conhecimento matemático.

1.1.2 Organização do domínio do conhecimento matemático

A definição de Literacia Matemática contém três aspetos interrelacionados: (i) *processos matemáticos e competências matemáticas subjacentes*; (ii) *conteúdos matemáticos*; e (iii) *contextos*. Esta secção pretende responder a três questões baseadas na definição de Literacia Matemática e subjacentes aos três aspetos referidos:

- Em que processos participam os indivíduos quando resolvem problemas matemáticos contextualizados e que competências se espera que possam demonstrar à medida que aumenta a sua Literacia Matemática? (OECD, 2013b, p. 27)
- Que conhecimentos de conteúdos matemáticos se pode esperar dos indivíduos e, em concreto, de estudantes de 15 anos de idade? (OECD, 2013b, p. 27)
- Em que contextos se pode observar e avaliar a Literacia Matemática? (OECD, 2013b, p. 27)

O primeiro aspeto, *processos matemáticos*, deriva diretamente dos três verbos presentes na definição de Literacia Matemática “*formular*”, “*aplicar*” e “*interpretar*”. A estes três termos são associadas três categorias: (i) *formulação matemática de situações* – esta categoria permite avaliar até que ponto o estudante identifica oportunidades para usar a Matemática em situações problemáticas; (ii) *aplicação de conceitos, dados, procedimentos e raciocínios matemáticos* – esta categoria vai permitir ter a perceção das capacidades que os estudantes têm para realizar cálculos, manipulações algébricas e aplicar conceitos matemáticos que possuam na resolução de problemas; e (iii) *interpretação, execução e validação dos resultados matemáticos* – nesta categoria ficamos a conhecer se o estudante reflete sobre as soluções encontradas, se as interpreta no contexto de um problema do mundo real e se essas são, ou não, plausíveis. Estes processos podem ser observados no ciclo da Figura 1-1 e que está amplamente documentado na literatura (Dewey, 1997; Guzmán, 1990; Polya, 2003; Rico, 2007, 2011; Rico & Lupiáñez, 2008).

Na execução de processos cognitivos, necessários à resolução de qualquer problema, os estudantes têm que ativar competências matemáticas (chamadas de competências fundamentais no referencial do PISA 2012). As sete competências usadas, no presente

referencial, resultam de uma simplificação das oito competências matemáticas apresentadas por Niss e Højgaard (2011) e que haviam sido usadas no referencial de 2003 (OECD, 2003). A necessidade de ativar competências matemáticas também está devidamente documentada na literatura, vejam-se, por exemplo, os “Princípios e Normas para a Matemática Escolar” (The National Council of Teachers Mathematics, 2007) ou os “Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática” (The National Council of Teachers Mathematics, 2017).

No PISA, a noção de competência estabelece uma abordagem funcional à matemática escolar e a resolução de problemas tem, nesta abordagem, um lugar de destaque. Rico (2006) apresenta uma análise do enquadramento teórico do PISA, relativamente à Matemática e resolução de problemas, reconhecendo a sua contribuição na avaliação de competências. No entanto, defende a opinião que essa articulação teórica deve ter uma leitura em termos curriculares.

No mesmo trabalho, o autor descreve a estrutura curricular do projeto PISA que se passa a apresentar:

– *Competências e objetivos*: as competências gerais contempladas no PISA 2003 são pensar e raciocinar, argumentar, comunicar, modelação de situações, formular e resolver problemas, representar, utilizar linguagem simbólica, formal e técnica e as operações.

As competências apresentadas referem os processos que os estudantes devem utilizar quando desenvolvem atividade matemática.

Os objetivos específicos, expressos em termos de habilidades ou domínio de certos conceitos ou procedimentos, são orientados para se atingir uma ou mais competências; eles constituem a expressão das prioridades formativas que eles propõem para um certo momento. As competências ou processos gerais, ao contrário, marcam metas de médio e longo prazo (Rico, 2006).

– *Conteúdos matemáticos e a matemática escolar*: os termos e conceitos matemáticos focados no PISA são os da matemática escolar. Portanto, os termos utilizados e os conceitos que representam correspondem a noções socialmente úteis e culturalmente relevantes que são transmitidas pelo sistema educacional para a educação de todos os seus cidadãos. No ambiente escolar, um conceito matemático pode ser visto a partir de uma variedade de significados. Afirmamos que isso é assim porque o mesmo conceito admite uma pluralidade de significados que são determinados pelas relações internas e externas do conceito de

referência. No entanto, no modelo funcional que apresentamos, o interesse concentra-se nos fenómenos do mundo real que levam a um tratamento matemático. O modelo funcional não se interessa tanto pela classificação convencional das ferramentas, ou seja, pela organização dos conteúdos, como em destacar as ferramentas para a sua funcionalidade, levando em consideração os usos nos quais elas estão envolvidas. A estratégia assumida no PISA tenta equilibrar a prioridade estrutural na organização dos conteúdos, propondo-se, para isso, definir a gama de conteúdos que podem ser avaliados, utilizando uma abordagem fenomenológica para descrever ideias, estruturas e conceitos matemáticos (Rico, 2006). Isto significa descrever o conteúdo em relação aos fenómenos e os tipos de problemas dos quais eles surgiram, isto é, organizar os conteúdos de acordo com grandes áreas temáticas (Freudenthal, 1973).

– *Instrumentos de avaliação*: A estratégia escolhida para contemplar o processo de matematização e abordar o domínio avaliado tem em consideração três variáveis. As três variáveis, que estabelecem a tarefa e caracterizam o que é avaliado, são: (i) o conteúdo matemático que deve ser utilizado para resolver o problema; (ii) a contextualização do problema; (iii) as competências ou processos que devem ativar-se para se estabelecer ligações entre o mundo real, onde o problema surge, e a Matemática (Rico, 2006).

À medida que aumenta o nível de Literacia Matemática de um indivíduo, este pode progredir para níveis cada vez maiores de competências matemáticas. O aumento da ativação das competências está associado ao aumento da dificuldade dos itens (OECD, 2013b).

De seguida, definimos as *competências matemáticas* utilizadas neste referencial teórico:

Comunicação: a Literacia Matemática implica comunicação. O sujeito percebe a existência de algum desafio e está estimulado para reconhecer a situação do problema. A leitura, decodificação e interpretação de enunciados, perguntas, tarefas ou objetos permitem-lhe formular um modelo mental da situação, que é um passo importante para a compreensão, clarificação e formulação de um problema. Durante o processo de resolução pode ser necessário resumir e apresentar resultados intermédios. Posteriormente, uma vez que se encontrou uma solução, o indivíduo que resolveu o problema pode ter de apresentá-la a outros e talvez dar uma explicação ou justificação. (OECD, 2013b, p. 30)

Matematização: a Literacia Matemática pode supor transformar um problema definido no mundo real num estritamente matemático (que pode incluir a estruturação, conceptualização, elaboração de hipóteses e/ou construção de um modelo) ou a interpretação ou avaliação de um resultado ou modelo matemático relacionado com o

problema original. O termo “matematização” utiliza-se para descrever as atividades matemáticas fundamentais implicadas. (OECD, 2013b, p. 30)

Representação: a Literacia Matemática envolve, com muita frequência, representações de objetos e situações matemáticas. Isto pode supor a seleção, interpretação, tradução e utilização de distintas representações para refletir uma situação, interagir com um problema ou apresentar o próprio trabalho. As representações a que se faz referência incluem gráficos, tabelas, diagramas, imagens, equações, fórmulas e materiais concretos. (OECD, 2013b, p. 30)

Raciocínio e argumentação: a competência matemática a que se recorre através de diferentes etapas e atividades associadas à Literacia Matemática denomina-se *raciocínio e argumentação*. Esta competência implica processos de pensamento tratados de forma lógica que exploram e conetam os elementos do problema para realizar inferências a partir deles, verificar uma justificação dada ou proporcionar uma justificação ou solução do problema. (OECD, 2013b, p. 30)

Conceção de estratégias de resolução de problemas: a Literacia Matemática requer, frequentemente, a elaboração de estratégias para resolver problemas de forma matemática. Isto implica um conjunto de processos de controlo fundamentais que guiam o indivíduo para que reconheça, formule e resolva problemas eficazmente. Esta competência caracteriza-se pela seleção ou elaboração de um plano ou estratégia cujo fim é utilizar a matemática para resolver os problemas derivados de uma tarefa ou contexto, assim como guiar a sua implementação. Esta competência matemática pode ser necessária em qualquer etapa do processo de resolução de problemas. (OECD, 2013b, pp. 30–31)

Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica: a Literacia Matemática requer a utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica. Isto implica a compreensão, interpretação, manipulação e utilização de expressões simbólicas num contexto matemático (incluindo as expressões e operações aritméticas) regido por convenções e regras matemáticas. Também supõe a compreensão e a utilização de construções formais baseadas em definições, regras e sistemas formais assim como o uso de algoritmos com estas entidades. Os símbolos, as regras e os sistemas aplicados variam em função dos conhecimentos concretos do conteúdo matemático requerido por um exercício específico para formular, resolver ou interpretar a matemática. (OECD, 2013b, p. 31)

Utilização de ferramentas matemáticas: As ferramentas matemáticas incluem ferramentas físicas, como instrumentos de medição, além de calculadoras e ferramentas informáticas que são cada vez mais acessíveis. O conhecimento e a habilidade para utilizar as distintas ferramentas que podem favorecer a atividade matemática, assim como o conhecimento das suas limitações, estão implícitos nesta competência. De igual modo, as ferramentas matemáticas podem desempenhar um papel crucial na comunicação dos resultados. (OECD, 2013b, p. 31)

Tabela 1-1 – Relação entre os processos e as competências matemáticas fundamentais

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)	Ler, decodificar e compreender afirmações, questões, tarefas, objetos, imagens ou animações (em avaliações usando o computador – designada, frequentemente, pela sigla CBA do inglês <i>Computer Based Assessment</i>) para formar um modelo mental da situação	Articular uma solução, mostrar o trabalho envolvido para encontrar a solução e/ou resumir e apresentar resultados matemáticos intermédios	Construir e comunicar explicações e argumentos no contexto do problema
Matematização (b)	Identificar estruturas e variáveis matemáticas subjacentes ao problema do mundo real e formular hipóteses para as poder utilizar	Usar uma compreensão do contexto para orientar ou facilitar o processo de resolução matemática, por exemplo, trabalhar com um grau de precisão apropriado ao contexto	Compreender o âmbito e os limites duma solução matemática que decorra do modelo matemático aplicado
Representação (c)	Criar uma representação matemática dos dados do mundo real	Compreender, relacionar e utilizar uma variedade de representações durante a interação com o problema	Interpretar os resultados matemáticos numa variedade de formatos relativamente à situação ou uso; comparar ou avaliar duas ou mais representações relativamente à situação
Raciocínio e argumentação (d)	Explicar, defender ou fornecer uma justificação para a representação identificada ou concebida da situação do mundo real	Explicar, defender ou fornecer uma justificação para os procedimentos e processos utilizados para determinar uma solução ou um resultado matemático Estabelecer ligação entre as peças de informação para chegar a uma solução matemática, fazer generalizações ou criar uma argumentação com vários passos	Refletir nas soluções matemáticas e criar explicações e argumentos que suportem, refutem ou qualifiquem a solução matemática no contexto do problema
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	Procurar ou conceber um plano ou uma estratégia para reformular matematicamente um problema contextualizado	Acionar mecanismos de controlo eficazes e sustentados durante um procedimento de vários passos conduzindo a uma solução matemática, conclusão ou generalização	Conceber e aplicar uma estratégia para interpretar, avaliar e validar uma solução matemática de um problema contextualizado
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	Usar variáveis apropriadas, símbolos, diagramas e modelos <i>standard</i> para representar problemas do mundo real usando uma linguagem simbólica e/ou formal	Compreender e utilizar constructos formais baseados em definições, regras e sistemas formais assim como usar algoritmos	Compreender a relação entre o contexto do problema e a representação da solução matemática. Usar esse conhecimento para ajudar a interpretar a solução, no contexto do problema, e avaliar a viabilidade e possíveis limitações da solução
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	Utilizar ferramentas matemáticas para reconhecer estruturas matemáticas ou descrever relações matemáticas	Conhecer e saber usar adequadamente uma variedade de ferramentas que permitam ajudar a implementar processos e procedimentos para procurar soluções matemáticas	Usar ferramentas matemáticas para estabelecer a plausibilidade duma solução matemática e identificar eventuais limites ou restrições da solução proposta no contexto do problema

Fonte: OECD (2013b, p. 32)

Importa ressaltar que, no referencial do PISA 2012 (OECD, 2013b), a competência *Raciocinar e argumentar* resultou da consolidação e síntese das competências *Pensar e raciocinar* e *Argumentar* presentes no referencial do PISA 2003 (OECD, 2003). A competência *Modelação* em 2003 correspondeu em 2012 à competência matemática

Matematização. Em ambas as competências enfatizou-se, maioritariamente, a transformação de um problema do mundo real em um problema do mundo matemático mediante a estruturação, conceptualização e formulação de modelos. Assim, as mudanças introduzidas representam uma conceptualização orientada para os três processos fundamentais *formular, aplicar e interpretar*, que estão presentes na definição de Literacia Matemática (Caraballo et al., 2013; Stacey & Turner, 2015a, 2015b).

O modo como estas competências se manifestam dentro dos três processos é descrito na Tabela 1-1.

O segundo aspeto, *conteúdos matemáticos*, está presente sempre que se pretende resolver problemas. Assim, a compreensão dos conteúdos matemáticos é importante para os cidadãos do mundo atual, isto é, “(...) para resolver problemas e interpretar situações em contextos pessoais, ocupacionais, sociais e científicos é necessário recorrer a determinados conhecimentos e conceitos matemáticos” (OECD, 2013b, p. 31). O referencial adotado aborda quatro grandes categorias de conteúdos, consideradas relevantes para a matemática contemporânea, não esquecendo a sua evolução ao longo da história e também tendo presente os conteúdos que, normalmente, fazem parte de todos os currículos nacionais. As quatro categorias de acordo com a OECD são:

Mudanças e relações: O mundo natural e o artificial exibem uma multiplicidade de relações temporais e permanentes entre os objetos e as circunstâncias, onde as mudanças se produzem dentro dos sistemas de objetos interrelacionados ou em circunstâncias onde os elementos se influenciam mutuamente. Em muitos casos, estas mudanças ocorrem ao longo do tempo e em outros, as mudanças num objeto ou quantidade estão relacionadas com as mudanças em outro. Algumas destas situações supõem uma mudança descontínua; outras uma mudança contínua. Algumas relações são de natureza permanente ou invariável. Ter mais conhecimento sobre as mudanças e as relações supõe compreender os tipos fundamentais de mudanças e reconhecer quando têm lugar, com o fim de utilizar modelos matemáticos adequados para descrevê-las e prevê-las. Sob um ponto de vista matemático, isto implica modelar as mudanças e as relações com as funções e equações pertinentes, além de criar, interpretar e traduzir entre as representações simbólicas e gráficas das relações.

A categoria *mudanças e relações* é evidente em cenários tão diversos como o crescimento de organismos, a música, o ciclo das estações, os padrões climáticos, os níveis de emprego e as condições económicas. Aspetos do conteúdo matemático tradicional das funções e da álgebra como as expressões algébricas, as equações e as desigualdades, as representações tabulares e gráficas, são fundamentais para descrever e interpretar fenómenos de mudanças. As representações de dados e relações descritas por meio da estatística também podem utilizar-se para representar e interpretar as mudanças e relações e uma base sólida dos fundamentos do número e das unidades é,

de igual modo, essencial para definir e interpretar *as mudanças e relações*. Algumas relações interessantes surgem das medições geométricas como o modo como as mudanças no perímetro de uma família de formas poderia relacionar-se com mudanças na área ou as relações entre os comprimentos dos lados dos triângulos. (OECD, 2013b, pp. 33–34)

Espaço e forma: inclui uma ampla gama de fenómenos que se encontram em todas as partes do nosso mundo visual e físico: padrões, propriedades dos objetos, posições e direções, representações dos objetos, descodificação e codificação de informação visual, navegação e interação dinâmica com formas reais, assim como com representações. A geometria é uma base fundamental do espaço e forma, mas a categoria vai muito mais além da geometria tradicional em conteúdo, significado e método, recorrendo a outras áreas matemáticas, como a visualização espacial, a medição e a álgebra. Por exemplo, as formas podem mudar e um ponto pode mover-se ao longo de um lugar geométrico necessitando-se, portanto, dos conceitos de função. As fórmulas de medição são cruciais nesta área. A manipulação e interpretação de formas em ambientes que requerem ferramentas que vão desde os programas informáticos de geometria dinâmica até aos Sistemas de Posicionamento Global (GPS, sigla em inglês) incluem-se nesta categoria de conteúdo.

O Programa propõe que a compreensão de um conjunto de conceitos e destrezas básicas é importante para a Literacia Matemática relativa ao *espaço e forma*. A Literacia Matemática, nesta área, inclui uma série de atividades tais como a compreensão da perspetiva (por exemplo nas pinturas), a elaboração e leitura de mapas, a transformação das formas com e sem tecnologia, a interpretação de vistas tridimensionais desde diferentes perspetivas e a construção de representações de formas. (OECD, 2013b, p. 34)

Quantidade: A noção de *quantidade* pode ser o aspeto matemático mais importante e essencial da participação e envolvimento no nosso mundo. Incorpora a quantificação dos atributos dos objetos, as relações, as situações e as entidades do mundo, interpretando diferentes representações dessas quantificações e julgando interpretações e argumentos baseados na quantidade. Participar na quantificação do mundo supõe compreender as medições, os cálculos, as magnitudes, as unidades, os indicadores, o tamanho relativo e as tendências e padrões numéricos. Aspetos do raciocínio quantitativo – como o sentido de número, as múltiplas representações destes, a elegância no cálculo, o cálculo mental, e estimação e a avaliação da razoabilidade dos resultados – constituem a essência da Literacia Matemática relativa à *quantidade*.

A quantificação é o principal método para descrever e medir um extenso conjunto de atributos de aspetos do mundo. Permite construir modelos das situações, examinar mudanças e relações, descrever e manipular o espaço e as formas, organizar e interpretar dados, medir e avaliar a incerteza. Portanto, a Literacia Matemática na área da *quantidade*, aplica os conhecimentos de número e as operações numéricas a uma ampla variedade de contextos. (OECD, 2013b, pp. 34–35)

Incerteza e dados: Em ciência, na tecnologia e na vida diária, a incerteza é um facto provado. Portanto, a incerteza é um fenómeno que se encontra no centro da análise matemática de muitas situações dos problemas, e a teoria das probabilidades e

estatística, assim como as técnicas de representação e descrição de dados, desenvolveram-se para lhes dar resposta. A categoria de conteúdo *incerteza e dados* inclui o reconhecimento do lugar da variação nos processos, a posse de um sentido de quantificação dessa variação, a admissão de incerteza e erro nas medições e os conhecimentos sobre o acaso. De igual modo, compreende a elaboração, interpretação e avaliação das conclusões extraídas em situações onde a incerteza é fundamental. A apresentação e interpretação de dados são conceitos-chave nesta categoria.

Existe incerteza nas previsões científicas, nos resultados eleitorais, nas previsões meteorológicas e nos modelos económicos. Existe variação nos processos de fabricação, nas classificações dos exames e nos resultados de inquéritos, e o acaso é essencial para muitas atividades recreativas que as pessoas desfrutam. As áreas curriculares tradicionais de probabilidades e estatística oferecem os meios formais para descrever, modelar e interpretar uma determinada classe de fenómenos relacionados com a incerteza e realizar inferências. Além disso, o conhecimento dos números e de aspetos da álgebra, como os gráficos e as representações simbólicas, facilita a abordagem de problemas desta categoria de conteúdo. A ênfase colocada na interpretação e apresentação dos dados é um aspeto importante na categoria *incerteza e dados*. (OECD, 2013b, p. 35)

Salientamos que a coerência da Matemática, enquanto disciplina, é favorecida pelas relações entre os aspetos de conteúdo que abarcam as quatro categorias apresentadas anteriormente.

A resolução de problemas contextualizados só pode ser eficaz quando dentro destas quatro categorias encontramos os diversos conceitos, procedimentos, dados e ferramentas matemáticas, com uma sofisticação e um nível de aprofundamento adequados. Não podemos esquecer que uma avaliação da Literacia Matemática, como o PISA, trata de avaliar os níveis e tipos de Matemática que são apropriados para os estudantes de 15 anos no seu crescimento, de modo a converterem-se em “(...) cidadãos construtivos, comprometidos e reflexivos capazes de emitir juízos e tomarem decisões bem fundamentadas” (OECD, 2013b, p. 33).

As quatro grandes categorias de conteúdo incluem uma ampla gama de conteúdos matemáticos, que são ilustrados no PISA 2012 como se segue:

Funções: o conceito de função, enfatizando mas não se limitando às funções lineares, suas propriedades e uma variedade de descrições e representações das mesmas. As representações utilizadas normalmente são verbais, simbólicas, tabulares e gráficas;

Expressões algébricas: interpretação verbal e manipulações algébricas que incluem números, símbolos, operações aritméticas, potências e raízes simples;

Equações e inequações: equações lineares e afins e inequações, equações simples do segundo grau, e métodos de resolução analíticos e não analíticos;

Sistemas de coordenadas: representação e descrição de dados, posições e relações;

Relações em e entre objetos geométricos em duas e três dimensões: relações estáticas como as conexões algébricas entre elementos de figuras (por exemplo, o teorema de Pitágoras, ao definir a relação entre as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo), a posição relativa, a semelhança e congruência, e as relações dinâmicas que implicam a transformação e o movimento de objetos, assim como as correspondências entre objetos bidimensionais e tridimensionais;

Medida: quantificação das características de, e entre, objetos, como as medidas dos ângulos, a distância, o comprimento, o perímetro, a circunferência, a área e o volume;

Números e unidades: conceitos, representações de números e sistemas numéricos, incluindo as propriedades dos números inteiros e racionais, os aspectos relevantes dos números irracionais, assim como as quantidades e unidades que fazem referência a fenômenos como o tempo, o dinheiro, o peso, a temperatura, a distância, a área e o volume, e quantidades derivadas e sua descrição numérica;

Operações aritméticas: a natureza e propriedades destas operações e as convenções de notação relativas a elas;

Percentagens, razões e proporções: descrição numérica da magnitude relativa e aplicação das proporções e raciocínio proporcional à resolução de problemas;

Princípios de cálculo: combinações e permutações simples;

Estimação: aproximação das quantidades e expressões numéricas de acordo com a sua função, incluindo Algarismos significativos e arredondamentos;

Recolha, representação e interpretação de dados: natureza, génese e recolha de vários tipos de dados e diferentes maneiras de os representar e interpretar;

Variabilidade e descrição de dados: conceitos como variabilidade, distribuição e tendência central de séries de dados, e as maneiras de os descrever e interpretar em termos quantitativos;

Amostras e amostragem: conceitos de amostra e de amostragem de populações de dados, incluindo inferências simples baseados nas propriedades das amostras;

Acaso e probabilidade: noção de eventos aleatórios, variações aleatórias e sua representação, acaso e frequência de eventos, e aspectos básicos do conceito de probabilidade. (OECD, 2013b, p. 36)

O terceiro aspeto, *Contexto*, é fundamental para a Literacia Matemática, tendo em vista que a resolução de problemas não pode ser descontextualizada. O contexto é um aspeto do mundo real do indivíduo no qual os problemas são colocados. As estratégias a adotar na resolução de um problema estão dependentes dos contextos onde esse se situa. Assim, o referencial de Matemática do PISA 2012 definiu quatro categorias de contexto para

classificar os itens de avaliação elaborados, *pessoal*, *ocupacional*, *social* e *científico*, definidos do seguinte modo:

Pessoal: os problemas classificados nesta categoria de contexto centram-se em atividades do próprio indivíduo, da sua família ou do seu grupo de pares. Os tipos de contextos que se podem considerar pessoais incluem, entre outros, aqueles que implicam a preparação de alimentos, as compras, os jogos, a saúde e o transporte pessoal, os desportos, as viagens, a planificação pessoal e as próprias finanças. (OECD, 2013b, p. 37)

Ocupacional: os problemas classificados na categoria de contexto ocupacional centram-se no mundo laboral. Os itens classificados como ocupacionais podem incluir aspetos como a medição, o cálculo de custos e o pedido de materiais para a construção, a folha de pagamentos e/ou a contabilidade, o controlo de qualidade, a planificação e construção de inventários, o desenho e/ou a arquitetura a tomada de decisões relacionadas com o trabalho, entre outros. Os contextos ocupacionais podem referir-se a qualquer nível de mão de obra, desde o trabalhador não especializado até ao de nível mais elevado e especializado, embora os itens do estudo PISA devam ser acessíveis a estudantes de 15 anos. (OECD, 2013b, p. 37)

Social: os problemas classificados na categoria de contexto social centram-se na própria comunidade (seja ela local, nacional ou global). Podem incluir aspetos como os sistemas eleitorais, o transporte, o governo, as políticas públicas, a demografia, a publicidade, as estatísticas nacionais e a economia, entre outros. Embora os indivíduos estejam envolvidos em todos estes aspetos a título pessoal, na categoria de contexto social os problemas colocam a ênfase na perspetiva comunitária. (OECD, 2013b, p. 37)

Científico: os problemas classificados na categoria de contexto científico referem-se à aplicação da matemática ao mundo real e a questões e temas relacionados com a ciência e tecnologia. Os contextos concretos podem incluir áreas como a meteorologia ou o clima, a ecologia, a medicina, as ciências espaciais, a genética, as medições e o próprio mundo da matemática, entre outros. (OECD, 2013b, p. 37)

Estas categorias de contexto garantem que é possível construir itens, envolvendo uma grande variedade de conteúdos matemáticos. Tendo presente que um dos objetivos da avaliação do PISA é medir o uso do conhecimento de conteúdos matemáticos, processos e competências que os estudantes adquiriram até à idade de 15 anos, e o que poderão vir a fazer com eles na sua vida adulta, os contextos relevantes devem ser identificados em função desses objetivos.

Considerando que o referencial do PISA tem como foco central a avaliação da Literacia Matemática, este é um constructo muito destacado neste referencial pela importância fundamental que desempenha na implementação do PISA, conforme abordado de seguida.

1.1.3 Avaliação da Literacia Matemática

Na presente secção apresentamos o modo como as diferentes componentes do referencial do PISA 2012 foram colocadas em prática na avaliação. Neste sentido, destacamos três aspetos: (i) a estrutura da avaliação da componente matemática do PISA 2012; (ii) a apresentação dos níveis de competência matemática; e (iii) as atitudes, crenças e emoções perante a Matemática (OECD, 2013b).

No primeiro aspeto, *estrutura da avaliação da componente matemática do PISA 2012*, atendendo à definição de Literacia Matemática, os itens usados nas provas estão inseridos num contexto e apelam quer ao conhecimento de conteúdos matemáticos, quer à aplicação de conhecimentos e competências matemáticas, a um nível adequado aos estudantes de 15 anos, tal como vimos anteriormente. Os itens inseridos em cada categoria, de processo, de conteúdo ou de contexto, apresentam distintos níveis de dificuldade e exigências matemáticas. Esses itens, segundo as categorias de processos matemáticos, são avaliados por pontuações que devem ser igualmente distribuídas. Apresentamos essa distribuição na Tabela 1-2.

Tabela 1-2 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de processo

Categoria de processo	Percentagem de pontuação
Formular situações matematicamente	25 aproximadamente
Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos	50 aproximadamente
Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos	25 aproximadamente
TOTAL	100

Fonte: OECD (2013b, p. 38)

Os itens da prova também devem refletir um equilíbrio entre os conteúdos utilizados, conforme Tabela 1-3.

Tabela 1-3 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de conteúdo

Categoria de conteúdo	Percentagem de pontuação
Mudanças e relações	25 aproximadamente
Espaço e forma	25 aproximadamente
Quantidade	25 aproximadamente
Incerteza e dados	25 aproximadamente
TOTAL	100

Fonte: OECD (2013b, p. 38)

As categorias de contexto são, de modo semelhante, refletidas com igual percentagem nos itens de cada prova, conforme Tabela 1-4. Esta distribuição permite avaliar os estudantes relativamente aos seus interesses pessoais, assim como relativamente a situações com que se podem deparar na sua vida.

Tabela 1-4 – Distribuição aproximada das pontuações segundo as categorias de contexto

Categoria de contexto	Percentagem de pontuação
Pessoal	25 aproximadamente
Profissional	25 aproximadamente
Social	25 aproximadamente
Científico	25 aproximadamente
TOTAL	100

Fonte: OECD (2013b, p. 39)

De acordo com o PISA 2012, a avaliação da Literacia Matemática inclui itens com diferentes níveis de dificuldade adequados às capacidades distintas dos estudantes de 15 anos (OECD, 2013b). Por outras palavras, contém itens que são um desafio para os estudantes mais capazes e outros apropriados para os menos capazes que são avaliados em Matemática.

Quanto à *estrutura dos itens de avaliação*, importa ressaltar que:

Os instrumentos em suporte impresso para a avaliação do PISA 2012 continham um total de 270 minutos de material de matemática distribuído por nove grupos de itens, em que cada grupo representava 30 minutos de tempo de prova. Deste total, três grupos (que representavam 90 minutos do tempo da prova) incluíam material de ligação utilizado em anteriores avaliações do PISA, quatro grupos “*standard*” (que representavam 120 minutos de tempo da prova) que continham material novo com distintos níveis de dificuldade e dois grupos “*fáceis*” (que representavam 60 minutos de tempo da prova) que estavam dedicados a material com um nível de dificuldade mais baixo. (OECD, 2013b, p. 39)

Cada país participante utilizou sete dos grupos: os três do material de ligação, dois dos novos grupos “*standard*” e, ou os restantes dois dos grupos “*standard*” ou os dois dos grupos “*fáceis*”. A administração de grupos “*fáceis*” e “*standard*” permite a cada país participante focar melhor a avaliação; não obstante, os itens pontuam-se de tal modo que a pontuação de um país não será afetada se decide administrar os grupos *fáceis* ou os adicionais “*standard*”. Os grupos de itens distribuem-se em cadernos de prova segundo um desenho rotativo dos mesmos, cada um dos quais consta de quatro grupos de material das áreas de matemática, leitura e ciências. Cada estudante preenche um caderno que representa um tempo total de 120 minutos de prova. (OECD, 2013b, p. 39)

O desenho dos itens de Matemática do PISA 2012 foi planejado para incluir três tipos de formato de itens: de resposta aberta, de resposta fechada e de escolha múltipla (OECD, 2013b, 2013a). O primeiro, de resposta aberta, solicitava aos estudantes uma resposta escrita na qual deveriam indicar as etapas percorridas na resolução do item e que explicassem como chegaram à resposta. Esse tipo de item requer peritos qualificados que codifiquem manualmente as respostas dos estudantes. O segundo, de resposta fechada, é mais estruturado e exige, normalmente, um tipo de resposta que ou está certa ou errada. Deste modo, a sua classificação pode ser feita automaticamente; no entanto, alguns itens foram classificados manualmente. O terceiro, de escolha múltipla, exige que os estudantes escolham uma ou mais respostas de uma série de opções. Essas respostas são classificadas automaticamente (OECD, 2013b).

O estudo de Matemática do PISA compõe-se de unidades de avaliação que compreendem um estímulo verbal e, com frequência, outra informação como tabelas, desenhos, gráficos ou diagramas, e também de um ou mais itens associados a este estímulo comum (OECD, 2013b). Este formato permite aos estudantes familiarizarem-se com o contexto ou problema, respondendo a uma série de itens afins. “No entanto, o modelo de medição empregue para analisar os dados do PISA pressupõe a independência dos itens, de modo que sempre que se utilizam unidades que contenham mais de um item, o objetivo de quem os redige é garantir a máxima independência possível entre eles” (OECD, 2013b, p. 40). Os mais variados contextos usados são os mais realistas possíveis, no sentido de refletir a complexidade das situações reais (OECD, 2013b).

O PISA 2012 permitiu aos estudantes o uso de uma calculadora básica durante a realização da prova, o que tornou a prova mais autêntica para os estudantes pois utilizaram as ferramentas matemáticas que normalmente usam no seu dia a dia. Em 2012, pela primeira vez, a avaliação de Matemática do PISA incluiu alguns itens que requeriam a utilização de calculadoras para serem resolvidos, tornando os cálculos mais rápidos e fáceis (OECD, 2013b).

No segundo aspeto, *a apresentação dos níveis de competência Matemática*, os resultados da avaliação do PISA foram apresentados de vários modos. Estimativas da proficiência Matemática global foram obtidas por amostra de estudantes em cada país participante, e um número de níveis de proficiência foi definido. Cada nível de proficiência é acompanhado por descritores que permitem inferir qual o nível de Literacia Matemática

que possuem os estudantes que foram expostos ao PISA. Além disso, são identificados os aspectos da proficiência Matemática geral que são de importância política para os países participantes. Apresentamos, de seguida, a Tabela 1-5 com os níveis de proficiência e respectivos descritores que foram elaborados em 2003, usados em 2009 e que constituem a base da escala de 2012 (OECD, 2013b).

Tabela 1-5 – Descrição do nível de proficiência na escala da Matemática (2003 – 2009)

Nível de proficiência 6 (pontuações superiores a 669 pontos)
No nível 6, os estudantes são capazes de resolver os itens mais difíceis do PISA. Conseguem conceptualizar, generalizar e utilizar informação baseada nas suas investigações e modelação de problemas complexos e são capazes de utilizar o seu conhecimento em contextos relativamente não padronizados. São capazes de relacionar diferentes fontes de informação e representações e mover-se com flexibilidade entre elas. Os estudantes a este nível evidenciam um pensamento e raciocínio matemático avançado. São capazes de aplicar esta perspicácia (intuição) e compreensão, em conjunto com destreza nas operações e com relações matemáticas simbólicas e formais, para desenvolverem novas abordagens e estratégias, a fim de lidarem com novas situações. Os estudantes, a este nível, são capazes de refletir sobre as suas ações e de formular e comunicar, com precisão, as suas ações e reflexões relativas às suas descobertas, interpretações e argumentos, e são capazes de explicar por que razão estes foram aplicados à situação original.
Nível de proficiência 5 (pontuações superiores a 607 pontos mas inferiores ou iguais a 669 pontos)
No nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver e trabalhar com modelos para situações complexas, identificando constrangimentos e especificando hipóteses. São capazes de selecionar, comparar e avaliar estratégias de resolução apropriadas para lidarem com problemas complexos relacionados com estes modelos. Os estudantes, a este nível, são capazes de trabalhar estrategicamente, utilizando um vasto e bem desenvolvido conjunto de competências de pensamento e de raciocínio, formas de representação relacionadas e apropriadas, caracterizações simbólicas e formais, e perspicácia (intuição) relativa a estas situações. Começam a refletir sobre o seu trabalho e são capazes de formular e comunicar as suas interpretações e raciocínios.
Nível de proficiência 4 (pontuações superiores a 545 pontos mas inferiores ou iguais a 607 pontos)
No nível 4, os estudantes são capazes de trabalhar de modo eficaz com os modelos explícitos de situações concretas complexas que podem envolver constrangimentos ou requerer a formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, incluindo representações simbólicas, relacionando-as diretamente com

aspectos de situações da vida real. Os estudantes, a este nível, são capazes de utilizar o seu leque limitado de competências e são capazes de raciocinar com alguma perspicácia (intuição), em contextos simples. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos baseados nas suas interpretações, raciocínios e ações.

Nível de proficiência 3 (pontuações superiores a 482 pontos mas inferiores ou iguais a 545 pontos)

No nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos claramente descritos, incluindo aqueles que requerem decisões sequenciais. As suas interpretações são suficientemente sólidas para servirem de base para a construção de um modelo simples ou para a seleção e aplicação de estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes, a este nível, são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e raciocinar diretamente a partir destas. Mostram, normalmente, alguma capacidade para lidar com percentagens, frações e números decimais, e para trabalhar com relações de proporcionalidade. As suas soluções refletem a utilização de interpretações e raciocínios básicos.

Nível de proficiência 2 (pontuações superiores a 420 pontos mas inferiores ou iguais a 482 pontos)

No nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não pedem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informação relevante de uma única fonte e de utilizar um único modo de representação. Os estudantes, a este nível, são capazes de aplicar algoritmos básicos, fórmulas, procedimentos ou convenções para resolver problemas, envolvendo números inteiros. São capazes de fazer interpretações literais dos resultados.

Nível de proficiência 1 (pontuações superiores a 358 pontos mas inferiores ou iguais a 420 pontos) ou abaixo de 358 pontos

No nível 1, os estudantes conseguem responder a itens que envolvem contextos familiares, onde toda a informação relevante está presente e as questões estão claramente definidas. São capazes de identificar informação e levar a cabo procedimentos de rotina de acordo com instruções diretas, em situações explícitas. São capazes de levar a cabo ações que são, quase sempre, óbvias e que decorrem diretamente dos estímulos dados. Os estudantes abaixo do nível 1 podem ser capazes de realizar tarefas matemáticas muito simples e diretas, tais como a leitura de um único valor de um gráfico ou tabela bem legendados, onde as legendas correspondem às palavras usadas no estímulo e no item, fazendo com que os critérios de seleção sejam claros e a relação entre o gráfico e os aspetos do contexto representado seja evidente, e a realização de cálculos aritméticos com números inteiros, seguindo instruções claras e bem definidas.

Fonte: OECD (2013b, p. 41)

Além da avaliação das competências matemáticas, as atitudes, crenças e emoções dos estudantes também são avaliadas, pois desempenham um papel significativo no interesse e na resposta dada à Matemática em geral e à utilização que dela fazem na sua vida pessoal.

Assim, no terceiro aspeto, são analisadas as *atitudes, crenças e emoções* dos estudantes perante a Matemática. Por exemplo, os estudantes que se sentem mais seguros com a Matemática estão mais aptos para a usar no seu quotidiano. Estudantes com emoções positivas em relação à Matemática estão numa posição melhor para aprender do que aqueles que se sentem ansiosos. Assim, quem ensina Matemática deve desenvolver atitudes positivas face a esta (OECD, 2013b):

A atenção que a avaliação de matemática do PISA 2012 dá a essas variáveis é baseada em afirmações de que o desenvolvimento de atitudes, emoções e crenças positivas em relação à matemática é, em si, um resultado inestimável da escolarização e predispõe os estudantes para usar a matemática nas suas vidas; e também que essas variáveis podem ajudar a explicar as diferenças no desempenho em Matemática. (OECD, 2013b, p. 42)

Os constructos do estudo PISA que são relevantes para esta área incluem as emoções associadas com o prazer, a confiança e a (falta de) ansiedade perante a Matemática, assim como o autoconceito e a autoeficácia. Os dados relativos a esta variável foram recolhidos, utilizando um questionário a que o estudante respondeu e que incluiu grupos de questões relacionadas com a *oportunidade de aprender* (OECD, 2013b). Foram incluídas questões relativas à experiência dos estudantes com vários tipos de problemas de Matemática aplicada, à sua familiaridade com o nome de conceitos matemáticos e à sua experiência em sala de aula ou em testes com questões tipo PISA. Estas medidas objetivavam fazer uma análise mais profunda dos resultados do PISA (OECD, 2013b).

Perante o exposto, a avaliação do PISA inclui dois momentos. O primeiro momento visa avaliar a Literacia Matemática através das competências conforme a escala apresentada na Tabela 1-5. Para a avaliação de 2012 foram produzidos itens de modo a que se pudessem organizar 13 cadernos diferentes, que foram usados na aplicação do PISA. Estes cadernos são de uso exclusivo dos organizadores do PISA, não sendo disponibilizados ao público. No entanto, cabe destacar que a OCDE libertou ao longo dos anos alguns itens já usados em aplicações anteriores (OECD, 2013b, 2013a). Nos exemplos libertados, podemos verificar que cada item é constituído por uma ou mais questões, e vem acompanhado de

especificações sobre o objetivo da questão, o domínio matemático, o contexto e o processo envolvidos na sua resolução (OECD, 2013b, 2013a).

Cada um dos cadernos usados na avaliação 2012 era composto por blocos de quatro questões que testavam um ou mais domínios. Cada escola, selecionada aleatoriamente pela equipa de peritos do PISA, designou um coordenador local, que indicou os estudantes elegíveis para realizarem a prova e dos quais foram aleatoriamente selecionados trinta e cinco. Dado que foram produzidos 13 cadernos diferentes de itens, em cada escola não houve mais do que três estudantes a responder ao mesmo caderno. De modo a assegurar a fiabilidade do PISA, cada país aplicou os 13 cadernos a um número suficiente de estudantes, tendo em conta várias variáveis, das quais salientamos, por exemplo, os níveis de desempenho dos estudantes, o seu país de origem, a sua classe social e o género (OECD, 2014c).

A prova foi aplicada em papel e em formato eletrónico, com uma duração de duas horas, em blocos de 30 minutos, sendo que os itens de Matemática ocuparam dois terços do tempo da prova (OECD, 2014c). De um total de 110 itens de Matemática no PISA 2012, 36 são itens *link* comuns a 2003 e 74 são itens novos. Além destes, 41 são itens aplicados em computador (Projavi et al., 2013).

O segundo momento refere-se à aplicação de questionários, que foram aplicados aos estudantes, aos diretores das escolas selecionadas e, em alguns países, aos pais dos estudantes. Estes questionários foram disponibilizados ao público e, portanto, são utilizados no presente estudo.

No caso dos estudantes, o questionário solicitava informações sobre o seu ambiente educativo, as suas crenças e opiniões sobre questões geralmente relacionadas com a Matemática, a escola e a futura carreira. Seguem-se os aspetos contemplados no questionário dos estudantes:

(...) de ti; da tua família e da tua casa; da aprendizagem da matemática; das tuas experiências de resolução de problemas; do acesso às tecnologias de informação e comunicação (TIC); da utilização do computador em geral; da utilização das TIC fora da escola; da utilização das TIC na escola; das atitudes em relação aos computadores; do percurso escolar; da preparação para a carreira futura. (OECD, 2013b, pp. 223–242)

No que se refere aos diretores das escolas, o questionário organizou-se em três eixos: organização escolar, recursos disponíveis para os estudantes e contextos de aprendizagem.

Os aspetos contemplados foram sobre: “(...) a estrutura e a organização da escola; o corpo discente e o corpo docente; os recursos da escola; o modelo de ensino; o currículo e a avaliação da escola; o ambiente da escola; as políticas e as práticas da escola” (OECD, 2013b, pp. 210–222).

Estas informações visavam ajudar a ilustrar as semelhanças e diferenças entre grupos de escolas, de modo a contextualizar os resultados dos testes dos estudantes – quer ao nível nacional, quer ao nível internacional. Por exemplo, a informação dada pode ajudar a determinar o efeito que a maior ou menor disponibilidade de recursos pode ter nos resultados dos estudantes (OECD, 2013b).

Relativamente aos pais dos estudantes, de alguns países, o questionário contemplou aspetos semelhantes aos dos estudantes, centrando-se nos seguintes eixos: a escola dos filhos; o seu grau de envolvimento nas atividades escolares; a colaboração prestada no estudo fora de sala de aula; e com as expectativas que possuíam relativamente ao desenvolvimento dos estudos dos seus filhos, sobretudo no domínio da Matemática. Mais detalhadamente, as informações recolhidas foram:

(...) situação dos pais; despesas com a educação; atitudes dos pais face à escola do filho; envolvimento dos pais na escola; escolha da escola; apoio dos pais ao estudo em casa; importância da matemática para a carreira futura e para o mercado de trabalho; expectativas académicas e profissionais relacionadas com a matemática; desempenho académico do filho; ambições profissionais para o filho; origem geográfica dos pais. (OECD, 2013b, pp. 252–258)

Este questionário aplicado aos pais serviu também para cruzar informação com as respostas dos estudantes e dos diretores e, desse modo, aumentar a fiabilidade do PISA (OECD, 2014c).

A aplicação do questionário aos estudantes ocorreu durante a prova e teve a duração de trinta minutos. A aplicação do questionário aos diretores das escolas e aos pais dos estudantes também teve a duração de trinta minutos.

Relativamente aos resultados da avaliação da Literacia Matemática do PISA, cabe destacar que são divulgados de forma global para cada país, não especificando, portanto, a avaliação individual ou por amostragem. Essa avaliação é realizada com base numa escala em que a média é 500 pontos e o desvio padrão 100. Essa escala foi aplicada pela primeira vez em 2003 e manteve-se até ao presente (OECD, 2014c, p. 46).

Os resultados do estudo PISA 2012 forneceram informações importantes aos responsáveis pelas políticas educacionais dos países participantes sobre os resultados da aprendizagem relativos ao desempenho e às atitudes dos seus estudantes. Ao combinar informações da avaliação PISA de Matemática com o estudo de atitudes, emoções e crenças que predis põem os estudantes a usar a sua Literacia Matemática, obteve-se uma visão mais completa do sistema educativo de cada país participante.

Considerando o exposto, apresentamos, de seguida, alguns pontos de forças e fragilidades do PISA.

1.1.4 Forças e Fragilidades do PISA

As publicações dos relatórios de avaliação do PISA têm sido acompanhadas de expectativas por parte dos envolvidos no processo e gerado algum ruído na comunicação social, nacional e internacional. Frequentemente são exibidas críticas acerca das limitações e ambiguidades do PISA, que têm ocupado espaço em capas de revistas e primeiras páginas de muitos jornais (Araujo et al., 2017; Cordero-Ferrera et al., 2013), e também em muitos *Blogues* como atesta o estudo de Pinto (2017).

Os resultados do PISA têm provocado intensos debates, tanto nacionais como internacionais, nos países participantes. Os debates que se vão fazendo mostram novas perspetivas de discussão sobre a Educação Matemática que o PISA veio estimular na comunidade científica, o que não deixa de ser positivo. De entre os debates que se têm realizado, ressaltamos os que empreenderam análises dos resultados. Neste campo, a Alemanha promoveu, em setembro, de 2009, na cidade de Kiel, uma conferência internacional para estudar os resultados, que teve como consequências, por um lado, a publicação “*Research on PISA – Research Outcomes of the PISA Research Conference 2009*” (Prenzel et al., 2013) e, por outro lado, mudanças no sistema educativo alemão. A este propósito importa referir que a comunidade científica em geral tem feito alguns estudos sobre a avaliação que é levada a cabo pelo PISA e produzido alguns documentos, dos quais destacamos os livros “*PISA According to PISA - Does PISA Keep What It Promises?*” (Hopmann et al., 2007) e “*PISA under examination: Changing knowledge, changing tests, and changing schools*” (Pereyra et al., 2011). Contudo, não foi só a sociedade científica em geral que promoveu debates sobre e com o PISA. Os peritos que construíram este Programa de avaliação também os têm realizado e produzido alguns estudos que foram vertidos em

livro, como por exemplo, o livro *“Assessing mathematical literacy, the PISA experience”* (Stacey & Turner, 2015a), onde é apresentada e discutida a validade dos constructos e dos estudos levados a cabo por estes peritos.

Na opinião de Urteaga (2010), o PISA apresenta uma qualidade metodológica elevada, oferecendo poucas possibilidades de ser criticado, o que é corroborado por Cordero-Ferrera e colaboradores (2013). Ainda segundo Urteaga (2010), além das questões metodológicas, os questionários são construídos tendo em conta dois valores fundamentais: a justiça social e a eficácia. O autor salienta que:

As diferentes componentes das desigualdades sociais na escola são levadas em consideração com grande detalhe (...). A constelação de elementos que compõem o capital cultural está claramente identificada a partir das suas componentes tradicionais (...), bem como os seus instrumentos contemporâneos (...). E tudo isso à escala internacional. As diferenças de resultados entre os melhores e os piores estudantes são medidas cuidadosamente e os efeitos destas desigualdades de origem social e familiar sobre os resultados das provas são calculados minuciosamente. Em alguns países, as desigualdades iniciais são mais baixas do que outros. Existem também alguns países cujos sistemas de educação são melhor sucedidos do que outros a corrigir as disparidades iniciais. (Urteaga, 2010, p. 235)

Um dos méritos do PISA é disponibilizar uma base de dados pública, contendo informações de todos os países participantes do Programa de avaliação, tendo como base as respostas dos questionários. Estas informações podem ser cruzadas com outras, que são recolhidas na mesma altura, pois as escolas, as famílias e os próprios estudantes respondem a questionários (Cordero-Ferrera et al., 2013; Soares & Nascimento, 2012).

Como todos os estudos estatísticos, também o PISA não está isento de críticas acerca das suas fragilidades. Uma das fragilidades apontadas refere-se à não disponibilização ao público dos cadernos de prova sobre a avaliação da Literacia Matemática com os itens e as respostas dadas a estes pelos estudantes, o que inviabiliza estudos mais aprofundados sobre o desempenho dos estudantes quando resolvem problemas.

Outra prende-se com a constituição da amostra, que engloba estudantes de 15 anos, com interferência direta na comparabilidade dos resultados dos países, conforme apontado no referencial empírico, na categoria das características dos estudantes (Klein, 2011). Também é destacada a “(...) escassa fiabilidade dos indicadores associados à organização e ao clima escolar” (Cordero-Ferrera et al., 2013, p. 290), uma vez que os dados recolhidos e

disponibilizados são baseados nas opiniões dos próprios diretores das Escolas (Cordero-Ferrera et al., 2013).

A necessidade de traduzir e adaptar os itens para as múltiplas línguas e culturas dos países participantes também tem sido destacada como uma importante fonte de problemas das avaliações internacionais em larga escala (Solano-Flores et al., 2013). Neste sentido, são apresentadas fragilidades relativamente à definição e tradução de *Mathematical literacy* que ora aparece como “Literacia Matemática”, ora como “Alfabetização Matemática” ou ainda como “Competência Matemática” (Goycochea, 2012). As traduções podem produzir itens de diferentes dificuldades consoante a língua e também de exigência cognitiva diferente da desejada com consequências diretas nos rendimentos obtidos pelos estudantes (Martínez, 2006). Corroborando esta crítica, Rubio Goycochea (2012) destaca a polissemia do termo “Competência Matemática” que tanto aparece como sinónimo de “Capacidade” como de “Processo”. Esta autora aponta outra fragilidade relativa à técnica de avaliação usada, pois, apesar dos itens serem construídos de acordo com a Teoria da Resposta ao Item (Araujo et al., 2009), a avaliação eminentemente sumativa acaba por não possibilitar dar *feedback* ao estudante que realizou a prova. Deste modo, a apresentação de meros índices e *rankings* nacionais acaba por não ser útil nem aos estudantes, nem aos seus professores e respetivas escolas (Goycochea, 2012). Esta mesma ideia é corroborada por Cordero-Ferrera e colaboradores (2013, p. 290) quando afirmam que o “*output* educativo restringe-se aos resultados obtidos na prova, sem prestar atenção a outros resultados do processo educativo, como os aspetos não cognitivos”.

Relativamente ao PISA aplicado em 2006, Hopmann e Brinek (2007) afirmaram que as críticas realizadas estiveram relacionadas com aspetos sociopolíticos como, por exemplo, as que apontam que o PISA não cobre toda a problemática educativa; as que destacam que o PISA é financiado por companhias privadas que pretendem trabalhadores adaptados às necessidades do mercado; e também as que consideram que o PISA, praticamente, se converteu num representante, em cada país, de um governo tipo neoliberal, o que é corroborado, por Fernandes (2008), Mortimore (2009), e por Baird e colaboradores (2011), entre outros.

Perante o exposto, é importante considerar que o PISA é “recente” e as fragilidades apontadas oferecem caminhos importantes para que este Programa de avaliação

Internacional de Estudantes possa ser aprimorado e, assim, atingir de forma efetiva e eficaz os objetivos a que se propõe.

Apresentado o referencial teórico-conceitual do estudo, passamos, seguidamente, à apresentação do referencial empírico, que envolve os estudos da literatura acerca do PISA, tendo por base os cinco países envolvidos neste estudo.

1.2 Referencial Empírico do Estudo

Nesta secção, apresentamos o estado da arte acerca dos fatores de aprendizagem que influenciam o desempenho de estudantes em Literacia Matemática no PISA dos cinco países-alvo deste estudo, Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil.

Neste sentido, optámos pela realização de um estudo sistematizado, tendo como método a revisão integrativa da literatura, proposto por Whitemore e Knafl (2005). Inicialmente, realizámos um estudo piloto, considerando somente dois países, Portugal e Brasil (Pinto et al., 2016). Com base nesse estudo piloto, avançámos para a realização da revisão integrativa com os cinco países (Pinto et al., 2019), que se consubstancia no referencial empírico deste estudo.

Dado que o PISA é ainda muito recente, constatámos uma lacuna significativa de estudos, em especial no âmbito de uma revisão integrativa da literatura científica, que nos indicasse os fatores influenciadores do desempenho de estudantes nos países-alvo desta investigação, como atesta a literatura (Bakan Kalaycıoğlu, 2015).

1.2.1 Objetivo

Este estudo teve como principal objetivo fazer uma revisão integrativa de modo a conhecer o estado da arte sobre os fatores que influenciam o desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012.

1.2.2 Metodologia

Este estudo teve como método a revisão integrativa (Whitemore & Knafl, 2005). Dado que temos uma grande variedade de fontes científicas, considerámos ser este o método mais adequado para alcançar o objetivo a que nos propusemos. Com efeito, investigando a

literatura de uma certa temática, este método facilita-nos o conhecimento do seu estado atual. “O método da revisão integrativa é uma abordagem que permite a inclusão de diversas metodologias (e.g. pesquisa experimental e não experimental) e tem potencial para oferecer uma grande contribuição na prática baseada em evidências” (Whittemore & Knafl, 2005, p. 547).

Para garantir o rigor metodológico deste estudo, as autoras referidas propuseram quatro etapas: identificação do problema (realizado previamente), procura de literatura, avaliação dos dados e análise dos dados, apresentadas a seguir.

1.2.2.1 Procura de literatura

A procura de literatura foi realizada recorrendo às bases de dados EBESCO, ELSEVIER, ERIC, INEP, RCAAP, Sage, Scielo, ScienceDirect, Scopus, SpringerLink, e Web of Science. Esta procura decorreu durante o período de setembro a dezembro de 2015 e foi atualizada em abril de 2016. Foram incluídas pesquisas publicadas em português, inglês, francês e espanhol, sem limites de ano de publicação, usando como palavra-chave “*Programme for International Student Assessment*”. As pesquisas científicas, usando métodos quantitativos, qualitativos e mistos, também foram incluídas.

Por forma a garantir o rigor científico, considerámos elegíveis para inclusão nesta revisão integrativa os estudos que usaram fontes de dados primários acerca dos fatores influenciadores dos resultados de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática em, pelo menos, uma edição do PISA, considerada neste estudo. Assim, não incluímos as pesquisas cujo foco não era objetivamente o tema em estudo, a literatura cinzenta (estudos não publicados ou quando publicados que não foram revistos por pares), assim como os artigos de caráter reflexivo, isto é, artigos que simplesmente se limitam a mostrar a opinião do(s) autor(es) sem fundamentação científica assente nos dados.

1.2.2.2 Seleção dos dados

Começámos por analisar os resumos que atendiam aos critérios de inclusão. Foram selecionados 428 documentos, tendo sido rejeitados 236, porque não focavam os fatores influenciadores do desempenho de estudantes no PISA nos países selecionados ou porque não consideravam a Literacia Matemática. Os artigos foram, posteriormente, obtidos na

íntegra e analisados. Dos 192 artigos restantes, foram rejeitados 173 por não satisfazerem o objetivo do estudo e por não serem de natureza investigativa, mas sim reflexiva. Deste processo avaliativo, resultaram 19 estudos que abordaram os fatores influenciadores do desempenho em Literacia Matemática, dos cinco países considerados, em pelo menos uma edição do PISA. Esses estudos foram organizados em três subconjuntos: (i) Portugal; (ii) Singapura e Holanda; e (iii) Espanha e Brasil.

1.2.2.3 Análise dos dados

A análise dos dados incluiu quatro etapas: redução, exposição, comparação, conclusão e verificação, conforme preconizadas no método de Whitemore e Knafl (2005). Na redução, primeira etapa, começámos por examinar cuidadosamente as fontes primárias e constituímos três subconjuntos, atendendo ao tipo de evidências (estudos quantitativos, qualitativos e mistos), que foram analisados sequencialmente. Baseando-nos em todas as fontes primárias, fomos retirando destas os dados relevantes de cada subconjunto. Estes dados possibilitaram-nos construir uma tabela com as seguintes entradas: autor/es, ano e país; objetivo do estudo; tipo de estudo (quantitativo, qualitativo e misto); descrição da amostra; resultados/fatores; conclusões.

Na exposição, segunda etapa, tivemos como ponto de partida para a interpretação dos dados uma matriz, em que colocámos os dados o que nos permitiu identificar padrões e relações entre as fontes primárias. Quanto à comparação, o processo desenvolveu-se de forma interativa, examinando os dados das fontes primárias, o que possibilitou constituir grupos de fatores influenciadores do desempenho de estudantes por cada país envolvido no estudo. De seguida, realizámos uma análise semelhante entre os cinco países.

Por fim, na conclusão e verificação, última etapa, procurámos um nível mais elevado de abstração pela análise interpretativa dos padrões e relações encontrados. Salientamos que os nossos resultados, as categorias (fatores) e subcategorias (subfatores) emergiram da análise indutiva dos dados, não se tendo usado uma matriz conceptual previamente elaborada. Apresentamos, de seguida, os resultados.

1.2.3 Fatores influenciadores do desempenho de estudantes no PISA

Esta revisão integrativa incluiu dezanove estudos, sendo onze quantitativos, (Aguilar & Ortigão, 2012; Bakan Kalaycioğlu, 2015; Conboy, 2011; Cordero-Ferrera et al., 2010;

Cornelisz, 2013; Crespo-Cebada et al., 2013; Del Porto & Ferreira, 2007; García-Pérez et al., 2014; Güzel & Berberoğlu, 2005; Klein, 2011; Pereira, 2010); seis mistos (Crahay & Baye, 2013; Ferrer et al., 2010; Jerrim & Vignoles, 2016; Silva, 2004; Soares & Nascimento, 2012; Thien & Ong, 2015); dois qualitativos (Afonso & Costa, 2009; Fernandes, 2008). O maior número de artigos encontrados na literatura, segundo os critérios de inclusão, foi relativo aos países com pontuação abaixo da média da OCDE, Espanha e Brasil, com dez artigos, seis e quatro, respetivamente. O contrário foi detetado nos países com pontuação acima da média da OCDE, com quatro artigos, dois singapurenses e dois holandeses. O número de artigos de Portugal ficou entre estes dois grupos, com cinco artigos.

A leitura e análise crítica dos artigos selecionados permitiu-nos destacar, de forma indutiva, cinco fatores influenciadores do desempenho de estudantes no PISA: (i) sistema educativo; (ii) contexto socioeconómico familiar; (iii) características das escolas; (iv) características do estudante; (v) uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC). Estes são apresentados abaixo.

(i) sistema educativo

Este fator destacou-se dos demais, tendo sido abordado em 15 estudos, cinco portugueses, quatro espanhóis, quatro brasileiros e dois singapurenses. Neste fator emergiram sete subfatores: retenção escolar, equidade/desigualdade educacional, políticas educativas, organização curricular, abandono escolar, frequência do ensino pré-escolar e educação sombra².

A *retenção escolar* emergiu em dez estudos, cinco portugueses, três espanhóis e dois brasileiros. Todos os estudos seguiram a mesma lógica de pensamento, ou seja, que a retenção é um fator que prejudica o desempenho dos estudantes no PISA.

Em Portugal, Fernandes (2008) salientou que o número elevado de estudantes, que reprovam nos diferentes ciclos da escolaridade, cria “(...) verdadeiros exércitos de crianças e jovens que, desde muito cedo, experimentam a frustração, o desencanto, a inibição e a falta de autoestima” (pp. 291-292). Conboy (2011) corroborou a afirmação acima, referindo que a prática da retenção é socialmente injusta e tem um impacto negativo no desempenho dos estudantes. Em Espanha, García-Pérez e colaboradores (2014) evidenciaram, que quanto

² Educação sombra é uma expressão usada frequentemente na literatura para designar as explicações ou aulas particulares, geralmente, pagas pelas famílias dos estudantes, para que estes obtenham melhores resultados escolares.

mais tarde se dá a retenção, maior e mais negativo é o efeito provocado nos estudantes. Explicitaram também que a retenção não é a medida mais correta para ajudar os estudantes mais fracos a ultrapassar as suas dificuldades e que as políticas educativas, assim como a Economia da Educação não se podem alhear deste problema. No Brasil, Crahay e Baye (2013) consideraram a retenção ineficaz e prejudicial, mesmo quando, erradamente, é uma prática tida como legítima em alguns países e, corretamente, considerada inadequada em outros.

Estudos portugueses e brasileiros associaram a retenção a uma grande dispersão do ano de escolaridade dos estudantes expostos ao PISA (Afonso & Costa, 2009; Pereira, 2010; Silva, 2004; Soares & Nascimento, 2012). Em Portugal, Silva (2004) exemplificou esta questão tomando como exemplo o PISA 2000, em que o ano de escolaridade dos estudantes portugueses variou entre o 5.º e o 11.º ano. Estes estudantes deveriam normalmente estar entre o 9.º e o 10.º ano, o que justifica o seu *deficit* de aprendizagem. Ainda de acordo com o autor, Portugal estaria acima da média da OCDE se só se considerassem os resultados dos estudantes que estavam entre o 9.º e o 10.º ano, o que é corroborado por Afonso e Costa (2009) e Pereira (2010). No Brasil, Soares e Nascimento (2012) também mostraram o enviesamento que a retenção provocou na amostra, apresentando muitos estudantes em níveis de escolaridade muito abaixo do que deveriam estar para a idade de 15 anos.

O segundo subfator, *equidade/desigualdade educacional*, foi referido por seis estudos, três brasileiros, dois portugueses e um espanhol. Todos os estudos evidenciaram a forte relação entre a origem social dos estudantes e os seus desempenhos escolares. Neste sentido, o poder económico das famílias foi considerado um fator gerador de desigualdade educacional (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010).

No Brasil, Crahay e Baye (2013) denunciaram que é nos extratos socioeconómicos mais baixos que se encontram os estudantes com desempenhos inferiores, estando assim estas duas variáveis associadas. Justificaram que, para melhorar o desempenho de um sistema educativo no PISA, é necessário não só reduzir a diferença social de desempenho dos mais desfavorecidos, mas também elevar o desempenho dos mais favorecidos. Esses autores afirmaram que o determinismo social é gerador de desigualdades educacionais e que não existe em nenhum lado uma escola justa e eficaz. Em Espanha, Ferrer e colaboradores (2010) concluíram que as escolas não cumprem o objetivo de reduzir estas desigualdades dos estudantes, não proporcionando uma repartição equitativa dos resultados.

Neste subfator, dois estudos, um português e um espanhol, ressaltaram o papel do PISA para justificar mudanças no sistema educativo, no sentido de estabelecer comparações entre países, permitindo avaliar e reduzir as desigualdades, bem como aumentar a qualidade e equidade escolar (Afonso & Costa, 2009; Ferrer et al., 2010).

O terceiro subfator, *políticas educativas*, foi referido por cinco estudos, dois portugueses, dois espanhóis e um brasileiro. De um modo geral, os estudos destacavam a influência que o PISA pode ter nas políticas educativas de seus países. Silva concluiu que “(...) estudos como o PISA são instrumentos extremamente úteis tanto para a definição de políticas educacionais gerais eficazes como para a definição de estratégias que permitam melhorar o ensino da Matemática em Portugal” (2004, p. 78). Ainda na realidade portuguesa, Afonso e Costa (2009) detetaram que o PISA é um instrumento que além de poder influenciar os modos de fazer política educativa, permitiu substituir o debate mais ideológico, pela criação de processos de decisão política, baseados em informação técnica, em dados e números. Para além das políticas educativas, estudos espanhóis também salientaram a especial importância do PISA para a Economia da Educação (Cordero-Ferrera et al., 2010; García-Pérez et al., 2014). No Brasil, Del Porto e Ferreira (2007), baseando-se nos dados do PISA 2003, apontaram a organização do ensino público como um dos aspetos centrais explicativo do desempenho dos países, destacando aqui o Brasil.

O quarto subfator, *organização curricular*, foi abordado por três estudos, dois singapurenses e um brasileiro. Todos os estudos foram unânimes em reconhecer a influência determinante da organização curricular no sucesso dos estudantes. O estudo de Jerrim e Vignoles (2016) concluiu que os métodos de ensino e o desenho curricular são determinantes para o sucesso dos estudantes de Singapura. Salientaram que *menos é mais*, isto é, os estudantes ganham mais em saber muito de poucos conteúdos ao invés de serem expostos a muitos conteúdos e acabarem por ficar a saber pouco de cada um deles. Destacaram que o ensino é baseado na *Resolução de Problemas* não rotineiros, sendo as rotinas desencorajadas. O uso de materiais manipuláveis para a apresentação, compreensão e resolução das tarefas propostas é fundamental. Este estudo ressaltou, também, que, em Singapura, só se avança de um conteúdo para outro quando todos os estudantes já o dominam. Os estudantes com maior facilidade em assimilarem um determinado conteúdo são incentivados a aprofundarem os seus conhecimentos sobre o mesmo. Ainda no contexto singapurense, o estudo de Thien e Ong (2015) detetou que as práticas de sala de aula devem

ir ao encontro dos estudantes, dos saberes e da predisposição para aprender, que eles manifestam. Assim, os estudantes ao serem colocados perante um ensino mais prático e menos expositivo são incentivados a *aprender a aprender*.

No Brasil, o estudo de Aguiar e Ortigão (2012) evidenciou que as características de cada país influenciam a organização de cada sistema educativo, pondo em evidência a forma como os currículos estão e/ou são organizados e no destaque com que cada conteúdo é abordado e explorado na sala de aula.

O quinto subfator, *abandono escolar*, foi destacado por dois estudos, um português e outro brasileiro. Ambos os estudos associaram o abandono escolar às características do sistema educativo e às desigualdades socioeconômicas dos estudantes.

Silva (2004) mencionou que um sistema educativo tem de fornecer meios de recuperação aos estudantes com piores resultados e menos favorecidos, uma vez que estes, frequentemente, ficam com baixos níveis de escolaridade, o que leva ao abandono do sistema educativo. Soares e Nascimento (2012) verificaram que um sistema educacional não pode ser bom se os seus piores estudantes não aprenderem, evitando assim que os menos favorecidos tenham de abandonar a escola. Os autores constataram, de forma animadora, que o maior avanço dos estudantes brasileiros, desde a segunda edição do PISA, é um sinal de que o sistema educacional tem gradualmente reduzido as suas desigualdades históricas (Soares & Nascimento, 2012).

O sexto subfator, *frequência do ensino pré-escolar*, foi citado por um estudo espanhol (García-Pérez et al., 2014). Este estudo evidenciou que a frequência da educação pré-escolar é determinante para o sucesso futuro dos estudantes.

O último subfator, a *educação sombra*, foi abordado num estudo de Singapura (Jerrim & Vignoles, 2016). Este estudo ressaltou que a educação sombra está muito enraizada nas sociedades do leste asiático, contribuindo para o sucesso dos estudantes singapurenses.

(ii) contexto socioeconómico familiar

Este fator destacou-se em 13 estudos, quatro espanhóis, três portugueses, três brasileiros, dois singapurenses e um holandês. Todos os estudos consideraram que as características socioeconômicas das famílias têm um forte impacto no desempenho escolar dos estudantes.

Os estudos espanhóis, muito focados na Economia da Educação, atestaram que o fator mais determinante dos resultados no PISA é o poder socioeconômico das famílias (Cordero-

Ferrera et al., 2010; Crespo-Cebada et al., 2013; Ferrer et al., 2010; García-Pérez et al., 2014).

Em Portugal, Silva (2004), para além do estatuto socioeconómico das famílias, explicitou o ambiente familiar enquanto uma das conclusões do PISA no sucesso educativo dos estudantes. Pereira (2010) destacou que as características do contexto familiar foram as principais causas dos estudantes portugueses estarem na metade inferior do ranking, dos países que participaram no Programa em 2006. Constatou, assim, que o ambiente familiar e a existência de recursos educacionais em casa, bem como o acompanhamento dos filhos na realização das tarefas escolares em casa são determinantes no sucesso dos estudantes. Esta mesma ideia é corroborada pelo estudo português de Conboy (2011).

Del Porto e Ferreira (2007), no Brasil, referiram que a distribuição desigual de *capitais*, quer *capital económico* (bens e serviços a que ele dá acesso), quer *capital social* (relacionado com as redes de influência social pelas família, diálogo familiar, *status* ocupacional e recursos educacionais), quer, ainda, *capital cultural* (relacionado com as competências culturais e linguísticas herdadas pelo estudante, advindas da escolaridade dos pais) influencia fortemente o desempenho escolar dos estudantes. Os autores detetaram que os estudantes de famílias com baixo poder económico, mas com alta posse de bens educacionais, têm, regra geral, um desempenho superior à média. No extremo oposto, estudantes oriundos de famílias com baixa posse de bens educacionais, apesar do alto poder económico das suas famílias, têm um desempenho inferior à média, corroborando o estudo de Aguiar e Ortigão (2012). Estes autores destacaram que a escola mimetiza a sociedade, pois esta é um local onde se estabelecem relações de poder e, também, relações interpessoais. Constitui-se, assim, por excelência, num espaço institucional privilegiado em que os saberes e símbolos da sociedade moderna circulam. Concluíram, pois, que diferentes escolas podem fazer diferentes tipos de seleção no interior da cultura (Aguiar & Ortigão, 2012). Crahay (2013) reforçou que as crianças de estratos socioeconómicos inferiores, que se caracterizam geralmente pelo trabalho manual do pai e por um nível baixo de escolaridade dos pais, chegam com menos frequência aos níveis mais elevados da trajetória escolar do que aqueles cujos pais têm um bom rendimento e exercem uma profissão liberal ou de tipo intelectual (Crahay & Baye, 2013).

Os dois estudos singapurenses e um estudo holandês (Bakan Kalaycioğlu, 2015) reforçaram a ligação do estatuto socioeconómico das famílias ao maior sucesso dos

estudantes. Os estudos singapurenses mostraram que este fator é determinante nas escolhas que as famílias podem fazer de modo a proporcionar as condições mais favoráveis aos seus educandos, tendo em conta a grande competitividade que existe nos países do leste asiático.

(iii) características das escolas

Este fator surgiu em dez estudos, três portugueses, dois singapurenses, dois holandeses, dois brasileiros e um espanhol. Neste fator emergiram quatro subfatores: autonomia da escola, desempenho dos professores, tipo de escola e dimensão da escola.

A *autonomia da escola* foi considerada em todos os estudos. Estes estudos assinalaram a importância da autonomia das escolas em desencadear estratégias para melhorar o sucesso dos seus estudantes, sendo ressaltadas: gestão de recursos escolares (Bakan Kalaycıoğlu, 2015; Cornelisz, 2013; Crespo-Cebada et al., 2013; Güzel & Berberoğlu, 2005; Jerrim & Vignoles, 2016; Pereira, 2010; Thien & Ong, 2015); ambiente escolar; qualificação dos professores (Crespo-Cebada et al., 2013; Jerrim & Vignoles, 2016; Pereira, 2010; Thien & Ong, 2015); métodos de avaliação (Crespo-Cebada et al., 2013; Fernandes, 2008; Jerrim & Vignoles, 2016; Pereira, 2010; Thien & Ong, 2015); gestão de programas (Crespo-Cebada et al., 2013; Jerrim & Vignoles, 2016; Pereira, 2010; Thien & Ong, 2015).

No que se refere à gestão dos recursos escolares, dois estudos portugueses chamaram a atenção para a necessidade da contratação de mais professores para diminuir o número de estudantes em sala de aula (Pereira, 2010; Silva, 2004). Esta medida foi considerada fundamental para que os professores possam acompanhar os estudantes com mais dificuldades e, consequentemente, reduzir o insucesso e/ou o abandono escolar.

Aguiar e Ortigão (2012) constataram que há escolas que são melhores a ajudar os seus estudantes do que outras, apesar de apresentarem características semelhantes. Ficou evidente, neste estudo, que há escolas que compreendem melhor quer o contexto escolar quer o próprio processo escolar, o que favorece o entendimento dos resultados dos seus estudantes.

O segundo subfator, *desempenho dos professores*, foi referido em cinco estudos, dois portugueses, dois espanhóis e um singapurense. Estes estudos foram unânimes em considerar o melhor desempenho dos professores como um fator determinante nas boas práticas de sala de aula, com um impacto considerável no sucesso das aprendizagens dos seus estudantes. Neste sentido, foram destacados alguns aspetos das práticas de sala de aula: as relações professor-estudante; o clima disciplinar; a ênfase dos professores dada ao

desempenho escolar; as expectativas e nível de exigência dos professores em relação aos estudantes (Silva, 2004). Para além desses aspetos, também emergiu o número de estudantes por professor, nos dois estudos espanhóis (Cordero-Ferrera et al., 2010; Crespo-Cebada et al., 2013) e um português (Pereira, 2010), bem como o empenho dos professores no desenvolvimento do seu trabalho em um estudo português (Silva, 2004) e outro espanhol (Crespo-Cebada et al., 2013).

Por fim, o estudo de Jerrim e Vignoles (2016) considerou que um dos fatores determinantes do sucesso dos estudantes de Singapura é a grande colaboração que existe entre professores. Esta colaboração abrange a preparação das aulas, a construção de materiais didáticos, a partilha das ansiedades e a construção de saber profissional através de aulas colaborativas, em que, frequentemente, estão em sala de aula mais do que um professor.

O terceiro subfator, *tipo de escola* (pública ou privada), foi abordado em quatro estudos, dois espanhóis, um português e um holandês. Os estudos espanhóis (Crespo-Cebada et al., 2013; Ferrer et al., 2010) e o português (Pereira, 2010) verificaram que os estudantes de escolas privadas têm melhores resultados do que os seus colegas das escolas públicas. Associaram este facto à procedência dos estudantes das escolas privadas de famílias de alto nível socioeconómico.

O estudo holandês não apoiou os resultados dos estudos acima, já que o seu autor alegou que os dados não permitiram tirar tal conclusão, tendo em vista que os resultados ténues a favor das escolas privadas no PISA 2006 desapareceram no PISA 2009, passando a favorecer as escolas públicas holandesas (Cornelisz, 2013).

O último subfator, *dimensão da escola*, foi abordado num estudo espanhol (Crespo-Cebada et al., 2013), tendo os seus autores salientado que os estudantes de escolas de pequena dimensão têm, em regra, melhores resultados do que os estudantes das escolas com maior dimensão.

(iv) características dos estudantes

Este fator destacou-se em nove estudos, quatro brasileiros, dois singapurenses, um português, um holandês e um espanhol. Neste fator ressaltaram-se cinco subfatores: género; autoconfiança (motivação, autoeficácia, ansiedade); modos de pensar; idade; e hábitos de leitura dos estudantes.

O subfator *género* emergiu em quatro estudos, um português, um singapurense, um espanhol e um brasileiro. Todos os estudos detetaram que os estudantes do género masculino têm melhores resultados que as do género feminino em Literacia Matemática (Cordero-Ferrera et al., 2013; Del Porto & Ferreira, 2007; Thien & Ong, 2015). O estudo de Del Porto e Ferreira (2007) especificou que os estudantes brasileiros do género masculino se sobressaem com cerca de 14 pontos a mais na média relativamente a estudantes do género feminino.

O segundo subfator, *autoconfiança (motivação, autoeficácia, ansiedade)*, foi abordado em dois estudos, um singapurense e um holandês. Jerrim e Vignoles (2016), no seu estudo sobre os estudantes de Singapura, sublinharam que aprender Matemática é algo de que os estudantes gostam, pois acreditam ser esta matéria importante para o seu futuro. Este estudo concluiu que estudantes com maior motivação apresentam melhores resultados em Matemática. Ressaltaram que as boas práticas em sala de aula podem desenvolver a autoestima e eficácia dos estudantes na resolução de problemas de Matemática, reduzindo, deste modo, as suas ansiedades. Os autores afirmaram, ainda, que os estudantes singapurenses têm grande capacidade para resolver problemas quer de Matemática pura, quer de Matemática aplicada. Atribuem o excelente desempenho desses estudantes aos seus baixos níveis de ansiedade em lidar com situações matemáticas. Esta mesma ideia foi corroborada pelo estudo de Bakan Kalaycıoğlu (2015), ao referir que a menor ansiedade Matemática está diretamente relacionada com a autoeficácia na resolução de tarefas, o que, por sua vez, se repercute no sucesso dos estudantes holandeses.

O terceiro subfator, *modos de pensar*, foi abordado por dois estudos, um singapurense e um brasileiro. O estudo de Aguiar e Ortigão (2012) detetou que as diferenças de competências entre estudantes estão também relacionadas com os seus modos de pensar. Estes, por sua vez, são influenciados pelos seus valores culturais e sociais, assim como pelas características socioeconómicas e culturais das suas famílias. O estudo de Jerrim e Vignoles (2016) reforçou que as questões de ordem cultural influenciam os modos de pensar, sendo os estudantes confrontados regularmente com situações problemáticas que os levam a desenvolver e apurar os seus raciocínios matemáticos. De um modo geral, ambos os estudos destacaram a importante influência deste subfator nos resultados dos estudantes.

O quarto subfator, *idade*, foi abordado por um estudo brasileiro. Klein (2011) apontou duas questões de comparabilidade relacionadas com a idade dos estudantes: (i) o momento

em que o teste é aplicado (uma vez que ser no início, no meio ou no fim do ano letivo pode influenciar os resultados dos estudantes); (ii) a idade com que os estudantes começam a sua escolaridade (há países em que é com 6 anos e outros com 7 anos). Relativamente à primeira questão, Klein (2011) sugeriu que este problema seria facilmente ultrapassado se a aplicação do PISA fosse feita, em todos os países, exatamente no mesmo número de meses, após o início do ano letivo.

O último subfator, *hábitos de leitura dos estudantes*, foi destacado em um estudo brasileiro (Güzel & Berberoğlu, 2005), que refere que a utilização das bibliotecas escolares e os hábitos de leitura têm uma grande importância no bom desempenho em Literacia Matemática dos estudantes brasileiros.

(v) uso das tecnologias da informação e comunicação

Este fator emergiu em três estudos, dois brasileiros e um português. Estes estudos associaram o uso de computadores ao desempenho dos estudantes. Dois destes estudos salientaram que o uso de computador para realizar tarefas de alto nível pode ser muito benéfico para os estudantes, contribuindo para a melhoria do seu desempenho em programas como o PISA (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010). No entanto, reforçaram que o seu uso para entretenimento ou simplesmente para navegar na *internet* está associado a fracos desempenhos dos estudantes. Güzel e Berberoğlu (2005) ressaltaram o impacto positivo das tecnologias nos resultados dos estudantes brasileiros.

1.2.4 Discussão

Com base na análise dos estudos, emergiram, de forma indutiva, cinco fatores e dezasseis subfatores. Os fatores que mais se destacaram foram o sistema educativo e o contexto socioeconómico das famílias. Seguiram-se os fatores características das escolas e características dos estudantes. O fator menos expressivo foi o uso das TIC.

Nos estudos de Espanha e do Brasil, os fatores de maior evidência foram o sistema educativo e o contexto socioeconómico das famílias, seguindo-se o fator características dos estudantes. Inversamente, os fatores de menor expressão foram características das escolas e uso das TIC.

Os fatores que mais se destacaram nos estudos de Singapura e Holanda foram características das escolas, seguidos pelos fatores contexto socioeconómico das famílias e

características dos estudantes. O fator sistema educativo foi o menos expressivo, emergindo somente nos estudos singapurenses.

Relativamente a Portugal, todos os estudos focaram o fator sistema educativo. Seguiram-se a este os fatores o contexto socioeconómico das famílias e as características das escolas. Os fatores menos ressaltados foram as características dos estudantes e o uso das TIC.

No fator **sistema educativo**, o subfator *retenção escolar* foi o que mais sobressaiu nos estudos ligados a Portugal e aos países abaixo da média da OCDE. A retenção foi considerada um problema associado à grande dispersão do ano de escolaridade dos estudantes, com consequências negativas nos resultados do PISA. Estes dados são corroborados pelo relatório do PISA 2012 (OECD, 2014c) e também por outros estudos mais gerais (Belot & Vandenberghe, 2011; Cordero-Ferrera et al., 2011, 2013; Fischbach et al., 2013; Fonseca et al., 2011).

Estudos portugueses e espanhóis alertaram que os seus países apresentam uma das maiores taxas de retenção entre os países da OCDE, o que prejudica o desempenho dos seus estudantes no PISA (Afonso & Costa, 2009; Conboy, 2011; Crespo-Cebada et al., 2013; García-Pérez et al., 2014; Pereira, 2010; Silva, 2004). Já os estudos de Singapura e Holanda não mencionaram este subfator, provavelmente pelo reduzido número de estudos encontrados e pelo facto de a retenção ser pouco significativa na Holanda e quase residual em Singapura, com uma média de 17.05 e 3.63 por cento, respetivamente, conforme a base de dados do PISA 2012³.

Ainda neste fator, seguiram-se dois subfactores, *equidade/desigualdade educacional* e *políticas educativas*, os quais também apareceram somente nos estudos portugueses e nos países abaixo da média da OCDE. Assim como na retenção, nestes dois subfactores, os países acima da média da OCDE estiveram ausentes, o que pode, similarmente, estar relacionado com o reduzido número de estudos.

Todos os estudos associaram a *desigualdade educacional* ao baixo poder económico das famílias, destacando a incapacidade da escola em reduzir estas desigualdades. A relevância deste tema tem sido também reforçada noutros estudos internacionais (Ferrer et al., 2010; Gilleece et al., 2010; Mostafa, 2013; Thomson & Hillman, 2013).

³ <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm> página acedida em 27 de abril de 2018.

Relativamente ao subfator *políticas educativas*, todos os estudos salientaram a influência do PISA nas políticas educativas dos seus países. Os resultados e relatórios do PISA legitimaram a tomada de medidas políticas sobre os sistemas educativos, que foram consideradas por alguns governos, como, por exemplo, os governos português, alemão e sueco (Carvalho, 2009; Carvalho & Costa, 2014; Dobbins & Martens, 2012; Dolin & Krogh, 2010; Eijkelhof et al., 2013; Knodel et al., 2013; Lundgren, 2011; Pons, 2011).

Ainda no fator **sistema educativo**, emergiram os subfatores *organização curricular* e *abandono escolar* com menor expressividade relativamente aos subfactores anteriores. Na *organização curricular*, sobressaíram os estudos singapurenses pela sua influência determinante no sucesso dos estudantes do leste asiático. Enfatizaram os aspetos positivos da organização curricular no seu país, salientando os métodos de ensino (resolução de problemas) e o desenho curricular. Estas mesmas ideias foram alvo de estudos internacionais (Areepattamannil, 2014a, 2014b; Cheema & Kitsantas, 2013; Demir et al., 2010; Denny & Oppedisano, 2013; Jerrim & Vignoles, 2016; Minxuan & Lingshuai, 2012).

O subfator *abandono escolar* foi referido somente por um estudo português e um brasileiro. Foi considerado um problema complexo, no qual intervêm múltiplos fatores e condições sociais, políticas, económicas e, também, escolares (González, 2006), requerendo reflexão e intervenção urgente. Estas ideias foram também apoiadas por estudos da literatura (Areepattamannil, 2014a; Fernandes, 2008; García-Pérez et al., 2014; Gilleece et al., 2010).

Por fim, no **sistema educativo**, os subfatores *frequência do ensino pré-escolar* e *educação sombra* tiveram uma expressão pouco significativa. A *frequência do ensino pré-escolar* foi referida somente em um estudo espanhol que ressaltou a sua influência na diminuição das probabilidades de retenção, assim como do índice de estudantes que abandonam o sistema educativo sem concluírem a educação obrigatória. Segundo o *PISA em Foco número 1*, “(...) os resultados do PISA 2009 revelam que em praticamente todos os países da OCDE os estudantes de 15 anos que frequentaram alguma escola em idade pré-escolar obtiveram desempenhos melhores do que aqueles que não o fizeram” (OECD, 2011). Estes dados são também reforçados no relatório PISA 2012 (OECD, 2014c), assim como na literatura internacional (Albu, 2015; Burger, 2016; Curi & Menezes-Filho, 2009).

O subfator *educação sombra* somente emergiu num estudo singapurense. Esta prática tem estado muito enraizada na cultura do leste asiático, em Portugal e no Brasil. A vasta literatura existente evidencia o interesse por esta temática (Bray, 2008, 2009, 2013a, 2013b,

2014; J. A. Costa, Neto Mendes, et al., 2013; J. A. Costa, Ventura, et al., 2013; Neto Mendes et al., 2013; Pinto et al., 2014).

O fator **contexto socioeconómico familiar** foi o segundo mais considerado, nos estudos dos países abaixo da média da OCDE, seguidos dos portugueses e dos países acima da média da OCDE. Estes estudos evidenciaram que os estudantes provenientes de famílias com um nível socioeconómico mais elevado apresentam melhores resultados em Literacia Matemática, no PISA. Deste modo, é preciso reduzir as desigualdades económicas das famílias, uma vez que a escola, não sendo um instrumento de mobilidade social, tenderá a perpetuar esta desigual distribuição nas futuras gerações. No entanto, é preciso destacar que a elevada posse de bens educacionais das famílias pode superar as desigualdades económicas, como demonstrou o estudo de Del Porto e Ferreira (2007). Estudos realizados em outros países também dão destaque a este fator (Anderson et al., 2007; Demir et al., 2010; Martino & Rezai-Rashti, 2013; L. Martins & Veiga, 2010).

No fator **características das escolas**, o terceiro mais referido, sobressaiu o subfator *autonomia da escola*. Na importância da *autonomia da escola* foram alteados a autonomia na gestão de programas, métodos de avaliação e recursos escolares, o clima escolar e a qualificação dos professores. Estudos portugueses destacaram a pouca autonomia das escolas no seu país (Fernandes, 2008; Silva, 2004), ao contrário dos estudos holandeses e singapurenses. Estes dados são corroborados pela literatura internacional (D. French et al., 2014; Hanushek et al., 2013; Keddle, 2015; A. M. Martins & Silva, 2011; You & Morris, 2015).

Ainda no fator **características das escolas**, foram de menor destaque os subfatores *desempenho dos professores*, *tipo e dimensão da escola*. O bom *desempenho dos professores* esteve relacionado com as boas práticas de sala de aula, contribuindo para o sucesso dos estudantes portugueses, espanhóis e singapurense. Ao trabalho colaborativo entre professores foi dado um destaque muito importante nas escolas dos países do leste asiático, o que está associado, por um lado, à cultura de escola e, por outro lado, à grande competitividade existente entre os estudantes para poderem escolher as melhores escolas. Estes fatores também foram alvo da literatura internacional (Anderson et al., 2007; Cheema & Kitsantas, 2013; Cordero-Ferrera et al., 2011; Demir et al., 2010; Denny & Oppedisano, 2013; Lee, 2012; Vandenberghe & Robin, 2004).

No *tipo de escola*, as escolas privadas apareceram associadas aos melhores resultados dos estudantes, nos estudos espanhóis e português. Este resultado não foi apoiado pelo estudo holandês, considerando que os resultados do PISA 2009 favoreceram as escolas públicas holandesas. A pequena *dimensão da escola* foi também relacionada com o bom desempenho de estudantes espanhóis.

No penúltimo fator, **características dos estudantes**, o *género* foi o subfator de maior expressão, estando o género masculino relacionado com o melhor desempenho em Literacia Matemática no PISA, dos estudantes singapurenses, espanhóis, brasileiros e portugueses. A literatura internacional também dá destaque a este subfator (Demir et al., 2010; Forgasz & Hill, 2012; Martino & Rezai-Rashti, 2013; Matějů & Smith, 2014; Reilly, 2012; Stoet & Geary, 2013). A *autoconfiança* e os *modos de pensar* foram subfatores pouco mencionados. Singapura e Holanda, ao darem grande ênfase à resolução de problemas, promovem diferentes modos de pensar. Assim, desenvolvem competências de autoconfiança que, por sua vez, baixam os níveis de ansiedade dos seus estudantes. Estes dados são reforçados por estudos da literatura (Buchwald et al., 2015; R. Bybee et al., 2009; R. W. Bybee, 2008; Cheema & Kitsantas, 2013; Greiff et al., 2013; Kriegbaum et al., 2015; Özcan, 2015). Os subfatores *idade* e *hábitos de leitura dos estudantes* tiveram pouca visibilidade, tendo sido focados em estudos no Brasil (Klein, 2011).

O último fator, **uso das TIC**, foi o fator de menor relevo, tendo emergido somente em estudos brasileiros e portugueses. As TIC são um fator que pode ter uma influência positiva nos resultados dos estudantes, se usadas na realização de tarefas de alto nível, e negativa, se o seu uso for para entretenimento. No entanto, “os resultados do PISA mostram que não há melhorias apreciáveis no desempenho dos estudantes na leitura, matemática e ciências nos países que investiram fortemente em TIC na educação” (OECD, 2015, p. 15). Este relatório também salienta que “a tecnologia pode amplificar o bom ensino, mas a boa tecnologia não pode substituir o ensino fraco” (OECD, 2015, p. 17).

Em síntese, os resultados desta revisão integrativa levam-nos a concluir que o desempenho de estudantes no PISA, dos países estudados, é afetado por uma multiplicidade de fatores complexos e intimamente interligados. Estes resultados também apontam para uma lacuna significativa de estudos na literatura. Deste modo, o facto de alguns fatores não aparecerem em estudos dos países considerados pode estar relacionado com este reduzido número de estudos na literatura. Torna-se, assim, necessário um maior investimento em

investigações nesta área para aprofundar o conhecimento sobre os fatores detetados, bem como apontar novos fatores que contribuam para melhorar o desempenho dos estudantes. Investigar, divulgar e discutir os fatores que influenciam a aprendizagem dos estudantes são fundamentais para que medidas efetivas e eficazes possam ser tomadas pelos países. Neste sentido, os dados do PISA oferecem uma oportunidade excelente de fundamentar melhor os planos e opções políticas.

Como foi observado antes, não incluímos aqui publicações posteriores a abril de 2016, para poder efetuar este trabalho em tempo útil. Contudo, atendendo à raridade e abrangência de estudos sobre a participação portuguesa no PISA e à sua qualidade, abrimos duas exceções para nos referirmos a dois estudos recentemente publicados.

O primeiro, intitulado *Políticas Educativas e desempenho de Portugal no PISA (2000-2015)*, é da autoria de Fernandes e colaboradores (2018). Este estudo analisa as políticas educativas que foram sendo implementadas posteriormente à Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) (Lei de Bases Do Sistema Educativo - Lei n.º 46/86 de 14 de Outubro, 1986), à luz dos resultados dos estudantes portugueses no PISA em Leitura, Matemática e Ciências. Conclui que essas políticas foram desencadeando uma crescente melhoria do desempenho dos estudantes portugueses no PISA. Neste estudo, é destacada a importância que a formação contínua de professores teve para o seu desenvolvimento profissional. A par da formação contínua é destacado, entre outros, o Plano de Ação para a Matemática (PAM) que, além de ter promovido a formação de professores, foi um plano que acompanhou a implementação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB). O estudo destaca “a progressiva melhoria do trabalho colaborativo entre os professores e a crescente autonomia para conceber novas e inovadoras formas de gerir o currículo, nomeadamente através da elaboração e desenvolvimento de projetos de índole didática e pedagógica” (Fernandes et al., 2018, p. 19). É igualmente destacado o elevado nível de retenção ainda existente em Portugal, apesar de, desde há cerca de trinta anos, terem vindo a ser implementados “programas cujo principal propósito tem sido o combate ao chamado insucesso escolar, ou seja, ao abandono precoce e à retenção” (Fernandes et al., 2018, p. 23). Este estudo aponta como causas para esta situação “uma certa tradição «pedagógica» em que a retenção é encarada como algo que é normal e que, «com certos alunos», pouco ou nada há a fazer” (Fernandes et al., 2018, p. 23). Nota-se uma grande dificuldade em as escolas saberem, e por vezes, quererem, lidar com as diferenças. Ressalta, ainda, deste estudo a

importância do ensino pré-escolar. É destacada a importância que a frequência deste tipo de ensino tem no desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes, salientando que os estudantes que frequentaram a educação pré-escolar obtêm, frequentemente, melhores resultados escolares do que os seus colegas que não o frequentaram.

Das recomendações apresentadas no estudo de Fernandes e colaboradores (2018) destacamos: (i) as políticas públicas devem continuar a apostar em programas de apoio aos docentes como, por exemplo, o PAM; (ii) a retenção, o abandono escolar, por um lado, e o ensino pré-escolar, por outro, deverão ser alvo de políticas educativas que levem à erradicação dos primeiros e ao aumento do número de estudantes a frequentar o ensino pré-escolar; (iii) a necessidade da melhoria das condições de acesso às TIC nas escolas, assim como acesso a software educativo de qualidade e a equipamentos laboratoriais; (iv) os propósitos do PISA e os seus resultados devem ser conhecidos pelas escolas, em geral, e pelos professores, em particular, preconizando-se, em consequência, uma estratégia de comunicação que divulgue os resultados dos estudantes portugueses no PISA.

O segundo estudo foi promovido e divulgado pelo Conselho Nacional de Educação em 31 de agosto de 2020 e é intitulado *Desempenho e Equidade: uma análise comparada a partir dos estudos internacionais TIMSS e PIRLS* (Félix et al., 2020). Este estudo é especialmente interessante por intersetar a nossa análise em vários pontos, mas utilizar dados obtidos a partir de dois estudos distintos do PISA. No final deste trabalho, faremos uma comparação das nossas conclusões com as conclusões deste estudo.

Tendo como base a revisão teórico-conceitual e empírica apresentada, avançamos, de seguida para o segundo capítulo acerca das abordagens curriculares do ensino nos países envolvidos nessa investigação.

2 Organização dos Programas Curriculares de Matemática

Para analisar melhor os fatores influenciadores do desempenho dos estudantes nos países-alvo desta investigação, convém perceber minimamente quais os respetivos programas curriculares de Matemática. Para poder efetuar algum tipo de comparação fundamentada do desempenho dos cinco países, teremos de perceber o ensino da Matemática nesses países.

Considerando que a avaliação do PISA é direcionada para estudantes com 15 anos, que, na sua grande maioria, estão a finalizar a escolaridade obrigatória, o nosso trabalho incidiu na *organização dos programas curriculares de Matemática dos nove ou dez primeiros anos de escolaridade*⁴ dos cinco países mencionados anteriormente.

Perante o exposto, tivemos como objetivo comparar os programas curriculares de Matemática do Ensino Básico de Portugal com os correspondentes dos países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012. Adicionalmente, poderemos tentar perceber se os estudantes dos países cujos programas curriculares de Matemática do ensino básico possuem maior proximidade com o referencial teórico do PISA são aqueles que apresentam melhor desempenho em Literacia Matemática no PISA.

2.1 Educação Básica e Programas de Matemática: Contextualização

No domínio da Matemática, o PISA avalia as competências matemáticas que os estudantes devem desenvolver como consequência da sua passagem pela educação obrigatória. Deste modo, neste item, contextualizamos esse tipo de educação nos cinco países em estudo. As competências referidas pressupõem a aquisição de um certo número de conhecimentos e a apropriação de um conjunto de processos fundamentais e procedimentos básicos, providos de elementos de compreensão, interpretação e resolução de problemas, conferidas pelos programas curriculares. Assim, abordamos, seguidamente, os programas em vigor nos referidos países, à data da aplicação do PISA 2012, até ao 9.º ou 10.º anos de escolaridade.

⁴ Que vamos genericamente designar por ensino básico, mesmo que nalguns países não seja essa a designação oficial.

2.1.1 Educação Básica

A Educação Básica é o nível de ensino correspondente aos primeiros anos de educação escolar, cujo conjunto específico de anos de escolaridade pode variar consoante o sistema educativo de cada país. Aqui vamos considerar que a Educação Básica vai até ao 9.º ou 10.º anos de escolaridade, por ser também o final da escolaridade obrigatória na maioria dos países. Em Portugal, a Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) (Lei de Bases Do Sistema Educativo - Lei n.º 46/86 de 14 de Outubro, 1986) estabelece uma duração de nove anos de escolaridade básica, que compreende três ciclos – o 1.º de quatro anos; o 2.º de dois anos; e o 3.º de três anos. A Educação Básica é perspectivada como uma unidade integral, um processo cumulativo de domínio de conhecimentos e capacidades e de estruturação de atitudes (DGEBS, 1991).

Em Singapura, a Educação Básica compreende a educação primária (6 anos – dos 6 aos 12 anos de idade) e a educação secundária (4 a 5 anos – dos 12 aos 16/17 anos de idade). No término da educação primária, os estudantes submetem-se a um exame (*Primary School Leaving Examination* – PSLE) que determina os estudos posteriores. Dependendo da classificação obtida no PSLE, os estudantes realizarão um tipo de programa ou outro, tendo como exemplo: *Normal Course* (académico ou técnico); *Integrated Programmes* (IPs) que prepara os estudantes para a universidade; *Specialised Programmes* destinados a estudantes especialmente capacitados para uma disciplina ou área específica de conhecimento (Ministry of Education, 2017).

Na Holanda, a Educação Básica consiste na educação primária e secundária. A educação primária inclui jardim da infância (de 1 a 2 anos – dos 4 aos 5 anos de idade) e os graus de 1 a 6 (dos 6 aos 12 anos de idade) (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005). A educação secundária apresenta três variantes permeáveis entre si, a vocacional – VMBO (4 anos – dos 12 aos 16 anos de idade) que, conforme o nome, prepara os estudantes para uma educação vocacional; a Geral – HAVO (5 anos – dos 12 aos 17 anos de idade), que prepara os estudantes para uma educação vocacional mais elevada, e a pré-universitária – VWO (6 anos – dos 12 aos 18 anos de idade), que prepara os estudantes para a universidade (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

Em Espanha, a Educação Básica compreende dez anos de escolaridade e desenvolve-se de forma regular, entre os seis e os dezasseis anos de idade (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006). Consiste na educação primária (6 anos – dos 6 aos 12 anos

de idade) e na educação secundária obrigatória (4 anos – dos 12 aos 16 anos de idade) (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006).

No Brasil, de acordo com o artigo 21 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei Nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996, 1996), a educação básica tem a duração ideal de dezoito anos e compreende a educação infantil (creche de 0 a 3 anos e pré-escola de 4 a 5 anos); o ensino fundamental dividido em anos iniciais (1.º a 5.º ano – dos 6 aos 10 anos) e anos finais (6.º ao 9.º ano – dos 11 aos 14 anos); e o ensino médio (3 anos – dos 15 aos 17 anos) (Lei Nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996, 1996). É durante o período da educação básica que os estudantes se apropriam dos conhecimentos mínimos necessários para uma cidadania completa e tomam consciência sobre o futuro profissional e a área do conhecimento a que melhor se adaptam (Lei Nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996, 1996).

Importa assinalar que, com exceção de Singapura, a Educação Básica é universal, gratuita e obrigatória nos restantes países. Em Singapura estas características somente se verificam na educação primária, ou seja, nos primeiros seis anos da escolaridade básica.

2.1.2 Programas Curriculares de Matemática do Ensino Básico

Começemos por ver como são definidos os programas curriculares de Matemática nos diferentes países em estudo e o modo como os podemos comparar com o programa de Matemática português. Assim, é nossa intenção ter como referência o programa de Matemática de Portugal. Iniciamos, assim, com a definição de programas:

Os programas são documentos prescritivos que intencionalmente se fixam num nível de grande generalidade, na convicção, por um lado, de que é forçoso deixar em aberto um vasto campo de possibilidades alternativas de desenvolvimento curricular, a eleger de acordo com as condições concretas do terreno pedagógico e, por outro, de que ninguém melhor dos que os próprios agentes do processo educativo estarão aptos a tomar tais decisões. (DGEBS, 1991, p. 10)

Os programas curriculares apresentam uma estrutura organizativa que fornece as orientações curriculares enquanto diretrizes básicas, essenciais e claras para o ensino de uma área de conhecimento, neste âmbito, mais especificamente o da Matemática. Idealmente, as diretrizes dos programas curriculares incluem as componentes estruturantes fundamentais que são: “finalidades de ensino da disciplina, gerais ou específicas da etapa do currículo considerada; objetivos gerais referentes a cada ciclo; roteiro ou blocos de conteúdos; orientação metodológica; orientações para a avaliação” (DGEBS, 1991, p. 42). O conjunto

destes elementos delimita o quadro de atuação pedagógica que foi usado neste estudo enquanto categorias analíticas para a comparação dos programas curriculares dos países selecionados, especificado abaixo:

- “As finalidades estabelecem os fins últimos da prática educativa da disciplina, definindo o contributo desta para a prossecução das grandes metas educacionais assinaladas ao conjunto do ensino básico”. (DGEBS, 1991, p. 42)
- “Os objectivos gerais de ensino-aprendizagem desempenham uma função orientadora mais imediata. Estabelecem as capacidades que se espera que os alunos venham a adquirir, no âmbito de cada área disciplinar, finda a etapa da escolaridade considerada”. (DGEBS, 1991, p. 42)
- Os conteúdos de cada disciplina são selecionados em função dos respectivos objetivos e das exigências epistemológicas da própria área de conhecimento. “Surtem estruturados num esquema ou linha de desenvolvimento de relativa generalidade, o qual permite, não obstante, avaliar, numa leitura imediata, a sua funcionalidade”. (DGEBS, 1991, p. 43)
- “As orientações metodológicas prescrevem a utilização de estratégias e a organização de actividades sem as quais não podem ser concretizados grande parte dos objectivos estabelecidos, nomeadamente os que respeitam ao desenvolvimento de capacidades, atitudes e valores”. (DGEBS, 1991, pp. 43–44)
- A avaliação contém claramente definidos os parâmetros gerais que devem norteá-la no quadro de uma pedagogia de sucesso. Contém as direções, meios e instrumentos específicos para a sua concretização. (DGEBS, 1991)

Para além destas componentes estruturantes, também incluímos no estudo outras componentes da organização dos programas curriculares de matemática, enquanto categorias analíticas: componentes *cognitiva*, *afetivo-interacional* e *tecnológica de informação e comunicação*. Tomando como base o referencial do PISA (OECD, 2013b), consideramos na *componente cognitiva*: (i) a *relação entre os processos matemáticos* (Formular, Aplicar e Interpretar) e as *competências matemáticas* (Comunicação, Matematização, Representação, Raciocínio e argumentação, Conceção de estratégias de resolução de problemas, Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica, e Utilização de ferramentas matemáticas); (ii) os *conteúdos matemáticos*, a saber: Mudanças e relações; Espaço e forma; Quantidade; Incerteza e dados; (iii) os *contextos de aprendizagem*, Pessoal, Ocupacional, Social e Científico. Na *componente afetivo-interacional*, englobamos: (i) Atitudes em relação à Matemática (Interesse/Motivação); (ii) Crenças sobre si mesmo (Autoconceito e Autoeficácia); (iii) Interação professor-estudante.

Finalmente, a *componente tecnológica de informação e comunicação*, para a qual não houve especificações.

Relativamente aos programas curriculares dos países em estudo, à data da aplicação do PISA 2012, em Portugal, vigorava o Programa de Matemática para o Ensino Básico, conhecido como Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB) (DGIDC, 2007). Este programa começou a ser implementado a partir de 2007. O NPMEB resultou de um reajustamento do programa de Matemática datado do início dos anos noventa do século passado (DGEBS, 1991). Pretendia ir ao encontro do Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001), documento em que foram introduzidas importantes mudanças curriculares no que diz respeito às finalidades e objetivos de aprendizagem, dando-se grande ênfase à noção de competência matemática (DGIDC, 2007).

Em Singapura, os programas de Matemática em vigor em 2012 para a escolaridade obrigatória eram dois. Um deles para os primeiros seis anos de escolaridade, designado por *Primary Mathematics Syllabus* (Ministry of Education, 2006a) e o outro para os quatro ou cinco anos seguintes (dependente do percurso escolhido pelo estudante), conhecido como o *Secondary Mathematics Syllabuses* (Ministry of Education, 2006b). Os dois programas de Matemática têm em comum o referencial teórico, que é o mesmo para todos os níveis, desde o primeiro até ao mais elevado da educação pré-universitária, designada por pós-secundária. Ambos dão continuidade aos programas anteriores no que se refere à ênfase na compreensão de conceitos, no desenvolvimento de competências e estratégias de pensamento no ensino e aprendizagem da Matemática, enquanto componentes do currículo (Ministry of Education, 2006b, 2006a). Essas componentes são parte integrante do desenvolvimento da capacidade matemática de resolução de problemas (Ministry of Education, 2006b, 2006a). Podemos mesmo afirmar que estes programas são fundamentados na perspetiva da Matemática como resolução de problemas.

Na Holanda, em 2012, o sistema educativo deste país não possuía um currículo de Matemática estabelecido centralmente nem para o ensino primário, nem para o ensino secundário, quer básico quer superior. A referência era uma lista de objetivos/metast (normas e trajetórias) que os estudantes tinham de atingir, que foi atualizada em 2004. Cada escola tinha autonomia para desenvolver o seu próprio currículo. No final do ensino secundário, existia uma avaliação externa que condicionava o trabalho em cada escola. Surgia, assim, um *currículo oculto* que todas as escolas punham em prática (Van den Heuvel-Panhuizen &

Wijers, 2005). Contudo, não era só essa avaliação que determinava o *currículo oculto* na Holanda pois os professores, ao adotarem livremente livros didáticos ou manuais, construíam o próprio *currículo* nas escolas onde lecionavam (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005). Esses livros ou manuais eram o principal referencial das decisões que tomavam quanto aos conteúdos a lecionar, sendo portanto o *programa* que guiava as ações educativas dos professores (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005). Importa salientar que quer as bases para a construção dos livros ou manuais, quer as provas de avaliação externa eram norteadas pelos fundamentos da Educação Matemática Realista (EMR). A EMR começou a ser desenvolvida por volta de 1970, por Hans Freudenthal (1905-1990) e seus colaboradores, no Instituto para o Desenvolvimento da Educação Matemática, que posteriormente passou a ser designado por Instituto Freudenthal (IF) (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

No que concerne à Espanha, em 2012, a escolaridade obrigatória incluía 6 anos de ensino primário e 4 anos de ensino secundário. O programa de Matemática em vigor, para este último ciclo, constava do *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre*, no qual se estabeleciam as aprendizagens mínimas (“enseñanzas mínimas”) correspondentes à assim chamada educação secundária obrigatória (Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007), na sequência da *Ley Orgánica de Educación* (LOE) de 2006 (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006). A LOE era o pilar central de toda a educação e organização do Sistema Educativo Espanhol.

No Brasil, à data da aplicação do PISA 2012, estavam em vigor os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para os terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental (Secretaria de Educação Fundamental, 1998) e para o ensino médio (Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999). Esse último PCN foi, em 2002, atualizado pelas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Secretaria da Educação Básica, 2002). Os PCN para os Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental definiam os objetivos gerais do Ensino Fundamental. Constituíam-se no referencial teórico para a docência, de modo a que todos os jovens brasileiros pudessem adquirir conhecimentos matemáticos que lhes permitissem exercer uma cidadania responsável, quer no mundo do trabalho, quer nas suas relações sociais e culturais (Secretaria de Educação Fundamental, 1998).

2.2 Metodologia

Para analisar os programas curriculares de Matemática nos diferentes países em estudo, optámos pela abordagem qualitativa. Não se apresenta como uma abordagem rigidamente estruturada, mas possibilita que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques (Bryman, 2012; Godoy, 1995a, 1995b; Sampieri et al., 2013). Com efeito, “se há uma característica que constitui a marca dos métodos qualitativos ela é a flexibilidade, principalmente quanto às técnicas de coleta de dados, incorporando aquelas mais adequadas à observação que está sendo feita” (H. Martins, 2004, p. 292).

Assente nestes pressupostos, a investigação do tipo documental foi o método escolhido, por representar a forma mais adequada para estudos que têm como objeto os documentos, como é o caso: “a investigação documental é um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos” (Sá Silva et al., 2009, p. 5). Foca-se, assim, no exame de materiais de natureza diversa, que ainda não receberam um tratamento analítico, ou que podem ser reexaminados, buscando-se interpretações novas e/ou complementares (Godoy, 1995a). São considerados documentos quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação, indicações e esclarecimentos que trazem o seu conteúdo para elucidar determinadas questões e servir de prova para outras (Lüdke & André, 1986; Sá Silva et al., 2009). Num sentido mais amplo, documento é tudo o que é vestígio do passado, tudo o que serve de testemunho (Cellard, 2008). Os documentos são uma fonte rica e estável, pois perduram ao longo do tempo, possibilitando “(...) produzir ou reelaborar conhecimentos e criar novas formas de compreender os fenómenos” (Sá Silva et al., 2009, p. 10). O investigador visa interpretar, inferir e sintetizar informação, determinando tendências, e sempre que possível, fazer inferências. Não podemos, entretanto, esquecer que os documentos não existem isoladamente, “(...) mas precisam ser situados em uma estrutura teórica para que o seu conteúdo seja entendido” (Sá Silva et al., 2009, p. 10).

Neste estudo, a codificação e análise dos documentos obedeceu à análise de conteúdo proposta por Bardin (2013), que tem sido uma das técnicas mais utilizadas para este fim (Godoy, 1995a). Bardin define análise de conteúdo como:

(...) um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens,

indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (2013, p. 44)

Bardin (2013) distingue, na análise de conteúdo, três fases fundamentais: *pré-análise*; *exploração do material*; e *tratamento dos resultados – a inferência e a interpretação*. A primeira fase, *pré-análise*, é a fase da organização propriamente dita, “corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise” (Bardin, 2013, p. 121). De um modo geral, esta fase é composta por atividades não estruturadas, por oposição à exploração sistemática dos documentos. De acordo com a proposta de Bardin (2013), nesta fase, realizámos previamente leituras “flutuantes”, construámos o referencial do estudo e estabelecemos o objetivo e hipótese, destacados anteriormente. Estas atividades foram essenciais para nortear a escolha dos documentos do estudo.

Ao termos como foco do estudo os componentes da organização dos programas curriculares de Matemática do Ensino básico de Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil, a escolha incidiu preferencialmente sobre os documentos normativos oficiais destes países, que nos possibilitassem obter as informações requeridas. A obtenção dos documentos foi de fácil acesso por se tratar de documentos oficiais e de um estudo publicado. Deste modo, constituímos um *corpus* que, para Bardin, “(...) é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (2013, p. 122).

Identificamos abaixo os documentos oficiais, ou seja, os programas curriculares de Matemática do Ensino Básico de Portugal, Singapura, Espanha e Brasil (Quadro 2.1). No que se refere à Holanda, apresentamos um estudo sobre esta temática, tendo em conta a ausência de um documento oficial centralmente estabelecido na área. Os documentos selecionados estão em português, inglês e espanhol. Para efeito de categorização, cada documento recebeu um código específico caracterizado pela sigla inicial do país, seguida do número de documentos de cada país, por ordem crescente. Assim, o documento de Portugal foi identificado como Pt1; os de Singapura como Sin1 e Sin2, etc.

Quadro 2.1 – Documentos selecionados

Documento País	Título Documento	Fonte	Código
Portugal	<i>O Novo Programa de Matemática do Ensino Básico</i>	(DGIDC, 2007)	Pt1
Singapura	<i>Primary Mathematics Syllabus</i>	(Ministry of Education, 2006a)	Sin1
	<i>Secondary Mathematics Syllabuses</i>	(Ministry of Education, 2006b)	Sin2
Holanda	Mathematics standards and curricula in the Netherlands. <i>Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik</i>	(Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005)	Ho1
Espanha	<i>Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria</i>	(Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007)	Es1
Brasil	<i>Parâmetros curriculares nacionais: Matemática relativamente ao Ensino de primeira à quarta série</i>	(Secretaria de Educação Fundamental, 1997)	Br1
	<i>Parâmetros curriculares nacionais: Matemática relativamente ao Ensino de quinta a oitava séries</i>	(Secretaria de Educação Fundamental, 1998)	Br2
	<i>Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio</i>	(Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999)	Br3
	<i>Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias</i>	(Secretaria da Educação Básica, 2002)	Br4

Ainda na fase da *pré-análise*, passámos para a atividade seguinte, que consistiu na criação de categorias analíticas, seguindo, neste estudo, um processo dedutivo. Neste processo, o sistema de categorias analíticas foi criado previamente, sendo norteado pelo objetivo/hipótese do estudo e referencial teórico. Tendo por base estas categorias analíticas, criámos um instrumento para guiar a recolha dos dados. O instrumento (Apêndice 1) teve como categorias de análise os *componentes estruturantes fundamentais dos programas*

curriculares de matemática do ensino básico (finalidades, objetivos gerais, temas matemáticos, orientações metodológicas e avaliação).

A segunda fase, *exploração do material*, seguiu-se à *pré-análise*, que consistiu na fase da análise propriamente dita, na qual aplicámos as decisões tomadas anteriormente. Considerando as categorias criadas a priori, tendo por base o objetivo/hipótese e referencial teórico do estudo, nessa fase, realizámos os procedimentos de codificação (Bardin, 2013). A codificação é o processo de transformação sistemática dos dados dos documentos selecionados através de recorte e agregação das unidades de análise (Bardin, 2013). Neste estudo, as unidades de análise consistiram em frases ou parágrafos selecionados dos documentos, de acordo com as respectivas categorias. Assim, essas frases ou parágrafos foram agregados nas categorias definidas, em quadros matriciais, pelos pressupostos utilizados por Bardin (2013), (Apêndice 2).

Após a codificação dos documentos, iniciámos a terceira fase, *tratamento dos resultados e interpretação*, que teve como objetivo tornar significativos e válidos os resultados obtidos na fase anterior. Através de uma abordagem qualitativa, analisámos as estruturas lógicas das frases ou dos parágrafos dos documentos dos cinco países por categorias, em busca de padrões, tendências ou relações implícitas. Durante esta fase, reportámo-nos constantemente ao objetivo/hipótese, bem como ao referencial teórico do estudo, no sentido de manter a sua direção e fundamentar teoricamente a interpretação dos resultados.

2.3 Resultados

2.3.1 Síntese comparativa dos Programas de Matemática

Vamos efetuar uma análise comparativa esquemática e sintética dos programas de Matemática dos cinco países considerados no presente estudo. Sintetizaremos esses programas, usando como fio condutor a organização do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB) português. O documento oficial do programa refere seis dimensões:

- (i) finalidades;
- (ii) objetivos gerais;
- (iii) temas matemáticos;

- (iv) capacidades/competências;
- (v) orientações metodológicas;
- (vi) avaliação.

Vamos analisar os programas dos cinco países-alvo deste estudo, à luz destas seis dimensões, procurando quer as suas semelhanças quer as suas diferenças.

O NPMEB, em Portugal, apresentava como finalidades: – a promoção da aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; – o desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática e à capacidade de apreciar esta ciência (DGIDC, 2007).

Quanto a Singapura as finalidades (“rationale”) incluíam: – desenvolvimento e melhoria da competência intelectual da pessoa em raciocínio lógico, visualização espacial, análise e pensamento abstrato; – desenvolvimento da numeracia, raciocínio, capacidades de pensamento e capacidades de resolução de problemas; – encontro de oportunidades de satisfação e excitação com trabalho criativo e momentos de compreensão e prazer; – incentivo para a procura da Matemática para além das paredes da sala de aula (Ministry of Education, 2006a).

Quanto à Holanda, como vimos, não tinha um programa de Matemática propriamente dito. Apesar disso, observámos que as finalidades da Matemática neste país estavam implícitas nos fundamentos da Educação Matemática Realista (EMR), que orientava a maior parte dos professores, à data da realização do PISA 2012. A EMR assentava em seis princípios: – princípio da atividade, a Matemática é uma atividade que pode ser melhor aprendida, fazendo-a; – princípio da realidade, os estudantes devem aprender a usar a sua compreensão e ferramentas matemáticas para resolver problemas; – princípio do nível, os estudantes passam por vários níveis de compreensão, desde a capacidade de inventar informalmente soluções relacionadas com um contexto até à criação de vários níveis de atalhos e esquematizações, e à aquisição de compreensão dos princípios e relações subjacentes; – princípio da interligação, a Matemática escolar não está compartimentada e na resolução de problemas ricos e contextualizados aplicam-se ferramentas e compreensões matemáticas de um âmbito alargado; – princípio da interação, a aprendizagem da Matemática é uma atividade social onde os estudantes partilham as suas estratégias e invenções com os outros, permitindo que os estudantes atinjam um nível superior de compreensão; – princípio da orientação, a educação Matemática deve dar ao estudante uma

oportunidade “guiada” de “re-inventar” a Matemática (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005, pp. 289–290).

O programa de Matemática espanhol apresentava como finalidades: – o desenvolvimento das competências básicas de matemática, das etapas da resolução de problemas em contexto e em uma variedade de situações; – a promoção dos saberes e valores históricos, sociais e culturais; – e a promoção de formas de raciocínio crítico, de argumentação, de expressão e debates, de ideias e destrezas matemáticas necessárias ao desempenho profissional (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico et al., 2011).

Quanto ao programa de Matemática brasileiro este referia que a Matemática tem como finalidades o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no estudante a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

A análise comparativa das finalidades dos cinco programas permite-nos afirmar que, em todos os países, se pretende que o estudante desenvolva as suas capacidades matemáticas, com relevo para a capacidade de resolver problemas em contextos diversificados, levando a Matemática para além da sala de aula, atingindo uma atividade profissional. Em todos, coloca-se como finalidade que os estudantes desenvolvam uma atitude positiva face à Matemática, apreciando a sua beleza e poder, criando confiança nas suas capacidades e tirando prazer do seu uso.

No que diz respeito aos objetivos gerais, em Portugal, o NPMEB salientava que os estudantes deviam: – conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática; – desenvolver uma compreensão da Matemática; – lidar com ideias matemáticas em diversas representações; – comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático; – raciocinar matematicamente, usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos; – e resolver problemas; estabelecer

conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas; – fazer Matemática de modo autónomo; – apreciar a Matemática (DGIDC, 2007).

O programa de Matemática de Singapura preconizava que, em termos de objetivos gerais (“*aims*”), os estudantes deviam: – adquirir conceitos e competências matemáticos necessários para a vida quotidiana e para uma aprendizagem contínua da Matemática e disciplinas relacionadas; – desenvolver competências de processos necessários para a aquisição e aplicação de conceitos e competências matemáticas; – desenvolver competências do pensamento matemático e da resolução de problemas e aplicá-las na formulação e resolução de problemas; – reconhecer e usar as conexões entre as ideias matemáticas e entre a Matemática e outras disciplinas; – desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática; – fazer uso efetivo de uma variedade de ferramentas matemáticas (incluindo tecnologias de informação e comunicação) na aprendizagem e aplicação da Matemática; – produzir trabalho imaginativo e criativo a partir de ideias matemáticas; – desenvolver a capacidade de raciocínio lógico para comunicar matematicamente e aprender de forma cooperativa e independente (Ministry of Education, 2006a, 2006b).

Na Holanda, a lista de objetivos gerais (ou metas) referia que os estudantes deveriam: – aprender a usar uma linguagem Matemática apropriada para ordenar o seu próprio pensamento e explicá-lo aos outros, bem como aprender a perceber a linguagem Matemática usada pelos outros; – aprender a reconhecer e usar a Matemática para resolver problemas em situações práticas enquanto trabalha sozinho ou com os outros; – aprender a argumentar matematicamente, a discernir a argumentação matemática de opiniões e declarações e aprender a aceitar e a fazer críticas matemáticas, respeitando a maneira de pensar uns dos outros; – aprender a entender a estrutura e a relação entre números positivos e negativos, decimais, fracionários, percentagens e proporções e aprender a trabalhar com eles em situações práticas e significativas; – aprender a calcular de forma exata, bem como por aproximação, e a raciocinar, baseado na perceção da precisão e na ordem de grandeza, respeitando as margens de erro que se encaixam numa determinada situação; – aprender a medir e a entender a estrutura e relacionamento do sistema métrico, aprender a calcular com unidades de medição para quantidades que são usuais em aplicações relevantes; – aprender a usar notações informais, representações esquemáticas, tabelas, gráficos e fórmulas para perceber as relações entre quantidades e variáveis; – aprender a usar duas dimensões (plano)

e três dimensões (espaço), formas e estruturas, aprender a fazer e interpretar representações destes, aprender a calcular e raciocinar usando as suas propriedades e medidas; – aprender a descrever, ordenar e visualizar dados, para julgar criticamente as representações e conclusões dos dados; – desenvolver uma atitude positiva face à Matemática; – adquirir proficiência no uso da linguagem matemática; – obter informação sobre as aplicações da Matemática em outras áreas disciplinares (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

O programa de Matemática em vigor em Espanha aquando da aplicação do PISA 2012 apontava como objetivos gerais: – melhorar a capacidade de pensamento reflexivo e incorporar na linguagem e nos modos de argumentação as formas de expressão e o raciocínio matemático, tanto nos processos matemáticos como científicos e nos diferentes domínios da atividade humana; – reconhecer e colocar situações que podem ser formuladas em termos matemáticos, desenvolver e usar estratégias diferentes para abordá-las e analisar os resultados, usando os recursos mais adequados; – quantificar os aspetos da realidade que permitem interpretá-la melhor (usar técnicas de recolha de informações e procedimentos de medição, realizar análise de dados através de diferentes tipos de números e seleccionar cálculos apropriados para cada situação); – identificar os elementos matemáticos (estatísticos, geométricos, gráficos, etc.) presentes nos meios de comunicação, *internet*, publicidade ou outras fontes, analisar criticamente as funções desses elementos matemáticos e avaliar a sua contribuição para uma melhor compreensão das mensagens; – identificar as formas e as relações espaciais que ocorrem no quotidiano, analisar as propriedades e as relações geométricas envolvidas e ser sensíveis à beleza que geram, estimulando a criatividade e imaginação; utilizar adequadamente os vários meios tecnológicos (calculadoras, computadores, etc.) tanto para realizar cálculos quanto para procurar, tratar e representar informações de natureza diversa e também como ajuda na aprendizagem; – lidar com os problemas que surgem na vida quotidiana de acordo com os modos da atividade Matemática, como a exploração sistemática de alternativas, a precisão na linguagem, a flexibilidade para mudar o ponto de vista ou a perseverança em encontrar soluções; – desenvolver estratégias pessoais para a análise de situações específicas, identificando e resolvendo problemas, utilizando diferentes recursos e instrumentos e avaliando a adequação das estratégias utilizadas em função da análise dos resultados e do seu carácter exato ou aproximado; – expressar uma atitude positiva em relação à resolução de problemas e mostrar confiança na própria capacidade de lidar com êxito com eles e adquirir um nível de

autoestima que lhes permita desfrutar dos aspetos criativos, manipuladores, estéticos e utilitários da Matemática; – integrar o conhecimento matemático no conjunto de conhecimentos adquiridos em diferentes áreas para que possam ser usados de forma criativa, analítica e crítica; – valorizar a Matemática como parte integrante da nossa cultura tanto do ponto de vista histórico como da perspetiva do seu papel na sociedade de hoje, aplicar as competências matemáticas adquiridas para analisar e valorizar fenómenos sociais como a diversidade cultural, o respeito pelo ambiente, a saúde, o consumo, a igualdade de género ou a coexistência pacífica (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico et al., 2011).

No programa brasileiro encontramos como objetivos gerais: – compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam ao estudante desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral; – aplicar os seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades quotidianas; – analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade; – desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; – utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; – expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática; – estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo; – reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; – promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

Em suma, os objetivos gerais presentes em todos os documentos de cada um dos cinco países referem que é imprescindível aos estudantes conhecer factos e procedimentos básicos, dominar conceitos e competências matemáticas, de modo a compreender e usar a

Matemática nas suas diferentes representações. Todos os documentos apontam a importância de os estudantes resolverem problemas em situações práticas. A comunicação, oral ou escrita, é enfatizada quer para ordenar e explicar aos outros os próprios pensamentos, quer para entender os dos outros. É realçado o uso que o estudante tem de fazer da Matemática, a par das conexões que esta permite estabelecer entre as mais diversificadas áreas do saber. É destacada a necessidade que o estudante tem de apreciar a Matemática, nas suas diversas vertentes.

Os temas matemáticos presentes do programa de Matemática em Portugal eram: – Números e operações; – Álgebra; – Geometria; – Organização e tratamento de dados (DGIDC, 2007).

Em Singapura, nos programas de Matemática constavam os temas matemáticos: – Números; – Álgebra; – Geometria; – Estatística; – Probabilidades (Ministry of Education, 2006a, 2006b).

Os programas de Matemática holandeses apresentavam os temas matemáticos: – Número; – Quantidade; – Medição; – Formas; – Estruturas e relações; – Operações e funções (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

No programa de Matemática espanhol, os temas matemáticos eram: – Números; – Álgebra; – Geometria; – Funções e gráficos; – Estatística e probabilidades (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico et al., 2011).

Quanto ao programa de Matemática brasileiro encontrámos os temas matemáticos: – Números e operações; – Espaço e forma; – Grandezas e medidas; – Tratamento da informação; – Análise de dados (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

Com a mesma, ou diferente nomenclatura, constatámos que os grandes Temas Matemáticos presentes nos cinco programas são os mesmos, a saber: Números e operações; Álgebra e Funções; Geometria; e Organização e tratamento de dados.

No que concerne às Capacidades/Competências no NPMEB, em Portugal, estavam presentes: – a resolução de problemas; – o raciocínio matemático; – a comunicação Matemática; – a representação e estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática (DGIDC, 2007).

Em Singapura, as capacidades/competências que eram destacadas no programa de Matemática eram: – a resolução de problemas; – o cálculo numérico; – a manipulação algébrica; – a visão espacial; – a análise de dados; – a medição; – o uso de ferramentas matemáticas; – e a estimativa (Ministry of Education, 2006b, 2006a).

Na Holanda, eram desenvolvidas as seguintes capacidades/competências: – a resolução de problemas; – a comunicação Matemática; – a compreensão dos números e das medidas, de espaço, conhecimento de números e medidas de referência, habilidade para aplicar a Matemática e desenvolver procedimentos rotineiros em cálculos, medição e geometria, no contexto da vida real e da Matemática (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

O programa de Matemática espanhol destacava as seguintes capacidades/competências a desenvolver nos estudantes: – o uso de conceitos e procedimentos matemáticos diversos para produzir, interpretar e expressar informação em termos matemáticos, ampliar o conhecimento das realidade, e abordar e resolver problemas; – os conhecimentos matemáticos básicos e processos de raciocínio, desde algoritmos de cálculo a elementos de lógica para estabelecer a validade dos raciocínios; – a aplicação dos conhecimentos matemáticos a uma variedade de situações e contextos; – o desenvolvimento de atitudes positivas baseadas no rigor e na certeza que apoiam os raciocínios bem feitos (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008).

Relativamente ao Brasil, as capacidades/competências, que os estudantes deviam desenvolver eram: – a resolução de problemas como perspectiva metodológica; – o trabalho de grupo; – a comunicação em Matemática para descrever, registrar e expressar (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

No que diz respeito às capacidades/competências vemos que nem sempre se explicitam as competências apresentadas por Niss e Højgaard (Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2011; Turner et al., 2013), nas quais o referencial do PISA está ancorado: *Comunicação; Representação; Definição de estratégias; Matematização; Raciocínio e argumentação; Utilização de linguagem simbólica, formal e técnica e de operações; Utilização de ferramentas matemáticas*. Será que a ausência de, por exemplo, alguma ênfase na “*Definição*

de estratégias” ou na “*Matematização*” prejudica o desempenho dos estudantes no PISA 2012?

Relativamente às orientações metodológicas, o NPMEB, preconizava: – a realização de atividades de investigação, desenvolvimento de projetos, participação em jogos, resolução de exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos; – a previsão de momentos de confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas; – a proposta de situações que envolvam contextos matemáticos (índole numérica, geométrica ou algébrica) e não matemáticos, e inclusão de outras áreas do saber, incluindo situações do quotidiano do estudante; – o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e promoção do raciocínio e da comunicação matemáticos; – as representações, exploração de conexões, uso de recursos, valorização do cálculo mental, da história da Matemática e do papel da Matemática no mundo atual, bem como das diferentes formas de trabalho na sala de aula; – a exploração de conexões entre ideias matemáticas, e entre ideias matemáticas e ideias referentes a outros campos do conhecimento ou a situações próximas do dia a dia do estudante (DGIDC, 2007).

Em Singapura, as orientações metodológicas apontavam para: a variedade de experiências de aprendizagem de modo a desenvolver uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos, dando sentido às ideias matemáticas, às suas conexões e aplicações, envolvendo os estudantes ativamente na aprendizagem desta ciência; o desenvolvimento da autoconfiança quer na aprendizagem da Matemática quer na resolução de problemas. As experiências matemáticas devem ser autênticas, com materiais manipulativos, e com recurso às TIC; não esquecendo que a aplicação e modelação desempenham um papel vital no desenvolvimento da compreensão e de competências matemáticas. É importante que os estudantes apliquem heurísticas e estratégias do pensamento matemático da resolução de problemas para enfrentar problemas de diferentes tipos, incluindo os do mundo real. É, ainda, importante fazer com que a aprendizagem da Matemática seja divertida, significativa e relevante, o que ajuda muito a incutir atitudes positivas em relação a esta. A planificação das atividades de aprendizagem deve ser cuidadosa para criar confiança e desenvolver o interesse nos estudantes, dos assuntos em estudo. Promover experiências metacognitivas é também um meio de ajudar os estudantes a tornarem-se competentes na resolução de problemas (Ministry of Education, 2006b, 2006a).

Quanto à Holanda, as orientações metodológicas salientavam que: o estudante é o agente da sua própria aprendizagem, aprendendo a aprender e desenvolvendo a sua capacidade para resolver problemas no contexto da vida real; a Matemática é uma atividade social, pelo que a educação deve oferecer aos estudantes oportunidades para compartilhar as suas estratégias e intervenções entre eles, desenvolvendo as suas capacidades de comunicação e reflexão e melhorando a sua compreensão sobre os assuntos em estudo, e socializando-se (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

Em Espanha, o programa de Matemática salientava que se devia: – fomentar o uso da Matemática dentro e fora da sala de aula; – usar situações relevantes para os estudantes; – consolidar quer o desenvolvimento das competências básicas adquiridas no ciclo anterior, quer o pensamento concreto e a passagem do formal para o abstrato; – desenvolver os conteúdos numa variedade de contextos; – organizar o ensino em torno da resolução de problemas; – usar racionalmente diferentes materiais didáticos e ferramentas tecnológicas; – promover conexões entre os diversos conteúdos (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico et al., 2011).

Por sua vez, o Brasil apresentava como orientações metodológicas: – a resolução de problemas como perspectiva metodológica; – o trabalho de grupo; – a comunicação em Matemática para descrever, registar e expressar (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

Relativamente às indicações metodológicas, os cinco programas são unânimes em apontar as atividades de resolução de problemas como centrais da atividade do estudante. Alguns apontam mesmo que se deve ter uma metodologia de investigação que conduza a uma prática compreensiva da Matemática. Esta deve ser baseada em situações relevantes para os estudantes e que os envolvam na sua própria aprendizagem.

A avaliação aparecia nos programas de Matemática de Portugal, Espanha e Brasil. O NPMEB destacava que a avaliação deve ser contínua e de carácter *formativo e regulador*. O professor deve envolver os estudantes no processo de avaliação, auxiliando-os na análise do trabalho que realizam e a tomar decisões para melhorarem a sua aprendizagem. A avaliação *sumativa* destina-se a fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos estudantes e tem o

seu lugar no fim de um período letivo ou no final do ano. Este julgamento pode traduzir-se numa classificação, qualitativa ou numérica (a classificação atribuída aos estudantes é um valor numa escala unidimensional, enquanto que a avaliação implica uma interpretação sobre o grau em que os objetivos foram atingidos e uma tomada de decisão com vista ao futuro) (DGIDC, 2007). Por seu lado, o programa de Matemática espanhol considerava que a avaliação é obrigatória, contínua e diferenciada, de acordo com os diferentes assuntos do currículo; a avaliação diagnóstica é realizada pela Administração; os critérios de avaliação referentes ao grau de aquisição de habilidades básicas e a consecução dos objetivos (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Rico et al., 2011). Por fim, o programa de Matemática brasileiro salientava que: a avaliação deve ser eminentemente formativa, favorecendo o progresso pessoal e a autonomia do estudante; abrange os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes; utiliza a observação e os registos como formas mais adequadas para avaliar o caminhar do ensino e da aprendizagem. Outros instrumentos podem ser aliados deste trabalho, inclusive a prova tradicional, considerando as limitações deste instrumento e da importância de sua elaboração (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999).

A avaliação é destacada nos programas de Portugal, Espanha e Brasil, onde é salientado o carácter contínuo, formativo e regulador que ela deve ter. O estudante tem que saber o que é avaliado e como para que se possa autoavaliar pois é parte ativa no processo avaliativo, fica, deste modo, a conhecer o grau com que os objetivos foram atingidos. É de salientar que nem Singapura nem Holanda dão indicações sobre a avaliação a efetuar aos estudantes.

Da Tabela 2-1 à Tabela 2-5 vamos encontrar uma síntese das competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA e que detetámos estarem presentes no resumo dos programas curriculares de cada um dos cinco países-alvo do presente estudo, seja na parte das finalidades, seja na parte das competências/capacidades ou nas orientações metodológicas.

Tabela 2-1 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Portugal

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)			– comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático
Matematização (b)	– propor situações que envolvam contextos matemáticos (índole numérica, geométrica ou algébrica) e não matemáticos, bem como a inclusão de outras áreas do saber, incluindo situações do quotidiano do estudante	– promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados	– estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas
Representação (c)	– lidar com ideias matemáticas em diversas representações		– prever momentos de confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas
Raciocínio e argumentação (d)		– raciocinar matematicamente usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos	– prever momentos de confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	– resolver problemas	– desenvolver a capacidade de resolução de problemas e promoção do raciocínio e da comunicação matemáticos	
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	– conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática; – desenvolver uma compreensão da Matemática	– lidar com ideias matemáticas em diversas representações	
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	– conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática	– resolver exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos	

Este resumo esquemático dos diferentes aspetos gerais do NPMEB português revela uma consonância bastante razoável com as competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA. Uma análise mais detalhada do NPMEB poderia permitir esclarecer completamente se se verifica uma concordância total com o referencial teórico do PISA, mas, para efeitos da presente investigação, esta análise é suficiente.

Tabela 2-2 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Singapura

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)			– comunicar matematicamente e aprender de forma cooperativa e independente
Matematização (b)	– adquirir conceitos e competências matemáticos necessários para a vida quotidiana	– desenvolver competências do pensamento matemático e da resolução de problemas e aplicá-las na formulação e resolução de problemas	– a aplicação e modelação desempenham um papel vital no desenvolvimento da compreensão e de competências matemáticas
Representação (c)	– reconhecer e usar as conexões entre as ideias matemáticas e entre a Matemática e outras disciplinas	– desenvolver competências de processos necessários para a aquisição e aplicação de conceitos e competências matemáticas	– desenvolver a competência intelectual da pessoa em ..., visualização espacial, análise e pensamento abstrato
Raciocínio e argumentação (d)	– desenvolver a numeracia, raciocínio, capacidades de pensamento e capacidades de resolução de problemas	– desenvolver a capacidade de raciocínio lógico para comunicar matematicamente	– desenvolver a competência intelectual da pessoa em raciocínio lógico, análise e pensamento abstrato
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	– desenvolver a numeracia, raciocínio, capacidades de pensamento e capacidades de resolução de problemas	– desenvolver competências procedimentais necessárias para a aquisição e aplicação de conceitos e competências matemáticas – promover experiências metacognitivas como um meio de ajudar os estudantes a tornarem-se competentes na resolução de problemas	– aplicar heurísticas e estratégias do pensamento matemático da resolução de problemas para enfrentar problemas de diferentes tipos, incluindo os do mundo real
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	– desenvolver a competência intelectual da pessoa em raciocínio lógico, análise e pensamento abstrato	– reconhecer e usar as conexões entre as ideias matemáticas e entre a Matemática e outras disciplinas	
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	– fazer uso efetivo de uma variedade de ferramentas matemáticas (incluindo tecnologias de informação e comunicação) na aprendizagem e aplicação da Matemática	– produzir trabalho imaginativo e criativo a partir de ideias matemáticas	– incentivar a procura da Matemática para além das paredes da sala de aula

Nesta tabela, observamos uma consonância elevada com as competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA. Estes detalhes do programa oficial são reveladores da grande importância atribuída à resolução de problemas de Matemática no sistema educativo de Singapura.

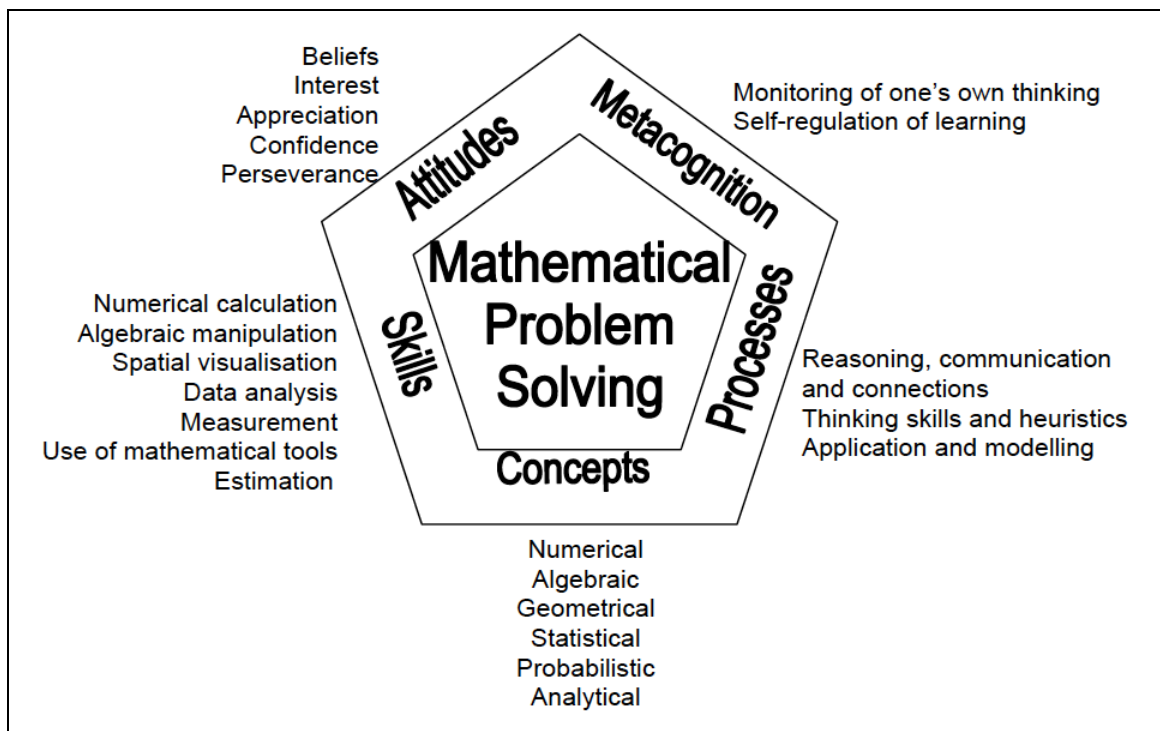


Figura 2-1 – Enquadramento Matemático nos programas de Singapura

Fonte: Ministry of Education, Singapura (2006b, p. 6, 2006a, p. 2)

O grande destaque dado nos programas de Singapura é, também, revelado na Figura 2-1. Esta figura está presente quer no programa do ensino primário quer no do ensino secundário (Ministry of Education, 2006b, 2006a). É claro nesta figura que a resolução de problemas é central na aprendizagem da Matemática em Singapura. Ela envolve a aquisição e aplicação de conceitos e competências matemáticos numa grande gama de situações, incluindo problemas não rotineiros, abertos e do mundo real. Nas finalidades dos programas de Singapura, já referidas, encontramos o desenvolvimento da numeracia, raciocínio, capacidades de pensamento e capacidades de resolução de problemas.

Tabela 2-3 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas da Holanda

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)	– aprender a perceber a linguagem Matemática usada pelos outros – a comunicação Matemática	– desenvolver as suas capacidades de comunicação e reflexão	– aprender a argumentar matematicamente e a discernir a argumentação Matemática de opiniões e declarações, aprender a aceitar e a fazer críticas matemáticas, respeitando a maneira de pensar uns dos outros
Matematização (b)	– aprender a reconhecer e usar a Matemática para resolver problemas em situações práticas – obter informação sobre as aplicações da Matemática em outras áreas disciplinares	– aprender a calcular de forma exata, bem como por aproximação, e a raciocinar baseado na percepção da precisão e na ordem de grandeza, respeitando as margens de erro que se encaixam numa determinada situação	
Representação (c)	– aprender a descrever, ordenar e visualizar dados, para julgar criticamente as representações e conclusões dos dados	– aprender a usar notações informais, representações esquemáticas, tabelas, gráficos e fórmulas para perceber as relações entre quantidades e variáveis	
Raciocínio e argumentação (d)	– aprender a argumentar matematicamente	– aprender a usar uma linguagem Matemática apropriada para ordenar o seu próprio pensamento e explicá-lo aos outros	
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	– resolver problemas	– aprender a usar a sua compreensão e ferramentas matemáticas para resolver problemas	– resolver problemas ricos e contextualizados aplicando ferramentas e compreensões matemáticas de um âmbito alargado
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	– adquirir proficiência no uso da linguagem matemática		
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	– aprender a entender a estrutura e a relação entre números positivos e negativos, decimais, fracionários, percentagens e proporções e aprender a trabalhar com eles em situações práticas e significativas – aprender a calcular de forma exata, bem como por aproximação, e a raciocinar baseado na percepção da precisão e na ordem de grandeza		– resolver problemas ricos e contextualizados aplicando ferramentas e compreensões matemáticas de um âmbito alargado

Os extratos selecionados são suficientemente reveladores da consonância bastante razoável entre as competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA e o preconizado no “programa oficial” e na prática decorrente na Holanda da Educação Matemática Realista.

Tabela 2-4 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas de Espanha

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)		– identificar os elementos matemáticos (estatísticos, geométricos, gráficos, etc.) presentes nos meios de comunicação, <i>internet</i> , publicidade ou outras fontes, analisar criticamente as funções desses elementos matemáticos, e avaliar a sua contribuição para uma melhor compreensão das mensagens	– promover ... a expressão e debater ideias ... necessárias ao desempenho profissional
Matematização (b)	– reconhecer e colocar situações que podem ser formuladas em termos matemáticos;		– promover destrezas matemáticas necessárias ao desempenho profissional
Representação (c)	– desenvolver competências básicas de matemática, das etapas da resolução de problemas em contexto e em uma variedade de situações		
Raciocínio e argumentação (d)	– desenvolver e usar estratégias diferentes para abordá-las e analisar os resultados usando os recursos mais adequados	– formar raciocínio crítico, de argumentação, de expressão e debates, de ideias e destrezas matemáticas necessárias ao desempenho profissional	– melhorar a capacidade de pensamento reflexivo e incorporar na linguagem e nos modos de argumentação as formas de expressão e o raciocínio matemático
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	– desenvolver as etapas da resolução de problemas em contexto – desenvolver e usar estratégias diferentes para abordá-las e analisar os resultados usando os recursos mais adequados;	– desenvolver estratégias pessoais para a análise de situações específicas, identificando e resolvendo problemas, utilizando diferentes recursos e instrumentos e avaliando a adequação das estratégias utilizadas em função da análise dos resultados e do seu caráter exato ou aproximado	– lidar com os problemas que surgem na vida quotidiana de acordo com os modos da atividade Matemática, como a exploração sistemática de alternativas, a precisão na linguagem, a flexibilidade para mudar o ponto de vista ou a perseverança em encontrar soluções
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	– integrar o conhecimento matemático no conjunto de conhecimentos adquiridos em diferentes áreas para que possam ser usados de forma criativa, analítica e crítica	– incorporar na linguagem e nos modos de argumentação as formas de expressão e o raciocínio matemático	
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	– desenvolver competências básicas de Matemática	– identificar as formas e as relações espaciais que ocorrem no quotidiano, analisar as propriedades e as relações geométricas envolvidas e ser sensíveis à beleza que geram, estimulando a criatividade e imaginação; utilizar adequadamente os vários meios tecnológicos	

Esta síntese do programa espanhol revela uma consonância bastante razoável com as competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA.

Tabela 2-5 – Competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas do Brasil

	Formular situações matematicamente (1)	Aplicar conceitos, factos, procedimentos e raciocínios matemáticos (2)	Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos (3)
Comunicação (a)	– desenvolver as capacidades de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo	– comunicar matematicamente para descrever, registar e expressar	– usar a expressão oral, escrita e gráfica em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática
Matematização (b)	– estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo	– formar no estudante a capacidade de resolver problemas genuínos – gerar hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento	– aplicar os seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades quotidianas
Representação (c)	– tratar a informação	– usar a expressão oral, escrita e gráfica em situações matemáticas	
Raciocínio e argumentação (d)	– desenvolver processos de pensamento – analisar e enfrentar situações novas	– desenvolver as capacidades de raciocínio bem como o espírito crítico e criativo	– adquirir atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática
Conceção de estratégias de resolução de problemas (e)	– utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos – resolver problemas como perspectiva metodológica	– desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, ... bem como o espírito crítico e criativo	
Utilização de operações e de uma linguagem simbólica, formal e técnica (f)	– valorizar a precisão da linguagem		
Utilização de ferramentas matemáticas (g)	– analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas		– formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade

Esta síntese do programa brasileiro revela igualmente uma consonância bastante razoável com as competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA.

No final da análise esquemática e sintética dos programas dos cinco países considerados, verificámos uma proximidade bastante grande com as sete competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA 2012.

O programa de Singapura sobressai nestes cinco programas por ser aquele que mais insiste na resolução de problemas e mais se aproxima de um trabalho completo e sistemático da resolução de problemas na visão do PISA 2012.

Sabemos que as práticas de ensino são essenciais para desenvolver as competências delineadas nos documentos curriculares. Neste aspeto, a Holanda e Singapura estão na dianteira dos cinco países. Na Holanda temos de contar com a prática decorrente da Educação Matemática Realista já analisada. Em Singapura, as metodologias apontadas nos

documentos curriculares visam a sua prática e esta tem-se revelado fundamental. Segundo os estudos de Jerrim e Vignoles (2016) e de Thien e Ong (2015) as orientações curriculares de Singapura caracterizam-se por:

- uma valorização do domínio de poucos conteúdos em vez do menor domínio de muitos conteúdos;
- um ensino baseado na *resolução de problemas* não rotineiros, sendo mesmo as rotinas desencorajadas;
- o uso de materiais manipuláveis (físicos ou virtuais) para a apresentação, compreensão e resolução de tarefas;
- a passagem de um conteúdo para outro é determinada pelo domínio do conteúdo antecessor;
- as práticas de sala de aula devem ir ao encontro dos estudantes, dos saberes e da predisposição manifestada por eles para aprender (Pinto et al., 2019).

Estas características foram mesmo consideradas a base do sucesso do ensino da Matemática em Singapura e, apesar de essas não estarem sequer bem delimitadas, foram suficientes para determinar experiências curriculares em Inglaterra de algum sucesso (Jerrim & Vignoles, 2016).

Em função da análise efetuada, não é de esperar que as diferenças observadas nos resultados do PISA 2012 apareçam apenas e sobretudo como consequência dos programas oficiais curriculares. Precisamos de aprofundar a análise do desempenho dos cinco países.

De seguida, avançamos para o terceiro capítulo, onde iremos estudar os cinco fatores influenciadores do desempenho dos estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros, apontados na literatura à luz quer dos dados disponibilizados pelo PISA 2012, quer dos relatórios já produzidos.

3 Avaliação da Literacia Matemática no PISA 2012

No âmbito do Programa PISA, em 2012, foram produzidos itens de modo a que fossem organizados os treze cadernos diferentes que foram usados na aplicação deste Programa internacional de avaliação. Estes cadernos são de uso exclusivo dos organizadores do PISA, não sendo disponibilizados ao público. Cada um destes cadernos é composto por blocos de quatro questões que testam um ou mais domínios. Cada escola, selecionada aleatoriamente pela equipa de peritos do PISA, designou um coordenador local, que indicou os estudantes elegíveis para realizarem a prova e dos quais foram aleatoriamente selecionados trinta e cinco estudantes. Dado que foram produzidos treze cadernos diferentes de itens, não houve mais do que três estudantes a responderem ao mesmo caderno em cada escola. De modo a assegurar a fiabilidade do Programa de avaliação, cada país aplicou os treze cadernos a um número suficientemente grande de estudantes, tendo em conta várias variáveis, das quais salientamos, por exemplo, os níveis de desempenho dos estudantes, o seu país de origem, a sua classe social e o género (OECD, 2013b).

A referida avaliação foi aplicada em formato de prova em papel com uma duração de duas horas (também houve provas aplicadas em formato eletrónico, mas que não são alvo deste estudo). A organização da aplicação da prova foi dividida em blocos de trinta minutos, em que os itens de Matemática ocuparam dois terços do tempo da prova (OECD, 2013b).

Foi também elaborado um inquérito por questionário, contendo questões direcionadas aos estudantes, aos diretores das escolas e aos pais dos estudantes selecionados, o qual foi disponibilizado ao público, que se encontra entre as páginas 209 e 258, do referencial teórico do PISA 2012 (OECD, 2013b). A aplicação do questionário aos estudantes ocorreu durante a prova e teve a duração de trinta minutos. Este questionário continha questões sobre o próprio estudante, a sua família, a sua casa, a sua escola e as suas experiências de aprendizagem. A aplicação do questionário aos diretores das escolas também teve a duração de trinta minutos e focou aspetos relativos à organização escolar, aos recursos disponibilizados, aos estudantes e aos contextos de aprendizagem. Relativamente aos pais dos estudantes, o questionário foi aplicado apenas nalguns países e as questões dizem respeito às perceções dos pais sobre a escola dos filhos, sobre o envolvimento dos pais nas atividades escolares, sobre a colaboração prestada no estudo fora da sala de aula e sobre as expectativas que possuíam relativamente ao desenvolvimento dos estudos dos seus filhos,

sobretudo no domínio da Matemática. Este questionário aplicado aos pais serviu também para cruzar informação com as respostas dos estudantes e dos diretores das escolas e, deste modo, aumentar a fiabilidade do PISA (OECD, 2013b).

Neste capítulo vamos analisar, à luz dos fatores influenciadores do desempenho dos estudantes, que emergiram da revisão de literatura, as respostas dadas pelos estudantes, pelos diretores das escolas e pelos pais dos estudantes a algumas das questões dos inquéritos (OECD, 2013b) e que, como referido, são do domínio público. O critério escolhido para selecionar estas questões foi escolher as que, de algum modo, pudessem ajudar a explicar o desempenho dos estudantes portugueses no PISA 2012 no que diz respeito à Literacia Matemática. As questões e as respostas constam da base de dados disponibilizada pelo PISA 2012⁵. Estas foram sintetizadas por nós, numa folha de cálculo, o que nos possibilitou construir as tabelas apresentadas no presente capítulo, integrando os países Portugal (Pt), Singapura (Sin), Holanda (Ho), Espanha (Es), e Brasil (Br). Nas tabelas também constam a Média (M) obtida pelos países da OCDE e a média de todos os países (T) participantes no PISA 2012, permitindo relacionar e comparar quer as pontuações médias obtidas por cada país quer as respetivas percentagens. Devemos observar que a soma das percentagens de cada país raramente dá 100% pois nem todos os intervenientes responderam às questões (sendo assim, as percentagens relativas ao total de estudantes da amostra e não relativas ao total dos intervenientes que responderam). Nas tabelas, colorimos a verde as percentagens maiores em cada país, colorimos a amarelo as melhores pontuações em cada país (se a diferença for igual ou inferior a 5 pontos colorimos todos esses valores) e a vermelho alguma situação que pretendêssemos destacar.

Começamos por analisar o fator influenciador *sistema educativo* através da análise dos subfactores *retenção escolar* e *educação sombra*.

3.1 Fator influenciador: Sistema Educativo

No Sistema Educativo, foram identificados dois subfactores: as *políticas educativas*, onde analisámos os dados relativos à *retenção escolar*; e a *educação sombra*.

⁵ <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm> página acedida em 27 de abril de 2018.

Passemos a analisar e discutir os resultados, constantes nas tabelas, relativamente à retenção escolar.

3.1.1 Políticas educativas: Retenção escolar

Para analisar a retenção escolar, seleccionámos as questões ST07⁶ e PA18 do questionário referido anteriormente.

Na questão ST07, os estudantes foram questionados se ficaram alguma vez retidos no 1.º / 2.º Ciclos, no 3.º Ciclo e no Ensino Secundário. As respostas dadas a esta questão mostraram que os países onde o índice de retenção é menor foram aqueles que apresentaram maior pontuação. Destaca-se claramente Singapura nos 1.º / 2.º Ciclos, onde 96.14% dos estudantes nunca ficaram retidos, obtendo uma pontuação no PISA de 578 pontos. No 3.º Ciclo, 97% nunca ficaram retidos, apresentando uma pontuação de 576 pontos, a mesma pontuação para o Ensino Secundário, onde 95.96% nunca ficaram retidos. Os dados mostraram também que Portugal e Brasil apresentaram o maior índice de duas ou mais retenções, nos 1.º / 2.º Ciclos, com 4.79% e 4.12% dos estudantes, que correspondem a 371 e 325 pontos, respetivamente. O que se observou nestes ciclos também se observou no 3.º ciclo e no ensino secundário, conforme pode ser observado na Tabela 3-1, na Tabela 3-2 e na Tabela 3-3. Cada uma das tabelas reflete o que se passou relativamente a cada um dos ciclos referidos.

Tabela 3-1 – ST07

ST07 – Já ficaste alguma vez retido no 1.º / 2.º Ciclos?						
País	Nunca		1 vez		2 ou mais	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	77.39	541	19.74	461	.67	408
Pt	68.40	526	15.96	404	4.79	371
Es	78.77	506	11.81	394	.77	363
M	88.44	504	6.65	406	.74	385
T	86.71	494	7.85	405	.59	372
Br	69.32	412	13.89	337	4.12	325
Sin	96.14	578	2.28	460	.37	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

⁶ Siglas usadas pelo PISA 2012 para identificar as questões pelo respetivo número e quem respondeu ao questionário. Assim ST para os questionários que os estudantes responderam; SC para os questionários que diretores das escolas responderam; PA para os questionários que pais dos estudantes responderam; IC para o questionário sobre uso e posse de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Tabela 3-2 – ST07

ST07 – Já ficaste alguma vez retido no 3.º Ciclo?						
País	Nunca		Uma vez		Duas ou mais	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	85.97	529	7.29	518	.07	
Pt	68.56	525	14.92	426	2.03	391
Es	69.66	514	24.13	421	2.61	399
M	88.51	505	5.26	425	.56	398
T	87.35	496	5.23	433	.43	406
Br	67.73	411	12.20	361	4.16	348
Sin	97.00	576	1.21	494	.26	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Tabela 3-3 – ST07

ST07 – Já ficaste alguma vez retido no Ensino Secundário?						
País	Nunca		Uma vez		Duas ou mais	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	85.49	531	.89	497	.07	
Pt	93.15	533	.56		.06	
Es						
M	80.11	503	2.19	440	.15	372
T	83.45	492	2.86	419	.13	408
Br	68.62	411	5.55	383	.52	328
Sin	95.96	576	2.18	515	.07	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente à questão PA18, onde os pais são confrontados com o número de retenções dos filhos, os dados disponibilizados pelo PISA 2012 não nos permitem fazer comparações, pois só em Portugal foi colocada esta questão, de entre os países seleccionados para o presente estudo. No entanto, podemos ver que, relativamente a Portugal, os pais corroboraram o que os filhos disseram.

Em conclusão, Singapura e Holanda destacam-se no Ensino Básico (1.º, 2.º e 3.º ciclo) com um baixo índice de retenções e um elevado desempenho. O Brasil destaca-se negativamente por um índice de retenções relativamente alto e um desempenho no PISA muito inferior à média da OCDE. Espanha tem um resultado misto com um desempenho próximo do da Holanda no 1.º e 2.º ciclo (mas mais retenções), e mais próximo do Brasil no 3.º ciclo (mas com melhor desempenho). Portugal fica entre os dois grupos, com melhor desempenho que Espanha e Brasil e muito mais retenção do que Singapura e Holanda.

Observamos que os resultados apresentados nas tabelas vão ao encontro do que a literatura nos mostrou, onde foi salientado que a retenção não contribuiu para um melhor

desempenho dos estudantes (Conboy, 2011; Fernandes, 2008; Silva, 2004). Se tal fosse verdade, os que mais vezes ficaram retidos teriam uma melhor pontuação, o que não se verificou. Os dados mostraram que os países onde o índice de retenção é menor foram aqueles que apresentaram maior pontuação.

Analise, de seguida, o que se pode observar nas tabelas relativamente à educação sombra.

3.1.2 Educação sombra

O fator *educação sombra*, definido anteriormente como sendo as comuns “explicações” ou “apoios” que são dados aos estudantes fora da escola (Pinto et al., 2014), foi por nós associado, essencialmente, à questão ST5: 2 – onde os estudantes foram questionados sobre quantas horas suplementares tinham, habitualmente, por semana. As horas referiam-se ao conjunto das disciplinas estudadas e não só relativamente à Matemática. As hipóteses de resposta eram: nenhuma, menos de duas, entre duas e quatro, entre quatro e seis e mais de seis.

Os resultados do PISA, resumidos na Tabela 3-4, mostram claramente que os melhores resultados estão entre os estudantes que não tinham quaisquer horas suplementares. Contudo, só na Holanda e em Espanha, mais de metade dos estudantes não tinham horas suplementares; nos outros países a percentagem chega a ser apenas um terço desse valor.

Tabela 3-4 – ST57:2

ST57: 2 – Horas suplementares de estudo supervisionado por semana										
País	0		< 2		$2 \leq x < 4$		$4 \leq x < 6$		> 6	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	70.43	539	13.95	508	9.85	504	3.35	506	.49	
Pt	45.11	504	18.58	494	19.65	476	11.15	468	2.69	464
Es	59.61	498	13.22	469	16.47	473	5.98	459	1.92	436
M	60.71	504	17.67	483	11.65	479	5.50	475	2.21	462
T	58.56	492	18.33	476	11.87	493	6.04	493	2.78	494
Br	39.42	406	18.22	379	21.54	393	11.71	394	3.44	380
Sin	32.30	592	19.96	557	29.35	575	11.77	563	6.12	550

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Qual o efeito de tais horas suplementares no desempenho dos estudantes dos cinco países em estudo? Os estudantes com horas suplementares e melhor desempenho em Singapura e Espanha eram os que tinham entre 2 e 4 horas suplementares. Já em Portugal e Holanda, os

estudantes que tinham menos de 2 horas suplementares foram os que tiveram melhor desempenho entre os estudantes com mais horas a Matemática. Só o Brasil (e a média Total) destoa deste quadro, com os melhores resultados a serem obtidos por estudantes com mais de 2 horas suplementares.

Observe-se, contudo, que, em nenhum dos cinco países os estudantes com mais horas conseguiram ultrapassar os resultados dos estudantes que não tinham horas suplementares. Além disso, todos os estudantes com, pelo menos, 4 horas suplementares obtiveram pontuações muito inferiores aos estudantes sem horas suplementares (30 a 40 pontos de diferença), exceto no Brasil e na média Total. Isto pode significar que, maioritariamente, os estudantes que recorrem à educação sombra são os que têm mais dificuldades, mas outras interpretações são possíveis.

Podemos inferir que, no que diz respeito à educação sombra, a situação portuguesa contrasta com a de Holanda e Singapura, por razões opostas; por um lado se é verdade que Portugal tem menos 25% de estudantes sem horas suplementares do que a Holanda, os resultados não são melhores mesmo assim, sendo que, em ambos os países, os melhores resultados são obtidos pelos estudantes com menos de 2 horas suplementares por semana.

Por outro lado, Portugal tem mais 13% de estudantes sem horas suplementares do que Singapura, mas, mesmo assim, muito piores resultados a Matemática (90 pontos a menos); além disso, os melhores resultados dos estudantes de Singapura com horas suplementares são aqueles que têm 2 a 4 horas por semana.

A situação portuguesa difere da brasileira pois, apesar de o número de estudantes com horas suplementares ser semelhante, os melhores resultados dos restantes estudantes são os com menos de 2 horas em Portugal e entre 2 e 6 horas no Brasil.

Podemos concluir que a educação sombra no conjunto das disciplinas estudadas pelos estudantes não aparenta ter uma influência significativa no desempenho a Matemática dos estudantes portugueses no PISA 2012, situação idêntica à dos outros países (Singapura, Holanda, Brasil e Espanha).

Os dados corroboram o que a literatura afirma sobre a Educação Sombra na Ásia, com uma elevada percentagem de estudantes com horas suplementares, e em que os estudantes que dizem ter mais de seis horas de explicações conseguem uma pontuação superior à média da OCDE, 504 pontos, conforme Tabela 3-4. Ainda neste continente, a competitividade que existe e que leva à procura das “explicações” não se reflete como tal nos resultados do PISA

2012 (Bray, 2008; Pinto et al., 2014; Thien & Ong, 2015). Destacamos, uma vez mais, que os melhores resultados estavam entre os estudantes que disseram não ter aulas extra e os piores resultados encontravam-se entre os estudantes que disseram ter mais horas extra.

Passemos, de seguida, a analisar o contexto socioeconómico e familiar dos estudantes, que emergiu na literatura como um fator influenciador dos resultados no PISA 2012.

3.2 Fator influenciador: Contexto socioeconómico familiar

Estudemos o segundo fator influenciador, muito apontado pela literatura, o contexto socioeconómico familiar, em que o subfactor – *recursos em casa* foi o que mais sobressaiu dos dados por nós analisados. Destacamos que nos interessámos, por um lado, pela existência ou não de computadores, *software* educativo e ligação à *internet* e, por outro, pela existência e quantidade de livros, sejam eles livros que ajudam no estudo ou livros técnicos.

Analisemos a Tabela 3-5 onde se apresenta a percentagem de respostas (sim ou não) sobre a existência de recursos em casa (computadores, *software* educativo e ligação à *internet*).

Em Portugal, os estudantes que tinham computador em casa, 96.43% obtiveram uma pontuação substancialmente maior do que os que não tinham este recurso, 3.13%. Situação idêntica se passava com os estudantes que disseram ter *software* educativo, 46.92%, que obtiveram 499 pontos, enquanto os que não tinham, 50.67%, obtiveram 482 pontos. Esta tendência mantém-se relativamente aos estudantes portugueses que disseram ter *internet* em casa, 94.93%, com uma pontuação de 492 pontos, enquanto os que disseram não ter *internet* em casa, 4.63%, obtiveram uma pontuação de 430 pontos.

Os resultados obtidos pelos estudantes holandeses estão em linha com os dos estudantes portugueses. Assim, e no que concerne a posse de computador, os estudantes que disseram ter este bem, 97.29%, obtiveram uma pontuação de 526 pontos; já os que disseram não o possuir obtiveram 458 pontos. Quanto à existência de *software* educativo, os estudantes que afirmaram possuir, 61.69%, obtiveram 525 pontos enquanto que os que afirmaram não ter *software*, 35.55%, obtiveram 528 pontos. Por fim, e quanto à posse de ligação à *internet*, praticamente todos os estudantes, 98.58%, disseram ter e obtiveram uma pontuação de 526 pontos. Quanto aos que disseram não ter, 0.48%, não dispomos de dados para podermos fazer a comparação.

Tabela 3-5 – ST26

ST26 – Quais dos seguintes recursos tens em casa?												
País	Computador				Programas educativos para computador				Ligação à <i>internet</i>			
	Sim		Não		Sim		Não		Sim		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	97.29	526	1.80	458	61.69	525	35.55	528	98.58	526	.48	
Pt	96.43	491	3.13	415	46.92	499	50.67	482	94.93	492	4.63	430
Es	95.49	488	3.84	427	45.90	492	51.59	481	94.06	489	5.23	427
M	92.38	499	6.70	436	52.77	503	44.07	489	92.51	499	6.52	433
T	85.78	497	13.00	433	48.26	499	48.66	480	86.10	499	12.62	420
Br	68.86	410	27.00	356	26.29	409	66.40	391	71.72	405	24.28	364
Sin	94.70	578	5.14	494	67.91	584	31.11	554	96.96	577	2.89	478

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados mostram que os resultados obtidos pelos estudantes espanhóis tinham a mesma tendência que os resultados obtidos pelos estudantes portugueses. Assim, os 95.49% de estudantes espanhóis que disseram ter computador obtiveram 488 pontos, enquanto que os 3.84% que disseram não ter obtiveram 427 pontos. Relativamente à posse de *software* educativo, os 45.90% que disseram possuir *software* obtiveram 492 pontos, enquanto que os que dizem não possuir *software*, 51.59% obtiveram uma pontuação de 481 pontos. Quanto a ligação à *internet*, os estudantes que disseram ter, 94.06%, obtiveram uma pontuação de 489 pontos, já os que disseram não ter ligação à *internet*, 5.23%, obtiveram 427 pontos.

Relativamente aos estudantes brasileiros, os dados mostram que os 68.86% que dizem possuir computador obtiveram uma pontuação de 410, substancialmente maior do que os estudantes que dizem não ter, 27.00%, que obtiveram uma pontuação de 356 pontos. Já quanto à posse de *software* educativo, os 26.29% que disseram possuir obtiveram 409 pontos, enquanto que os que referiram não possuir este bem, 66.40%, obtiveram uma pontuação de 391 pontos. Por fim, e no que diz respeito a possuir ligação à *internet*, os 71.72% que referiram possuir ligação obtiveram 405 pontos. Os que referiram não possuir obtiveram 364 pontos, uma diferença substancial para os que possuíam ligação à *internet*.

Os estudantes de Singapura que referiram possuir computador, 94.70%, obtiveram uma pontuação de 578 pontos, enquanto que os estudantes que referiram não o possuir, 5.14%, ficaram-se pelos 494 pontos, a uma diferença muito grande dos colegas que disseram possuir este bem. Quanto à posse de *software* educativo, os estudantes que referiram possuir, 67.91%, obtiveram uma pontuação de 584 pontos, enquanto que os seus colegas que disseram não possuir este bem, 31.11%, obtiveram 554 pontos. Quanto à ligação à *internet*,

os estudantes que a possuíam, 96.96%, obtiveram uma pontuação de 577 pontos, já os que referiram não a possuir, 2.89%, obtiveram uma pontuação de 478 pontos. Notamos que, em Singapura, possuir ou não possuir ligação à *internet*, fazia grande diferença, uma vez que a diferença de pontuação é de 99 pontos (entre os que tinham ligação e os que não a tinham).

Os dados da Tabela 3-5 mostram que, com exceção do Brasil, quase todos os estudantes possuíam computador em casa ou tinham ligação à *internet*. A diferença está no acesso a programas educativos para computador, em que apenas Holanda e Singapura ultrapassaram a marca de 60%. Portugal e Espanha estavam abaixo da média da OCDE com 46 e 47% (média 53%), enquanto o Brasil, mais uma vez, apresentava um valor muito pequeno de acesso a programas educativos. Curiosamente na Holanda não havia diferença significativa entre o desempenho dos estudantes com e sem acesso a programas educativos, mas, no Brasil, existia um contraste vincado no desempenho dos estudantes em todas as categorias, uma vez que os estudantes que possuíam este bem, destacaram-se relativamente aos que não o tinham, no PISA 2012.

Ressalta daqui que os recursos em casa desempenharam um papel muito importante no desempenho dos estudantes que foram avaliados pelo PISA 2012.

Analisemos, de seguida, qual a influência que pode ter tido, nos resultados do PISA 2012, a posse de livros (que ajudem no estudo ou técnicos de referência) em casa. Os dados constam da Tabela 3-6 e vamos discuti-los de seguida.

Tabela 3-6 – ST26

ST26 – Quais dos seguintes recursos tens em casa?								
País	Livros que ajudem nos estudos				Livros técnicos de referência			
	Sim		Não		Sim		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	91.27	532	6.92	450	90.43	529	7.97	489
Pt	86.13	496	12.79	449	42.97	515	54.25	471
Es	84.18	489	14.58	467	64.93	497	32.89	466
M	83.90	502	14.55	461	59.63	510	37.25	475
T	80.89	496	17.43	454	55.03	507	41.86	467
Br	82.75	394	13.18	398	40.26	406	53.67	388
Sin	92.89	579	6.75	513	63.60	588	35.09	551

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

O facto de os estudantes possuírem livros em casa trouxe uma grande diferença aos resultados obtidos pelos estudantes que realizaram o PISA 2012. Os estudantes portugueses

que referiram possuir livros que ajudam no estudo em casa, 86.13%, obtiveram uma pontuação de 496 pontos, enquanto que os que referiram não possuir este tipo de livros, 12.79%, ficaram-se pelos 449 pontos. A mesma tendência verificou-se quanto à posse de livros técnicos de referência, pois os que referiram possuir, 42.97%, obtiveram 515 pontos, enquanto os outros, 54.25%, não foram além de uns 471 pontos.

Relativamente aos estudantes holandeses, 91.27% referiram possuir livros que ajudam no estudo e obtiveram uma pontuação de 532 pontos, enquanto que os 6.92% que referiram não possuir este bem ficaram-se pelos 450 pontos. Quanto à posse de livros técnicos de referência, os 90.43% que possuíam obtiveram 529 pontos, já os que não possuíam este tipo de livros, 7.97%, obtiveram uma pontuação de 489 pontos.

Quanto aos estudantes espanhóis, 84.18% referiu possuir livros que ajudam no estudo e obtiveram uma pontuação de 489 pontos, enquanto que os que referiram não possuir este bem, 14.58%, conseguiram uma pontuação de 467 pontos. Quanto à posse de livros técnicos de referência, os 64.93% de estudantes, que referiram possuir, obtiveram uma pontuação de 497 pontos, enquanto os que referiram não os possuir, 32.89%, obtiveram 466 pontos.

Resultados ligeiramente diferentes obtiveram os estudantes brasileiros, pois os 82.75% que referiram ter livros de apoio ao estudo e os que não os possuíam, 13.18%, obtiveram pontuações semelhantes de 394 pontos e de 398 pontos, respetivamente. No que concerne a posse de livros técnicos de referência, os 40.26% que referiram possuir este bem obtiveram uma pontuação de 406 pontos, enquanto os estudantes que referiram não os possuir ficaram-se pelos 388 pontos.

Quanto aos estudantes de Singapura, verificou-se que os que referem possuir livros de apoio ao estudo, 92.89%, obtiveram uma pontuação de 579 pontos, enquanto os que referiram não possuir, 6.75%, obtiveram uma pontuação de 513 pontos. Quanto à posse de livros técnicos de referência, verificou-se que os estudantes que os possuíam, 63.60%, obtiveram uma pontuação de 588 pontos e os que disseram não os possuir, 35.09%, obtiveram 551 pontos.

Observamos, por um lado, que os resultados revelam que a posse de livros, quer de ajuda ao estudo quer livros técnicos de referência, teve uma grande influência no desempenho dos estudantes no PISA 2012, pois os resultados dos estudantes que possuíam este tipo de bem foi superior aos resultados dos que referiram não os possuir, com uma pequena exceção no caso brasileiro. Por outro lado, devemos observar que Portugal e Brasil

destoaram dos outros países num indicador relevante: são os únicos países onde menos de 50% dos estudantes declararam possuir em casa livros técnicos de referência, o que é um indicador preocupante.

Analisemos, seguidamente, a Tabela 3-7, relativa ao número de livros existentes em casa dos estudantes aquando da realização do PISA 2012.

Tabela 3-7 – ST26

ST26 – Quais dos seguintes recursos tens em casa?												
País	Quantos livros há em tua casa?											
	0 a 10		11 a 25		26 a 100		101 a 200		201 a 500		Mais de 500	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	43.31	470	26.88	496	18.18	531	5.07	544	2.39	573	1.27	578
Pt	21.01	434	20.72	462	30.02	501	13.70	528	9.21	552	4.53	551
Es	9.36	409	14.79	438	31.44	481	20.60	508	13.90	533	8.84	533
M	14.12	432	16.36	460	29.67	494	17.16	518	13.58	545	7.76	547
T	18.87	424	18.01	454	28.51	495	15.28	521	11.88	551	6.08	551
Br	43.46	380	28.86	388	18.69	414	4.33	428	1.94	447	1.13	408
Sin	12.18	517	19.15	536	36.67	579	15.26	602	11.87	627	4.66	616

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os resultados da Tabela 3-7 são claros: foram os estudantes que possuíam mais de 200 livros em casa que apresentaram melhores resultados no PISA 2012. Estes dados estão de acordo com a literatura: a posse de bens culturais está associada a posses económicas, o que dá vantagem aos estudantes oriundos de famílias com maior poder socioeconómico (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010).

Note-se, contudo, que a maioria dos estudantes tem menos de 100 livros em casa, com casos extremos na Holanda e no Brasil, onde mais de 43% não possuem mais de 10 livros em casa.

Os dados mostram que possuir computador em casa foi um fator influenciador dos resultados dos estudantes no PISA 2012. Os que possuíam este bem obtiveram uma pontuação substancialmente superior aos estudantes que não o possuíam. O mesmo foi observado relativamente à existência, em casa, de ligação à *internet*. No que diz respeito à posse de livros de ajuda ao estudo e de livros técnicos de referência, observamos que os estudantes que disseram possuir este bem obtiveram uma pontuação substancialmente superior aos que disseram que não os possuíam. Constatou-se, também, que possuir livros

em casa, faz toda a diferença nos resultados obtidos pelos estudantes, tendo obtido melhores resultados os que têm do que os colegas que não os têm.

Concluimos, do exposto, que o fator socioeconómico e familiar tem um papel muito importante no desempenho dos estudantes. Quanto maior for a posse de bens e de recursos familiares, melhor desempenho têm os estudantes oriundos dessas famílias. O capital económico e cultural é um fator diferenciador (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010). Este fator não deve ser descurado em estudos que se venham a realizar no futuro.

Após termos analisado o segundo fator influenciador, apontado pela literatura, contexto socioeconómico familiar, vamos, no seguimento, analisar o terceiro fator apontado pela literatura, características das escolas.

3.3 Fator influenciador: Características das Escolas

Neste fator, destacaram-se os subfatores *autonomia das escolas*, *ensino da matemática*, *experiências matemáticas* e *o clima escolar*. Passemos a analisar os dados referentes a cada um destes subfatores.

3.3.1 Autonomia das escolas

No que concerne a este subfator, focámo-nos nas questões SC40: 1, 2 e 3, onde foram feitas afirmações e se questionaram os diretores sobre as políticas das suas escolas.

Assim acerca da questão SC40: 1 – *A escola tem uma política no que diz respeito à utilização de computadores no ensino da matemática?* (por exemplo, relativamente ao tempo de utilização do computador nas aulas de Matemática, ao uso de programas informáticos específicos para o ensino da Matemática), as respostas, dos diretores, estão sintetizadas na Tabela 3-8, apresentada em baixo.

Os dados constantes desta tabela permitem-nos ver que a política da escola sobre o uso de computadores nas aulas de Matemática com *software* específico de Matemática não se revelou um fator decisivo em nenhum dos países-alvo do presente estudo. Algo que sobressai desta tabela é a existência de regras em Singapura reportadas por quase 80% dos diretores, ao contrário dos outros países que não chegam sequer a 40%.

Tabela 3-8 – SC40: 1

SC40: 1 – A escola tem uma política no que diz respeito à utilização de computadores no ensino da Matemática? (por exemplo, relativamente ao tempo de utilização do computador nas aulas de Matemática, ao uso de programas informáticos específicos para o ensino da Matemática).

País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	27.57	519	71.44	521
Pt	34.40	487	64.58	486
Es	39.81	479	58.67	488
M	31.01	498	67.22	493
T	30.00	485	68.69	488
Br	24.01	400	74.21	390
Sin	77.45	574	22.55	576

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente à questão SC40: 2 – *Todos os estudantes da escola que têm Matemática no 10.º ano utilizam os mesmos manuais Matemática?*, os dados correspondentes às respostas dos diretores dos países em estudo são apresentados na Tabela 3-9.

Observamos que, exceto na Holanda, uma grande maioria dos estudantes usava o mesmo manual em toda a escola (no 10.º ano de escolaridade). Apenas em Portugal havia uma diferença significativa entre os resultados dos estudantes, em que apenas para 6.48% dos estudantes não havia o mesmo manual para todos os estudantes da escola. Sendo obrigatório por lei usar o mesmo manual em todas as escolas em Portugal, esses 6.48% devem dizer respeito a escolas especiais em que não se deve usar sequer um manual, pelo que os resultados não são significativos.

Tabela 3-9 – SC40: 2

SC40: 2 – Todos os estudantes da escola que têm Matemática no 10.º ano utilizam os mesmos manuais de Matemática?

País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	47.51	520	47.17	517
Pt	92.50	490	6.48	439
Es	70.62	486	27.15	482
M	70.14	496	28.15	495
T	66.76	487	31.79	487
Br	86.71	397	5.20	392
Sin	64.62	580	35.38	563

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

É curioso observar que, na Holanda, havia praticamente o mesmo número de estudantes em escolas com o mesmo manual e estudantes em escolas com vários manuais (ou mesmo sem manual) e, contudo, os resultados são idênticos.

Quanto à questão SC40: 3 – *Os professores de Matemática da escola seguem uma programação estandardizada mensal (pelo menos), que especifica os conteúdos a ensinar?*, os dados relativos às respostas dadas pelos diretores, conjugados com os resultados obtidos pelos estudantes, constam da Tabela 3-10.

Tabela 3-10 – SC40: 3

SC40: 3 – Os professores de Matemática da escola seguem uma programação estandardizada mensal (pelo menos), que especifica os conteúdos a ensinar?				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	88.36	523	8.19	479
Pt	97.52	487	1.46	476
Es	92.82	485	5.53	469
M	80.34	495	17.85	490
T	86.65	486	11.82	497
Br	94.44	393	3.45	368
Sin	98.48	573	1.52	652

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados da tabela anterior parecem mostrar que seguir uma programação estandardizada traz benefícios quanto aos resultados. Note-se, contudo, que, nos cinco países considerados, são poucas as escolas onde tal não acontece e, por isso, a comparação não é especialmente significativa. Por um lado, a média do Total dos países contraria esta tendência com números mais significativos (11.82% sem planificação) e melhores resultados; por outro lado, em Singapura, os melhores resultados acontecem com os estudantes sem programação estandardizada (embora estes sejam apenas 1.52%).

Continuando, analisemos os dados relativamente à questão SC14 – *Em que medida o ensino que a sua escola oferece é afetado pelos fatores seguintes?* Destacamos a questão SC14, 2, onde se questiona a *falta de professores profissionalizados*. Assim, na Tabela 3-11, encontramos os resultados obtidos pelos estudantes relativos às respostas dadas pelos diretores.

Tabela 3-11 – SC14: 2

SC14: 2 – Falta de professores profissionalizados em Matemática.								
País	Nada		Muito pouco		Em certa medida		Muito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	31.61	523	22.07	509	35.78	535	8.71	487
Pt	91.14	488	6.67	473			.82	406
Es	88.56	485	8.10	480	2.17	471	.03	504
M	62.94	499	19.24	487	13.02	483	3.74	471
T	61.01	497	23.08	478	12.02	464	3.06	443
Br	57.02	397	23.55	392	14.18	375	3.88	365
Sin	65.07	570	28.23	581	4.65	594	1.38	598

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observamos que, na média da OCDE e na média Total, quanto menos formação têm os professores de Matemática piores são os resultados. A tendência não se confirma mais uma vez no caso da Holanda, onde a formação profissional em Matemática parece estar longe das necessidades. Singapura também parece fugir à regra pois, quanto menos professores profissionalizados existem, melhor é a pontuação, com valores residuais.

Analisemos, agora, os dados relativos às questões: SC20 – *A sua escola oferece aulas de Matemática suplementares?* e SC21 – *Qual é o objetivo das aulas suplementares de matemática?* Encontramos, neste campo, os resultados relativamente à existência de aulas suplementares de Matemática e qual o seu objetivo.

Assim, na Tabela 3-12, apresentada de seguida, em Espanha, verificou-se que mais de 50% das escolas não ofereciam aulas suplementares de Matemática, enquanto os outros países, mais de 50% dos diretores referiram que eram oferecidas aulas suplementares desta disciplina aos seus estudantes.

Tabela 3-12 – SC20

SC20 – A sua escola oferece aulas de Matemática suplementares?				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	55.90	529	43.63	509
Pt	87.44	487	10.24	475
Es	39.41	483	59.17	485
M	65.08	497	33.87	487
T	66.10	493	32.61	475
Br	52.33	401	45.60	380
Sin	90.64	576	8.72	560

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente aos estudantes portugueses, verificou-se que a 87.44% lhes eram oferecidas aulas suplementares de Matemática e obtiveram uma pontuação de 487 pontos, enquanto que os estudantes portugueses que frequentavam escolas que não ofereciam aulas suplementares de Matemática, 10.24%, obtiveram uma pontuação de 475 pontos.

Na Holanda 55.90% dos estudantes frequentavam escolas que ofereciam aulas suplementares e obtiveram uma pontuação de 529 pontos, enquanto que os 43.63% dos estudantes holandeses de escolas que não ofereciam aulas suplementares obtiveram uma pontuação de 509 pontos.

Relativamente ao Brasil, foram 52.33% os estudantes que frequentavam escolas onde eram oferecidas aulas suplementares e que obtiveram uma pontuação de 401 pontos, enquanto que os seus colegas que frequentavam escolas onde não se ofereciam aulas suplementares, 45.60%, obtiveram uma pontuação de 380 pontos.

Em Singapura, quase todos os estudantes frequentavam escolas onde eram oferecidas aulas suplementares de Matemática. Estes eram 90.64% e obtiveram uma pontuação de 576 pontos, enquanto que os seus colegas que frequentavam escolas onde estas aulas suplementares não eram oferecidas, 8.72%, obtiveram 560 pontos.

Observemos que já concluímos da Tabela 3-4 que os melhores resultados estão entre os estudantes que não tinham horas extra de estudo supervisionado a qualquer disciplina. Os resultados da Tabela 3-12 mostram que os melhores resultados são obtidos pelos estudantes de escolas que oferecem aulas suplementares de Matemática na sua própria escola. Isto significa que, apesar de a maioria dos estudantes não necessitar de aulas suplementares de Matemática, aqueles que delas necessitam beneficiam do apoio fornecido pelas suas escolas e o desempenho global dos estudantes da escola melhora.

Relativamente ao objetivo das aulas suplementares de Matemática que eram oferecidas, verificou-se que as aulas para recuperação e desenvolvimento de competências matemáticas foram as mais referidas pelos diretores, o que se pode observar na Tabela 3-13, apresentada em baixo.

Os dados mostram que os estudantes de Singapura que tinham aulas suplementares para o desenvolvimento de competências matemáticas, 1.19%, obtiveram uma pontuação de 686 pontos, muitíssimo mais pontos que todos os seus outros colegas. Quanto a Portugal, também foram os estudantes de escolas em que as aulas suplementares serviam para desenvolver competências em Matemática os que obtiveram melhor pontuação com 542

pontos. Os estudantes das escolas que ofereciam aulas indiferenciadas resultantes do nível prévio dos estudantes também obtiveram pontuações na média da OCDE ou ligeiramente acima.

Tabela 3-13 – SC21

SC21 – Qual é o objetivo das aulas suplementares de Matemática?								
País	Apenas o desenvolvimento das competências em matemática.		Apenas a recuperação na disciplina de matemática.		Tanto o desenvolvimento das competências em matemática como a recuperação na disciplina.		Sem diferenciação resultante do nível prévio de desempenho dos alunos.	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	2.26	528	32.07	522	16.20	542	3.93	547
Pt	.82	542	6.93	485	78.21	486	4.45	528
Es	3.95	481	21.88	478	11.07	492	1.30	476
M	3.95	507	20.39	487	38.33	499	4.81	499
T	3.42	506	18.63	475	40.04	501	4.36	483
Br	9.49	387	1.61	383	41.23	404	.42	472
Sin	1.19	686	11.41	546	78.72	577		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente a Portugal, importa salientar que 78.21% dos estudantes frequentavam escolas em que as aulas suplementares serviam para recuperação na disciplina e para desenvolver competências matemáticas. Esta é uma situação em tudo idêntica a Singapura e os resultados são inferiores aos estudantes cujas aulas visavam apenas o desenvolvimento das competências em Matemática, o que não é surpreendente pois estes seriam estudantes sem dificuldades dado que não precisariam de aulas para recuperação na disciplina.

Holanda e Espanha apresentam uma situação semelhante, com o maior número de estudantes com aulas suplementares apenas para recuperação na disciplina de Matemática, mas, curiosamente, sem melhores resultados por causa disso. Os melhores resultados são obtidos pelos estudantes cujas aulas suplementares serviam tanto para recuperação na disciplina como para desenvolver competências matemáticas. Acrescenta-se que, se retirarmos os poucos estudantes cujas aulas suplementares servem apenas para o desenvolvimento das competências em Matemática, os melhores resultados são sempre obtidos, nos cinco países e na média da OCDE e Total pelos estudantes das escolas cujas aulas suplementares que eram oferecidas serviam para recuperação na disciplina e para desenvolver competências matemáticas.

Do exposto, constatamos que seguir uma programação estandardizada é um fator com influência no resultado dos estudantes. Destacou-se, também, que quanto menor é a formação profissional dos professores de Matemática piores são os resultados dos estudantes. Dos dados ressalta que ter aulas suplementares de Matemática é uma boa política a adotar pelas escolas, uma vez que os estudantes que delas necessitaram tiveram melhores resultados do que os seus colegas de escolas que não ofereciam destas aulas. Observou-se, ainda, que os melhores resultados foram encontrados entre os estudantes de escolas que ofereciam aulas suplementares para desenvolver competências matemáticas e para recuperação na disciplina.

Globalmente, da análise deste subfator ressalta a importância da autonomia das escolas para melhor gerirem os seus recursos (Afonso & Costa, 2009; E. Costa & Afonso, 2009; Pereira, 2010; Silva, 2004; Yore et al., 2010; You & Morris, 2015).

Passamos à análise do subfator *ensino da Matemática* para aferir os dados relativamente ao tipo de aulas a que os estudantes são expostos, ao interesse dos professores pelos estudantes e pela sua aprendizagem e ao modo de controlo das aprendizagens dos estudantes.

3.3.2 Ensino da Matemática

No presente subfator, analisamos as respostas dadas pelos diretores a algumas questões inseridas nos itens SC27, SC28, SC29, onde os diretores quantificam em que medida concordam, ou não, com algumas afirmações acerca dos professores da sua escola.

Tabela 3-14 – SC28: 2

SC28: 2 – Entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que é melhor adaptar os padrões académicos ao nível de desempenho e às necessidades dos estudantes?								
País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	15.80	512	60.23	517	20.56	549	.67	
Pt	13.42	481	56.91	486	25.74	490	2.12	501
Es	17.42	477	54.65	486	24.45	486	.25	469
M	18.16	486	50.99	489	26.30	503	2.76	505
T	17.52	485	52.61	481	25.96	500	2.53	502
Br	14.37	387	60.61	388	22.70	403	1.28	405
Sin	27.00	573	55.07	574	17.15	577	.78	621

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Na Tabela 3-14, observamos que mais de 70% dos diretores concordaram, ou concordaram completamente, que, entre os professores de Matemática é consensual a ideia de que é melhor adaptar os padrões acadêmicos ao nível de desempenho e às necessidades dos estudantes.

Os dados revelam que, exceto Espanha, foram os estudantes das escolas cujos diretores discordavam ou discordavam completamente os que obtiveram melhores pontuações no PISA 2012. Contudo, os que discordavam completamente são menos de 3% dos diretores e, dos restantes, só no caso da Holanda, há diferenças significativas nos resultados, obtidos pelos estudantes, relativamente aos diretores que concordavam.

Quando questionados se, entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o desenvolvimento social e emocional dos estudantes é tão importante como a sua aquisição de competências e conteúdos de Matemática, nas aulas desta disciplina, as respostas aparecem divididas entre os que concordavam e os que discordavam, como pode ser observado na Tabela 3-15.

A maioria dos diretores, excetuando no caso da Holanda, concorda que, entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o desenvolvimento social e emocional dos estudantes é tão importante como a aquisição de competências e conteúdos de Matemática nas aulas desta disciplina. Em Espanha, Brasil e Singapura é mesmo entre os diretores que concordam completamente com esta afirmação que se encontram os melhores resultados dos estudantes.

Tabela 3-15 – SC29: 1

SC29: 1 – Entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o desenvolvimento social e emocional dos alunos é tão importante como a sua aquisição de competências e conteúdos de Matemática, nas aulas desta disciplina?

País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	1.55	441	46.86	514	46.25	531	2.48	573
Pt	16.22	483	54.82	483	26.51	498	.63	467
Es	19.02	486	49.63	483	27.84	486	1.80	472
M	16.46	488	53.35	493	26.97	500	1.53	498
T	16.43	483	52.86	486	28.44	493	1.08	493
Br	19.54	394	58.12	392	19.50	391	2.17	372
Sin	27.73	584	64.62	570	7.65	574		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observe-se que os estudantes portugueses de escolas cujos diretores discordaram, 26.51%, obtiveram 498 pontos, enquanto que os de escolas em que os diretores concordaram, 54.82%, obtiveram 483 pontos. Esta situação é semelhante à da Holanda onde os melhores resultados se encontram entre os estudantes de escolas cujos diretores discordaram.

Quando questionados se os professores de Matemática estão interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino, observamos na Tabela 3-16 que, exceto no caso da Holanda, mais de 80% dos diretores concordavam que os professores estão efetivamente interessados.

Tabela 3-16 – SC27: 1

SC27: 1 – Os professores de Matemática estão interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino?								
País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	5.08	554	44.68	514	44.96	527	3.10	545
Pt	31.68	484	56.98	490	8.96	469	.57	
Es	17.38	486	61.02	486	19.46	478	.63	451
M	21.80	497	58.56	495	17.61	494	.68	480
T	19.89	490	60.09	487	18.44	487	.49	472
Br	20.57	399	63.87	391	12.73	385	1.35	355
Sin	17.10	605	76.29	569	6.60	563		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

As melhores pontuações, mesmo no caso da Holanda, estão sempre entre os estudantes de escolas em que os diretores afirmaram que os professores de Matemática estão interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino.

Verificamos que os estudantes portugueses de escolas em que os diretores disseram que concordavam, 56.98%, obtiveram muito melhor pontuação, 490 pontos, do que os estudantes de escolas que os diretores disseram discordar, que obtiveram apenas 469 pontos (8.96%). Esta situação é idêntica à dos restantes países, sendo que a Holanda destoa do panorama pois é o único onde quase 50% dos diretores discorda que os professores estejam interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino.

Esta situação não é muito diferente do que se verifica relativamente à opinião que os diretores tinham em relação aos professores de Matemática que preferem utilizar métodos e práticas de ensino que já conhecem, como ilustra a Tabela 3-17.

Tabela 3-17 – SC27: 2

SC27: 2 – Os professores de Matemática preferem utilizar métodos e práticas de ensino que já conhecem?								
País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	10.65	536	52.92	528	34.24	511		
Pt	9.15	494	52.33	488	33.59	482	3.10	496
Es	7.79	500	52.09	481	37.64	487	1.00	463
M	10.97	493	49.82	495	35.25	491	2.51	501
T	9.94	480	51.39	484	35.10	493	2.44	509
Br	10.50	398	55.40	389	32.03	394	1.08	373
Sin	9.92	588	72.58	574	17.50	566		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A grande maioria dos diretores, que ultrapassa 80% no caso de Singapura, concorda ou concorda completamente que os professores de Matemática preferem utilizar métodos e práticas de ensino que já conhecem. Nos cinco países, os melhores resultados estão entre os estudantes de escolas cujos diretores concordam completamente.

Portugal segue a tendência geral, mas aparece um resultado mais invulgar (496) entre os estudantes de escolas em que os diretores discordam completamente (3.1%) que os professores de Matemática preferem utilizar métodos e práticas de ensino que já conhecem. Não só o valor é o mais elevado entre os cinco países como contém também os estudantes com melhores resultados (embora sem diferença significativa com os de escolas em que os diretores concordam completamente).

Quando se fala em termos de desempenho académico e se este deve ser mantido o mais alto possível, verificamos que uma esmagadora maioria de diretores respondeu que concordam ou concordam completamente, conforme mostra a Tabela 3-18.

Tabela 3-18 – SC28: 1

SC28: 1 – Entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o nível de desempenho académico deve ser mantido o mais alto possível?								
País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	36.41	544	58.65	507	2.76	582		
Pt	45.86	493	45.90	482	6.42	478		
Es	49.96	488	42.43	481	5.97	479	.02	
M	41.49	509	48.76	489	7.88	469	.43	479
T	38.03	501	50.45	482	9.96	460	.45	452
Br	21.07	404	56.36	392	19.84	379	2.14	375
Sin	56.61	580	41.79	568	1.60	530		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os resultados mostram que os estudantes de escolas, cujos diretores disseram que concordam completamente, foram os que tiveram melhores pontuações, exceto no caso da Holanda; neste país, os estudantes das 2.76% de escolas cujos diretores discordam obtiveram uma pontuação bastante superior aos restantes estudantes; trata-se, contudo, de um pequeno conjunto de diretores, embora seja curioso este resultado dos estudantes.

Na Tabela 3-19, os resultados mostram até que ponto é consensual a ideia de que o desenvolvimento de competências e a aquisição de conteúdos de Matemática é o principal objetivo das aulas desta disciplina.

Tabela 3-19 – SC29: 2

SC29: 2 – Entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o desenvolvimento de competências e a aquisição de conteúdos de Matemática é o principal objetivo das aulas desta disciplina.								
País	Concordo completamente		Concordo		Discordo		Discordo completamente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	24.62	558	60.53	517	10.81	486	1.85	477
Pt	30.44	493	55.27	484	10.47	484	2.00	488
Es	21.54	482	59.98	486	16.27	481	.46	485
M	25.80	506	56.39	492	13.58	485	.65	487
T	23.13	493	59.34	484	14.92	492	.67	477
Br	15.02	397	58.03	387	23.84	397	2.04	394
Sin	30.91	578	52.42	569	8.53	570		

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observamos que a esmagadora maioria dos diretores concordavam ou concordavam completamente que, de facto, entre os professores de Matemática, o principal objetivo era o desenvolvimento de competências e a aquisição de conteúdos de Matemática.

No entanto, Portugal e Singapura tiveram o maior valor de diretores que concordavam completamente, o dobro do Brasil e bastante superior a Espanha.

Das tabelas apresentadas, que mostram os dados referentes às questões SC27, SC28, SC29, regra geral, os diretores são de opinião que as boas práticas dos professores de Matemática eram as que prevaleciam nas suas escolas.

Analisemos, de seguida, quais os instrumentos usados pelos Professores para monitorizar as suas próprias práticas. Assim, acerca da resposta à questão SC30 – *Durante o ano letivo passado, foram utilizados na sua escola métodos de monitorização da prática letiva dos professores de Matemática?*, encontramos na Tabela 3-20 os dados relativos ao uso de testes ou fichas de avaliação.

Tabela 3-20 – SC30: 1

SC30: 1 – Testes ou fichas de avaliação do desempenho dos alunos.				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	81.35	522	16.47	528
Pt	96.49	486	1.81	502
Es	77.22	485	21.73	482
M	76.83	496	22.06	491
T	82.16	486	17.02	492
Br	86.80	391	11.53	392
Sin	96.24	574	3.76	590

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Destacamos que os estudantes de Portugal e Singapura que não foram expostos a testes ou fichas obtiveram melhor pontuação do que os seus colegas que disseram que sim.

Na Tabela 3-21, observamos os dados relativos à avaliação por pares (de planos de aulas, de instrumentos de avaliação, das aulas). Os dados mostram que, nos países em estudo, o desempenho dos estudantes não parece ser influenciado pelo facto de as aulas serem ou não observadas por pares.

Na Tabela 3-22 e na Tabela 3-23, encontramos os dados respeitantes aos diretores que dizem ter tido aulas em que os professores foram observados pelo próprio Diretor, pelo Coordenador do Departamento ou pelo Delegado do Grupo, assim como por inspetores exteriores à escola.

Os resultados não permitem concluir que o facto de os professores terem tido aulas observadas por superiores hierárquicos tenha influência nos resultados dos estudantes (a pontuação foi praticamente a mesma em todos os casos).

Tabela 3-21 – SC30: 2

SC30: 2 – Avaliação por pares (de planos de aulas, de instrumentos de avaliação, das aulas).				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	52.81	520	45.01	527
Pt	70.13	488	28.17	484
Es	21.53	491	76.78	483
M	59.43	496	39.20	492
T	63.94	487	34.89	488
Br	74.36	394	24.99	384
Sin	85.53	573	14.47	582

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Tabela 3-22 – SC30: 3

SC30: 3 – Observação de aulas pelo Diretor, pelo Coordenador do Departamento ou pelo Delegado do Grupo.

País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	84.73	523	13.08	522
Pt	59.20	487	39.10	487
Es	9.50	495	88.97	483
M	68.14	496	30.76	496
T	77.76	487	21.49	489
Br	49.44	394	49.92	389
Sin	99.81	574	.19	696

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Nota-se, contudo, um contraste de práticas grande entre Espanha e Singapura pois, em Singapura, quase 100% dos professores tem aulas observadas enquanto em Espanha menos de 10% dos professores tem aulas observadas. A situação da Holanda é mais próxima de Singapura enquanto Portugal e Brasil estão mais próximos de Espanha.

Uma vez mais os resultados dizem que não foi pelo facto de os professores terem tido aulas observadas por superiores hierárquicos que os resultados foram diferentes. Há, contudo, algumas variações dignas de nota.

Tabela 3-23 – SC30: 4

SC30: 4 – Observação de aulas por inspetores ou por outras pessoas externas à escola.

País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	40.73	502	56.43	538
Pt	4.13	504	94.17	486
Es	15.25	483	83.21	485
M	26.51	492	72.25	496
T	35.76	483	63.33	489
Br	22.56	380	76.35	395
Sin	23.28	582	76.72	572

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Na Holanda, foi onde houve mais observação de aulas por pessoas exteriores à escola (mais de 40%), com um efeito adverso nos resultados dos estudantes, com uma variação significativa.

Em Singapura, houve um contraste interessante com a situação anterior, com apenas cerca de 23% das aulas observadas por pessoas externas à escola, quando quase 100% dos

professores teve aulas observadas por pessoas da escola. Há uma pequena vantagem nos resultados dos estudantes na primeira situação.

Portugal e Espanha são os países onde houve menos observações de aulas por pessoas externas à escola, mas, no caso de Portugal, os estudantes nessas condições obtiveram melhores resultados.

Os melhores resultados foram obtidos em escolas onde os diretores afirmaram discordar que os professores deviam adaptar os padrões de exigência ao nível de desempenho e necessidades dos estudantes. Dos dados ressaltou, por um lado, que os professores interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino levaram os estudantes a obter os melhores resultados. Mas, por outro lado, também se observou que a utilização de métodos e práticas já conhecidos dos professores foram igualmente eficazes. Foi entre os estudantes das escolas cujos professores pensavam que o nível de desempenho acadêmico devia ser mantido o mais alto possível e que o principal objetivo das aulas de Matemática era o desenvolvimento de competências e a aquisição de conteúdos de Matemática que se observaram os melhores resultados.

Destacamos, por fim, que os estudantes, portugueses e de Singapura, que não foram avaliados por testes ou fichas foram os que tiveram melhor desempenho, o que vem ao encontro do que preconiza a literatura (Abrantes et al., 1998, 1999; Borralho & Neutel, 2011; Fernandes, 2005, 2008, 2011).

Em continuidade, vamos analisar as tabelas que dizem respeito a experiências matemáticas a que os estudantes dizem ter sido, ou não, expostos. Analisemos os dados para vermos o que estes nos dizem acerca deste subfator.

3.3.3 Experiências matemáticas

Os estudantes foram convidados a responder sobre o modo como os seus professores preparam as aulas, se são estabelecidas metas de aprendizagem, como é que uma aula é conduzida, como interagem os professores com eles.

Vamos, de seguida, analisar as respostas dadas pelos estudantes a algumas questões relacionadas com as suas experiências do quotidiano e sobre a frequência com que se sucedem algumas situações durante as aulas de Matemática. Assim, na Tabela 3-24, os estudantes pronunciaram-se sobre se os seus professores estabelecem metas claras para as suas aprendizagens.

Tabela 3-24 – ST79: 1

ST79: 1 – O professor estabelece metas claras para a nossa aprendizagem.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	24.96	529	40.40	535	25.05	527	7.42	514
Pt	34.91	478	41.08	494	15.98	502	4.98	498
Es	32.85	483	39.63	490	20.92	484	5.46	480
M	29.18	489	38.77	500	23.07	499	7.74	499
T	32.02	476	37.70	495	21.89	494	7.34	501
Br	45.08	384	33.31	404	14.18	401	4.32	390
Sin	27.97	575	42.90	580	23.57	571	5.20	560

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os resultados dos estudantes não são melhores para aqueles cujos professores estabelecem metas claras para a aprendizagem em todas as aulas. Nota-se um desvio dos resultados para os estudantes cujas aulas não são tão frequentemente estruturadas, sendo que, em Portugal, há um desvio maior do que nos outros países, o que se aproxima mais da média da OCDE. É de assinalar que os mais de 20% de estudantes com algumas ou nenhuma aulas com metas claras de aprendizagem foram os estudantes com melhores resultados em Portugal.

Os estudantes de Singapura eram os que se sentiam mais confortáveis com a definição de metas claras para a sua aprendizagem. Mas, no Brasil, onde há mais aulas com definição de metas claras, os resultados pendem claramente para os estudantes com menos aulas com metas claras.

Observamos, na Tabela 3-25, que os estudantes que foram convidados a apresentar o próprio pensamento e raciocínio, em todas as aulas ou maior parte das aulas, foram os que obtiveram melhores resultados.

Tabela 3-25 – ST79: 2

ST79: 2 – O professor pede-nos para apresentarmos com pormenor o nosso pensamento ou raciocínio.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	33.45	548	37.26	526	20.15	512	6.93	511
Pt	33.07	493	39.31	489	19.29	491	5.31	486
Es	16.52	470	28.53	479	32.18	494	21.71	495
M	21.70	498	33.51	497	29.18	497	14.27	491
T	24.13	484	33.52	489	27.88	493	13.24	491
Br	28.52	377	29.42	397	24.29	408	14.14	399
Sin	20.90	584	38.19	579	30.49	572	10.12	555

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses que apresentaram os seus pensamentos e raciocínios em todas as aulas, 33.07%, foram os que tiveram melhor pontuação com 493. Os restantes obtiveram uma pontuação inferior, embora sem diferença significativa na maior parte dos casos.

Apesar de, na maior parte das aulas, os professores pedirem aos estudantes para apresentar com pormenor o seu pensamento ou raciocínio, entre 20% e 30% dos estudantes só o fazia algumas ou nenhuma vez e, mesmo assim, obtiveram resultados melhores em Portugal, Espanha e Brasil, sendo que, na Holanda e Singapura, se passa o inverso.

Como Holanda e Singapura eram os dois países com melhor desempenho global, esta diferença com os restantes países é importante: os países com melhor desempenho global eram aqueles onde os professores exigiam mais intervenção aos estudantes, pois, na maior parte das aulas, os professores pediam aos estudantes para apresentar com pormenor o seu pensamento ou raciocínio.

Na Tabela 3-26, observamos que, na generalidade, os estudantes que referiram que os seus professores nunca, quase nunca ou apenas algumas vezes apresentavam um breve resumo da aula anterior, foram os que tiveram melhor pontuação. Os estudantes portugueses nesta situação foram 51.39% dos estudantes observados no estudo.

Este resultado pode parecer um pouco estranho, pois quando se recuperam os conteúdos tratados na aula anterior, espera-se que os resultados sejam melhores. Na realidade essa “recuperação” pode não ser real e a simples repetição de um conceito que não se domina totalmente não terá grandes consequências. Claramente, os professores usam o seu tempo noutro tipo de atividades que não em resumos de aulas anteriores.

Tabela 3-26 – ST79: 8

ST79: 8 – No início da aula, o professor apresenta um breve resumo da aula anterior.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	9.86	508	19.70	513	35.18	541	33.02	534
Pt	17.44	476	28.35	488	32.03	494	19.36	500
Es	16.91	477	20.68	488	32.44	489	28.62	485
M	16.74	474	23.69	491	33.83	505	24.38	504
T	20.21	462	24.48	487	33.72	500	20.35	500
Br	24.36	366	22.69	391	28.49	407	21.02	411
Sin	21.20	565	28.18	570	33.51	582	16.74	586

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses que referiram que os seus professores começavam a aula a fazer um breve resumo da aula anterior, 17.44%, foram os que obtiveram pior pontuação, com 476 pontos. Já os que referiram que os seus professores não faziam um resumo da aula anterior, 19.36%, obtiveram uma pontuação de 500 pontos.

Daqui concluímos que fazer um apanhado da aula anterior não é, necessariamente, uma mais-valia para os estudantes. Dizer aos estudantes o que têm de aprender e fazer-lhes perguntas de modo que eles reflitam sobre um determinado problema parece ser uma mais-valia, como pode ser observado na Tabela 3-27 e na Tabela 3-28. Nestas tabelas, os resultados mostram que os estudantes dos países mais bem colocados no *ranking* do PISA, que têm expectativas sobre o que vão aprender e que refletem sobre os problemas, obtiveram melhores resultados.

Tabela 3-27 – ST79:12

ST79: 12 – O professor diz-nos o que temos de aprender.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	36.85	535	38.66	533	17.25	517	4.75	509
Pt	42.90	488	34.40	495	16.05	489	3.77	477
Es	32.65	478	32.63	492	23.93	487	9.41	489
M	43.00	496	36.04	502	15.70	492	3.86	476
T	43.64	489	34.70	496	16.25	481	4.15	468
Br	47.67	387	29.30	404	14.91	396	4.23	394
Sin	46.71	576	40.56	582	10.65	560	1.63	523

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Apesar de mais de 40% dos estudantes ouvirem os seus professores dizer em todas aulas o que têm de aprender, esse não se revela um fator determinante pois, exceto no caso da Holanda, os melhores resultados estão entre os estudantes onde tal não se passa em todas as aulas. No caso de Espanha, há mesmo mais de 30% de estudantes para quem tal não se passa de todo e mesmo assim obtêm resultados do mesmo nível. No caso da Holanda a maior parte dos estudantes (38.66%) ouve, na maior parte das aulas, o professor a dizer o que têm de aprender, mas os resultados estão ao mesmo nível dos que ouvem isso em todas as aulas. Assim, na Holanda os estudantes com melhores resultados (75.51% dos estudantes) são os que ouvem os seus professores dizer em todas ou na maior parte das aulas o que têm de aprender.

E qual a intervenção estimulada pelo professor?

Tabela 3-28 – ST80: 1

ST80: 1 – O professor faz perguntas que nos fazem refletir sobre o problema.								
País	Sempre ou quase sempre		Muitas vezes		Às vezes		Nunca ou raramente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	19.68	543	45.47	534	27.40	516	5.51	509
Pt	27.63	488	37.88	492	25.93	490	6.48	486
Es	23.91	479	36.84	489	27.84	490	10.16	483
M	20.78	499	37.80	501	31.38	493	8.69	487
T	23.18	483	35.89	494	31.08	490	8.55	487
Br	32.17	384	29.33	401	26.15	396	8.82	395
Sin	19.61	576	39.58	580	32.13	571	8.27	569

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

O professor faz muitas vezes, quase sempre ou sempre perguntas que fazem os estudantes refletir sobre o problema em mais de 50% das situações e os melhores resultados dos estudantes estão nesta faixa. Em países como Portugal, Espanha e Brasil, esta influência não é tão marcada, sendo que os estudantes têm resultados ao mesmo nível quando isso acontece só às vezes. O contrário acontece na Holanda e Singapura.

Os resultados da Tabela 3-29 mostram que os estudantes que estão habituados a resolver problemas, cujo método de resolução não é óbvio, foram os que obtiveram melhor pontuação no PISA 2012, exceto no caso do Brasil. Isto não é surpreendente pois quando são apresentados aos estudantes problemas cuja solução não é óbvia, eles ficarão mais capacitados para a resolução de problemas como os que são colocados no PISA.

Tabela 3-29 – ST80: 4

ST80: 4 – O professor apresenta problemas cujo método de resolução não é imediatamente óbvio.								
País	Sempre ou quase sempre		Muitas vezes		Às vezes		Nunca ou raramente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	10.88	533	31.03	536	41.80	528	14.03	520
Pt	21.92	495	43.30	495	28.05	481	4.63	474
Es	14.97	489	29.14	494	35.97	487	18.29	473
M	14.02	499	32.31	504	36.78	496	15.14	477
T	15.21	487	30.07	496	35.38	491	17.67	478
Br	16.20	386	20.20	399	30.28	399	28.78	390
Sin	18.16	588	38.15	578	33.76	571	9.48	562

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

É, contudo, surpreendente que a maioria dos estudantes (mais de 50%) da Holanda, Espanha e Brasil esteja em escolas onde só às vezes, raramente ou nunca o professor apresenta problemas cujo método de resolução não é imediatamente óbvio. Pelo contrário,

Portugal e Singapura distinguem-se porque, em mais de 50% das escolas, o professor apresenta problemas cujo método de resolução não é imediatamente óbvio, muitas vezes, quase sempre ou sempre.

A Tabela 3-30 apresenta informações que permitem uma reflexão sobre a aprendizagem dos estudantes através dos erros cometidos.

Repare-se que os estudantes portugueses que disseram ser estimulados a aprender com o erro, 34.29%, foram os que obtiveram melhor pontuação com 494 pontos, o que acontece praticamente com todos os estudantes dos países-alvo do presente estudo, sendo um pouco dissonante o caso da Holanda, onde a referida situação é indicada como “sempre ou quase sempre” ou “muitas vezes” por 17.03% (o valor mais baixo de todos os países) e 40.12%, respetivamente, correspondendo a uma pontuação média de 527, no primeiro caso, e 537 no segundo caso (e esta pontuação é semelhante aos 526 pontos obtidos pelos estudantes que indicam apenas “às vezes”).

Tabela 3-30 – ST80: 6

ST80: 6 – O professor ajuda-nos a aprender com os erros que cometemos.								
País	Sempre ou quase sempre		Muitas vezes		Às vezes		Nunca ou raramente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	17.03	527	40.12	537	30.10	526	10.39	516
Pt	34.29	494	35.09	487	22.44	489	6.02	491
Es	34.64	485	32.24	490	22.55	485	8.74	481
M	25.58	491	33.61	500	27.24	499	11.87	494
T	29.36	479	32.82	495	25.55	494	10.67	494
Br	32.61	385	28.97	399	21.94	400	11.65	396
Sin	37.62	578	43.78	578	15.72	566	2.43	556

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A Tabela 3-31 é bastante inconclusiva pois os resultados entre os estudantes que foram estimulados a explicar a resolução de problemas efetuada por eles com diferentes frequências não se distinguem notavelmente entre si.

Há duas exceções. Na Holanda, os melhores resultados estão claramente do lado dos estudantes que declaram “sempre ou quase sempre” e, no Brasil, temos a situação oposta: mais de 40% dos estudantes declaram “às vezes” ou “nunca ou raramente” e são esses os que obtêm os melhores resultados.

Tabela 3-31 – ST80: 7

ST80: 7 – O professor pede-nos para explicarmos como resolvemos um problema.								
País	Sempre ou quase sempre		Muitas vezes		Às vezes		Nunca ou raramente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	27.05	544	40.41	532	23.01	515	7.16	513
Pt	33.72	492	37.81	492	21.23	483	4.88	490
Es	33.61	488	30.56	486	23.50	484	10.56	487
M	33.53	503	35.28	498	22.00	490	7.28	485
T	37.16	489	32.94	492	20.82	487	7.30	490
Br	25.98	381	25.81	395	27.95	402	15.20	399
Sin	29.56	575	38.22	575	24.56	578	7.18	575

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Reparamos, na Tabela 3-32, que os estudantes que foram estimulados com problemas que os levavam a aplicar o que tinham aprendido a novas situações foram os que obtiveram melhores classificações. Mais de 50% dos estudantes, muitas vezes, quase sempre ou sempre tiveram professores que apresentaram problemas que lhes exigiram a aplicação do que aprenderam a novas situações.

É de salientar a elevada percentagem apresentada no caso de Singapura, onde tal percentagem ultrapassa 75%, mas também de Portugal cuja percentagem ultrapassa 70%.

Destoam, neste panorama, a Holanda e o Brasil. São aqueles com menor percentagem de “sempre ou quase sempre” e em que os resultados destes estudantes não são os melhores no seu país. A percentagem de “Às vezes” e “Nunca ou raramente” é também a maior dos cinco países.

Tabela 3-32 – ST80: 8

ST80: 8 – O professor apresenta problemas que nos exigem a aplicação do que aprendemos a novas situações.								
País	Sempre ou quase sempre		Muitas vezes		Às vezes		Nunca ou raramente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	14.47	530	36.93	537	35.77	524	10.43	522
Pt	32.34	499	39.86	491	22.29	476	3.22	479
Es	33.95	497	33.79	486	22.21	475	8.29	475
M	23.54	505	37.48	501	28.75	489	8.41	480
T	28.11	492	36.20	495	26.14	484	7.77	476
Br	24.56	387	27.90	399	28.89	397	13.94	391
Sin	31.86	586	45.23	579	19.27	557	3.12	547

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Assim, e pelo exposto, apresentar metas claras aos estudantes não se revelou decisivo. Apresentar com pormenor o pensamento e raciocínio revelou-se uma estratégia adequada para levar a um bom desempenho por parte dos estudantes. Verificou-se, por um lado, que iniciar uma aula, revendo os conteúdos lecionados na aula anterior não é, de modo algum, uma estratégia que leve a melhores resultados. Por outro lado, informar os estudantes de quais os conteúdos que têm de dominar e levá-los a refletir sobre os problemas tratados, constitui-se numa mais valia. Estratégias que se revelaram adequadas foram: fazer perguntas aos estudantes que os façam refletir; apresentar-lhes problemas cujo método de resolução não seja imediato; aprender com os erros cometidos; apresentar situações novas que requerem a aplicação de conteúdos já lecionados.

Neste sentido, a aprendizagem quando é feita resolvendo problemas é melhor conseguida pela generalidade dos estudantes. Ser estimulado a apresentar as suas resoluções, que perante um problema aberto, não são melhores ou piores, são uma solução (Associação de Professores de Matemática, 2009; Ponte, 2002; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017). Resolver problemas de aplicação de conhecimentos a novas situações, concorre para desenvolver competências matemáticas (Rico, 2005, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008).

Analisemos, de seguida, qual a possível influência do clima escolar nas aprendizagens dos estudantes. Neste contexto, vamos encontrar quer a postura dos professores, quer a dos estudantes perante as aulas. Encontramos, ainda, quais as ofertas extracurriculares proporcionadas pelas escolas e que podem contribuir para um melhor desempenho dos estudantes a Matemática.

3.3.4 Clima escolar

Analisemos, agora, a postura do professor perante situações do dia a dia da sala de aula. A primeira diz respeito ao seguinte aspeto: os estudantes ouvem ou não o que os professores dizem? Estudemos, para isso, a Tabela 3-33. Nela observamos claramente que os estudantes que não ouvem os professores foram os que obtiveram piores resultados.

Esta tendência verificou-se nos cinco países que estamos a estudar, embora a situação no Brasil seja muito menos favorável, pois é o único país onde mais de 40% dos estudantes não ouvem o que o professor diz na maior parte ou em todas as aulas.

Tabela 3-33 – ST81: 1

ST81: 1 – Os alunos não ouvem o que o professor diz.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	7.01	481	21.16	519	49.03	532	20.41	552
Pt	6.43	473	25.22	481	49.67	490	16.21	512
Es	10.83	466	23.13	481	48.31	487	16.68	502
M	9.93	468	21.64	484	47.30	500	19.72	517
T	9.55	454	19.96	475	47.70	491	21.51	515
Br	12.28	369	27.94	385	40.79	402	15.21	406
Sin	7.82	523	15.76	542	48.82	576	27.28	610

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

O mesmo resultado também se verificou nas aulas em que há barulho e desordem. Os estudantes de professores que não conseguem controlar o que os estudantes fazem foram aqueles que obtiveram piores resultados. Repare-se na Tabela 3-34 que é um espelho do que acabámos de referir.

Mais uma vez, a situação no Brasil é a menos favorável pois foi o único país em que quase 40% dos estudantes confirmaram que havia barulho e desordem em todas ou na maior parte das aulas.

Tabela 3-34 – ST81: 2

ST81: 2 – Há barulho e desordem.								
País	Em todas as aulas		Na maior parte das aulas		Em algumas aulas		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	10.24	501	25.60	523	45.15	534	16.63	547
Pt	10.48	481	20.68	485	43.64	484	22.69	510
Es	11.39	468	19.89	478	38.97	484	28.59	501
M	11.21	471	20.51	484	41.15	497	25.62	516
T	10.50	460	18.92	475	41.80	488	27.34	513
Br	16.31	376	23.53	390	40.08	400	16.04	400
Sin	11.12	518	17.06	553	46.93	579	24.54	611

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Em Portugal, a diferença entre o resultado dos estudantes de professores onde não havia barulho nem desordem na aula para os que havia foi de 29 pontos. No caso da Holanda foi superior (46 pontos) e, no caso de Singapura, foi muito superior (93 pontos). Já nos casos de Espanha e do Brasil, a diferença foi semelhante à de Portugal: 33 e 24 pontos, respetivamente.

Tabela 3-35 – ST84: 2

ST84: 2 – Os alunos da professora Maria (nome fictício) são calmos e ordeiros. Ela chega sempre a horas às aulas. A professora Maria controla bem a turma.

País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	35.11	539	55.31	530	6.25	481	1.04	470
Pt	61.68	500	32.45	476	2.75	446	.80	448
Es	63.66	496	27.68	476	4.97	437	1.79	455
M	56.34	509	33.77	487	6.02	451	1.83	453
T	54.31	497	36.40	486	5.71	453	1.50	452
Br	45.27	400	39.10	392	8.82	373	1.77	371
Sin	55.51	583	39.40	570	3.11	525	1.45	566

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Isto significa que aulas sem barulho, onde os estudantes possam estar concentrados, são melhores para se efetuar uma verdadeira aprendizagem, o que é corroborado quando analisamos os resultados dos estudantes que disseram ter professores que sabem controlar bem as turmas e que são pontuais. Assim, na Tabela 3-35, encontramos os dados referentes a professores que têm autoridade sobre os estudantes da turma.

Observamos que os estudantes que concordam ou concordam totalmente foram os que obtiveram melhores resultados no PISA 2012. Assim, os estudantes portugueses que disseram que concordam totalmente, 61.68%, obtiveram uma pontuação de 500, já os que discordam ou discordam totalmente obtiveram uma pontuação inferior em mais de 50 pontos. A situação é idêntica nos outros países, sendo que a Holanda apresenta (mais uma vez) uma situação ligeiramente diferente, em que os estudantes holandeses são um bocado menos cientes na calma, ordem e pontualidade.

Relativamente à percepção que os estudantes tinham sobre o *feedback* que era dado pelos professores, na Tabela 3-36, encontramos os dados referentes aos trabalhos de casa que eram propostos, a sua quantidade e se eram ou não atempadamente devolvidos aos estudantes. Analisamos, também, se os estudantes percebiam que os professores se preocupavam, ou não, com os estudantes e com as suas aprendizagens.

Os resultados indicam que os estudantes com melhores resultados gostam de ter trabalhos de casa atempadamente devolvidos e corrigidos pelos professores, e gostam igualmente que os professores se preocupem com as suas aprendizagens. Os estudantes brasileiros parecem ser os que mais anseiam por uma colaboração eficaz do professor, sobretudo os que obtêm resultados menos bons.

Tabela 3-36 – ST82: 1

ST82: 1 – A professora Ana (nome fictício) pede trabalhos de casa de matemática dia sim, dia não. Consegue sempre devolver as correções aos alunos antes dos exames. A professora Ana está preocupada com a aprendizagem dos alunos.

País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	32.02	528	59.27	532	5.31	524	1.25	456
Pt	42.69	499	46.47	484	6.38	490	2.22	454
Es	36.61	487	48.42	489	9.65	475	3.81	470
M	30.51	503	49.25	497	13.47	487	4.64	473
T	31.12	495	49.13	489	13.36	482	4.52	477
Br	46.86	391	40.84	397	6.34	389	1.59	378
Sin	39.94	581	48.69	573	8.02	574	2.71	567

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Esta mesma ideia é corroborada nas respostas dadas à questão ST83: 1 e apresentadas na Tabela 3-37, quando são questionados se o professor deles lhes dizia que era necessário trabalhar muito.

Os resultados mostram que mais de 80% dos estudantes se sentem estimulados a trabalhar pois o professor transmite a pertinência de trabalhar muito para alcançar sucesso a Matemática. Esta é mais uma prova da influência que o professor pode ter sobre os estudantes.

Tabela 3-37 – ST83: 1

ST83: 1 – O meu professor diz-nos que precisamos de trabalhar muito.

País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	17.07	513	64.59	536	14.63	525	1.83	481
Pt	37.41	492	52.96	489	6.21	498	1.24	436
Es	35.38	486	50.72	489	10.07	478	2.58	462
M	29.67	496	52.90	498	12.98	495	2.94	473
T	32.40	483	52.07	492	11.31	495	2.81	482
Br	44.03	387	41.22	399	7.89	406	2.71	384
Sin	46.28	576	47.25	577	4.57	570	1.54	555

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados constantes na Tabela 3-38 são mais difíceis de interpretar. Quando os professores dão ajuda suplementar aos estudantes, os seus resultados são, regra geral, melhores.

Tabela 3-38 – ST83: 2

ST83: 2 – O meu professor dá-nos ajuda suplementar quando precisamos.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	20.49	541	54.04	534	18.75	512	4.78	496
Pt	33.35	492	50.74	486	10.84	498	2.80	495
Es	30.73	486	44.58	487	16.71	487	6.60	477
M	31.65	499	47.36	498	14.38	492	5.06	483
T	35.33	489	46.60	491	12.27	488	4.30	479
Br	36.65	390	44.08	396	11.21	402	3.51	386
Sin	50.86	583	43.28	571	4.45	547	1.01	521

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Contudo, exceto no caso da Holanda e de Singapura, nos outros países, os melhores resultados são obtidos pelos estudantes céticos. Mais de 10% dos estudantes de Portugal, Espanha e Brasil entende que o seu professor não lhes dá ajuda suplementar quando precisam, mas mesmo assim obtêm os melhores resultados do seu país. No caso da Holanda e de Singapura a ajuda parece corresponder mais às necessidades sentidas pelos estudantes.

Relativamente à pontualidade, Tabela 3-39, observamos que os estudantes que concordam ou concordam totalmente que o seu professor começa a aula a horas, obtiveram pontuações muito acima dos seus colegas que não são da mesma opinião (com uma pequena exceção no caso de Portugal e Espanha em que 12.67% e 18.21%, respetivamente, obtêm resultados do mesmo nível dos outros).

Todavia, os estudantes mais entusiastas com a pontualidade estão longe de ser a maioria, embora aqueles que discordam não ultrapassem 24% (caso do Brasil).

Tabela 3-39 – ST85: 3

ST85: 3 – O meu professor começa as aulas a horas.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	16.54	527	58.90	533	18.95	503	3.39	459
Pt	33.84	496	48.82	487	12.67	493	2.52	450
Es	33.42	487	42.15	487	18.21	485	4.35	411
M	31.14	501	46.26	497	17.02	481	3.67	423
T	34.27	491	45.76	490	15.03	477	3.02	422
Br	30.12	385	40.97	398	20.32	387	3.12	341
Sin	33.33	587	48.53	576	15.65	540	2.17	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Segue-se os dados relativos à oferta de atividades complementares pelas escolas aos seus estudantes, analisando a resposta à questão SC16: *No corrente ano letivo, quais das seguintes atividades oferece a sua escola aos alunos que frequentam o 10.º ano?* Apresentamos, pois, os resultados referentes às respostas dadas pelos diretores a esta questão.

Os resultados mostram que, nas escolas dos países-alvo do presente estudo, Portugal é o país onde existiam mais escolas com clubes de Matemática. Mas, surpreendentemente, os estudantes portugueses de escolas onde existia clube de Matemática, 44.20%, obtiveram menos três pontos, 485, do que os de escolas onde não existia clube de Matemática, 54.21% (diferença não significativa). A análise da natureza dos clubes de Matemática em Portugal está fora do âmbito deste estudo.

Tabela 3-40 – SC16: 5

SC16: 5 – No corrente ano letivo, a sua escola oferece aos alunos que frequentam o 10.º ano Clube de Matemática?				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	2.61	562	94.29	520
Pt	44.20	485	54.21	488
Es	7.94	482	86.59	486
M	26.88	510	71.52	488
T	36.17	502	62.48	479
Br	7.40	421	81.44	395
Sin	20.42	617	78.39	564

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Na Holanda, em Singapura e no Brasil, os estudantes das escolas onde existia clube de Matemática, menos de metade do que em Portugal, obtiveram pontuações substancialmente mais elevadas do que os estudantes de escolas onde não existia tal recurso. Já os estudantes espanhóis de escolas onde não existia clube de Matemática, 86.59%, obtiveram 486 pontos, mais quatro pontos que os seus colegas de escolas onde existia clube de Matemática, 7.94% (diferença também não significativa).

Os resultados mostram que este é um recurso a promover nas nossas escolas, pois os estudantes de escolas com este recurso obtiveram, regra geral, melhor pontuação no PISA 2012 do que os estudantes de escolas onde este recurso não existia. No presente estudo, os estudantes portugueses e espanhóis não melhoraram os resultados, restando saber se os clubes de Matemática serão todos do mesmo género.

Averiguemos, de seguida, o que nos dizem os dados quanto aos resultados dos estudantes que participaram, ou não, em competições matemáticas, tais como Olimpíadas de Matemática, Canguru Matemático ou Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos.

A Tabela 3-41 mostra-nos que, em Portugal, praticamente todas as escolas (96.28%) oferecem competições matemáticas aos seus estudantes. Os 2.13% de estudantes que frequentavam escolas que não ofereciam competições matemáticas constituem um número demasiado reduzido para se poderem retirar grandes conclusões.

Tabela 3-41 – SC16: 6

SC16: 6 – No corrente ano letivo, a sua escola oferece aos alunos que frequentam o 10.º ano competições matemáticas?				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	43.84	565	50.38	531
Pt	96.28	487	2.13	511
Es	64.41	485	33.18	476
M	65.96	510	32.71	475
T	62.62	497	36.31	472
Br	83.54	397	6.90	330
Sin	86.30	581	13.05	526

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Em Espanha, Brasil, Holanda e Singapura, os estudantes que participaram nas competições matemáticas obtiveram resultados muito superiores aos restantes estudantes. A Holanda constitui uma singularidade pois mais de metade dos estudantes não participou em competições matemáticas e, mesmo assim, os estudantes que participaram nas competições matemáticas obtiveram resultados bastante superiores aos restantes estudantes (mais 34 pontos).

Pelo exposto, parece que a participação em competições matemáticas tem uma relação positiva com os resultados obtidos pelos estudantes no PISA 2012, pelo que as escolas devem continuar a oferecê-las aos seus estudantes. A análise da aparente menor influência nos resultados portugueses é um problema em aberto.

Averiguemos o que nos dizem os dados quanto à existência de clube de xadrez nas escolas. Os resultados são apresentados na Tabela 3-42.

Tabela 3-42 – SC16: 7

SC16: 7 – No corrente ano letivo, a sua escola oferece aos alunos que frequentam o 10.º ano clube de xadrez?

País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	9.38	534	87.52	520
Pt	32.49	480	65.92	490
Es	14.32	484	81.20	486
M	29.72	504	68.61	490
T	41.02	498	57.69	480
Br	21.74	407	68.28	395
Sin	27.24	627	71.58	555

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A oferta de clubes de xadrez é maior em Portugal e Singapura, mesmo assim abaixo da média Total e só na Holanda é inferior a 10%. Mais uma vez Portugal apresenta resultados atípicos, sendo o único país onde os melhores resultados no PISA 2012 não são obtidos pelos estudantes onde há clubes de xadrez.

Em Singapura, os resultados dos estudantes de escolas com clubes de xadrez são muito melhores, sendo que, na Holanda e no Brasil, são também melhores. Espanha apresenta resultados equilibrados, mas tanto a média da OCDE como a média Total favorecem os estudantes de escolas com clubes de xadrez.

A investigação oferece inúmeras provas das consequências positivas da prática do xadrez pelos jovens. Por exemplo em 2011, os investigadores Kazemia, Yektayarb e Abada provaram que a “prática do xadrez melhora significativamente a capacidade dos estudantes de resolução de problemas de Matemática” (2012, p. 378). Também concluíram que “jogar xadrez tem o potencial de aumentar a capacidade metacognitiva dos estudantes” (2012, p. 378).

Estes resultados devem levar a repensar a estratégia usada pelas escolas quanto aos clubes de xadrez em Portugal.

A Tabela 3-43 mostra-nos a importância da tecnologia. A grande maioria dos estudantes de Singapura que frequentavam escolas onde havia clubes de informática obteve uma pontuação de 575 pontos, o que sugere que as TIC desenvolvem competências que vão ao encontro das preconizadas pelo PISA 2012.

Tabela 3-43 – SC16: 8

SC16: 8 – No corrente ano letivo, a sua escola oferece aos alunos que frequentam o 10.º ano clube de informática?				
País	Sim		Não	
	%	Média	%	Média
Ho	4.82	491	91.16	523
Pt	11.93	492	85.61	486
Es	12.69	485	82.92	485
M	36.55	495	59.28	492
T	47.44	498	50.60	477
Br	15.59	394	73.70	398
Sin	87.02	575	4.79	545

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observe-se que Singapura tem clubes de informática em quase todas as escolas, ao contrário de todos os outros países, com o caso extremo da Holanda a ter menos de 5% de escolas com clubes de informática. Singapura está mesmo muito acima das médias da OCDE e da média Total. Este investimento é tanto mais significativo quanto o desempenho a nível global é muito superior para as escolas com clubes de informática; o desempenho nos outros quatro países revela um equilíbrio considerável.

Relativamente aos estudantes portugueses, verificamos que os que estudavam em escolas onde existia clube de informática, tal como os estudantes singapurenses, obtiveram melhor pontuação do que os seus colegas que estudavam em escolas onde não existia este clube, embora a diferença não seja muito grande.

Salientamos, pela negativa, que os estudantes que não ouvem os professores, e os que frequentam aulas onde há barulho e desordem foram os que obtiveram os piores resultados. Pelo contrário, ressalta que os estudantes que frequentam aulas onde não há barulho, os professores controlam bem as turmas, são pontuais, e pedem trabalhos frequentemente que devolvem atempadamente, foram os que obtiveram os melhores resultados. Os estudantes com os melhores resultados apreciam professores que se preocupam com as suas aprendizagens. A influência que os professores podem ter nos estudantes fica patente quando observamos que os professores que referem, frequentemente, que é necessário trabalhar muito, conseguem que os seus estudantes tirem bons resultados.

No que diz respeito a ofertas complementares das escolas, importa salientar que promover clubes de Matemática, de xadrez e de informática encontra-se, geralmente, nas escolas onde os resultados dos estudantes foram melhores, pelo que deve ser uma prática a

ter em conta pelos grupos disciplinares de Matemática. O facto de haver um comportamento diferente em Portugal nalguns casos deve ser motivo de reflexão. Também a participação em competições matemáticas pelos estudantes encontra-se nas escolas com bons resultados em estudos internacionais como o PISA, portanto as escolas devem continuar a oferecer este tipo de competições aos seus estudantes, como forma de os levar a aprender mais Matemática. A situação específica de Portugal neste contexto merece reflexão.

O fator influenciador dos resultados dos estudantes no PISA 2012, as características das escolas e os seus subfatores mostram-nos o papel que a escola desempenha na vida de um estudante. Começámos por analisar a autonomia das escolas. Reparámos que nem todas as escolas tem uma política de utilização das TIC que favorece o desenvolvimento de competências dos seus estudantes. As escolas portuguesas seguem políticas mais centralizadas do que deviam, não diferenciando a especificidade dos seus estudantes. Ressaltou dos resultados que, em Portugal, a formação inicial de professores de Matemática tem dado resposta às necessidades. Constatámos que, nas escolas em Portugal, existia uma política que permitia oferecer aos estudantes aulas suplementares sempre que estes necessitassem delas. As aulas suplementares de Matemática têm, na sua grande maioria, o objetivo de desenvolver competências no âmbito da recuperação e remediação de lacunas existentes nos estudantes.

Quanto ao ensino da Matemática, a generalidade dos estudantes foi de opinião que, entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que é melhor adaptar os padrões académicos ao nível de desempenho e às necessidades dos estudantes. Foi considerado pelos estudantes que o desenvolvimento social e emocional é tão importante como a aquisição de competências e conteúdos de Matemática. Vimos, de igual modo, que a generalidade dos estudantes portugueses considera que os professores estão interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino, passando-se o mesmo com os seus colegas de Singapura. Mas, ao mesmo tempo, também referiram que os professores preferem utilizar práticas de ensino que já conhecem, sendo uma vez mais coadjuvados pelos estudantes de Singapura e também pelos da Holanda. Neste aspeto, parece existir uma contradição. Mais de 90% dos estudantes portugueses e singapurenses referiram que, entre os professores de Matemática, é consensual a ideia de que o nível de desempenho académico deve ser mantido o mais alto possível. Os estudantes, portugueses, holandeses e singapurenses são também de opinião que o principal objetivo das aulas de Matemática é o desenvolvimento de competências e a

aquisição de conteúdos desta disciplina. Os estudantes referiram que os testes e fichas foram instrumentos de avaliação muito usados em todos os países-alvo do presente estudo. Houve também a percepção que a avaliação entre pares, assim como a observação de aulas, era efetuada, na generalidade das escolas, de forma a melhorar o desempenho dos professores e, consequentemente, a performance dos estudantes.

Relativamente às experiências Matemáticas, mais de 70% dos estudantes, dos cinco países em estudo, referiram que os seus professores estabelecem metas claras para as suas aprendizagens. Quando confrontados com a questão de saber se os seus professores lhes solicitavam que explicitassem o pensamento e raciocínio, a generalidade dos estudantes portugueses e de Singapura responderam que, em todas as aulas ou praticamente todas, os seus professores o faziam. Quanto a começar as aulas com um resumo das aulas anteriores, cerca de 40% dos estudantes de Portugal e de Singapura referiram que esta era uma prática usual dos seus professores. O dobro dos estudantes destes dois países referiu que, em todas as aulas ou na maior parte delas, os professores lhe diziam o que tinham de aprender. Também referiram que a generalidade dos professores os fazia refletir sobre os problemas que lhes colocava e que frequentemente lhes eram apresentados problemas cuja resolução não era imediata. Os professores portugueses e singapurenses foram referidos pelos estudantes como incentivadores do uso do erro para fomentar a aprendizagem e estimulavam os estudantes a explicitarem como resolviam problemas. Também apresentavam problemas que exigiam a aplicação de conhecimentos adquiridos a novas situações. Este aspeto vem ao encontro do encontrado na literatura, uma vez que resolver problemas de aplicação de conhecimentos a novas situações concorre para desenvolver competências matemáticas (Associação de Professores de Matemática, 2009; Ponte, 2002; Rico, 2005, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

Os estudantes dos países em estudo não gostavam de aulas onde havia barulho, gostando de professores que cumprem horários e mantêm a ordem dentro da sala de aula. Referiram também que apreciavam professores que os incentivavam a trabalhar e, ao mesmo tempo, os ajudava quanto necessitavam. Destacamos, ainda, que a existência de clubes (Matemática, xadrez, informática) é bem acolhida pelos estudantes. Parece óbvio que a sua frequência fomenta o raciocínio e, consequentemente, aumenta o nível de desempenho dos estudantes quando estes prestam provas, seja de que tipo for.

Vamos, agora, debruçar-nos sobre o fator características e percepções dos estudantes, fator que emergiu da literatura. Pretendemos analisar quais são as interações dos estudantes com a escola e qual o lugar deles nesta, que, sem eles, não existe.

3.4 Fator influenciador: Características e percepções dos estudantes

As características e percepções dos estudantes são o mote para analisarmos as interações dos estudantes com a Matemática. Vamos procurar perceber de que modo cada estudante lida com a Matemática. Começemos por estudar as *atitudes, crenças e emoções relativamente à Matemática*.

3.4.1 Atitudes, Crenças e Emoções em relação à Matemática

A análise deste subfator baseia-se nas respostas dadas pelos estudantes aquando da realização do PISA 2012. Assim começamos por analisar os dados relativos à questão ST29, onde era solicitado aos estudantes que pensassem nas opiniões que tinham sobre a Matemática; de seguida, eram questionados sobre se concordavam, e em que medida, com uma série de afirmações.

Na Tabela 3-44 encontramos os dados relativos à questão ST29: 3.

Os dados mostram que, em Singapura, mais de 75% dos estudantes estão desejosos de ter aulas de Matemática e foram os 50.65% que responderam “concordo” os que obtiveram melhor desempenho. Em todos os outros países (e globalmente), a maioria dos estudantes não está desejoso de ter aulas de Matemática, mas tendencialmente os melhores resultados estão entre aqueles que estão desejosos.

Tabela 3-44 – ST29: 3

ST29: 3 – Estou sempre desejoso de ter aulas de Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	1.89	493	17.60	537	50.68	537	28.32	509
Pt	5.83	512	26.21	503	45.73	489	20.47	462
Es	4.86	493	20.61	504	41.65	487	31.84	472
M	7.95	512	27.77	511	40.81	497	22.20	474
T	10.51	491	30.47	488	38.60	494	19.31	478
Br	11.65	377	30.80	388	41.27	402	12.97	401
Sin	25.90	571	50.65	577	18.80	571	4.33	537

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

No que diz respeito aos estudantes portugueses, observamos que os que concordaram totalmente ou que concordaram, respetivamente 5.83% e 26.21%, obtiveram uma pontuação superior a 500 pontos (os restantes ficaram abaixo dessa fasquia). Esta percentagem contrastou com os resultados dos estudantes de Singapura, em que as percentagens de “concordo totalmente” ou “concordo” foram de 25.90% e de 50.65%, respetivamente.

Verificámos que os estudantes que “estão sempre desejosos de ter aulas de Matemática” foram os que tiveram melhores desempenhos (exceto no Brasil). Somos, pois, levados a concluir que levar os estudantes a gostar das aulas fará com que tenham melhor desempenho.

Ao encontro do que acabou de ser afirmado vêm os dados referentes à afirmação da questão ST29: 6, onde os estudantes se pronunciaram sobre o interesse que têm pelo que aprendem em Matemática. A observação da Tabela 3-45 mostra que foram os estudantes que responderam que concordam ou concordam completamente os que obtiveram melhor pontuação no PISA 2012.

Tabela 3-45 – ST29: 6

ST29: 6 – Interessam-me as coisas que aprendo em Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	6.23	536	37.51	545	38.55	524	15.79	494
Pt	15.74	530	50.65	491	24.69	468	7.27	447
Es	15.06	515	44.47	490	27.34	475	11.98	459
M	13.74	526	38.61	507	32.88	487	13.39	464
T	15.80	502	38.95	491	31.57	488	12.42	469
Br	22.61	395	48.34	392	21.22	399	4.65	400
Sin	27.18	573	49.64	574	18.86	576	3.99	542

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Apesar de termos visto na Tabela 3-44 que, exceto em Singapura, os estudantes não estavam muito desejosos de ter aulas de Matemática, a verdade é que a Tabela 3-45 prova que, exceto na Holanda, mais de 50% dos estudantes reconheceu que se interessa pelo que aprende nas aulas de Matemática. E são estes estudantes, incluindo os da Holanda, que obtêm os melhores resultados a Matemática no PISA 2012. Há aqui alguns desvios a esta regra no Brasil, com resultados idênticos em todas as categorias, e em Singapura, onde só os 3.99% que discordam totalmente obtêm resultados francamente inferiores aos outros.

Salientamos que, entre os estudantes portugueses, os que concordam totalmente, 15.74%, obtiveram uma pontuação de 530 pontos, muito acima de todos os outros.

Os estudantes, que tiveram a visão de que a Matemática podia ser uma mais-valia numa futura profissão, foram também os que apresentaram uma melhor pontuação, segundo se observa nos dados da Tabela 3-46.

Exceto na Holanda, mais de 70% dos estudantes dos restantes quatro países (e no Total) está de acordo com a afirmação. Na Holanda, Portugal e Espanha, os melhores resultados estão entre os estudantes que concordam, mas, no Brasil e em Singapura, os melhores resultados são dos estudantes que discordam.

Tabela 3-46 – ST29: 2

ST29: 2 – Vale a pena esforçar-me em Matemática, pois isso vai ajudar-me na profissão que quero ter no futuro.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	12.49	542	44.48	537	27.68	522	13.89	500
Pt	32.24	517	50.27	482	11.77	454	4.19	443
Es	27.80	509	43.95	484	18.85	470	8.47	459
M	27.20	516	46.97	494	17.73	486	6.97	465
T	28.68	498	46.43	485	17.04	491	6.80	471
Br	38.54	392	45.32	393	10.72	406	2.72	401
Sin	36.17	573	53.91	572	7.54	587	2.05	547

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Neste item, os estudantes portugueses que disseram que concordam totalmente, 32.24%, obtiveram uma pontuação acima dos 500 pontos, em linha com a média da OCDE e 57 pontos acima dos estudantes que discordam (11.77%). Estes resultados estão próximos dos resultados de Holanda e Espanha.

Resultados idênticos são observados na Tabela 3-47, onde os estudantes foram confrontados com o facto de que se tiverem bons conhecimentos matemáticos pode ser uma ajuda na profissão futura, bem como na altura de procurar trabalho.

Em todos os países, mais de 70% dos estudantes concorda ou concorda totalmente com o facto de que aprender Matemática pode alargar o leque das hipóteses de trabalho mais tarde. São estes os estudantes que obtêm os melhores resultados no PISA 2012 com uma margem considerável, exceto no Brasil e Singapura, onde os resultados são mais uniformes.

Tabela 3-47 – ST29: 5

ST29: 5 – Vale a pena aprender Matemática, pois isso pode aumentar as minhas hipóteses de trabalho no futuro.

País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	15.55	550	54.82	535	18.32	515	9.96	479
Pt	35.15	517	52.12	479	7.61	447	3.60	432
Es	30.74	509	45.87	483	15.12	467	7.32	448
M	28.50	518	48.78	496	14.68	478	6.89	454
T	28.82	500	47.84	487	15.20	486	7.06	462
Br	38.19	394	48.41	395	7.93	393	2.49	394
Sin	32.23	573	55.63	575	9.55	570	2.25	542

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses que disseram que concordam totalmente, 35.15%, obtiveram uma pontuação acima dos 500 pontos, em linha com a média da OCDE e 70 pontos acima dos estudantes que discordam (7.61%). Estes resultados estão novamente próximos dos resultados de Holanda e Espanha.

O que os dados nos vêm mostrando, quanto às concepções dos estudantes, continua a ser reforçado com os resultados que são apresentados na Tabela 3-48. Aqui estão em causa as hipóteses de arranjar um trabalho por ter estudado temas úteis em Matemática.

Mais de 60% dos estudantes entende que irá aprender em Matemática muitas coisas que os irão ajudar a encontrar trabalho. Na Holanda, Portugal e Espanha, esses são exatamente os estudantes com melhor desempenho. No Brasil e em Singapura, a situação é algo diferente pois são os mais de 10% de estudantes que discordam que têm melhor desempenho.

Tabela 3-48 – ST29: 8

ST29: 8 – Vou aprender em Matemática muitas coisas que me irão ajudar a encontrar trabalho.

País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	10.42	535	50.62	537	26.53	525	10.51	490
Pt	27.99	510	52.06	484	13.77	475	4.70	445
Es	23.79	506	47.92	486	18.27	477	8.52	453
M	23.03	510	46.57	498	20.71	492	8.44	465
T	25.78	492	45.93	487	19.10	495	7.99	472
Br	35.75	391	47.67	393	10.34	409	3.31	403
Sin	33.27	559	51.90	576	11.33	600	3.14	567

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Neste item, os estudantes portugueses que disseram que concordam totalmente, 27.99%, obtiveram uma pontuação acima dos 500 pontos, em linha com a média da OCDE e 35 pontos acima dos estudantes que discordam (13.77%). Estes resultados estão próximos dos resultados de Espanha, mas diferem dos resultados da Holanda pois a diferença entre os que concordam totalmente e os que discordam é mais reduzida; até se verifica que o número de estudantes que discordam é relativamente elevado, 37.04%, em linha com os restantes itens relativamente ao trabalho. Os estudantes holandeses são, de todos, os que acreditam menos na influência da Matemática no mundo do trabalho, bastante acima da média da OCDE, como mostram as três últimas tabelas.

Mas nem só no que diz respeito ao trabalho verificamos o interesse dos estudantes em saber mais Matemática. Também para estudos seguintes os estudantes consideraram que a Matemática é importante, como mostra a Tabela 3-49. Excetuando os estudantes brasileiros, os estudantes que concordam totalmente obtiveram todos uma pontuação acima dos 500 pontos.

Mais de 50% dos estudantes concorda ou concorda totalmente que a Matemática é uma disciplina importante para eles porque precisarão dela para os seus estudos futuros, chegando a ser mais de 70% em Portugal e no Brasil e mais de 80% em Singapura. Os estudantes holandeses continuam a ser os mais céticos relativamente à Matemática, atingindo 37.99% os que discordam ou discordam totalmente. A perceção dos estudantes de que a Matemática é importante ressalta claramente dos dados.

Tabela 3-49 – ST29: 7

ST29: 7 – A Matemática é uma disciplina importante para mim, porque preciso dela para os meus estudos futuros.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	13.65	539	46.48	536	25.79	527	12.20	490
Pt	30.64	518	47.89	484	14.26	460	5.66	441
Es	25.51	520	33.73	488	26.27	468	13.52	453
M	25.26	521	40.14	497	22.74	484	10.59	464
T	26.24	503	40.11	485	22.67	486	9.84	470
Br	33.71	392	41.38	390	17.26	404	4.32	407
Sin	40.19	567	46.91	575	9.84	590	2.71	560

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados mostram também que os estudantes que obtiveram melhores resultados no PISA 2012 foram os que consideraram que a Matemática é importante para estudos futuros,

com alguma variação no caso do Brasil (como anteriormente) e no caso de Singapura (embora relativamente a menos de 10% dos estudantes).

Pelo exposto, compete-nos a nós, professores de Matemática, pais e sociedade em geral, reforçar junto dos estudantes o quanto é importante estudar e saber Matemática. Os dados são concordantes com outros em que se evidencia que a generalidade dos estudantes tem a percepção de que a Matemática vai ser muito importante para a sua vida futura em termos profissionais (Curi & Menezes-Filho, 2009; Recio, 2007; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

No que diz respeito à opinião que os estudantes têm sobre o seu empenho nas aulas, verificamos, na Tabela 3-50, que aqueles que se esforçaram para aprender Matemática têm a percepção de que o seu esforço será recompensado.

Tabela 3-50 – ST43: 1

ST43: 1 – Se me esforçar muito em Matemática, o meu esforço será recompensado.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	26.50	551	53.68	530	15.13	497	2.87	457
Pt	44.78	506	47.11	476	5.08	467	1.00	440
Es	45.24	504	43.19	476	9.04	458	1.60	432
M	44.63	515	45.84	487	6.95	462	1.31	429
T	47.85	498	43.36	483	6.33	471	1.22	435
Br	53.68	399	38.69	390	3.18	379	.82	365
Sin	64.65	578	33.21	565	1.54	540	.39	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A consciência de que o esforço em Matemática traz bons resultados é partilhado por mais de 80% dos estudantes. Não é de admirar que, com estes números, mesmo na Holanda, os melhores resultados são exatamente dos estudantes que concordam totalmente.

Os estudantes portugueses que disseram que concordam totalmente, 44.78%, que o seu esforço, a Matemática, será recompensado foram os que tiveram melhor pontuação, com 506 pontos. Já os restantes estudantes portugueses ficaram muito abaixo dos 500 pontos. O mesmo se verificou com os estudantes dos outros países, destacando-se mais uma vez o caso de Singapura (64.65% dos estudantes considera que o esforço é compensado, com uma média de pontuação de 578, mais 38 pontos do que os poucos que discordam).

Será que os estudantes pensam que ter bons resultados depende apenas do estudante? Isso é o que pode ser observado na Tabela 3-51.

Mais de 70% dos estudantes acredita que os resultados que obtêm a Matemática dependem só do próprio estudante. E, com algum desvio, no caso de Portugal e Brasil, são exatamente estes estudantes os que obtêm os melhores resultados no PISA 2012.

Tabela 3-51 – ST43: 2

ST43: 2 – Ter bons ou maus resultados em Matemática só depende de mim.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	20.85	536	55.53	532	18.50	520	2.74	464
Pt	41.77	498	44.44	476	10.54	509	1.11	456
Es	36.76	490	40.93	481	17.97	492	3.35	471
M	37.83	508	44.37	490	14.12	494	2.23	463
T	40.88	497	43.21	483	12.50	487	2.08	460
Br	45.48	399	38.48	385	10.16	411	1.79	387
Sin	52.37	585	37.30	562	8.62	557	1.46	521

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses que disseram discordar de que ter bons resultados a Matemática só depende deles, 10.54%, foram os que obtiveram melhores resultados, com uma pontuação de 509 pontos, embora não seja muito grande a diferença para os 41.77% que concordam totalmente que os resultados que obtêm a Matemática dependem só do próprio estudante (pois obtiveram menos onze pontos). No caso do Brasil, a diferença é da mesma ordem de grandeza.

Na Tabela 3-52, podemos ver as respostas dos estudantes à questão se com professores diferentes eles se esforçariam mais.

Tabela 3-52 – ST43: 4

ST43: 4 – Se tivesse professores diferentes, esforçava-me mais em Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	8.43	512	22.47	515	47.55	538	19.19	531
Pt	11.27	488	22.92	469	43.92	490	19.56	507
Es	14.39	474	20.93	477	39.29	490	24.19	496
M	13.49	484	21.51	485	41.73	500	21.61	510
T	13.64	471	21.77	474	43.17	495	19.84	504
Br	13.92	380	23.46	383	40.79	401	17.60	410
Sin	15.47	537	23.94	548	43.36	590	16.91	596

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Mais de 50% dos estudantes discordam ou discordam totalmente da afirmação e são esses os que obtêm as melhores pontuações. Os estudantes com melhor desempenho são os que revelam maior satisfação com os professores, em todos os países, podendo tal ser devido ao facto de terem os melhores professores.

Observe-se, contudo, que uma parte substancial dos estudantes, mais de 30%, entende que, se tivesse professores diferentes, esforçar-se-ia mais em Matemática. Estes são exatamente os estudantes com pior desempenho (obtem menos cerca de 30 pontos do que os outros estudantes), que entendem, assim, precisar de outro tipo de intervenção por parte dos professores de Matemática. Esta é uma percentagem de estudantes bastante superior à dos estudantes que disseram discordar de que ter bons resultados a Matemática só depende deles. Ou seja, se os estudantes reconhecem em geral que depende muito de si a melhoria dos resultados, também muitos esperam outro tipo de intervenção da parte do professor.

Na Tabela 3-53, os dados mostram as reações dos estudantes à afirmação de que tirar melhores resultados a Matemática “só” depende deles.

Nas respostas à questão ST43: 5, observamos que os estudantes que concordam ou concordam totalmente, entre 60% e 90%, foram os que obtiveram melhores pontuações, exceto no caso do Brasil. Neste país, as diferenças de pontos obtidos pelos estudantes não são muito grandes, mas para os outros países, a diferença entre os estudantes que concordam totalmente e os que discordam é de 20 a 30 pontos.

Tabela 3-53 – ST43: 5

ST43: 5 – Se eu quisesse poderia ter bons resultados em Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	18.18	542	48.42	534	25.54	518	5.43	495
Pt	33.72	506	48.25	480	13.60	479	2.06	464
Es	35.28	499	41.04	483	17.45	473	4.97	473
M	35.04	513	46.61	492	13.70	475	2.89	460
T	37.49	499	45.41	486	12.74	478	2.75	456
Br	34.39	400	44.93	393	13.07	389	2.98	400
Sin	54.11	577	39.92	570	4.56	556	1.14	538

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observe-se, contudo, que uma parte substancial dos estudantes, entre 15% e 30%, exceto Singapura, entende que não depende só do seu querer obter bons resultados a Matemática. Este resultado está em linha com o anterior com mais de 30% dos estudantes a

entender que, se tivesse professores diferentes, esforçar-se-ia mais em Matemática. Estes são, mais uma vez, os estudantes com pior desempenho, exceto os brasileiros, que entendem precisar de outro tipo de intervenção por parte dos professores de Matemática, sentindo necessidade de intervenção externa para a melhoria dos resultados a Matemática.

Observe-se em particular o caso da Holanda, em que mais de 30% dos estudantes, a maior percentagem dos países em estudo, discorda ou discorda totalmente que se o estudante quisesse poderia ter bons resultados em Matemática. É uma percentagem muito grande de estudantes que sente que os fatores de insucesso são externos.

Relativamente aos estudantes portugueses, os que concordam totalmente, 33.72%, obtiveram uma pontuação acima dos 500 pontos, ficando os outros abaixo dessa pontuação. Significam estes resultados que a crença em si mesmo, o acreditar, faz muita diferença. Os estudantes, quando se empenham e querem, de facto, aprender Matemática, conseguem superar as dificuldades. Frequentemente atingem patamares de excelência.

Analisemos, agora, um conjunto de questões com dados relativos ao tipo de trabalho em Matemática, dentro e fora da sala de aula, ao empenho dos estudantes quando os seus professores lhes pedem para trabalhar, quando estão em sala de aula, e no apoio que dão aos seus colegas.

Foi pedido aos estudantes que pensassem no que faziam a Matemática, para a escola, com a questão ST46. Na Tabela 3-54, encontramos os dados relativos à resposta dada pelos estudantes à questão ST46: 1, onde estes foram confrontados com o facto de realizarem os trabalhos de casa a tempo para as aulas de Matemática.

Tabela 3-54 – ST46: 1

ST46: 1 – Faço os trabalhos de casa a tempo para as aulas de Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	15.25	516	47.91	527	28.62	538	6.11	529
Pt	27.31	509	49.41	482	16.42	484	4.25	447
Es	25.69	502	48.76	486	18.61	472	5.54	467
M	23.04	511	45.13	497	23.57	486	6.70	478
T	25.53	502	45.55	486	21.85	484	5.54	479
Br	20.19	389	45.74	399	24.90	393	4.82	386
Sin	24.82	589	52.03	572	18.80	555	4.07	562

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observamos, em primeiro lugar, que mais de 60% dos estudantes disseram fazer os trabalhos de casa a tempo para as aulas de Matemática. Mais uma vez, os estudantes holandeses, mais de 34%, constituem o maior grupo de estudantes a declarar que não o faziam.

Os estudantes que obtiveram melhores resultados foram os estudantes que declararam “concordo totalmente”, exceto no caso do Brasil, em que foram os que afirmaram “concordo”, e, no caso da Holanda, em que foram os que afirmaram “discordo”. O caso da Holanda é singular pois os 15.25% que disseram “concordo totalmente” foram exatamente aqueles que obtiveram piores resultados no PISA 2012.

Relativamente aos estudantes portugueses, observamos que os que concordaram totalmente, 27.31%, obtiveram uma pontuação superior a 500 pontos, muito acima dos restantes estudantes portugueses. Fazer a tempo os trabalhos solicitados pelos professores é uma boa estratégia para obter bons resultados a Matemática, mas não deixa de ser preocupante que mais de 20% dos estudantes não o fizesse e, mesmo assim, 16.42% tenham obtido resultados comparáveis aos que disseram “concordo”.

Os estudantes que disseram estudar até compreender a matéria foram, com uma exceção, os que obtiveram melhores pontuações no PISA 2012, como mostra a Tabela 3-55. Portanto, ser persistente parece ser uma boa qualidade para se obterem bons resultados.

A maioria dos estudantes concorda ou concorda totalmente com o facto de os estudantes estudarem até compreender a matéria de Matemática. Há, contudo, uma forte percentagem de estudantes que discorda ou discorda totalmente. Na Holanda e na Espanha, essa percentagem aproxima-se de 50%. O que significa isto?

Tabela 3-55 – ST46: 5

ST46: 5 – Estudo até compreender a matéria de Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	11.31	528	43.30	538	36.24	524	6.95	496
Pt	17.30	538	48.84	492	26.90	460	4.72	432
Es	13.76	505	36.79	499	38.66	474	9.34	464
M	17.08	520	42.93	504	31.92	483	6.32	464
T	17.22	504	42.47	492	32.32	482	6.26	471
Br	20.68	387	45.31	396	25.47	401	3.74	393
Sin	23.84	580	52.66	578	20.32	559	2.85	510

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses, que concordam totalmente com a questão ST46: 5, – Tabela 3-55 – um total de 17.30%, obtiveram 538 pontos, enquanto que os seus outros colegas ficaram abaixo dos 500 pontos. Incentivar os estudantes a não desistir das tarefas que lhes são colocadas parece ser uma boa estratégia para levar os estudantes a obter bons resultados. Mas como lidar com os 31.62% de estudantes portugueses que não estudam até compreender a matéria de Matemática?

Os dados mostram que as respostas dadas à questão anterior estão relacionadas com as respostas dadas à próxima: estudar muito para os testes leva a que os estudantes possam obter melhores resultados? Veja-se a Tabela 3-56, onde constatamos que os estudantes que disseram estudar bastante para os testes nem sempre foram os que obtiveram melhores resultados no PISA 2012.

Tabela 3-56 – ST46: 4

ST46: 4 – Estudo bastante para os testes de Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	12.31	515	44.49	527	33.33	537	7.41	520
Pt	14.56	523	41.54	491	35.13	477	6.36	457
Es	18.82	500	38.49	488	33.14	480	7.92	473
M	14.36	504	37.42	497	37.98	495	8.46	489
T	14.47	489	37.92	485	37.90	492	8.00	496
Br	15.75	387	38.79	392	34.95	401	5.67	401
Sin	17.55	572	51.54	578	26.45	568	4.20	546

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A maioria dos estudantes (mais de 50%) concorda ou concorda totalmente com o facto de os estudantes estudarem bastante para os testes de Matemática. Há, contudo, uma forte percentagem de estudantes (mais de 40%, exceto em Singapura) que discorda ou discorda totalmente.

Os melhores resultados são obtidos pelos estudantes que respondem “concordo totalmente” apenas no caso de Portugal e Espanha. No caso de Singapura, os melhores resultados são obtidos pelos estudantes que respondem “concordo”. No caso da Holanda e do Brasil, os melhores resultados são obtidos pelos estudantes que discordam. Não podemos, pois, associar, em geral, o estudo para os testes de Matemática à obtenção de bons resultados.

Os estudantes portugueses, que concordam completamente com a questão ST46: 4, – Tabela 3-56 – um total de 14.56%, obtiveram 523 pontos, enquanto que os seus outros

colegas ficaram abaixo dos 500 pontos. Os estudantes portugueses que concordam com a mesma questão, um total de 41.54%, obtiveram 491 pontos, bastante acima dos seus outros colegas que discordaram ou discordaram totalmente que obtiveram 477 e 457 pontos, respetivamente. Incentivar os estudantes portugueses a estudar bastante para os testes parece ser uma boa estratégia para os levar a obter bons resultados. Mas, em vista do panorama atrás descrito, não parece ser uma estratégia que dê garantias. Como lidar, então, com os 41.49% de estudantes portugueses que não estudam bastante para os testes de Matemática e não obtêm bons resultados?

Observemos o que nos mostra a Tabela 3-57 sobre se os estudantes estão atentos nas aulas.

Tabela 3-57 – ST46: 6

ST46: 6 – Estou atento nas aulas de Matemática.								
País	Concordo totalmente		Concordo		Discordo		Discordo totalmente	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	14.82	525	60.87	530	17.92	535	3.45	489
Pt	17.51	515	57.84	489	19.35	470	2.79	441
Es	28.95	502	51.09	483	14.72	476	3.64	452
M	22.97	516	54.49	497	17.08	480	3.60	463
T	26.61	497	53.94	488	14.40	486	3.21	463
Br	30.69	396	54.20	397	8.77	383	1.67	373
Sin	30.30	578	58.22	573	9.43	562	1.75	535

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Mais de 70% dos estudantes declarou estar atento nas aulas de Matemática. Esses estudantes, com a exceção dos estudantes da Holanda, foram os que obtiveram os melhores resultados no PISA 2012.

Os estudantes portugueses que referiram estar atentos nas aulas de Matemática, concordando totalmente com a afirmação apresentada, obtiveram uma pontuação acima dos 500 pontos. Já os seus colegas ficaram muito aquém desta fasquia. Os estudantes que referem não estar atentos nas aulas de Matemática são apenas 22.12%.

Observamos na Tabela 3-58 que ajudar os amigos é, também, uma estratégia para se aprender mais Matemática e, conseqüentemente, obter melhores resultados.

Mais de 40% dos estudantes ajuda às vezes os seus amigos em Matemática, mas apenas na Holanda são esses os estudantes a obter os melhores resultados no PISA 2012. Os estudantes dos restantes países que obtêm os melhores resultados são os que ajudam

frequentemente os seus amigos em Matemática. Contudo, esses estudantes não são a maioria e apenas em Singapura se ultrapassa os 35% de estudantes.

Tabela 3-58 – ST49: 2

ST49: 2 – Ajudo os meus amigos em Matemática.								
País	Sempre ou quase sempre		Frequentemente		Às vezes		Nunca ou quase nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	2.88	495	16.48	531	46.13	538	32.95	517
Pt	4.02	511	19.09	523	46.90	493	28.05	455
Es	4.65	503	17.97	508	44.14	494	31.91	460
M	5.04	510	20.01	520	44.77	503	28.63	470
T	6.32	495	21.61	508	43.82	494	26.57	465
Br	12.03	388	24.65	405	38.51	398	19.95	381
Sin	11.01	574	35.32	590	44.19	568	9.22	528

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados mostram que os estudantes portugueses que referiram ajudar os colegas, sempre ou quase sempre ou frequentemente, obtiveram pontuações acima dos 500 pontos. Mas a maioria dos estudantes portugueses (mais de 74%) pouco ajuda os colegas (às vezes, nunca ou quase nunca). Esta tendência não colaborativa é geral, com uma exceção em Singapura em que tal percentagem não ultrapassa 54%.

Fica, de algum modo, comprovada a eficácia em ajudar os amigos em Matemática, mas a maioria dos estudantes não usa essa possibilidade.

Passando a analisar os dados relativos à relação que os estudantes tinham com o estudo de Matemática, em 2012, na Tabela 3-59, os dados mostram que, por um lado, os estudantes que davam maior ênfase à memorização, foram os que tiveram piores resultados. Por outro lado, os que tentaram identificar partes mais importantes da matéria, também não foram os que obtiveram os melhores resultados.

Observamos que os estudantes de maior sucesso são os que pensam na Matemática como uma ciência que é um todo, ou seja, percebem que os novos conceitos estão relacionados com os que já possuem (na Matemática o novo coabita com o velho). As melhores pontuações foram obtidas por estes estudantes, exceto no caso do Brasil e de Singapura.

Tabela 3-59 – ST53 (i)

ST53 – Em cada grupo de três afirmações, escolhe a que melhor te descreve em relação ao estudo da Matemática.

País	Quando estudo para um teste de matemática, tento identificar as partes mais importantes da matéria.		Quando estudo para um teste de matemática, tento compreender novos conceitos matemáticos relacionando-os com coisas que já sei.		Quando estudo para um teste de matemática, memorizo o máximo que posso	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	52.28	534	23.72	543	21.39	506
Pt	42.33	494	27.68	521	25.62	455
Es	41.47	481	37.98	508	19.18	452
M	48.13	497	28.91	511	20.49	471
T	47.68	491	28.83	498	21.39	471
Br	41.96	404	23.54	405	28.60	375
Sin	46.83	579	30.36	581	22.30	555

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observe-se que a maior parte dos estudantes não segue essa estratégia. Mais de 40% dos estudantes, quando estuda para um teste de Matemática, tenta identificar as partes mais importantes da matéria, uma estratégia de curto prazo dirigida definitivamente para um objetivo preciso. Uma parte significativa dos estudantes, mais de 20%, recorre a estratégias de memorização e obtém resultados substancialmente piores do que os outros estudantes.

Relativamente aos estudantes portugueses, os que disseram tentar compreender os conceitos, relacionando-os com outros que já conheciam, apenas 27.68%, obtiveram uma pontuação de 521 pontos, muito acima dos que optam por outra estratégia para aprender Matemática. A maioria dos estudantes portugueses, 42.33%, segue a tendência internacional de tentar identificar as partes mais importantes da matéria, enquanto 25.62% recorre a estratégias de memorização. Tal como Holanda e Espanha, os estudantes portugueses escolhem as estratégias de menor sucesso quando estudam para os testes de Matemática. Um problema a considerar seriamente.

Observamos que os estudantes de maior sucesso são os que investem na compreensão. As melhores pontuações foram obtidas por estes estudantes, em todos os países.

No entanto, uma grande parte dos estudantes não segue essa estratégia. Entre 25% e 33% dos estudantes recorre mais uma vez à memória, tentando lembrar-se do que já estudou antes, uma estratégia fácil (e frágil) para tentar resolver um problema de curto prazo. Estes estudantes obtêm resultados 20 a 30 pontos inferiores aos dos melhores estudantes, exceto no caso de Holanda e Brasil.

Tabela 3-60 – ST53 (ii)

ST53 – Em cada grupo de três afirmações, escolhe a que melhor te descreve em relação ao estudo da Matemática.

País	Quando estudo matemática, tento identificar os conceitos que ainda não compreendi devidamente.		Quando estudo matemática, penso em novas maneiras de obter uma resposta.		Quando estudo matemática, verifico se me lembro do que já estudei antes.	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	52.87	535	12.33	503	32.15	532
Pt	48.83	506	15.97	476	30.90	475
Es	44.13	494	20.66	483	33.64	477
M	54.61	504	14.41	484	28.47	490
T	57.04	496	15.12	472	25.71	484
Br	42.97	398	19.92	392	31.86	393
Sin	64.20	583	10.52	552	24.81	560

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente aos estudantes portugueses, a maioria dos estudantes disseram tentar identificar os conceitos que ainda não compreendiam devidamente, 48.83%, que obtiveram uma pontuação de 506 pontos, 30 pontos acima dos que optaram pelas outras estratégias para aprender Matemática. Em particular, a estratégia de memorização aparece mais uma vez como pouco eficaz, embora não com números tão altos como no estudo para os testes.

Na Tabela 3-61 aparecem mais três estratégias de estudo dos estudantes. A estratégia que os estudantes de todos os países preferem é a de identificar exatamente o que precisam de aprender quando começam a estudar Matemática.

Tabela 3-61 – ST53 (iii)

ST53 – Em cada grupo de três afirmações, escolhe a que melhor te descreve em relação ao estudo da Matemática.

País	Quando estudo matemática, tento relacionar a matéria com coisas que aprendi noutras disciplinas.		Quando estudo matemática, começo por identificar exatamente o que preciso de aprender.		Quando estudo matemática, resolvo tantas vezes certos problemas que penso que até de olhos fechados conseguiria resolvê-los.	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	23.58	527	43.93	529	29.74	535
Pt	14.33	488	59.57	487	21.59	503
Es	18.70	493	50.62	483	28.82	487
M	18.84	494	57.32	497	21.05	500
T	20.30	475	57.83	492	19.45	493
Br	25.32	394	61.42	398	8.02	382
Sin	18.37	556	62.43	573	18.68	595

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A resposta à questão sobre qual das três estratégias é mais eficaz é complicada. Nesta questão, só há grande diferenças de desempenho em Singapura. Em todos os outros países, as diferenças nem são muito grandes nem vão todas no mesmo sentido. Podemos considerar que todas as estratégias vão no sentido de algum tipo de compreensão e, por isso, a diferença reduzida não é surpreendente.

Os estudantes portugueses que resolvem tantas vezes certos problemas que pensam que até de olhos fechados os conseguiriam resolver, 21.59%, obtiveram mais de 500 pontos, mas os seus colegas que escolheram outras estratégias não ficaram abaixo desta pontuação mais do que 16 pontos.

Na Tabela 3-62, os dados mostram que os estudantes, que procuraram mais informação de modo a tornar mais claros os problemas que lhes são colocados, foram os que obtiveram melhor pontuação.

Podemos observar que a maior parte dos estudantes tem necessidade de rever os problemas muitas vezes e prefere essa estratégia a tentar ver como se pode usar na vida diária ou procurar mais informação sobre o problema. Contudo, os resultados variam muito conforme os países. Enquanto, na Holanda e no Brasil, os estudantes com melhores resultados são os da estratégia maioritária, nos outros três países, os melhores resultados são dos estudantes que, quando não conseguem compreender alguma coisa em Matemática, procuram sempre mais informação para tornar o problema mais claro.

Tabela 3-62 – ST53 (iv)

ST53 – Em cada grupo de três afirmações, escolhe a que melhor te descreve em relação ao estudo da Matemática.						
País	Para não me esquecer da forma de resolver um problema de matemática, revejo os exemplos muitas vezes.		Penso em como pode ser usada no dia a dia a matemática que aprendi.		Quando não consigo compreender alguma coisa em matemática, procuro sempre mais informação para tornar o problema mais claro.	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	58.16	539	14.17	502	24.85	524
Pt	45.53	488	19.50	473	30.80	507
Es	60.32	486	16.24	478	21.62	492
M	51.44	494	17.70	485	27.95	508
T	53.73	487	16.18	472	27.53	504
Br	50.81	403	17.17	379	26.62	392
Sin	60.84	569	10.24	550	28.51	594

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

No caso de Portugal, uma percentagem significativa de estudantes, mais de 30%, a maior percentagem de todos os países estudados, escolhe a estratégia de, quando não consegue compreender alguma coisa em Matemática, procura sempre mais informação para tornar o problema mais claro. Esses estudantes obtêm mais 20 ou 30 pontos que os outros.

Mais uma vez, existe uma discrepância entre a estratégia maioritária entre os estudantes e a estratégia que leva os estudantes a obter melhores resultados, o que acontece em três das quatro tabelas analisadas. Isto poderá significar que a maioria dos estudantes não escolhe a melhor estratégia para o seu estudo de Matemática, seja em contexto de testes de avaliação, seja num contexto mais geral de resolução de problemas de Matemática.

Observámos que os estudantes que estão mais desejosos de ter aulas de Matemática foram os que obtiveram melhor desempenho no PISA 2012. O mesmo aconteceu com os estudantes que se interessam pelos assuntos que aprendem em Matemática. Estes também têm a visão de que a Matemática vai ser importante na profissão que irão ter no futuro e de que a Matemática pode alargar o leque das hipóteses de trabalho mais tarde. É de salientar que os estudantes que tinham a noção de que, em Matemática, vão aprender “coisas” que os irão ajudar, quer a encontrar trabalho, quer a ter sucesso académico, foram os estudantes que a consideram uma disciplina importante e obtiveram os melhores resultados. Portanto, dos dados, ressaltou a convicção, por parte dos estudantes, de que não só a Matemática é importante, como também o seu empenho é importante, dado que foram estes estudantes os que tiveram melhor desempenho. Importa salientar que, nos dados, os bons estudantes estão satisfeitos com o seu professor e que se quiserem podem ter bons resultados; são precisamente estes estudantes os que obtiveram melhores resultados no PISA.

Os dados mostram que fazer os trabalhos de casa a tempo é um fator diferenciador dos resultados dos estudantes, assim como estudar até compreender a matéria pois são atitudes que estão associadas a bons desempenhos. O mesmo acontece com os estudantes que responderam estar atentos nas aulas. Os dados salientam como estratégia para tirar bons resultados a atitude de ajudar os colegas, mas não podemos associar, em geral, o estudo para os testes de Matemática à obtenção de bons resultados.

Relativamente à relação que os estudantes tinham com a Matemática ressalta negativamente que apelar à memorização não é uma boa estratégia para aprender Matemática. Os melhores resultados foram obtidos pelos estudantes que consideram a Matemática como um todo e relacionam vários assuntos para, desse modo, ficarem com

conhecimentos mais sólidos a Matemática e que investem na efetiva compreensão dos conceitos, procurando, por vezes, mais informação para ficarem a dominar convenientemente os conceitos matemáticos.

Pelo exposto, vemos que os estudantes que têm mais confiança neles próprios, que se dedicam aos estudos e a aprender Matemática foram os que tiveram melhores resultados. Já sabemos da literatura de investigação educacional que os estudantes que não são ansiosos e que confiam neles próprios conseguem apropriar-se mais facilmente da Matemática e, conseqüentemente, obter melhores resultados (J. J. French et al., 2015; Özcan, 2015; Thien & Ong, 2015; Tröhler, 2011), pelo que os nossos resultados reforçam o que já era conhecido.

Analizamos, seguidamente, o que nos dizem os dados relativamente ao modo como os estudantes se sentem capazes de “fazer” Matemática.

3.4.2 Oportunidades de aprender Matemática (i)

Examinemos, então, o subfator *oportunidades de aprender Matemática*, através de questões em que o estudante se posiciona sobre como se sente capaz de resolver certos tipos de problemas. Iremos observar se os estudantes entendem que os problemas, a que são expostos pelos seus professores de Matemática, os capacitam para a resolução de problemas do dia a dia, isto é, até que ponto os estudantes sentem que os conceitos são por eles apropriados, ao ponto de poderem resolver problemas/situações do quotidiano. Importa esclarecer que, aos estudantes, nestes questionários, não foi solicitado que resolvessem os problemas, só se pretendia saber se pensavam que conseguiriam resolver os problemas.

Neste subfator, a ênfase é dada à aplicação da Matemática ao dia a dia dos estudantes, isto é, pretende-se averiguar até que ponto um estudante é capaz de usar a Matemática em situações concretas da vida real, como, por exemplo, calcular quanto tempo demora uma viagem, dispondo de um mapa ou de um horário de um qualquer meio de transporte, ou qual a informação a retirar de um gráfico que surge numa notícia. Interessamo-nos, também, em saber se os estudantes estão familiarizados com exercícios e problemas de Matemática, usuais em exames e provas internacionais.

Na questão ST37, os estudantes foram questionados se se *sentiam capazes de realizar tarefas de Matemática*. Encontramos os resultados relativos à primeira dessas tarefas na Tabela 3-63, referentes à capacidade de os estudantes serem capazes de calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades.

Tabela 3-63 – ST37: 1

ST37: 1 – Calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	20.90	574	50.15	533	22.62	490	4.40	460
Pt	42.96	542	44.84	459	9.24	398	1.37	380
Es	30.09	526	47.26	478	17.90	454	3.72	423
M	38.42	536	42.04	484	15.20	446	3.14	419
T	32.86	533	44.71	479	17.71	446	3.60	418
Br	18.73	420	44.89	400	28.09	374	4.90	357
Sin	33.33	626	45.90	558	18.30	520	2.03	503

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A grande maioria dos estudantes (entre 63% no caso do Brasil e 87% no caso de Portugal) sente-se capaz ou muito capaz de efetuar a tarefa proposta. Destes estudantes, os que obtêm as melhores pontuações no PISA 2012 são, em todos os países, os que se sentem muito capazes; é de assinalar que a diferença entre os que respondem “muito capaz” e “capaz” é superior a 40 pontos (exceto no Brasil onde é apenas de 20 pontos), o que nos leva a pensar que a confiança que muitos estudantes têm na sua capacidade de resolução deste problema será inferior ao desempenho efetivo neste tipo de problemas.

O Brasil e a Holanda distinguem-se pela negativa pois são os países onde menos estudantes, 18.73% e 20.90% respetivamente, se sentem muito capazes de resolver a tarefa. No caso do Brasil ainda sobressai o nível alto de estudantes, 28.09%, que se sentem pouco capazes de calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades.

Relativamente aos estudantes portugueses os dados mostram que 42.96% sentem-se muito capazes para calcular a duração da viagem entre duas localidades, a partir do horário dos comboios. Estes obtiveram a melhor pontuação de todos os estudantes portugueses, 542 pontos. Esta percentagem de estudantes portugueses é a maior de todos os países em estudo, sendo também menor em Portugal a percentagem de estudantes que se sente pouco ou nada capaz. Este aspeto parece indiciar uma maior familiaridade dos estudantes portugueses com problemas de horários de comboios ou outros meios de transporte.

Na Tabela 3-64, encontramos dados relativos à capacidade dos estudantes no que diz respeito ao cálculo de percentagens.

Tabela 3-64 – ST37: 2

ST37: 2 – Calcular quanto baixaria o preço de uma televisão, após um desconto de 30%.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	45.33	565	38.73	513	10.84	458	3.37	433
Pt	44.68	544	40.81	454	11.89	407	1.03	392
Es	46.14	523	38.96	462	11.89	437	2.07	397
M	41.96	541	36.88	478	16.43	444	3.56	416
T	37.59	536	38.60	470	18.49	447	4.23	425
Br	23.74	428	42.18	392	25.36	375	5.24	360
Sin	63.87	604	30.27	529	5.07	461	.55	

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

À pergunta se os estudantes saberiam calcular quanto baixaria o preço de um bem, após um desconto de 30%, verificámos que a grande maioria dos estudantes se sente capaz ou muito capaz. No Brasil, há a maior percentagem de estudantes que se sente pouco ou nada capaz e a menor percentagem dos que se sentem muito capazes, o que evidencia uma debilidade do ensino da Matemática nesse país. Os melhores resultados, neste caso, foram obtidos pelos estudantes que se declararam sentir muito capazes para calcular quanto baixaria o preço de uma televisão, após um desconto de 30%.

Os estudantes portugueses, na sua maioria, declararam que se sentiam muito capazes, atingindo 44.68%. Apenas um valor residual não se sentia nada capaz.

Estes resultados revelam que, nas aulas de Matemática, com exceção do Brasil, é frequente trabalhar problemas de percentagens, o que vai ao encontro das normas quer nacionais quer internacionais preconizadas para o ensino e aprendizagem da Matemática (Associação de Professores de Matemática, 2009; Schoenfeld, 2007; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

Quando questionados sobre quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento, Tabela 3-65, observamos que mais de 70% dos estudantes portugueses se sentiam capazes, ou muito capazes, de resolver uma tarefa como esta.

Tal como na anterior tarefa, uma grande maioria dos estudantes, exceto no Brasil, consegue calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento. Em Singapura e Portugal, tal valor ultrapassa 70%.

Tabela 3-65 – ST37: 3

ST37: 3 – Calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	29.89	575	38.94	526	23.90	491	5.58	463
Pt	32.26	559	41.11	470	22.63	429	2.27	400
Es	29.80	533	38.64	481	25.46	453	4.92	425
M	31.59	550	35.62	491	25.71	456	5.76	426
T	29.95	540	37.34	480	25.75	456	5.71	428
Br	12.97	422	29.56	398	40.24	390	13.04	377
Sin	43.64	622	35.89	557	18.06	497	2.11	465

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses que se sentiam muito capazes, 32.26%, obtiveram uma pontuação de 559 pontos, mais de 80 pontos acima dos estudantes que se disseram capazes de resolver estas tarefas, 41.11%, que se ficaram pelos 470 pontos. Ainda há um valor razoável de estudantes portugueses que não se sentem capazes ou pouco capazes, quase 25%, de calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento. Este valor está alinhado com os valores internacionais, um pouco piores que Singapura e um pouco melhores do que o Brasil.

Uma vez mais, encontramos os estudantes de Singapura em evidência. Os programas curriculares deste país serão certamente um dos responsáveis por estes resultados no PISA 2012. Salienta-se que o programa curricular de Singapura assenta no desenvolvimento de competências e na resolução de problemas, em particular os problemas ligados ao dia a dia (Ministry of Education, 2006b, 2006a).

Quando questionados sobre a capacidade para calcular, num mapa de escala 1:10000, a distância real entre dois lugares, Tabela 3-66, observamos que, uma vez mais, os estudantes portugueses que se sentiam muito capazes, 28.37%, obtiveram uma pontuação de 545 pontos, bastante mais do que os seus colegas que se sentem capazes, 42.73%, que obtiveram uma pontuação de 484 pontos. Mais de 25% dos estudantes portugueses sente-se pouco ou nada capazes e obtém resultados ainda mais baixos.

Na generalidade dos países em estudo, as melhores pontuações foram obtidas pelos estudantes que se declararam muito capazes de calcular, num mapa de escala 1:10000, a distância real entre dois lugares. Mas a maioria dos estudantes não se sente tão confiante, exceto em Singapura. Na Holanda, em Portugal e em Espanha, a maioria dos estudantes

sente-se capaz de levar a cabo tal tarefa; no Brasil, mais de metade não se sente capaz ou só pouco capaz.

Tabela 3-66 – ST37: 6

ST37: 6 – Calcular, num mapa de escala 1:10000, a distância real entre dois lugares.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	20.14	563	38.45	535	31.69	514	7.93	470
Pt	28.37	545	42.73	484	24.11	442	3.11	394
Es	26.78	525	33.42	489	30.88	464	7.74	428
M	22.87	545	32.22	504	33.79	473	9.73	442
T	21.25	541	31.19	495	35.98	466	10.28	443
Br	13.44	420	26.18	399	41.34	391	14.69	378
Sin	50.51	609	30.49	564	14.75	497	3.96	466

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Destacamos, relativamente a esta tarefa, a pontuação obtida por mais de metade dos estudantes de Singapura. Esta é a maior percentagem de todos os países em estudo e superior em muito às médias da OCDE e às médias de todos os países do PISA 2012. Mais uma vez, isto é claramente um reflexo dos seus programas de Matemática (Baumann & Winzar, 2014).

Vejamos a Tabela 3-67 onde os estudantes foram questionados se se sentiam capazes de calcular o consumo da gasolina de um carro.

Em todos os países-alvo deste estudo as melhores pontuações são obtidas pelos estudantes que se declaram muito capazes de calcular o consumo de gasolina de um carro. Há, contudo, uma percentagem significativa de estudantes que se sente pouco ou nada capaz, mesmo em Singapura.

Tabela 3-67 – ST37: 8

ST37: 8 – Calcular o consumo de gasolina de um carro.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	16.27	560	42.10	537	31.91	514	8.02	477
Pt	25.51	540	49.35	484	21.23	446	2.29	405
Es	21.97	516	39.55	489	30.86	471	6.14	438
M	19.94	535	35.27	505	34.00	480	9.47	448
T	21.26	519	36.10	488	32.48	480	8.98	452
Br	16.95	408	35.30	400	32.96	391	10.95	370
Sin	33.70	622	39.47	570	22.29	524	4.27	462

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

As percentagens de Portugal são muito próximas das de Singapura, ficando algo acima dos restantes países. O Brasil tem mais uma vez as piores percentagens, sendo mesmo o país onde mais estudantes se sentem pouco ou nada capazes.

Os melhores resultados são obtidos pelos estudantes de Holanda e Singapura. Os resultados de Portugal, para os estudantes que se sentem muito capazes, não são muito diferentes dos desses países, mas para os restantes estudantes são bastante mais baixos. Portugal tem melhores resultados do que Espanha, 540 contra 516 pontos, para os estudantes que se declaram muito capazes de calcular o consumo de gasolina de um carro, mas tem piores resultados em todas as outras categorias (484 contra 489, 446 contra 471, 405 contra 438, respetivamente). O Brasil tem de longe os piores resultados em todas as categorias ficando mesmo muito abaixo da média Total.

Passando para a Tabela 3-68, esta relata os resultados quando os estudantes foram questionados se eram capazes de compreender gráficos apresentados em jornais.

Tabela 3-68 – ST37: 4

ST37: 4 – Compreender gráficos apresentados em jornais.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	29.65	549	51.59	530	14.16	494	2.94	452
Pt	41.78	533	47.59	467	7.96	399	.88	362
Es	35.46	521	43.00	480	16.79	446	3.53	403
M	36.42	535	41.95	489	16.39	448	3.78	411
T	35.81	525	42.63	479	16.32	452	3.81	415
Br	23.37	423	39.19	399	25.61	374	7.46	360
Sin	34.73	618	42.79	568	19.54	515	2.46	490

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Em todos os países em estudo, as melhores pontuações são, mais uma vez, obtidas pelos estudantes que se declararam muito capazes de compreender gráficos apresentados em jornais. Há, contudo, uma percentagem significativa de estudantes que se sente pouco ou nada capaz, exceto em Portugal. Os valores de Portugal merecem uma menção especial pois é o país onde mais estudantes se sentem muito capazes, de todos os países em estudo, atingindo 41.78%. É também o país onde menos estudantes se consideram pouco ou nada capazes, não chegando a 9%. Mais uma vez o Brasil distingue-se pela negativa pois é o país onde mais estudantes se consideram pouco ou nada capazes, ultrapassando 22%.

Nos dados apresentados nas tabelas anteriores, da Tabela 3-63 à Tabela 3-68, observamos uma tendência um pouco variável. Primeiro, observamos que os estudantes singapurenses se destacam na resolução de problemas da vida real. Frequentemente, os estudantes portugueses destacam-se no conjunto dos países, aproximando-se muito de Singapura, outras vezes, ficam abaixo de Holanda ou Espanha. Os estudantes holandeses e espanhóis obtêm resultados um pouco variáveis, estando na média da OCDE, ou mesmo acima, regra geral sentiam-se capazes de resolver tarefas como as apresentadas, embora uma parte significativa de estudantes revele dificuldades.

Os estudantes brasileiros são os que revelam mais dificuldades, pois verificamos que a pontuação obtida mostra que manifestavam bastantes lacunas na resolução de um problema simples da vida real. Na análise curricular do capítulo 2, não observámos grandes diferenças nos cinco países quanto às orientações sobre a resolução de problemas, pelo que devem existir outras razões que explicam estas dificuldades, por exemplo ao nível da formação e qualidade dos professores.

Do observado, somos levados a considerar que estes tipos de problemas devem continuar a ser trabalhados nas escolas portuguesas, registando Portugal um certo sucesso. Mas convém que os estudantes ganhem cada vez mais à-vontade na sua resolução e isso só acontecerá provavelmente se a resolução de problemas se tornar mais central no programa.

Vejamos o que nos dizem os dados quanto à resolução de duas equações de diferentes graus de dificuldade, uma elementar e outra um pouco mais complexa, com parêntesis, podendo ser resolvida de diversas formas.

Na Tabela 3-69, os dados mostram que mais de metade dos estudantes portugueses que realizaram o PISA 2012, mais concretamente 55.84%, diziam-se muito capazes de resolver equações do tipo $3x + 5 = 17$. Estes obtiveram uma pontuação de 531 pontos, pontuação que ficou acima da média da OCDE, para esta mesma questão. Excetuando os estudantes brasileiros, verificamos que, dos países-alvo do presente estudo, mais de metade sentiam-se muito capazes de resolver aquele tipo de equações. De notar que, relativamente aos estudantes de Singapura, estes eram cerca de três quartos.

Tabela 3-69 – ST37: 5

ST37: 5 – Resolver uma equação do tipo $3x + 5 = 17$.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	37.67	570	38.30	520	16.94	480	5.30	456
Pt	55.84	531	29.62	447	10.44	405	2.39	381
Es	66.21	510	23.90	451	6.12	408	2.63	386
M	56.62	520	27.46	452	10.91	420	3.69	394
T	58.83	530	27.11	465	9.62	428	3.19	406
Br	38.63	521	34.58	455	17.54	417	5.14	400
Sin	74.07	597	18.99	521	4.89	451	1.74	435

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Mais uma vez, os estudantes que se sentiram muito capazes foram os que obtiveram os melhores resultados; estes são mais de 50% exceto na Holanda e no Brasil. Nestes países, também encontramos a maior percentagem de estudantes que se sentem pouco ou nada capazes, mais de 20%. Esta é obviamente uma percentagem preocupante pois a equação é muito elementar e os estudantes encontram-se entre o 9.º e o 10.º anos, na sua maioria.

Quanto à equação $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$, observamos, na Tabela 3-70, que 40.07% dos estudantes portugueses disseram-se muito capazes de a resolver, tendo obtido uma pontuação de 534 pontos. Já os que disseram ser capazes de a resolver, 36.16%, obtiveram 477 pontos. Os restantes estudantes portugueses, 22.09%, obtiveram uma pontuação igual ou inferior a 430 pontos.

Tabela 3-70 – ST37: 7

ST37: 7 – Resolver uma equação do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.								
País	Muito capaz		Capaz		Pouco capaz		Nada capaz	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	24.27	572	35.40	534	28.34	502	10.09	478
Pt	40.07	534	36.16	477	16.83	430	5.26	409
Es	51.78	511	31.39	473	11.74	440	4.04	399
M	39.20	533	32.92	491	19.58	457	6.97	428
T	41.95	525	33.16	478	17.59	447	6.06	422
Br	25.95	423	33.33	396	26.40	378	10.29	366
Sin	62.87	605	23.71	535	9.76	491	3.31	475

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Observamos que, na resolução deste tipo de equações, os estudantes de Singapura são os que se sentem mais capazes do que os seus colegas de outros países. Mais uma vez os

estudantes que se sentiram muito capazes são os que obtêm os melhores resultados em todos os países.

Holanda e Brasil distinguem-se negativamente por terem as menores percentagens de estudantes que se sentem muito capazes e terem as maiores percentagens, superiores a 36%, de estudantes que se sentem pouco ou nada capazes.

Salienta-se que metade dos estudantes espanhóis também se disseram muito capazes de resolver esta equação, 51.78%, tendo obtido uma pontuação de 511 pontos. Observamos, ainda, que os estudantes holandeses foram os que apresentaram pontuações mais homogéneas dentro das quatro hipóteses apresentadas, estando, em três delas, acima dos 500 pontos.

Quando analisamos se o estudante se sente capaz de resolver problemas matemáticos (neste questionário não foi solicitado aos estudantes que resolvessem os problemas apresentados), ressaltou que os estudantes portugueses estão familiarizados com problemas que envolvam horários de transportes, de descontos em vendas, de pavimentações, de cálculos usando escalas, de calcular consumos de automóveis e de compreender gráficos apresentados em jornais. Algo de idêntico se passa com os restantes países, com algum destaque para Singapura. Estes dados reforçam a ideia de que os programas de Singapura, ao apresentarem como central a resolução de problemas, com ênfase nos problemas do dia a dia, contribuem para que os seus estudantes desenvolvam muito mais as competências que os capacitam para a resolução de problemas do quotidiano como os que fazem parte do PISA 2012. Este facto é claramente um fator diferenciador dos estudantes na hora de se observar os seus resultados em estudos internacionais. Os dados revelaram que, por exemplo, a leitura de gráficos apresentados em jornais está associada ao desenvolvimento de competências matemáticas importantes nos estudantes.

Analisemos agora as oportunidades que os estudantes tiveram de aprender Matemática dentro da sala de aula. Os dados que apresentaremos de seguida indicam-nos se os estudantes foram testados relativamente a várias situações do dia a dia em sala de aula, quer em testes, quer em fichas de trabalho ou mesmo em avaliações externas.

3.4.3 Oportunidades de aprender Matemática (ii)

Atentemos nos resultados relativos, novamente ao subfator *oportunidades de aprender Matemática*, mas agora relativamente à aplicação da Matemática a tarefas do dia a dia, na

sala de aula. Isto é, pretende-se averiguar se algumas tarefas, consideradas essenciais, acabadas de ser discutidas no parágrafo anterior, foram trabalhadas nas salas de aula de todos os países-alvo do presente estudo, dado estarem presentes nos normativos oficiais de todos os países (DEB, 2001; INEE, 2014; Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Ministry of Education, 2006b, 2006a; OECD, 2014a; Santos et al., 2009; Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999; Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005).

A Tabela 3-71 dá-nos a frequência com que, em sala de aula, é trabalhada a situação, da vida real, de *usar um horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades*.

Tabela 3-71 – ST61: 1

ST61: 1 – Usar um horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	6.73	486	32.28	517	28.98	550	30.44	532
Pt	7.14	475	24.91	473	30.57	512	34.58	486
Es	17.46	469	48.70	485	23.85	502	8.37	484
M	16.89	488	39.41	494	26.00	508	16.18	483
T	15.46	487	40.09	486	26.09	502	16.87	475
Br	24.43	395	39.85	395	17.24	405	13.57	379
Sin	12.36	573	47.03	560	29.95	594	10.16	580

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Verificamos que Portugal é o país onde é menos frequente dar tarefas como esta aos estudantes na sala de aula. Reparamos que a maior parte dos estudantes, 34.58%, disseram nunca o ter realizado. Mais de 65% raramente ou nunca o fizeram.

Observamos que os estudantes que dizem usar raramente um horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades são, em todos os países, os estudantes com melhores resultados no PISA 2012. A grande maioria de estudantes em todos os países trabalharam na sala de aula às vezes ou raramente a tarefa dos horários de comboios.

Holanda e Portugal têm resultados diferentes dos outros países, sendo os estudantes que menos trabalham essa tarefa em sala de aula; mais de 30% nunca a trabalha. No outro extremo está o Brasil como o país que mais trabalha essa tarefa em sala de aula, com quase 25% dos estudantes a trabalhá-la. Espanha e Singapura são os países onde estas tarefas são

mais trabalhadas, sendo que são os países onde menos estudantes nunca as trabalham na sala de aula.

Quanto à *aplicação de impostos ao preço base de um computador*, Tabela 3-72, verificamos que os resultados e a frequência com que estes cálculos ocorrem em sala de aula não é igual.

Tabela 3-72 – ST61: 2

ST61: 2 – Calcular o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	29.00	531	45.39	534	14.57	534	9.42	496
Pt	9.74	488	28.48	483	30.38	503	28.70	485
Es	20.35	478	46.69	490	22.98	492	8.34	466
M	17.94	503	37.24	500	24.99	497	18.25	477
T	17.35	500	37.64	492	25.67	489	17.73	469
Br	18.72	397	38.54	398	22.56	403	14.95	375
Sin	20.37	579	50.77	577	20.49	571	7.91	549

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Portugal diferencia-se dos outros países pois verifica-se que 28.70% dos estudantes portugueses referiram que nunca fizeram este tipo de tarefas, o maior valor de todos os países. Os estudantes que obtiveram melhor pontuação foram os que raramente realizaram na sala de aula a tarefa de calcular o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos, um valor semelhante de 30.38%, que obtiveram uma pontuação de 503, dezoito pontos acima dos anteriores. Já os seus colegas que disseram realizá-las frequentemente, apenas 9.74%, obtiveram uma pontuação de 488 pontos, ligeiramente superior à dos primeiros.

Os estudantes espanhóis e de Singapura, na sua maioria, trabalham essa tarefa às vezes na sala de aula, 46.69% e 50.77% respetivamente, e são exatamente esses os estudantes com melhores resultados. Os estudantes holandeses são os que mais trabalham estas tarefas em sala de aula, 29% frequentemente e 45.39% às vezes. Os estudantes holandeses que trabalham esta tarefa obtêm resultados semelhantes entre eles.

É claro que os estudantes portugueses são os que menos trabalham em sala de aula tarefas com cálculos do aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos. E essa falta prejudica claramente os resultados dos estudantes portugueses, com

os poucos que trabalham pouco e às vezes essa tarefa a obter resultados inferiores à média da OCDE e mesmo aos estudantes espanhóis.

Passando aos resultados da Tabela 3-73 onde se observam as respostas dos estudantes a quem foi perguntado se tarefas como *calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento*, eram realizadas nas aulas de Matemática.

Tabela 3-73 – ST61: 3

ST61: 3 – Calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	36.07	532	44.75	539	11.32	520	6.36	466
Pt	9.78	512	33.21	493	26.59	496	27.45	474
Es	29.11	489	44.00	493	17.54	478	7.56	452
M	25.01	511	38.02	503	20.52	489	14.73	461
T	24.23	509	38.67	495	20.26	480	15.11	452
Br	16.40	392	26.67	399	22.33	402	28.59	390
Sin	14.86	582	42.60	576	29.81	579	12.28	545

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Verificámos que os estudantes portugueses que disseram que tarefas como esta lhes eram solicitadas frequentemente, 9.78%, obtiveram uma pontuação de 512 pontos, a melhor dos estudantes portugueses. As pontuações foram decrescendo até aos 474 pontos dos 27.45% de estudantes que disseram que nunca as realizaram.

Os estudantes de Singapura que obtiveram melhores resultados foram também aqueles que disseram que tarefas como esta lhes eram solicitadas frequentemente, 14.86%, embora, tal como em quase todos os outros países, a maioria dos estudantes, 42.60%, foram os que disseram que tarefas como esta lhes eram solicitadas às vezes.

Neste caso, a Holanda é onde há mais estudantes a realizar na sala de aula tarefas como calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento: mais de 80% dos estudantes trabalharam essa tarefa frequentemente ou às vezes. Trata-se provavelmente de uma influência da Matemática Realista.

Um investimento em tarefas realistas na sala de aula, como as que estamos a considerar, é defendida por alguns autores e documentos curriculares (A. P. Canavarro et al., 2019; DEB, 2001; DGIDC, 2007; Freudenthal, 2002; Rico & Lupiáñez, 2008) para que se desenvolvam competências matemáticas como as estudadas pelo PISA.

Na Tabela 3-74, são apresentados os resultados sobre a frequência com que, na sala de aula, são apresentadas tabelas científicas inseridas num artigo para interpretar.

Tabela 3-74 – ST61: 4

ST61: 4 – Compreender tabelas científicas apresentadas num artigo.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	21.77	527	45.30	535	20.72	535	10.63	501
Pt	16.50	521	39.52	495	23.18	482	17.60	463
Es	10.74	468	28.88	483	35.13	493	23.10	489
M	14.25	505	33.69	501	31.00	501	19.01	476
T	15.46	500	34.07	491	29.41	492	18.88	470
Br	25.10	411	33.96	396	19.95	393	14.80	373
Sin	14.66	591	42.55	576	30.35	572	11.39	554

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Em todos países, exceto em Espanha, a maioria dos estudantes trabalha, às vezes, na sala de aula, tarefas que envolvem compreender tabelas científicas apresentadas em artigos. Em Espanha, a maioria dos estudantes trabalha essa tarefa raramente ou nunca. Exceto em Espanha e Holanda, os melhores resultados no PISA 2012 são obtidos pelos estudantes que trabalham frequentemente essa tarefa.

Verificámos que 16.50% dos estudantes portugueses que realizaram o PISA 2012 responderam que esta tarefa lhes era dada frequentemente, tendo obtido 521 pontos, os que realizaram tarefas como a referida, às vezes, 39.52%, obtiveram uma pontuação de 495 pontos, os que referiram raramente, 23.28%, obtiveram 482 pontos e os que referiram que nunca, ficaram-se pelos 463 pontos. Verifica-se que os resultados são tanto piores quanto menos frequentemente é trabalhada a tarefa.

Tabela 3-75 – ST61: 5

ST61: 5 – Resolver uma equação do tipo $6x^2 + 5 = 29$.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	63.64	560	20.38	492	7.26	457	7.20	436
Pt	46.57	524	28.36	472	10.98	443	11.16	441
Es	72.76	498	17.91	463	4.67	435	2.89	421
M	60.55	518	23.32	474	8.25	448	6.17	433
T	63.10	512	22.55	458	7.19	436	5.41	424
Br	35.97	410	32.39	389	15.50	386	10.14	384
Sin	74.49	595	19.00	522	4.15	479	1.94	487

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Quando a questão colocada aos estudantes se prende com a resolução de uma equação do tipo $6x^2 + 5 = 29$, Tabela 3-75, verificamos que 46.57% dos estudantes portugueses é frequentemente solicitado a resolvê-las e a pontuação obtida foi de 524 pontos. Relativamente à apresentação e resolução deste tipo de equações em sala de aula, podemos afirmar que a tendência é a mesma nos cinco países-alvo do presente estudo.

Estes resultados não são surpreendentes pois as equações do segundo grau são objeto de estudo em todos os currículos destes países.

Quando se pediu aos estudantes para *calcular a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000*, Tabela 3-76, constatámos que esta tarefa em Portugal não era muito usual, pois só 8.87% dos estudantes referiram serem frequentemente solicitados a resolvê-las e estes tiveram 484 pontos, um pouco superior aos que só o faziam às vezes. Os estudantes portugueses que referiram que raramente as resolviam, 38.10%, obtiveram uma pontuação de 507 pontos, a melhor dos estudantes portugueses.

Quanto a este tipo de tarefas, existe, mais uma vez, uma diferença entre os estudantes portugueses e dos outros países. Em todos os países, exceto Portugal, a maioria dos estudantes trabalha às vezes na sala de aula tarefas para calcular a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000.

Tabela 3-76 – ST61: 6

ST61: 6 – Calcular a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	17.00	492	44.88	529	28.38	559	8.19	505
Pt	8.87	484	28.74	475	38.10	507	21.25	485
Es	18.19	466	37.69	488	32.10	499	10.15	472
M	16.85	492	35.70	499	31.87	505	13.80	466
T	16.54	494	34.32	491	31.94	497	15.28	462
Br	16.65	387	30.70	396	26.96	409	19.99	385
Sin	33.91	569	42.91	577	18.93	587	3.71	514

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Na resolução de equações do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$, Tabela 3-77, verificamos que 47.09% dos estudantes portugueses referiram que as resolviam frequentemente em sala de aula. Estes obtiveram uma pontuação de 527 pontos. Os estudantes portugueses que referiram que nunca resolveram equações como a referida,

12.19%, obtiveram uma pontuação de 441 pontos. Uma vez mais se verifica a mesma tendência entre os cinco países.

Tabela 3-77 – ST61: 7

ST61: 7 – Resolver uma equação do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	58.58	563	23.28	499	8.34	464	8.30	440
Pt	47.09	527	25.62	469	12.10	443	12.19	441
Es	71.20	498	19.35	463	4.76	439	2.90	436
M	59.82	518	23.40	476	8.67	449	6.38	435
T	61.52	511	23.07	462	7.84	437	5.81	428
Br	33.88	406	32.14	392	17.37	388	11.00	386
Sin	75.98	593	17.53	523	4.19	475	1.91	477

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Singapura sobressai novamente em relação aos restantes países uma vez que 75.98% referiram que resolviam frequentemente equações do tipo mencionado, de longe a maior percentagem de todos os países. Repare-se que este tipo de equações envolve transformações algébricas que exigem conhecimentos e capacidades algébricas.

Quando questionados se realizam tarefas em que lhes é solicitado que calculem o consumo semanal de energia de um aparelho eletrónico, Tabela 3-78, verificamos que os estudantes portugueses e singapurenses responderam de modo idêntico. Os que responderam frequentemente obtiveram as melhores pontuações nos dois países, enquanto os que responderam que nunca o fizeram, obtiveram as piores pontuações.

Tabela 3-78 – ST61: 8

ST61: 8 – Calcular o consumo semanal de energia de um aparelho eletrónico.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	12.71	524	43.62	534	29.77	537	12.38	501
Pt	13.27	527	31.44	491	29.84	488	22.47	472
Es	12.97	469	35.64	487	34.73	496	15.00	476
M	11.00	492	31.06	500	34.42	504	21.71	481
T	11.20	483	30.69	492	33.32	497	22.88	475
Br	15.16	389	31.21	395	24.99	408	23.16	388
Sin	20.53	591	44.88	577	25.49	570	8.68	528

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Na Tabela 3-79, encontramos os dados relativos à questão se, em sala de aula, os estudantes resolveram equações do tipo $3x + 5 = 17$.

Verificámos que os estudantes que obtiveram os melhores resultados foram os que declararam trabalhar frequentemente esse tipo de equação na sala de aula. Há uma percentagem menor de estudantes brasileiros que trabalha esse tema na sala de aula, sendo que mais estudantes trabalham apenas às vezes.

Quanto aos estudantes portugueses, 43.45% responderam que as resolviam frequentemente e obtiveram uma pontuação de 518 pontos, o melhor resultado. Os 10.84% de estudantes que disseram nunca as ter resolvido, ficaram-se pelos 438 pontos, o pior resultado.

Tabela 3-79 – ST61: 9

ST61: 9 – Resolver uma equação do tipo $3x + 5 = 17$.								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	60.26	560	24.65	499	6.69	465	6.90	438
Pt	43.45	518	30.65	483	12.27	459	10.84	438
Es	71.00	494	18.71	470	5.52	463	2.72	433
M	61.62	516	22.64	476	8.09	456	6.03	433
T	64.81	509	21.43	459	6.97	444	5.08	423
Br	34.52	406	32.54	391	16.35	390	10.96	386
Sin	73.51	587	19.57	541	4.61	539	1.91	488

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

No que diz respeito a esta questão, os estudantes de Portugal trabalham muito menos frequentemente do que em Singapura, 43.45% contra 73.51%. Portanto, encontramos aqui mais um fator diferenciador entre uns e outros, algo em que devemos refletir, e de ter sempre presente nos currículos de Matemática, e, consequentemente, nas aulas de Matemática (Associação de Professores de Matemática, 2009; A. P. Canavarro et al., 2019; Rico & Lupiáñez, 2008; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

Foi observado que, em Portugal, raramente se trabalha em sala de aula situações do dia a dia, quando se compara com os restantes países. O cálculo da duração de viagens a partir de um horário, o cálculo de impostos de venda de bens, a pavimentação de uma superfície com mosaicos, compreender tabelas numéricas, calcular distâncias a partir de escalas e calcular consumos de energia, são questões trabalhadas muito menos frequentemente em Portugal do que nos outros países. No entanto quando se trata da

resolução de questões que envolvem a álgebra podemos afirmar que têm sido frequentemente trabalhadas em Portugal, atendendo aos dados do PISA 2012.

Estudamos, de seguida, os dados relativos às questões que dizem respeito ao conhecimento de conceitos e termos matemáticos por parte dos estudantes e perceber se, de facto, foram expostos a certos tipos de problemas matemáticos do dia a dia, já estudados nos parágrafos anteriores.

3.4.4 Exposição a conceitos matemáticos

Analiseemos, então, os dados relativos ao conhecimento de alguns conceitos e termos matemáticos. Na Tabela 3-80, encontramos os dados relativos ao conhecimento da função exponencial.

Verificamos que, relativamente a este conceito, 46.03% dos estudantes portugueses disseram nunca ter ouvido falar, o maior valor de todos os países em estudo. Isto é explicado facilmente, pois sendo o PISA uma prova ministrada a estudantes de 15 anos de idade, o currículo português só prevê a introdução desta função no 12.º ano. Atendendo à discrepância que se verifica com outros países, interrogamo-nos se, em Portugal, a função exponencial não deve ser introduzida antes, pelo menos num contexto de resolução de problemas de Matemática da vida real (por exemplo, na interpretação de gráficos publicados em jornais).

Tabela 3-80 – ST62: 1

ST62: 1 – Função exponencial.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	39.75	477	10.99	533	16.12	548	16.19	574	15.07	598
Pt	46.03	473	16.90	496	16.88	502	10.19	512	7.03	530
Es	25.77	438	14.60	476	19.65	488	16.93	510	20.45	535
M	43.74	477	18.46	499	16.20	508	10.69	512	8.64	540
T	32.04	466	18.84	487	19.15	494	14.96	497	12.66	535
Br	34.00	363	12.84	381	16.70	404	19.06	428	10.40	454
Sin	32.46	495	8.47	522	11.32	567	19.80	617	27.39	655

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Analisando a Tabela 3-80, verificamos que os estudantes que disseram conhecer bem o conceito, em todos os países, foram os que tiveram as pontuações mais elevadas.

Novamente se destaca Singapura, em que 27.39% dos estudantes afirmou que conhece e compreende bem o conceito e 19.80% ouviu falar muitas vezes (com uma média elevada de pontuações, respetivamente, de 655 e de 617). Os resultados de Espanha não são muito diferentes dos de Singapura, o que pode decorrer de esses temas serem abordados mais cedo do que nos outros países; são abordados na Educação Secundária Obrigatória, que decorre, normalmente, entre os doze e os dezasseis anos (Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007).

Sendo um conceito relativo a funções reais de variável real que na maior parte dos Países é abordado em níveis de escolaridade avançados (ensino pré-universitário), se estudantes de 15 anos já o conhecem e compreendem, é porque está nos seus currículos e, são de facto, abordados nas aulas.

Na Tabela 3-81, encontramos os dados relativos ao conhecimento e compreensão do conceito de divisor. Os dados mostram que 54.84% dos estudantes portugueses conheciam e compreendiam bem este conceito, tendo obtido uma pontuação de 526 pontos. Os estudantes que conhecem e compreendem bem o conceito de divisor são os estudantes que obtêm melhores resultados no PISA 2012. Mas estes, exceto em Portugal e Espanha, não são a maioria dos estudantes, havendo ainda muitos estudantes que declararam que ouviram falar muitas vezes do conceito de divisor e cujos resultados estão logo a seguir aos primeiros.

Tabela 3-81 – ST62: 2

ST62: 2 – Divisor										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	24.13	482	12.65	504	15.94	533	20.77	539	24.54	580
Pt	2.21	392	4.69	394	10.89	435	25.03	463	54.84	526
Es	2.02	403	4.53	413	11.32	433	16.51	466	63.59	509
M	11.36	442	9.27	444	11.73	469	19.29	482	46.24	526
T	10.10	457	10.46	449	13.77	466	21.54	472	42.02	523
Br	6.50	345	13.13	349	14.93	376	28.07	399	30.84	434
Sin	29.93	508	11.85	535	12.75	571	16.95	602	27.61	647

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os resultados desta tabela são bastante interessantes pois provam a diferente arrumação dos temas matemáticos nos currículos dos países em estudo. Por um lado, em Portugal, Espanha e Brasil, há muitos mais estudantes que ouviram falar muitas vezes ou

declararam compreender bem o conceito (cerca de 70%). Por outro lado, na Holanda e em Singapura, há mais estudantes que ouviram falar no conceito de divisor uma ou duas vezes ou nenhuma (30 a 40%). Mesmo assim, os resultados destes países são superiores aos dos outros países e à média da OCDE e Total. Os resultados de Portugal, Espanha e Brasil não só são substancialmente diferentes dos de Holanda e Singapura como são mesmo inferiores à média da OCDE e Total (exceto no caso dos estudantes portugueses que declararam conhecer bem o conceito de divisor).

Significa isto que apenas estudar um conceito não garante por si só bons resultados. Os países, como Holanda e Singapura, onde a ênfase na resolução de problemas é maior, os estudantes parecem conseguir ultrapassar bem o facto de não estudarem um conceito.

Quando estudamos os dados relativos ao conhecimento da função quadrática, Tabela 3-82, observamos que os estudantes portugueses que disseram conhecer e compreender bem o conceito foram a maioria, 32.62%, e obtiveram uma pontuação de 556 pontos. Em contraste, os estudantes portugueses que disseram nunca ter ouvido falar no conceito ficaram perto da maioria, 26.72%, e obtiveram uma pontuação mais de 100 pontos inferior àquela.

Mais de 30% dos estudantes em todos os países declaram conhecer bem o conceito de função quadrática e foram estes estudantes que obtiveram os melhores resultados. Apenas no Brasil havia menos de metade de 30% dos estudantes que declararam conhecer bem o conceito de função quadrática, mas mais de 50% dos estudantes afirmaram que pouco ou nada ouviram falar do conceito de função quadrática (algumas vezes, uma ou duas vezes ou nenhuma vez).

Tabela 3-82 – ST62: 3

ST62: 3 – Função quadrática.

País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	11.98	436	8.05	471	14.16	496	26.92	543	37.01	576
Pt	26.72	441	10.74	446	12.01	453	15.37	496	32.62	556
Es	14.42	453	9.71	458	14.03	464	18.50	477	40.95	517
M	16.60	447	12.21	463	16.08	478	21.08	495	31.80	539
T	12.77	432	11.46	445	15.80	464	23.84	485	33.87	541
Br	26.23	372	17.02	380	19.89	395	17.06	413	12.47	451
Sin	6.07	470	6.59	480	10.54	504	20.44	541	55.69	622

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Mais uma vez, encontramos uma arrumação diferente dos temas matemáticos nos currículos dos países em estudo, espelhada nos resultados desta tabela, embora de forma diferente. No Brasil, o conceito era claramente o menos estudado. Em Portugal e Espanha, havia muitos estudantes que ouviram falar muitas vezes ou declararam compreender bem o conceito (47.99% e 59.45%, respetivamente). Na Holanda e em Singapura, havia uma grande maioria de estudantes que ouviram falar muitas vezes no conceito de função quadrática ou o dominavam bem (63.93% e 76.13%, respetivamente).

Quando pensamos no conceito de número próprio (fração própria), Tabela 3-83, verificamos que os estudantes portugueses que referiram nunca ter ouvido falar neste conceito, 16.48%, foram os que tiveram melhor pontuação no PISA 2012. Os que conhecem e compreendem o conceito, 27.33%, obtiveram uma pontuação de 499 pontos, não muito distantes dos 506 pontos obtidos pelos anteriores.

Na generalidade dos países, este conceito parece ser bem trabalhado, exceto em Espanha, onde 63.16% nunca ouviu falar no conceito de número próprio. Na Holanda, Brasil e Espanha, os melhores resultados foram obtidos pelos estudantes que declararam conhecer bem o conceito de número próprio. Não havia tanta disparidade de resultados como nos casos anteriores, talvez porque este seja um conceito menos ligado aos problemas de Matemática do dia a dia.

Tabela 3-83 – ST62: 4

ST62: 4 – Número próprio.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	19.70	537	12.54	513	18.71	530	22.17	521	24.36	540
Pt	16.48	506	14.35	494	18.61	482	20.16	471	27.33	499
Es	63.16	491	16.24	486	8.72	470	5.08	463	4.08	485
M	26.56	497	16.95	491	18.54	493	17.16	486	18.43	506
T	23.48	508	17.30	485	19.71	481	18.67	474	18.46	493
Br	11.67	386	16.57	378	23.53	397	22.86	397	18.09	418
Sin	12.61	536	10.27	534	17.36	557	21.26	563	37.78	612

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Quando se estuda o conhecimento que os estudantes tinham do que é uma equação linear, Tabela 3-84, os dados mostram que os estudantes que disseram compreender e conhecer bem o conceito, foram de longe os que obtiveram melhores pontuações.

Tabela 3-84 – ST62: 5

ST62: 5 – Equação linear.

País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	9.97	427	5.26	451	12.02	490	28.96	530	41.51	575
Pt	16.41	456	14.06	479	19.60	479	23.72	487	23.93	532
Es	11.97	418	9.05	437	15.23	465	20.62	490	40.79	524
M	12.48	434	9.32	448	12.91	468	22.14	488	40.92	532
T	7.44	431	7.77	431	11.97	449	24.14	471	46.38	528
Br	25.95	363	16.92	384	19.56	401	18.45	419	12.13	441
Sin	2.38	441	3.17	469	8.02	484	23.60	533	62.24	612

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Ressalta dos dados que, dos estudantes portugueses, só 23.93% e, dos brasileiros, só 12.13% é que referiram compreender e conhecer bem o conceito, o valor mais baixo dos cinco países em estudo (e das médias da OCDE e Total). Nos restantes países, a percentagem ficou acima de 40% dos estudantes. Só em Portugal e no Brasil é que uma parte significativa dos estudantes afirmou nunca ter ouvido falar do conceito de equação linear, o que é algo de surpreendente, atendendo a que a maioria dos estudantes estará entre o 9.º e o 10.º anos de escolaridade.

Quando passamos para os dados sobre o conhecimento do conceito de vetor, Tabela 3-85, observamos que 46.17% dos estudantes portugueses disseram conhecer e compreender bem o conceito. Estes obtiveram uma pontuação de 537 pontos, bastante acima dos seus colegas que nunca tinham ouvido falar neste conceito matemático ou que só tinham ouvido falar algumas vezes.

Tabela 3-85 – ST62: 6

ST62: 6 – Vetores.

País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	56.84	515	12.85	536	12.09	542	8.26	546	8.04	588
Pt	8.17	400	6.33	426	13.38	448	23.52	471	46.17	537
Es	30.56	436	10.69	471	12.64	488	15.95	508	27.80	535
M	34.06	459	14.82	481	14.55	497	14.58	506	19.81	545
T	27.90	460	16.71	485	17.35	493	16.85	492	18.83	530
Br	33.30	369	15.44	382	17.41	403	15.61	420	10.79	459
Sin	15.06	472	8.46	515	10.94	540	21.20	582	43.79	625

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses eram os que mais conheciam e compreendiam o conceito, 46.17%, seguindo-se os estudantes de Singapura com 43.79%. Mesmo assim os resultados ficaram inferiores aos da Holanda e de Singapura e à média da OCDE.

No caso da Holanda, apenas uma pequena percentagem de estudantes 8.04% conhecia bem e compreendia o conceito e apenas 8.26% ouviu falar dele muitas vezes. A percentagem de estudantes que nunca ouviram falar é alta, ou seja, de 56.84%. Estes estudantes não viram o seu resultado do PISA 2012 afetado pelo facto de ignorarem o que são vetores.

Há, por isso, uma diferença abissal entre Portugal e a Holanda, com os estudantes portugueses a mostrarem mais conhecimento e à-vontade com um conceito que os estudantes holandeses praticamente ignoram, mas que tem pouco ou nenhum efeito no desempenho global dos estudantes.

O conceito rigoroso de vetor e as operações com vetores requerem conhecimentos de álgebra e níveis de pensamento algébrico que os estudantes participantes do PISA não possuem. Contudo, aqueles que o encontraram provavelmente terá sido num contexto de aplicações dentro da disciplina de Física.

Tabela 3-86 – ST62: 7

ST62: 7 – Número complexo.

País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	55.11	517	18.66	541	14.54	553	6.28	540	3.76	548
Pt	21.95	490	16.92	496	22.65	487	21.27	477	14.46	506
Es	26.03	479	17.65	483	18.49	478	16.62	486	18.65	508
M	32.23	481	19.72	494	18.63	501	14.60	501	12.62	521
T	24.14	486	18.30	477	19.56	483	18.38	481	17.35	522
Br	23.11	389	22.37	385	21.43	397	16.58	405	9.01	426
Sin	19.26	514	14.70	554	22.68	578	22.20	594	20.51	618

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Quando consultamos a Tabela 3-86, com os dados referentes ao conhecimento dos números complexos, somos, de certo modo, surpreendidos, por um lado, pelas percentagens de estudantes portugueses que nunca ouviram falar, 21.95%, que consideramos baixa e, por outro lado, pela percentagem dos que disseram conhecer e compreender bem o conceito, 14.46%, que consideramos alta. Atendendo a que este conceito faz parte do programa do 12.º ano, onde não é suposto haver estudantes com 15 anos e no PISA 2012 participaram estudantes que frequentavam até ao 11.º Ano (Projavi et al., 2013), a referência que os

estudantes podem ter encontrado poderá ter sido no contexto da resolução das equações do 2.º grau.

A situação em Singapura é semelhante à de Portugal no que diz respeito ao conhecimento dos números complexos, com uma distribuição quase uniforme pelas cinco categorias em questão. No entanto, a diferença de desempenho é enorme em todas as categorias, o que nos leva a pensar que a abordagem feita nos dois países terá sido bastante diferente.

Mais uma vez os estudantes holandeses foram os que mais declararam nunca ter ouvido falar deste conceito, mais de 50%.

Quando observamos a Tabela 3-87, os dados dizem-nos que os estudantes que declararam conhecer bem o conceito de número racional foram, em todos os países, os que obtiveram os melhores resultados no PISA 2012.

A maioria dos estudantes portugueses, 47.10%, conhecem e compreendem bem o conceito de número racional. Estes obtiveram uma pontuação de 524 pontos. Verificámos que os estudantes portugueses obtiveram resultados idênticos aos seus colegas dos outros países, à exceção dos seus colegas holandeses.

Pelos resultados que obtiveram os estudantes holandeses somos levados, novamente, a constatar que o conceito de número racional aparece aos estudantes deste país mais tarde. Repare-se que, por um lado, 58.97% nunca ouviram falar e, por outro, só 3.63% é que conhecem bem este conceito.

Tabela 3-87 – ST62: 8

ST62: 8 – Número racional.

País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	58.97	516	17.22	549	12.54	552	5.18	549	3.63	567
Pt	2.36	404	5.20	425	12.40	453	30.71	470	47.10	524
Es	7.36	405	8.16	437	15.98	457	23.26	489	43.13	519
M	14.10	437	10.60	455	14.31	478	22.41	494	36.50	532
T	8.36	443	9.56	444	14.57	463	25.04	477	40.25	527
Br	4.68	348	12.15	358	17.38	383	30.42	398	29.12	426
Sin	8.71	468	8.58	505	16.18	536	25.70	576	40.12	626

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente ao conhecimento e compreensão do conceito de número racional sobressai, uma vez mais, a percentagem dos estudantes de Singapura que foi de 40.12% e que teve uma pontuação de 626 pontos, muito acima da pontuação dos restantes estudantes.

Na Tabela 3-88, encontramos os dados relativos ao conhecimento e compreensão do conceito de radical. Observamos, de modo recorrente, que os estudantes que declararam conhecer bem o conceito de radical são, em todos os países, os que obtêm os melhores resultados no PISA 2012.

Tabela 3-88 – ST62: 9

ST62: 9 – Radicais.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	1.87	412	3.39	413	5.61	455	20.05	496	66.23	556
Pt	11.05	439	9.94	446	15.64	465	26.87	484	33.80	537
Es	10.46	414	8.43	440	13.74	462	22.33	488	42.52	521
M	14.72	442	10.47	449	11.85	466	17.43	480	43.19	524
T	13.41	466	10.99	460	14.11	469	21.03	472	37.93	523
Br	6.31	348	12.05	358	17.35	388	30.06	402	26.89	423
Sin	31.07	540	18.79	572	21.91	587	17.26	594	10.36	618

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Verificámos que os estudantes portugueses que disseram nunca ter ouvido falar foram 11.05%, tendo obtido uma pontuação de 439 pontos. Já os que conheciam e compreendiam bem o conceito, 33.80%, obtiveram uma pontuação de 556 pontos. Este facto está alinhado com os dados relativos aos outros países que estamos a estudar.

Desta tabela sobressai, por um lado, a quantidade elevada de estudantes de Singapura que disseram nunca ter ouvido falar neste conceito, 31.07%, cuja pontuação foi de 540 pontos, mesmo assim muito elevada, certamente melhor do que o melhor grupo de estudantes portugueses. Por outro lado, ressalta que a percentagem de estudantes singapurenses, que conheciam e compreendiam bem o conceito, é apenas de 10.36%.

Os dados mostram nas duas tabelas anteriores que estudantes com a mesma idade em diferentes países de topo no PISA 2012, Holanda e Singapura, têm conhecimentos opostos relativamente a dois conceitos que, em Portugal, os estudantes com 15 anos já deveriam ter ouvido falar.

Na Tabela 3-89 abordamos os dados relativos ao conhecimento da noção de polígono. Observamos que os estudantes que declararam conhecer bem o conceito de polígono são, em todos os países, os que obtiveram os melhores resultados no PISA 2012.

Tabela 3-89 – ST62: 11

ST62: 11 – Polígono.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	56.45	511	12.87	530	10.73	542	8.27	559	9.83	596
Pt	2.23	432	4.10	417	9.95	439	26.45	465	54.66	519
Es	4.62	434	6.69	431	13.24	453	19.51	474	53.54	511
M	17.36	444	8.28	455	11.25	470	17.75	485	43.08	529
T	9.86	474	6.43	438	9.92	449	19.40	461	51.93	517
Br	13.94	361	16.44	376	21.11	390	22.43	404	18.91	437
Sin	7.18	503	7.38	516	15.51	545	28.20	571	41.14	610

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os dados mostram que a grande maioria dos estudantes portugueses já ouviu falar neste conceito. Verificamos que 54.66% dos estudantes portugueses conheciam e compreendiam bem o conceito. Estes estudantes obtiveram 519 pontos. Relativamente aos países de topo na classificação do PISA 2012, observamos que 41.14%, dos estudantes de Singapura compreendem e conhecem bem o conceito. Estes obtiveram uma pontuação de 610 pontos. Em sentido contrário, em termos percentuais, encontramos os estudantes da Holanda. Verificamos que só 9.83% destes estudantes é que conheciam bem e compreendiam o conceito, tendo obtido uma pontuação de 596 pontos. Verificamos, também, que 56.45% dos estudantes holandeses disseram nunca ter ouvido falar em polígono e esses são os que obtiveram os piores resultados no seu país.

Na Tabela 3-90, encontramos os dados referentes ao conceito de figura congruente. Este conceito não era conhecido pela maioria dos estudantes portugueses. Repare-se que 50.54% disseram que nunca tinham ouvido falar neste conceito e 28.62% só ouviram falar uma ou duas vezes ou algumas vezes. Esta é uma situação surpreendente pois os programas do Ensino Básico em Portugal preconizam o estudo de figuras congruentes muito cedo na escolaridade. São abordadas no 2.º ciclo, onde um dos objetivos específicos é “compreender a noção de equivalência de figuras planas e distinguir figuras equivalentes de figuras congruentes” (DGIDC, 2007, p. 39). Como os estudantes afirmaram nunca ter ouvido falar no conceito e, na sua maioria, estão entre o 9.º e o 10.º anos de escolaridade, isto significa

que o conceito, mesmo tendo sido abordado, não foi retomado e, assim, os estudantes nem se lembram de o ter estudado.

Tabela 3-90 – ST62: 13

ST62: 13 – Figura congruente.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	65.35	519	12.61	543	9.57	540	4.93	538	5.57	601
Pt	50.54	502	14.60	490	14.02	475	11.52	462	6.31	488
Es	33.23	482	18.13	486	17.64	485	14.45	487	14.06	499
M	27.22	464	12.38	473	13.59	484	15.12	492	29.39	531
T	19.37	461	11.27	458	13.14	465	17.06	473	36.72	531
Br	36.06	380	16.12	389	16.46	397	12.61	411	10.89	448
Sin	11.74	500	6.70	524	11.70	538	21.98	559	47.36	615

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes portugueses, que disseram que nunca tinham ouvido falar no conceito de figura congruente, obtiveram mesmo assim a melhor pontuação dos estudantes portugueses, 502 pontos. Estes estudantes obtiveram uma pontuação superior aos seus colegas que disseram conhecer e compreender o conceito, 6.31%, obtendo uma pontuação de 488 pontos.

Comparemos os resultados dos estudantes portugueses com os dos estudantes da Holanda em que 65.35% que disseram nunca ter ouvido falar e obtiveram uma pontuação de 519 pontos, a pior dos estudantes holandeses, e os que disseram conhecer e compreender o conceito, 5.57%, que obtiveram uma pontuação de 601 pontos, a melhor dos estudantes holandeses. Este resultado contrasta com o dos estudantes portugueses e os resultados dos estudantes portugueses e holandeses contrastam com os resultados dos restantes estudantes.

Comparando os resultados dos estudantes portugueses com os dos estudantes de Singapura, observamos que destes últimos apenas 11.74% disseram nunca ter ouvido falar no conceito de figura congruente. Os estudantes de Singapura foram mesmo aqueles que mais declararam conhecer o conceito, sendo que 47.36% o conhecia bem e o compreendia. É, pois, claro que Singapura é o país dos cinco em estudo que mais espaço dá à Geometria.

Analisemos, de seguida, a Tabela 3-91, onde encontramos os dados referentes ao conceito de cosseno. Observamos que os estudantes portugueses que conheciam e compreendiam o conceito, 37.32%, obtiveram a melhor pontuação entre os estudantes

portugueses, com 537 pontos. Já os que disseram nunca ter ouvido falar, 21.43% ficaram-se pelos 424 pontos, mais de 100 pontos de diferença.

Tabela 3-91 – ST62: 14

ST62: 14 – Cosseno.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	32.27	466	4.18	481	7.20	521	15.34	558	38.94	578
Pt	21.43	424	6.68	436	11.33	470	20.58	502	37.32	537
Es	27.05	432	7.71	449	9.11	468	13.62	498	40.11	531
M	31.95	450	8.78	465	9.55	483	13.92	504	33.54	541
T	31.43	456	9.40	464	10.73	475	15.24	491	30.73	536
Br	24.79	354	10.02	368	12.30	384	20.57	411	24.71	446
Sin	8.46	476	2.97	490	4.64	508	18.82	543	64.49	605

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes que disseram conhecer e compreender bem o conceito foram os que tiveram os melhores resultados em todos os países, o que é o esperado.

Singapura sobressai como o país onde os estudantes declararam conhecer bem o conceito de cosseno, 64.49%, sendo que apenas 8.46% afirmaram nunca ter ouvido falar nele. Nos programas do Ensino Secundário de Singapura, o estudo da Trigonometria aparece no programa do 9.º/10.º ano. O estudo da trigonometria inclui o estudo das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente tanto para ângulos agudos como para ângulos obtusos, o uso da fórmula $\frac{1}{2}ab \sin(C)$ para o cálculo da área de um triângulo, o uso da regra dos senos e da regra dos cossenos para qualquer triângulo e problemas em duas e três dimensões, incluindo os que envolvem ângulos de elevação e depressão e direções (Ministry of Education, 2006b). Esta abordagem da trigonometria é mais alargada e com um sentido mais prático de resolução de problemas do que os programas portugueses.

A Tabela 3-92 mostra-nos que, em todos os países, exceto em Espanha, a maioria dos estudantes disse nunca ter ouvido falar do conceito de média aritmética. A tendência para a pontuação ir aumentando à medida que os estudantes referiram que conheciam e compreendiam o conceito foi notória, exceto na Holanda.

Tabela 3-92 – ST62: 15

ST62: 15 – Média aritmética.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	26.92	506	14.00	541	15.75	529	16.86	531	24.50	548
Pt	30.04	457	14.96	473	16.85	482	15.04	493	20.34	558
Es	19.49	443	12.32	461	15.53	476	16.20	489	34.02	525
M	30.05	459	12.07	476	12.75	488	14.14	499	28.79	541
T	29.28	466	12.32	471	12.28	475	14.82	476	28.93	534
Br	26.61	369	16.38	380	16.11	394	17.06	407	16.51	447
Sin	35.47	540	11.15	558	12.65	571	14.09	579	25.77	627

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Note-se que 30.04% dos estudantes portugueses disseram nunca ter ouvido falar no conceito de média aritmética, tendo obtido uma pontuação de 457 pontos, facto estranho pois é um conceito desde muito cedo abordado no currículo português. Salienta-se que 20.34% dos estudantes portugueses referiram conhecer e compreender bem o conceito, obtendo uma pontuação de 558 pontos, cerca de 100 pontos acima dos anteriores.

A Tabela 3-93 dá-nos os resultados relativos ao conhecimento do conceito de probabilidade. Na generalidade dos países, exceto Brasil, a grande maioria dos estudantes conhecia bem o conceito ou ouviu falar muitas vezes. São estes estudantes que, em todos os países, conseguem obter os melhores resultados.

Tabela 3-93 – ST62: 16

ST62: 16 – Probabilidade.										
País	Nunca ouvi falar		Ouvi falar uma ou duas vezes		Ouvi falar algumas vezes		Ouvi falar muitas vezes		Conheço bem, compreendo o conceito	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	14.62	452	7.18	495	12.71	523	22.40	540	41.18	559
Pt	4.75	374	3.57	391	7.63	430	18.39	464	63.33	519
Es	8.29	415	9.69	454	16.16	475	22.19	492	40.34	511
M	7.58	417	7.02	442	11.80	469	21.58	489	50.13	522
T	5.06	403	5.61	420	9.47	449	21.67	472	56.25	517
Br	18.21	355	15.65	374	17.42	389	21.50	410	21.03	440
Sin	5.28	452	3.77	516	8.93	543	22.53	561	58.90	599

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Note-se que, na Holanda e no Brasil, há uma percentagem considerável de estudantes que nunca ouviram falar no conceito de probabilidade.

O conceito de probabilidade é conhecido pela quase totalidade dos estudantes portugueses. Observamos que 63.33% referiu conhecer e compreendê-lo. Estes obtiveram uma pontuação de 519 pontos, mais 55 pontos do que aqueles que referiram ter ouvido falar nele muitas vezes.

Também os estudantes de Singapura que disseram conhecer e compreender bem o conceito, 58.90%, obtiveram a melhor pontuação, entre os seus colegas, com 599 pontos, mas com menor diferença para os estudantes que referiram ter ouvido falar nele muitas vezes. A diferença só é semelhante em Portugal e Singapura para os 4.75% e 5.28%, respetivamente, que nunca ouviram falar no conceito de probabilidade.

Os dados vieram mostrar que o facto de determinados conceitos estarem nos currículos não significa, por si só, que os estudantes conseguem obter bons resultados em estudos como o PISA. No entanto, os estudantes que conhecem bem os conceitos que, supostamente, devem dominar até aos 15 anos de idade, foram os que obtiveram os melhores resultados. Devemos, pois, insistir junto dos nossos estudantes para que eles dediquem o tempo necessário ao estudo para dominarem conhecimentos basilares da Matemática que faz parte dos seus planos de estudo.

Depois do estudo da exposição a conceitos matemáticos, averiguemos se, na sala de aula, eram propostos problemas aos estudantes para serem resolvidos, isto é, a resolução de problemas era devidamente valorizada nos países-alvo do presente estudo?

3.4.5 Resolução de problemas na sala de aula

Abordamos, neste momento, os resultados relativos a questões acerca da experiência na escola com diferentes tipos de problemas de Matemática. Encontraremos descrições de problemas em caixas cinzentas com problemas de Matemática. Pretendia-se que os estudantes lessem cada um dos problemas, mas não que os resolvessem.

Na Tabela 3-94 e na Tabela 3-95, encontramos os resultados referentes às respostas que os estudantes deram, quando questionados se tinham realizado problemas do tipo do apresentado em cada um dos itens, primeiro nas aulas e em seguida nos testes.

1. A Ana é dois anos mais velha do que a Beatriz, e a Beatriz tem quatro vezes a idade do Hugo. Se a Beatriz tiver 30 anos, que idade tem o Hugo?

2. O Francisco comprou uma televisão e uma cama. A televisão custou 625 €, mas teve um desconto de 10%. A cama custou 200 €. O Francisco pagou pela entrega 20 €. Quanto dinheiro gastou o Francisco?

Tabela 3-94 – ST73: 1

ST73: 1 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nas tuas aulas de Matemática?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	30.52	518	47.87	531	15.67	557	4.34	492
Pt	25.69	492	50.41	479	17.11	521	4.17	497
Es	57.41	493	35.41	478	3.87	480	1.18	434
M	43.51	507	41.84	490	9.75	483	2.66	437
T	40.09	503	44.15	482	10.30	480	3.18	453
Br	26.30	389	45.48	396	15.64	412	5.86	377
Sin	29.77	563	47.09	566	18.83	605	3.85	612

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Tabela 3-95 – ST73: 2

ST73: 2 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nos testes que fizeste na escola?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	25.69	519	48.49	527	19.22	553	4.72	517
Pt	20.13	488	52.51	479	19.58	514	5.12	527
Es	35.98	488	49.25	485	10.68	491	1.87	463
M	30.74	503	46.59	494	16.12	492	4.19	467
T	31.06	497	46.68	487	15.51	486	4.27	474
Br	21.29	389	44.28	393	20.16	406	7.44	405
Sin	26.53	561	47.30	566	20.11	597	5.62	621

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Este tipo de tarefas envolve problemas muito simples com um contexto da vida corrente.

Por análise dos resultados, verifica-se que os estudantes que referem que encontraram este tipo de tarefas frequentemente, quer em aula quer em testes é, sensivelmente, o mesmo, exceto no que diz respeito a Espanha. Os estudantes espanhóis foram os que de longe mais encontraram este tipo de problemas na sala de aula, 57.41%, mas apenas 35.98% os encontraram nos testes, mesmo assim acima dos restantes países.

Os estudantes espanhóis que obtiveram os melhores resultados no PISA 2012 foram exatamente os que encontraram este tipo de tarefas frequentemente, quer em aula quer em

testes. O contrário se passou com os estudantes dos restantes países: os melhores resultados no PISA 2012 foram obtidos pelos estudantes que raramente encontraram este tipo de tarefas nas aulas, exceto no caso de Singapura (embora estes últimos abrangessem apenas 3.85% dos estudantes).

A esmagadora maioria dos estudantes encontra claramente este tipo de problemas na sala de aula e nos testes. Verifica-se que a frequência com que ele é feito não está alinhada com o desempenho dos estudantes no PISA 2012 (exceto para os estudantes espanhóis), mas os melhores resultados estão quase sempre entre os que o encontram alguma vez na sala de aula.

Quando questionados sobre exemplos que envolviam outro conjunto de competências matemáticas mais simples e diretas, tais como os apresentados de seguida, encontramos os dados das respostas dos estudantes na Tabela 3-96 e na Tabela 3-97.

1. Resolve $2x + 3 = 7$.

2. Determina o volume de uma caixa cujas arestas medem 3 m, 4 m e 5 m.

Tabela 3-96 – ST74: 1

ST74: 1 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nas tuas aulas de Matemática?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	64.86	549	24.97	508	5.55	460	2.88	418
Pt	47.79	501	39.03	479	7.86	493	2.75	473
Es	70.24	493	23.54	471	3.20	467	.96	427
M	66.93	510	24.62	474	4.58	453	1.73	413
T	67.29	503	24.25	463	4.54	443	1.76	417
Br	40.27	398	38.68	395	10.43	395	3.91	372
Sin	58.24	574	30.55	567	9.06	599	1.70	571

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Destas duas tabelas, concluímos que a esmagadora maioria (cerca de 80%) dos estudantes referiram que encontraram este tipo de tarefas frequentemente ou às vezes, tanto nas aulas como nos testes. Todavia, em Singapura, os estudantes que referem que encontraram este tipo de tarefas frequentemente foram os que obtiveram os melhores resultados no PISA 2012.

Tabela 3-97 – ST74: 2

ST74: 2 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nos testes que fizeste na escola?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	53.32	546	34.40	522	7.30	482	3.34	447
Pt	41.56	500	42.18	478	10.12	496	3.46	499
Es	52.97	492	35.14	480	7.72	483	2.05	470
M	55.32	511	32.24	483	7.66	467	2.53	440
T	55.68	505	31.99	472	7.43	460	2.63	444
Br	33.28	398	40.57	393	14.16	400	5.01	389
Sin	49.57	575	33.48	566	13.11	587	3.42	600

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes de Singapura e do Brasil foram os que menos encontraram este problema na sala de aula, raramente ou nunca 10% a 15%, e, nos testes, raramente ou nunca 16% a 19%, um pequeno valor acima dos restantes países.

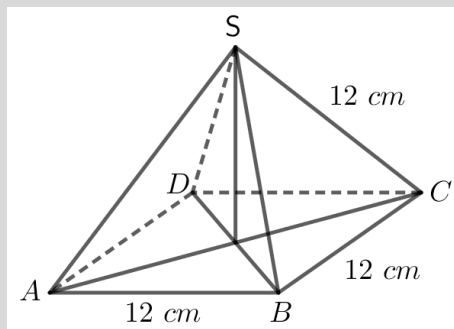
Os estudantes espanhóis são os que mais frequentemente trabalham estes problemas em sala de aula, mas a percentagem desce nos testes para se alinhar com a dos restantes países.

Relativamente aos estudantes portugueses, ressalta que a pontuação obtida nos testes por todos os estudantes é muito idêntica. Assim, os estudantes que referiram resolver frequentemente, nos testes, aquele tipo de tarefas, obtiveram 500 pontos, os que referiram às vezes, tiveram 478 pontos, os que referiram raramente, conseguiram uma pontuação de 496 pontos e, por fim, os estudantes que referiram nunca, obtiveram uma pontuação de 499 pontos.

Mais uma vez, claramente, a esmagadora maioria dos estudantes encontrou este segundo tipo de problemas na sala de aula e nos testes. Verifica-se que a frequência com que ele era feito estava bastante alinhada com o desempenho dos estudantes no PISA 2012 (exceto para os estudantes singapurenses), mas os melhores resultados foram quase sempre entre os que o encontraram alguma vez na sala de aula.

De seguida, vamos analisar os resultados referentes à resolução de um terceiro tipo de problemas onde é necessário utilizar conhecimentos matemáticos simples e tirar conclusões não imediatas. Destacamos que não são fornecidas aplicações práticas. Eis dois exemplos.

1. Aqui, tens de usar teoremas geométricos:



Determina a altura da pirâmide!

2. Aqui, tens de saber o que é um número primo:

Se n é um número qualquer, $(n + 1)^2$ pode ser um número primo?

Na Tabela 3-98 e na Tabela 3-99, estão os resultados referentes às respostas dadas pelos estudantes às questões colocadas. Em particular, pretende-se saber se eles tinham resolvido aquele tipo de problemas na escola e se eles tinham sido colocados nos testes.

Tabela 3-98 – ST75: 1

ST75: 1 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nas tuas aulas de Matemática?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	38.83	525	37.16	532	13.46	541	8.58	520
Pt	39.95	507	44.42	481	9.01	470	4.18	476
Es	34.51	495	44.70	485	14.88	482	3.54	449
M	33.22	503	40.88	496	17.35	494	6.27	474
T	36.18	496	40.39	488	15.39	483	5.76	472
Br	31.59	398	41.24	395	15.16	399	5.42	376
Sin	42.80	589	43.27	571	11.21	542	2.22	506

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Tabela 3-99 – ST75: 2

ST75: 2 – Com que frequência encontraste este tipo de problemas nos testes que fizeste na escola?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	28.38	520	37.08	529	19.37	545	13.14	530
Pt	34.61	506	46.47	484	11.68	476	4.58	479
Es	25.47	492	43.16	486	22.54	486	6.42	474
M	25.31	501	40.03	496	22.45	497	9.83	487
T	28.19	492	41.19	488	20.03	490	8.19	482
Br	27.18	397	40.04	395	18.92	401	6.84	385
Sin	38.98	588	43.11	572	13.91	553	3.52	527

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A maioria dos estudantes encontrou “às vezes” este terceiro tipo de problemas, na sala de aula e nos testes, de forma semelhante. Menos estudantes encontraram “frequentemente” esse tipo de problemas, embora a diferença não seja muito grande. Mas são estes últimos estudantes que conseguem obter os melhores resultados no PISA 2012.

Alguns casos fogem desta regra geral. Na Holanda, os estudantes que “raramente” encontram tais problemas, tanto nas aulas como nos testes, foram os estudantes com melhor desempenho. O Brasil parece ser o único país onde a frequência de trabalho com tais problemas não pareceu ter uma relação forte com os resultados no PISA 2012.

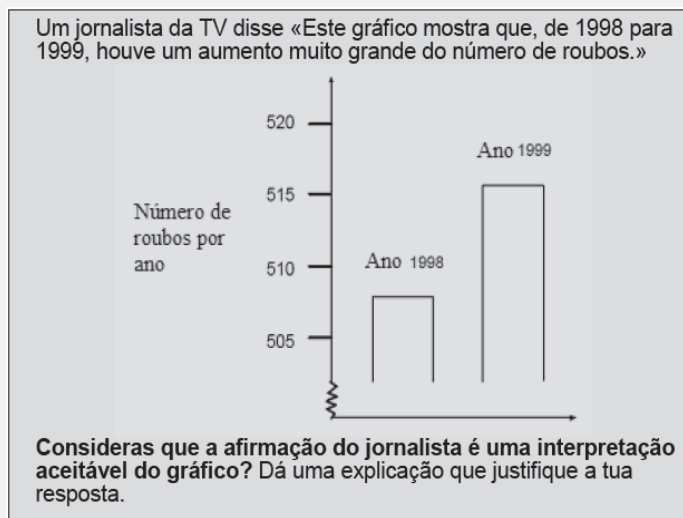
Relativamente a Portugal, observamos que os estudantes que referiram que trabalhavam “frequentemente” estes problemas na sala de aula, obtiveram uma classificação de 507 pontos, enquanto os que disseram que os resolviam nos testes obtiveram uma pontuação de 506 pontos, embora sejam em menor quantidade (34.61% contra 39.95% dos primeiros).

Portugal assemelha-se a Singapura pelo facto de ser o país que tem menos estudantes que raramente ou nunca trabalharam os problemas deste terceiro tipo, tanto na sala de aula como nos testes.

Mais uma vez, a esmagadora maioria dos estudantes encontrou este terceiro tipo de problemas na sala de aula e nos testes. Verifica-se que a frequência com que ele era feito estava, mais uma vez, bem alinhada com o desempenho dos estudantes no PISA 2012 (exceto para os estudantes holandeses), mas os melhores resultados estão sempre entre os que o encontravam mais frequentemente na sala de aula.

Analisemos, agora, os dados referentes a um quarto grupo de problemas. Neste tipo de problemas, é necessário aplicar os conhecimentos matemáticos para enfrentar uma situação que possa surgir no dia a dia ou no trabalho e exige uma análise refletiva. Os dados e a informação fornecidos são relativos a situações reais. Eis dois exemplos.

Exemplo 1:



Exemplo 2:

Durante muito tempo, a relação entre a frequência cardíaca máxima recomendada e a idade traduzia-se na seguinte fórmula:

Frequência cardíaca máxima recomendada igual a $220 \times \text{idade}$.

Investigações recentes mostraram que esta fórmula deveria ser ligeiramente modificada.

A nova fórmula é:

Frequência cardíaca máxima recomendada igual a $208 \times (0.7 \text{ idade})$.

Segundo a nova fórmula, a partir de que idade é que a frequência cardíaca máxima recomendada começa a aumentar? Mostra como chegaste à tua resposta.

Analisemos os resultados da Tabela 3-100 e da Tabela 3-101, onde se pretende saber se os estudantes têm resolvido este tipo de problemas na escola. Note-se que não se pretende que os problemas sejam resolvidos pelos estudantes.

Este tipo de problemas enquadra-se no tipo de problemas da educação matemática realista, muito presente nos currículos de matemática da Holanda (Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005). Observamos que também se enquadra na resolução de problemas, central nos currículos de Singapura (Ministry of Education, 2006b, 2006a). De algum modo o mesmo acontece com os de Portugal (DEB, 2001; DGIDC, 2007), os de Espanha (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006), e os do Brasil (Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998;

Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999), embora com uma ênfase menor do que nos dois primeiros países (ver capítulo 2).

Tabela 3-100 – ST76: 1

ST76: 1 - Com que frequência encontraste este tipo de problemas nas tuas aulas de Matemática?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	35.85	517	47.80	537	11.95	549	2.83	495
Pt	29.76	489	50.26	487	14.13	511	3.39	459
Es	22.49	472	47.65	486	23.03	502	4.87	477
M	20.70	488	44.15	497	25.27	507	7.60	480
T	22.58	475	44.33	487	23.22	506	7.54	492
Br	27.59	392	44.46	399	15.20	399	5.89	372
Sin	18.32	567	43.47	569	29.27	587	8.52	571

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Tabela 3-101 – ST76: 2

ST76: 2 - Com que frequência encontraste este tipo de problemas nos testes que fizeste na escola?								
País	Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	30.34	518	46.88	533	17.53	547	3.64	499
Pt	24.06	487	51.91	487	16.94	509	4.50	482
Es	15.84	465	40.50	483	31.09	501	10.35	491
M	15.66	485	39.01	494	29.85	505	13.11	493
T	18.04	474	41.02	484	27.00	503	11.50	501
Br	21.67	394	44.35	398	19.52	398	7.38	382
Sin	17.30	572	39.49	567	31.65	585	11.11	572

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Começamos por observar que este quarto tipo de problemas “realistas” é trabalhado pela maioria dos estudantes, “frequentemente” ou “às vezes”, seja nas aulas seja nos testes. Os países onde mais frequentemente este tipo de problemas é trabalhado são a Holanda, Portugal e o Brasil. Em Espanha e Singapura, existe o grupo mais numeroso de estudantes que “raramente” trabalha este tipo de problemas, seja na sala de aula seja nos testes.

Os estudantes holandeses dão como resposta à questão colocada “frequentemente” (35.85%) e “às vezes” (74.80%), em contrapartida apenas 17.30% de estudantes de Singapura respondem que encontram este tipo de problemas nas aulas de Matemática e 39.49%, raramente.

Este quarto tipo de problemas é encontrado na sala de aula e nos testes por quase todos os estudantes (uns mais frequentemente, outros apenas raramente). Os estudantes que o

encontram “às vezes” na sala de aula (entre 12 e 30%) são os estudantes com melhores resultados no PISA 2012. Dos quatro tipos de problemas este é o mais difícil pelo que não é surpreendente que não seja tão frequente na sala de aula, mas os melhores resultados estão sempre entre os que o encontram alguma vez na sala de aula.

A grande maioria dos estudantes encontra todos estes tipos de problemas na sala de aula. Contudo, e algo surpreendentemente, os melhores resultados no PISA são obtidos, em todos os países, pelos estudantes que “raramente” trabalham este tipo de problemas, que, na Espanha e Singapura, chegam a 30%. Olhando bem para os dados, podemos, não obstante, concluir que os estudantes que se deparam com este tipo de problemas (“Frequentemente”, “Às vezes” ou “Raramente”) são os estudantes que obtêm resultados mais significativos no PISA 2012. Já o mesmo acontece com a realização de problemas como o do segundo e terceiro tipos que aparecem mais associados ao bom desempenho dos estudantes no PISA 2012, pelo que o seu trabalho tem algum significado.

Note-se, contudo, que as competências matemáticas subjacentes às diferentes tarefas apresentadas estão presentes quer nos normativos estudados referentes a cada país (DEB, 2001; DGEBS, 1991; DGIDC, 2007; Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, Por El Que Se Establecen Las Enseñanzas Mínimas Correspondientes a La Educación Secundaria Obligatoria, 2007; Ministry of Education, 2006b, 2006a; Santos et al., 2009; Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Fundamental, 1997, 1998; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999), quer na literatura de referência consultada (Borrallho & Neutel, 2011; A. P. Canavarró et al., 2019; Fernandes, 2008; Recio, 2007; Rico, 2007; Rico et al., 2011; Santos et al., 2011; Schoenfeld, 2007; Silva, 2004).

Os dados deste parágrafo parecem querer mostrar que a resolução de cada um dos tipos de problemas, tanto abstratos, como ligados a situações concretas, não tem por si só uma importância determinante nos resultados dos estudantes. Efetivamente, os estudantes que resolvem, frequentemente ou raramente, todos os tipos de problemas, conseguem sempre os melhores resultados no PISA 2012, pelo que parece poder concluir-se que será mais importante resolver problemas de tipos variados do que concentrar-se num conjunto limitado de tipos de problemas.

Analisemos, de seguida, a influência que o uso das TIC tiveram no resultado dos estudantes no PISA 2012.

3.5 Fator influenciador: Uso das TIC

Após termos analisado os resultados referentes ao fator influenciador características e percepções dos estudantes, vamos de seguida estudar e discutir os resultados relativos ao fator uso das TIC.

No fator Uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), encontramos dois subfatores: Uso das TIC na Escola e Uso das TIC fora da Escola (em casa).

Este tema tem gerado alguma dificuldade de análise nos sucessivos relatórios do estudo PISA. Baseando-se nos dados do estudo PISA 2003 (OECD, 2006), a OCDE concluiu que “algumas características da disponibilidade e uso das TIC estão fortemente associadas com o desempenho dos estudantes, mas isto não é verdade para todas essas características” (OECD, 2006, p. 66). No relatório da OCDE, intitulado *PISA, Students, Computers and Learning: Making the Connection* (2015), escreve-se que: “Apesar de investimentos consideráveis em computadores, ligações à *internet* e *software* para uso educacional, há pouca evidência sólida que um maior uso de computadores leva a melhores resultados em Matemática e Leitura” (OECD, 2015, p. 145). É, pois, indispensável fazer uma análise mais fina do que a realizada em estudos anteriores para os fatores influenciadores em geral.

Analisemos, pois, alguns aspetos específicos do uso das TIC, à luz dos dados por nós compilados.

3.5.1 Na Escola

Relativamente a este subfator, destacamos alguns aspetos, como os recursos disponibilizados, o uso da *internet*, e o uso do computador. Vejamos, então, qual a influência dos recursos disponibilizados pelas escolas nos resultados dos estudantes.

3.5.1.1 Computadores e *internet* na escola

Quanto aos recursos na escola, os estudantes foram questionados sobre o acesso que têm na escola a computadores, portáteis ou não, e sobre ligação à *internet* (se existe ou não), bem como se fazem ou não uso destes recursos disponibilizados pela escola.

Assim, com a questão IC02 – *Tens acesso aos seguintes equipamentos na escola?* construímos a Tabela 3-102, a Tabela 3-103 e a Tabela 3-104, que nos possibilitaram tecer algumas considerações sobre os recursos existentes nas escolas e o modo como são usados.

Tabela 3-102 – IC02

IC02 – Tens acesso a computador na Escola?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	91.29	530	6.30	503	1.56	531
Pt	66.96	482	29.61	508	2.14	462
Es	62.03	491	21.15	489	13.38	465
M	62.63	498	22.60	505	11.67	476
T	56.06	493	25.49	503	15.57	455
Br						
Sin	63.24	568	31.05	594	4.97	536

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A observação da Tabela 3-102 permite-nos ver que, na Holanda, os estudantes que frequentaram escolas que tinham computadores e que os usaram, 91.29%, apresentaram uma média de 530 pontos, praticamente igual (mas inferior) à dos (pouquíssimos) estudantes que estudaram em escolas onde não havia computadores, 1.56%, com uma média de 531. Já os estudantes de escolas holandesas que possuíam este recurso, mas não o usavam, 6.30%, apresentaram uma pontuação ligeiramente inferior, 503 pontos, mas, mesmo assim, acima da média da OCDE que foi de 498 pontos. Na Holanda, praticamente todos os estudantes têm acesso a computadores na escola e utilizam-nos, pelo que não há verdadeiramente lugar a comparações com outras situações.

Quanto aos estudantes portugueses que frequentaram escolas que tinham computadores e que os usaram, 66.96%, apresentaram uma média de 482 pontos, uma média superior em 20 pontos, com 462, à dos estudantes que estudaram em escolas onde não havia computadores, 2.14%. Já os estudantes de escolas portuguesas que possuíam este recurso, mas não o usavam, 29.61%, são os que apresentam a melhor média, com uns 508 pontos, dez pontos acima da média da OCDE, 498 pontos. No caso de Portugal, praticamente todos os estudantes têm acesso a computadores na escola, mas cerca de 30% não o utilizam e, mesmo assim, obtêm resultados muito superiores aos restantes estudantes (26 pontos a mais).

Os estudantes espanhóis, na sua maioria (83%), têm computadores nas escolas, mas 21.15% não os utilizavam e apresentaram uma pontuação 489 pontos. Os que tendo computadores nas escolas, 62.03%, faziam uso deles, obtiveram uma pontuação semelhante de 491 pontos, enquanto que os estudantes sem este recurso, 13.38%, obtiveram uma pontuação muito inferior de 465 pontos. Em Espanha, destaca-se a percentagem significativa

de estudantes que, não tendo acesso a este recurso, obtiveram resultados muito inferiores (menos 24-26 pontos) aos que tiveram acesso a ele.

Relativamente a Singapura, pudemos ver que, tal como em Portugal, foram os estudantes das escolas que, tendo computadores e não os usando, 31.05%, que apresentaram uma melhor média, 594 pontos; mesmo assim, todos os outros estão acima da média da OCDE (498 pontos). Os que tendo e utilizaram são 63.24% e obtiveram uma pontuação de 568 pontos, enquanto que os poucos que, estudando em escolas onde não existia este recurso, 4.97%, obtiveram uma pontuação significativamente inferior de 536 pontos.

Relativamente ao Brasil, não dispomos de dados para poder tecer qualquer consideração.

Analisemos, de seguida, o que se passou relativamente ao uso dos computadores portáteis, cujos dados constam da Tabela 3-103.

Tabela 3-103 – IC02

IC02 – Tens acesso a um computador ou portátil na Escola?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	36.56	524	21.70	534	40.59	530
Pt	24.43	475	24.87	504	48.40	491
Es	22.44	471	13.29	494	60.56	491
M	25.20	486	15.81	499	55.47	499
T	17.86	485	16.73	501	62.05	488
Br						
Sin	28.37	566	28.42	588	42.25	572

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

As conclusões que pudemos tirar relativamente ao uso de computadores ou microcomputadores portáteis, constantes da Tabela 3-103 são idênticas às que tirámos dos dados da Tabela 3-102. A única exceção é a dos estudantes espanhóis das escolas que tinham computadores portáteis e não os usaram, 13.29%, que obtiveram melhor pontuação que os seus colegas com 494 pontos.

Observe-se, ainda, que a disponibilidade de computadores portáteis nas escolas é inferior a 60% das escolas, muito longe dos mais de 80% de computadores fixos.

Concluimos, da análise dos dados constantes na Tabela 3-102 e na Tabela 3-103, que o uso de computadores, portáteis ou não, não diferenciaram o desempenho dos estudantes

no PISA 2012, embora, nas escolas onde não há computadores fixos, o desempenho dos estudantes é significativamente inferior.

Tabela 3-104 – IC02

IC02 – Tens acesso a Ligação à <i>internet</i> na Escola?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	88.25	530	7.53	507	3.15	526
Pt	75.02	486	20.61	507	2.84	461
Es	70.79	487	17.74	492	7.99	474
M	68.49	498	18.32	500	10.10	474
T	56.21	494	24.48	502	16.34	458
Br						
Sin	63.21	570	27.47	590	8.61	555

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Analisemos a Tabela 3-104, onde podemos ver os resultados obtidos pelos estudantes, dos países em estudo, quanto à existência e uso ou não de *internet* nas escolas.

Observamos, na Tabela 3-104 que, tal como relativamente ao uso de computadores, também a existência ou não de *internet* nas escolas parece não ter qualquer influência discriminatória relativamente ao desempenho dos estudantes.

O que se verificou quanto ao uso de computadores, portáteis ou não, também se verificou quanto ao uso da *internet*. Foram, regra geral, os estudantes de escolas onde havendo ligação à *internet* e não fazendo uso desta que tiveram os melhores resultados. A exceção foi, uma vez mais, a Holanda, onde os estudantes que usaram o acesso à *internet* nas suas escolas, 88.25%, obtiveram desempenho significativamente superior aos que não a usaram (23 pontos) embora estes não sejam muitos (7.53%); apenas 3.15% dos estudantes holandeses estavam em escolas sem acesso à *internet*.

Repare-se que os estudantes portugueses que tendo acesso à *internet*, mas que não fazem uso desta, 20.61%, obtiveram 507 pontos, já os estudantes que têm acesso a este recurso, 75.02%, conseguiram 486 pontos enquanto os que não têm acesso à *internet* alcançaram 461 pontos. Os estudantes espanhóis que tinham acesso à *internet* nas escolas e não a usaram, 17.74%, obtiveram uma pontuação de 492 pontos; os que, tendo acesso a este recurso e fizeram uso dele, 70.79%, tiveram uma pontuação de 487 pontos; já os que não tinham acesso à *internet* na escola foram 7.99% e adquiriram uma pontuação de 474 pontos. Os estudantes de Singapura estiveram em linha com os dos países acabados de analisar, pois

os que tendo acesso à *internet* e não fizeram uso dela, 27.47%, obtiveram uma pontuação de 590 pontos; já os que tendo acesso ao recurso fizeram uso dele foram 63.21% e tiveram uma pontuação de 570 pontos, enquanto os estudantes que não tinham acesso à *internet* na escola foram 8.61% e conquistaram uma pontuação de 555 pontos.

Concluimos que, no PISA 2012, no geral, a existência de recursos na escola, quer de computadores quer de ligação à *internet*, não tiveram uma influência discriminatória no resultado dos estudantes, mas nas escolas onde não há computadores fixos o desempenho dos estudantes é significativamente inferior.

Passando à análise dos dados referentes ao desempenho dos estudantes que realizaram o PISA 2012 aferiremos aspetos relativos ao tempo que usaram a *internet*, na escola, e inferiremos o modo como esse tempo teve influência nos resultados obtidos.

3.5.1.2 Uso da *internet* na escola

Quanto ao tempo que os estudantes usam a *internet*, durante um dia normal na escola, os estudantes responderam à questão IC05 – *Durante um dia normal, quanto tempo usas a internet na escola?* As respostas a esta questão levaram-nos a construir a Tabela 3-105.

Começamos por referir que observamos a seguinte tendência: à medida que aumenta a exposição à *internet* na Escola, a pontuação tende a diminuir. Analisemos individualmente cada um dos países-alvo do presente estudo.

Observamos na Tabela 3-105 que os estudantes portugueses que não utilizaram a *internet* na escola, 17.54%, foram os que tiveram melhor pontuação com 509 pontos. Verificamos que os estudantes que passavam menos do que meia hora a usar a *internet* na escola foram os que apresentaram uma pontuação acima dos 500 pontos, sendo estes 72.14% dos estudantes. Os restantes apresentaram uma pontuação à volta dos 450 pontos. A exceção foram os estudantes que passavam mais tempo a usar a *internet*, 3.73%, que apresentaram uma pontuação inferior a 430 pontos.

Com uma tendência igual à dos estudantes portugueses, encontramos os estudantes de Singapura, mas com pontuações substancialmente mais altas. Assim, os estudantes que usaram a *internet* menos do que trinta minutos, 72.01%, apresentaram pontuações acima dos 590 pontos. Por sua vez, só os estudantes que utilizaram a *internet* mais de seis horas por dia na escola é que apresentaram uma pontuação abaixo dos 500 pontos, neste caso, 9.8% apresentaram uma pontuação de 496 pontos.

Tabela 3-105 – IC05

IC05 – Durante um dia normal, quanto tempo usas a <i>internet</i> na Escola?								
País	Nenhum tempo		1-30 min por dia		31-60 min por dia		1-2 horas por dia	
	%	Média	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	17.54	545	46.71	539	19.49	524	8.03	496
Pt	40.11	509	32.03	500	10.24	463	8.19	448
Es	31.28	499	21.89	491	21.44	495	11.56	463
M	34.79	507	30.68	505	14.59	487	8.92	467
T	45.94	502	23.17	494	13.30	484	8.26	455
Br								
Sin	51.50	591	20.51	597	12.61	542	9.08	514

IC05 – Durante um dia normal, quanto tempo usas a <i>internet</i> na Escola? (Continuação)						
País	2-4 horas por dia		4-6 horas por dia		mais de 6 horas/dia	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	3.46	461	1.29	487	1.91	463
Pt	3.83	454	2.20	428	1.53	404
Es	5.48	463	2.24	442	2.01	444
M	4.19	464	1.66	453	1.42	425
T	3.38	456	1.21	446	1.13	414
Br						
Sin	3.46	517	1.03	526	.98	486

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Os estudantes holandeses apresentaram uma tendência idêntica aos anteriores. Constatamos que os estudantes que navegam na *internet* até uma hora, 64.25%, apresentaram uma pontuação superior a 500 pontos. Os restantes obtiveram uma pontuação superior a 460 pontos.

No que diz respeito aos estudantes espanhóis, observamos que os que não usaram a *internet* na escola apresentaram uma pontuação de 499 pontos e corresponderam a 31.28%. Todos os outros apresentam uma pontuação superior a 440 pontos, mas inferior aos 499 pontos acabados de referir.

Pelo que acabámos de referir, foram os estudantes que não usaram a *internet* na escola que apresentaram as melhores pontuações. A literatura consultada refere que quando a *internet* é usada para entretenimento e não para tarefas de alto nível, os resultados dos estudantes tendem a ser mais fracos (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010; Pinto, 2017; Pinto et al., 2016, 2019): Deste modo, os dados corroboram a literatura, uma vez que os estudantes que “passam” mais tempo na *internet* foram os que apresentaram os piores resultados no PISA 2012. Já no estudo PISA de 2012 se concluiu que os estudantes maiores

utilizadores da *internet* obtinham piores resultados a Matemática, enquanto os estudantes com um uso moderado da *internet* obtinham melhores resultados do que os que não usavam (OECD, 2015). No estudo de Fernandes e colaboradores (2018), conclui-se que, em Portugal, entre 2003 e 2015, aumentou a percentagem de estudantes que usa a *internet* de 48% até atingir 97%, mas o desempenho em Literacia Matemática no PISA manteve-se estável.

Estudemos, de seguida, qual o uso que os estudantes faziam, na escola, dos computadores que tinham à disposição.

3.5.1.3 Uso do Computador na escola

Aos estudantes que têm à sua disposição computadores nas escolas foi colocada a questão IC11 – *No último mês foi usado algum computador para as seguintes finalidades nas aulas de matemática?*

1. Desenhar o gráfico de uma função – Tabela 3-106;
2. Fazer cálculos com números – Tabela 3-107;
3. Construir figuras geométricas – Tabela 3-108;
4. Introduzir dados numa folha de cálculo – Tabela 3-109;
5. Reescrever expressões algébricas e resolver equações – Tabela 3-110;
6. Desenhar histogramas – Tabela 3-111;
7. Descobrir como o gráfico de uma função de tipo $y = ax^2$ muda em função de a – Tabela 3-112.

Apresentamos, de seguida, as tabelas construídas com os dados disponibilizados pelo consórcio que organizou o PISA 2012 e sobre os quais teceremos alguns comentários, relativamente às percentagens e respetivas pontuações obtidas pelos estudantes dos países-alvo do presente estudo.

Começamos por observar os dados relativamente ao facto de os estudantes terem sido confrontados com o uso de computadores para desenhar o gráfico de uma função. Observemos a Tabela 3-106.

Tabela 3-106 – IC11Q01

IC11: Q01 – Desenhar o gráfico de uma função.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	9.31	503	21.75	543	65.97	529
Pt	15.94	471	19.22	494	60.62	495
Es	15.34	471	10.67	485	66.48	492
M	14.71	478	12.21	487	67.79	503
T	15.09	460	11.04	468	68.91	501
Br						
Sin	22.83	555	24.38	595	51.37	574

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente ao uso, na escola, de computadores para desenhar o gráfico de uma função, observamos que, em Portugal, são os estudantes que respondem que não usaram, 60.62%, os que tiveram melhores pontuações com 495 pontos, um ponto a mais do que os estudantes que viram o professor a usar, 19.22%. Quanto aos estudantes que responderam ter usado o computador para desenhar o gráfico de uma função, 15.94%, obtiveram uma pontuação de 471 pontos.

Em linha com os resultados obtidos pelos estudantes portugueses, estão os dos estudantes espanhóis. Observamos que os 66.48% estudantes que responderam não ter usado o computador para desenhar gráficos obtiveram uma pontuação de 492 pontos. Já os que referiram ter visto o professor a desenhar gráficos, 10.67%, obtiveram 485 pontos, enquanto os que utilizaram o computador para completar a referida tarefa, 15.34%, conseguiram uma pontuação de 471 pontos.

Os dados mostram que, quer em Portugal quer em Espanha, foram os estudantes que não utilizaram o computador para desenhar gráficos que obtiveram melhor pontuação no PISA 2012. Este facto sugere que o computador não é convenientemente usado, nem lhe é dada a devida importância para trabalhar o tema dos gráficos.

Relativamente aos estudantes holandeses, foram os que viram o professor a desenhar gráficos no computador, 21.75%, que obtiveram a melhor pontuação com 543 pontos. Os que efetivamente desenharam gráficos no computador, 9.31%, obtiveram 503 pontos. Enquanto os estudantes que não usaram o computador para desenhar gráficos, 65.97%, conseguiram 529 pontos.

Relativamente aos estudantes de Singapura, verificamos que os resultados estão alinhados com os dos holandeses, pois foram os que viram o professor a desenhar gráficos

no computador, 24.38%, os que obtiveram melhor pontuação com 595 pontos. Seguiram-se os estudantes com quem não foi usado o computador para desenhar gráficos, 51.37%, com 574 pontos. Quanto aos estudantes que usaram o computador para desenhar gráficos, 22.83%, obtiveram 555 pontos.

Os dados salientam que, em Singapura e na Holanda, foram os estudantes que viram o seu professor a desenhar gráficos no computador, mais de 20%, os que obtiveram os melhores resultados, com uma diferença significativa em relação aos que não traçaram gráficos, usando o computador (21 e 14 pontos, respetivamente).

Salientamos que, no que diz respeito ao Brasil, não dispomos de dados que nos possam levar a fazer uma leitura do que se passa neste país ou a tecer qualquer comentário.

Analisemos, de seguida, os dados relativos ao uso dos computadores, nas escolas, para fazer cálculos com números. Observemos a Tabela 3-107.

Tabela 3-107 – IC11Q02

IC11: Q02 – Fazer cálculos com números.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	8.82	503	16.88	511	71.35	538
Pt	12.40	471	13.40	461	69.81	500
Es	11.89	472	8.77	458	71.78	494
M	13.95	481	9.63	457	71.01	506
T	14.37	465	9.87	437	70.68	504
Br						
Sin	17.74	549	11.72	539	69.05	588

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A Tabela 3-107 mostra-nos que, em Portugal, foram os estudantes das escolas onde não foram usados os computadores para fazerem cálculos com números, 69.81%, os que obtiveram melhor pontuação no PISA 2012, com 500 pontos; quanto aos estudantes de escolas em que lhes foi possibilitada a hipótese de usarem os computadores para fazerem cálculos numéricos, 12.40%, obtiveram uma pontuação de 471 pontos; já os estudantes que só viram o professor a usar o computador para fazer cálculos com números, 13.40%, conseguiram uma pontuação de 461 pontos.

Com a mesma tendência de Portugal, vamos encontrar a Espanha e Singapura. Os estudantes espanhóis que não usaram nem viram o professor usar o computador para fazer cálculos, 71.78%, obtiveram uma pontuação de 494 pontos; os estudantes de Singapura, nas

mesmas condições, 69.05%, obtiveram 588 pontos. Os estudantes espanhóis que utilizaram os computadores para fazer cálculos com números, 11.89%, conseguiram uma pontuação de 472 pontos, os estudantes singapurenses, 17.74%, obtiveram uma pontuação de 549 pontos. Por fim, os estudantes que só viram o professor a usar o computador para fazer cálculos com números, 8.77%, obtiveram uma pontuação de 458 pontos, enquanto os estudantes de Singapura, nas mesmas condições, 11.72%, obtiveram 539 pontos.

A destoar com a tendência observada nos três países anteriores, encontramos os estudantes holandeses pois foram os que não usaram o computador para fazer cálculos nem viram o professor a usar, 71.35%, os que obtiveram a melhor pontuação com 538 pontos. Seguiram-se os estudantes que só viram o professor a usar o computador, 11.72%, com uma pontuação de 511 pontos; por fim, os estudantes que usaram o computador para fazer cálculos com números, 8.82%, obtiveram 503 pontos.

Os dados mostram que, regra geral, foram os estudantes que não usaram nem viram o professor a usar o computador para fazer cálculos os que obtiveram melhores resultados no PISA 2012. Somos levados a pensar que o computador quando usado só para fazer cálculos numéricos não tem grande influência no desempenho dos estudantes no PISA 2012.

Seguidamente, observaremos os dados constantes na Tabela 3-108, relativos ao uso de computadores na escola para construir figuras geométricas.

Tabela 3-108 – IC11Q03

IC11: Q03 – Construir figuras geométricas.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	8.45	494	20.97	530	67.66	534
Pt	13.80	451	17.28	480	64.51	502
Es	11.24	462	9.14	467	71.95	494
M	12.71	471	12.21	475	69.55	506
T	13.98	454	11.44	453	69.36	505
Br						
Sin	16.38	537	18.33	564	63.79	588

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A observação da Tabela 3-108 mostra-nos que os estudantes portugueses que não usaram nem viram usar o computador para construir figuras geométricas, 67.66%, foram aqueles que obtiveram a melhor pontuação no PISA 2012, com uns 502 pontos. Os estudantes que viram o professor a usar o computador para desenhar figuras geométricas,

17.28%, obtiveram 480 pontos. Os estudantes que usaram os computadores para construir figuras geométricas, 13.80%, conseguiram 451 pontos. Repare-se no facto de Singapura ter o sistema educativo onde mais se utilizaram as TIC (34.71%) e onde os resultados foram substancialmente melhores que nos outros países-alvo do presente estudo.

Relativamente a esta questão, observamos que os resultados de todos os estudantes dos países-alvo do presente estudo estão em linha com os apresentados pelos estudantes portugueses. Assim, relativamente aos estudantes espanhóis aqueles que nem usaram nem viram usar o computador para desenhar figuras geométricas, 71.95%, obtiveram 494 pontos. Os que viram o professor a desenhar figuras geométricas, 9.14%, obtiveram 467 pontos. Já os que usaram os computadores para efetuar a tarefa em causa foram 11.24%, e obtiveram 462 pontos. Os estudantes holandeses que usaram o computador para desenhar figuras geométricas, 8.45%, obtiveram 494 pontos. Os que viram o professor a usar o computador, 20.97%, obtiveram 530 pontos; os restantes 67.66% conseguiram uma pontuação de 534 pontos. Os estudantes de Singapura que usaram o computador para desenhar figuras geométricas, 16.38%, obtiveram uma pontuação de 537 pontos; os que viram o professor a usar, 18.33%, conseguiram 564 pontos; os que não usaram nem viram o professor a usar atingiram uma pontuação de 588 pontos. Relativamente aos estudantes brasileiros, não dispomos de dados que nos permitam tecer qualquer comentário.

Na Tabela 3-109, encontramos os dados relativamente à questão se os estudantes usaram ou viram usar o computador para introduzir dados numa folha de cálculo.

Tabela 3-109 – IC11Q04

IC11: Q04 – Introduzir dados numa folha de cálculo.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	8.61	498	13.59	502	74.86	538
Pt	15.14	466	15.89	471	64.66	502
Es	17.16	478	9.31	462	65.84	494
M	17.78	484	10.85	466	65.86	505
T	17.50	471	10.69	445	66.64	504
Br						
Sin	15.77	553	16.01	568	66.63	582

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A observação dos dados constantes da Tabela 3-109 dizem-nos que os estudantes portugueses que não usaram nem viram usar o computador para inserir dados numa folha de

cálculo, 64.66%, foram os que obtiveram a melhor pontuação com 502 pontos; os que viram o professor a inserir dados numa folha de cálculo, 15.89%, obtiveram 471 pontos; os que usaram os computadores para inserir dados numa folha de cálculo, 15.14%, ficaram-se pelos 466 pontos.

Com a mesma tendência dos estudantes portugueses, encontramos os estudantes holandeses e os de Singapura. Os estudantes holandeses, e no que diz respeito aos que não usaram nem viram os professores usar o computador para inserir dados numa folha de cálculo, 74.86%, obtiveram uma pontuação de 538 pontos. Os que viram o professor a usar o computador para realizar a tarefa em apreço, 13.59%, obtiveram 502 pontos. A quatro pontos destes, encontramos os 8.61% de estudantes holandeses que usaram o computador para inserir dados numa folha de cálculo. Quanto aos estudantes de Singapura que não viram nem usaram o computador para inserir dados numa folha de cálculo, 66.63%, obtiveram 582 pontos. Os que viram o professor inserir dados numa folha de cálculo, 16.01%, conseguiram 568 pontos. Já os que usaram uma folha de cálculo para inserir dados, 15.77%, obtiveram 533 pontos. Encontramos, por fim, os estudantes espanhóis desalinhados com a tendência manifestada pelos restantes. Assim, os que não usaram nem viram usar uma folha de cálculo para inserir dados, 65.84%, obtiveram 494 pontos. Os que usaram uma folha de cálculo para inserir dados, 17.16%, chegaram aos 478 pontos. Inverteu-se, aqui, a tendência manifestada pelos estudantes dos restantes países, pois os estudantes espanhóis que viram o professor usar uma folha de cálculo para inserir dados, 9.31%, atingiram 462 pontos. Também relativamente a esta questão, não encontramos dados que nos permitam dizer algo sobre o desempenho dos estudantes brasileiros.

Tabela 3-110 – IC11Q05

IC11: Q05 – Reescrever expressões algébricas e resolver equações.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	6.53	500	20.48	538	69.84	530
Pt	14.49	473	17.82	490	63.32	495
Es	11.16	471	10.03	479	71.02	491
M	11.35	476	11.60	480	71.54	504
T	12.56	459	11.18	458	71.10	502
Br						
Sin	19.10	562	23.49	595	55.88	571

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Passamos, de seguida, à análise dos dados, constantes na Tabela 3-110, relativos às respostas dadas pelos estudantes à questão se usaram o computador para reescrever expressões algébricas e resolver equações.

Os dados mostram que, relativamente a Portugal, foram os estudantes que não reescreveram expressões algébricas nem resolveram equações, 69.84%, os que apresentaram melhor pontuação, com 495 pontos. Seguiram-se os que viram o professor a reescrever expressões algébricas e resolver equações, 17.82%, com 490 pontos. Por fim, encontramos os estudantes que reescreveram expressões algébricas e resolveram equações, 14.49%, com 473 pontos. Relativamente aos estudantes holandeses, foram os que viram o professor a reescrever expressões algébricas e resolver equações, 20.48%, os que tiveram melhor pontuação com 538 pontos. Seguiram-se os estudantes que não viram reescrever expressões algébricas nem resolver equações nem as reescreveram ou resolveram, 69.84%, com 530 pontos. Quanto aos 6.53% de estudantes que reescreveram expressões algébricas e resolveram equações obtiveram uma pontuação de 500 pontos. Os estudantes espanhóis que não viram reescrever expressões algébricas nem resolver equações, nem eles próprios o fizeram, 71.02%, tiveram uma classificação de 491 pontos. Os que viram os professores a reescrever expressões algébricas e resolver equações, 10.03%, conseguiram uma pontuação de 479 pontos. Quanto aos que, de facto, reescreveram expressões algébricas e resolveram equações, no computador, 11.16%, atingiram uma classificação de 471 pontos. Relativamente aos estudantes de Singapura, foram os que viram reescrever expressões algébricas e resolver equações, 23.49%, os que tiveram melhor pontuação, com 595 pontos, seguindo-se os que não viram nem fizeram a tarefa, 55.88%, com 571 pontos, e, por fim, os estudantes que reescreveram expressões algébricas e resolveram equações, 19.10%, que obtiveram 562 pontos, sendo estes os estudantes singapurenses os que tiveram “pior” classificação. Quanto aos estudantes brasileiros, novamente, nada podemos dizer, não dispondo de dados.

Os dados salientam que, em Singapura e na Holanda, foram os estudantes que viram o seu professor a reescrever expressões algébricas e resolver equações, mais de 20%, os que obtiveram os melhores resultados, com uma diferença significativa em relação aos que não reescreveram expressões algébricas e não resolveram equações, usando o computador (24 e 8 pontos, respetivamente).

Analisemos, agora, os dados relativos ao uso do computador para desenhar histogramas e, para isso, observemos e comentemos a Tabela 3-111.

Tabela 3-111 – IC11Q06

IC11: Q06 – Desenhar histogramas.						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	5.40	483	15.46	512	76.24	537
Pt	13.81	460	15.65	464	66.19	504
Es	9.61	465	9.24	459	73.48	494
M	11.46	470	11.07	466	71.98	506
T	11.53	453	10.57	442	72.76	504
Br						
Sin	12.19	545	16.97	555	69.25	585

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Nesta tabela, observamos uma tendência clara para serem os estudantes que não desenharam ou viram desenhar, pelo professor, histogramas os que obtiveram os melhores resultados. Assim, os estudantes portugueses que não desenharam ou viram desenhar histogramas no computador, 66.19%, obtiveram uma pontuação de 504 pontos. Seguiram-se os estudantes que só viram o professor a desenhar histogramas, 15.65%, com 464 pontos. Encontramos os estudantes que desenharam histogramas com o computador, 13.81%, com 460 pontos. Os estudantes holandeses que não viram nem desenharam histogramas, 76.24%, obtiveram uma pontuação de 537 pontos. Já os estudantes holandeses que só viram o professor a desenhar histogramas, 15.46%, obtiveram 512 pontos. Quanto aos estudantes da Holanda que usaram o computador para desenhar histogramas, 5.40%, obtiveram 483 pontos. Os estudantes espanhóis que desenharam histogramas, no computador, 9.61%, tiveram uma pontuação de 465 pontos. Os que só viram o professor a desenhar, 9.24%, conseguiram 459 pontos. No que diz respeito aos estudantes de Espanha que não desenharam nem viram o professor a desenhar histogramas, 73.48%, alcançaram uma classificação de 494 pontos. Relativamente a Singapura, encontramos os estudantes que desenharam gráficos no computador, 12.19%, com 545 pontos; os que só viram o professor a desenhar histogramas, 16.97%, com uma pontuação de 555 pontos. Quanto aos que não desenharam, nem viram desenhar histogramas, no computador, 69.25%, apresentaram uma classificação de 585 pontos. Uma vez mais, relativamente ao Brasil não dispomos de dados.

Observamos, como referido atrás, que são os estudantes que não tiveram qualquer contato com os computadores os que obtiveram melhor pontuação no PISA 2012, no que diz respeito a este item, IC11Q06.

Analise os dados constantes na Tabela 3-112, referentes à questão IC11Q07, onde se pretende saber se os estudantes usaram, ou viram usar, os computadores para descobrir como o gráfico de uma função de tipo $y = ax^2$ muda em função de a .

Tabela 3-112 – IC11Q07

IC11: Q07 – Descobrir como o gráfico de uma função de tipo $y = ax^2$ muda em função de a .						
País	Sim, os alunos fizeram		Sim, mas só o Professor		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	6.53	500	20.48	538	69.84	530
Pt	14.49	473	17.82	490	63.32	495
Es	11.16	471	10.03	479	71.02	491
M	11.35	476	11.60	480	71.54	504
T	12.56	459	11.18	458	71.10	502
Br						
Sin	19.10	562	23.49	595	55.88	571

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente aos estudantes de Portugal, os dados da tabela permitem-nos ver que são os estudantes que não viram nem estudaram a função quadrática com recurso ao computador, 63.32%, os que obtiveram melhor pontuação, com 495 pontos. Seguiram-se os estudantes que só viram o professor a usar, 17.82%, com uma pontuação de 490 pontos, em último, ficaram os estudantes portugueses que utilizaram o computador para estudar a variação do parâmetro a , na equação $y = ax^2$, 14.49%, com uma pontuação de 473 pontos. Os estudantes holandeses que utilizaram o computador para estudar a função quadrática dada, 6.53%, obtiveram uma pontuação de 500 pontos, os que só viram o professor a utilizar o computador, 20.48%, conseguiram uma pontuação de 538 pontos, sendo estes os estudantes da Holanda com melhor pontuação neste item. Os estudantes que nem utilizaram nem viram o professor a utilizar o computador, para estudar a função quadrática em apreço, 68.84%, tiveram uma pontuação de 530 pontos. Os estudantes espanhóis que não usaram nem viram usar o computador, para estudar este tipo de função quadrática, 71.02%, obtiveram uma pontuação de 491 pontos. Quanto aos estudantes espanhóis, que só viram o professor a usar o computador, 10.03%, conseguiram 479 pontos. Relativamente aos estudantes espanhóis que usaram o computador para estudar a variação do parâmetro a , na

função do tipo $y = ax^2$, 11.16%, obtiveram uma pontuação de 471 pontos. Em Singapura, os estudantes que só viram o professor a usar o computador, 23.49%, obtiveram 595 pontos, enquanto que os estudantes que não usaram nem viram o professor usar o computador para estudar a variação do parâmetro a , na equação $y = ax^2$, 55.88%, alcançaram uma pontuação de 571 pontos. Quanto aos estudantes singapurenses que utilizaram o computador para estudar este tipo de função, 19.10%, conseguiram uma pontuação de 562 pontos.

Os dados salientam que, em Singapura e na Holanda, foram os estudantes que viram o seu professor a fazer o estudo da variação da função $y = ax^2$, em função de a , mais de 20%, os que obtiveram os melhores resultados, com uma diferença significativa em relação aos que não fizeram o estudo da variação da função $y = ax^2$, em função de a , usando o computador (24 e 8 pontos, respetivamente).

Estamos perante situações que exigem a estudantes da faixa etária em causa trabalhar com parâmetros em expressões algébricas, atividade exigente ao nível do raciocínio algébrico.

Da análise dos dados constantes nas últimas sete tabelas, relativos à resposta à questão IC11, observamos que há reações diferentes em relação a dois tipos de atividades usando o computador: quando se trata de fazer cálculos com números, de construir figuras geométricas, de inserir dados numa folha de cálculo e de desenhar histogramas não aparecem benefícios nos resultados do PISA. Já quando se trata de desenhar gráficos, reescrever expressões algébricas e resolver equações e de fazer o estudo da variação da função $y = ax^2$, em função de a , os países com melhor desempenho no PISA 2012 do que Portugal, isto é, Singapura e Holanda, conseguem obter os melhores resultados quando o professor usa o computador na sala de aula para ilustrar esses temas. Ou seja, quando uma ilustração algébrica ou gráfica pode ajudar os estudantes, os professores de Singapura e da Holanda conseguem ser mais eficazes a usar o computador em modo demonstrativo. No caso de tarefas mais numéricas ou suficientemente simples, não aparecem benefícios.

Analisemos, de seguida, o uso das TIC fora da escola.

3.5.2 Uso das TIC fora da Escola, em casa

Relativamente ao subfator uso das TIC fora da escola, os dados só nos permitiram analisar os recursos que os estudantes possuem em casa. É o que analisaremos de seguida.

3.5.2.1 Recursos em casa

Quanto aos recursos foi perguntado aos estudantes se tinham acesso ou não em casa a computadores portáteis e a uma ligação à *internet*, bem como se faziam uso destes recursos fora da escola.

Na Tabela 3-113, na Tabela 3-114 e na Tabela 3-115, encontramos os dados relativos à questão IC01 – *Tens acesso aos seguintes equipamentos em casa?*

Quanto ao subfator uso das TIC fora da Escola, em particular ao uso de computador pudemos observar, na Tabela 3-113, que os estudantes portugueses que disseram ter acesso fora da escola a computadores, apresentaram uma pontuação substancialmente maior do que os que disseram não ter acesso a este recurso ou tendo-o, não o usaram. Repare-se que os estudantes que disseram ter acesso a computadores em casa obtiveram uma pontuação de 491 pontos e correspondem a 88.77% dos que realizaram a prova. Já os estudantes que, tendo computador, não fizeram uso dele são 3.26% e tiveram uma pontuação de 484 pontos. Os que não tinham computadores em casa correspondem a 6.47% e obtiveram uma pontuação de 473 pontos. Dos dados vemos que, no que diz respeito aos estudantes portugueses, estes tiraram proveito de ter computadores em casa, pois foram os que alcançaram a melhor pontuação.

Tabela 3-113 – IC01

IC01 – Tens acesso a um computador em casa?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	89.61	528	6.08	528	3.42	531
Pt	88.77	491	3.26	484	6.47	473
Es	66.75	489	14.87	490	15.02	473
M	66.45	499	13.22	501	17.07	487
T	59.86	501	10.66	495	25.80	459
Br						
Sin	57.03	571	18.85	590	23.30	572

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente aos estudantes holandeses, verificamos que não se observam diferenças significativas entre os que usam o computador e os que não o usam, sendo que 89% dos estudantes o usam.

Quanto aos estudantes espanhóis, verificamos que os que tinham computador em casa e fizeram uso dele ou não o usaram obtiveram resultados idênticos. Já os estudantes que não

tinham computador em casa eram 15.02% e conseguiram uma pontuação de 473 pontos, inferior aos restantes em 16-17 pontos.

Os estudantes de Singapura que, tendo computador em casa, não o utilizaram foram 18.85% e obtiveram 590 pontos, substancialmente mais do que os outros. Assim, os que tinham computador e fizeram uso dele foram 57.03% e obtiveram 571 pontos, já os que não tinham computador em casa corresponderam a 23.30% e conseguiram uma pontuação de 572 pontos.

Portugal aparece como caso singular, pois eram os estudantes que tinham computador em casa e o utilizaram (88.77%) que obtiveram as melhores pontuações, embora abaixo da média da OCDE.

Uma vez mais, relativamente a este recurso, no que concerne o Brasil, não dispomos de dados que nos possibilitem tirar ou tecer quaisquer conclusões.

Observamos que Portugal e Holanda têm a maior percentagem de estudantes com computador em casa, mais de 93%, com Singapura a ter menos de 77% (embora mais de 57% dos estudantes singapurenses usem o computador em casa).

De seguida, focaremos os dados relativamente à posse e uso de computadores portáteis em casa pelos estudantes que realizaram a prova do PISA 2012, na Tabela 3-114.

Os estudantes portugueses que tinham computadores portáteis em casa e faziam uso deles, 75.38%, obtiveram uma pontuação de 497 pontos, quanto aos que, tendo portáteis, não faziam uso deles, 5.67% obtiveram uma pontuação de 482 pontos; por sua vez, os estudantes que não possuíam computador portátil, 17.16%, conseguiram uma pontuação de 464 pontos. Todas estas pontuações se encontram abaixo da média da OCDE.

Tabela 3-114 – IC01

IC01 – Tens acesso a um computador ou portátil em casa?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	84.58	528	8.10	534	6.31	522
Pt	75.38	497	5.67	482	17.16	464
Es	74.46	490	8.35	485	14.04	469
M	68.90	502	8.90	499	19.06	485
T	56.06	503	9.47	503	30.91	461
Br						
Sin	74.86	581	12.68	574	11.78	533

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

A pontuação dos estudantes holandeses relativamente a este item esteve sempre acima da média da OCDE: assim, os que tinham computador portátil e usavam correspondiam a 84.58% e obtiveram uma pontuação de 528 pontos; os que possuíam este recurso e não o usaram foram 8.10% e conseguiram uma pontuação de 534 pontos, melhor do que os anteriores; os que não tinham computadores portáteis, 6.31%, alcançaram 522 pontos.

Os estudantes espanhóis que referiram possuir computador portátil foram 74.46% e obtiveram uma pontuação de 490 pontos, mais cinco pontos do que os 8.35% que disseram possuir portátil, mas não o usaram. Quanto aos que disseram não possuir este recurso, obtiveram 469 pontos e foram 14.04%.

Relativamente aos estudantes de Singapura, os dados dizem-nos que 74.86% tinham portátil e o usaram, tendo conseguido uma pontuação de 581 pontos. Quanto aos que, tendo portátil, não o utilizaram, 12.68%, obtiveram uma pontuação de 574 pontos. Os que não possuíam este recurso, 11.78%, obtiveram uma pontuação de 533 pontos.

Uma vez mais, relativamente aos estudantes brasileiros, não dispomos de dados.

Desta tabela ressalta que o desempenho dos estudantes com computador portátil em casa e que o usavam era superior aos que o tinham, mas não o usavam (exceto no caso da Holanda) e muito superior ao dos estudantes que não possuíam computador portátil em casa. Isto levanta mais uma vez o problema do acesso às TIC por parte dos estudantes, que, em Portugal, nesta data, eram 17% e, em Singapura, eram 12%, sendo que novamente a Holanda está em vantagem pois apenas 6% dos estudantes não tinha portátil em casa.

Quanto à possibilidade de ligação à *internet* fora da escola, em casa, e ao seu uso, pudemos observar, na Tabela 3-115, que, regra geral, os estudantes que tinham acesso à *internet* tiveram melhor desempenho no PISA 2012, pois apresentaram uma pontuação superior aos que disseram não ter acesso ou tendo acesso não fizeram uso dela.

Relativamente a este item, destacamos as pontuações quer dos estudantes portugueses quer dos estudantes singapurenses, com uma *décalage* substancial entre os que as usavam ou não as usavam, tendo ou não tendo acesso à *internet*.

Assim, os estudantes portugueses que, tendo acesso à *internet*, fizeram uso dela foram 92.69% e obtiveram uma pontuação de 494 pontos. Os que tendo acesso à *internet* e não a utilizavam, 1.70%, ficaram-se pelos 396 pontos. Já os que não tinham acesso à *internet* em casa, 3.96%, obtiveram uma pontuação de 436 pontos.

Tabela 3-115 – IC01

IC01 – Tens acesso ligação à <i>internet</i> em casa?						
País	Sim e utilizo		Sim mas não uso		Não	
	%	Média	%	Média	%	Média
Ho	97.08	531	1.12	408	.50	
Pt	92.69	494	1.70	396	3.96	436
Es	90.89	491	1.69	413	4.35	430
M	88.42	502	2.01	426	6.48	434
T	77.08	505	3.17	446	16.19	421
Br						
Sin	95.02	578	1.97	519	2.32	480

Fonte: www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

Relativamente aos estudantes holandeses, 97.08% disseram possuir *internet* em casa e tiveram 531 pontos. Os que tendo *internet*, em casa, e não a usaram, ficaram-se pelos 408 pontos. Relativamente aos que não tinham *internet* em casa, eram 0.5% e não possuímos dados para analisar.

Os estudantes espanhóis que possuíam este recurso em casa e o utilizavam, que correspondiam a 90.89 %, obtiveram uma pontuação de 491 pontos. Os que tendo a *internet*, mas não a utilizavam, foram 1.69% e conseguiram 413 pontos. Quanto aos que não possuíam acesso à *internet* em casa, 4.35%, obtiveram uma pontuação de 430 pontos.

Tal como referimos acima, os estudantes de Singapura que, tendo *internet* em casa e tirando partido dela, destacaram-se dos outros: foram 95.02% e obtiveram 578 pontos. Os que tendo o recurso não o usaram obtiveram 519 pontos. Já os que não tinham *internet* em casa, 2.32%, obtiveram uma pontuação de 480 pontos.

Pelo exposto, somos levados a inferir dos dados que os estudantes, que tinham acesso à *internet* fora da escola, em casa, tiveram um melhor desempenho do que os que não tinham acesso ao referido recurso.

De seguida, avançamos para o quarto capítulo, onde iremos apresentar as conclusões que tirámos do presente trabalho.

4 Conclusões

No presente capítulo, começamos por recordar as questões e objetivos que orientaram o nosso estudo e iremos discutir e verificar se obtivemos respostas para elas, apresentando as conclusões que retirámos deste trabalho. De seguida, tendo presente que um dos principais objetivos do PISA é que os governos percebam que fatores estão associados ao êxito educativo e não se limitam a fazer comparações de resultados isoladamente (Schleicher, 2006), sugeriremos algumas políticas educativas a adotar pelo sistema educativo português, de modo a melhorar a Literacia Matemática dos estudantes portugueses. Caraballo e colaboradores (2013), Afonso e Costa (2009), Fernandes (2008), entre outros, referem que o PISA permite que os países envolvidos disponham de resultados que lhes permitem estabelecer e fundamentar políticas educativas. Finalmente, apresentaremos as limitações do estudo e algumas sugestões para estudos futuros.

Pretendíamos, com o estudo, identificar os fatores que influenciam o desempenho de estudantes em Literacia Matemática, considerando os resultados do PISA 2012 e documentos orientadores das políticas educativas, referentes a Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil. Esta **questão geral** levou-nos a considerar três **questões específicas**: (i) qual é o estado da arte acerca dos fatores que influenciam o desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012? (ii) quais são as semelhanças e diferenças entre os elementos estruturantes fundamentais dos programas curriculares de Matemática do ensino básico de Portugal e os dos países com melhores classificações (Singapura e Holanda) e piores classificações (Espanha e Brasil) em Literacia Matemática no PISA 2012? (iii) quais são as semelhanças e diferenças entre os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática, nos dados do PISA 2012?

As questões acabadas de referir conduziram-nos ao **objetivo geral**, constituído por dois itens: (i) conhecer os fatores influenciadores do desempenho de estudantes em Literacia Matemática, considerando os resultados do PISA 2012 e documentos orientadores das políticas educativas, referentes a Portugal, Singapura, Holanda, Espanha e Brasil; (ii) Comparar as semelhanças e diferenças entre os fatores influenciadores do desempenho de

estudantes portugueses e os de países com melhores (Holanda e Singapura) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012. Este objetivo geral levou-nos a três **objetivos específicos**: (i) fazer uma revisão integrativa da literatura de modo a conhecer o estado da arte sobre os fatores que influenciam o desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA, tendo como referencial os resultados das edições de 2000 a 2012; (ii) comparar os elementos estruturantes fundamentais dos programas/organização curriculares de Matemática do ensino básico de Portugal com os dos países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática no PISA 2012; (iii) comparar os fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Holanda e Singapura) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática nos dados do PISA 2012.

4.1 Do referencial do PISA ao Estado da arte

O estudo do referencial teórico do PISA 2012 permitiu-nos identificar os seus três eixos principais: definição de *Literacia Matemática*, organização do *domínio de conhecimento* e a *avaliação da Literacia Matemática*. Importa salientar que, no domínio do conhecimento, estudámos três aspetos: os processos matemáticos e as competências matemáticas subjacentes a esses processos; a forma como se organizam os conhecimentos de conteúdo matemático e aqueles que são relevantes para uma avaliação de jovens de quinze anos; os contextos onde os estudantes encontram desafios matemáticos.

O principal objetivo do Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (PISA) é saber se finalizada a escolaridade obrigatória, os jovens estão em condições de serem cidadãos reflexivos, ir para o mercado de trabalho, ou ingressar na vida académica, prosseguindo os seus estudos. E, no caso da Literacia Matemática, perceber se perante situações problemáticas que lhes possam surgir, dispõem das ferramentas – matemáticas – adequadas para as enfrentar (OECD, 2013b). Portanto, o PISA pretende responder à questão: o que é ser matematicamente competente, quando se tem quinze anos e se está próximo de finalizar a escolaridade obrigatória? Ou seja, será que “este” jovem dispõe das ferramentas matemáticas necessárias quer para ser um cidadão ativo e consciente, quer para ingressar na vida ativa quer para prosseguir os seus estudos?

As respostas a estas questões passam pela própria definição de Literacia Matemática, que foi definida no PISA 2003 como:

(...) a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo. (OECD, 2003, p. 24)

Este constructo foi redefinido no PISA 2012, sendo ampliado, de forma a explicitar as competências definidas por Niss e Højgaard (2011). Assim, *Literacia Matemática* passou a ter a seguinte definição:

(...) a capacidade que os indivíduos têm para formularem, aplicarem e interpretarem a matemática em distintos contextos. Inclui o raciocínio matemático e a utilização de conceitos, procedimentos, dados e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenómenos. Contribui para que os indivíduos reconheçam o papel que a matemática desempenha no mundo e para que cidadãos construtivos, comprometidos e reflexivos possam emitir juízos e tomar decisões bem fundamentadas. (OECD, 2013b, p. 25)

Quando comparadas as duas definições, observámos que a de 2012 é conceptualmente mais abrangente do que a anterior, incorporando os conceitos da definição de 2003. Note-se que, anteriormente, se salientavam quatro descritores, enquanto que, na definição de 2012, passaram a constar oito descritores (Caraballo et al., 2013; Niss, 2015; Rico, 2004, 2007, 2011).

O uso dos verbos “formular”, “aplicar” e “interpretar”, na definição de Literacia Matemática de 2012, destaca um envolvimento que terá, necessariamente, de ser ativo na resolução de problemas em contexto. Assim, quando confrontados com um desafio ou problema do mundo real, são apontados aos estudantes os caminhos a percorrer durante a procura da solução ou soluções. São quatro os contextos de onde podem emergir os problemas, a saber: *peçoal, social, ocupacional e científico*, salientando-se que um problema pode ser transversal a vários destes contextos.

O conteúdo matemático surge igualmente diferenciado em quatro categorias: *quantidade; incerteza e dados; mudanças e relações; espaço e forma*. Espera-se que todos os estudantes de quinze anos, durante o seu percurso escolar, tenham tido, de algum modo, contacto com estes conteúdos.

Concluímos, pois, que um problema é caracterizado, tendo em conta dois aspetos, os contextos e os conteúdos matemáticos. Estes dois aspetos concorrem para uma resolução de problemas que se pretende dinâmica, o chamado pensamento em ação, onde o estudante tem oportunidade de mostrar as competências matemáticas desenvolvidas (Rico, 2006, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008).

Refira-se, por fim, que, no referencial do PISA 2012, ressaltam sete competências: Comunicação; Representação; Definição de estratégias; Matematização; Raciocínio e argumentação; Utilização de linguagem simbólica, formal e técnica e de operações; Utilização de ferramentas matemáticas, que foram definidas na organização do domínio de conhecimento matemático (Niss & Højgaard, 2011; OECD, 2013b; Turner et al., 2015). Quando um indivíduo resolve um problema, estas competências são ativadas de forma sucessiva e simultânea.

Depois desta breve descrição do referencial teórico do PISA 2012, referimos o estado da arte, no que diz respeito aos fatores influenciadores do desempenho dos estudantes. Começamos o estudo do estado da arte, lendo as discussões que a publicação dos resultados do PISA 2012 suscitou na *internet*, nomeadamente numa série de *blogues*.

A discussão centrou-se nos resultados do PISA, obtidos por Portugal ao longo das cinco edições realizadas até 2012, nas políticas educativas que os terão gerado e quais poderiam vir a ser os resultados que Portugal obteria na edição de 2015, fruto das mudanças das políticas educativas em curso na altura. As discussões suscitadas e a diversidade de opiniões levaram-nos a investigar as tendências discursivas sobre os resultados do PISA na Blogosfera. Esta investigação originou o artigo *PISA Portugal na Blogosfera: Fatores influenciadores dos resultados*. Segundo os *Blogues* descortinámos três fatores influenciadores dos resultados do PISA: o ensino; a amostragem; e a retenção escolar (Pinto, 2017).

Após este primeiro estudo, surgiu, no âmbito da primeira conferência internacional do Espaço Matemático em Língua Portuguesa (EMeLP), com a publicação de um resumo alargado nas atas do Encontro, a necessidade de investigar quais os fatores influenciadores dos resultados de estudantes portugueses e brasileiros nas edições do PISA, de 2000 a 2012, de acordo com a literatura publicada. Os resultados apontaram cinco fatores: (i) *sistema educativo*, que englobou cinco subfatores: (a) a retenção; (b) a equidade/desigualdade educacional; (c) as políticas educativas; (d) a autonomia da escola; e) o abandono escolar;

(ii) *contexto socioeconómico cultural familiar*; (iii) *características das escolas*; (iv) *características dos estudantes*; (v) *uso de tecnologias da informação e comunicação*. Dentre estes fatores, são mais referidos, em ambos os países, o *sistema educativo* e o *contexto socioeconómico* dos estudantes. Os resultados deste estudo evidenciaram que há uma multiplicidade de fatores que afetam o desempenho de estudantes no PISA, tanto em Portugal como no Brasil, e foram publicados com o título *Fatores influenciadores dos resultados de matemática de estudantes portugueses e brasileiros no PISA: Revisão integrativa*, na revista *Ciência e Educação* (Pinto et al., 2016).

Com base neste estudo, avançamos para a realização de uma revisão integrativa com os cinco países, que se consubstanciou no referencial empírico deste estudo. A leitura e análise crítica dos artigos selecionados permitiu-nos encontrar cinco fatores influenciadores do desempenho de estudantes no PISA: o sistema educativo; o contexto socioeconómico familiar; as características das escolas; as características dos estudantes; o uso das tecnologias da informação e comunicação. Estes fatores e conclusões foram vertidos no artigo *Fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA: Revisão Integrativa* publicado na revista *REXE* (Pinto et al., 2019).

Estes cinco fatores encerraram alguns subfatores. Assim, o fator sistema educativo apresentou sete subfatores: retenção escolar; equidade/desigualdade educacional; políticas educativas; organização curricular; abandono escolar; frequência do ensino pré-escolar; educação sombra. No contexto socioeconómico familiar, destacou-se o ambiente familiar e a distribuição desigual de *capitais*, quer *capital económico* (bens e serviços a que ele dá acesso); quer *capital social* (relacionado com as redes de influência social apresentadas pelas família, diálogo familiar, *status* ocupacional e recursos educacionais); quer, ainda, *capital cultural* (relacionado com as competências culturais e linguísticas herdadas pelo estudante, oriundas da escolaridade dos pais) que tem uma influência muito grande no desempenho escolar dos estudantes. Vimos, também, que a escola tem tendência para mimetizar a sociedade, dado esta ser um local onde se estabelecem relações de poder e, também, relações interpessoais. Quanto às características das escolas, destacaram-se quatro subfatores: autonomia da escola, desempenho dos professores, tipo de escola e dimensão da escola. Nas características e perceções dos estudantes, emergiram cinco subfatores: o género; a autoconfiança (motivação, autoeficácia, ansiedade); o modo de pensar; a idade; os hábitos

de leitura dos estudantes. Por fim, no respeitante ao uso das tecnologias da informação e comunicação, destacaram-se dois subfatores: o uso das TIC na escola e o uso das TIC fora da escola (em casa).

No presente capítulo, iremos, ainda, aprofundar o estudo destes subfatores que emergiram da literatura, analisando-os à luz dos resultados dos inquéritos a que os estudantes, os pais e os diretores das escolas responderam aquando da realização do PISA 2012. Consideremos, de seguida, as principais linhas orientadoras dos currículos dos cinco países em estudo, tendo por base os documentos oficiais que os sustentam.

4.2 Considerações sobre os Programas Curriculares de Matemática

A revisão de literatura que realizámos evidenciou, como já vimos, cinco fatores influenciadores dos resultados dos estudantes no PISA. De entre eles, percebemos que o sistema educativo, quer com as suas políticas educativas, quer com a sua organização curricular, em que destacamos os métodos de ensino e o desenho curricular, são determinantes para o desempenho dos estudantes em Literacia Matemática.

Do estudo que fizemos, salientamos a *organização dos programas curriculares de Matemática do ensino básico* dos cinco países mencionados anteriormente, que foi feita no 2.º capítulo.

Aí, concluiu-se que não existem muitas diferenças entre as finalidades dos cinco programas: em todos os países, se pretende que o estudante desenvolva as suas capacidades matemáticas, com relevo para a capacidade de resolver problemas em contextos diversificados, levando a Matemática para além da sala de aula, atingindo atividades profissionais reais. Em todos, se coloca como finalidade que os estudantes desenvolvam uma atitude positiva face à Matemática, apreciando a sua beleza e poder, criando confiança nas suas capacidades e tirando prazer do seu uso. A ênfase em Singapura é maior pois aí se refere explicitamente o desenvolvimento da numeracia, do raciocínio, das capacidades de pensamento e das capacidades de resolução de problemas.

Também não foram detetadas diferenças de nota entre os objetivos gerais presentes nos documentos de cada um dos cinco países; todos referem que é imprescindível aos estudantes conhecerem factos e procedimentos básicos, dominar conceitos e competências matemáticas, de modo a compreender e usar a Matemática nas suas diferentes

representações. Todos os documentos apontam a importância de os estudantes resolverem problemas em situações práticas. A comunicação, oral ou escrita, é enfatizada quer para ordenar e explicar aos outros os próprios pensamentos, quer para entender os dos outros. É realçado o uso que o estudante tem de fazer da Matemática, a par das conexões que esta permite estabelecer entre as mais diversificadas áreas do saber. É destacada a necessidade que o estudante tem de apreciar a Matemática, nas suas diversas vertentes.

Relativamente às indicações metodológicas, os cinco programas são unânimes em apontar as atividades de resolução de problemas como centrais da atividade do estudante. Alguns apontam mesmo que se deve ter uma metodologia de investigação que conduza a uma prática compreensiva da Matemática. Esta deve ser baseada em situações relevantes para os estudantes e que os envolvam na sua própria aprendizagem.

Onde foi detetada uma diferença maior foi na análise das competências matemáticas do PISA 2012 presentes explicitamente nos programas dos cinco países. No final da análise esquemática e sintética dos programas dos cinco países considerados, verificámos uma proximidade bastante grande com as sete competências preconizadas pelo referencial teórico do PISA 2012. O programa de Singapura sobressai entre estes cinco programas por ser aquele que mais se aproxima de um trabalho completo e sistemático da resolução de problemas na visão do PISA 2012. Não só apresenta a resolução de problemas no centro dos seus documentos curriculares (ver Figura 2-1) como as competências matemáticas do PISA 2012 estão presentes de forma mais marcante e completa nos seus programas (Tabela 2-2).

Depois da análise esquemática e sintética dos programas curriculares de Matemática dos cinco países, apresentamos os fatores influenciadores dos resultados dos estudantes no PISA 2012 que emergiram do nosso estudo, baseando-nos, para isso, nas tabelas apresentadas no 3.º capítulo.

4.3 Fatores influenciadores do desempenho a Matemática no PISA 2012

A aplicação do PISA 2012 constou da resposta a um questionário com perguntas para serem respondidas pelos estudantes, pelos seus pais e pelos Diretores das Escolas. Os dados das respostas a esse inquérito possibilitaram-nos construir as tabelas do 3.º capítulo. Com base nessas tabelas, apresentamos as conclusões a que chegámos com o presente estudo.

Apresentamos a lista dos fatores que emergiram como influenciadores dos resultados dos estudantes no PISA:

- (i) No contexto socioeconómico familiar
 - a. posse de computadores, *software* educativo e ligação à *internet*
 - b. posse de livros
- (ii) Nas características das escolas
 - a. autonomia das escolas
 - b. papel do professor
 - c. avaliação
 - d. preparação de aulas
- (iii) Nas características e perceções dos estudantes
 - a. gosto pela Matemática
 - b. visão da Matemática
 - c. oportunidades de aprender Matemática
 - d. resolução de problemas na sala de aula
- (iv) No uso das TIC
 - a. uso das TIC na sala de aula
 - b. uso das TIC em casa

Segue-se a lista de fatores que emergiram como não influenciadores ou com influência negativa nos resultados dos estudantes no PISA:

- (i) No sistema educativo
 - a. retenção escolar
 - b. educação sombra
- (ii) Nas características das escolas
 - a. observação de aulas por pares
- (iii) Nas características e perceções dos estudantes
 - a. motivação pela aprendizagem da Matemática
- (iv) No uso das TIC
 - a. uso das TIC na escola

O primeiro fator que estudámos foi o **sistema educativo**. Deste emergiram dois subfatores: a retenção escolar e a educação sombra.

Relativamente à *retenção escolar*, verificámos que os dados vão ao encontro do que já tínhamos analisado e visto na literatura. A retenção não é uma mais-valia para a vida académica dos estudantes, antes pelo contrário. Estes resultados são corroborados pela literatura (Conboy, 2011; Fernandes, 2008; Silva, 2004).

Relativamente à *educação sombra*, os dados mostraram que não foi pelos estudantes terem tido mais horas de Matemática, fora da escola, que obtiveram melhores resultados, em todos os países-alvo deste estudo.

Observe-se que estes dados contradizem, aparentemente, o que a literatura afirma sobre a Ásia, em que estudantes com mais horas de Matemática fora da sala de aula foram os que tiveram melhores pontuações. Neste continente, a altíssima competição entre os estudantes para entrar no ensino superior favorece a educação sombra. Contudo, nesse contexto, trata-se de provas que ocorrem normalmente três anos mais tarde na escolaridade do que a prova do PISA. Assim, é natural que a educação sombra seja um fator influenciador do desempenho dos estudantes asiáticos no ensino secundário, conforme referido na literatura (Bray, 2008; Pinto et al., 2014; Thien & Ong, 2015), mas não no desempenho dos estudantes numa prova como a do PISA.

O segundo fator analisado foi o **contexto socioeconómico familiar**. Relativamente a este fator, foram várias as questões a que os estudantes tiveram de responder. Começámos por analisar a *posse de computadores, software educativo e ligação à internet*. A existência de recursos em casa (computadores, *software* educativo e ligação à *internet*) está associada aos melhores desempenhos no PISA 2012. Possuir estes bens pode ser uma mais-valia para os estudantes, se estes os usarem para desenvolver tarefas de alto nível e não para simplesmente se divertirem. O mesmo foi confirmado pela literatura (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010; Pinto, 2017; Pinto et al., 2016, 2019).

A *posse de livros* também foi estudada pelo PISA 2012. Relativamente a este bem, observou-se que quem tinha mais livros, quer técnicos quer de ajuda ao estudo teve melhores resultados. Portanto, este tipo de bem deve estar presente na casa dos estudantes. Assim, e tal como já referimos, quanto maior for a posse de bens e de recursos familiares, maior será o desempenho dos estudantes vindos de famílias com este tipo de posses. Por conseguinte, o poder económico e cultural é um fator diferenciador, como encontrado na literatura (Bonamino et al., 2010; Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010; Vieira & Moreira, 2013).

O terceiro fator, **características das escolas**, apresentou os subfatores autonomia das escolas, ensino da Matemática e experiências matemáticas.

Os dados mostraram que a *autonomia das escolas* pode ser benéfica para o sistema de ensino, em particular, para um melhor desempenho dos estudantes. Observou-se que os melhores resultados foram encontrados entre os estudantes de escolas que ofereciam aulas suplementares de Matemática e estas aulas suplementares serviam para desenvolver competências matemáticas e para recuperação na disciplina. Os diretores das escolas deveriam poder gerir o número de estudantes por turma, a carga horária em função das turmas e, consequentemente, a gestão de professores e a sua responsabilização, dando-lhes maior autonomia, para poderem gerir programas curriculares. Estes propósitos estão sustentados na literatura (Afonso & Costa, 2009; E. Costa & Afonso, 2009; Pereira, 2010; Silva, 2004; Yore et al., 2010; You & Morris, 2015).

No subfator ensino da Matemática, destacamos várias questões sobre os professores, nomeadamente sobre o *papel do professor*: – o melhor professor é o que é melhor a adaptar os padrões académicos ao nível de desempenho e às necessidades dos estudantes? – o melhor professor é que preconiza que o desenvolvimento social e emocional dos estudantes é tão importante como a aquisição de competências e conteúdos de Matemática, nas aulas desta disciplina? – os professores de Matemática estão interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino? – os professores de Matemática preferem utilizar métodos e práticas de ensino que já conhecem? – os professores devem procurar que o desempenho académico seja mantido o mais alto possível?

Os dados mostraram que os professores que se enquadravam nestes perfis foram os que os estudantes mais destacaram. O desempenho dos estudantes que destacavam estes professores foi melhor do que os estudantes que não os valorizavam. Foi consensual a ideia, entre os estudantes, que o desenvolvimento das competências preconizadas por Niss e Højgaard (2011) e a aquisição de conteúdos de Matemática deve ser o principal objetivo das aulas desta disciplina. Talvez por só conhecerem as suas escolas, ou um número reduzido de escolas, os estudantes foram de opinião que as boas práticas dos professores de Matemática eram as que prevaleciam nas suas escolas.

No que concerne à *avaliação*, destacamos os estudantes de Portugal e de Singapura que não foram expostos a testes ou fichas e obtiveram melhor pontuação do que os seus

colegas que disseram que tinham sido submetidos àquelas práticas de avaliação, de acordo com os dados da Tabela 3-94 à Tabela 3-101.

No que respeita à *observação de aulas por pares* os estudantes não sentiram que houvesse influência desse elemento estranho à aula na atitude do professor. Os resultados obtidos pelos estudantes não foram afetados por este fator.

Vemos, assim, que a opinião dos estudantes e o seu desempenho vai ao encontro do que a literatura preconiza para as práticas dos professores. Salientamos que as práticas devem ser inovadoras, devem refletir preocupações com o desenvolvimento social e emocional dos estudantes, a avaliação deve ser eminentemente formativa e deve ser entendida com um processo integrador do ensino e das aprendizagens, os professores devem investigar as próprias aulas (Associação de Professores de Matemática, 2009; Fernandes, 2008, 2011; Ponte, 2002, 2006; Sá Silva et al., 2009; Santos et al., 2009; The National Council of Teachers Mathematics, 2017; Thiessen & Blasius, 2008).

No subfator *experiências matemáticas*, os estudantes foram convocados a responder sobre o modo *como são preparadas as aulas* pelos seus professores, se são estabelecidas metas de aprendizagem, como é que são conduzidas as aulas, se o ambiente na sala de aula é propício à aprendizagem e como interagem os professores com eles. Os estudantes também foram questionados se, nas suas escolas, existiam clubes (Matemática, xadrez, informática) e se eram motivados a participar em competições matemáticas.

Os dados mostraram que os estudantes que obtiveram melhor desempenho foram os que frequentavam escolas onde os professores pediam aos estudantes para apresentar com pormenor o pensamento e raciocínio e os faziam refletir sobre os problemas propostos. Também apresentavam problemas aos estudantes cujo método de resolução não era imediato; levavam os estudantes a aprender com os erros cometidos; apresentavam-lhes situações novas que requerem a aplicação de conteúdos já lecionados. Os resultados também mostraram que os professores, ditos mais exigentes, foram destacados pelos estudantes que obtiveram melhor desempenho no PISA 2012. Estes resultados vão ao encontro do que a literatura destaca (Carreira et al., 2012; Marcelo, 2009; Ponte, 2002, 2006).

O quarto fator estudado, **características e perceções dos estudantes**, mostrou-nos as interações que os estudantes têm com a Matemática. Como a encaram, quais as suas crenças e que níveis de ansiedade esta desencadeia neles. Este fator, como vimos, apresentou dois subfatores, o primeiro que designámos por *atitudes, crenças e emoções em relação à*

Matemática e o segundo, a que chamámos *oportunidades de aprender Matemática* (este analisado em duas vertentes⁷).

Relativamente ao primeiro subfator, ressaltou que as melhores pontuações e os melhores desempenhos foram obtidos pelos *estudantes que gostavam de Matemática*, ansiando por ter aulas desta disciplina. Uma visão de que a Matemática ajuda a resolver situações do dia a dia, que pode ser uma mais-valia, quer em estudos futuros, quer na profissão que se venha a seguir, leva a que os estudantes se empenhem mais e os resultados sejam melhores. Por conseguinte, os dados mostram que os estudantes que têm a perceção de que a Matemática é importante são os que obtiveram os melhores desempenhos, em concordância com o que indica a literatura (Curi & Menezes-Filho, 2009; Recio, 2007; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

A *motivação para estudar matemática*, ou a falta dela, pode fazer a diferença na hora de enfrentar a Matemática. Dos dados, vimos que os estudantes que se esforçaram para aprender Matemática têm a perceção de que o seu esforço será recompensado. Os dados mostraram que foram estes os que tiveram os melhores resultados. Contudo, uma parte substancial dos estudantes, entre 15% e 30% dos estudantes, exceto em Singapura, entende que não depende só do seu querer obter bons resultados a Matemática. Este resultado está em linha com os mais de 30% dos estudantes a entender que, se tivessem professores diferentes, esforçar-se-iam mais em Matemática. Estes estudantes sentem necessidade de intervenção externa para a melhoria dos resultados a Matemática.

Os estudantes com maior sucesso foram os que *pensam na Matemática como uma ciência que é um todo*, ou seja, os novos conceitos são relacionados com os que os estudantes já possuíam, fazendo um investimento em tentar compreender conceitos ainda não dominados. Esta ligação entre conceitos prévios e conceitos emergentes (conceitos novos) foi a que proporcionou melhores resultados aos estudantes. No lado oposto, encontrámos os estudantes que apostaram na fragmentação dos conteúdos e na memorização para “aprender” Matemática. Observou-se, pois, que foram estes os que tiveram os piores desempenhos no PISA 2012. A par destes estiveram os que procuram identificar as partes mais importantes da matéria, também com pouco sucesso.

⁷ Parágrafo 3.4.2 e parágrafo 3.4.3.

Encontramos, claramente, um fator influenciador dos resultados dos estudantes no PISA 2012: procurar informação de modo a simplificar os problemas, identificar as partes mais importantes da matéria e clarificar conceitos foi, sem sombra de dúvida, uma atitude que favoreceu o melhor desempenho dos estudantes dos países melhores classificados no PISA 2012 (J. J. French et al., 2015; Özcan, 2015; Thien & Ong, 2015; Tröhler, 2011).

Nos subfator *oportunidades de aprender Matemática*, os estudantes foram confrontados com questões sobre como é que a Matemática lhes foi apresentada na escola, isto é, na forma de exercícios rotineiros ou na forma de resolução de problemas que lhes proporcionavam a oportunidade de fazer Matemática. Ou seja, pretendia-se saber se teriam sido os estudantes sujeitos a problemas, do seu dia a dia, que dependiam da Matemática para serem resolvidos.

A grande maioria dos estudantes estava familiarizada e sentia-se capaz de resolver problemas matemáticos variados, envolvendo horários de transportes, descontos em vendas, pavimentações, cálculos, usando escalas, cálculos de consumos de automóveis e de compreender gráficos apresentados em jornais.

Verificámos que os estudantes de Singapura e da Holanda, com um currículo que preconiza a *resolução de problemas*, e problemas realistas, obtiveram pontuações substancialmente acima dos seus outros colegas. Os currículos de Matemática devem, então, apostar na resolução de problemas, que envolvam questões do dia a dia dos estudantes (Baumann & Winzar, 2014; A. Canavarró et al., 2020; Schoenfeld, 2007).

No estudo que fizemos dos currículos de Matemática dos países-alvo do presente estudo, verificámos que a resolução de problemas está presente em todos, embora com uma ênfase maior na Holanda e em Singapura (DEB, 2001; INEE, 2014; Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación, 2006; Ministry of Education, 2006b, 2006a; OECD, 2014a; Santos et al., 2009; Secretaria da Educação Básica, 2002; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999; Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005). Resta saber se a resolução de problemas é levada para a sala de aula, com o objetivo claro de desenvolver competências como as preconizadas nos documentos oficiais e em alguns autores (A. Canavarró et al., 2020; DEB, 2001; DGIDC, 2007; Rico & Lupiáñez, 2008).

Se repararmos no currículo de Singapura, verificamos que a resolução de problemas (Buchwald et al., 2015; Ministry of Education, 2006a, 2006b, 2017; Schoenfeld, 2007) e o desenvolvimento de competências (Niss & Højgaard, 2011; OECD, 2013b; Turner et al.,

2015) são o cerne, o que contribuiu decisivamente para o bom desempenho dos estudantes deste país. O tipo de problemas a que estes estudantes são expostos concorre para que as sete competências preconizadas no referencial do PISA 2012 sejam ativadas de forma sucessiva e simultânea quando um estudante resolve um problema.

Concluímos, assim, que a oportunidade de um estudante aprender Matemática passa, em larga escala, pelas situações problemáticas a que ele é exposto dentro e fora da sala de aula (Schoenfeld, 2007; The National Council of Teachers Mathematics, 2007, 2017).

Segue-se o fator influenciador **uso das TIC**, que foi analisado em duas vertentes, dentro da escola e fora dela, em casa.

Os resultados do PISA 2012 vieram mostrar que o *acesso dos estudantes a computadores na escola ou a uma ligação à internet na escola* não teve uma influência positiva no resultado dos estudantes, parecendo que os melhores resultados aparecem dos estudantes que não usam computadores nem *internet* na escola.

No que diz respeito à *atividade do professor na sala de aula com as TIC*, o panorama muda significativamente. Da análise dos dados analisados no parágrafo 3.5.1.3, observamos que há reações diferentes em relação a dois tipos de atividades, usando o computador: quando se trata de fazer cálculos com números, de construir figuras geométricas, de inserir dados numa folha de cálculo e de desenhar histogramas não aparecem benefícios nos resultados do PISA 2012. Já quando se trata de desenhar gráficos, reescrever expressões algébricas e resolver equações e de fazer o estudo da variação da função $y = ax^2$, em função de a , há países com melhor desempenho no PISA 2012 do que Portugal, isto é, Singapura e Holanda que conseguem obter melhores resultados quando o professor usa o computador na sala de aula para ilustrar esses temas.

Quando uma ilustração algébrica ou gráfica pode ajudar os estudantes, os professores de Singapura e da Holanda conseguem ser mais eficazes a usar o computador em modo demonstrativo. No caso de tarefas mais numéricas ou suficientemente simples, não aparecem benefícios.

Relativamente ao uso da *internet*, verificaram-se duas situações diversas. Os dados mostraram que, quanto maior era a *exposição dos estudantes à internet na Escola*, piores eram os seus resultados. Observámos que os melhores resultados foram obtidos pelos estudantes que não usaram a *internet* na escola. Repare-se que estes resultados vêm ao encontro do que refere a literatura, pois, quando a *internet* é usada para entretenimento e não

para tarefas de alto nível, os resultados dos estudantes tendem a ser mais fracos (Del Porto & Ferreira, 2007; Pereira, 2010; Pinto, 2017; Pinto et al., 2016, 2019).

Quando analisamos os dados do *uso da internet em casa*, verifica-se uma tendência contrária ao que se passa relativamente à escola. Tiveram um melhor desempenho os estudantes que tinham acesso à *internet* em casa. Assim, recomendamos o acesso à *internet* em casa, mas para a realização das chamadas tarefas de alto nível, tal como referido por Pinto (2017), Del Porto (2007) e Pereira (2010), entre outros.

No parágrafo seguinte vamos comparar Portugal com cada um dos outros países em estudo, destacando as diferenças que consideramos relevantes e dignas de nota.

4.4 Comparando Portugal com outros países

Neste parágrafo vamos comparar os fatores influenciadores e diferenciadores do desempenho de estudantes portugueses com os de países com melhores (Singapura e Holanda) e piores (Espanha e Brasil) classificações em Literacia Matemática nos dados do PISA 2012.

4.4.1 Portugal e Singapura

O presente estudo permitiu identificar alguns fatores influenciadores do desempenho dos estudantes que participaram no Programa PISA 2012. Dentre esses fatores, há alguns cuja influência se fez sentir diferentemente em Portugal e Singapura. Vamos apresentar aqui resumidamente essas diferenças:

- A retenção em Singapura era residual, mas, em Portugal, os índices de retenção eram e são, ainda hoje, preocupantes.

- A posse de livros técnicos de referência em casa dos estudantes singapurenses era de mais de 60%, enquanto em Portugal era de menos de 50% abaixo da média da OCDE (60%).

- Em Singapura, 65.07% dos diretores consideravam que o ensino nas suas escolas não era afetado pela falta de professores de Matemática; em Portugal, essa percentagem era de 91.14%.

– A existência de uma política para a utilização de computadores nas aulas de Matemática, com *software* específico para o seu ensino, em Singapura, era superior a 77%, enquanto que, em Portugal, não chegava aos 35%.

– Em Portugal, 92.5% dos estudantes de uma mesma escola usavam o mesmo manual de Matemática no 10.º Ano; já em Singapura, este facto “só” se verificava em 64.62%.

– Em Singapura, 27.00% dos diretores concordava completamente que, entre os professores de Matemática, era consensual a ideia de que era melhor adaptar os padrões académicos ao nível de desempenho e às necessidades dos estudantes. Em Portugal, só 13.42% dos diretores é que concordavam completamente.

– Em Singapura, 92.35% dos diretores concordava ou concordava completamente que, entre os professores de Matemática, era consensual a ideia de que o desenvolvimento social e emocional dos estudantes é tão importante como a aquisição de competências e conteúdos de Matemática, nas aulas desta disciplina. Em Portugal, a percentagem de diretores que concordava ou concordava completamente era de 71.04%.

– Em Singapura, 82.50% dos diretores concordava ou concordava completamente que os professores de Matemática preferiam utilizar métodos e práticas de ensino que já conheciam. Em Portugal, 61.48% dos diretores consideravam os professores nas mesmas condições.

– Em Singapura, 99.81% dos diretores referiram que existiam aulas observadas por eles próprios, pelo coordenador do departamento ou pelo delegado do grupo; em Portugal, a percentagem de diretores que aludiram esse mesmo facto era de 59.20%. Quanto à observação de aulas por inspetores ou por pessoas exteriores à escola, em Singapura, era de 23.28%, enquanto que, em Portugal, era de 4.13%.

– Em Portugal, 33.07% dos professores pediam aos estudantes para apresentarem com pormenor o seu pensamento ou raciocínio em todas as aulas e em Singapura esta percentagem de professores era de 20.90%.

– Em Singapura, 50.86% dos estudantes concordavam totalmente que os professores davam ajuda suplementar quando os estudantes necessitavam; em Portugal, essa percentagem era de 33.35%.

– Em Portugal, 44.20% das escolas ofereciam clube de Matemática aos estudantes do 10.º Ano; em Singapura, essa oferta ficava-se por 20.42% das escolas.

– Em Portugal, 96.28% das escolas ofereciam competições Matemáticas aos estudantes do 10.º Ano; em Singapura, essa oferta ficava-se por 86.30% das escolas.

– Em Singapura, 87.02% das escolas ofereciam aos estudantes que frequentavam o 10.º ano clube de informática, enquanto, em Portugal, só 11.93% das escolas ofereciam clube de informática aos seus estudantes.

– Em Singapura, 76.55% dos estudantes concordavam ou concordavam totalmente que estavam sempre desejosos de ter aulas de Matemática; em Portugal, estudantes nestas situações eram 32.04%.

– Em Singapura, 64.65% dos estudantes concordavam totalmente que se se esforçassem muito a Matemática, o seu esforço seria recompensado; em Portugal, só 44.78% dos estudantes pensavam assim.

– Em Singapura, 54.11% dos estudantes concordavam totalmente que, se quisessem, poderiam ter bons resultados a Matemática; em Portugal, só 33.72% dos estudantes pensavam assim.

– Em Singapura, 69.09% dos estudantes concordavam totalmente ou concordavam que estudavam bastante para os testes de Matemática; em Portugal, nesta situação, encontravam-se 56.10% dos estudantes.

– Em Singapura, 64.20% dos estudantes, quando estudava Matemática, tentava identificar os conceitos que ainda não compreendia devidamente; em Portugal, verificava-se que 48.83% dos estudantes estavam na mesma situação.

– Em Singapura, 60.84% dos estudantes, para não se esquecer da forma de resolver um problema de Matemática, revia os exemplos muitas vezes; em Portugal, os estudantes nestas condições eram 45.53%.

– Em Singapura, 63.87% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular quanto baixaria o preço de uma televisão, após um desconto de 30%; em Portugal, encontravam-se nesta situação 44.68% dos estudantes.

– Em Singapura, 50.51% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular, num mapa de escala 1:10000, a distância real entre dois lugares; em Portugal, nesta situação encontravam-se 28.37% dos estudantes.

– Em Singapura, 74.07% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $3x + 5 = 17$; em Portugal, estudantes nestas condições eram 55.84%.

– Em Singapura, 62.87% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; em Portugal estudantes nestas condições eram 40.07%.

– Em Singapura, às vezes, 47.03% dos estudantes usavam o horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades; em Portugal, 34.58% dos estudantes nunca realizavam em aula esta tarefa.

– Em Singapura, às vezes, 50.77% dos estudantes calculava o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos; em Portugal, 28.70% dos estudantes nunca realizavam esta tarefa na aula.

– Em Singapura, às vezes, 42.60% dos estudantes calculava quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento; em Portugal, 27.45% dos estudantes nunca realizavam esta tarefa em aula.

– Em Singapura, 74.49% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, uma equação do tipo $6x^2 + 5 = 29$; em Portugal, esta tarefa era resolvida por 46.57% dos estudantes.

– Em Singapura, 76.82% dos estudantes calculavam frequentemente ou às vezes, em sala de aula, a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000; em Portugal esta tarefa era realizada por 37.61% dos estudantes.

– Em Singapura, 75.98% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; em Portugal, esta tarefa era realizada por 47.09% dos estudantes.

– Em Singapura, 73.51% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $3x + 5 = 17$ e em Portugal, esta tarefa era realizada por 43.45% dos estudantes.

– Em Portugal, 54.84% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de divisor; em Singapura, a percentagem de estudantes, nesta mesma situação, era de 27.61%.

– Em Singapura, 55.69% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de função quadrática e, em Portugal, 26.72% dos estudantes nunca tinha ouvido falar.

– Em Singapura, 62.24% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de equação linear; em Portugal, só 23.93% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Em Portugal, 33.80% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de radical; em Singapura, 31.07% dos estudantes nunca tinha ouvido falar.

– Em Singapura, 47.36% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de figura congruente; em Portugal, 50.54% dos estudantes nunca tinha ouvido falar.

– Em Singapura, 64.49% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de cosseno; em Portugal, a percentagem de estudantes, nestas condições, era de 37.32%.

Sintetizando, podemos dizer que os professores em Singapura eram mais exigentes, mas mais compreensivos com o desenvolvimento social e emocional dos estudantes, ajudavam mais quem manifestava dificuldades e reprovavam menos os estudantes.

Em Singapura, havia mais uso de computadores nas aulas de Matemática, com *software* específico para o seu ensino, e uma oferta esmagadora de clubes de informática, 87.02% das escolas singapurenses ofereciam este bem; em Portugal só em 11.93% das escolas é que este mesmo bem era oferecido.

Em Singapura, os professores de Matemática preferiam utilizar métodos e práticas de ensino que já conheciam, mas quase todos os professores tinham algumas das suas aulas observadas, ao contrário de Portugal.

Em Singapura, os estudantes estavam mais motivados para as aulas de Matemática e confiavam mais no seu próprio estudo, usando mais do que em Portugal estratégias de identificação dos conceitos que ainda não compreendiam e revendo exemplos de resolução dos problemas de Matemática.

Os estudantes de Singapura sentiam-se mais capazes de resolver e trabalhavam mais na sala de aula problemas aplicados a situações concretas, mas também resolução de equações abstratas do primeiro e segundo grau.

Em Portugal, os estudantes conheciam e compreendiam bem os conceitos de divisor e radical, enquanto que, em Singapura, os estudantes conheciam e compreendiam bem os conceitos de função quadrática, equação linear, figura congruente e cosseno. Observa-se assim que, em Portugal, existe uma insistência maior nos cálculos numéricos, enquanto que, em Singapura, se trabalha mais um conjunto de conceitos com ligações mais óbvias à resolução de problemas da vida real.

4.4.2 Portugal e Holanda

O presente estudo, como já referimos, permitiu identificar alguns fatores influenciadores do desempenho dos estudantes que participaram no Programa PISA 2012,

havendo algumas diferenças entre Portugal e a Holanda. Apresentamos, pois, resumidamente essas diferenças:

- Na Holanda, 85.97% dos estudantes nunca ficou retido no terceiro ciclo, enquanto, em Portugal, essa percentagem era de 68.56%.

- Na Holanda, 70.43% dos estudantes nunca teve horas suplementares de estudo supervisionado por semana; em Portugal, a percentagem de estudantes que nunca teve horas suplementares por semana era de 45.11%.

- Na Holanda, 61.69% dos estudantes possuía programas educativos para computador em casa e, em Portugal, essa percentagem era de 46.92%.

- Na Holanda, 90.43% dos estudantes possuíam livros técnicos de referência e em Portugal só 42.97% dos estudantes possuíam este bem.

- Em Portugal, 21.01% dos estudantes possuíam em casa entre zero e dez livros e, na Holanda, essa situação chegava aos 43.31% dos estudantes.

- Em Portugal, 92.50% dos estudantes de uma mesma escola usavam o mesmo manual de Matemática no 10.º ano enquanto, na Holanda, este facto “só” se verificava em 47.51%.

- Em Portugal, 91.14% dos diretores considerava que o ensino nas suas escolas não era afetado pela falta de professores de Matemática; na Holanda, 44.49% dos diretores consideravam que era afetado, em certa medida ou muito, pela falta de professores de Matemática.

- Em Portugal, 87.44% das escolas ofereciam aulas suplementares de Matemática aos seus estudantes. Na Holanda, essa percentagem era de 55.90%.

- Na Holanda, 32.07% das aulas suplementares de Matemática tinham como objetivo apenas a recuperação na disciplina, enquanto, em Portugal, essa percentagem era de 6.93%.

- Em Portugal, 78.21% das aulas suplementares tinham como objetivo tanto o desenvolvimento das competências em Matemática como a recuperação na disciplina, enquanto, na Holanda, essa percentagem era de 16.20%.

- Em Portugal, 71.04% dos diretores concordava ou concordava completamente que, entre os professores de Matemática, era consensual a ideia de que o desenvolvimento social e emocional dos estudantes era tão importante como a sua aquisição de competências e conteúdos de Matemática, nas aulas desta disciplina. Na Holanda, a percentagem de diretores que concordava ou concordava completamente era de 48.41%.

– Em Portugal, 88.66% dos diretores concordava ou concordava completamente que os professores de Matemática estavam interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino, enquanto, na Holanda, essa percentagem era de 49.76%.

– Na Holanda, 84.73% dos diretores referiram que existiam aulas observadas por eles próprios, pelo coordenador do departamento ou pelo delegado do grupo; em Portugal, a percentagem de diretores que referiram esse mesmo facto era de 59.20%. Quanto à observação de aulas por inspetores ou por pessoas exteriores à escola, na Holanda, era de 23.28% enquanto em Portugal era de 4.13%.

– Em Portugal, 43.30% dos estudantes referiram que muitas vezes os professores apresentavam problemas cujo método de resolução não era imediatamente óbvio; na Holanda, essa percentagem era de 31.03%.

– Em Portugal, 34.64% dos estudantes referiram que sempre ou quase sempre os professores os ajudavam a aprender com os erros que cometiam; na Holanda essa percentagem era de 17.03%.

– Em Portugal, 32.34% dos estudantes referiram que sempre ou quase sempre os professores apresentavam problemas que lhes exigiam a aplicação do que aprenderam a novas situações; na Holanda essa percentagem era de 14.47%.

– Em Portugal, 37.41% dos estudantes concordavam totalmente que o seu professor lhes dizia que precisavam de trabalhar muito; na Holanda, essa percentagem era de 17.40%.

– Em Portugal, 33.35% dos estudantes concordavam totalmente que os professores davam ajuda suplementar quando os estudantes necessitavam; na Holanda essa percentagem era de 20.49%.

– Em Portugal, 44.20% das escolas ofereciam clube de Matemática aos estudantes do 10.º ano; na Holanda, essa oferta ficava-se por 2.61% das escolas.

– Em Portugal, 96.28% das escolas ofereciam competições Matemáticas aos estudantes do 10.º ano; na Holanda, essa oferta ficava-se por 43.84% das escolas.

– Em Portugal, 32.49% das escolas ofereciam aos estudantes que frequentavam o 10.º ano clube de xadrez, enquanto, na Holanda, só 9.38% das escolas ofereciam clube de xadrez aos seus estudantes.

– Em Portugal, 66.39% dos estudantes concordavam ou concordavam totalmente que lhes interessavam as coisas que aprendiam em Matemática; na Holanda, os estudantes nestas situações eram 43.74%.

– Em Portugal, 82.51% dos estudantes concordavam totalmente ou concordavam que valia a pena esforçarem-se em Matemática, pois isso vai ajudá-los na profissão que querem ter no futuro; na Holanda, só 56.97% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 35.15% dos estudantes concordavam totalmente que vale a pena aprender Matemática, pois isso pode aumentar as suas hipóteses de trabalho no futuro; na Holanda, só 15.55% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 27.99% dos estudantes concordavam totalmente que vão aprender em Matemática muitas coisas que os irão ajudar a encontrar emprego; na Holanda, só 10.42% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 30.64% dos estudantes concordavam totalmente que a Matemática é uma disciplina importante para eles, porque precisam dela para os seus estudos futuros; na Holanda só 13.65% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 44.78% dos estudantes concordavam totalmente que se se esforçassem muito a Matemática, o seu esforço seria recompensado; na Holanda só 26.50% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 41.77% dos estudantes concordavam totalmente que ter bons ou maus resultados a Matemática só dependia deles; na Holanda, só 20.85% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 33.72% dos estudantes concordavam totalmente que se quisessem poderiam ter bons resultados a Matemática; na Holanda, só 18.18% dos estudantes pensavam assim.

– Em Portugal, 27.31% dos estudantes concordavam totalmente que faziam a tempo os trabalhos de casa para Matemática; na Holanda, só 15.25% dos estudantes pensavam assim.

– Na Holanda, 58.16% dos estudantes, para não se esquecer da forma de resolver um problema de Matemática, revia os exemplos muitas vezes; em Portugal, os estudantes nestas condições eram 45.53%.

– Em Portugal, 42.96% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades; na Holanda encontravam-se nesta situação 20.90% dos estudantes.

– Em Portugal, 41.78% dos estudantes sentiam-se muito capazes de compreender gráficos apresentados em jornais; na Holanda encontravam-se nesta situação 29.65% dos estudantes.

– Em Portugal, 55.84% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $3x + 5 = 17$; na Holanda, estudantes nesta situação eram 37.67%.

– Em Portugal, 40.07% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; na Holanda, estudantes nestas condições eram 24.27%.

– Na Holanda, frequentemente ou às vezes, 74.39% dos estudantes calculava o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos; em Portugal, 38.22% dos estudantes encontravam-se nesta situação.

– Na Holanda, frequentemente ou às vezes, 80.82% dos estudantes calculava quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento; em Portugal, 42.99% dos estudantes realizavam esta tarefa.

– Na Holanda, 63.64% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, uma equação do tipo $6x^2 + 5 = 29$; em Portugal, esta tarefa era resolvida por 46.57% dos estudantes.

– Na Holanda, 61.88% dos estudantes calculavam frequentemente ou às vezes, em sala de aula, a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000; em Portugal esta tarefa era realizada por 37.61% dos estudantes.

– Na Holanda, 58.58% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; em Portugal esta tarefa era realizada por 47.09% dos estudantes.

– Na Holanda, 60.26% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $3x + 5 = 17$; em Portugal, esta tarefa era realizada por 43.45% dos estudantes.

– Em Portugal, 54.84% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de divisor; na Holanda, a percentagem de estudantes nesta mesma situação era de 24.54%.

– Na Holanda, 41.51% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de equação linear; em Portugal só 23.93% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Na Holanda, 46.17% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de vetor; em Portugal só 8.04% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

- Em Portugal, 47.10% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de número racional; na Holanda, só 3.63% dos estudantes estavam nas mesmas condições.
- Na Holanda, 66.23% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de radical; em Portugal, só 33.80% dos estudantes estavam nas mesmas condições.
- Em Portugal, 54.66% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de polígono; na Holanda, só 9.83% dos estudantes estavam nas mesmas condições.
- Em Portugal, 63.33% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de probabilidade; na Holanda, só 41.18% dos estudantes estavam nas mesmas condições.
- Na Holanda, 91.29% dos estudantes tinha acesso a computadores na Escola e utilizava-os; em Portugal, essa percentagem era de 66.96%.

Sintetizando, os professores de Matemática, na Holanda, tinham formação insuficiente o que afetava cerca de metade das escolas, enquanto tal problema não existia em Portugal. Os professores holandeses apoiavam e incentivavam menos os estudantes nas escolas, sendo que os estudantes holandeses confiavam menos nas suas capacidades do que os estudantes portugueses.

Os estudantes holandeses tinham acesso a mais recursos em casa do que os portugueses (programas educativos para computador e livros de referência, mas não livros em geral) e recursos na escola (91.29% tinha acesso a computadores na Escola e utilizava-os e em Portugal eram só 66.96%).

Em Portugal, as escolas ofereciam mais clubes de Matemática, clubes de xadrez e acesso a competições matemáticas do que na Holanda.

Em Portugal, mais estudantes se sentiam muito capazes de resolver equações do primeiro e do segundo grau do que na Holanda, embora na Holanda as equações do primeiro e do segundo grau fossem muito mais trabalhadas na sala de aula do que em Portugal.

Muitos problemas de ligação à vida corrente são muito mais trabalhados na sala de aula na Holanda do que em Portugal, fruto certamente da tradição holandesa da Matemática Realista; observa-se com o cálculo do aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos, com o cálculo dos metros quadrados de mosaicos necessários para revestir determinado pavimento, com o cálculo da distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000. Contudo, os estudantes portugueses sentiam-se mais confiantes com o

cálculo, com base num horário de comboios, da duração da viagem entre duas localidades, e de compreender gráficos apresentados em jornais.

Em Portugal, mais estudantes conheciam e compreendiam bem o conceito de divisor, número racional, polígono e probabilidade. Na Holanda, mais estudantes conheciam e compreendiam bem o conceito de equação linear, vetor e radical. Em quase todos estes conceitos, as diferenças entre Portugal e a Holanda são consideráveis pelo que transparecem diferenças grandes entre as práticas curriculares. Como no PISA 2012 os conceitos não estavam no centro do estudo, estas diferenças são menos relevantes.

4.4.3 Portugal e Espanha

Dos fatores influenciadores do desempenho dos estudantes que participaram no Programa PISA 2012 que este estudo permitiu identificar, alguns há cuja influência se fez sentir diferentemente em Portugal e Espanha. Vamos apresentar aqui resumidamente essas diferenças:

- Em Espanha, 59.61% dos estudantes nunca teve horas suplementares de estudo supervisionado por semana; em Portugal, a percentagem de estudantes que nunca teve horas suplementares por semana era de 45.11%.

- Em Espanha, 64.93% dos estudantes possuíam livros técnicos de referência e, em Portugal, só 42.97% dos estudantes possuíam este bem.

- Em Espanha, 43.34% dos estudantes possuíam em casa mais de 100 livros. Em Portugal, essa percentagem era de 27.44%.

- Em Portugal, 92.50% dos estudantes de uma mesma escola usavam o mesmo manual de Matemática no 10.º ano enquanto, em Espanha, este facto verificava-se em 70.62%.

- Em Portugal, 87.44% das escolas ofereciam aulas suplementares de Matemática aos seus estudantes. Em Espanha, essa percentagem era de 39.41%.

- Em Portugal, 78.21% das aulas suplementares tinham como objetivo tanto o desenvolvimento das competências em Matemática como a recuperação na disciplina, enquanto, em Espanha, essa percentagem era de 11.07%.

- Em Espanha, 21.88% das aulas suplementares tinham como objetivo a recuperação na disciplina de Matemática e, em Portugal, essa percentagem era de 6.93%.

– Em Portugal, 31.68% dos diretores concordava completamente que os professores de Matemática estavam interessados em experimentar novos métodos e práticas de ensino, enquanto, em Espanha, essa percentagem era de 17.38%.

– Em Portugal, 96.49% das escolas utilizaram testes ou fichas de avaliação do desempenho dos estudantes a Matemática para monitorização da prática letiva dos professores de Matemática. Na Espanha, essa percentagem foi de 77.22%.

– Em Portugal, 73.13% dos diretores referiram que existia avaliação por pares (de planos de aulas, de instrumentos de avaliação, das aulas) e, em Espanha, essa percentagem era de 21.53%.

– Em Portugal, 59.20% dos diretores referiram que existiam aulas observadas por eles próprios, pelo coordenador do departamento ou pelo delegado do grupo; em Espanha, a percentagem de diretores que referiram esse mesmo facto era de 9.50%.

– Em Portugal, 72.38% dos estudantes referiram que os professores lhes pediam para apresentarem com pormenor o seu pensamento ou raciocínio e, em Espanha, essa percentagem era de 45.05%.

– Em Portugal, 65.22% dos estudantes referiram que, sempre ou quase sempre ou muitas vezes, os professores apresentavam problemas cujo método de resolução não era imediatamente óbvio; em Espanha, essa percentagem era de 44.11%.

– Em Portugal, 44.20% das escolas ofereciam clube de Matemática aos estudantes do 10.º ano; em Espanha, essa oferta ficava-se por 7.94% das escolas.

– Em Portugal, 96.28% das escolas ofereciam competições Matemáticas aos estudantes do 10.º ano; em Espanha, essa oferta ficava-se por 64.41% das escolas.

– Em Portugal, 32.49% das escolas ofereciam aos estudantes que frequentavam o 10.º ano clube de xadrez, enquanto, em Espanha, só 14.32% das escolas ofereciam clube de xadrez aos seus estudantes.

– Em Portugal, 78.53% dos estudantes concordavam ou concordavam totalmente que a Matemática é uma disciplina importante para eles, porque precisam dela para os seus estudos futuros; em Espanha, só 59.24% dos estudantes pensavam assim.

– Em Espanha, 60.32% dos estudantes, para não se esquecer da forma de resolver um problema de Matemática, revia os exemplos muitas vezes; em Portugal, os estudantes nestas condições eram 45.53%.

– Em Portugal, 42.96% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades; em Espanha, encontravam-se nesta situação 30.09% dos estudantes.

– Em Espanha, frequentemente ou às vezes, 66.16% dos estudantes usava um horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades; em Portugal, 32.05% dos estudantes realizavam esta tarefa.

– Em Espanha, frequentemente ou às vezes, 67.04% dos estudantes calculava o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos; em Portugal, 38.22% dos estudantes encontravam-se nesta situação.

– Em Espanha, frequentemente ou às vezes, 73.11% dos estudantes calculava quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento; em Portugal, 42.99% dos estudantes realizavam esta tarefa.

– Em Espanha, 72.76% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, uma equação do tipo $6x^2 + 5 = 29$; em Portugal, esta tarefa era resolvida por 46.57% dos estudantes.

– Em Espanha, 55.88% dos estudantes calculavam, frequentemente ou às vezes, em sala de aula, a distância real entre dois lugares num mapa de escala 1:10000; em Portugal, esta tarefa era realizada por 37.61% dos estudantes.

– Em Espanha, 71.20% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; em Portugal, esta tarefa era realizada por 47.09% dos estudantes.

– Em Espanha, 71.00% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $3x + 5 = 17$; em Portugal, esta tarefa era realizada por 43.45% dos estudantes.

– Em Espanha, 20.45% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de função exponencial; em Portugal, só 7.03% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Em Portugal, 27.33% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de número próprio; em Espanha, só 4.08% dos estudantes o fazia.

– Em Espanha, 40.79% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de equação linear; em Portugal só 23.93% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Em Portugal, 46.17% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de vetor, em Espanha, só com 27.80% dos estudantes acontecia isso.

– Em Portugal, 50.54% dos estudantes nunca tinha ouvido falar no conceito de figura congruente; em Espanha, acontecia o mesmo com 33.23% dos estudantes.

– Em Espanha, 34.02% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de média aritmética; em Portugal, 20.34% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Em Portugal, 63.33% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de probabilidade e, em Espanha, só 40.34% dos estudantes estavam nas mesmas condições.

– Em Espanha, a resolução de problemas muito simples da vida corrente e de problemas numéricos simples, em sala de aula e em testes, era muito maior do que em Portugal (este facto pode ser constatado da Tabela 3-94 à Tabela 3-97).

– Em Portugal, a resolução de problemas mais complexos da vida real, em sala de aula e em testes, era maior do que em Espanha (este facto pode ser constatado na Tabela 3-100 e na Tabela 3-101).

– Em Portugal, 88.77% dos estudantes referiu ter computador em casa e, em Espanha, essa percentagem era de 66.75%.

Sinteticamente, em Espanha, os estudantes tinham acesso a mais recursos, exceto computadores em casa, aspeto em que Portugal tinha alguma vantagem. Os professores portugueses eram mais ativos e sob maior escrutínio, exigindo mais dos estudantes e apoiando-os mais (horas suplementares de estudo supervisionado e aulas suplementares).

Em Portugal, as escolas ofereciam muito mais aulas suplementares de Matemática aos seus estudantes do que em Espanha e as aulas suplementares tinham muito mais como objetivo tanto o desenvolvimento das competências em Matemática como a recuperação na disciplina. As escolas portuguesas ofereciam mais clubes de Matemática, clubes de xadrez e oportunidades de participar em competições matemáticas.

Os estudantes portugueses concordavam ou concordavam totalmente que a Matemática era uma disciplina importante para eles, muito mais do que em Espanha.

Em Espanha, os estudantes trabalhavam mais na sala de aula problemas com aplicações ou problemas numéricos.

Em Espanha, os estudantes conheciam e compreendiam, mais do que em Portugal, o conceito de função exponencial, equação linear e média aritmética. Em Portugal, os estudantes conheciam e compreendiam, mais do que em Espanha, o conceito de número próprio, vetor, figura congruente e probabilidade.

Em Espanha, a resolução de problemas muito simples da vida corrente e de problemas numéricos simples, em sala de aula e em testes, era muito maior do que em Portugal, mas a resolução de problemas mais complexos da vida real, em sala de aula e em testes, era maior em Portugal do que em Espanha.

4.4.4 Portugal e Brasil

Vejamos quais os fatores influenciadores do desempenho dos estudantes, que participaram no Programa PISA 2012, cuja presença se fez sentir diferentemente em Portugal e no Brasil. Apresentamos, assim, para começar, resumidamente, as diferenças já antes identificadas:

- Em Portugal, 96.43% dos estudantes referiu possuir computador em casa; no Brasil, foram 68.86% os estudantes que referiram possuir este bem.

- Em Portugal, 46.92% dos estudantes referiu possuir programas educativos para computador em casa; no Brasil, foram 26.29% os estudantes que referiram possuir este bem.

- Em Portugal, 94.93% dos estudantes referiu possuir ligação à *internet* em casa; no Brasil, foram 71.72% os estudantes que referiram possuir este bem.

- Em Portugal, 21.01% dos estudantes possuíam em casa entre zero e dez livros; no Brasil, 43.46% dos estudantes estavam nas mesmas condições. Em Portugal, 30.02 % de estudantes possuía entre 26 e 100; no Brasil, esta percentagem era de 18.69%.

- Em Portugal, 91.14% dos diretores consideravam que o ensino nas suas escolas não era afetado pela falta de professores de Matemática; no Brasil, essa percentagem era de 57.02%.

- Em Portugal, 87.44% das escolas ofereciam aulas suplementares de Matemática aos seus estudantes. No Brasil, essa percentagem era de 52.33%.

- Em Portugal, 78.21% das aulas suplementares tinham como objetivo tanto o desenvolvimento das competências em Matemática como a recuperação na disciplina, enquanto, no Brasil, essa percentagem era de 41.23%.

- Em Portugal, 45.86% dos diretores concordava completamente que, entre os professores de Matemática, era consensual a ideia de que o nível de desempenho académico devia ser mantido o mais alto possível. No Brasil, só 21.07% dos diretores é que concordavam completamente com esta ideia.

– Em Portugal 30.44% dos Diretores concordava completamente que entre os professores de Matemática, era consensual a ideia de que o desenvolvimento de competências e a aquisição de conteúdos de Matemática é o principal objetivo das aulas desta disciplina, no Brasil esta percentagem era de 15.02%.

– No Brasil, 22.56% dos diretores referiram que existiam aulas observadas por inspetores ou por pessoas exteriores à escola e em Portugal essa percentagem era de 4.13%.

– Em Portugal, 72.2% dos estudantes referiram que, sempre ou quase sempre ou muitas vezes, os professores apresentavam problemas que lhes exigiam a aplicação do que aprenderam a novas situações; no Brasil, essa percentagem era de 52.46%.

– Em Portugal, 61.68% dos estudantes concordava totalmente que os professores têm autoridade sobre os estudantes da turma; no Brasil, essa percentagem era de 45.27%.

– Em Portugal, 44.20% das escolas ofereciam clube de Matemática aos estudantes do 10.º ano; no Brasil, essa oferta ficava-se por 7.40% das escolas.

– Em Portugal, 96.28% das escolas ofereciam competições Matemáticas aos estudantes do 10.º ano; no Brasil, essa oferta ficava-se por 83.54% das escolas.

– Em Portugal, 42.96% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular, com base num horário de comboios, a duração da viagem entre duas localidades; no Brasil, encontravam-se nesta situação 18.73% dos estudantes.

– Em Portugal, 44.68% dos estudantes sentiam-se muito capazes de calcular quanto baixaria o preço de uma televisão, após um desconto de 30%; no Brasil, encontravam-se nesta situação 23.74% dos estudantes.

– Em Portugal, 73.37% dos estudantes sentiam-se muito capazes ou capazes de calcular quantos metros quadrados de mosaicos seriam necessários para revestir determinado pavimento; no Brasil, encontravam-se nesta situação 42.53% dos estudantes.

– Em Portugal, 71.10% dos estudantes sentiam-se muito capazes ou capazes de calcular, num mapa de escala 1:10000, a distância real entre dois lugares; no Brasil, encontravam-se nesta situação 39.62% dos estudantes.

– Em Portugal, 74.86% dos estudantes sentiam-se muito capazes ou capazes de calcular o consumo de gasolina de um carro; no Brasil, encontravam-se nesta situação 52.25% dos estudantes.

– Em Portugal, 89.37% dos estudantes sentiam-se muito capazes ou capazes de compreender gráficos apresentados em jornais; no Brasil encontravam-se nesta situação 62.56% dos estudantes.

– Em Portugal, 55.84% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $3x + 5 = 17$; no Brasil, estudantes nestas condições eram 38.63%.

– Em Portugal, 40.07% dos estudantes sentiam-se muito capazes de resolver uma equação do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; no Brasil, estudantes nestas condições eram 25.95%.

– No Brasil, 64.28% dos estudantes usava, frequentemente ou às vezes, um horário de comboios para calcular a duração da viagem entre duas localidades, na sala de aula. Em Portugal, eram 32.05% dos estudantes nesta situação.

– No Brasil, frequentemente ou às vezes 57.26% dos estudantes calculava o aumento do preço de um computador depois de lhe adicionar os impostos; em Portugal, 38.22% dos estudantes encontravam-se nesta situação.

– Em Portugal, 47.09% dos estudantes resolviam frequentemente, em sala de aula, equações do tipo $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$; no Brasil, esta tarefa era realizada por 33.88% dos estudantes.

– Em Portugal, 54.84% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de divisor; no Brasil havia 30.84% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 32.62% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de função quadrática; no Brasil havia 12.47% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 46.17% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de vetor; no Brasil, havia 10.79% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 47.10% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de número racional; no Brasil, havia 29.12% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 54.66% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de polígono; no Brasil, havia 18.91% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 50.54% dos estudantes nunca tinha ouvido falar no conceito de figura congruente; no Brasil havia 36.06% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 37.32% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de cosseno; no Brasil, havia 24.71% dos estudantes nas mesmas condições.

– Em Portugal, 63.33% dos estudantes conhecia e compreendia bem o conceito de probabilidade; no Brasil, havia 21.03% dos estudantes nas mesmas condições.

Sinteticamente, podemos dizer que os estudantes portugueses tinham acesso a bastantes mais recursos do que os estudantes brasileiros (computador em casa, programas educativos para computador, acesso à *internet*, livros).

A falta de professores de Matemática no Brasil era claramente um problema, afetando mais 40% das escolas do que em Portugal, mas a oferta das escolas no Brasil era também um problema, com menos aulas de apoio aos estudantes e estas menos focadas no desenvolvimento das competências em Matemática. As aulas de Matemática no Brasil eram menos focadas no desenvolvimento de competências, menos exigentes e menos focadas em aplicar o conhecimento em problemas novos.

Em Portugal, era maior a oferta nas escolas de clubes de Matemática e competições matemáticas.

Os estudantes portugueses sentiam-se muito mais capazes de resolver vários tipos de problemas aplicados a situações da vida corrente, assim como resolver equações do primeiro e segundo grau.

Em Portugal, os estudantes conheciam e compreendiam bem mais do que no Brasil uma série de conceitos matemáticos (os conceitos de divisor, função quadrática, vetor número racional, polígono, figura congruente, cosseno e probabilidade).

Assim, a escassez de recursos, a inferior formação de professores, o menor apoio das escolas e uma ênfase menor numa grande série de conceitos analisados pelo PISA 2012 evidenciaram claramente as diferenças entre Portugal e Brasil.

Depois de termos comparado os fatores influenciadores e diferenciadores do desempenho de estudantes de Portugal com os outros países em estudo, passemos de seguida a apresentar uma síntese das principais conclusões da presente investigação.

4.5 As grandes conclusões

Após termos apresentado os fatores influenciadores (e não influenciadores) que emergem da presente investigação e de termos comparado os fatores influenciadores e diferenciadores do desempenho de estudantes de Portugal com os de outros países em

estudo, quais são as conclusões principais que emergem do presente estudo, que permitam elaborar algumas sugestões de políticas educativas que possam orientar as entidades responsáveis pelo desenvolvimento curricular em Portugal?

Os estudantes são uma peça central no sistema educativo. A primeira grande conclusão deste estudo é a de que o acesso a recursos adequados tem uma influência determinante, aparecendo em lugar de destaque o *software* específico para o ensino da Matemática. Todavia, o uso desses recursos precisa de orientação do professor, sendo que o acesso a recursos TIC só por si não garante sucesso, pelo contrário, o uso excessivo pode produzir resultados negativos. É clara, neste aspeto, uma grande diferença de Singapura e Holanda, por um lado, com acesso a muitos mais recursos em casa ou na escola do que em Portugal e, por outro lado, de Espanha e Brasil, onde o acesso a computadores em casa é menor ou muito mais reduzido do que em Portugal.

A segunda grande conclusão tem a ver com a sensibilidade dos estudantes ao ambiente de sala de aula: o melhor desempenho é o de estudantes das escolas onde há professores com boa formação, os professores preparam bem as suas aulas e fazem-nos refletir sobre os problemas propostos. Também pediam aos estudantes para apresentar com pormenor o pensamento e raciocínio, apresentavam-lhes problemas cujo método de resolução não era imediato; levavam os estudantes a aprender com os erros cometidos; apresentavam-lhes situações novas que requerem a aplicação de conteúdos já lecionados.

A terceira conclusão permite afirmar que o melhor desempenho é o dos estudantes que gostam de Matemática e têm uma visão de que a Matemática está presente nas situações do dia a dia, que pode ser uma mais-valia quer em estudos futuros, quer na profissão que se venha a seguir. A motivação para estudar Matemática é importante, mas muitos estudantes entendem que há necessidade de intervenção externa (de professores e da escola) para a melhoria dos seus resultados a Matemática. A oportunidade de um estudante aprender Matemática passa, em larga escala, pelas situações problemáticas a que ele deve ser exposto dentro e fora da sala de aula. Os estudantes de Singapura e da Holanda trabalham mais, em sala de aula, problemas aplicados a situações concretas, mas não só, também trabalham a resolução de equações abstratas do primeiro e segundo grau.

A quarta conclusão refere que os melhores resultados aparecem quando, na sala de aula, o professor usa o computador para desenhar gráficos, reescrever expressões algébricas, resolver equações e fazer o estudo da variação da função $y = ax^2$, em função de a . Esse é

um fator presente em Singapura e Holanda mais do que em Portugal, e em que Portugal consegue melhor desempenho do que Espanha e Brasil. O computador não se revelou determinante quando associado a tarefas mais numéricas ou suficientemente simples. Quando uma ilustração algébrica ou gráfica pode ajudar os estudantes, os professores de Singapura e da Holanda conseguem ser mais eficazes a usar o computador em modo demonstrativo.

No que diz respeito ao ambiente escolar, há também fatores significativos que emergem. Os estudantes com melhor desempenho estão em escolas onde os professores são mais exigentes, mas mais compreensivos com o desenvolvimento social e emocional dos estudantes, ajudam mais quem manifesta dificuldades e reprovam menos os estudantes. Isto acontece sobretudo em Singapura, sendo que na Holanda tais fatores não são tão claros pois, em cerca de metade das escolas holandesas, os professores têm (pelo menos tinham em 2012) formação insuficiente. Os professores portugueses eram mais ativos e sob maior escrutínio do que os Espanhóis, exigindo mais dos estudantes e apoiando-os mais (horas suplementares de estudo supervisionado e aulas suplementares).

Este estudo permite também concluir que nem a retenção nem a educação sombra são elementos que potenciem o sucesso. A retenção é muito menor nos países com melhor desempenho, Singapura e Holanda, do que nos restantes três (incluindo Portugal).

A análise feita no capítulo 2 também permite concluir que, no que diz respeito à resolução de problemas ligados à vida de todos os dias, sobressaem os programas de Singapura ao colocar a resolução de problemas no centro do programa e ao darem um grande espaço às aplicações e à modelação Matemática. Também a prática tradicional da Holanda em consequência do investimento na Matemática Realista tem influenciado as práticas de sala de aula, apesar de os programas serem menos detalhados.

Existem muito poucos estudos em Portugal que partam dos resultados do Programa PISA ou semelhantes para retirar conclusões para Portugal. Contudo, será interessante confrontar as nossas conclusões com as conclusões desses estudos, no que há de comum entre o presente estudo e esses estudos, até porque esses estudos usam diferentes metodologias e diferentes tipos de dados gerados por diferentes estudos internacionais comparativos de grande dimensão.

O primeiro estudo que queremos confrontar é o estudo *Políticas Educativas e desempenho de Portugal no PISA (2000-2015)*, da autoria de Fernandes e colaboradores

(2018), já referido no 2.º capítulo. Em dois aspetos as conclusões são totalmente concordantes com as nossas. A conclusão sobre a influência negativa da retenção escolar concorda com a nossa: “a retenção dos alunos que tem vindo a decrescer, mas que pode ainda ser considerado um flagelo sob muitos pontos de vista” (Fernandes et al., 2018, p. 101). O estudo referido também conclui acerca da importância da formação de professores, destacando programas devido aos seus “efeitos terem sido unanimemente considerados bastante positivos, muito particularmente ao nível da formação dos professores” (Fernandes et al., 2018, p. 102).

O segundo estudo é o *Desempenho e Equidade: uma análise comparada a partir dos estudos internacionais TIMSS e PIRLS* (Félix et al., 2020) do Conselho Nacional de Educação. Esse estudo conclui em particular, tal como o nosso, que

Portugal integra o conjunto de países que apresentou as percentagens mais elevadas de alunos prejudicados pela falta de recursos. Em todos os domínios, perto de 80% dos alunos frequentaram escolas cujos diretores assinalaram que o ensino é «Afetado ou muito afetado» pela escassez de recursos. (Félix et al., 2020, p. 85)

Também existe concordância na imagem que os estudantes têm das suas capacidades matemáticas: “no conjunto de países em análise, Portugal foi o que apresentou menor grau de confiança em Matemática” (Félix et al., 2020, p. 65).

Após termos comparado os fatores influenciadores e diferenciadores do desempenho de estudantes de Portugal com os outros países em estudo, passemos, de seguida, a apresentar algumas sugestões de políticas educativas que podem orientar as entidades responsáveis pelo desenvolvimento curricular em Portugal.

4.6 Políticas educativas (sugestões)

Depois deste estudo, faremos algumas sugestões de políticas que podem ser seguidas pelas entidades oficiais responsáveis pelo currículo de Matemática e seu desenvolvimento em Portugal.

1.ª Sugestão

O **combate ao insucesso escolar** revela-se fundamental pela influência negativa que tem no sucesso dos estudantes.

Programas que combatam o insucesso escolar em Matemática, respeitando as recomendações deste e de outros estudos, revela-se essencial.

2.ª Sugestão

A **existência de recursos adequados** revela-se determinante no sucesso dos estudantes. Estes recursos incluem tanto recursos em casa (livros de referência, livros em geral, computadores e acesso à *internet*) como recursos na escola.

3.ª Sugestão

A **imagem que os estudantes fazem da Matemática** contribui para o seu empenho escolar. Estudantes que gostam de Matemática e têm uma visão de que a Matemática está em todo o lado, que pode ser uma mais-valia quer em estudos futuros, quer na profissão que se venha a seguir, têm melhor desempenho. Neste contexto, assume importância a **prática da resolução de problemas na sala de aula** e a existência no currículo, na sala de aula ou em contextos não formais de ensino, de um **espaço relevante das aplicações e da modelação Matemática**.

4.ª Sugestão

Sendo **a qualidade da formação de professores** determinante no desempenho dos estudantes, importa, por um lado, assegurar um fluxo contínuo de professores para entrar no sistema de ensino, mas também dar-lhes formação tanto nas tecnologias como na resolução de problemas ligados a situações reais. Como o uso da tecnologia por si só não potencia o sucesso, importa investir em áreas onde isso se verifica para um **uso eficaz das TIC** no ensino da Matemática.

Estas sugestões estão em total convergência com as conclusões do estudo já referido de Fernandes e colaboradores (2018), das quais salientamos:

- (i) “ (...) é recomendável que o combate ao abandono e à retenção (...) seja reforçado nos programas em curso ou a criar” (2018, p. 103);
- (ii) “ (...) garantir a melhoria das condições existentes nas escolas, nomeadamente no que se refere ao acesso à *internet*, a *software* educativo de qualidade e ao equipamento laboratorial” (2018, p. 103).

4.7 Limitações do presente estudo

A principal limitação do presente estudo prendeu-se com a dimensão temporal que ele acabou por adquirir e por termos optado, conscientemente, por estudar o desempenho dos estudantes desde a primeira edição do PISA, em 2000, apenas até à de 2012. Mas um estudo aprofundado como o que empreendemos não se coaduna com a inclusão de demasiados dados. Além disso, o estudo PISA mais focado na Matemática a seguir a 2012 será apenas o PISA 2021 cujos resultados apenas aparecerão no final de 2022.

Outra limitação teve a ver com o estudo estatístico efetuado, quer pelas ferramentas estatísticas usadas, ou não usadas, quer pela própria fiabilidade que elas tinham/têm. Por um lado, um estudo mais qualitativo como o nosso evita o uso de técnicas estatísticas mais avançadas. Por outro lado, uma troca de e-mails com a professora Kaye Stacey, uma das responsáveis pelo consórcio que desenvolveu o PISA 2012, o *Australian Council for Educational Research* (ACER) alertou-nos para a pouca fiabilidade que as comparações podem ter (Anexo 1). Os dados apresentados pela OCDE em

www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm

não são fáceis de analisar, apresentando uma grande complexidade e, ao mesmo tempo, grandes lacunas. Refira-se, ainda, o exemplo da inexistência de dados relativamente ao uso das TIC no Brasil.

A escolha de apenas quatro países, dois mais bem classificados do que Portugal e dois menos bem classificados, poderá influenciar o tipo de conclusões. Esta é uma limitação assumida, mas não será de afastar fazer o estudo com outro tipo de países, que poderá eventualmente detetar outro tipo de fatores influenciadores.

Neste estudo, não se incluíram dados de outros estudos, como o TIMSS⁸ ou o TALIS⁹, que poderiam reforçar ou enfraquecer alguma das conclusões. É um trabalho que poderá ser feito futuramente.

De seguida, apresentamos algumas questões que este estudo acaba por mostrar que necessitam ser investigadas.

⁸ Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)

⁹ The OECD Teaching and Learning International Survey (TALIS)

4.8 Questões em aberto

Seria interessante verificar se os resultados do PISA 2015 e 2018 confirmam ou enfraquecem as conclusões deste estudo. Note-se que, em cada edição, o PISA inclui diferentes questões e tipos de recolha de dados, pelo que a análise feita exigirá novas metodologias de abordagem.

Neste estudo, verificou-se que o uso das TIC na sala de aula produz resultados diferenciados conforme o tipo de atividades que é produzido. Seria interessante alargar tal análise, recorrendo a outros estudos derivados do PISA para poder fazer uma recomendação mais detalhada sobre as atividades com maior sucesso ou sem resultados relevantes.

Como questões em aberto destacamos também a falta de estudos que aprofundem cada um dos fatores por nós identificados, o que poderá ser feito nomeadamente com recurso a estudos paralelos do PISA como os seguintes:

- PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students’ skills in tackling real-life problems (Volume V) (OECD, 2014b);
- PISA 2015 Results (Volume V) Collaborative Problem Solving (OECD, 2017);
- PISA 2018 Results (Volume IV) Are Students Smart about Money? (OECD, 2020).

Foi nossa intenção verificar se os estudantes dos países cujos programas curriculares de Matemática do ensino básico possuem maior proximidade com o referencial teórico do PISA são aqueles que apresentam melhor desempenho em Literacia Matemática no PISA. Vimos, no capítulo 2, que a resposta a esta questão é negativa e que os dados fornecidos pelo PISA, mais ligados à prática escolar e à sala de aula, fornecem indicações mais interessantes. Por exemplo, os programas de Portugal e do Brasil há muito que preconizam o desenvolvimento de competências e a resolução de problemas, no entanto, o desempenho dos estudantes destes dois países revelou-se muito inferior ao desempenho dos estudantes dos países de topo, como Singapura e Holanda.

O que deverá incluir um documento/programa curricular oficial que incentive a prática do desenvolvimento de competências de resolução de problemas de Matemática ligados a situações mais próximas da vida real?

Referências

- Abrantes, P., Precatado, A., Lopes, A. V., Baeta, A., Loureiro, C., Ferreira, E., Amaro, G., Guimarães, H. M., Almiro, J., Ponte, J. P., Matos, J. M., Filipe, L., Reis, L., Serrazina, L., Pires, M. V., & Teixeira, P. (1998). *Matemática 2001 - Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Associação de Professores de Matemática; Instituto de Inovação Educacional.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Departamento da Educação Básica - Ministério da Educação.
- Afonso, N., & Costa, E. (2009). A influência do Programme for International Student Assessment (PISA) na decisão política em Portugal: o caso das políticas educativas do XVII Governo Constitucional Português. *Revista de Ciências da Educação*, 10, 53–63.
- Aguar, G. da S., & Ortigão, M. I. R. (2012). Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA 2003. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42a), 1–22. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100002>
- Albu, G. (2015). Pre-primary Education Teachers and Their Values in the Context of Current Education. Case Study. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 180, 477–483. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.02.147>
- Anderson, J. O., Lin, H.-S., Treagust, D. F., Ross, S. P., & Yore, L. D. (2007). Using large-scale assessment datasets for research in science and mathematics education: Programme for International Student Assessment (PISA). *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 591–614. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9090-y>
- Araujo, L., Andrade, D., & Bortolotti, S. (2009). Teoria da Resposta ao Item. *Revista Da Escola de Enfermagem Da USP*, 43(spe), 1000–1008. <https://doi.org/10.1590/S0080-62342009000500003>
- Araujo, L., Saltelli, A., & Schnepf, S. V. (2017). Do PISA data justify PISA-based education policy? *International Journal of Comparative Education and Development*, 19(1), 20–34. <https://doi.org/10.1108/IJCED-12-2016-0023>
- Areepattamannil, S. (2014a). Are learning strategies linked to academic performance among adolescents in two states in India? A tobit regression analysis. *The Journal of General Psychology*, 141(4), 408–424. <https://doi.org/10.1080/00221309.2014.957637>
- Areepattamannil, S. (2014b). International note: what factors are associated with reading,

- mathematics, and science literacy of Indian adolescents? A multilevel examination. *Journal of Adolescence*, 37(4), 367–372. <https://doi.org/10.1016/j.adolescence.2014.02.007>
- Associação de Professores de Matemática. (2009). *Renovação do Currículo de Matemática: Seminário de Vila Nova de Mil Fontes - 1988* (APM). Associação de Professores de Matemática.
- Baird, J.-A., Isaacs, T., Johnson, S., Stobart, G., Yu, G., Sprague, T., & Daugherty, R. (2011). *Policy effects of PISA*. Oxford University Centre for Educational Assessment.
- Bakan Kalaycıoğlu, D. (2015). The Influence of Socioeconomic Status, Self-efficacy, and Anxiety on Mathematics Achievement in England, Greece, Hong Kong, the Netherlands, Turkey, and the USA. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(5), 1391–1401. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.5.2731>
- Bardin, L. (2013). *Análise de conteúdo* (4th ed.). Edições 70.
- Baumann, C., & Winzar, H. (2014). The role of secondary education in explaining competitiveness. *Asia Pacific Journal of Education*, 1–18. <https://doi.org/10.1080/02188791.2014.924387>
- Belot, M., & Vandenberghe, V. (2011). Evaluating the ‘threat’ effects of grade repetition: exploiting the 2001 reform by the French-speaking community of Belgium. *Education Economics*, 22(1), 73–89. <https://doi.org/10.1080/09645292.2011.607266>
- Bonamino, A., Alves, F., Franco, C., & Cazeli, S. (2010). Os efeitos das diferentes formas de capital no desempenho escolar: um estudo à luz de Bourdieu e de Coleman. *Revista Brasileira de Educação*, 15(45), 487–594.
- Borrvalho, A., & Neutel, S. (2011). O currículo nacional do ensino básico e a prática letiva dos professores de matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 56, 227–246.
- Bray, M. (2008). As explicações numa perspetiva comparada: implicações no trabalho dos professores e no funcionamento das escolas. In J. A. Costa, A. Neto Mendes, & A. Ventura (Eds.), *Xplika: investigação sobre o mercado das explicações* (Issue 1, pp. 11–26). Universidade de Aveiro.
- Bray, M. (2009). *L’ombre du système éducatif: quel soutien scolaire privé, quelles politiques publiques?* UNESCO, Institut international de planification de l’éducation (IIPE).
- Bray, M. (2013a). Benefícios e tensões da educação na sombra: perspetivas comparativas sobre o papel e o impacto das explicações na vida dos estudantes de Hong Kong. In J.

- A. Costa, A. Neto Mendes, & A. Ventura (Eds.), *Xplika internacional: panorâmica sobre o mercado das explicações* (Issue 5, pp. 117–138). UA Editora.
- Bray, M. (2013b). Shadow education: Comparative perspectives on the expansion and implications of private supplementary tutoring. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 77, 412–420. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.03.096>
- Bray, M. (2014). The impact of shadow education on student academic achievement: Why the research is inconclusive and what can be done about it. *Asia Pacific Education Review*, 15(3), 381–389. <https://doi.org/10.1007/s12564-014-9326-9>
- Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed.). Oxford University Press.
- Buchwald, F., Fleischer, J., & Leutner, D. (2015). A field experimental study of analytical problem solving competence—Investigating effects of training and transfer. *Thinking Skills and Creativity*, 18, 18–31. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2015.04.009>
- Burger, K. (2016). Intergenerational transmission of education in Europe: Do more comprehensive education systems reduce social gradients in student achievement? *Research in Social Stratification and Mobility*, 44, 54–67. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2016.02.002>
- Bybee, R., McCrae, B., & Laurie, R. (2009). PISA 2006: An assessment of scientific literacy. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(8), 865–883. <https://doi.org/10.1002/tea.20333>
- Bybee, R. W. (2008). Scientific literacy, environmental issues, and PISA 2006: The 2008 Paul F-Brandwein lecture. *Journal of Science Education and Technology*, 17(6), 566–585. <https://doi.org/10.1007/s10956-008-9124-4>
- Canavarro, A., Albuquerque, C., Mestre, C., Martins, H., Silva, J., Almiro, J., Santos, L., Gabriel, L., Seabra, O., & Correia, P. (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. Direção Geral da Educação - Ministério da Educação.
- Canavarro, A. P., Albuquerque, C., Mestre, C., Martins, H., Silva, J. C. e, Almiro, J., Santos, L., Gabriel, L., Seabra, O., & Correia, P. (2019). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*.
- Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las Matemáticas. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación Del Profesorado*, 17(2), 225–241.

- Carreira, S., Amado, N., Ferreira, R., Silva, J. C. e, Rodriguez, J., Jacinto, H., Amaral, N., Nobre, S., Martins, I., Reis, S., & Mestre, R. (2012). *Um olhar sobre uma competição matemática na Web: Os SUBs*.
- Carvalho, L. M. (2009). Governando a educação pelo espelho do perito: uma análise do PISA como instrumento de regulação. *Educação & Sociedade*, 30(109), 1009–1036. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302009000400005>
- Carvalho, L. M., & Costa, E. (2014). Seeing education with one's own eyes and through PISA lenses: Considerations of the reception of PISA in european countries. *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 1–9. <https://doi.org/10.1080/01596306.2013.871449>
- Cellard, A. (2008). A análise documental. In J. Poupart, J. P. Deslauriers, L. H. Groulx, A. Laperriere, R. Mayer, & Á. Pires (Eds.), *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos* (pp. 295–316). Editora Vozes.
- Cheema, J. R., & Kitsantas, A. (2013). Influences of disciplinary classroom climate on high school student self-efficacy and mathematics achievement: A look at gender and racial–ethnic differences. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(5), 1261–1279. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9454-4>
- Conboy, J. (2011). Retention and science performance in Portugal as evidenced by PISA. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 12, 311–321. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.02.040>
- Cordero-Ferrera, J., Crespo-Cebada, E., & Pedraja-Chaparro, F. (2013). Rendimiento educativo y determinantes según PISA: Una revisión de la literatura en España. *Revista de Educación*, 362, 273–297. <https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2011-362-161>
- Cordero-Ferrera, J., Crespo-Cebada, E., Pedraja-Chaparro, F., & González, D. S. (2011). Exploring educational efficiency divergences across Spanish regions in PISA 2006. *Revista de Economía Aplicada*.
- Cordero-Ferrera, J., Crespo-Cebada, E., & Santín-González, D. (2010). Factors affecting educational attainment: evidence from Spanish PISA 2006 Results. *Regional and Sectoral Economics Studies*, 10(3), 55–76.
- Cornelisz, I. (2013). Relative Private School Effectiveness in the Netherlands: A Reexamination of PISA 2006 and 2009 data. *Procedia Economics and Finance*, 5, 192–201. [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(13\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(13)00025-7)

- Costa, E., & Afonso, N. (2009). Os instrumentos de regulação baseados no conhecimento: o caso do Programme for International Student Assessment (PISA). *Educação & Sociedade*, 30(109), 1037–1055.
- Costa, J. A., Neto Mendes, A., & Ventura, A. (2013). *Xplika internacional: panorâmica sobre o mercado das explicações*. UA Editora.
- Costa, J. A., Ventura, A., & Neto Mendes, A. (2013). Lisboa, Seul, Brasília e Otava: caracterização do fenómeno das explicações na perspetiva dos alunos. In J. A. Costa, A. Neto Mendes, & A. Ventura (Eds.), *Xplika internacional: panorâmica sobre o mercado das explicações* (Issue 4, pp. 95–114). UA Editora.
- Crahay, M., & Baye, A. (2013). Existem escolas justas e eficazes? Esboço de resposta baseado no PISA 2009. *Cadernos de Pesquisa*, 43(150), 858–883. <https://doi.org/10.1590/S0100-15742013000300007>
- Crespo-Cebada, E., Pedraja-Chaparro, F., & Santín-González, D. (2013). Does school ownership matter? An unbiased efficiency comparison for regions of Spain. *Journal of Productivity Analysis*, 41(1), 153–172. <https://doi.org/10.1007/s11123-013-0338-y>
- Curi, A. Z., & Menezes-Filho, N. A. (2009). A relação entre educação pré-primária, salários, escolaridade e proficiência escolar no Brasil. *Estudos Econômicos*, 39(4), 811–850. <https://doi.org/10.1590/S0101-41612009000400005>
- DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Ministério da Educação.
- Del Porto, F., & Ferreira, C. (2007). Os fatores socioeconômicos e culturais associados ao desempenho dos alunos no PISA 2003 (Brasil, México, Espanha e Portugal). *XIII CONGRESSO BRASILEIRO DE SOCIOLOGIA*, 1–19.
- Demir, İ., Kılıç, S., & Ünal, H. (2010). Effects of students' and schools' characteristics on mathematics achievement: findings from PISA 2006. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 3099–3103. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.472>
- Denny, K., & Oppedisano, V. (2013). The surprising effect of larger class sizes: Evidence using two identification strategies. *Labour Economics*, 23, 57–65. <https://doi.org/10.1016/j.labeco.2013.04.004>
- Dewey, J. (1997). *How we think*. Dover Publications, Inc.
- DGEBS. (1991). *Ensino Básico 3.º Ciclo - Organização Curricular e Programas: Vol. I*. Ministério da Educação.

- DGIDC. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Dobbins, M., & Martens, K. (2012). Towards an education approach à la finlandaise ? French education policy after PISA. *Journal of Education Policy*, 27(1), 23–43. <https://doi.org/10.1080/02680939.2011.622413>
- Dolin, J., & Krogh, L. B. (2010). The relevance and consequences of PISA science in a Danish context. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(3), 565–592. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9207-6>
- Eijkkelhof, H. M. C., Kordes, J. H., & Savelsbergh, E. R. (2013). Implications of PISA outcomes for science curriculum reform in the Netherlands. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009* (Issue 1, pp. 7–21). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Félix, P., Perdigão, R., & Lourenço, V. (2020). *Desempenho e Equidade: uma análise comparada a partir dos estudos internacionais TIMSS e PIRLS*. Conselho Nacional de Educação.
- Fernandes, D. (2005). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas*. Texto Editores.
- Fernandes, D. (2008). Algumas reflexões acerca dos saberes dos alunos em Portugal. *Educação & Sociedade*, 29(102), 275–296. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302008000100014>
- Fernandes, D. (2011). *Avaliar Para Melhorar As Aprendizagens: Análise e Discussão de Algumas Questões Essenciais* (pp. 81–107).
- Fernandes, D., Neves, C., Tinoca, L., Viseu, S., & Henriques, S. (2018). *Políticas Educativas e desempenho de Portugal no PISA (2000-2015)*. I.E.U.L.
- Ferrer, F., Valiente, Ó., & Castel, J. L. (2010). Los resultados PISA 2006 desde la perspectiva de las desigualdades educativas: La comparación entre comunidades autónomas en España. *Revista Espanola de Pedagogia*, 68(245), 23–48.
- Fischbach, A., Keller, U., Preckel, F., & Brunner, M. (2013). PISA proficiency scores predict educational outcomes. *Learning and Individual Differences*, 24, 63–72. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.10.012>
- Fonseca, J., Valente, M. O., & Conboy, J. (2011). Student characteristics and PISA science performance: Portugal in cross-national comparison. *Procedia - Social and Behavioral*

- Sciences*, 12, 322–329. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.02.041>
- Forgasz, H. J., & Hill, J. C. (2012). Factors implicated in high mathematics achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(2), 481–499. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9348-x>
- French, D., Miles, K. H., & Nathan, L. (2014). The Path Forward: School Autonomy and Its Implications for the Future of Boston's Public Schools. *Boston Foundation*.
- French, J. J., French, A., & Li, W.-X. (2015). The relationship among cultural dimensions, education expenditure, and PISA performance. *International Journal of Educational Development*, 42, 25–34. <https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2015.02.010>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (2002). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers.
- García-Pérez, J. I., Hidalgo-Hidalgo, M., & Robles-Zurita, J. A. (2014). Does grade retention affect students' achievement? Some evidence from Spain. *Applied Economics*.
- Gilleece, L., Cosgrove, J., & Sofroniou, N. (2010). Equity in mathematics and science outcomes: characteristics associated with high and low achievement on PISA 2006 in Ireland. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(3), 475–496. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9199-2>
- Godoy, A. S. (1995a). Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*, 35(2), 57–63. <https://doi.org/10.1590/S0034-75901995000200008>
- Godoy, A. S. (1995b). Pesquisa qualitativa: Tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, 35(3), 20–29. <https://doi.org/10.1590/S0034-75901995000300004>
- González, M. T. G. (2006). Absentismo y abandono escolar: una situación singular de la exclusión educativa. *REICE - Revista Eletrónica Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio En Educación*.
- Goycochea, N. (2012). Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos. *TDX (Tesis Doctorals En Xarxa)*.
- Greiff, S., Holt, D. V., & Funke, J. (2013). Perspectives on problem solving in educational assessment: Analytical, interactive, and collaborative problem solving. *Journal of Problem Solving*, 5, 71–91. <https://doi.org/10.7771/1932-6246.1153>

- Güzel, Ç. I., & Berberoğlu, G. (2005). An analysis of the programme for international student assessment 2000 (PISA 2000) mathematical literacy data for brazilian, japanese and norwegian students. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 283–314. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.006>
- Guzmán, M. (1990). *Aventuras matemáticas* (1st ed.). Gradiva.
- Hanushek, E. A., Link, S., & Woessmann, L. (2013). Does school autonomy make sense everywhere? Panel estimates from PISA. *Journal of Development Economics*, 104, 212–232. <https://doi.org/10.1016/j.jdeveco.2012.08.002>
- Hopmann, S. T., & Brinek, G. (2007). Introduction: PISA According to PISA - Does PISA Keep What It Promises? In S. T. Hopmann, G. Brinek, & M. Retzl (Eds.), *PISA According to PISA: Does PISA Keep, What It Promises?* (pp. 9–19). LIT Verlag.
- Hopmann, S. T., Brinek, G., & Retzl, M. (Eds.). (2007). *PISA According to PISA: Does PISA Keep, What It Promises?* LIT Verlag.
- INEE. (2014). *PISA 2012 Resolución de problemas de la vida real resultados de matemáticas y lectura por ordenador, informe Español - Análisis secundario, (documentos de trabajo, versión preliminar)*. Gobierno de España, Ministerio De Educación, Cultura y Deporte.
- Jerrim, J., & Vignoles, A. (2016). The link between East Asian ‘mastery’ teaching methods and English children’s mathematics skills. *Economics of Education Review*, 50, 29–44. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2015.11.003>
- Kazemi, F., Yektayar, M., & Abad, A. M. B. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 32, 372–379. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.01.056>
- Keddie, A. (2015). School autonomy, accountability and collaboration: a critical review. *Journal of Educational Administration and History*, 47(1), 1–17. <https://doi.org/10.1080/00220620.2015.974146>
- Klein, R. (2011). Uma re-análise dos resultados do PISA: problemas de comparabilidade. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas Em Educação*, 19(73), 717–768. <https://doi.org/10.1590/S0104-40362011000500002>
- Knodel, P., Martens, K., & Niemann, D. (2013). PISA as an ideational roadmap for policy change: exploring Germany and England in a comparative perspective. *Globalisation*,

- Societies and Education*, 11(3), 421–441.
<https://doi.org/10.1080/14767724.2012.761811>
- Kriegbaum, K., Jansen, M., & Spinath, B. (2015). Motivation: A predictor of PISA's mathematical competence beyond intelligence and prior test achievement. *Learning and Individual Differences*, 43, 140–148. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.08.026>
- Lee, J.-S. (2012). The effects of the teacher–student relationship and academic press on student engagement and academic performance. *International Journal of Educational Research*, 53, 330–340. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2012.04.006>
- Lüdke, M., & André, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. EPU.
- Lundgren, U. P. (2011). PISA as a political instrument: One History Behind the Formulating of the PISA Programme. In M. Pereyra, H. G. Kotthoff, & R. Cowen (Eds.), *PISA under examination: Changing knowledge, changing tests, and changing schools* (Issue 2, pp. 17–30). Sense Publishers.
- Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. *Sísifo. Revista de Ciências Da Educação*, 7–22.
- Martínez, R. (2006). La metodología de los estudios PISA. *Revista de Educación, Extraordin*, 111–129.
- Martino, W., & Rezai-Rashti, G. (2013). “Gap talk” and the global rescaling of educational accountability in Canada. *Journal of Education Policy*, 28(5), 589–611. <https://doi.org/10.1080/02680939.2013.767074>
- Martins, A. M., & Silva, V. G. da. (2011). State of the art: management, school autonomy and collegial organizations (2000/2008). *Cadernos de Pesquisa*, 41(142), 228–245. <https://doi.org/10.1590/S0100-15742011000100012>
- Martins, H. (2004). Metodologia qualitativa de pesquisa. *Educação e Pesquisa*, 30(2), 289–300. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000200007>
- Martins, L., & Veiga, P. (2010). Do inequalities in parents' education play an important role in PISA students' mathematics achievement test score disparities? *Economics of Education Review*, 29(6), 1016–1033. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2010.05.001>
- Matějů, P., & Smith, M. L. (2014). Are boys that bad? Gender gaps in measured skills, grades and aspirations in Czech elementary schools. *British Journal of Sociology of Education*, 1–25. <https://doi.org/10.1080/01425692.2013.874278>

- Lei Nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996, (1996).
- Lei de Bases do Sistema Educativo - Lei n.º 46/86 de 14 de Outubro, 3067 (1986).
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, 1 (2006).
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, 1 (2007).
- Ministry of Education, S. (2006a). *Mathematic Syllabus Primary*. Ministry of Education.
- Ministry of Education, S. (2006b). *Secondary Mathematics Syllabuses*. Ministry of Education.
- Ministry of Education, S. (2017). *Singapore Education System*. Ministry of Education.
<https://www.moe.gov.sg/education>
- Minxuan, Z., & Lingshuai, K. (2012). An exploration of reasons for Shanghai's success in the OECD Program for International Student Assessment (PISA) 2009. In *Frontiers of Education in China* (Vol. 7, Issue 1, pp. 124–162). Brill. <https://doi.org/10.3868/s110-001-012-0007-3>
- Mortimore, P. (2009). *Alternative models for analysing and representing countries' performance in PISA*. Education International.
- Mostafa, T. (2013). The anatomy of inequalities in educational achievements: An international investigation using PISA data. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009* (Issue 9, pp. 145–158). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Neto Mendes, A., Martins, M. E., Ventura, A., & Costa, J. A. (2013). Explicações em Lisboa, Seul, Brasília e Otava: da especificidade dos contextos à (des)regulação do fenómeno. In J. A. Costa, A. Neto Mendes, & A. Ventura (Eds.), *Xplika internacional: panorâmica sobre o mercado das explicações* (Issue 2, pp. 29–67). UA Editora.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy, the PISA experience* (Issue 2, pp. 35–55). Springer.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning*. IMFUFA.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework - Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. OECD Publishing.
- OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world - First results from PISA 2003*. OECD Publishing.

- OECD. (2006). *Are students ready for a technology-rich world? - what PISA studies tell us*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264036093-en>
- OECD. (2011). Does participation in pre-primary education translate into better learning outcomes at school? *PISA in Focus*, Nº 1. <https://doi.org/10.1787/5k9h362tpvxp-en>
- OECD. (2013a). *PISA 2012: Released Mathematics Items*. OECD Publishing.
- OECD. (2013b). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- OECD. (2014a). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Resolución de problemas*. Gobierno de España, Ministerio De Educación, Cultura y Deporte.
- OECD. (2014b). *PISA 2012 results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems (Volume V)*. PISA, OECD Publishing.
- OECD. (2014c). *PISA 2012 results: What students know and can do – student performance in mathematics, reading and science (Volume I, revised edition, february 2014)*. PISA, OECD Publishing.
- OECD. (2015). *Students, computers and learning: Making the connection*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264239555-en>
- OECD. (2017). *PISA 2015 Results (Volume V): Collaborative Problem Solving*. PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264285521-en>
- OECD. (2020). *PISA 2018 Results (Volume IV): Are Students Smart about Money?* PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/48ebd1ba-en>
- OECD, & INEP. (2014). Relatório nacional PISA 2012 - resultados brasileiros. In *Ministério da Educação*. Ministério da Educação.
- Özcan, Z. Ç. (2015). The relationship between mathematical problem-solving skills and self-regulated learning through homework behaviours, motivation, and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(3), 408–420. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1080313>
- Pereira, M. C. (2010). Desempenho educativo e igualdade de oportunidades em Portugal e na Europa: O papel da escola e a influência da família. *Boletim Económico - Banco de Portugal*, 16(4), 25–48.
- Pereyra, M., Kotthoff, H. G., & Cowen, R. (Eds.). (2011). *PISA under examination: Changing knowledge, changing tests, and changing schools*. Sense Publishers.

- Pinto, J. (2017). PISA Portugal na blogosfera: Fatores influenciadores dos resultados. *Internet Latent Corpus Journal*, 7(1), 67–91.
- Pinto, J., Costa, J. A., & Silva, J. C. e. (2014). Explicações, escolas e sucesso educativo: reflexão em torno da educação sombra. *Indagatio Didactica*, 6(4), 24–36.
- Pinto, J., Neto, T. B., & Silva, J. C. e. (2019). Fatores influenciadores do desempenho de estudantes portugueses, singapurenses, holandeses, espanhóis e brasileiros em Literacia Matemática no PISA: Revisão Integrativa. *Revista de Estudios y Experiencias En Educación*, 18(37), 41–60. <https://doi.org/10.21703/rexe.20191837dapiedade7>
- Pinto, J., Silva, J. C. e, & Neto, T. B. (2016). Fatores influenciadores dos resultados de matemática de estudantes portugueses e brasileiros no PISA: revisão integrativa. *Ciência & Educação (Bauru)*, 22(4), 837–853. <https://doi.org/10.1590/1516-731320160040002>
- Polya, G. (2003). *Como resolver problemas* (1st ed.). Gradiva.
- Pons, X. (2011). What do we really learn from PISA? The sociology of its reception in three european countries (2001-2008)1. *European Journal of Education*, 46(4), 540–548. <https://doi.org/10.1111/j.1465-3435.2011.01499.x>
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In G. T. I. Grupo de Trabalho sobre Investigação (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 7–28). APM - Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105–132.
- Prenzel, M., Kobarg, M., Schöps, K., & Rönnebeck, S. (Eds.). (2013). *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Projavi, Ferreira, A. S., & Lourenço, V. (2013). *PISA 2012, Portugal - Primeiros resultados*. ProjAVI Grupo de Projeto para Avaliação Internacional de Alunos.
- Recio, T. (2006). PISA y la evaluación de las matemáticas. *Revista de Educación, Extraordinario*.
- Recio, T. (2007). La ciencia invisible. *UNO: Revista de Didáctica de Las Matematicas*, 46, 9–24.
- Reilly, D. (2012). Gender, culture, and sex-typed cognitive abilities. *PloS One*, 7(7), e39904. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0039904>
- Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003.

Actas Del VIII Simposio de La SEIEM.

- Rico, L. (2005). La alfabetización matemática y el proyecto PISA de la OCDE en España. *Padres y Madres de Alumnos. Revista de La CEAPA*, N. 82, 7–13.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, Extraordinario*, 275–294.
- Rico, L. (2007). La Competencia Matemática en PISA. *P N A*, 1(2), 47–66.
- Rico, L. (2011). El estudio PISA y la evaluación de la competencia matemática. *Matematicalia: Revista Digital de Divulgación Matemática de La Real Sociedad Matemática Española*, 7(1), 1–9.
- Rico, L., Lozano, Á. D., Martínez, E. C., & Gomez, J. L. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 139–172.
- Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza Editorial.
- Sá Silva, J. R., Almeida, C. D. de, & Guindani, J. F. (2009). Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. *Revista Brasileira de História & Ciências Sociais*, 1(1).
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2013). *Metodologia de Pesquisa* (5th ed.). McGraw-Hill Penso.
- Santos, L., Brocardo, J., Pinheiro, A., Santos, E., Pires, M., Amado, N., Ferreira, R. A., & Canelas, R. (2009). *Plano da matemática: Relatório final 2006-2009*. DGIDC - Ministério da Educação.
- Santos, L., Pinheiro, A., Canavarro, A. P., Santos, E., Pires, M., Martinho, M. H., Amado, N., & Ferreira, R. A. (2011). *Plano da matemática e novo programa de matemática do ensino básico: Relatório final de ano 2009-2010*. DGIDC - Ministério da Educação.
- Schleicher, A. (2006). Fundamentos y cuestiones políticas subyacentes al desarrollo de PISA. *Revista de Educación, Extraordinario*, 21–43.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM*, 39(5–6), 537–551. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0038-z>
- Secretaria da Educação Básica. (2002). *PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Ministério da Educação.

- Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - Ensino de primeira à quarta série*. Ministério da Educação e do Desporto - Secretaria de Educação Fundamental.
- Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - Ensino de quinta a oitava séries*. Ministério da Educação e do Desporto - Secretaria de Educação Fundamental.
- Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (1999). *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio*. Ministério da Educação e do Desporto- Secretaria de Educação Média e Tecnológica.
- Silva, J. C. e. (2004). A importância do estudo internacional PISA. *Boletim Da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 51, 67–80.
- Soares, S. S. D., & Nascimento, P. A. M. M. (2012). Evolução do desempenho cognitivo dos jovens brasileiros no PISA. *Cadernos de Pesquisa*, 42(145), 68–87. <https://doi.org/10.1590/S0100-15742012000100006>
- Solano-Flores, G., Contreras-Niño, L. Á., & Backhoff, E. (2013). The measurement of translation error in PISA 2006 items: An application of the theory of test translation Error. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009* (Issue 5, pp. 71–85). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Stacey, K., & Turner, R. (Eds.). (2015a). *Assessing mathematical literacy, the PISA experience*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7>
- Stacey, K., & Turner, R. (2015b). The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy, the PISA experience* (Issue 1, pp. 5–33). Springer.
- Stoet, G., & Geary, D. C. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: within- and across-nation assessment of 10 years of PISA data. *PloS One*, 8(3), e57988. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0057988>
- The National Council of Teachers Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Associação de Professores de Matemática.
- The National Council of Teachers Mathematics. (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Associação de Professores de Matemática.
- Thien, L. M., & Ong, M. Y. (2015). Malaysian and Singaporean students' affective

- characteristics and mathematics performance: evidence from PISA 2012. *SpringerPlus*, 4(1), 563. <https://doi.org/10.1186/s40064-015-1358-z>
- Thiessen, V., & Blasius, J. (2008). Mathematics achievement and mathematics learning strategies: Cognitive competencies and construct differentiation. *International Journal of Educational Research*, 47(6), 362–371. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2008.12.002>
- Thomson, S., & Hillman, K. (2013). Success despite the odds? Outcomes for low-performing students in Australia. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009* (Issue 11, pp. 181–198). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Tröhler, D. (2011). Concepts, cultures and comparisons. PISA and the double German discontentment. In M. Pereyra, H. G. Kotthoff, & R. Cowen (Eds.), *PISA under examination: Changing knowledge, changing tests, and changing schools* (Issue 16, pp. 245–257). Sense Publishers.
- Turner, R., Blum, W., & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy, the PISA experience* (Issue 4, pp. 85–115). Springer.
- Turner, R., Dossey, J., Blum, W., & Niss, M. (2013). Using mathematical competencies to predict Item difficulty in PISA: A MEG study. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA - Research outcomes of the PISA research conference 2009* (Issue 2, pp. 23–37). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4458-5>
- Urteaga, E. (2010). Los resultados del estudio PISA en Francia. *Revista Complutense de Educacion*, 21(2), 231–244.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Wijers, M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 37(4), 287–307. <https://doi.org/10.1007/BF02655816>
- Vandenberghe, V., & Robin, S. (2004). Evaluating the effectiveness of private education across countries: a comparison of methods. *Labour Economics*, 11(4), 487–506. <https://doi.org/10.1016/j.labeco.2004.02.007>
- Vieira, M. A., & Moreira, T. (2013). *Impacto da escolaridade dos pais e nível socioeconômico familiar nos resultados de testes cognitivos*. 1–17.

- Whittemore, R., & Knafl, K. (2005). The integrative review: updated methodology. *Journal of Advanced Nursing*, 52(5), 546–553. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2005.03621.x>
- World Economic Forum. (2018). *The future of jobs report 2018*. Center for the New Economy and Society.
- Yore, L. D., Anderson, J. O., & Chiu, M.-H. (2010). Moving PISA results into the policy arena: Perspectives on knowledge transfer for future considerations and preparations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(3), 593–609. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9211-x>
- You, Y., & Morris, P. (2015). Imagining school autonomy in high-performing education systems: East Asia as a source of policy referencing in England. *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 1–24. <https://doi.org/10.1080/03057925.2015.1080115>

Anexos

Anexo 1– Mensagem de e-mail trocada entre Pedro Rebelo e Kaye Stacey

----- Forwarded message -----

From: **Kaye Stacey** <k.stacey@unimelb.edu.au>

Date: 11 September 2017 at 21:44

Subject: RE: Help in PISA2012 mean math score

To: Pedro Rebelo <trashmanp1@gmail.com>

Hi Pedro, I have not looked at the detailed files that you refer to, but there are many different 'averages' from the PISA and TIMSS data sets. The complications are that students do not do the same items (so estimates have to be made), the actual sample of students is not an exact mirror of the composition of students in the country and so some scaling is done to compensate, there are OECD averages and all-country averages, there are averages based on countries and averages based on students. I can't answer your precise question – just remind you that you need to be very careful to compare like with like.

Best wishes,

Kaye Stacey

Emeritus Professor Kaye Stacey

Professor of Mathematics Education

Melbourne Graduate School of Education,

University of Melbourne 3010 Vic AUSTRALIA

T: [+61\(0\) 417 399 745](tel:+610417399745) E: k.stacey@unimelb.edu.au

From: Pedro Rebelo [<mailto:trashmanp1@gmail.com>]

Sent: Sunday, 10 September 2017 03:06

Subject: Help in PISA2012 mean math score

Hello,

I am trying to help a friend (Joaquim Pinto) who is doing a doctorate in mathematical education using the PISA2012 data and I have difficulty understanding the average score. I would like to know how the average score in PISA2012 was obtained. For the average of PV1MATH...PV5MAPI in the original file gives me an average for Portugal of 484, which is different from 487 found in the OECD report table.

Any help you can give me is welcome.

Best regards,

Pedro Rebelo

Apêndices

Apêndice 1 – Componentes estruturantes fundamentais dos programas curriculares de matemática do ensino básico dos países em estudo

Elementos estruturantes	Unidades de Análise
Finalidades	
Objetivos gerais	
Temas Matemáticos	
Orientações metodológicas	
Avaliação	

Apêndice 2 – Componentes estruturantes fundamentais dos programas curriculares de matemática do ensino básico dos países em estudo

Elementos estruturantes	Unidades de Análise
Finalidades	<p>Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; (...) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência (Pt1) (p. 3)</p> <p>The learning of mathematics at all levels involves more than the basic acquisition of concepts and skills. It also crucially involves an understanding of the underlying mathematical thinking, the general strategies of problem solving and positive attitudes to and appreciation of mathematics as an important and powerful tool in everyday life (Sin1) (p 4).</p> <p>Mathematics is an excellent vehicle for the development and improvement of a person's intellectual competence in logical reasoning, spatial visualisation, analysis and abstract thought. Students develop numeracy, reasoning, thinking skills, and problem solving skills through the learning and application of mathematics. These are valued not only in science and technology, but also in everyday living and in the workplace. The development of a highly skilled scientifically- and technologically-based manpower requires a strong grounding in mathematics. An emphasis on mathematics education will ensure that we have an increasingly competitive workforce to meet the challenges of the 21st century. Mathematics is also a subject of enjoyment and excitement, which offers students opportunities for creative work and moments of enlightenment and joy. When ideas are discovered and insights gained, students are spurred to pursue mathematics beyond the classroom walls (Sin1) (p 5).</p> <p>RME principles of teaching mathematics RME is a domain-specific instruction theory that is based on a view on mathematics as a subject, a view on how children learn mathematics and a view on how mathematics should be taught (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). These views can be characterized by the following six principles, each reflecting a specific characteristic of the identity of RME. Some of them originate more from the point of view of learning and some are more closely connected to the teaching perspective (Ho1) (p.289-290)</p> <p>1 Activity principle The idea of mathematization clearly refers to the concept of mathematics as an activity which, according to Freudenthal (1971, 1973), can best be learned by doing (see also Treffers, 1978, 1987). The students, instead of being receivers of ready-made mathematics, are treated as active participants in the educational process, in which they develop all sorts of mathematical tools and insights by themselves. According to Freudenthal (1973), using scientifically structured curricula, in which students are confronted with ready-made mathematics, is an "anti-didactic inversion." It is based on the false assumption that the results of mathematical thinking, placed in a subject-matter framework, can be transferred directly to the students. The activity principle means that students are confronted with problem situations in which, for instance, they can produce fractions and gradually develop an algorithmic way of multiplication and division, based on an informal way of working. In relation to this principle, "own productions" play an important role in RME.</p> <p>2 Reality principle As in most approaches to mathematics education, RME aims at enabling students to apply mathematics. The overall goal of mathematics education is that students</p>

	<p>must learn to use their mathematical understanding and tools to solve problems. This implies that they must learn “mathematics so as to be useful” (see Freudenthal, 1968).</p> <p>In RME, however, this reality principle is not only recognizable at the end of the learning process in the area of application; reality is also conceived as a source for learning mathematics. Just as mathematics arose from the mathematization of reality, so must learning mathematics also originate in mathematizing reality. Even in the early years of RME it was emphasized that if children learn mathematics in an isolated fashion, divorced from their experiences, it will quickly be forgotten and the children will not be able to apply it (Freudenthal, 1971, 1973, 1968). Rather than beginning with certain abstractions or definitions to be applied later, one must start with rich contexts demanding mathematical organization or, in other words, contexts that can be mathematized (Freudenthal, 1979, 1968). Thus, while working on context problems, the students can develop mathematical tools and understanding.</p> <p>3 Level principle</p> <p>Learning mathematics means that students pass through various levels of understanding: from the ability to invent informal context-related solutions, to the creation of various levels of short cuts and schematizations, to the acquisition of insight into the underlying principles and the discernment of even broader relationships. The condition for arriving at the next level is the ability to reflect on the activities conducted. This reflection can be elicited by interaction. Models serve as an important device for bridging this gap between informal, context-related mathematics and more formal mathematics. First, the students develop strategies closely connected to the context. Later on, certain aspects of the context situation can become more general, which means that the context acquires more and more the character of a model and as such can give support for solving other, but related, problems. Eventually, the models give the students access to more formal mathematical knowledge. In order to fulfill the bridging function between the informal and formal levels, models have to shift from a “model of” a particular situation to a “model for” all kinds of other, but equivalent, situations.</p> <p>The bus context (Van den Brink, 1989) is an example from daily life that can evolve to a more general and formal level. At first, an illustration is used to describe the changes at the bus stop. Later on, the bus context becomes a “model for” understanding all kinds of number sentences, and then the students can go far beyond the real bus context. They can even use the model for reasoning backward (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003b).</p> <p>An important requirement for having models functioning in this way is that they are rooted in concrete situations and that they are also flexible enough to be useful in higher levels of mathematical activities. This means that the models will provide the students with a foothold during the process of vertical mathematization, without obstructing the path back to the source.</p> <p>The strength of the level principle is that it guides growth in mathematical understanding and that it gives the curriculum a longitudinal coherency. This long-term perspective is characteristic of RME. There is a strong focus on the relation between what has been learned earlier and what will be learned later. A powerful example of such a “longitudinal” model is the number line. It begins in first grade as (a) a beaded necklace on which the students can practice all kind of counting activities. In higher grades, this chain of beads successively becomes (b) an empty number line for supporting additions and subtractions, (c) a double number line for supporting problems on ratios, and (d) a fraction/percentage bar for supporting working with fractions and percentages.</p> <p>4 Intertwinement principle</p> <p>It is also characteristic of RME that mathematics, as a school subject, is not split into distinctive learning strands. From a deeper mathematical perspective, the domains within mathematics cannot be separated. They are all linked to each</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>other. Moreover, solving rich context problems often means that one has to apply a broad range of mathematical tools and understandings.</p> <p>For instance, if children are shown a picture that shows an apartment building with a flag on top and they are asked to estimate the size of this flag, then they encounter various domains of mathematics such as estimation, measurement, ratio and geometry. In the same way, in the lower grades, mirror activities in which the children have to change the number of fichas visible in a mirror, clearly involve geometry and early arithmetic.</p> <p>The strength of the intertwinement principle is that it brings coherency to the curriculum. This principle refers not only to the different domains of mathematics, but can also be found within them. In the number strand, for instance, topics like number sense, mental arithmetic, estimation and algorithms are closely related.</p> <p>5 Interaction principle</p> <p>Within RME, the learning of mathematics is considered to be a social activity. Education should offer students opportunities to share their strategies and inventions with each other. By listening to what others found out and discussing these findings, the students can get ideas for improving their strategies. Moreover, the interaction can evoke reflection, which enables the students to reach a higher level of understanding.</p> <p>The significance of the interaction principle implies that whole-class teaching plays an important role in the RME approach to mathematics education. However, this does not mean that the whole class is proceeding collectively and that every student is following the same track and is reaching the same level of development at the same moment. On the contrary, within RME, children are considered as individuals, each following an individual learning path. This view on learning often results in pleas for splitting up classes into small groups of students, each following their own learning trajectories. In RME, however, there is a strong preference for keeping the class together as a unit of organization within which a variety of teaching methods can be applied; ranging from wholeclass teaching to group work to individual work. Moreover, within this structure of keeping the class together, differentiation is realized by providing the students with problems</p> <p>6 Guidance principle</p> <p>One of Freudenthal's (1991) key principles for mathematics education is that it should give students a "guided" opportunity to "re-invent" mathematics. This implies that in RME both the teachers and the educational programs have a proactive role. They steer the learning process, but not in a fixed way by demonstrating what the students have to learn. Such an approach would be in conflict with the activity principle and would lead to pseudounderstanding. Instead, the students need room to construct mathematical insights and tools by themselves. In order to reach this, the teachers have to provide the students with a learning environment in which this construction process can emerge. One requirement for this is that teachers must be able to foresee where and how they can anticipate the students' understandings and skills that are just coming into view in the distance (see also Streefland, 1985b). Educational programs should contain scenarios that have the potential to work as a lever in shifting students' understanding. It is important for these scenarios that they always have the perspective of the long-term learning process, based on the goals the mathematics education is aimed at. Without this perspective, it is not possible to guide the students' learning. In other words, in this guidance principle the "how" and the "what" meet each other. (Ho1) (p. 289-290)</p> <p>1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana. 2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados. 3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación. 4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes. 5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación. 6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje. 7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones. 8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado. 9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas. 10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica. 11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica. (Es1) (p. 128).</p> <p>(...) é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (Br1) (p. 25).</p> <p>(...) é importante que a Matemática desempenhe, no currículo, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (Br2) (p. 28).</p> <p>(...) a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (Br3) (p.40)</p> <p>(...) aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático (Br3) (p. 41)</p> <p>(...) ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a: compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral; aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas; analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade; desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática; estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo; reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (Br3) (p. 42)</p>
Objetivos gerais	<p>Os alunos devem <i>conhecer os factos e procedimentos básicos</i> da Matemática. (...) Os alunos devem desenvolver uma <i>compreensão</i> da Matemática. (...) Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas <i>representações</i>. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>comunicar</i> as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>raciocinar matematicamente</i> usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>resolver problemas</i>. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>estabelecer conexões</i> entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>fazer</i> Matemática de modo autónomo. (...) Os alunos devem ser capazes de <i>apreciar</i> a Matemática (Pt1) (p. 4-6)</p> <p>Acquire the necessary mathematical concepts and skills for everyday life, and for continuous learning in mathematics and related disciplines; Develop the necessary process skills for the acquisition and application of mathematical concepts and skills; Develop the mathematical thinking and problem solving skills and apply these skills to formulate and solve problems; Recognise and use connections among mathematical ideas, and between mathematics and other disciplines; Develop positive attitudes towards mathematics; Make effective use of a variety of mathematical tools (including information and communication technology tools) in the learning and application of mathematics; Produce imaginative and creative work arising from mathematical ideas; Develop the abilities to reason logically, communicate mathematically, and learn cooperatively and independently (Sin1) (p.5) (Sin2) (p.1).</p> <p>Utilización de estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más simple, y comprobación de la solución obtenida. (...) Expresión verbal del procedimiento que se ha seguido en la resolución de problemas. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre cantidades y medidas o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas. (...) Utilización de herramientas</p>

	<p>tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas (Es1) (p. 128-1229)</p> <p>(...) Utilización de estrategias y técnicas en la resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la división del problema en partes, y comprobación de la solución obtenida. (...) Descripción verbal de procedimientos de resolución de problemas utilizando términos adecuados. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas (Es1) (p. 131)</p> <p>Planificación y utilización de estrategias en la resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines, y comprobación del ajuste de la solución a la situación planteada. (...) Descripción verbal de relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución utilizando la terminología precisa. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o simbólico o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas (Es1) (p. 134)</p> <p>Planificación y utilización de procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización. (...) Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación. (...) Interpretación de mensajes que contengan argumentaciones o informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas (Es1) (p. 137)</p> <p>Planificación y utilización de procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización. (...) Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación. (...) Interpretación de mensajes que contengan argumentaciones o informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas (Es1) (p. 139)</p> <p>identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas; fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente; resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares; sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções; interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Br1) (p. 37)</p> <ul style="list-style-type: none"> • identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas; • fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente; resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares; sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções; interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Br2) (pp. 47-48) <p>Ler e interpretar textos de Matemática. Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc). Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa. Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta. Produzir textos matemáticos adequados. Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação. Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho. Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc). Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. Formular hipóteses e prever resultados. Selecionar estratégias de resolução de problemas. Interpretar e criticar resultados numa situação concreta. Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. Fazer e validar conjecturas, experimentando,</p>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. Discutir idéias e produzir argumentos convincentes. Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade. Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (Br3) (p. 46)</p>
Temas Matemáticos	<p>Números e operações. (...) Álgebra. (...) Geometria. (...) Organização e tratamento de dados (Pt1) (p. 7).</p> <p>Mathematical concepts cover numerical, algebraic, geometrical, statistical, probabilistic, and analytical concepts (Sin1) (p. 7) (Sin2) (p. 3).</p> <p>Números. (...) Álgebra. (...) Geometria. (...) Funciones y gráficas. (...) Estadística y probabilidade (Es1) (p. 125).</p> <p>(...) estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). (Br1) (p. 38). (Br2) (p. 49)</p> <p>(...) conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando idéias relativas à probabilidade e à combinatória. (Br1) (p. 38) (Br2) (p. 49)</p> <p>Álgebra: números e funções; Geometria e medidas; Análise de dados (Br4) (p. 120)</p>
Orientações metodológicas	<p>O aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos. (...) O ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. (...) A capacidade de utilizar ideias e processos matemáticos para lidar com problemas e situações contextualizadas é essencial, mas os alunos precisam de saber trabalhar igualmente em contextos puramente matemáticos, sejam de índole numérica, geométrica ou algébrica. (...) O professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e reflectir sobre as suas resoluções e as resoluções dos colegas. (...) A comunicação deve ter também um lugar destacado na prática lectiva do professor. (...) Para além destas orientações metodológicas, há outras que assumem igualmente um papel importante neste programa e que dizem respeito às representações, à exploração de conexões, ao uso de recursos, à valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo actual, bem como às diferentes formas de trabalho na sala de aula (Pt1). (p. 8-9).</p> <p>Mathematical problem solving is central to mathematics learning. It involves the acquisition and application of mathematics concepts and skills in a wide range of situations, including non-routine, open-ended and real-world problems (Sin1) (p.6) (Sin2) (p. 2).</p> <p>Students should develop and explore the mathematics ideas in depth, and see that mathematics is an integrated whole, not merely isolated piece of knowledge (Sin1) (p.7) (Sin2) (p. 3).</p> <p>Mathematical processes refer to the knowledge skills (or process skills) involved in the process of acquiring and applying mathematical knowledge. This includes reasoning, communication and connections, thinking skills and heuristics, and application and modelling (Sin1) (p.7) (Sin2) (p. 3).</p>

	<p>Metacognition, or “thinking about thinking”, refers to the awareness of, and the ability to control one's thinking processes, in particular the selection and use of problem-solving strategies. It includes monitoring of one's own thinking, and self-regulation of learning. The provision of metacognitive experience is necessary to help students develop their problem solving abilities. The following activities may be used to develop the metacognitive awareness of students and to enrich their metacognitive experience: Expose students to general problem solving skills, thinking skills and heuristics, and how these skills can be applied to solve problems. Encourage students to think aloud the strategies and methods they use to solve particular problems. Provide students with problems that require planning (before solving) and evaluation (after solving). Encourage students to seek alternative ways of solving the same problema and to check the appropriateness and reasonableness of the answer. Allow students to discuss how to solve a particular problem and to explain the different methods that they use for solving the problema (Sin1) (p.9) (Sin2) (p. 5).</p> <p>Utilización de estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más simple, y comprobación de la solución obtenida. (...) Expresión verbal del procedimiento que se ha seguido en la resolución de problemas. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre cantidades y medidas o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. (...) Utilización de estrategias y técnicas en la resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la división del problema en partes, y comprobación de la solución obtenida. (...) Descripción verbal de procedimientos de resolución de problemas utilizando términos adecuados. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. (...) Planificación y utilización de estrategias en la resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines, y comprobación del ajuste de la solución a la situación planteada. (...) Descripción verbal de relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución utilizando la terminología precisa. (...) Interpretación de mensajes que contengan informaciones de carácter cuantitativo o simbólico o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. (...) Planificación y utilización de procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización. (...) Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación. (...) Interpretación de mensajes que contengan argumentaciones o informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales. (...) Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>partir de ellas. (...) Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (...) Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. (Es1). (pp. 128, 131, 134, 137, 139)</p> <p>(...) o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (Br1). (p. 26)</p> <p>(...) No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. (Br1). (p. 32). (Br2). (p.40)</p> <p>(...) o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (Br1). (p. 34) (Br2). (p. 43)</p> <p>(...) as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos (Br2) (p. 63).</p> <p>(...) começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (Br3) (p. 41-42)</p> <p>(...) a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (Br3) (p. 52).</p> <p>A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas (Br4) (p. 112).</p> <p>A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (Br4) (p. 129).</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Avaliação	<p>A avaliação é um instrumento que faz o balanço entre o estado real das aprendizagens do aluno e aquilo que era esperado, ajudando o professor a tomar decisões ao nível da gestão do programa, sempre na perspectiva de uma melhoria da aprendizagem. (...) A avaliação informa o professor acerca dos progressos dos alunos e ajuda-o a determinar actividades a realizar com toda a turma e individualmente. (...) O professor deve envolver os alunos no processo de avaliação, auxiliando-os na análise do trabalho que realizam e a tomar decisões para melhorarem a sua aprendizagem. Este procedimento favorece uma visão da avaliação mais propícia à melhoria do ensino e aprendizagem, reforçando as suas potencialidades formativas. (...) A avaliação sumativa destina-se a fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos e tem o seu lugar no fim de um período lectivo ou no final do ano. Esse julgamento pode traduzir-se numa classificação, qualitativa ou numérica, mas avaliar e classificar são acções muito diferentes. A classificação atribuída aos alunos é um valor numa escala unidimensional enquanto que a avaliação implica uma interpretação sobre o grau em que os objectivos foram atingidos e uma tomada de decisão com vista ao futuro (Pt1). (p. 11-12).</p> <p>Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo, y comprobar la solución obtenida y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución. Con este criterio se valora la forma de enfrentarse a tareas de resolución de problemas para los que no se dispone de un procedimiento estándar que permita obtener la solución. Se evalúa desde la comprensión del enunciado a partir del análisis de cada una de las partes del texto y la identificación de los aspectos más relevantes, hasta la aplicación de estrategias simples de resolución, así como el hábito y la destreza necesarias para comprobar la solución. Se trata de evaluar, asimismo, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la confianza en la propia capacidad para lograrlo, y valorar la capacidad de transmitir con un lenguaje adecuado, las ideas y procesos personales desarrollados, de modo que se hagan entender y entiendan a sus compañeros. También se pretende valorar su actitud positiva para realizar esta actividad de intercambio. (...) Utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error sistemático, la división del problema en partes, así como la comprobación de la coherencia de la solución obtenida, y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución. Con este criterio se valora la forma de enfrentarse a tareas de resolución de problemas para los que no se dispone de un procedimiento estándar que permita obtener la solución. Se evalúa desde la comprensión del enunciado a partir del análisis de cada una de las partes del texto y la identificación de los aspectos más relevantes, hasta la aplicación de estrategias de resolución, así como el hábito y la destreza necesarias para comprobar la corrección de la solución y su coherencia con el problema planteado. Se trata de evaluar, asimismo, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la confianza en la propia capacidad para lograrlo y valorar la capacidad de transmitir con un lenguaje suficientemente preciso, las ideas y procesos personales desarrollados, de modo que se hagan entender y entiendan a sus compañeros. También se pretende valorar su actitud positiva para realizar esta actividad de contraste. (...) Planificar y utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines y comprobar el ajuste de la solución a la situación planteada y expresar verbalmente con precisión, razonamientos, relaciones cuantitativas, e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello. Se trata de evaluar la capacidad para planificar el camino hacia la resolución de un problema e incorporar estrategias más complejas a su resolución. Se evalúa, así mismo, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la coherencia y ajuste de las mismas a la situación que ha de resolverse así como</p>
-----------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>la confianza en la propia capacidad para lograrlo. También, se trata de valorar la precisión del lenguaje utilizado para expresar todo tipo de informaciones que contengan cantidades, medidas, relaciones, numéricas y espaciales, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de un problema. (...) Planificar y utilizar procesos de razonamiento y estrategias diversas y útiles para la resolución de problemas, y expresar verbalmente con precisión, razonamientos, relaciones cuantitativas e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello. Se trata de evaluar la capacidad de planificar el camino hacia la resolución de un problema, comprender las relaciones matemáticas que intervienen y elegir y aplicar estrategias y técnicas de resolución aprendidas en los cursos anteriores, confiando en su propia capacidad e intuición. Asimismo, se trata de valorar la precisión del lenguaje utilizado para expresar todo tipo de informaciones que contengan cantidades, medidas, relaciones, numéricas y espaciales, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de un problema. (...) Planificar y utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización, y expresar verbalmente, con precisión y rigor, razonamientos, relaciones cuantitativas e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello. Se trata de evaluar la capacidad para planificar el camino hacia la resolución de un problema, comprender las relaciones matemáticas y aventurar y comprobar hipótesis, confiando en su propia capacidad e intuición. También, se trata de valorar la precisión y el rigor del lenguaje utilizado para expresar todo tipo de informaciones que contengan cantidades, medidas, relaciones, numéricas y espaciales, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de un problema (Es1). (pp. 131, 133-134, 136-137, 139, 141)</p> <p>(...) atribui-se à avaliação a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural. (...) cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados (Br2) (p. 54). (...) os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, (...) forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas idéias, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos no seu conhecimento matemático (Br2) (pp. 54-55).</p> <p>É imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada, pois deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento e, por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles. É pobre a avaliação que se constitua em cobrança da repetição do que foi ensinado, pois deveria apresentar situações em que os alunos utilizem e vejam que realmente podem utilizar os conhecimentos, valores e habilidades que desenvolveram (Br3) (p. 51).</p> <p>A própria avaliação deve ser também tratada como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado das Ciências e da Matemática. A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica. Uma vez que os conteúdos de aprendizagem abrangem os domínios dos conceitos, das capacidades</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>e das atitudes, é objeto da avaliação o progresso do aluno em todos estes domínios. De comum acordo com o ensino desenvolvido, a avaliação deve dar informação sobre o conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos; a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano; a capacidade para utilizar as linguagens das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias para comunicar idéias; e as habilidades de pensamento como analisar, generalizar, inferir (Br3) (pp. 53-54).</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------