



Universidade de Aveiro
Ano 2019

Departamento de Educação e Psicologia

**Rita Sofia Andrade
de Almeida**

**Modelação da multiplicação – um estudo caso no
2.º ano de escolaridade**



Universidade de Aveiro
Ano 2019

Departamento de Educação e Psicologia

**Rita Sofia Andrade
de Almeida**

**Modelação da multiplicação – um estudo caso no
2.º ano de escolaridade**

Relatório de estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º ciclo, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Cabrita, Professora Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro

o júri

Presidente

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto

Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

Professora Coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo

Professora Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira

Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

Uma palavra de agradecimento especial à minha orientadora Prof. Doutora Isabel Cabrita, por partilhar o seu saber e por todo o apoio, compreensão, insistência e disponibilidade ao longo deste processo. Essencialmente, por me alertar para o facto de que a minha formação estará sempre em constante evolução e por me ter ajudado a tornar possível esta dissertação.

À minha amiga e colega de estágio Diana Santos, por toda a colaboração, entreajuda e companheirismo. Por todo apoio e, principalmente pela forte amizade construída ao longo destes anos.

Um agradecimento especial aos meus pais pelo amor, força, ajuda e muita paciência disponibilizadas durante esta etapa.

À Professora Graça que acompanhou este processo e me ajudou a crescer tanto a nível pessoal como profissional

palavras-chave

Multiplicação; modelação da multiplicação; tarefas; resolução de problemas; materiais manipuláveis; ensino exploratório; aprendizagem ativa.

Resumo

Literatura vária refere que os alunos tendem a memorizar os algoritmos convencionais das operações aritméticas sem o seu devido entendimento. E que raramente se exploram os diversos significados das operações. Por outro lado, descure-se as etapas e estratégias da resolução de problemas e a importância dos materiais didáticos nesse processo.

Como se constataram várias destas situações in loco, concebeu-se uma criteriosa sequência didática centrada na modelação da multiplicação, corporizada em problemas que evidenciam diferentes significados dessa operação, que destaca as diferentes fases e estratégias de resolução de problemas e atende ao papel dos materiais manipuláveis. E definiu-se como objetivo do estudo compreender em que medida é que a implementação de tal sequência didática contribuiu para uma mais sólida e significativa compreensão e modelação da multiplicação, e uma maior atenção às fases de resolução de problemas. E, também compreender qual o papel dos materiais nesse processo.

O estudo de caso qualitativo centrou-se em 3 alunos do 2.º ano de escolaridade, tendo sido usada a observação direta e participante, documentos produzidos pelos alunos e a inquirição por *focus group* e entrevista como técnicas de recolha de dados.

A análise de conteúdo dos dados recolhidos permitiu concluir que a sequência didática teve um contributo positivo na compreensão da multiplicação e respetiva modelação e no desenvolvimento da resolução de problemas. E que os materiais manipuláveis foram essencialmente usados para apoiar na identificação da estratégia a usar na resolução de problemas que se afiguraram mais difíceis, favorecendo a motivação para a aprendizagem.

Keywords

Multiplication; Modeling multiplication; tasks; problem solving; didactic materials; exploratory teaching; active learning

Abstract

Many authors state that students memorize conventional algorithms without properly understanding them, and that the true meanings of operations are rarely explored. Moreover, the steps and strategies of problem solving and the importance of teaching materials in this process is often neglected.

Since these type of situations were frequently observed in loco, a judicious didactic sequence focused on the multiplication modelling was conceived, embodied in problems that show different meanings of that operation, which highlights the different phases and strategies of problem solving and that meets the manipulable materials' role. This study's objective was to understand the extent to which the implementation of such didactic sequence contributed to a more solid and meaningful understanding and modelling of multiplication, and to a greater attention to problem solving phases. As well as understanding the role of the materials in this process.

This Qualitative Case Study was focused on three students from the 2nd Grade. Direct and participant observation, documents produced by those students and focus group and interview inquiry were used as data collection techniques.

Content analysis of the collected data showed that the didactic sequence had a positive impact in the understanding of multiplication, its modelling and in the development of problem solving skills. We also observed that the manipulable materials were essentially used to help identifying the strategy to be used in solving more difficult problems, increasing the students' motivation for learning.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO I – ENSINO E APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO.....	3
1. Operação multiplicação.....	4
1.1. Clarificação de conceitos prévios.....	4
1.2. Conceito, significados e propriedades da multiplicação	5
2. Aspectos didáticos da operação multiplicação.....	6
2.1. Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática.....	7
2.2. A modelação da multiplicação	8
2.3. Tarefas Matemáticas na aprendizagem da multiplicação	14
2.3.1. Relação entre tarefa e atividade.....	14
2.3.2. Tipos de tarefas	15
2.3.3. Seleção e adequação de tarefas	17
2.3.4. Problemas e resolução de problemas.....	20
2.4. Ensino exploratório e aprendizagem ativa	23
2.4.1. Aprendizagem ativa da matemática	24
2.4.2. Ensino Exploratório.....	26
2.4.3. Recursos educativos e materiais didáticos	26
CAPÍTULO II – MÉTODO	28
2.1. Opções metodológicas.....	29
2.2. Participantes do estudo.....	31
2.2.1. Escola e meio envolvente.....	31
2.2.2. Professora/Investigadora	32
2.2.3. Turma	32
2.2.4. Alunos caso	33
2.3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados.....	33
2.3.1. Observação	34
2.3.2. Recolha Documental	34

2.3.3. Inquirição	34
2.4. Descrição do estudo	35
2.4.1. Tarefa diagnóstica	37
2.4.2. Tarefa da segunda sessão	38
2.4.3. Tarefa da terceira sessão.....	39
2.4.4. Tarefa da quarta sessão	40
2.4.5. Tarefa da quinta sessão	41
2.4.6. Tarefa da sexta sessão	42
2.5. Tratamento dos dados.....	43
CAPÍTULO III – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	44
O caso Paulo.....	45
1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação	45
2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação	51
O caso David.....	57
1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação	57
2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação	64
O caso Américo.....	68
1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação	68
2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação	74
CAPÍTULO IV – PRINCIPAIS CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E SUGESTÕES	79
1. Conclusões do estudo	80
2. Limitações do estudo.....	83
3. Sugestões para investigações futuras	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85
APÊNDICES.....	92
Apêndice I – Guião <i>Focus group</i>	93
Apêndice II – Guião Entrevista.....	95

Apêndice III – Tarefas da sequência didática	96
➤ Plano de aula do dia 7 de maio de 2018	96
➤ Plano de aula do dia 8 de maio de 2018	105
➤ Plano de aula do dia 9 de maio de 2018	113
➤ Plano de aula do dia 10 de maio de 2018	120

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 Tabela de diferentes combinações (Vale & Pimentel, 2004).....	6
Fig. 2 Modelo cartesiano para traduzir uma situação multiplicativa combinatória (Cabrita et al., 2008)	9
Fig. 3 Disposição retangular de objetos para o cálculo da multiplicação (Cabrita et al., 2008)	9
Fig. 4 Modelo de área para cálculo de 14×25 (Cabrita et al., 2008)	10
Fig. 5 Modelo de área apoiado por material multibásico (Cabrita et al., 2008)	10
Fig. 6 Estratégias de cálculo de cálculo mental (Cabrita et al., 2008)	11
Fig. 7 Algoritmo alternativo (Cabrita et al., 2008).....	11
Fig. 8 Algoritmo convencional da multiplicação para o cálculo de 483×24 e 483×240 (Cabrita et al., 2008)	12
Fig. 9 Método da Croxeta para cálculo de 14×25 (Cabrita et al., 2008)	12
Fig. 10 Algoritmo da gelosia para o cálculo de 183×14 (Cabrita et al., 2008).....	13
Fig. 11 Algoritmo da gelosia geométrica para o cálculo de 43×32 (Cabrita et al., 2008).....	13
Fig. 12 Classificação de tarefas, em termos de grau de desafio e abertura (Ponte, 2005, 2014).....	16
Fig. 13 Diversos tipos de tarefa quanto à duração (Ponte, 2005, 2014).....	17
Fig. 14 Tipos de representação e diversidades de associações (Boavida et al., 2008)	19
Fig. 15 Quadro de características dos alunos caso no que respeita aos critérios de seleção	33
Fig. 16 Quadro organizador das categorias orientadoras da análise de conteúdo do presente estudo	43
Fig. 17 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 2 da primeira sessão	46
Fig. 18 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 3 da primeira sessão	47
Fig. 19 Resposta do Paulo ao problema 3 da primeira sessão.....	48
Fig. 20 Estratégias de resolução utilizadas pelo Paulo no problema 1 da segunda sessão.....	48
Fig. 21 Estratégia aditiva utilizada pelo Paulo na resolução do problema 1 da segunda sessão	48
Fig. 22 Dados do enunciado escritos pelo Paulo na resolução do problema 2 da segunda sessão...	49
Fig. 23 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 2 da segunda sessão.....	49
Fig. 24 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 1 da quarta sessão.....	50
Fig. 25 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da quinta sessão.....	51
Fig. 26 Resposta do Paulo ao problema 2 da quinta sessão	51
Fig. 27 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da primeira sessão	52
Fig. 28 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da terceira sessão.....	53
Fig. 29 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 2 da terceira sessão.....	54

Fig. 30 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução dos problemas 1 (esquerda) e 2 (direita) da última sessão	55
Fig. 31 Estratégias de resolução reformuladas pelo Paulo do problema 1 da sexta sessão	56
Fig. 32 Estratégias de resolução reformuladas pelo Paulo do problema 2 da sexta sessão	56
Fig. 33 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da primeira sessão	57
Fig. 34 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 3 da primeira sessão	58
Fig. 35 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da segunda sessão	59
Fig. 36 Resposta dada pelo David na resolução do problema 1 da segunda	60
Fig. 37 Estratégias utilizadas pelo David ao problema 2 da segunda sessão	60
Fig. 38 Resposta dada pelo David ao problema 2 da segunda sessão	61
Fig. 39 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da quinta sessão	61
Fig. 40 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da quinta sessão	62
Fig. 41 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da sexta sessão	63
Fig. 42 Resposta dada pelo David ao problema 2 da sexta sessão	64
Fig. 43 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da primeira sessão	64
Fig. 44 Resposta dada pelo David ao problema 1 da primeira sessão	65
Fig. 45 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da terceira sessão	65
Fig. 46 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da terceira sessão	66
Fig. 47 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da sexta sessão	67
Fig. 48 Resposta dada pelo David ao problema 1 da sexta sessão	68
Fig. 49 Estratégias utilizadas pelo Américo da resolução do problema 2 da primeira sessão	68
Fig. 50 Estratégia de contagem utilizada pelo Américo da resolução do problema 2 da primeira sessão	69
Fig. 51 Resposta dada pelo Américo ao problema 2 da primeira sessão	69
Fig. 52 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 3 da primeira sessão	70
Fig. 53 Resposta dada pelo Américo ao problema 3 da primeira sessão	70
Fig. 54 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da segunda sessão	71
Fig. 55 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da segunda sessão	71
Fig. 56 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da quarta sessão	72
Fig. 57 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da quarta sessão	72
Fig. 58 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da quinta sessão	72
Fig. 59 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 2 da sexta sessão	73
Fig. 60 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da primeira sessão	74
Fig. 61 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da primeira sessão	75
Fig. 62 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da terceira sessão	75

Fig. 63 Estratégia de resolução reformulada em entrevista pelo Américo.....	76
Fig. 64 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da terceira sessão	76
Fig. 65 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 2 da terceira sessão	76
Fig. 66 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da sexta sessão.....	77

INTRODUÇÃO

Segundo Carvalho (2011), todo o trabalho à volta dos números “é fundamental na vida quotidiana e a sua importância reflecte-se nos currículos escolares” (p. 1). Realmente, a nível curricular é considerado como um grande tema matemático – Números e Operações – defendendo-se que é fundamental que os alunos, designadamente, adquiram fluência no cálculo e destreza na aplicação dos algoritmos associados às diversas operações.

O presente estudo irá focar-se na aprendizagem da multiplicação. A aprendizagem deste tópico matemático detém uma elevada importância, uma vez que contribui para o desenvolvimento do sentido de número que engloba a compreensão dos números, dos seus significados, das ordens de grandeza, dos significados das operações e do seu efeito sobre os números (Brocardo, Serrazina & Kraemer, 2003; Ponte, 2006).

No entanto a escola tende a insistir na multiplicação apenas como uma adição repetitiva o que, mais tarde, causa problemas nas conclusões generalizadas e erradas que os alunos retiram.

Por outro lado, na perspectiva de Brocardo et al. (2003), os algoritmos convencionais têm sido apresentados aos alunos demasiado cedo, o que não dá oportunidade para que desenvolvam o sentido de número, pensem de um modo crítico sobre os resultados obtidos e desenvolvam outras estratégias mais significativas de cálculo. A situação é agravada, designadamente, pela memorização de procedimentos ligados ao algoritmo convencional, sem o perceberem, refletindo-se na sua correta aplicação em diferentes contextos.

Assim sendo, mais especificamente, o foco do estudo será a modelação e significados da multiplicação, no sentido de colmatar algumas falhas inerentes ao seu processo de ensino.

Ora, a aprendizagem dos alunos é influenciada pelos acontecimentos da aula, tanto na disciplina de matemática como em todas as outras. Assim sendo, o professor, designadamente as suas opções, e a forma como leciona estão ligadas diretamente com a aprendizagem dos alunos (Ponte, 2014).

Para se proporcionar uma aprendizagem o mais ativa possível, optou-se então, neste estudo, por um ensino habitualmente denominado de exploratório e assente em problemas, dada a importância do desenvolvimento da capacidade para a sua resolução (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008; Cabrita, Almeida, Tenreiro-Vieira, Gaspar, Amaral, Nunes & Vizinho, 2008). Ora, este passa por um aturado trabalho em torno das fases e estratégias

de resolução, habitualmente descurado pelos professores. E esse desenvolvimento pode ser potenciado se a resolução de problemas, designadamente do dia-a-dia, for devidamente apoiada por materiais manipuláveis (Vale, 2002).

Neste contexto, concebeu-se uma criteriosa sequência didática centrada na modelação da multiplicação, corporizada em problemas que evidenciam diferentes significados dessa operação, que destaca as diferentes fases e estratégias de resolução de problemas e atende ao papel dos materiais manipuláveis. E definiu-se como objetivo do estudo compreender em que medida é que a implementação de tal sequência didática contribuiu para uma mais sólida e significativa compreensão e modelação da multiplicação, e uma maior atenção às fases de resolução de problemas. Assim como compreender qual o papel dos materiais nesse processo.

Espera-se, com este estudo, contribuir para o desenvolvimento pessoal e profissional da autora e ainda contribuir para o desenvolvimento da área da educação matemática, em particular ao nível do ensino e da aprendizagem da multiplicação e da resolução de problemas, tirando-se partido dos materiais manipuláveis.

CAPÍTULO I – ENSINO E APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO

1. Operação multiplicação

1.1. Clarificação de conceitos prévios

Segundo Cabrita et al. (2007), há três aspetos fundamentais na aprendizagem da matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico subjacentes ao tema Números e Operações – a “construção progressiva do conceito de número, a compreensão do sistema decimal e o domínio das operações aritméticas” (p. 12). Mantêm-se atualmente.

Para a construção do conceito de número, os mesmos autores referidos anteriormente mencionam que é “fundamental o domínio de processos mentais básicos” (p. 12) tais como:

- Correspondência termo a termo, ou seja, “estabelecer uma relação “um a um” (correspondência biunívoca) entre, por exemplo, o conjunto de objectos a contar e os elementos da sequência numérica” (p. 12);
- Comparação, no sentido de identificar diferenças e ou semelhanças presentes entre elementos que são o foco de comparação;
- Triagem, na lógica de reconhecer uma propriedade de um determinado objeto e entender que este pertence a um conjunto cujos elementos partilham dessa mesma propriedade;
- Classificação, que se pretende com a formação de tantas classes de equivalência quantas propriedades relativas a um determinado critério;
- Seriação (ou ordenação), isto é, “ordenar uma sequência (de elementos) segundo um critério pré-estabelecido” (p. 13);
- Inclusão, no sentido de entender que “cada número contém os anteriores” (p. 13);
- Conservação da quantidade, independentemente da disposição dos objetos de um conjunto.

Cabrita et al. (2007) acrescentam que, para a construção do conceito de número, são ainda fundamentais as noções de:

- Cardinalidade – “o cardinal de um conjunto indica o número de elementos não repetidos nessa coleção” (p. 13);
- Ordinalidade – “implica, nomeadamente, reconhecer qual o lugar de cada elemento numa série” (p. 13);

- Contagem – é determinar o número de elementos de um conjunto “que permite estabelecer uma relação “um é menor que” e salientar a sequência do nome dos números (um, dois, três, quatro, cinco...)” (p. 13).

Outro aspeto fundamental é o reconhecimento, leitura e escrita de números, estando estes relacionados com a compreensão do sistema numeral decimal. Neste sistema, são utilizados dez símbolos que permitem representar todos os números, algarismos, “[a] partir do número dez “inclusive” todos os numerais são compostos por dois ou mais daqueles dígitos” (p. 13). Finalmente, “o valor de cada algarismo depende da posição que ocupa no numeral” (p. 13).

Um dos conjuntos mais trabalhados no 1.º Ciclo do Ensino Básico é o conjunto dos números naturais. Segundo Vale e Pimentel (2004_b), um número natural “é o cardinal de um conjunto finito qualquer não vazio” (p. 161). Os números naturais apresentam a sequência: 1, 2, 3, 4, etc e o seu conjunto apresenta-se pela letra \mathbb{N} . Como refere o mesmo autor, “embora um número natural seja o número de elementos de um conjunto não vazio, tornou-se conveniente atribuir também um número ao conjunto vazio” (p. 162), sendo este o número zero. Com a entrada do número zero, forma-se um novo conjunto, designando-se por conjunto dos números inteiros não negativos, sendo representado por \mathbb{N}_0 . Este último será o conjunto no qual serão trabalhadas as operações no desenvolvimento do presente estudo.

1.2. Conceito, significados e propriedades da multiplicação

Ponte (2006) refere que “a compreensão dos números, das ordens de grandeza e do significado das operações constitui a base do que se designa muitas vezes por “sentido de número”” (p. 4).

No presente estudo, será trabalhada a operação multiplicação, que é considerada uma operação binária que “a cada par de números inteiros “n” e “a” faz corresponder um terceiro inteiro $n \times a$ que se designa por produto” (Vale & Pimentel, 2004_b, p. 189). A “n” e “a”, dá-se o nome de fatores, o número “n” é o multiplicador e “a” é o multiplicando. O número $n \times a$ é o produto.

Segundo Vale e Pimentel (2004_b) e Cabrita et al. (2008), a multiplicação pode ser interpretada como adição de parcelas iguais. O primeiro autor apresenta como exemplo: Comprei pastéis de três variedades diferentes: cinco natas, cinco jesuítas e cinco bolas de

Berlim. Quantos pastéis comprei no total? $5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$. No entanto, o entendimento da multiplicação apenas como uma adição sucessiva é redutor.

À multiplicação ainda está associado um significado combinatório. Vale e Pimentel (2004_b) dá como exemplo o seguinte: Dispomos de três cartões – um azul, um verde e um rosa – e de duas canetas, uma prateada e uma dourada, para fazer convites. Quantos convites diferentes podemos fazer? Na figura 1, pode ser observada uma tabela que apresenta as diferentes combinações possíveis.

	Tinta prateada	Tinta dourada
Cartão azul	X	X
Cartão verde	X	X
Cartão rosa	X	X

Fig. 1 Tabela de diferentes combinações (Vale & Pimentel, 2004)

Conclui-se que podem ser construídos seis convites diferentes. Uma representação das várias hipóteses também pode ser conseguida através de um diagrama de árvore.

Relativamente às principais propriedades da multiplicação, Vale e Pimentel (2004_{a,b}) e Cabrita et al. (2008) referem que a multiplicação em \mathbb{IN}_0 goza da propriedade do fecho pois, se A e $B \in \mathbb{IN}_0$, então, $A \times B \in \mathbb{IN}_0$. Em relação à propriedade comutativa, se A e $B \in \mathbb{IN}_0$, então, $A \times B = B \times A$. No que diz respeito à propriedade associativa, se A , B e $C \in \mathbb{IN}_0$, então $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$. Também se verifica a propriedade distributiva em relação à adição e à subtração – se A , B e $C \in \mathbb{IN}_0$, então, $A \times (B \pm C) = (A \times B) \pm (A \times C)$. Nesta operação e neste conjunto \mathbb{IN}_0 , existe ainda um elemento neutro (número um), $1 \times A = A \times 1 = A$ e um elemento absorvente, o zero – $0 \times A = A \times 0 = 0$. No presente conjunto, \mathbb{IN}_0 , esta operação não goza da existência de inverso para cada elemento não nulo, dado que o inverso de um número natural é um número racional. No conjunto \mathbb{Q} já se verificava que, se $\frac{a}{b}$ é racional, e $\frac{a}{b} \neq 0$, então, $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$.

2. Aspetos didáticos da operação multiplicação

Alguns problemas com as operações, em particular, a multiplicação, devem-se ao facto de não existir um trabalho aturado à volta do desenvolvimento do conceito, envolvendo designadamente significados, propriedades das operações e o seu efeito sobre os números (Cabrita et al., 2008; Kremer, 2010). Cabrita et al. (2008) acrescentam que o ensino das

operações tem vindo a focar-se no algoritmo convencional, sendo que os alunos apenas o treinam sem compreender o processo que o envolve. Isso faz com que não o consigam aplicar em diferentes situações com que sejam confrontados e até que desaprendam o valor posicional, “uma vez que se passam a operar números isolados em colunas” (Cabrita et al., 2008, p. 21).

Por outro lado, a forma como é abordada a multiplicação pode provocar generalizações erradas como, por exemplo, «a multiplicação dá sempre um número maior» (o que não é verdade em todos os conjuntos numéricos) e “quando se tem um valor de um e se quer saber o valor de muitos, multiplica-se sempre” (Cabrita et al., 2008, p. 21).

Assim, torna-se importante uma apropriada e fundamentada modelação da multiplicação corporizada em tarefas desafiantes e tendo como base um ensino exploratório de modo a proporcionar uma aprendizagem ativa.

2.1. Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática

Relativamente ao ensino básico, de acordo com Bivar *et al* (2013),

“o desenvolvimento da compreensão que resulta da ampliação contínua e gradual de uma complexa rede de regras, procedimentos, factos, conceitos e relações que podem ser mobilizados, de forma flexível, em diversos contextos deve ocupar o centro das preocupações das escolas e dos professores, com vista a melhorar a qualidade da aprendizagem da Matemática no nosso país.” (p. 1)

Segundo o Programa e Metas curriculares para o 1.º ciclo do ensino básico, para a aprendizagem das operações, nomeadamente da multiplicação, é fulcral que os alunos “adquiram (...) a fluência de cálculo” (p. 6), bem como facilidade na utilização dos algoritmos, “próprios do sistema decimal” (p.6), associados a esta operação. Cabendo aos professores, incentivar os alunos e proporcionar-lhes momentos de aprendizagem pertinentes e significativos.

Tendo em conta o Programa e as Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática (2013), para o 2.º ano de escolaridade, no domínio Números e Operações, encontra-se definido o subdomínio da multiplicação e o respetivo objetivo geral – multiplicar números naturais. Evidenciam-se como conteúdos: o sentido aditivo e combinatório da multiplicação; O símbolo «x» e os termos «fator» e «produto»; Produto por 1 e por 0; Tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10; Os termos «dobro», «triplo», «quádruplo» e «quíntuplo» e Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.

2.2. A modelação da multiplicação

Vieira (2015), baseada em Treffers e Buys (2001), menciona três níveis de cálculo no que se refere à multiplicação: i) cálculo por contagem, ii) cálculo estruturado e iii) cálculo formal. Esta mesma autora especifica cada nível, sendo que, primeiramente, no cálculo por contagem, os alunos utilizam a adição para multiplicar, sendo que a utilização da multiplicação como operação não é explícita. No segundo nível mencionado – cálculo estruturado – a multiplicação já é utilizada de forma explícita nas estratégias dos alunos. Neste nível, “os contextos das tarefas têm um importante papel na estruturação da multiplicação e no estabelecimento de algumas relações numéricas que evidenciam as propriedades da multiplicação” (Vieira, 2015, p. 23). Finalmente, o cálculo formal refere-se ao “cálculo do produto entre dois números, recorrendo a diferentes relações entre a multiplicação e outras operações, ao uso das propriedades e o recurso a produtos já conhecidos” (p. 23). Por exemplo, “para um aluno calcular 12×8 e efetuar um cálculo formal ele pode basear-se na propriedade comutativa fazendo 8×12 e recorrer a factos que conhece da tabuada do 8, pode decompor o 12 em $10 + 2$ para facilitar o cálculo e usar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição” (p. 23).

Assim, primeiramente, as crianças devem estar em contacto com situações multiplicativas relacionadas com a ideia de multiplicação como adição sucessiva de parcelas iguais, devendo construir modelos para as representar. Contudo, estes modelos devem evoluir a par com o desenvolvimento das ideias e estratégias multiplicativas. (Mendes, Brocardo, & Oliveira, 2013). Para Gravemeijer e Galen (2003), é possível que os alunos contribuam para o desenvolvimento da compreensão matemática através da reconstrução de novos processos e algoritmos.

Portanto, a aprendizagem das operações não se pode limitar à memorização e reprodução incompreensível do algoritmo convencional. Antes, segundo Cabrita et al. (2008) é relevante que os alunos, primeiramente, sejam confrontados com estratégias mais informais de cálculo para uma “verdadeira compreensão das operações” (p. 22).

Focando a operação multiplicação, os autores acima mencionados apresentam estratégias e representações de cálculo que devem ser exploradas com os alunos a partir de inúmeras situações gradativamente mais complexas, tendo em vista compreender a operação nos seus vários significados, bem como o algoritmo convencional. Assim e partindo-se sempre de situações problemáticas próximas das vivências dos alunos, primeiramente, pode-

se evidenciar, tirando-se partido de materiais manipuláveis e formas diversificadas de representação da multiplicação, como uma adição de parcelas iguais.

$$n \times a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ vezes}}$$

O modelo cartesiano, a seguir a esquemas em árvore, já é mais usado para representar o significado combinatório da multiplicação, como se ilustra na figura 2. “A mãe do Pedro ausentou-se de casa durante alguns dias. Como sabe que o filho é mau cozinheiro, deixou-lhe, no frigorífico, peixe, frango e hambúrgueres para comer com batatas, massa e arroz. Quantas refeições pode fazer o Pedro com os alimentos que a Mãe lhe deixou?” (Cabrita et al., 2008, p. 30). O esquema traduz de forma muito compreensiva as 9 combinações possíveis.







tabela de dupla entrada				
		 batatas (B)	 massa (M)	 arroz (A)
 peixe		x	x	x
 frango		x	x	x
 hambúrgueres		x	x	x

Fig. 2 Modelo cartesiano para traduzir uma situação multiplicativa combinatória (Cabrita et al., 2008)

Outro modo de representar a multiplicação é dispondo os objetos de uma forma retangular. Podemos observar o exemplo da figura seguinte, onde está representado o cálculo 3×6 .

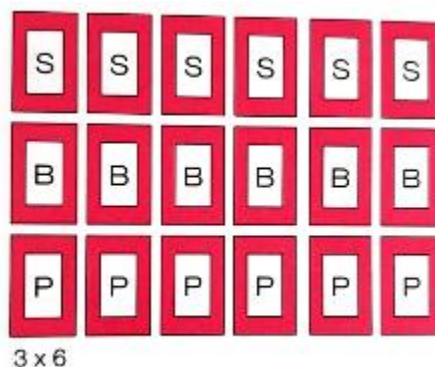


Fig. 3 Disposição retangular de objetos para o cálculo da multiplicação (Cabrita et al., 2008)

Relacionado com esta última estratégia, está o modelo de área para calcular, por exemplo 14×25 . Como ilustra a figura seguinte, tal modelo evidencia que “ $14 \times 25 = (10 \times 20) + (10 \times 5) + (4 \times 20) + (4 \times 5) = 350$ ” (Cabrita et al., 2008, p. 30).

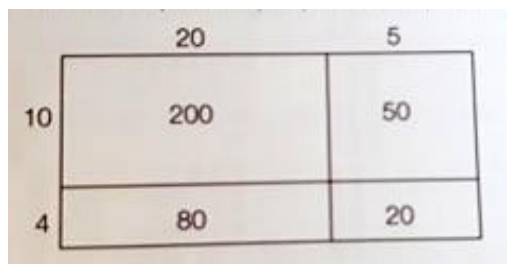


Fig. 4 Modelo de área para cálculo de 14×25 (Cabrita et al., 2008)

Segundo Cabrita et al. (2008), numa fase anterior e para uma sua mais cabal compreensão, este mesmo modelo deve ser apresentado como se ilustra na figura seguinte, tirando-se partido do material multibásico (base 10). Para calcular 14×21 , preenche-se o espaço (delimitado por uma barra e 4 unidades simples e por duas barras e uma unidade simples) com duas placas, 9 barras e 4 unidades simples, que correspondem a 294 unidades. É fundamental que se use a notação horizontal para representar o procedimento.

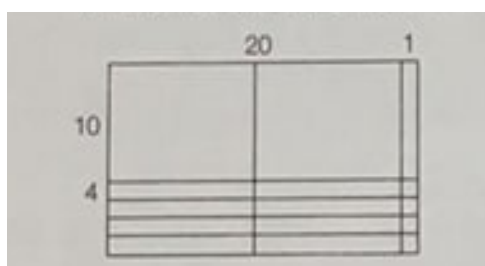


Fig. 5 Modelo de área apoiado por material multibásico (Cabrita et al., 2008)

Relativamente às propriedades da operação multiplicação apresentadas anteriormente, em simultâneo a estes modelos os alunos devem ser incentivados a usá-las como estratégias de cálculo mental. E a usar a notação horizontal para ir registando os cálculos efetuados. A figura que se segue ilustra alguns exemplos.

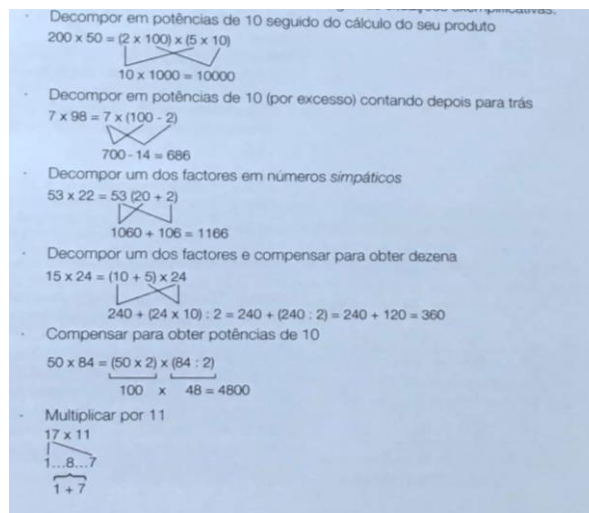


Fig. 6 Estratégias de cálculo de cálculo mental (Cabrita et al., 2008)

Como pode ser observado, a figura anterior apresenta alguns exemplos de estratégias de cálculo mental que facilitam o processo operativo. Por exemplo, no primeiro decompõem-se os factores em potências de 10 de forma a facilitar o cálculo a realizar e usaram-se as propriedades comutativa e associativa. No seguinte, decompõem-se um factor numa potência de 10 (por excesso) subtraindo-se o valor acrescentado, ao qual se chegou usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração.

Passando-se para a notação vertical como forma de apoiar a resolução de tarefas significantes e usando-se material, designadamente, multibásico. Cabrita et al. (2008) apresentam um algoritmo alternativo ao convencional. Como referem estes últimos autores, os números são colocados na vertical calculando-se da esquerda para a direita, tendo em conta as decomposições dos números em causa.

483	400 + 80 + 3
x 24	20 + 4
800	(2 dezenas vezes 4 centenas são 8 milhares)
160	(2 dezenas vezes 8 dezenas são 16 centenas)
60	(2 dezenas vezes 3 unidades são 6 dezenas)
1600	(4 vezes 4 centenas são 16 centenas)
320	(4 vezes 8 dezenas são 32 dezenas)
12	(4 vezes 3 unidades são 12 unidades)

Fig. 7 Algoritmo alternativo (Cabrita et al., 2008)

Tal algoritmo alternativo antecede o algoritmo convencional da multiplicação, que se constitui uma síntese do anterior. Neste modelo, como referem Cabrita et al. (2008) “o sentido da multiplicação e de número está totalmente ausente” (p. 32). Na realização deste modelo é necessária a decomposição dos factores, calculam-se os produtos e reagrupam-se as unidades obtidas por cada ordem (ver a figura seguinte).

$$\begin{array}{r} 483 \\ \times 24 \\ \hline 1932 \\ 9660 \\ \hline 11592 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 483 \\ \times 204 \\ \hline 1932 \\ 96600 \\ \hline 98532 \end{array}$$

Fig. 8 Algoritmo convencional da multiplicação para o cálculo de 483x24 e 483x240 (Cabrita et al., 2008)

Numa fase posterior e depois de muito bem compreendido o algoritmo dominante, os autores apresentam o método da croxeta, muito abstrato e pouco intuitivo no qual se dispõem fatores como no algoritmo tradicional. Relativamente ao exemplo anterior, o método da croxeta representa-se da seguinte forma (ver a figura seguinte):

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 25 \\ \hline 350 \end{array}$$

Fig. 9 Método da Croxeta para cálculo de 14x25 (Cabrita et al., 2008)

O 0 resulta do produto das unidades de cada fator. O 5 resulta da soma dos produtos parciais dos algarismos das unidades pelos das dezenas dos dois fatores (em cruz), acrescido do valor que se transportou da operação anterior. Finalmente, o 3 resulta do produto dos algarismos das dezenas de cada fator, acrescido do valor que se transportou da operação anterior.

O método da gelosia, mais intuitivo que o anterior, também pode integrar o processo de aprendizagem da operação multiplicação. Este método, segundo Vale e Pimentel (2004_b), é um algoritmo alternativo ao algoritmo convencional da multiplicação e segundo Cabrita et al. (2008) é do agrado dos alunos por conter uma componente lúdica. Observa-se na figura 10 o produto de 185 x 14 em que, primeiramente, se constrói uma tabela “com tantas células quanto os dígitos dos factores” (p.32) – no presente caso uma tabela de 3 x 2. As células são divididas em diagonais e, na parte superior da mesma, é colocado o valor das dezenas e, na parte inferior, é colocado o valor das unidades. No final, são adicionados os números obtidos em cada uma das faixas dispostas em diagonal. “O produto obtém-se ordenando-se os

números dos produtos parciais da esquerda para a direita” (p. 32). No presente caso, o resultado é 2590.

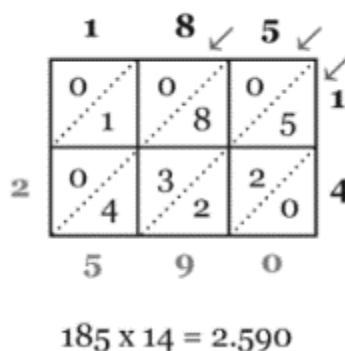


Fig. 10 Algoritmo da gelosia para o cálculo de 185×14 (Cabrita et al., 2008)

Este modelo pode ainda ser representado em termos geométricos, sendo chamado gelosias geométrica, como ilustra a figura seguinte.

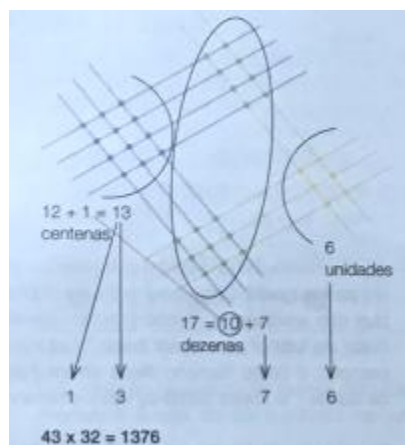


Fig. 11 Algoritmo da gelosia geométrica para o cálculo de 43×32 (Cabrita et al., 2008)

Observando a figura é fácil concluir que para calcular 43×32 , dispõem-se quatro linhas que correspondem ao algarismo das dezenas do primeiro fator, seguidas das restantes três linhas paralelas às primeiras, correspondentes ao algarismo das unidades, tendo algum espaçamento entre elas. As linhas que correspondem ao segundo fator dispõem-se de forma concorrente às primeiras, procedendo-se da mesma forma. No final, contam-se os pontos de interseção das linhas que representam as unidades de cada ordem, como mostra a figura.

Gravemeijer e Galen (2003) evidenciam a importância dos algoritmos como uma componente essencial da matemática, sendo importante, no entanto, que não sejam simplesmente apresentados aos alunos. Mendes, Brocardo e Oliveira (2013) acrescentam que os modelos ou algoritmos devem ser introduzidos como formas de resolução de

situações relacionadas com as tarefas propostas, devidamente sequenciadas, e evidenciando-se relações entre eles (Cabrita et al., 2008).

2.3. Tarefas Matemáticas na aprendizagem da multiplicação

No ensino exploratório da matemática, como refere Canavarro (2011), o professor não deve apenas orientar o trabalho dos alunos, como também é importante que consiga analisar e compreender a forma como estes resolvem as tarefas propostas e, conseqüentemente, interligar as suas ideias com as aprendizagens esperadas. Assim, surge a oportunidade de os alunos aprofundarem conhecimentos matemáticos e desenvolverem capacidades como a “resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (p. 11). É através de uma adequada comunicação que o professor, como refere Guerreiro et al. (2015), consegue compreender as ideias matemáticas dos alunos, como estes pensam, e que erros e dificuldades podem surgir e então, evoluir em conjunto.

Segundo Stein e Smith (2009), o trabalho com as tarefas que dão corpo ao trabalho em Matemática, passa por três fases distintas. A primeira refere-se à seleção das tarefas, por exemplo, a partir do “currículo ou materiais de ensino, (...) páginas dos manuais, materiais auxiliares, etc” (p. 24). A segunda está relacionada com a forma como as tarefas são expostas aos alunos, ou seja, como são “anunciadas pelo professor” (p. 24). Finalmente, a terceira liga-se à forma como as tarefas são implementadas em sala de aula, ou seja, como os alunos realizam a tarefa. Estas fases são consideradas pelos autores causadoras de importantes efeitos na aprendizagem dos alunos. Antes de se abordarem estes aspetos importa clarificar a relação entre tarefa e atividade e classificar tipos de tarefa.

2.3.1. Relação entre tarefa e atividade

É fundamental, numa fase inicial, compreender a relação entre tarefas e atividades, uma vez que surgem muitas vezes como sinónimos. Por exemplo, para Stein e Smith (1998), tarefa é “um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (p. 269).

Ponte (2014) clarifica que uma tarefa pode estar na origem de diferentes atividades e numa atividade pode estar implícita a realização de diversas tarefas. Assim, atividade é inerente ao “aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto” (p. 15). Esta ideia já tinha sido veiculada por Christiansen e Walther (1986) que consideram que as tarefas se

tornam o objeto das atividades, sendo através destas que se deve abordar a matemática. Mason e Wilder (2006) partilham da opinião de que as tarefas passam pelo que é pedido aos alunos, e a atividade passa pela interação entre os alunos, o professor e a tarefa.

Também para Herbst (2012), uma tarefa deve estar na base de uma atividade matemática. Este mesmo autor refere, ainda, que as tarefas são fundamentais para o desenvolvimento individual, principalmente quando abrangem ações como “calcular, definir, conjecturar, representar e demonstrar” (p. 7), dependendo a sua realização das ações dos alunos.

Tendo em conta alguns dos autores referidos anteriormente (Christiansen e Walther, 1986; Manson e Wilder, 2006; Ponte, 2014), chega-se à conclusão de que a tarefa é algo proposto e a realizar pelos alunos, externo a estes, que passa pelo objeto da atividade. Esta está relacionada diretamente com o trabalho realizado sobre as tarefas e com o desenvolvimento das relações que este trabalho envolve.

2.3.2. Tipos de tarefas

De forma a garantir que haja uma compreensão conceptual da matemática, Vale (2012) cita Smith et al. (2009) para considerar que a sua abordagem deve centrar-se em tarefas variadas “que promovam o pensamento flexível, raciocínio e resolução de problemas” (p. 185).

Ponte (2005 e 2014) considera que, em relação às tarefas, é necessário ter em conta duas dimensões, o “grau de desafio matemático” e o “grau de estrutura”. A primeira, “grau de desafio matemático”, está ligada à complexidade das questões propostas, variando entre “reduzida” e “elevada”. Quanto ao “grau de estrutura” uma tarefa, pode variar entre “fechada” e “aberta”, sendo que o primeiro caso se refere a tarefas que apresentam todos os dados necessários para a sua resolução e, o segundo, a tarefa nas quais tal não acontece.

O mesmo autor (2005, 2014) apresenta um esquema com diversos tipos de tarefa, em função do grau de desafio e do grau de estrutura. Através destes critérios, o autor apresenta quatro principais tipos de tarefas, sendo estas exercícios, problemas, explorações e investigações (Figura 12).



Fig. 12 Classificação de tarefas, em termos de grau de desafio e abertura (Ponte, 2005, 2014)

Os exercícios, como pode ser observado no esquema, são tarefas fechadas, pois apresentam-se os dados para que os alunos os possam resolver e chegar à solução, e de desafio reduzido. Têm como objetivo colocar em prática conhecimento e capacidades adquiridas. Os problemas são tarefas também fechadas, no entanto, o seu grau de desafio é elevado. Contrariamente aos exercícios, permitem introduzir conceitos novos e admitem várias estratégias de resolução. A investigação é uma tarefa aberta e de desafio elevado pois não se disponibiliza informação suficiente à sua resolução, obrigando o aluno a colocar questões e deixando bastante trabalho complexo para o aluno desenvolver. Finalmente, as tarefas de exploração são abertas mas de desafio mais reduzido. São acessíveis a todos os alunos e distinguem-se das tarefas investigativas pois é possível iniciá-las sem muito planeamento prévio.

Ponte et al. (2015) defendem a importância das tarefas fechadas (exercícios e problemas) para a compreensão e manipulação da informação que é fornecida. As tarefas abertas (explorações e investigações) permitem o desenvolvimento das capacidades de recolha e de interpretação da informação. Relativamente às tarefas de desafio mais reduzido (exercícios e explorações), possibilitam, no geral, uma maior taxa de sucesso, proporcionando a autoconfiança dos resolvidores, enquanto que as tarefas de grau de desafio mais elevado (problemas e investigações) possibilitam uma experiência matemática mais marcada e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

As tarefas, segundo Ponte (2005, 2014), apresentam ainda duas dimensões de relevo, a duração e o seu contexto. No que se refere à primeira dimensão, a duração das tarefas, esta pode ser curta ou longa, como se pode observar na figura 13. O mesmo autor ainda refere que “as tarefas de longa duração podem ser mais ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho” (p. 9).



Fig. 13 Diversos tipos de tarefa quanto à duração (Ponte, 2005, 2014)

No que se refere ao contexto, o mesmo autor considera um aspeto fundamental que admite dois extremos – os contextos reais e os contextos relacionados com a matemática. Este último é bastante mais abstrato para os alunos do que o primeiro, principalmente se este estiver contextualizado no seu quotidiano. Para além destes dois contextos, Skovsmose (2000) apresenta um contexto que se situa no meio dos dois referidos, “semi-realidade”. Este é um contexto que apresenta situações com algum realismo, mas que “para o aluno podem não significar muito” (Ponte, 2005, p. 10).

2.3.3. Seleção e adequação de tarefas

Segundo Serrazina e Cabrita (2015), a seleção de tarefas matemáticas deve ter em conta alguns elementos fundamentais relacionados com os alunos alvo como as suas competências e experiências prévias. Assim, as mesmas autoras consideram que “as tarefas devem relacionar-se proximamente com o conhecimento, capacidades e interesses dos alunos para serem compreendidas, mas serem suficientemente diferentes para ampliar o seu pensamento” (p. 61).

Ponte e Quaresma (2012) salientam a importância dos contextos na aprendizagem e mencionam diversos contextos apresentados por Skovsmose (2001) – “realísticos, de semi-realidade e matemáticos” (p. 18). Acrescentam também que, estes mesmos contextos, devem contribuir para a criação de novas noções matemáticas, “sugerindo conceitos, representações e estratégias de resolução” (p. 18). E destacam que as ligações com “aspetos exteriores à matemática” são ainda relevantes para o desenvolvimento da “capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas” (p. 10). De forma a serem ricas, estas devem requerer “uma interface entre o teórico e o prático, entre intenções e a realidade” (Vale, 2012, p. 184).

Consideramos oportuno abrir aqui um parêntesis para nos referirmos à comunicação na resolução de tarefas dado ser um aspeto importante no âmbito deste estudo. Segundo

vários autores (Boavida et al., 2008; Menezes et al., 2014; Hufferd-ackles et al., 2014), a comunicação deve estar presente na Matemática, sendo esta fundamental nas práticas letivas, desde logo porque a comunicação dessa mesma “ideia ou raciocínio” requer uma “organização e clarificação do nosso próprio pensamento” (Boavida et al., 2008, p. 62). É necessário, segundo Boavida et al. (2008), não só criar situações para a comunicação como “garantir que ela ocorra em múltiplas direções: do professor para o(s) aluno(s), do aluno para o professor” (p. 62).

Menezes et al. (2014) defendem que se pode ter em conta a comunicação como a “transmissão de informação ou como interação social” (p. 137). Em relação à “transmissão ou partilha de informações, conhecimentos ou ideias, sustentada no conhecimento e nas formas de circulação desse conhecimento” (p. 136-137), pretende-se que o alvo a quem é dirigida a comunicação reproduza a “ação comunicativa (...) agindo em consonância com o que foi comunicado” (p. 137). Além disso, não existe diferença no número de pessoas a quem está a ser comunicado algo, sendo que o que é importante é que a mensagem consiga ser transmitida, assim como devem estar asseguradas condições para que esta seja entendida pelos ouvintes.

A “comunicação como interação social” (p. 137) envolve a partilha e discussão de ideias. Os envolvidos influenciam-se “reciprocamente na construção de significados partilhados” (p. 137). Uma vez que esta comunicação mobiliza o respeito, aceitação e compreensão dos envolvidos, assim como envolve sentimentos de “complementaridade e reconhecimento mútuo” (p. 137), o número de envolvidos não deve ser muito elevado. Como acrescenta Martinho e Ponte (1989), outro aspeto a ter em conta é um ambiente de confiança para que os alunos se sintam seguros e passam partilhar e discutir as suas ideias.

Para além da comunicação oral, é relevante mencionar a comunicação escrita, tendo esta a mesma importância que a anteriormente falada.

Na comunicação (escrita) tem particular relevância as representações que se usam para comunicar as ideias. Note-se, “o termo representação, como muitos outros, tem múltiplos significados que se completam. Refere-se quer ao ato de capturar um conceito ou relação – processo, quer à sua forma propriamente dita – produto” (Boavida et al., 2008, p. 71).

Segundo os mesmos autores, representações estão, portanto, associadas a processos externos ou internos à mente das pessoas. Segundo Goldin (2008), as representações

externas (as que mais importam no âmbito deste estudo) “têm existência física” (Ponte & Velez, 2011, p. 55), no papel ou num ecrã de computador, por exemplo. Exemplos destas representações são “os símbolos que representam os números e suas operações, notação algébrica, comandos da linguagem” (p. 55), mas também os diagramas, gráficos, entre outros. Relativamente às representações externas, Brunner (1999) distingue as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas. As representações ativas são baseadas em ações. Como acrescenta Boavida et al. (2008), a manipulação de objetos e a “simulação de situações” (p. 71) favorece o desenvolvimento novas conceções. A representação icónica está associada a estratégias visuais, nas quais está incluído o uso de esquemas, imagens, figuras, entre outros. Finalmente, as representações simbólicas, segundo Boavida et al. (2008), estão relacionadas não só com “símbolos que representam ideias matemáticas” (p. 71), como também com “todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão” (p. 71).

Boavida et al. (2008) acrescentam que estes três tipos podem ser utilizados simultaneamente e com várias combinações, como é exemplificado no esquema apresentado em baixo.

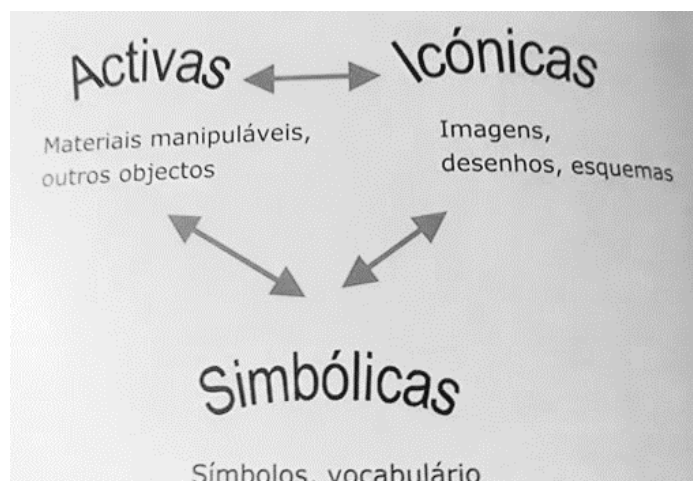


Fig. 14 Tipos de representação e diversidades de associações (Boavida et al., 2008)

Estas mesmas autoras sublinham a importância das ligações entre os três tipos de representações e acrescentam que “é a comunicação que permite o surgimento destas ligações” (p. 72).

No entanto, é importante que “o contexto não obscureça a essência da tarefa” (Serrazina & Cabrita, 2014, p. 62), ou seja, se o contexto for demasiado rebuscado, na

resolução da questão, o que estará em causa será a sua interpretação e não o objetivo matemático.

Segundo Ponte (2005), a seleção de tarefas está ainda relacionada com a questão curricular (documentos curriculares oficiais) e com os recursos da escola. O mesmo autor acrescenta que a fonte da tarefa pode ser o professor, pode ocorrer por vontade do aluno, ou ainda surgir de ambas as partes através de uma negociação. Por outro lado, a “tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo” (p. 1).

Para Serrazina e Cabrita (2014), as tarefas a selecionar devem suscitar a utilização de diferentes e variadas estratégias de resolução, o que é uma preocupação a ter no desenvolvimento, adaptação ou seleção de tarefas. “A utilização de materiais, manipulativos e outros, deve também ser considerada” (p. 62).

Na resolução destas mesmas tarefas, os alunos devem ter a oportunidade de explicar todos os procedimentos utilizados, permitindo que desenvolvam a sua “compreensão matemática” (p. 62), Ponte (2005) ainda refere que o professor cria momentos de aprendizagens significativas ao propor vários tipos de tarefas e momentos de “exploração, reflexão e discussão” (p. 23).

Para concluir este ponto, é importante realçar que, para que haja um desenvolvimento e uma aprendizagem em qualquer tópico matemático, as tarefas devem estar “criteriosamente sequenciadas”. O mesmo refere Swan (2014) – as tarefas devem ser sequenciadas de forma a que os alunos não só se sintam motivados para a sua realização como também os desperte para conceitos ou estratégias matemáticos específicos.

2.3.4. Problemas e resolução de problemas

Na base das tarefas da sequência didática que se criou no âmbito do presente estudo estão os problemas. Os problemas, admitindo diversas estratégias de resolução, foram assumidos devido, principalmente, às dificuldades apresentadas pelos alunos no processo da sua resolução e à sua potencialidade na compreensão da multiplicação. De facto, como mencionam Boavida et al. (2008), em sala de aula, existem várias tarefas às quais o professor pode recorrer, sendo que estas podem destinar-se mais “à memória e ao treino enquanto outras estão mais direccionadas para processos mais complexos de pensamento” (p. 15). Os problemas encaixam-se neste último grupo.

Como já foi visto anteriormente, segundo Ponte (2005, 2014), os problemas são tarefas fechadas com um grau de desafio elevado. Tal como refere Vale et al. (2015), o que, por vezes, é compreendido como um problema pode não passar de um exercício. Um problema detém uma complexidade considerável pois, se for considerado pouco desafiante, torna-se num exercício. Já Lorensatti em 2009 diferenciava os dois conceitos mencionados, referindo-se ao primeiro como “toda e qualquer situação em que se deseja obter uma solução, cuja resposta exige pôr à prova tudo o que se sabe” (p. 94). E afirmava ainda que a distinção entre problema e exercício se centra no estímulo proporcionado pela situação em causa, deixando de ser um problema se esta mesma situação não propiciar desafios. Assim sendo, segundo o mesmo autor “o exercício é entendido como um mecanismo utilizado para soluções rotineiras de uma situação, em que há repetições de procedimentos e estratégias já consolidadas” (p. 94).

Nesta mesma perspetiva, definindo problema, um problema, segundo Boavida et al. (2008) e Vale et al. (2015), é uma situação cujo processo que leva ao resultado não é conhecido e em que, para se encontrar este caminho, são necessárias estratégias. Por outras palavras, “problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação” (Palhares, 2004, p. 12).

Palhares (2004) refere ainda que a visão da resolução de problemas foi evoluindo com o tempo, passando a ser vista como uma atividade mais rica não conduzindo a apenas “uma resposta adequada” (p. 11) sendo possível “surgir várias soluções (p. 11). Ainda nesta via de pensamento, Boavida et al. (2008) acrescentam que se trata de “uma actividade muito absorvente, pois quem resolve um problema é desafiado a pensar para além do ponto de partida, a pensar de um modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a raciocinar matematicamente” (p. 14).

Por outro lado, a resolução de problemas é uma estratégia para a introdução de novos conceitos e de desenvolvimento de capacidades matemáticas, exigindo “a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de apresentação, a tradução de linguagens, (...), a tomada de decisões, etc” (p. 11).

Ponte (2005) realça que o conceito de resolução de problemas é bastante antigo, no entanto refere que foi através de George Pólya (1975, 1981) que se tornou mais claro o seu papel educativo, defendendo que “o professor deve propor problemas aos seus alunos para

que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta” (p. 3).

2.3.4.1. Etapas da resolução de problemas

Vale e Pimentel (2004_c) menciona Polya (1973) chamando a atenção para o método de resolução de problemas descrito por este último autor. Este modelo tem como base 4 etapas, integrando questões e sugestões que o professor deve ter em conta de forma a orientar o aluno no processo de resolução de problemas, com o objetivo de o aluno melhorar as suas capacidades.

O primeiro passa pela compreensão do problema – “é necessário compreender o problema para tentar dar uma resposta” (Vale e Pimentel, 2004_c, p. 21). Para tal é necessário interpretar o que o enunciado nos fornece, sendo algo conhecido, como os dados, ou desconhecido, como o objetivo.

A segunda etapa é delinear um plano – “é necessário delinear um plano para chegar à solução” (p. 21). Nesta fase, é relevante trazer experiências passadas que estejam relacionadas com o problema em causa de modo a tentar arranjar várias formas de resolver o problema para decidir qual a mais adequada.

A terceira etapa é a execução do plano, em que se põe em ação “o plano que se elaborou para chegar à solução” (p. 21). No final da aplicação do plano, se não se chegar a uma conclusão, volta-se à segunda etapa de conceção de um novo plano e, se necessário, à primeira fase para melhor se compreender o problema.

Finalmente, na última etapa, “verifica-se a solução obtida de acordo com os dados e as condições apresentadas no problema” (p. 21).

2.3.4.2. Estratégias de resolução de problemas

Vale e Pimentel (2004_c) considera que é fundamental que seja proporcionada aos alunos a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, através da sua prática. Estas estratégias podem ser aplicadas em vários e diferentes problemas. Boavida et al. (2008) explicitam um conjunto de estratégias, defendidas por Polya, para ajudar os alunos no processo de resolução dos problemas de forma a obter a solução, e concordam que “o conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem ser aprendidas e usadas em simultâneo e não isoladamente” (Boavida et al., 2008, p. 23). Ainda acrescentam que “a

familiaridade com o uso de estratégias irá permitir ao aluno passar gradualmente de uma situação fechada para outra mais aberta sem se sentir perdido” (p. 23). Estes autores mencionam estratégias como fazer uma simulação/dramatização, fazer tentativas, reduzir a um problema mais simples, fazer uma lista organizada, trabalhar do fim para o princípio, fazer um desenho ou um esquema e usar dedução lógica.

Na primeira estratégia – fazer uma simulação/dramatização –, tal como o nome indica, utiliza-se objetos, desenhos ou uma representação para simular as situações presentes nos problemas.

Na segunda estratégia mencionada – fazer tentativas –, estão em causa tentativas fundamentadas e com base nos dados do problema. No final, deve ser verificado se a solução cumpre com as condições propostas no problema, caso isso não aconteça, deve ser realizada outra tentativa e assim sucessivamente até chegar à solução correta.

Seguidamente, no âmbito da terceira estratégia – reduzir a um problema mais simples –, procuram-se princípios em casos particulares, reduzindo o problema a um mais simples de forma a obter-se algo que se possa aplicar ao caso geral.

Em relação à quarta estratégia – fazer uma lista organizada –, são analisados todos os casos, de forma sistemática, não ficando nenhum para trás.

A quinta estratégia – trabalhar do fim para o princípio – é utilizada quando “sabemos o ponto de chegada mas não conhecemos o ponto de partida” (Palhares, 2004, p. 34). Assim, os alunos trabalham do fim para o princípio, sendo-lhes exigido que desenvolvam “a reversibilidade [do] pensamento e o conhecimento das operações inversas” (p. 34).

A sexta estratégia – fazer um desenho ou um esquema – pode ser utilizada em conjunto com outras estratégias ou isoladamente. É uma estratégia prática, que ajuda os alunos a chegar ao resultado.

Finalmente, a sétima estratégia – usar dedução lógica – utiliza-se nos problemas que contêm muita informação, em que se “utiliza o raciocínio lógico para eliminar casos impossíveis e seleccionar as situações correctas” (Palhares, 2004, p. 35).

2.4. Ensino exploratório e aprendizagem ativa

“Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas — em particular, de todas as crianças e jovens — e uma resposta a necessidades individuais e sociais. A Matemática faz parte dos currículos, ao longo de todos os anos da escolaridade obrigatória, por razões de natureza cultural, prática e cívica que têm a ver ao mesmo

tempo com o desenvolvimento dos alunos enquanto indivíduos e membros da sociedade e com o progresso desta no seu conjunto” (Abrantes et al., 1999, p. 17)

Os mesmos autores acrescentam que a Matemática pode colaborar na formação dos alunos, tornando-os “competentes, críticos e confiantes” (p. 17) no que diz respeito a diversos aspetos da sua vida interligados com a matemática. Em particular, permitirá “usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como [desenvolver] a autoconfiança necessária para fazê-lo” (Abrantes et al., 1999, p. 17 e 18).

Tais finalidades e objetivos mantêm-se válidos nos dias de hoje. De facto, nos atuais documentos curriculares pode ler-se que uma das principais finalidades da Matemática foca que o primeiro contacto com a Matemática “deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos” (PMCM, 2013, p. 1). No entanto, para se atingirem tais objetivos, o ensino da Matemática tem de evoluir. A “aula expositiva” terá de dar lugar a uma aula mais ativa e participada (Ponte, 2009). Naquela, o professor assume o principal papel – apresenta e exemplifica os novos conceitos e os alunos apenas aplicam esses conhecimentos através da resolução de meros exercícios. Apesar deste modelo ter sido o mais utilizado, existem outros que beneficiam a aprendizagem dos alunos, permitindo assumir um o papel mais ativo.

2.4.1. Aprendizagem ativa da matemática

Relativamente à aprendizagem ativa da matemática, esta dimensão merece uma especial atenção uma vez que a investigação tem permitido concluir que é desta forma que “os alunos aprendem e, em particular, como aprendem matemática” (Abrantes et al., 1999, p. 22). Segundo estes autores, durante muito tempo a criança foi vista “como um “recipiente” que armazena informação, [sendo] o papel do professor (...) o de transmitir “corretamente” essa informação” (p. 22). Ora, o processo de aprendizagem não é rentabilizado se o aluno for simplesmente exposto a informação debitada, pelo professor, e consequente aplicação na forma de meros exercícios. Antes, os alunos devem participar ativamente na sua própria aprendizagem, de forma a poderem conceber “um modelo do mundo com base nas experiências que vivem e nos conhecimentos prévios que têm” (Abrantes et al., 1999, p. 22).

Estes mesmos autores apontam algumas ideias sobre a aprendizagem dos alunos que é fundamental serem aplicadas em contexto de ensino. Em primeiro lugar, é importante considerar que “a aprendizagem requer o envolvimento das crianças em actividades significativas” (p. 23). Este envolvimento proporciona “experiências concretas” (p. 23), com base nas suas vivências anteriores, e a sua explicação, com sentido, permite alargar as suas competências. Por isso, a segunda ideia salienta precisamente que “não basta que o aluno participe em actividades concretas, é preciso que ele se envolva num processo de reflexão sobre essas actividades” (p. 23). Para tal, os mesmos autores salientam que os recursos, como os materiais manipuláveis, poderão ser a base da resolução das tarefas. A terceira ideia reforça a valorização do pensamento dos alunos e da criação de “condições para que eles se envolvam em actividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades” (p. 24). A quarta ideia considera que algumas dificuldades apresentadas pelos alunos na execução de procedimentos considerados simples dão-se devido à “ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas nas actividades dos alunos” (p. 24). A quinta ideia salienta que “o conhecimento de termos, factos e procedimentos” (p. 24) está apoiado e desenvolve-se ao mesmo tempo que a capacidade de raciocinar e de resolver problemas. A sexta ideia reforça que “a aprendizagem é um processo gradual de compreensão e aperfeiçoamento (...) [é uma] questão de estabelecer relações, ver as mesmas coisas de outros ângulos ou noutros contextos” (p. 25). A sétima ideia refere-se às relações mencionadas, reforçando o facto de que estas não devem ser colocadas de parte e não se deve considerar que os episódios passados estão adquiridos. A oitava ideia reflete sobre o processo de aprendizagem e como “cometer erros ou dizer coisas de modo imperfeito ou incompleto não é um mal a evitar” (p. 25) – é importante que os alunos e professores discutam esses erros e a sua origem para que haja uma aprendizagem mais efetiva. A nona ideia defende que “a aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva” (p. 25) – prende-se, também, com aspetos afetivos e a motivação. A décima ideia salienta que “as concepções que os alunos têm sobre a matemática e sobre o seu papel como alunos de Matemática desempenham um papel crucial na aprendizagem” (p. 26). Finalmente, a décima primeira ideia realça que todos os aspetos “cognitivos, afectivos, do domínio das concepções – estão muito estreitamente ligados ao ambiente de aprendizagem que se vive no interior das aulas” (p. 26). Assim, é fundamental a implicação dos alunos em “processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica” (p. 26).

2.4.2. Ensino Exploratório

Um dos modelos mais promissor é referido em Ponte (2009) e Ponte e Serrazina (2009) como “ensino exploratório”. Tem quatro fases principais que devem ser consideradas. Numa primeira fase, o professor introduz e motiva para a atividade que os alunos irão realizar. Tal atividade tem, no geral, na sua base, a resolução de tarefas. Nesta fase é importante que o professor se assegure que os alunos estão envolvidos e interpretam a tarefa corretamente.

Numa segunda fase, as tarefas são desenvolvidas pelos alunos individualmente, em pares ou em grupos mais alargados. Nesta fase, é importante disponibilizar materiais didáticos adequados e o mais diversificados possível que apoiam a atividade dos alunos.

De seguida, será iniciado o terceiro momento, durante o qual os grupos apresentam o seu trabalho, envolvendo toda a turma num “ambiente de discussão e argumentação” (Ponte, 2009, p. 101). Nesta fase, o professor “tem de gerir muito bem as intervenções dos alunos, evitando repetições e, trazendo para o primeiro plano tudo o que é importante discutir” (Ponte, 2009, p. 101).

A última fase diz respeito à síntese das ideias principais que emergem da resolução das tarefas. Tal síntese deve ser feita, na medida do possível, envolvendo os próprios alunos.

Desta forma, a lógica do ensino exploratório não é expor novos conceitos e colocar os alunos a resolver exercícios para consolidarem esses mesmo conhecimentos. Tenta, sim, que os alunos participem ativamente na construção dos novos conhecimentos e desenvolvimento de novas competências, através da interpretação das tarefas; da seleção; aplicação e avaliação de estratégias adequadas à sua resolução e da apresentação e argumentação de (re)soluções. Portanto, uma aula exploratória “tem por base uma certa visão sobre as tarefas a propor, a comunicação entre os alunos e o professor e a organização das unidades de ensino” (p. 101-102).

2.4.3. Recursos educativos e materiais didáticos

Ponte (2009) refere uma questão importante sobre as tarefas - não detêm toda a importância. Deve, também, ser dado valor à forma como estas são apresentadas aos alunos, resolvidas com recursos e materiais adequados e, finalmente, como contribuem para a

discussão e construção dos novos conhecimentos e desenvolvimento de outras capacidades e atitudes.

O recurso educativo é apresentado por Marqués (2010) como sendo um material qualquer que, no contexto em que é utilizado, tem uma finalidade didática, facilitando os processos de ensino e de aprendizagem. Portanto, estes materiais não foram elaborados com este propósito mas a sua é válida em contextos de ensino e aprendizagem mesmo os mais formais. O mesmo autor apresenta o seguinte exemplo, um vídeo elaborado em contexto educativo com a finalidade de perceber o que são vulcões e como estes funcionam será um material didático. Pelo contrário, um vídeo do *National Geographic* sobre vulcões, apesar de poder ser utilizado como recurso educativo, não é entendido como um material didático pois não foi elaborado com esse objetivo. Considera-se, assim, um material didático como qualquer material elaborado com a intenção explícita de facilitar os processos de ensino e de aprendizagens mais formais (Marqués, 2010). Por conseguinte, um material didático será um recurso educativo, mas o contrário não se verifica. O discurso de Botas (2008) e de Viseu et al (2013) vai no mesmo sentido.

Os recursos educativos ou os materiais didáticos são muitas vezes designados de recursos didáticos ou, simplesmente, de materiais didáticos (expressão que utilizaremos no âmbito deste estudo). Segundo Alves e Morais (2006), estes, genericamente, “são meios que o professor utiliza para ensinar dentro e fora da sala, ou seja, como apoio à sua leção” (p. 336). Para os mesmos autores, os recursos didáticos são “uma forma materializada daquilo que se utiliza como apoio didático ao processo de ensino e aprendizagem” (p. 336). De entre os recursos ou materiais didáticos, assumem particular importância, principalmente nos anos iniciais de escolaridade (e educação de infância), os materiais manipuláveis (Botas & Moreira, 2013, Chamorro, 2003).

Segundo Botas (2008), são instrumentos que ajudam o aluno, designadamente, na execução da tarefa e na elaboração de noções matemáticas mas que também o motivam para a mesma. Caldeira (2009) e Viseu et al. (2013) reforçam a ideia de que os materiais didáticos manipuláveis são objetos, recursos, instrumentos, enfim, meios de aprendizagem que assistem o desenvolvimento de competências matemáticas, incluindo atitudes e destrezas, através da sua exploração, experimentação e manipulação.

CAPÍTULO II – MÉTODO

Neste capítulo, pretende-se apresentar as opções metodológicas adotadas para o desenvolvimento deste estudo. Também serão caracterizados os participantes do estudo, do ambiente mais alargado para o mais particular, assim como serão apresentadas as técnicas e instrumentos de recolha de dados e será ainda descrito o estudo. Finalmente, será apresentada a forma como os dados foram tratados e serão apresentados no capítulo seguinte.

2.1. Opções metodológicas

O presente estudo insere-se num paradigma interpretativo, que defende que:

“o conhecimento científico dos factos sociais resulta de um trabalho de interpretação, o qual só é possível através de uma interacção entre o investigador e os actores sociais de forma a poder reconstruir-se a complexidade da acção e das representações da acção social” (Sarmiento, 2011, p. 6).

Por outras palavras, investigadores e atores sociais e as suas interpretações do real (re)constroem a realidade social. Dado que o estudo a desenvolver ou “ato de conhecer” (p. 6) está relacionado com a ação social referida, não é, portanto, considerado como um estudo inteiramente autónomo. Este paradigma e a sua abordagem interpretativa, como acrescenta Coutinho (2014), pretende integrar o contexto dos atores sociais para, como menciona Latorre et al (1996), compreender a forma como são consideradas várias situações e que significado têm para estes mesmos atores. Esta abordagem, segundo Coutinho (2014), implica várias “interpretações circulares”, ou seja, “a interpretação da parte depende da do todo, mas o todo depende das partes” (p. 16).

Incluído no paradigma apresentado, o presente estudo segue um método qualitativo, “um conjunto de técnicas suficientemente gerais para serem comuns a um número significativo de ciências” (Coutinho, 2014, p.25). A referida índole qualitativa, como referem Bogdan e Biklen (1994), deve-se ao facto de os dados que serão recolhidos serem de fenómenos descritivos. É também relevante referir que, como estudo qualitativo, as questões a estudar não se baseiam em variáveis, tendo o verdadeiro objetivo de “investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural” (p. 16). O seu principal objetivo, segundo o mesmo autor, é por meio da observação presencial mais ou menos prolongada, encontrar argumentos para tornar verosímeis os dados recolhidos. Fernandes (1991) refere ainda que “o foco da investigação qualitativa é a compreensão mais profunda dos problemas, é investigar o que está “por trás” de certos comportamentos, atitudes ou convicções” (p. 3). Afirma também que esta investigação “fornece informação acerca do

ensino e da aprendizagem que de outra forma não se pode obter” (p. 4), por exemplo, o estudo de processos cognitivos através da observação pormenorizada e planeada e da interação com os sujeitos.

Na perspetiva desta abordagem qualitativa, a presente investigação deverá ser orientada por um design de “estudo de caso” (Ponte, 1994), sendo que este dará oportunidade a que o problema de aprendizagem dos alunos seja estudado na profundidade possível dentro de um período de tempo limitado (Ventura, 2007). Ponte (2006) ainda refere que os estudos de caso têm crescido no que se refere às investigações em educação em matemática, principalmente em relação às aprendizagens das crianças, assim como às práticas profissionais dos professores. O estudo de caso, para Ponte (1994), é utilizado para a compreensão particular de uma determinada situação. A sua escolha no campo educativo tenta explicar, descrever, explorar e compreender o contexto de ensino e de aprendizagem.

O estudo de caso é caracterizado por se identificar com planos de investigação que envolvem estudos intensivos e detalhados de uma entidade bem definida: o caso (Coutinho & Chaves, 2002). Ponte (2006) adianta que um estudo de caso “visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social” (p. 3), sendo que o principal objetivo desta investigação é a compreensão do “como” e “porquê” dessa mesma unidade, “evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspetos que interessam ao pesquisador” (p. 3). Ponte (2006) ainda refere que um estudo de caso “é uma investigação que se assume particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única” (p. 3), pretendendo perceber as características dessa situação de modo a colaborar para a perceção de um “fenómeno de interesse”.

No desenvolvimento deste design, “o investigador não pretende modificar a situação, mas compreendê-la tal como ela é” (p. 2). Para tal, é natural que o estudo caso se apoie numa vertente descritiva, no entanto, não passa meramente por esta vertente, tendo também um “alcance analítico, interrogando a situação, confrontando-a com outras situações já conhecidas e com as teorias existentes” (p. 3).

Yin (1994) e Bogdan e Bilken (1994) referem a existência de estudos de caso únicos e estudos de caso múltiplos. O presente estudo será enquadrado por um estudo de caso múltiplo, pois inclui várias unidades de análise (Coutinho & Chaves, 2002). Este estudo será realizado no seu contexto natural com o objetivo de compreender as repercussões da

interação dos alunos com as propostas didáticas. Estas propostas estão relacionadas com a operação multiplicação, nos seus vários significados, envolvendo os alunos num conjunto de tarefas que visam o desenvolvimento de competências relacionadas com a resolução de problemas e, com a utilização de estratégias multiplicativas que incluem quer a notação horizontal quer a notação vertical, tendo em vista a sua modelação, apoiada por materiais didáticos.

2.2. Participantes do estudo

Este estudo foi desenvolvido numa turma de 2.º ano do 1.º CEB, integrado numa escola de uma cidade da região Centro de Portugal Continental. Foram considerados como participantes a professora/investigadora, que teve uma participação ativa, planeando e conduzindo todos os acontecimentos da investigação; as professoras orientadora e cooperante, como também a companheira de estágio, que participaram em todo o processo de desenvolvimento do estudo, assim como, os alunos da turma e em particular os alunos caso.

2.2.1. Escola e meio envolvente

Esta investigação foi desenvolvida numa escola de uma cidade da região Centro de Portugal Continental, situando-se, mais concretamente, numa união de freguesias perto do centro da cidade. Esta união de freguesias tem 45,32 km² de área e cerca de 18 756 habitantes (2011), com uma densidade de 413,9 hab/km².

O agrupamento no qual a escola está inserida apresenta como princípios “o desenvolvimento harmonioso da personalidade de cada um, a igualdade de oportunidades, a formação de cidadãos livres e responsáveis em todas as dimensões e o respeito pelas leis e valores nacionais.” (Projeto Educativo, 2013-2017, p.13). Neste seguimento, é importante uma educação para os valores, sendo estes de campo ético, político, estético e religioso.

A escola é constituída por dois edifícios, sendo que o mais pequeno foi construído recentemente, destinando-se à Educação de Infância. No que se refere ao edifício maior, destinado ao 1.º ciclo do ensino básico, encontra-se em boas condições em termos de instalações. É composto por dois andares, sendo que, no primeiro, apresentam-se o gabinete da coordenadora, a secretaria, o polivalente e salas de aula. No piso de cima, estão localizadas a biblioteca, a cantina, a sala de professores e salas de aula. No edifício, existe

um total de 9 salas de aula, duas para o primeiro, duas para o segundo e duas para o terceiro ano de escolaridade e três para o quarto ano de escolaridade.

2.2.2. Professora/Investigadora

A professora/investigadora é licenciada em Educação Básica pela Universidade de Aveiro, tendo concluído o curso em 2016. No ano letivo em que decorreu a presente investigação, encontrava-se a frequentar o 2.º ano de mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB.

No que diz respeito ao presente estudo, este foi levado a cabo na turma atribuída no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada, uma turma de 2.º ano de escolaridade, na qual assistia, planificava e implementava aulas, assim como avaliava tanto o trabalho próprio como o dos alunos. Assim sendo, foi nesta turma que foram recolhidos os dados para o desenvolvimento do presente projeto.

Tendo em conta o duplo papel de professora estagiária e investigadora, tentou-se que o projeto estivesse enquadrado nas normais atividades previstas no projeto curricular da turma mas permitisse ultrapassar algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos no tópico matemático em causa.

2.2.3. Turma

De forma a ser feita a caracterização da turma, recorreu-se ao registo biográfico dos alunos. Esta turma era constituída por 26 alunos, sendo que 15 são rapazes e 11 são raparigas, com uma média de idades de 8 anos. Três dos alunos da turma tinham dificuldades de aprendizagem, não estando ao mesmo nível dos restantes alunos da turma. Todos os alunos residiam em localidades próximas da escola, deslocando-se esta, na sua maioria, de carro, no entanto também a pé e de bicicleta.

De uma forma geral, os alunos eram consideravelmente interessados, empenhados e bastante competitivos, no entanto, bastante conversadores e com dificuldades em se respeitarem dentro da sala. Relativamente à participação nas aulas, eram alunos muito participativos, com vontade de mostrar os seus conhecimentos e ideias, apesar de apresentarem alguma dificuldade no respeito pela sua vez de falar. Apesar de existirem alguns conflitos entre alguns alunos da turma devido a brigas insignificativas próprias da idade, os alunos tinham uma grande cumplicidade entre si, ajudando-se sempre que era

necessário. Como já foi referido, eram alunos muito interessados, principalmente quando são utilizadas estratégias e materiais diferentes para a dinamização das aulas. Gostavam, também de trabalhar, em grupo, apesar de não ser uma estratégia comum e, por isso, não estavam habituados a ela. Gostavam, ainda, de aulas nas quais podiam partilhar as suas ideias e as suas experiências, sendo que lhes agradava a interação professor/aluno e aluno/aluno.

2.2.4. Alunos caso

Coutinho & Chaves (2002) consideram que seleccionar os(s) “caso”(s) irá direccionar todo o processo de recolha de dados, pelo que esta etapa é muito importante.

Para uma selecção prévia de alguns possíveis alunos caso, numa primeira fase, realizou-se uma caracterização dos alunos utilizando o registo biográfico de cada um e procedeu-se a uma observação directa constante. Numa fase seguinte, através da audição das gravações do *focus group*, deu-se preferência aos alunos que trariam informação relevante para a investigação e foram seleccionados 8 que apresentaram várias estratégias de resolução das tarefas. Posteriormente, foram sujeitos a uma entrevista, com a intenção de verificar como expressavam as suas ideias. Para a selecção final dos alunos a participar no estudo, foram tidos em conta aqueles critérios, se apresentavam mais ou menos dificuldades a matemática e as estratégias específicas que utilizavam.

Os 3 alunos-casos apresentam as características referidas no quadro seguinte, sendo 1 o nível mais baixo e 3 o mais elevado, os nomes atribuídos são fictícios.

Critérios Alunos	Facilidade de expressão oral	Dificuldades a matemática	Diversidade de estratégias
Paulo	2	2	3
David	2	1	2
Américo	3	3	2

Fig. 15 Quadro de características dos alunos caso no que respeita aos critérios de selecção

2.3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Neste estudo, foram utilizadas como técnicas de recolhas de dados a observação directa, a recolha documental e a inquirição e instrumentos como notas de campo, registos biográficos, produções escritas dos alunos e entrevista.

2.3.1. Observação

É, principalmente, através da observação que se recolhem dados para obter informação sobre determinados aspetos da realidade (Marconi & Lakatos, 2007). Segundo as mesmas autoras, este processo “não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenómenos que se deseja estudar” (p. 88), apoiando o investigador “a identificar e a obter provas a respeito de objetivos sobre os quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam o seu comportamento” (Marconi & Lakatos, 2007, p. 88).

A presente técnica teve em conta instrumentos como notas de campo e o diário de bordo. As notas de campo consistem em pequenas notas retiradas ao longo das sessões. Por exemplo, à medida que os alunos iam resolvendo as tarefas, eram questionados como pensaram e procedia-se a um breve registo. Ainda eram escritas algumas expressões utilizadas pelos alunos durante o desenvolvimento das tarefas, que pudessem interessar ao estudo. O diário de bordo era escrito ao fim do dia, descrevendo mais pormenorizadamente o que foi realizado durante o dia, se ocorreu algum atraso, as dificuldades sentidas pelos alunos, os pontos positivos e negativos da tarefa e, por fim, algumas características relevantes sobre a tarefa ou sobre o trabalho dos alunos.

2.3.2. Recolha Documental

Para a planificação da sequência didática, foram usados o Currículo Nacional de Matemática, o Projeto Educativo da Escola, planificações da escola e o Projeto Curricular da Turma.

No que diz respeito à recolha de dados, tiveram lugar de destaque os registos biográficos, as produções dos alunos, relativas à resolução das tarefas propostas.

2.3.3. Inquirição

2.3.3.1. Focus Group

De um modo geral e segundo Carey e Asbury (2016) o *focus group* é uma entrevista em grupo destinada a recolher informação “rica e detalhada” sobre as experiências de cada um dos participantes, no âmbito do estudo que esteja a ser realizado.

Torna-se relevante que, este instrumento de recolha de dados, segundo os mesmos autores, se baseia numa sessão informal, que se segue por um conjunto de questões guia. Esta dinâmica, torna possível compreender a posição dos entrevistados relativamente à experiência explorada no *focus group*.

Relativamente ao presente estudo, a utilização deste instrumento de recolha de dados teve como objetivo obter a opinião dos alunos em relação a três aspetos relevantes para a investigação – utilização de materiais manipuláveis nas sessões e a sua importância, o processo de resolução de problemas e, por fim, a variedade e compreensão das estratégias aprendidas ao longo da resolução das tarefas.

Este *focus group* teve como base um guião de 21 perguntas (Apêndice 1), organizadas nos referidos grupos.

Inquiriram-se cinco grupos de quatro alunos, sendo que cada grupo incluiu alunos com mais dificuldades em comunicar e alunos com menos dificuldades. A gravação áudio deste *focus group* seguida da sua transcrição tornam-se dados essenciais ao presente estudo.

2.3.3.2. Entrevista

Segundo Meirinhos e Osório, (2010), “a entrevista é considerada uma interação verbal entre, pelo menos, duas pessoas: o entrevistado, que fornece respostas, e o entrevistador, que solicita informação para, a partir de uma sistematização e interpretação adequada, extrair conclusões sobre o estudo em causa” (p. 62-63). Esta técnica, segundo Yin (2005), consiste numa das principais fontes de recolha de dados de um estudo de caso.

No que se refere ao presente estudo, as entrevistas foram realizadas aos alunos caso, focando as suas resoluções das tarefas para que pudessem esclarecer a forma como pensaram e explicar as suas estratégias. Foi elaborado um guião (Apêndice 2) com as 6 questões sobre as estratégias de resolução das tarefas do guião do *focus group*, sendo também utilizadas outras questões desse mesmo guião, para se obter informação mais específica e aprofundada que viria a ser fundamental para o presente estudo.

2.4. Descrição do estudo

Neste ponto, descreve-se a sequência didática (ver Apêndice 3 – com as respetivas planificações) dando-se particular destaque à sequência de tarefas que foram criadas e a forma como foram implementadas em sala de aula.

Num primeiro momento, foi desenvolvida uma tarefa diagnóstica, para compreender o que os alunos salientam em relação ao tema abordado no presente estudo. Após um acompanhamento prévio dos alunos e da realização desta tarefa diagnóstica percebeu-se que os alunos já resolviam problemas que envolviam a multiplicação, mas encaravam-na, simplesmente, como uma adição sucessiva. Revelavam dificuldades, principalmente, na resolução de problemas que envolvia o significado combinatório da multiplicação.

Numa fase seguinte, os alunos resolveram uma sequência de tarefas, utilizando várias estratégias e apoiando-se em materiais disponibilizados. As tarefas propostas foram adaptadas das provas de aferição de matemática do 2.º ano de escolaridade, publicadas no site do IAVE e realizadas individualmente. As tarefas que fizeram parte da sequência de tarefas foram realizadas individualmente, organizadas em seis sessões com conjuntos de problemas.

Durante a sua resolução, foi importante circular pelos alunos e insistir para que explicassem como estavam a pensar e esclarecessem a estratégia utilizada. No final da sua resolução, procedeu-se à discussão de algumas das estratégias usadas pelos alunos e registadas no quadro. Com base em tais estratégias, a professora introduziu novas formas de resolver os problemas envolvendo a multiplicação e/ou reforçou algumas estratégias. Deu-se particular destaque ao modelo de área, à notação horizontal e na notação vertical, em particular ao algoritmo na sua forma expandida.

Finalizada a implementação da sequência didática, seguiu-se a realização de um *focus group*, com grupos de quatro alunos. Ainda nesta fase final, foi realizada uma entrevista individual aos alunos selecionados, de forma a compreender melhor algumas das suas produções.

Especifique-se em que consistem e como foram exploradas as tarefas, com a resolução das quais se pretende uma aproximação ao algoritmo convencional, simplificado, da multiplicação. Para além de se pretender o desenvolvimento de competências relativas a este tópico, espera-se que os alunos também desenvolvam capacidades de resolução de problemas, incluindo as suas etapas e diferentes estratégias de resolução e, por fim, também se pretende que desenvolvam a comunicação matemática. Para tal, foram elaboradas seis tarefas.

2.4.1. Tarefa diagnóstica

A tarefa diagnóstica (Apêndice 3, plano diário de 7 de maio) é constituída por três problemas relacionados com a operação multiplicação, envolvendo os significados combinatório (1 problema) e aditivo (2 problemas). Estes últimos problemas envolvem soluções de ordem das centenas.

A sessão que envolveu a tarefa diagnóstica decorreu no tempo de uma hora e meia, compreendendo a resolução individual e discussão coletiva dos problemas e das várias resoluções que eram pedidas. Numa primeira fase, distribuiu-se o enunciado aos alunos e eles resolveram os três problemas definidos para esta tarefa na folha com o próprio enunciado, podendo recorrer à utilização de materiais manipuláveis como, feijões, caricas, rolhas. À medida que os iam resolvendo, eram feitas algumas questões de forma a compreender a estratégia utilizada ou a forma como pensaram. No final da resolução, foram selecionados alguns alunos que apresentaram e justificaram, no quadro, estratégias interessantes que serviram de mote à discussão que se seguiu. Tais estratégias, em ambos os problemas envolveram essencialmente esquemas, estratégias aditivas e multiplicativas.

Explicitando, no primeiro problema, foi utilizada uma estratégia com materiais manipuláveis, nomeadamente tampas de plástico para representar as combinações possíveis. Seguidamente, realizou-se um esquema com as imagens do enunciado, ligando-as umas às outras para perceber quais as combinações possíveis. As estratégias aditivas e multiplicativas surgiram através da observação do esquema, sendo estas $3 + 3 + 3 = 9$ e $3 \times 3 = 9$, respetivamente.

No segundo problema, usou-se uma estratégia aditiva em esquema, no qual se dispõe uma adição sucessiva do 6. Num segundo passo, agrupam-se as parcelas duas a duas facilitando os cálculos. De seguida, com os resultados, volta-se a agrupar e assim sucessivamente até se obter o resultado final. Depois, avançou-se para mais uma estratégia aditiva, adicionando-se sucessivamente 6 ao resultado anterior da tabuada, para se obter o resultado 6×24 . Depois destas duas estratégias, avançamos para uma estratégia multiplicativa – $6 \times 20 = 120$, $6 \times 4 = 24$ e $120 + 24 = 144$. Daqui, avançou-se para a notação vertical não condensada – decompondo 24 em $20 + 4$ e aplicando a propriedade da multiplicação em relação à adição. No final, adicionaram-se os produtos.

Finalmente, a resolução do terceiro problema iniciou-se com uma estratégia utilizada na resolução do problema anterior – a adição em esquema. Nesta, dispôs-se a adição

sucessiva do 64. Num segundo passo, calculou-se a adição das dezenas, de seguida, a adição das unidades e no final, adicionaram-se ambos os resultados. Aproveitou-se para avançar para uma estratégia multiplicativa – $60 \times 14 = 840$, $4 \times 14 = 56$ e por fim, $840 + 56 = 896$. Quando terminada esta última estratégia referida, avançou-se para a notação vertical não condensada tendo sido usado o mesmo raciocínio – $60 \times 14 = 840$, $4 \times 14 = 56$ e $840 + 56 = 896$. Na presente discussão e resolução do problema, não foram utilizados materiais manipuláveis.

No que diz respeito às etapas de resolução de problemas, desde o primeiro ao terceiro problema, começou-se por ler e interpretar o enunciado e retirar os dados relevantes. Seguidamente, dialogou-se sobre o que se pretendia e como se poderia resolver. Numa fase seguinte, alguns alunos foram ao quadro explicar aos restantes colegas a estratégia que utilizaram e como pensaram. Finalmente, como se usou mais do que uma estratégia para a resolução dos problemas e todas conduziram ao mesmo resultado, conclui-se que a resposta deveria estar correta e seguiu-se para a leitura do enunciado para que se pudesse elaborar a resposta ao problema.

2.4.2. Tarefa da segunda sessão

A tarefa da segunda sessão (Apêndice 3, plano diário de 8 de maio – parte da manhã) é constituída por dois problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação e soluções da ordem das dezenas e das centenas, respetivamente. Pretendia-se, com a presente tarefa, que os alunos usassem várias estratégias de resolução, evoluindo de estratégias aditivas para estratégias envolvendo a notação horizontal e a notação vertical não condensada.

Esta segunda sessão ocupou uma hora e meia, compreendendo a resolução individual e discussão coletiva dos problemas. Assim sendo, num primeiro momento, os alunos resolveram os dois problemas, na própria folha do enunciado e com recurso a materiais manipuláveis, como, feijões, caricas, rolhas, material multibásico. À medida que iam resolvendo, foram levantadas questões que permitissem compreender a estratégia utilizada ou a forma como pensaram. No final da resolução, foram selecionados alguns alunos que usaram estratégias interessantes de resolução para as partilhar com os colegas.

Para a discussão, foram valorizadas estratégias envolvendo o uso de material didático, aditivas e multiplicativas. No primeiro problema, iniciou-se a sua resolução com a

leitura do enunciado e com a recolha dos dados necessários à sua resolução. De seguida, dialogou-se sobre o que se pretendia com o problema e como se poderia resolver. Foram utilizadas estratégias multiplicativas, avançando para a notação horizontal e a notação vertical não condensada. A primeira estratégia que surgiu tirou partido no material multibásico. O aluno explicou como utilizou o material e registou no quadro a forma como pensou – fez 23 montes de duas barras e 3 cubinhos colocando, como cálculos auxiliares, $23 + 23 + 23 + 23 = 92$. Seguidamente, ao observar o esquema com o material multibásico e utilizando uma estratégia de outro aluno, avançou-se para o cálculo multiplicativo – $4 \times 20 = 80$, $4 \times 3 = 12$ e $80 + 12 = 92$. No final, esta estratégia foi utilizada para abordar a notação horizontal com os alunos, $4 \times 23 = 4 \times (20 + 3) = (4 \times 20) + (4 \times 3) = 80 + 12 = 92$. Utilizando os mesmos cálculos, avançou-se para a representação vertical da multiplicação, para que percebessem a relação entre tais representações. No final da resolução do problema, leu-se, de novo, a questão problema e respondeu-se de forma correta e completa.

No segundo e último problema da segunda sessão, seguiram-se todos os passos da resolução de problemas mencionados anteriormente. Na fase de implementação das estratégias pensadas, a maior parte dos alunos utilizou estratégias aditivas. Como tal, iniciou-se com uma destas estratégias – decompôs-se o 53 em $50 + 3$ e apresentou-se a adição sucessiva do 50 e do 3, 13 vezes. No final, em diálogo com os alunos, concluiu-se que seria mais rápido e elegante resolver 50×13 e 3×13 e adicionar os resultados intermédios para obter o final. Numa fase seguinte, passou-se para as representações horizontal e vertical da multiplicação, utilizando o mesmo raciocínio – 10×53 , 3×53 e $530 + 159$. Não foi utilizado o material manipulável para a correção deste problema.

2.4.3. Tarefa da terceira sessão

A tarefa da terceira sessão (Apêndice 3, plano diário de 8 de maio – parte da tarde) é constituída por dois problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação, que suscitou dúvidas e dificuldades aos alunos. Assim sendo, pretendia-se, com a sua resolução, que os alunos compreendessem melhor este significado da multiplicação e, também, aprofundassem diversas estratégias de resolução envolvendo notação horizontal e notação vertical expandida.

Esta sessão demorou uma hora e meia. Primeiramente, os alunos resolveram o primeiro problema com diversas estratégias e podendo usar materiais manipuláveis como,

material multibásico, feijões, caricas. Seguidamente, foram analisadas algumas produções dos alunos e foram exploradas novas estratégias de resolução de problemas combinatórios. É ainda de referir que na correção e discussão deste problema, todas as etapas de resolução de problemas foram tidas em conta e de forma cuidada. Como esta parte demorou bastante tempo, a resolução do segundo problema passou para a sessão seguinte.

Para a resolução do primeiro problema, começou-se por usar um esquema feito por um aluno e avançou-se para a construção, conjunta, de uma tabela de dupla entrada. Daí, passou-se para o modelo de área. Os alunos tinham, cada um, o seu conjunto de peças do material multibásico e, à medida que se ia avançando na resolução do problema, os discentes iam acompanhando com o material. Perante os cálculos finais com o material multibásico – $(6 \times 10) + (6 \times 4)$ – avançou-se para a notação horizontal e, de seguida, para a notação vertical expandida, utilizando o mesmo raciocínio.

A resolução e discussão deste problema ocupou o tempo da terceira sessão, sendo que a discussão do segundo problema teve de passar para a sessão seguinte.

2.4.4. Tarefa da quarta sessão

Na quarta sessão só se trabalhou o 1º problema (Apêndice 3, plano diário de 9 de maio) para que se pudesse concluir a sessão anterior.

Para a resolução do problema que não foi trabalhado na sessão anterior, instigou-se os alunos a usarem estratégias abordadas nessa aula.

A sessão ocupou uma hora e meia. Numa primeira fase, os alunos resolveram o segundo problema da aula anterior e, depois, foi feita a discussão em grupo, no quadro. Durante esta discussão, foram exploradas as estratégias que tinham sido introduzidas na resolução do primeiro problema da sessão anterior e esclareceram-se dúvidas que alguns alunos sentiam. Primeiramente, usou-se um esquema, criado por um aluno, de seguida, utilizou-se o material multibásico para exemplificar o modelo de área. Foi um aluno que explicou como pensou e implementou esta estratégia. Depois, passou-se para as representações horizontal e vertical da multiplicação. Nesta discussão, tal como nas anteriores, foram alertadas e seguidas, com cuidado, as etapas de resolução de problemas.

Seguidamente, iniciou-se a resolução do problema da presente sessão, com ajuda do material multibásico. Enquanto os alunos resolviam o problema, ia-se-lhes sendo pedido que

explicassem as estratégias utilizadas e, em alguns casos, questionava-se como pensaram. A discussão coletiva teve de passar para a sessão seguinte, por falta de tempo.

2.4.5. Tarefa da quinta sessão

A tarefa da quinta sessão (Apêndice 3, plano diário de 10 de maio – parte da manhã) é constituída por dois problemas envolvendo, novamente, os significados aditivo e combinatório da multiplicação. Para a sua resolução, deviam ser usadas as várias estratégias que aprenderam, principalmente envolvendo a notação horizontal e notação vertical, mesmo na forma condensada – analisada na correção do problema da quarta sessão, no início da sessão presente.

A sessão teve a duração de uma hora e meia, iniciando-se a aula com a conclusão da sessão anterior. Nesta discussão, utilizou o material multibásico e estratégias multiplicativas, tirando-se partido das notações horizontal e vertical. Aproveitou-se a notação vertical expandida para se avançar para uma versão mais condensada, numa aproximação ao algoritmo convencional. A discussão da resolução do problema teve em conta todas as etapas de resolução de problemas, iniciando-se com a leitura e recolha dos dados relevantes. Seguidamente, alguns alunos apresentaram estratégias que pensaram e utilizaram. Então, iniciou-se a correção com o material multibásico, utilizando-o para exemplificar o modelo de área, seguido da representação horizontal – $23 \times 24 = (20 + 3) \times (20 + 4) = (20 \times 20) + (20 \times 4) + (3 \times 20) + (3 \times 4) = 400 + 80 + 60 + 12 = 400 + 150 + 2 = 552$. Numa fase seguinte, avançou-se para a estratégia vertical expandida, utilizando-se a mesma estratégia de cálculo. No final, avançou-se da representação vertical expandida para a sua versão mais condensada.

Durante a resolução da tarefa da presente sessão, como se pretendia que os alunos desenvolvessem a autonomia, a ajuda foi reduzida, mantendo-se as questões relativas à explicação das estratégias utilizadas e à forma como pensaram. Os alunos resolveram os dois problemas e, no final, foi realizada a discussão em grupo, no quadro. Na discussão do primeiro problema, foram tidos em conta diferentes estratégias. Iniciou-se com um esquema, passando-se para uma estratégia de adição sucessiva em esquema (já explicada anteriormente). Depois, avançou-se para estratégias multiplicativas, tendo sido utilizadas as representações horizontal e vertical na sua forma expandida e condensada.

Na discussão do segundo problema, tal como nos problemas anteriores, foram tidos em conta todas as etapas da resolução de problemas. Na fase da implementação das

estratégias, não se utilizou material didático, avançando-se para a representação horizontal da multiplicação – $5 \times 104 = (5 \times 100) + (5 \times 4) = 500 + 20 = 520$ e, de seguida, avançou-se para a representação vertical na sua forma mais expandida e na sua forma mais condensada. No final, verificou-se que o resultado obtido com a implementação das três estratégias era o mesmo e, depois de ler novamente o enunciado, elaborou-se a resposta correta e completa.

2.4.6. Tarefa da sexta sessão

A tarefa da última sessão (Apêndice 3, plano diário de 10 de maio – parte da tarde) é constituída por dois problemas, envolvendo o significado aditivo e combinatório da multiplicação. Com esta sessão, pretendeu-se avaliar a evolução das aprendizagens dos alunos ao longo das sessões. Assim, os alunos deviam avançar para o cálculo multiplicativo, principalmente usando a notação vertical condensada. Nesta discussão, depois de perceber que a maioria dos alunos apenas usou as notações horizontal e vertical, exploraram-se no quadro algumas das estratégias anteriormente abordadas e que não foram utilizadas pelos alunos, como o modelo de área, a notação vertical condensada e tabela de dupla entrada.

A sessão durou uma hora e meia, compreendendo a resolução autónoma e posterior discussão dos problemas. Tal como em todas as sessões, os problemas deviam ser resolvidos individualmente na folha do enunciado utilizando várias estratégias e justificando-se sempre a forma como pensaram.

Relativamente ao primeiro problema, partindo-se das estratégias que os alunos utilizaram, avançou-se para uma tabela de dupla entrada onde, de um lado, se dispuseram as imagens de animais e, do outro, as imagens dos habitats. Para o respetivo cálculo, usou-se o modelo de área, tirando-se partido do material multibásico. Depois, usou-se a correspondente notação horizontal e vertical expandida e, por fim, a representação vertical na sua versão condensada.

Finalmente, na discussão da resolução do último problema, tal como em todos os outros, foram tidas em conta todas as etapas de resolução de problemas. As primeiras estratégias utilizadas foram a representação horizontal e vertical da multiplicação, que foram as mais utilizadas pelos alunos. De seguida, avançou-se para a representação vertical condensada da multiplicação. Nesta discussão não foi utilizado o material multibásico. Seguiram-se as últimas etapas de resolução de problemas, para se chegar à solução e resposta ao problema.

2.5. Tratamento dos dados

Os dados recolhidos são de natureza qualitativa, como já foi referido e foram alvo de uma análise de conteúdo orientada por categorias de análise de acordo com o esquema seguinte.

Categorias de análise		Subcategorias
Etapas de resolução		<ul style="list-style-type: none"> - Compreensão do enunciado; - Planificação de estratégias; - Implementação de estratégias; - Avaliação da razoabilidade da solução.
Multiplicação – Estratégias de resolução em função dos significados	Significado Aditivo	<ul style="list-style-type: none"> - Estratégias ativas, icónicas ou simbólicas: <ul style="list-style-type: none"> • Gerais – fazer uma simulação/dramatização; Fazer tentativas; Reduzir a um problema mais simples; Fazer uma lista organizada; Trabalhar do fim para o princípio; Fazer um desenho ou um esquema; Usar dedução lógica. • Específicas – Aditivas; Notação Horizontal; Modelo de Área; Notação Vertical expandida; Notação Vertical condensada.
	Significado Combinatório	
Materiais didáticos	Significado Aditivo	<ul style="list-style-type: none"> - Uso (sim ou não); - Porquê; - Em que problemas; - Como? - Importância que lhe atribui.
	Significado Combinatório	

Fig. 16 Quadro organizador das categorias orientadoras da análise de conteúdo do presente estudo

Relativamente à resolução de problemas, as suas subcategorias incidem sobre as etapas de resolução de problema, sendo estas a compreensão do problema, planificação de estratégias, implementação de estratégias e avaliação da razoabilidade da solução. Outra das categorias foca-se na multiplicação e, em particular, nas estratégias de resolução apresentados em função dos significados da multiplicação, tais como – por recurso a esquema, desenhos, estratégias gerais e específicas aditivas, notação horizontal, notação vertical expandida ou condensada. Finalmente, no que diz respeito aos materiais didáticos, analisou-se se foram utilizados, quais, porquê, como, em que circunstâncias e a sua importância para a aprendizagem.

Os resultados da referida análise serão apresentados no capítulo seguinte de forma descritiva, sendo evidenciadas algumas afirmações feitas principalmente através de digitalizações de produções das crianças, transcrições do diário de bordo e das entrevistas.

CAPÍTULO III – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, pretende-se apresentar e discutir os resultados obtidos no âmbito do estudo empírico. Em particular, relativos às etapas de resolução dos problemas propostos, tentando-se perceber, em função dos diversos significados da multiplicação quais as estratégias utilizadas e a evolução relativa a aspetos operatórios da multiplicação, de cada um dos casos. Também se pretende perceber a opinião dos alunos sobre a abordagem didática, em particular sobre as diversas estratégias de cálculo relativas à multiplicação e sobre a resolução de problemas e sobre os materiais didáticos.

Inicia-se com uma breve apresentação de cada aluno caso, focando algumas características pessoais e de relação com a escola. Numa fase seguinte, será analisado o trabalho de realização das tarefas, mobilizando-se resultados que foram obtidos através da observação direta, e participante, de conversas informais durante a realização das mesmas anotadas, no diário de bordo e, finalmente, da entrevista individual.

É de referir que a planificação da sequência didática foi elaborada tendo em conta o público-alvo, as competências a desenvolver, os conteúdos a lecionar e métodos e estratégias, recursos e modos de avaliação alinhados com as mais recentes orientações para a Matemática. A sequência de tarefas estava relacionada com as restantes disciplinas, contendo temas que se estavam a trabalhar na altura. As tarefas foram realizadas individualmente.

Pretende-se apresentar uma descrição sumária de episódios significativos ocorridos e que dizem respeito a cada uma das categorias definidas, optando por não apresentar um relato integral de todas as tarefas.

O Caso Paulo

Este aluno era bastante interessado, apesar de distraído e pouco participativo.

Foi selecionado como aluno caso por ter um aproveitamento médio-baixo, embora se esforçasse por compreender e obter bons resultados. Além disso, tinha alguma facilidade em comunicar o seu raciocínio e apresentava alguma diversidade de estratégias de resolução das tarefas.

1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação

Em relação à primeira sessão (diagnóstica), é importante analisar as estratégias de resolução dos dois últimos problemas. No que diz respeito ao segundo problema desta

[illegible]

Verifica-se que o aluno apresentou uma só estratégia, aditiva, usando cálculos auxiliares relacionados com esta. Em entrevista, o Paulo disse que apenas utilizou uma estratégia, pois não conseguia pensar em mais, acrescentando que era sempre assim que resolvia todos os problemas na escola.

Para a resolução deste problema, o aluno não utilizou materiais manipuláveis – “comecei a utilizar mas, depois, como ia ter de usar muitos, não quis mais”. No entanto, disse ainda que estes materiais o ajudaram a perceber qual o cálculo a utilizar.

46

situação, o aluno limitou-se a dizer “quando faço uma conta e chego ao resultado, escrevo a resposta”, não dando importância à fase de avaliação do resultado.

Relativamente ao terceiro problema ainda desta primeira sessão, o Paulo continuou a mostrar preocupação com a leitura e compreensão do enunciado. Esta preocupação é visível através da utilização dos dados adequados na estratégia de resolução que pensou, no entanto não teve sucesso na sua concretização (ver a figura seguinte).

Handwritten mathematical work showing a multiplication attempt. On the left, the equation $14 \times 64 = 126$ is written. On the right, a vertical multiplication is shown with 2014 at the top, 64 below it, and 126 at the bottom, separated by a horizontal line. A circled 4 is next to the 2014 .

Fig. 18 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 3 da primeira sessão

Observando a figura, compreende-se que o aluno preferiu a utilização de uma estratégia multiplicativa. No entanto, não conseguiu concluí-la com sucesso. Na entrevista, o Paulo referiu que utilizou “a multiplicação e não a adição porque eram números grandes”. Tentou usar o algoritmo convencional da multiplicação mas sem sucesso. Segundo a explicação oral do Paulo e como se percebe pela leitura da figura, limitou-se a, primeiramente, multiplicar as unidades pelas unidades (4×4) e as dezenas pelas dezenas (considerando 2×6), descurou a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Esta foi a única estratégia utilizada na resolução deste problema, sendo que também não utilizou materiais manipuláveis. Disse, na entrevista, o mesmo que já tinha referido anteriormente – “Para conseguir chegar ao resultado, ia precisar de muitos materiais e depois ia ter de copiar para o papel e ia demorar muito tempo”.

Na fase final da resolução do problema, o aluno, curiosamente, apresentou uma resposta com um resultado correto mas diferente do que obteve no cálculo (ver a figura seguinte). No final da sessão, foi questionado como chegou ao resultado que apresentou na resposta e respondeu “tinha-me esquecido de escrever a resposta e, durante a correção, copiei do quadro”.

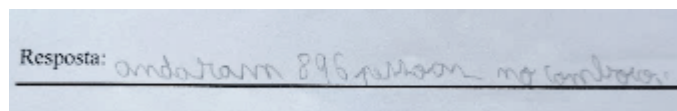


Fig. 19 Resposta do Paulo ao problema 3 da primeira sessão

Avançando para a segunda sessão, em relação ao primeiro problema, o aluno continuou a revelar cuidado na leitura e compreensão do enunciado, patente na estratégia de resolução que pensou e que implementou com sucesso. Verifica-se que utilizou a representação vertical (ver figura 18 - esquerda), mas somente para registrar o resultado que obteve aditivamente, a partir da decomposição do 23, em $20 + 3$, e da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (ver a figura 20 – direita). Para os cálculos intermédios, também usou a adição fazendo o registo na horizontal.

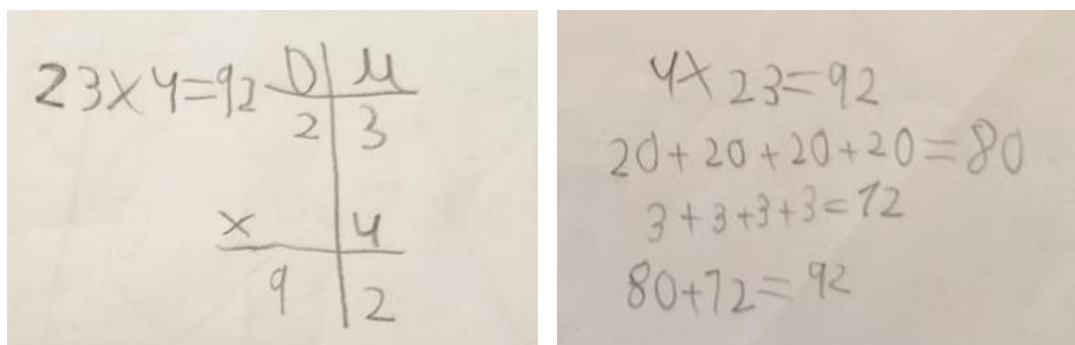


Fig. 20 Estratégias de resolução utilizadas pelo Paulo no problema 1 da segunda sessão

O aluno confirmou, oralmente, que foi através dos cálculos auxiliares que chegou ao resultado que apresentou na estrutura vertical. Durante a entrevista, apresentou uma outra estratégia, mais condensada, envolvendo o conceito de multiplicação como adição sucessiva (ver a figura seguinte). Pela representação esquemática, verifica-se que ainda usou a propriedade associativa da adição.

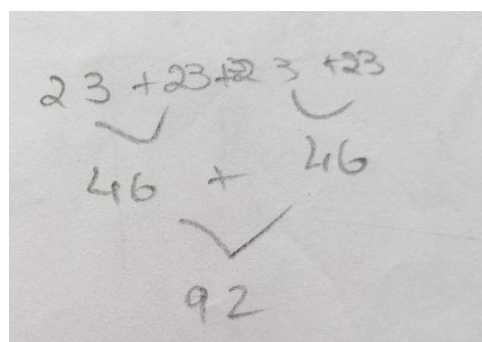


Fig. 21 Estratégia aditiva utilizada pelo Paulo na resolução do problema 1 da segunda sessão

Na última etapa da resolução do problema, o Paulo já revelou alguma atenção e cuidado, apresentando uma resposta ao problema e coerente com o resultado dos seus cálculos. No

entanto, ainda continuou sem confirmar os cálculos e confrontar o resultado com o enunciado, dizendo isso mesmo no final da sessão, quando foi confrontado com o assunto.

Relativamente ao segundo problema, ainda da segunda sessão, o Paulo continuou a revelar preocupação com a leitura e interpretação do enunciado, escrevendo dados do problema no espaço de resolução do problema (ver a figura seguinte).

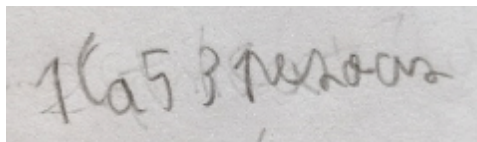


Fig. 22 Dados do enunciado escritos pelo Paulo na resolução do problema 2 da segunda sessão

O aluno começou por utilizar uma estratégia que, entretanto, apagou. Depois de ser questionado sobre o que ia fazer, o aluno disse “ia fazer um esquema, mas como ia ser muito grande não continuei e passei para a conta”.

Para a resolução deste problema, o aluno continuou a valorizar a estratégia da adição sucessiva, e por recurso a um esquema, como já tinha sido observado em resoluções anteriores. Tal como confirmou oralmente, agrupou os treze 53 em grupos de dois e procedeu a adições sucessivas (ver a figura seguinte).

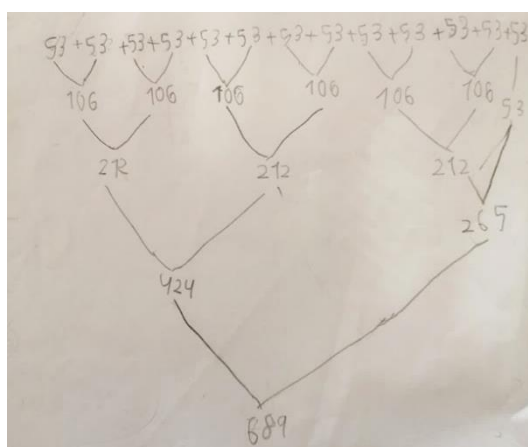


Fig. 23 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 2 da segunda sessão

Nesta sessão, nos dois problemas, o aluno não utilizou materiais manipuláveis, justificando-o por serem números “grandes”, porque iria ser preciso muitos materiais e ia ser difícil copiar tudo para o papel. No entanto, o aluno começava sempre por pegar em materiais desistindo, mais tarde, da ideia de os utilizar.

Ainda neste último problema, na fase de avaliação, o aluno respondeu ao problema e, quando foi confrontado sobre o resultado, disse que a única coisa que fez foi ir confirmar se os cálculos que tinha realizado estavam corretos.

No que diz respeito ao único problema da quarta sessão, o aluno caso continuou a ler e a interpretar o enunciado com atenção, patente nas estratégias de resolução que pensou e que implementou com sucesso (ver a figura seguinte).

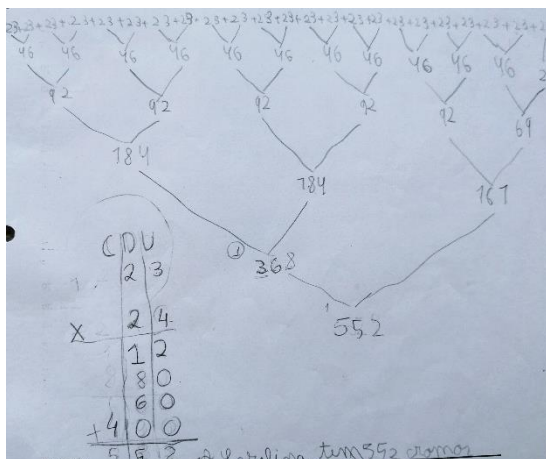


Fig. 24 Estratégia utilizada pelo Paulo na resolução do problema 1 da quarta sessão

Como se pode observar na figura anterior, o Paulo utilizou a adição sucessiva, em esquema, como já tinha feito anteriormente, mas também a multiplicação expandida na representação vertical, considerando que $23 \times 24 = (4 \times 3) + (4 \times 20) + (20 \times 3) + (20 \times 20) = 12 + 80 + 60 + 400$. Relativamente à primeira estratégia utilizada, foi questionado o porquê da sua utilização e o Paulo respondeu “é uma maneira fácil de resolver, mas preciso de mais tempo”. Disse, ainda, que era uma estratégia que já conhecia, daí utilizar com maior facilidade. Como segunda estratégia, o aluno usou, com sucesso, o algoritmo expandido da multiplicação na representação vertical.

Para auxiliar a resolução deste problema, estavam disponíveis materiais manipuláveis, incluindo o multibásico. O Paulo utilizou o último referido para aplicar o modelo de área (trabalhado na terceira sessão, relativa ao significado combinatório da multiplicação), no entanto, não o registou na folha. Durante a implementação desta estratégia, o aluno disse que o modelo de área o ajudou a perceber os cálculos intermédios e a confirmar os resultados a que chegou com as outras estratégias que utilizou.

Na fase final, o aluno já revelou, portanto, uma maior preocupação com a confirmação do resultado e a apresentação de uma resposta completa. Ainda referiu que foi ler o enunciado, mais uma vez, para o poder fazer (ver a figura anterior).

No último problema da quinta sessão, o aluno manteve a preocupação pela leitura e interpretação do enunciado. Fruto da observação direta, foi notório um maior tempo dado à leitura e que, só depois de pensar, é que passou para a conceção de um plano e para a

realização dos respectivos cálculos. Neste problema, o aluno utilizou apenas duas estratégias, valorizando as representações vertical e horizontal da multiplicação (ver a figura seguinte).

Handwritten work showing two strategies for calculating 19×36 .

Vertical Strategy (Left):

0	0	0
1	9	
<hr/>		
3	6	
<hr/>		
5	4	
6	0	
<hr/>		
3	0	0
1	9	0
<hr/>		
6	8	4

Horizontal Strategy (Right):

$$19 \times 36 = 19 \times (30 + 6) = (19 \times 30) + (19 \times 6)$$

$$= 570 + 114 = 684$$

Fig. 25 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da quinta sessão

Como pode ser observado na figura, na representação vertical, usa a versão expandida considerando que $9 \times 36 = (6 \times 9) + (6 \times 10) + (30 \times 10) + (30 \times 9) = 54 + 60 + 300 + 270$. Na representação horizontal, o aluno apresenta uma versão mais condensada – $19 \times 36 = 19 \times (30 + 6) = (19 \times 30) + (19 \times 6)$. Relativamente a estas estratégias aprendidas, disse na entrevista – “são mais fáceis e chego logo ao resultado”. Nesta tarefa, o aluno não utilizou materiais manipuláveis.

Na fase final de resolução do problema, o Paulo escreveu uma resposta completa (ver a figura seguinte) apresentando indícios de que leu novamente o enunciado do problema.

Resposta: Os colegas da carolina tinham o total 684.

Fig. 26 Resposta do Paulo ao problema 2 da quinta sessão

E utilizou mais do que uma estratégia para confirmação dos resultados dos cálculos. Em entrevista, o aluno disse que utilizar mais do que uma estratégia o ajudava a perceber se a resposta estava correta.

2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação

Relativamente a este significado da multiplicação, esteve presente no primeiro problema da primeira sessão (diagnóstica). O Paulo cuidou da leitura e interpretação do enunciado, preocupação que está visível nas estratégias de resolução que pensou e que implementou com sucesso (ver a figura seguinte).

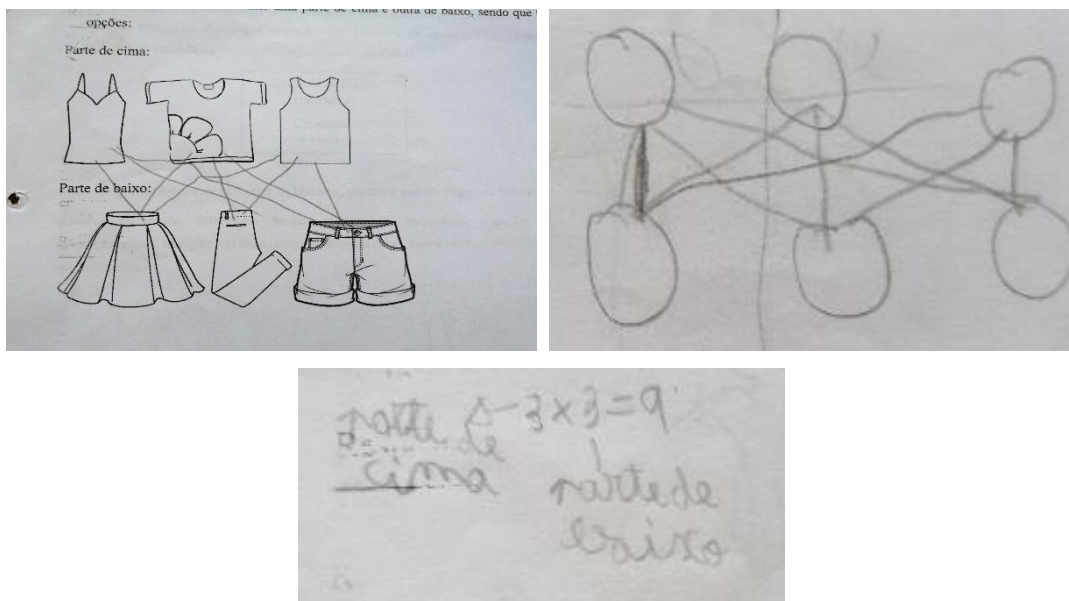


Fig. 27 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da primeira sessão

Como se pode observar, foi utilizada como estratégia de resolução um esquema, aproveitando as imagens presentes no enunciado e um cálculo multiplicativo. O aluno, estabeleceu ligações entre as peças de roupa e, posteriormente, representou a situação esquematicamente para perceber quantos conjuntos diferentes poderiam ser feitos com as partes de cima e as partes de baixo. De seguida, pelo que disse em entrevista, efetuou o cálculo relacionado com o esquema, $3 \times 3 = 9$, e explicou que a primeira parcela se refere às partes de cima e a segunda às partes de baixo, pois cada uma pode ser utilizada três vezes. O Paulo ainda utilizou material manipulável e exemplificou. Utilizou 6 tampas de plástico diferentes representando, cada uma, uma peça de roupa. Fez as diferentes combinações com as tampas e, no final, representou-as através de um esquema idêntico ao que tinha feito.

Numa última fase, o aluno apresentou uma resposta completa com base nas diferentes estratégias que conduziram ao mesmo resultado, permitindo verificar que o mesmo estaria correto.

Na terceira sessão, o aluno revelou, tal como em todas as sessões anteriores, atenção e preocupação com a leitura e interpretação do enunciado, patente nas estratégias de resolução pensadas e que foram implementadas (ver a figura seguinte).

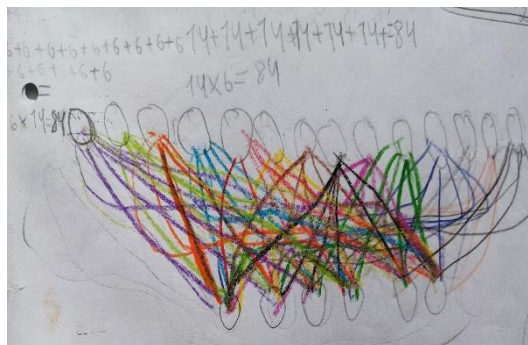


Fig. 28 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 1 da terceira sessão

Numa primeira fase, o Paulo utilizou um esquema que serviu, segundo o aluno, para que compreendesse o cálculo que teria de realizar. Mas “o esquema ficou muito confuso, por isso tive de arranjar outra forma de chegar à resposta”.

Depois desta estratégia, o aluno voltou a usar uma estratégia aditiva. Decompôs o número 14 em 4 unidades e 1 dezena e registou a adição sucessiva de cada um, 6 vezes. Quando, durante a realização do problema, lhe foi pedido para explicar o que estava a fazer, o aluno referiu que utilizou a multiplicação para chegar ao resultado das adições mais rapidamente, sendo que, no caso $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$, realizou 6×10 e no caso da adição sucessiva do 4, efetuou 6×4 . Finalmente, adicionou as somas para obter a resposta. Durante a realização deste problema, o aluno ainda tentou utilizar o material multibásico, mas ficou um pouco perdido e desistiu da sua utilização.

Na fase final de explicação e avaliação da resolução, o aluno caso apresentou uma resposta completa, que confirma a possível releitura do enunciado mas só usou uma estratégia viável para chegar ao resultado.

Ainda nesta sessão, no que diz respeito ao segundo problema, é importante referir que, depois do primeiro problema ter sido corrigido em conjunto para se chegar ao modelo de área e às representações horizontal e vertical da multiplicação, era esperado que estas mesmas estratégias fossem utilizadas pelo aluno na resolução deste mesmo problema.

Depois da leitura e compreensão do enunciado, patente nas estratégias de resolução pensadas pelo aluno, tentou implementar quatro estratégias (ver a figura seguinte).

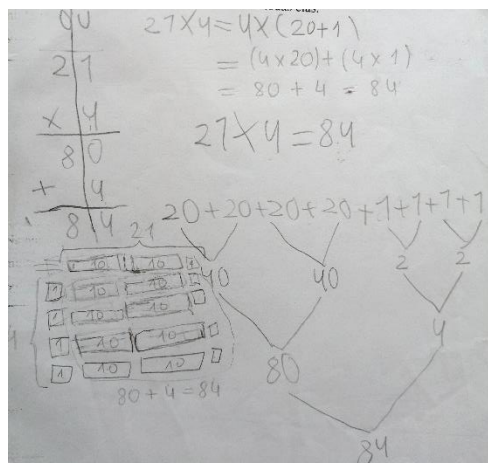


Fig. 29 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução do problema 2 da terceira sessão

Primeiramente, o aluno realizou o modelo de área com o material multibásico, fazendo-o e representando no papel para calcular 4×21 . Para esta estratégia, o aluno utilizou o material multibásico, tendo disposto 4 cubinhos na vertical para representar o 4 e duas barras e um cubinho na horizontal para representar o 21. Depois, foi preenchendo o seu interior com barras e cubinhos. No final, adicionou as dezenas (barras) e as unidades (cubinhos) obtidas neste modelo de área. Depois, aplicou a estratégia de adição sucessiva em formato de esquema, utilizada anteriormente, obtendo o mesmo resultado. Após ter finalizado estas duas estratégias, avançou para a representação vertical da multiplicação, na sua forma extensa – $21 \times 4 = (4 \times 20) + (4 \times 1) = 80 + 4$. O aluno, tal como das outras vezes, indicou todos os passos intermédios fazendo a adição final e chegando ao mesmo resultado das estratégias anteriores. Finalmente, o aluno iniciou a representação horizontal, começando por considerar, $21 \times 4 = 4 \times (20 + 1)$. Como estava com algumas dúvidas, continuou a sua resolução com a minha ajuda.

Na resolução deste problema, o aluno utilizou o material multibásico para apoiar a utilização do modelo de área. Na entrevista, o aluno disse que este material o ajudou a compreender melhor os passos das novas estratégias que aprendeu. Disse, ainda, que os materiais o ajudaram na resolução de tarefas “porque, se fingir que os materiais são o que fala o problema, ajuda na conta que tenho de fazer”.

Na fase final, o Paulo, como apresentou diversas estratégias com o mesmo resultado, ficou bastante confiante, querendo ir ao quadro na fase de apresentação e discussão da resolução. Na folha de resolução, apresentou também a resposta completa, revelando cuidado nesta fase avaliativa da solução.

Finalmente, na sexta e última sessão, o Paulo, tanto no primeiro problema (significado combinatório), como no segundo (significado aditivo), tal como em todos os outros problemas, revelou cuidado com a leitura e interpretação do enunciado, como se pode inferir pelas estratégias de resolução pensadas e que foram implementadas com sucesso (ver a figura seguinte).

The left photograph shows two handwritten calculations. At the top, a horizontal multiplication is shown: $12 \times 34 = 12 \times (30 + 4) = (12 \times 30) + (12 \times 4) = 48 + 90 = 138$. Below this, a vertical multiplication is shown: 34×12 , with the result 408.

The right photograph shows two handwritten calculations. At the top, a horizontal multiplication is shown: $6 \times 143 = 6 \times (100 + 40 + 3) = (6 \times 100) + (6 \times 40) + (6 \times 3) = 600 + 240 + 18 = 858$. Below this, a vertical multiplication is shown: 143×6 , with the result 858.

Fig. 30 Estratégias utilizadas pelo Paulo na resolução dos problemas 1 (**esquerda**) e 2 (**direita**) da última sessão

Como pode ser observado na duas figura anterior, o aluno valorizou duas das estratégias aprendidas com as sessões e tarefas trabalhadas com a sequência didática, as representações vertical e horizontal da multiplicação. No primeiro problema desta sessão, relativo ao significado combinatório da multiplicação, o aluno resolveu utilizando duas estratégias, tal como já foi referido. Na primeira, a representação horizontal da multiplicação, o aluno pensou da seguinte forma – $12 \times 34 = 12 \times (30 + 4) = (12 \times 30) + (12 \times 4) = 48 + 90$. Como pode ser observado, o aluno apresenta erros de cálculo, com os quais foi confrontado em entrevista. Disse que o 48 era o resultado de 12×4 e o 90 era o resultado de 12×30 , no entanto, quando disse este último resultado, percebeu que estava alguma coisa incorreta. O mesmo aconteceu quando analisou, para a sua segunda estratégia de resolução, a representação vertical da multiplicação na sua forma mais extensa. Nesta, o aluno considerou que $34 \times 12 = (2 \times 4) + (2 \times 30) + (10 \times 4) + (10 \times 30) = 8 + 60 + 40 + 30$. Desta forma, decidiu resolver novamente o problema, reformulando as estratégias que tinha utilizado (ver a figura seguinte).

$$12 \times 34 = 12 \times (30 + 4) = (12 \times 30) + (12 \times 4) = 360 + 48 = 408$$

1	2
x 3	4
48	
36	0
+ 48	
40	8

Fig. 31 Estratégias de resolução reformuladas pelo Paulo do problema 1 da sexta sessão

No segundo problema, envolvendo o significado aditivo da multiplicação, voltou a acontecer o mesmo que na resolução do problema anterior. O aluno usou a representação horizontal da multiplicação, e começou por apresentar uma versão mais condensada da mesma, que depois desdobrou – $6 \times 143 = 6 \times (100 + 43) = (6 \times 100) + (6 \times 40) + (100 \times 3) = 18 + 24 + 600$. Utilizou também a representação vertical da multiplicação na sua forma mais expandida, considerando que $143 \times 6 = (6 \times 3) + (6 \times 40) + (6 \times 100) = 18 + 24 + 600$. Voltou a obter o resultado errado em ambas as estratégias. Quando confrontado com essa situação em entrevista, disse “não estava atento ao que estava a fazer, por isso fiz as contas mal”. Em entrevista, resolveu novamente o problema e desta vez corretamente (ver a figura seguinte).

C	D	M
1	4	3
x		6
6	0	0
24	0	
18		
0	5	8

$$6 \times 143 = (6 \times 100) + (6 \times 40) + (6 \times 3) = 600 + 240 + 18 = 858$$

Fig. 32 Estratégias de resolução reformuladas pelo Paulo do problema 2 da sexta sessão

Quando o aluno foi confrontado com o facto de apenas ter utilizado estas estratégias, disse que foram as que preferiu para a resolução dos problemas finais. Em entrevista, disse também que poderia ter utilizado o material manipulável ou o esquema aditivo que costumava fazer. Ainda na entrevista, quando o aluno foi questionado sobre a utilização da representação vertical da multiplicação na sua forma mais extensa e não na sua forma mais simplificada, o aluno referiu que “gosto mais de colocar todos os resultados das contas. Assim, não me confundo. Acho mais fácil assim”.

Nos dois problemas, o Paulo não utilizou materiais manipuláveis, tal como já foi referido anteriormente. No entanto, em entrevista, mencionou a importância da sua utilização, dizendo que o ajudou a perceber as novas estratégias que aprendeu, a compreender como utilizar várias formas para resolver o problema. Disse também que, muitas vezes, não utilizava o material porque ainda teria de o representar na folha e demoraria muito tempo.

Na fase final, o Paulo respondeu aos dois problemas de forma completa, denotando que releu o enunciado para poder responder. Usar, novamente, mais do que uma estratégia, também permitiu confirmar se o resultado estava correto ou, neste caso, não.

O caso David

O David é um aluno bastante distraído e com dificuldades a matemática, embora consiga obter resultados satisfatórios quando se esforça e participa na aula.

Foi selecionado como aluno caso também por apresentar estratégias idênticas à maioria dos alunos da turma, embora tenha alguma dificuldade em comunicar o seu raciocínio.

1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação

Relativamente ao segundo problema da primeira sessão, o David não parece revelar dificuldade na leitura e interpretação do enunciado patente na multiplicação que apresenta. No entanto, apresentou o resultado não explicando como chegou ao mesmo.

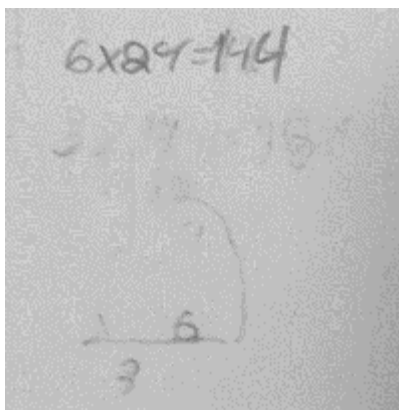


Fig. 33 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da primeira sessão

Na figura, nota-se algumas marcas de alguns cálculos que o aluno tentou realizar, que acabou por apagar. Numa das situações referidas, aparece a tentativa de realização do algoritmo convencional da multiplicação como também a expressão $3 \times 144 = 384$. Durante a resolução do problema, foi pedido ao aluno que explicasse como pensou e o que pretendia

fazer. Referiu que não estava a perceber como conseguia chegar ao resultado que, confessou, já tinha visto no colega do lado, ficando perdido nos cálculos. Em relação à expressão mencionada, o David não conseguiu explicar dizendo, ao fim de um tempo, “era só para ter mais uma estratégia”.

Foi também pedido ao aluno que explicasse como chegou ao resultado que registou. Depois de algum tempo a olhar para a sua folha de resolução, o aluno disse que não sabia, inferindo-se que se limitou a copiar a resposta pelo colega do lado.

O mesmo aluno não utilizou materiais manipuláveis, nem disse a razão pela qual não os utilizou, apesar de estar com dificuldades em utilizar qualquer estratégia de cálculo. Esta dificuldade na resolução do problema pode ter surgido, em parte, por dificuldades na interpretação do problema.

De facto, em relação ao terceiro problema ainda desta primeira sessão, a resolução pensada foi implementada com sucesso pelo aluno, que revelou cuidado com a leitura e interpretação do enunciado (ver a figura seguinte).

Fig. 34 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 3 da primeira sessão

Como pode ser observado na figura anterior, o aluno começou por apresentar a operação 14×64 e explicar o que cada parcela quer dizer. Esta legenda revela o cuidado com a leitura e interpretação do enunciado. Quando o aluno foi questionado sobre como obteve o resultado dessa operação, disse – “coloquei o mesmo resultado que consegui com a outra estratégia”. Tal como se pode observar na imagem, o David decompôs os números 14 e 64 em dezenas e em unidades, apresentando $10 + 4$ e $60 + 4$, respetivamente. O David teve bastantes dificuldades em explicar como chegou ao resultado, sendo difícil explorar mais sobre estes cálculos aditivos que o aluno apresentou.

O aluno não utilizou materiais manipuláveis, justificando que não percebia muito bem como poderia utilizá-los.

Na fase final de resolução de problemas, o aluno apresentou uma resposta errada, apenas uma estratégia de resolução com a qual obtém esse mesmo resultado, colocando-o na resposta. O David revelou dificuldades na resolução deste problema, não obtendo o resultado correto, no entanto, apresentou uma resposta completa revelando que teve alguma preocupação em ler a questão problema para responder corretamente.

A partir da segunda sessão, o David já começou a utilizar mais do que uma estratégia e com sucesso. Analisando o primeiro problema desta sessão, o aluno utilizou duas estratégias de resolução implementadas com sucesso e que revelam a leitura e interpretação correta do enunciado (ver a figura seguinte).

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. On the left, there is a tree diagram representing the calculation of 4×23 . It starts with $23 + 23 = 46$ at the top, branching into two 46 's, which are then added together to get 92 . On the right, there is a standard algorithm for $23 + 23$ shown twice, resulting in 46 , and then $46 + 46 = 92$ is written below.

Fig. 35 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da segunda sessão

Como pode ser observado na figura anterior, foram valorizadas estratégias aditivas. A primeira estratégia utilizada pelo aluno envolve uma adição em formato de esquema, em que calcula $23 + 23$, duas vezes, adicionando depois os resultados destes dois cálculos. Numa segunda etapa, o aluno usou duas vezes o algoritmo convencional da adição para calcular $23 + 23$ e indicou a adição dos mesmos resultados parcelares que obteve anteriormente. Na terceira proposta, o aluno apresentou, horizontalmente, a adição sucessiva do 24, quatro vezes, dizendo oralmente que calculou adicionando $23 + 23 = 46$, seguidamente adicionou 24 ao resultado e, mais uma vez, adicionou para obter o resultado final.

O aluno utilizou materiais manipuláveis, feijões, para a resolução deste problema. Fez quatro montes de 23 feijões, contando-os no final. O aluno ainda tentou a sua representação no papel, no entanto, apagou porque iria dar muito trabalho desenhar todos os feijões. No entanto, foi através desta manipulação que o aluno chegou à estratégia $4 \times 23 = 92$.

Numa fase final, o David apresentou uma maior confiança na sua resposta, por ter chegado ao mesmo resultado por duas vias. Apresentou ainda a resposta completa com este mesmo resultado (ver a figura seguinte).

Resposta: A poluição de cada bacia pesa 144 toneladas

Fig. 36 Resposta dada pelo David na resolução do problema 1 da segunda

No segundo problema desta segunda sessão, o David deu o mesmo valor que tinha dado à leitura e interpretação do enunciado, revelando-o nas estratégias de resolução que pensou (ver a figura seguinte).

Handwritten mathematical work showing two strategies for solving a problem. The left side shows a sequence of additions: $53 + 53 = 106$, $106 + 106 = 212$, $212 + 212 = 424$, $424 + 424 = 848$, $848 + 53 = 901$. The right side shows a strategy using groups of 53: $53 + 53 + 53 + 53 = 212$, $212 + 212 + 212 = 636$, $636 + 53 = 689$.

Fig. 37 Estratégias utilizadas pelo David ao problema 2 da segunda sessão

Observando a imagem, é notório que o aluno deu importância a estratégias aditivas. Primeiro, adicionou 53 com 53, seis vezes, sobrando um 53 para perfazer as 13 vezes esse número. De seguida, também adicionou os resultados aos pares e assim sucessivamente até chegar ao resultado final. Seguidamente, o aluno utilizou materiais manipuláveis. Pela sua explicação oral, utilizou treze tampas de garrafa para representar as camionetas. Apesar de não ter utilizado o material para chegar ao resultado final, este ajudou-o a perceber como poderia resolver o problema de forma diferente. Nesta estratégia, o aluno caso agrupou o 53 em dois grupos de quatro e um grupo de 5, adicionou-os e, no final, adicionou os resultados obtidos anteriormente.

Na fase final de resolução de problemas, as estratégias que o David apresentou deram-lhe mais certezas do resultado, validando-o. Relativamente a este ponto, o aluno disse que, inicialmente, sentia bastantes dificuldades em utilizar mais do que uma estratégia, no entanto, agora, gostava mais pois sabia que a resposta ia estar certa. O aluno apresentou também uma resposta, no entanto, deveria estar mais completa. Apesar de revelar algum cuidado com a leitura da questão, não denota cuidado com a elaboração da resposta (ver a figura seguinte).

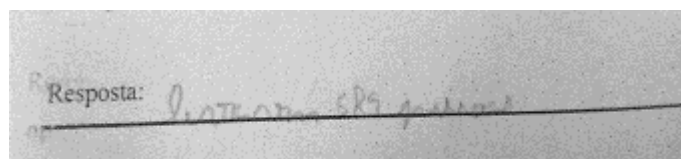


Fig. 38 Resposta dada pelo David ao problema 2 da segunda sessão

Avançando para a quinta sessão, analisemos a resolução do primeiro problema. Recorde-se que esta sessão teve lugar após aquela na qual se abordou o modelo de área e após a quarta sessão, na qual o aluno utilizou as mesmas estratégias que na presente sessão, sendo estas a representação horizontal e vertical da multiplicação. Nesta quinta sessão, o aluno avançou para estratégias multiplicativas. Na primeira fase de leitura e interpretação do enunciado, revelou o mesmo cuidado que na resolução dos problemas anteriores, estando patente nas estratégias pensadas e que foram implementadas para a resolução do problema (ver a figura seguinte).

Fig. 39 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da quinta sessão

O David utilizou duas estratégias, sendo estas multiplicativas e as duas aprendidas durante a resolução dos problemas nas sessões desta sequência didática. Antes de aplicar estas estratégias, o aluno utilizou várias estratégias aditivas, no entanto apagou-as. Utilizou a adição em esquema e a adição sucessiva aos pares, calculando tudo até obter o resultado. Quando o questioneei sobre o porquê de ter apagado o que tinha feito, ao início não respondeu e, mais tarde, disse “como estavam muitos a resolver com as novas estratégias decidi também responder com elas”.

Na resolução dos problemas com as novas estratégias, o aluno começou por usar a representação vertical, mas precisou de alguma ajuda para relembrar alguns dos passos operatórios. Para a representação horizontal, o David também precisou de alguma ajuda. Primeiramente, discutiu-se com o aluno a forma mais rápida de fazer o cálculo. Disse, oralmente, que era “separar o número 36 em dezenas e unidades”, o que fez, representando-

o horizontalmente. É de referir que o aluno apresentou algumas dificuldades na colocação dos parênteses, como é visível na imagem anterior.

Para a resolução deste problema, o aluno utilizou o material multibásico colocando na mesa três barras e seis cubinhos para representar o 36 e fazendo isso 19 vezes. O aluno, durante este processo, disse que, quando começou a contar todos os cubinhos, ficou cansado, por isso, desistiu de a utilizar, assim como de a representar no papel.

Na fase final do problema, o aluno, contando com as estratégias que apagou, tinha quatro dando todas o mesmo resultado. Tal como o Paulo, revelou uma grande vontade de ir ao quadro apresentar a sua resposta pois, como disse, “tenho a resposta certa”. Mesmo tendo várias estratégias, o aluno disse, em entrevista, “quando acabo de resolver, vou ler o texto para escrever a resposta, mas antes vou ver as contas outra vez”. O aluno, nesta sessão, apresentou respostas completas no final, revelando preocupação pela fase final da resolução de problemas.

No segundo problema desta quinta sessão, o David manteve a importância dada à leitura e interpretação do enunciado, patente nas estratégias de resolução pensadas e que foram aplicadas com sucesso neste problema (ver a figura seguinte).

$$\begin{array}{l}
 5 \times 104 = (100 + 4) \times 5 \\
 = 5 \times 100 + 5 \times 4 \\
 = 500 + 20 \\
 = 520
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 104 \\
 \times 5 \\
 \hline
 500 \\
 + 20 \\
 \hline
 520
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 104 + 104 + 104 + 104 + 104 = 520 \\
 104 + 104 = 208 \\
 208 + 208 = 416 \\
 416 + 104 = 520
 \end{array}$$

Fig. 40 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da quinta sessão

Nesta figura, podem ser observadas as estratégias utilizadas pelo David, percebendo-se que utilizou uma estratégia aditiva e duas multiplicativas, das que aprendeu durante as sessões da sequência didática, envolvendo as representações horizontal e vertical na sua forma extensa.

A primeira estratégia utilizada pelo aluno foi uma adição sucessiva em forma de esquema. O aluno agrupou, em pares, o número 104 fazendo cálculos sucessivos até obter o resultado. Uma diferença em relação à primeira vez que foi aplicada – desta vez, o aluno já revelou que, em vez de adicionar, fez o cálculo multiplicativo do dobro, quando possível. A

segunda estratégia utilizada envolveu a representação vertical da multiplicação, optando por um algoritmo mais expandido. O aluno apresentou os resultados na estrutura, começando por operar 5×100 e depois 5×4 . O David não apresentou dificuldades nesta estratégia, no entanto, na representação horizontal, já sentiu algumas dificuldades. Primeiramente, solicitou ajuda para lembrar como se fazia, no entanto, quando se disse para seguir o mesmo raciocínio que utilizou para o cálculo na representação vertical, o aluno começou a resolver sozinho. Olhando para a imagem anterior, é notório que o aluno compreendeu o que estava a fazer, no entanto, ainda não empregando bem os parênteses e o símbolo de igual.

Na última fase de resolução de problemas, como apresentou, mais uma vez, mais do que uma estratégia, obtendo resultados iguais, isso serviu de confirmação da correção dos cálculos. O aluno apresentou também uma resposta completa.

No último problema, da última sessão, o David manteve a preocupação com a compreensão do enunciado, antes de colocar em prática as estratégias de resolução delineadas. Esta preocupação é corroborada com as estratégias que planificou e implementou com sucesso (ver a figura seguinte).

The image shows handwritten mathematical work. At the top, there is a vertical multiplication of 143 by 6. The numbers are written in a column, with 6 on the left and 143 on the right. The result 858 is written at the bottom. Below this, there is a horizontal calculation: $6 \times 143 = 6 \times (100 + 40 + 30) + (6 \times 10) = 600 + 240 + 180 = 1020$. The student has circled the numbers 100, 40, 30, 10, 600, 240, 180, and 1020.

Fig. 41 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da sexta sessão

Como pode ser observado na figura, o aluno apenas utilizou duas das estratégias aprendidas no decorrer desta sequência didática. Primeiramente, o aluno utilizou aquela com a qual se sentia mais à vontade, sendo esta a representação vertical da multiplicação na sua forma mais extensa. No entanto, os cálculos que apresentou na estrutura não coincidem com o cálculo que teria de ser feito. Na estrutura apresenta 6×143 , no entanto, os resultados intermédios que apresenta são $429 + 429$, referindo-se ao cálculo de 3×143 . Quando o aluno foi questionado sobre o assunto, referiu que seria mais fácil para ele calcular 3×143 , duas vezes, adicionando o que tinha obtido para chegar ao resultado final. O aluno ainda representou horizontalmente os cálculos, desta vez sem ter tido qualquer ajuda. Nesta representação, o aluno apresentou os algarismos acompanhados com as letras unidades,

dezenas e centenas. Continuou a ter algumas dificuldades com os parênteses e com os símbolos do igual e apresentou um cálculo errado. No entanto, no final, aparece o resultado correto. Depois de conversar com o aluno, percebe-se que o facto de ter utilizado as letras o confundiu, daí ter errado o cálculo. Relativamente ao resultado correto, o aluno sabia que o de cima estava correto, por isso, usou-o nesta estratégia em vez de tentar perceber o que estava errado. Segundo o David, ele utilizou apenas estas duas estratégias porque pensava que era para usar as estratégias novas que tinha aprendido, daí não ter usado estratégias aditivas. Também se questionou o aluno em relação à utilização de esquemas e o porquê de não o ter feito. O mesmo respondeu que são muito confusos e que todas as vezes que tentou fazer, ficou baralhado.

Na fase final, o aluno teve o cuidado de ir confirmar se o primeiro cálculo estava correto quando o segundo deu um resultado diferente. Apesar de não o ir corrigir, este revelou atenção a esta disparidade. Relativamente à reposta, o David continuou a escrever uma resposta pouco cuidada.

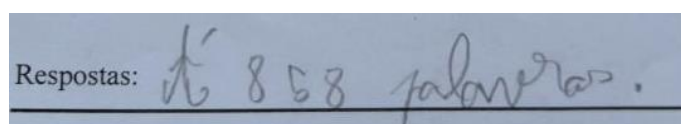


Fig. 42 Resposta dada pelo David ao problema 2 da sexta sessão

2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação

A resolução do primeiro problema da primeira sessão (diagnóstica) inicia com uma preocupação notória pela leitura e interpretação do problema, observada nas estratégias pensadas para a resolução do problema (ver a figura seguinte).

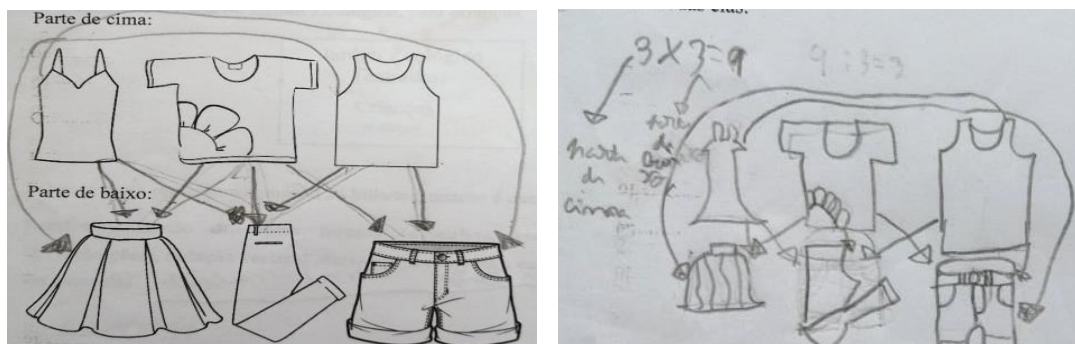


Fig. 43 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da primeira sessão

Como pode ser observado na figura, o David apresentou duas estratégias. Primeiro, foi feito um esquema nas próprias imagens que o enunciado apresentava. O aluno caso desenhou setas que estabelecem ligações entre as partes de cima e as partes de baixo da

roupa, representando as combinações possíveis. Na segunda estratégia, o aluno registou a multiplicação $3 \times 3 = 9$, escrevendo que o primeiro fator representava as partes de cima e o segundo as partes de baixo. Em entrevista disse “cada parte de cima pode ser utilizada três vezes, por isso é que é três vezes o três”. O aluno disse ainda que percebeu isso através do esquema que fez em cima, “comecei a fazer as setas para perceber quantas roupas diferentes podia fazer e, quando percebi que se repetiam, ajudou-me a fazer a conta”. O aluno voltou a repetir o esquema no espaço de resolução, desenhando as roupas como o enunciado apresenta, dizendo que, como não sabia se podia ter desenhado as setas em cima, desenhou tudo outra vez. Na resolução do problema, o aluno não utilizou materiais manipuláveis e não apresentou uma razão para não o ter feito.

Por fim, o aluno apresentou uma resposta completa (ver a figura seguinte), revelando que deu importância à releitura do enunciado. Durante a sessão, relacionado com esta fase de avaliação e validação do resultado, o David disse “vou ler o enunciado e escrever a resposta” como apresenta duas estratégias que conduzem à mesma resposta, uma válida a outra, como referiu.

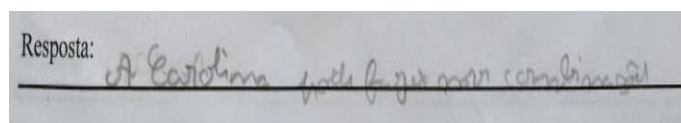


Fig. 44 Resposta dada pelo David ao problema 1 da primeira sessão

Respetivamente ao primeiro problema da terceira sessão, denota-se alguma preocupação com a leitura e interpretação do problema nas estratégias de resolução que pensou e que implementou com sucesso (ver a figura seguinte).

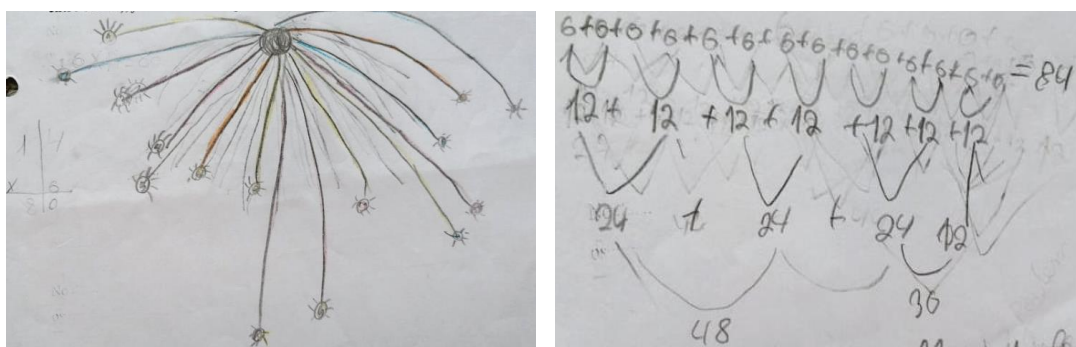


Fig. 45 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da terceira sessão

Na figura, é visível que o aluno deu preferência a estratégias aditivas de cálculo usando notação simbólica e esquemas. Primeiro, o aluno decidiu desenhar um esquema que representasse as 14 formas, sendo estas as bolas pequenas e as 6 coberturas os pequenos

riscos que saem destas. Em relação a este esquema, o David ainda explicou que as ligações das 14 bolinhas à bola central e as cores “era só para ficar mais bonito”. Quando foi confrontado com a utilização do esquema, o aluno disse “gostei de usar o esquema porque, assim, sei que não me engano”. Na estratégia seguinte, o David agrupou as parcelas em grupos de dois, calculando o dobro e, aos resultados, fez o mesmo. O aluno voltou a não utilizar materiais manipuláveis.

Depois da resolução do problema, o aluno respondeu de forma completa revelando, tal como nos problemas anteriores, que teve a preocupação de ler novamente o enunciado.

Na resolução deste problema, o aluno voltou a utilizar um esquema e, quando foi confrontado com o assunto, disse que, no início, teve muitas dificuldades em apresentar mais do que uma estratégia de resolução porque não sabia o que fazer mas, com as correções das tarefas, começou a perceber as várias estratégias que podia usar e acrescentou “os desenhos do esquema são o que gosto de fazer”.

Em relação ao segundo problema desta sessão, a terceira, depois de existir uma correção onde foram avançadas novas estratégias de resolução, como o modelo de área, esquemas, tabelas de dupla entrada e representação vertical e horizontal, esperava-se que o aluno as utilizasse. No entanto, apesar de voltar a revelar ter dado valor à leitura e interpretação do enunciado, a resolução deste problema ficou aquém das expectativas, pois o aluno apenas utilizou duas estratégias (ver a figura seguinte), aprendidas com as sessões desta sequência didática.

$$\begin{array}{r}
 41 \\
 \times 21 \\
 \hline
 80 \\
 + 41 \\
 \hline
 84
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 41 \times 21 &= 84 \\
 41 \times 21 &= 41 \times (20 + 1) \\
 &= (41 \times 20) + (41 \times 1) \\
 &= 820 + 41 = 861
 \end{aligned}$$

Fig. 46 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 2 da terceira sessão

Primeiro, o aluno utilizou a representação vertical da multiplicação e usou a sua forma mais extensa, começando por operar 4×20 e depois 4×1 adicionando os resultados. O aluno aplicou a sua estratégia sem dificuldade, passando para a representação horizontal. Não teve dificuldades na colocação dos parênteses, nem com os sinais de igual e registou

todos os passos corretamente. O resultado final coincidiu com o resultado obtido pela estratégia anterior.

É de salientar que o aluno, na resolução do problema, realizou uma estratégia de cálculo aditivo, fazendo $4 + 4 + 4 + \dots 4$, 21 vezes, no entanto, apagou. Quando foi questionado sobre o assunto, disse que fez tudo até ao fim mas que, no final, o resultado não foi igual ao obtido com a primeira estratégia e, portanto, apagou. Antes destas estratégias, o aluno ainda realizou um esquema igual ao que já tinha utilizado anteriormente, com os traços, no entanto, também apagou e não explicou porque o fez.

Para resolver este problema, o aluno utilizou materiais manipuláveis, sendo este o material multibásico. O aluno não apresentou dúvidas, fazendo quatro montes de duas barras e um cubinho e contando tudo no final. Não representou a utilização do material na folha e não justificou porque não o fez.

Finalmente, no primeiro problema da última sessão, o David manteve a preocupação com a leitura e interpretação do enunciado patente nas estratégias de resolução que pensou (ver a figura seguinte).

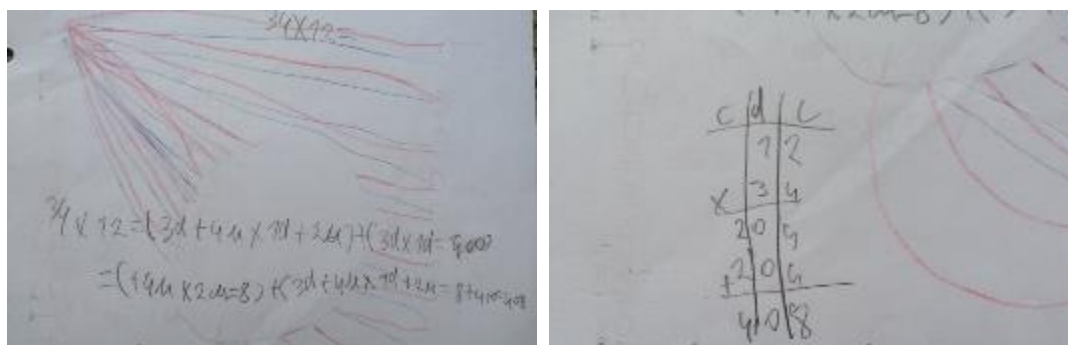


Fig. 47 Estratégias utilizadas pelo David na resolução do problema 1 da sexta sessão

O aluno começou por realizar um esquema, no entanto, disse que não o continuou porque estava muito confuso. Assim sendo, passou para as notações vertical e a horizontal. Na representação vertical, o aluno colocou 12×34 e, no local onde se apresentam os cálculos intermédios colocou $204 + 204$. Quando foi questionado sobre como obteve estes resultados, o aluno disse que, para ele, era mais simples calcular 34×6 duas vezes e adicionar os resultados no final. Em relação à segunda estratégia, o David apresentou bastantes dificuldades. Começou por decompor 34 em $3d + 4u$ e 12 em $1d + 2u$ mas não escreveu a expressão correta – $(3d \times 4u) \times (1d + 2u)$. De seguida, registou $(3d \times 1d = 300)$ e $(4u \times 2u = 8)$, mas não usou corretamente o símbolo de $=$ nem indicou a adição entre estas duas parcelas. De seguida, em vez de apresentar $(3d \times 2u) + (1d \times 4u)$, colocou $(3d + 4u \times 1d + 2u)$.

Finalmente, omitiu o passo intermédio $300u + 8u + 60u + 40u$ e registou $8 + 400 = 408$, resultado que retirou do procedimento anterior. No final, o aluno disse que se sentiu confuso e que não estava a perceber onde estava errado.

Para resolver este problema, o aluno começou por utilizar o material manipulável, construindo os montes como anteriormente, no entanto, não continuou. Sobre estes materiais, o aluno disse que não utilizou muitas vezes mas o ajudou a perceber cálculos a efetuar e o resultado a obter.

Na fase final, o aluno, ao usar duas estratégias, pode confirmar o resultado, no entanto, podia ter elaborado mais a resposta (ver a figura seguinte), tendo pouco cuidado com esta última parte da resolução do problema.

Resposta: 408 combinações.

Fig. 48 Resposta dada pelo David ao problema 1 da sexta sessão

O caso Américo

O Américo é um aluno com bastante facilidade na aprendizagem da matemática, no entanto, é um aluno bastante distraído, o que afeta, muitas vezes, esse processo.

Foi selecionado como aluno caso também por ter razoável facilidade de comunicação oral e por apresentar diversas estratégias de resolução dos problemas.

1. Problemas envolvendo o significado aditivo da multiplicação

No segundo problema da primeira sessão, o Américo mostrou alguma preocupação com a leitura e interpretação do enunciado patente nas estratégias que pensou para resolver este problema (ver a figura seguinte).

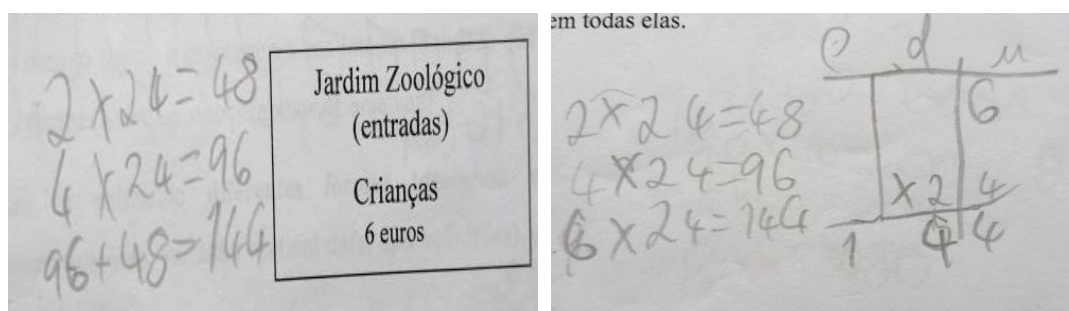


Fig. 49 Estratégias utilizadas pelo Américo da resolução do problema 2 da primeira sessão

Observando a imagem verifica-se que, o aluno utilizou uma estratégia multiplicativa com cálculos auxiliares. Antes de observar com detalhe esta estratégia, tome-se atenção à contagem de 10 em 10 que o aluno apresenta na folha (ver na figura seguinte).

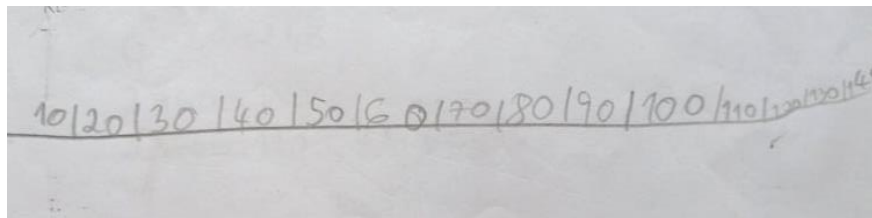


Fig. 50 Estratégia de contagem utilizada pelo Américo da resolução do problema 2 da primeira sessão

O aluno não soube explicar a razão de o ter feito, dizendo que era só mais uma estratégia para chegar ao resultado. Isto leva a pensar que usou o resultado que obteve com outra estratégia para realizar algo que o fizesse chegar à mesma solução.

Em entrevista, o aluno confirmou que chegou ao resultado através dos cálculos auxiliares, colocando a resposta na estrutura do algoritmo convencional. Percebe-se, através da figura 47, que o Américo decompôs 24×6 em $24 \times (2 + 4)$, calculou 2×24 e 4×24 e adicionou os resultados para chegar ao resultado final. Aproveitou esse resultado para o indicar na representação vertical da multiplicação. Para resolver este problema, o aluno não utilizou materiais manipuláveis.

Na fase final, o aluno apresentou uma resposta completa (ver a figura seguinte). No entanto, não apresentou qualquer evidência de ter confirmado o resultado a que chegou, usando outra estratégia.

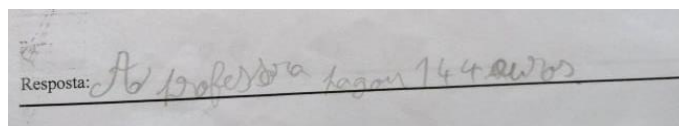


Fig. 51 Resposta dada pelo Américo ao problema 2 da primeira sessão

No terceiro problema desta mesma sessão, o Américo continuou com o mesmo cuidado na leitura e interpretação do enunciado, revelando-o através das estratégias pensadas (ver a figura seguinte).

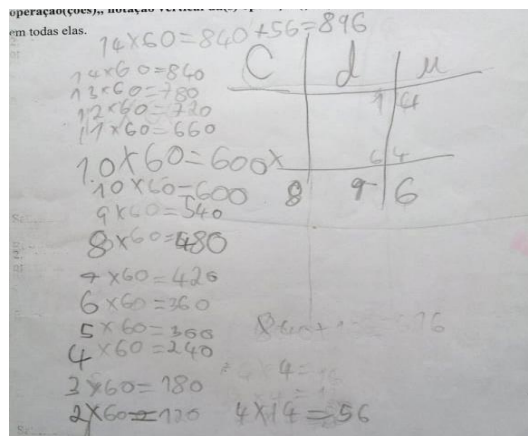


Fig. 52 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 3 da primeira sessão

Através da observação da figura, é visível a estratégia multiplicativa do aluno. Usou a tabuada do 60 até ao fator 14 e, depois, multiplicou 4×14 . No final, cometeu um erro comum e tipificado na literatura (Ponte et al., 2009), considerando que $14 \times 60 = 840 + 56 = 896$. Por fim, apresentou a estrutura vertical da multiplicação na qual se limitou a escrever a solução a que tinha chegado na estratégia anterior.

Nesta resolução, o aluno não utilizou materiais manipuláveis. Na entrevista, o aluno referiu que não utilizou porque, sem ser o material multibásico, se utilizasse outros, iria precisar de muitas peças e ia demorar muito tempo. Mas disse ainda que, apesar de muitas vezes não utilizar o material, o ajudava a perceber qual o cálculo a realizar.

Na fase final de avaliação do resultado, o aluno apresentou uma resposta correta (ver a figura seguinte), que revela alguma preocupação com a leitura da pergunta feita no enunciado mas que podia estar mais elaborada. Quanto à verificação da solução, o aluno continua sem revelar essa preocupação dizendo, no final desta sessão que, assim que acaba os cálculos, passa para a resposta.

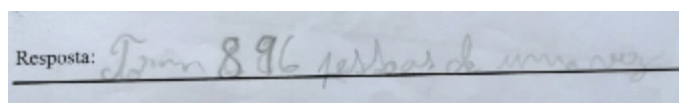


Fig. 53 Resposta dada pelo Américo ao problema 3 da primeira sessão

Passando para a segunda sessão, será tido em conta o primeiro problema. Continua a preocupação pela leitura e interpretação do enunciado, patente nas estratégias pensadas pelo aluno que integram, entre outros, um dado que o enunciado contém – o quádruplo (ver a figura seguinte).

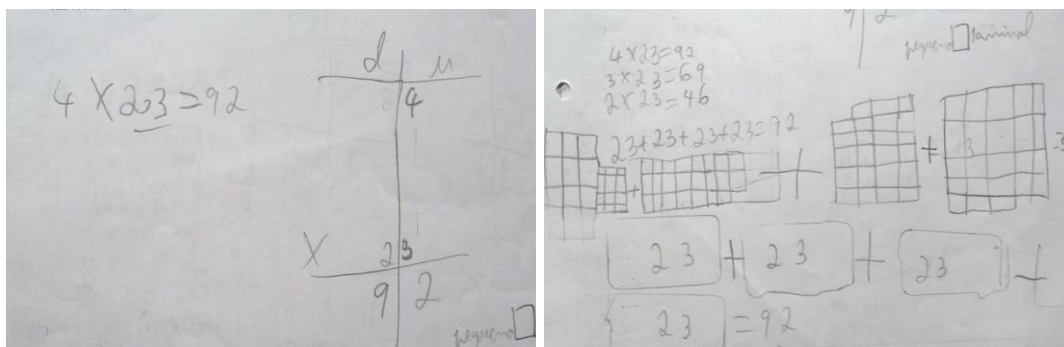


Fig. 54 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da segunda sessão

Na figura, como é visível, utilizou tanto estratégias multiplicativas como aditivas. Primeiramente, o Américo indicou a representação vertical da multiplicação, na qual se limita a indicar a solução, obtida por outras vias. O aluno começou por calcular 2×23 , “um cálculo mais fácil e prático”, depois fez a multiplicação por 3 e, por fim, por 4, adicionando sempre 23 ao resultado obtido anteriormente. Na segunda estratégia, o aluno utilizou o material multibásico, construindo quatro montes com duas barras e três cubinhos, e adicionou tudo no final. Na representação, o aluno não usou as barras, antes usou 23 cubinhos pequenos que repetiu 4 vezes. Ainda colocou em baixo outro esquema com o valor de cada parte desenhada em cima.

Para a resolução do problema, o aluno, pela primeira vez, apresentou mais do que uma estratégia mas terá sempre usado o resultado que obteve a partir da tabuada. Tal como disse em entrevista, “às vezes não sei se a resposta está certa mas, mesmo assim, escrevo o resultado na resposta. Quando fazemos várias contas e dá o mesmo resultado, percebemos que está certa e podemos escrever na resposta sem ter dúvidas”. Assim sendo, o aluno escreveu o resultado na resposta, apresentando uma resposta completa (ver a figura seguinte), revelando um maior cuidado nesta última fase.

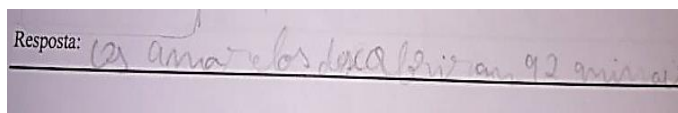


Fig. 55 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da segunda sessão

Na quarta sessão, para resolver o único problema proposto, o Aluno utilizou duas estratégias (ver a figura seguinte), que implementou com sucesso, revelando cuidado com a leitura e interpretação do enunciado em causa.

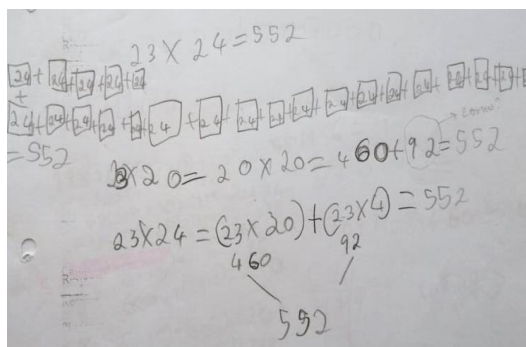


Fig. 56 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da quarta sessão

Estas estratégias tiveram como base a multiplicação e a adição e a representação horizontal da multiplicação. Primeiramente, foi utilizada uma estratégia aditiva, auxiliada pelo material multibásico. O aluno fez 23 montes de duas barras e quatro cubinhos e contou as barras e os cubos no final obtendo 46 barras e 92 cubinhos. A representação desta estratégia não foi com as barras nem com os cubos, o aluno limitou-se a fazer 23 quadrados relativos aos 23 montes, com 24 peças cada. Para obter o resultado final, usou a decomposição do 24 em $20 + 4$ e a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Os produtos parciais de 23×20 e 23×4 correspondem ao total das 46 barras (460 unidades) e dos 96 cubinhos, respetivamente. O produto final 552 foi conseguido à custa da adição destes valores e indicado como soma da adição sucessiva do 24, 23 vezes.

Na fase final da resolução do problema, o Américo elaborou uma resposta correta mas que podia estar mais completa (ver a figura seguinte).

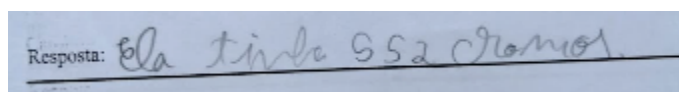


Fig. 57 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da quarta sessão

Na quinta sessão, no primeiro problema, o aluno já avançou com as duas principais estratégias trabalhadas ao longo das sessões (ver a figura seguinte).

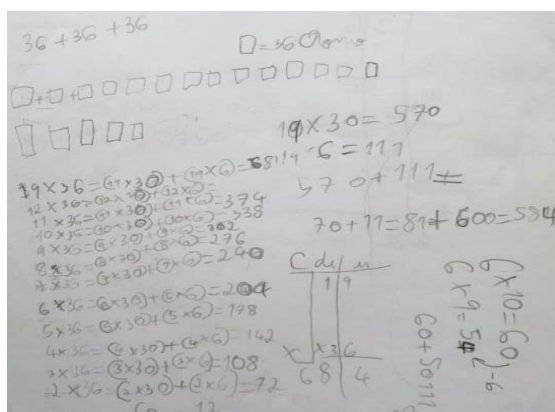


Fig. 58 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da quinta sessão

Como se pode observar na figura, o Américo utilizou algumas estratégias, com sucesso, revelando preocupação com a leitura e interpretação do enunciado.

A primeira estratégia utilizada pelo aluno envolve um desenho no qual começou por esboçar 19 quadrados, sendo que cada um correspondia a 36 cromos. No entanto, não deu continuidade a esse plano e disse, em entrevista, “ia fazer a conta, mas percebi que ia demorar muito tempo a juntar os números todos. Por isso, deixei o que estava a fazer e mudei para outra conta”. Assim sendo, avançou para tabuada do 36 até ao fator 19 mas tirando partido da decomposição do 36 em $30 + 6$ e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Nesta representação horizontal, o aluno apresentou $19 \times 36 = (19 \times 30) + (19 \times 6) = 684$, sendo que os passos intermédios, apesar de não estarem presentes na estrutura da representação, estão ao lado em cálculos auxiliares. Nota-se a dificuldade do aluno em entender a igualdade como uma relação de equivalência, ao colocar 23×24 (embora tenha escrito 23×20) $= 20 \times 20 = 460 + 92 = 552$.

Passando para a representação vertical da multiplicação, o aluno apenas apresenta o resultado. Quando se questionou sobre a mesma, o aluno respondeu que utilizou os cálculos da estratégia anterior para responder. O aluno ainda disse que podia ter calculado o resultado fazendo “ 6×10 mais 6×9 mais 30×9 mais 30×10 ”, a partir da decomposição $(30 + 6) \times (10 + 9)$.

Na fase final, o aluno voltou a escrever uma resposta completa, revelando bastante cuidado com a nova leitura do enunciado.

Finalmente, na última sessão, no último problema, relativo ao significado aditivo da multiplicação, o Américo continuou a revelar o cuidado com a leitura do enunciado patente nas estratégias que pensou (ver a figura seguinte).

Handwritten work showing calculations for 143×6 . The student uses a horizontal breakdown: $143 \times 6 = (6 \times 100) + (6 \times 40) + (6 \times 3) = 600 + 240 + 18 = 858$. Below this is a vertical multiplication table:

1	4	3	
6	0	0	
2	4	0	
8	5	8	

Fig. 59 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 2 da sexta sessão

Como pode ser observado, o aluno privilegiou estratégias multiplicativas, utilizando as duas que se trabalharam mais no decorrer das sessões. Primeiramente, o aluno utilizou a representação horizontal, decompondo 143 em $100 + 40 + 3$ e usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Ainda apresenta algumas dificuldades nesta representação na utilização dos parênteses e dos sinais de igual, colocando os resultados intermédios fora da estrutura, ligando-os com traços à operação a que correspondem com bastante cuidado. Na segunda estratégia, o aluno utilizou um algoritmo mais extenso da multiplicação, sendo que, desta vez, o aluno já colocou os resultados de todos os passos intermédios que, no final, adicionou. Na entrevista, sobre a questão do porquê ter utilizado apenas duas estratégias, o aluno disse que, na altura, não conseguiu pensar em mais nenhuma, visto que não queria utilizar “as suas estratégias antigas de adição sucessiva”.

O aluno não utilizou material manipulável neste último problema, justificando-se dizendo que o utilizou no problema anterior da mesma sessão.

Na fase final, o aluno escreveu novamente uma resposta completa e com o resultado correto, obtido através de várias estratégias de resolução, validando a resposta.

2. Problemas envolvendo o significado combinatório da multiplicação

Relativamente a este significado e ao primeiro problema da primeira sessão, o aluno iniciou a sua resolução dando relevância à leitura e interpretação do enunciado, visível nas estratégias pensadas, e implementadas com sucesso (ver a figura seguinte).

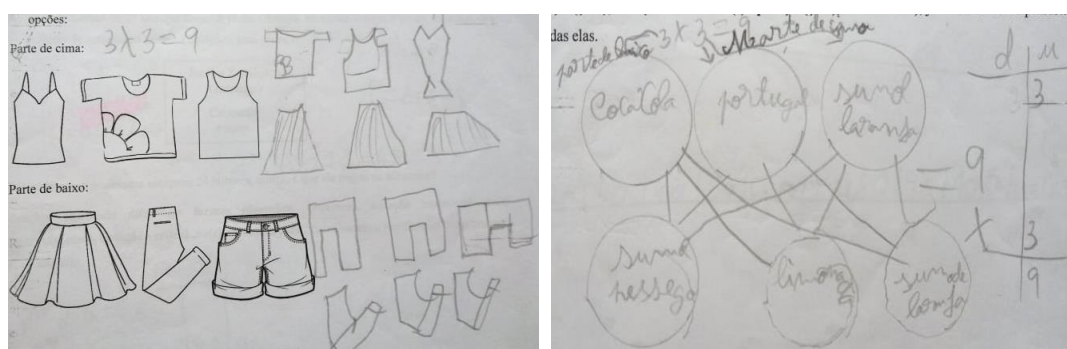


Fig. 60 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da primeira sessão

Na resolução do problema, o aluno valorizou estratégias envolvendo desenho, notação simbólica da multiplicação, material manipulável e esquema. O Américo começou por realizar um desenho das peças de roupa da parte de cima e, em baixo de cada uma, as três partes de baixo possíveis de combinar. Depois, o aluno apresentou o cálculo $3 \times 3 = 9$.

Disse, em entrevista, “eu já sabia que a conta era 3 x 3 mas, quando fiz o desenho, percebi melhor porque eram três partes de baixo que se repetiram três vezes”. Depois desta estratégia, o aluno utilizou material manipulável, nomeadamente rolhas, para apoiar a realização de um esquema. Segundo a explicação do aluno em entrevista, usou 6 rolhas diferentes, sendo que, cada uma, representa uma peça de roupa. De seguida, separou as partes de cima e as partes de baixo em duas linhas de rolhas na horizontal e ligou com um traço. Depois, representou isso mesmo na folha, mas esqueceu-se de escrever o que cada tampa representava. No final desta estratégia, assim representou verticalmente a multiplicação, indicando o seu resultado.

Depois de todos os cálculos, o aluno passou para a resposta, dando-a de forma correta mas que podia estar mais completa (ver a figura seguinte).

Resposta: *Podia fazer 9 combinações*

Fig. 61 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da primeira sessão

Para resolver o primeiro problema da terceira sessão, o aluno pensou e implementou as suas estratégias com base nos dados do enunciado, revelando preocupação com a leitura e interpretação deste mesmo (ver a figura seguinte).

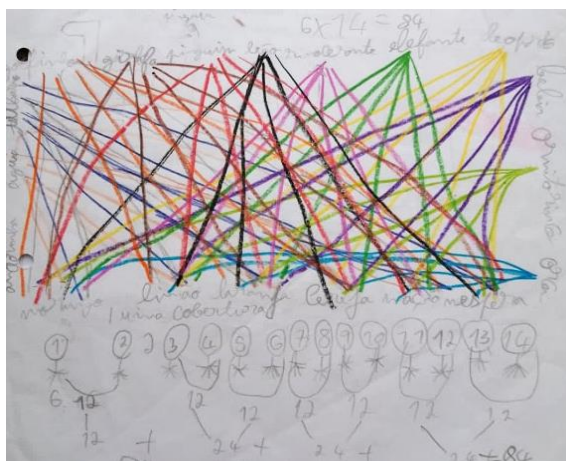


Fig. 62 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da terceira sessão

As estratégias do aluno tiveram como base os esquemas e cálculos multiplicativos e aditivos. Primeiramente, o aluno utilizou um esquema em que, em cima, apresentava as formas do bolo e, em baixo, as coberturas e, com traços, unia as combinações possíveis. O aluno em entrevista disse que, apesar de ter utilizado cores diferentes e de conseguir contar as combinações, o esquema ficou muito confuso. Num outro esquema, o Américo representou as 14 formas em bolas, numeradas de 1 a 14, por baixo de cada uma colocou

uma estrela, representando as 6 coberturas possíveis. Seguidamente, para os cálculos aditivos, o aluno agrupou sucessivamente duas estrelas chegando aos resultados intermédios 12 e repetiu o processo até obter o resultado final, voltou a agrupar para facilitar os cálculos.

O Américo ainda utilizou a representação horizontal da multiplicação, no entanto ficou incompleta. Em entrevista, o aluno disse que se esqueceu de continuar, acabando nesse momento (ver a imagem seguinte).

$$\begin{aligned}
 14 \times 6 &= (10 + 4) \times (40 + 20) = \\
 &= (60 \times 40) + (10 \times 60) = \\
 &= (20 + 40) + (60 + 100) = \\
 &= 20 + 60 = 84
 \end{aligned}$$

Fig. 63 Estratégia de resolução reformulada em entrevista pelo Américo

Para a resolução deste problema, o aluno não utilizou materiais manipuláveis.

Na fase final, o aluno continuou a apresentar uma resposta correta mas muito sucinta (ver a figura seguinte). Mantém-se a ideia de que o aluno leu a questão problema para responder. Ao apresentar uma só estratégia de resolução, foi questionado sobre o que fez logo após ter terminado os cálculos e o aluno continuou a dizer que escrevia a resposta.

Resposta: Deixa fazer 84 combinações

Fig. 64 Resposta dada pelo Américo ao problema 1 da terceira sessão

Na resolução do segundo problema desta terceira sessão, depois da correção do problema anterior com diferentes e novas estratégias, era esperado que o aluno as utilizasse na resolução deste. O Américo assim o fez (ver a figura seguinte).

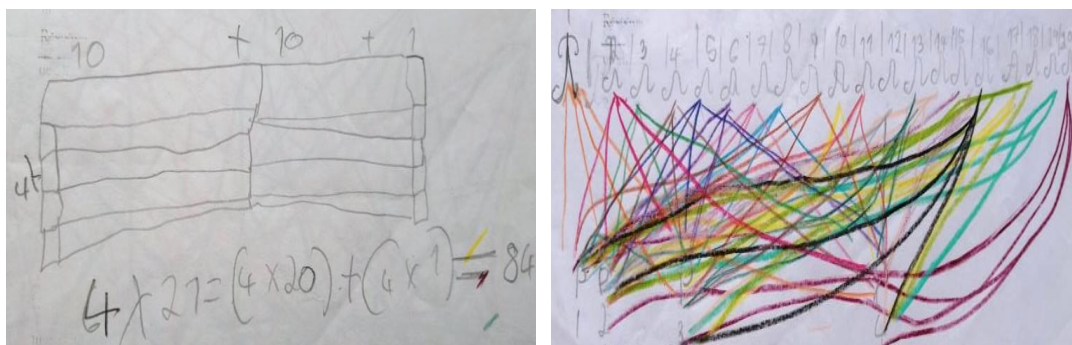


Fig. 65 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 2 da terceira sessão

Na resolução do presente problema, utilizou um esquema colorido, material multibásico e o modelo de área, assim como a representação horizontal da multiplicação. Primeiramente, o aluno realizou o esquema, como já tinha feito anteriormente, colocando os animais em cima (a1, a2, a3...a21) e as plantas na linha de baixo (p1, p2...p4), fazendo as ligações possíveis. Na entrevista, o Américo disse que o esquema que utilizou, tal como o outro, estava confuso – “fiz o esquema e pensava que ainda ia conseguir ver o resultado como o outro, mas ficou muito confuso, por isso passei para a próxima estratégia sem saber ainda o resultado”. Seguidamente, o aluno decidiu utilizar o material manipulável, para aplicar o modelo de área. Não apresentou dificuldades e fez a sua representação na folha. Ainda em relação ao modelo de área, o aluno acrescentou que, para além de ser fácil, ajudou-o a perceber a representação horizontal e disse que, muitas vezes, se esquece de indicar todas as etapas da resolução, mas que as sabe fazer.

Como apresentou várias estratégias de resolução que conduziram ao mesmo resultado, validou o valor que apresentou na resposta. A resposta que deu ainda continua muito sucinta, sendo um ponto a focar nos próximos problemas, para perceber se o Américo passou a valorizar mais esta fase da resolução de problemas.

No que diz respeito ao primeiro problema da sexta e última sessão, o aluno desenvolveu duas estratégias com sucesso (ver a figura seguinte) e revela cuidado na leitura e interpretação do enunciado.

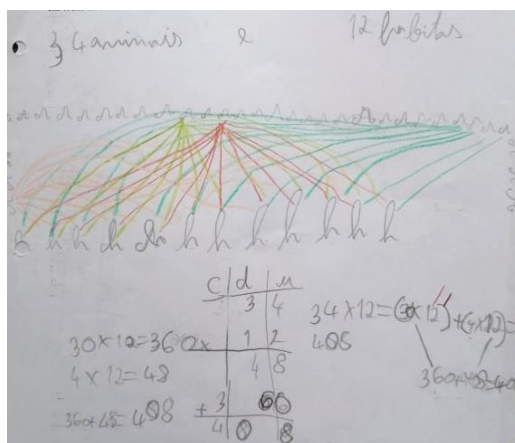


Fig. 66 Estratégias utilizadas pelo Américo na resolução do problema 1 da sexta sessão

Após a realização do esquema, o aluno utilizou a representação horizontal da multiplicação, decompondo o 34 em $30 + 4$ e aplicando a propriedade distributiva em relação à adição usando o fator 12. Depois, tal como já tinha acontecido antes, o aluno escreveu os

resultados de cada um dos passos na representação vertical da multiplicação mas por outra ordem e, no fim da estrutura, escreveu o resultado.

O aluno, em entrevista, disse que utilizou o material multibásico, fazendo o modelo de área para chegar ao resultado, no entanto, não o representou nas folhas por falta de tempo. Acrescentou que o material manipulável o ajudou na resolução dos problemas, pois “se tinha dúvidas de qual o resultado, o material ajudava-me a perceber se os meus cálculos estavam bem ou, quando usava primeiro, percebia qual era o resultado do problema”. Acrescentou “gostei muito de utilizar os materiais, podíamos usar sempre”. Em relação aos materiais, ainda disse que gostou mais de utilizar o material multibásico, porque faz com que seja mais prático chegar ao resultado quando se trata de cálculos com números grandes.

Na última fase, o aluno disse, em entrevista, que, “assim que acabo de fazer as contas, vou ver se todas as minhas contas e esquemas dão o mesmo resultado, depois vou ler a pergunta e no final escrever a resposta”. A resposta final do aluno continua muito lacónica, no entanto, tal como já se tinha referido, denota que o aluno leu o enunciado novamente. Em entrevista, o aluno falou sobre a resolução de problemas e sobre os seus passos e disse que, na maior parte das vezes, não aponta os dados do problema na folha de resolução mas lê atentamente o enunciado para poder responder corretamente e que “as diferentes estratégias são uma forma boa para perceber se o nosso problema está certo”. E concluiu que “no início, quando acabava de responder ia escrever a resposta mas, depois de resolver alguns problemas, percebi que tinha de ir ver melhor a conta e perceber se estava tudo bem”.

CAPÍTULO IV – PRINCIPAIS CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E SUGESTÕES

Neste capítulo, apresentam-se as principais conclusões decorrentes da análise realizada aos dados recolhidos, com o objetivo de dar resposta às questões subjacentes à investigação. Dá-se especial atenção às categorias sobre as quais essa análise incidiu – resolução de problemas, materiais manipuláveis dando-se particular destaque às estratégias usadas em função dos significados da multiplicação em causa e à comunicação.

Numa fase seguinte, são apontadas as principais limitações do estudo e indicam-se algumas recomendações para investigações futuras.

1. Conclusões do estudo

Inicia-se este ponto, relembrando que o principal objetivo deste estudo passa por perceber em que medida é que a sequência didática (que teve como base a resolução de problemas, envolvendo os vários significados da multiplicação e apoiada pela utilização de materiais manipuláveis) contribuiu para uma mais sólida e significativa compreensão e modelação da multiplicação, para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e qual o papel dos materiais manipuláveis nesse processo.

Os dados foram recolhidos numa turma de 2.º ano de escolaridade e a análise recaiu sobre três casos individuais. A preparação e implementação deste estudo seguiram as mais recentes orientações curriculares e houve uma especial atenção para que todo o trabalho desenvolvido se enquadrasse nas orientações e planificações em vigor na escola, para que a sequência didática não ficasse desenquadrada do decurso normal das atividades escolares.

A sequência didática elaborada neste estudo é constituída por seis sessões, cada uma com vários problemas, tentando-se que os alunos utilizassem sempre várias estratégias e, se assim o entendessem, material manipulável para apoiar a sua resolução.

Tendo em consideração o desempenho dos alunos e a comunicação constante ao longo do estudo empírico, pode concluir-se, globalmente, que a implementação da sequência didática permitiu desenvolver vários conhecimentos e capacidades. De um modo geral, os alunos desenvolveram capacidades de resolução de problemas envolvendo vários significados da multiplicação, passando a usar estratégias mais diversificadas e complexas de uma forma mais sólida e compreensível. O papel dos materiais manipuláveis foi muito importante para a obtenção deste resultado.

Mais particularmente, é notória uma evolução dos alunos em relação às várias fases da resolução de problemas. Relativamente à leitura e interpretação do enunciado, os alunos

revelaram, desde o início, cuidado com esta etapa. Apenas um dos alunos caso (o David), apresentou alguma dificuldade neste passo na primeira sessão e nos problemas relativos ao significado aditivo da multiplicação.

Nas etapas de resolução de problemas que dizem respeito ao delinear e implementar de um plano, de um modo geral, os alunos evoluíram principalmente na complexidade das estratégias a usar para resolver as tarefas. Assim, de representações icônicas, principalmente na forma de cálculos e esquemas, (muito usados quando estava em causa o significado combinatório da multiplicação) e de representações simbólicas ligadas a estratégias de adição sucessiva, evoluíram para estratégias multiplicativas, usando o modelo de área e as representações horizontal e vertical da multiplicação, principalmente na versão mais expandida. O primeiro aluno, o Paulo, inicialmente delineava uma estratégia, quase sempre, aditiva. Quando utilizava a representação vertical da multiplicação, esta era, quanto muito, acompanhada, de cálculos intermédios que, por sua vez, eram aditivos. Por vezes limitavam-se a apresentar o resultado nessa representação vertical sem registar cálculos intermédios. À medida que as sessões foram avançando, o aluno, para além de utilizar as estratégias aditivas que já usava, começou a fazer esquemas, a usar o modelo de área e as representações horizontal e vertical da multiplicação indicando todos os cálculos intermédios. O segundo aluno analisado, tal como o primeiro, iniciou a sequência didática usando uma ou duas estratégias para resolver problemas e sempre aditivas. No entanto, depois de perceber que, quando utilizava mais do que uma estratégia, o resultado estava quase sempre correto, passou a resolver os problemas de duas ou mais formas utilizando, para além da estratégia aditiva em formato de árvore, as representações horizontal e vertical, na sua forma expandida e, também outros esquemas. Finalmente, o Américo, terceiro aluno caso, tal como os outros alunos, começou por usar estratégias aditivas, assim como desenhos ou esquemas. Mas também apresentou estratégias de resolução multiplicativas, baseadas na tabuada. Com o avanço das sessões, assim como foi verificado com os outros alunos, foi utilizando sempre duas ou mais vias para chegar ao resultado e avançando para as estratégias multiplicativas trabalhadas na presente sequência didática.

Ainda em relação à terceira etapa de resolução de problemas, a implementação do plano pensado na etapa anterior, analisando as produções do David, percebe-se que algumas das estratégias foram implementadas com sucesso e outras não. Estas estratégias implementadas sem sucesso verificaram-se na primeira sessão, na qual o aluno tentou implementar o

algoritmo convencional da multiplicação e na sessão final, quando usou as representações horizontal e vertical da multiplicação. No entanto, em entrevista, o aluno resolveu novamente o problema da última sessão, revelando conseguir utilizar estas mesmas estratégias sem dificuldade. Ainda nesta fase de implementação, aconteceu mais do que uma vez o aluno pensar numa estratégia e, quando começou a realizá-la, percebeu que era confusa ou que o resultado não estava correto, apagando-a. No decorrer da implementação da sequência didática, o aluno utilizou o material didático em três sessões, concluindo que, apesar de não o ter utilizado muitas vezes, este contribuiu para, não só, compreender melhor o problema e que cálculo utilizar para a sua resolução como, também, para comprovar que o resultado obtido através de outras estratégias estava correto. O David, tal como o Paulo, usou algumas (poucas) estratégias sem sucesso, no entanto, a sua confiança no resultado, no final da resolução do problema foi evoluindo à medida que o número de estratégias que implementava e que conduziam ao mesmo resultado também aumentava. O aluno utilizou material didático no decorrer da sequência didática em quatro sessões. Tal como o aluno anterior, o David refere que o material o ajuda a compreender como deve resolver o problema e, consequentemente, que cálculos pode utilizar para obter o mesmo resultado. O aluno, tal como os outros dois, referiram em entrevista, que gostariam de poder utilizar o material didático mais vezes na sala de aula. Durante esta etapa, o David foi apresentando algumas estratégias apagadas e outras incompletas, incluindo simulações com o material porque, segundo as suas explicações, tinha dado o resultado errado, era confusa ou ainda que se cansou de a utilizar, avançando para outras estratégias mais práticas, a seu ver. Finalmente, o Américo, não apresentou estratégias implementadas sem sucesso, no entanto, tal como os alunos anteriores, foi apagando algumas estratégias que não estavam corretas e que percebeu que não eram adequadas para a resolução do problema. Este aluno utilizou os materiais didáticos em cinco sessões, reforçando a opinião dos colegas de que é uma mais valia para a ajuda da compreensão do problema e do que têm a fazer. Em relação às representações horizontal e vertical, os alunos, de um modo geral, foram evoluindo na sua utilização sendo que, no final, já conseguiram implementá-las de forma autónoma e compreendendo-as. Apesar de tudo isto, os alunos preferiram utilizar a representação vertical da multiplicação na sua forma mais expandida.

Na etapa final da resolução de problemas – a avaliação do resultado – os três alunos, numa fase inicial, não evidenciam preocupação em verificar os seus cálculos e se o seu

resultado está de acordo com o que é pedido no enunciado. À medida que as sessões vão avançando, os alunos vão-se preocupando em verificar os seus cálculos e os seus resultados, principalmente quando perceberam que, ao utilizar mais do que uma estratégia, que conduzisse ao mesmo resultado, este ficava validado. Relativamente à elaboração da resposta, ainda inserida nesta quarta etapa, o David, na primeira sessão, para além de não responder a um problema, ainda apresentou uma resposta com um resultado diferente do que tinha obtido nos seus cálculos, sendo esta copiada do quadro. Ao longo das sessões, o aluno foi prestando uma maior atenção a este passo, elaborando respostas corretas e mais cuidadas. Durante as sessões, quer o Paulo quer o Américo foram revelando um maior cuidado com esta última fase, elaborando respostas corretas e muitas completas. Mesmo as respostas menos cuidadas denotam que os alunos leram os enunciados ou questões problema para a dar.

2. Limitações do estudo

Neste ponto, pretende-se considerar algumas condicionantes sentidas no presente estudo que, de forma objetiva, puderam influenciar o desenvolvimento do mesmo.

Inicialmente, na fase de delinear a investigação, a investigadora sentiu dificuldades, primeiramente em definir o objetivo principal do estudo, assim como planificar uma proposta que permitisse atingir esse mesmo objetivo proposto. Este constrangimento está relacionado com a inexperiência da própria investigadora. Por não ter experiência alguma neste papel, também possivelmente algumas situações que ocorreram durante o estudo empírico e com potencial investigativo não foram bem exploradas ou não foram interpretadas da melhor forma.

É ainda relevante salientar o duplo papel de professora e investigadora, que tornou difícil a recolha de dados, em particular a observação e o registo de dados, a desenvolver no diário de bordo.

Finalmente, o tempo dedicado à implementação da sequência didática também foi escasso e muito condicionado pela agenda que a professora titular teria de cumprir.

3. Sugestões para investigações futuras

Considerando que este estudo tem uma dimensão reduzida quer em termos temporais quer em termos de recolha de dados que, ainda, em termos da sua profundidade, seria

interessante a realização de uma investigação mais ampla e profunda mantendo o foco na resolução de problemas envolvendo diferentes estratégias de resolução e a manipulação de materiais manipuláveis. Poderia acontecer em torno de outros tópicos matemáticos, podendo realizar-se, por exemplo, com a modelação da divisão e os seus diversos significados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: DEB do ME.
- Alves, C. & Morais, C. (2006). Recursos de apoio ao processo de ensino aprendizagem da matemática. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra: na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 335-349). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática: Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência - DGE.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: ME/DGIDC.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Botas, D. (2008). *A utilização dos materiais didácticos nas aulas de Matemática*. Universidade Aberta, Portugal.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253–286.
- Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J. M. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, 75, 11–15.
- Bruner, J. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Cabrita, I., Almeida, J., Tenreiro-Vieira, C., Gaspar, J., Amaral, P., Nunes, M. & Vizinho, I. (2008). *Registos teóricos e práticos em matemática - novos rumos*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Cabrita, I., Almeida, J., Tenreiro-Vieira, C., Gaspar, J., Amaral, P., Nunes, M. & Vizinho, I. (2007). *Para uma educação em matemática renovada 1/2*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

- Caldeira, M. (2009). *A importância dos Materiais para uma Aprendizagem Significativa da Matemática*. Málaga: Universidade de Málaga. Disponível em <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/2240>
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11–17.
- Carey, M. A., & Asbury, J. E. (2016). *Focus Group Research*. New York: Routledge.
- Carvalho, R., (2011). Calcular de cabeça ou com a cabeça?. Torres Vedras: Escola Básica Integrada Padre Vítor Melícias. In *Atas do ProfMat 2011* (pp. 1-8). Lisboa: APM.
- Chamorro, M. C. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (243-307). Dordrecht: D. Reidel.
- Correia., V. (1995). *Recursos Didáticos*. Lisboa: Companhia Nacional de Serviços.
- Coutinho, C. P. (2014). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas*. Lisboa: Leya.
- Coutinho, C. P., & Chaves, J. H. (2002). O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação*, 15(1), 221–243.
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas da investigação em educação. *Noesis*, (18), 64–66.
- Formosinho, J. O., Lino, D., Niza, S. (2007). *Modelos curriculares para a educação de infância: construindo uma práxis de participação*. (3ª ed). Porto: Porto Editora.
- Gabinete de Avaliação Educacional. (2011). *Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 1*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Gravemeijer, K. P. E. & Galen, van, F. H. J. (2003). Facts and Algorithms as Products of Students' Own Mathematical Activity. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter

- (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 114-122). Reston VA: NCTM.
- Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed.). New York, NY: Routledge.
- Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. (2015). Comunicação na sala de Aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática, *Zetetiké*, 23(44), 6–20.
Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/50936>
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (1), 5–22.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C., & Sherin, M. G. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.
- Kremer, K. (2010). Dificuldades na aprendizagem de matemática. Rio de Janeiro: Universidade Cândido Mendes.
- Lorensatti, E. (2009). Linguagem matemática e Língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. *Conjectura: filosofia e educação*, 14(2), 89–99.
- Marconi, M., & Lakatos, E. M. (2007). *Técnicas de Pesquisa*. São Paulo: Atlas S.A.
- Marqués. (2000). *Los medios didácticos y los recursos interactivos*. Universidad autonoma de chile, Chile.
- Martinho, M. H., & Ponte, J. P. (1989). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. *Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, 1–19.
- Mason, J., & Johnston-Wilder, S. (2006). *Designing and Using Mathematical Tasks*. St. Albans: Tarquin.
- Meirinhos, M., & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em

- educação. *Revista de Educação*, 21(2), 49–63.
- Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2013). A evolução dos procedimentos usados pelos alunos: contributo de uma experiência de ensino centrada na multiplicação. *Quadrante*, 22(1), 133–162.
- Menezes, L., Ferreira, T. R., Martinho, M. H. & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 135-161). Instituto de Educação: Lisboa.
- Ponte, J.P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-17.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE.
- Ponte, J. P. (2009). O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do Ensino Básico. *Interacções*, 5(12), 96–114. Disponível em <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4073>
- Ponte, J. P. (2014). *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Disponível em <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Disponível em <https://repositorio.ipsantarem.pt/handle/10400.15/1994>
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interacções*, 22(1.^a), 196–216.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2015). Exercícios, problemas

- e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, 24(2), 11-134.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2009). O novo programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação Matemática*, 105, 2–6. Disponível em https://www.academia.edu/21700434/Novo_Programa_de_Matem%C3%A1tica_Uma_oportunidade_de_mudan%C3%A7a
- Ponte, J. P., & Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade. *Boletim GEPEM*, 59(2), 53–68.
- Sarmiento, M. J. (2011). O estudo de caso etnográfico em educação. In N. Zago, M. Carvalho, R. Vilela (Eds.). *Itinerários de pesquisa: perspectivas qualitativas em sociologia da educação* (pp. 137-179). Rio de Janeiro: Lamparina.
- Serrazina, L., & Cabrita, I. (2015). Design de Tarefas. In L. Santos (Ed.), *Investigação em educação matemática 2014: tarefas matemáticas* (pp. 59–62). Setúbal: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/270278487_Grupo_de_Discussao_1_DESIGN_DE_TAREFAS
- Stein, M. K., and Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268–75.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, 105(4), 22–28.
- Swan, M. (2014). Designing tasks and lessons that develop conceptual understanding, strategic competence and critical awareness. In J. Brocardo, A. M. Boavida, C. Delgado, E. Santos, F. Mendes, J. Duarte, M. Baía & M. Figueiredo (Eds.), *Tarefas matemáticas: Livro de Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 9-28). Lisboa: SPIEM.
- Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. ESEVC: LEM. Disponível em https://www.academia.edu/6307061/Materiais_Manipul%C3%A1veis
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e

- alunos. *Interacções*, 8(20), 181–207.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2004_a). Dos Inteiros aos Reais. In P. Palhares (Ed), *Elementos da Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 215-250). Lisboa: Edições Lidel.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2004_b). Números e Operações. In P. Palhares (Ed), *Elementos da Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 159-213). Lisboa: Edições Lidel.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2004_c). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Ed), *Elementos da Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Edições Lidel.
- Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, XXIV(2), 39–60.
- Ventura, M. (2007). O Estudo de Caso como Modalidade de Pesquisa. *Rev SOCERJ*, 20(5), 383–386.
- Vieira, A. (2015). *A aprendizagem da multiplicação num contexto de ensino exploratório*. Instituto Politécnico de Leiria, Leiria.
- Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods* (2^a Ed) Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Yin, R. (2005). *Estudo de Caso. Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.

APÊNDICES

Apêndice I – Guião *Focus group*

❖ Primeiro grupo - Materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados)

1. Recordam-se dos materiais manipuláveis que coloquei na mesa para resolverem as tarefas? Quais foram?
2. Quais foram os materiais que utilizaram? Em que tarefas? Porquê?
3. Gostaram de os utilizar? Porquê?
4. Qual foi o que gostaram mais de utilizar?
5. Ajudaram-vos na resolução das tarefas? Porquê?
6. Qual acham que vos ajudou mais? Porquê?
7. Já tinham utilizado este tipo de materiais na resolução de tarefas? Quais? Em que situações?
8. Acham que a resolução de tarefas matemáticas devia ser apoiada por materiais? Porquê?
9. Gostavam de usar estes materiais mais vezes?

❖ Segundo grupo – Resolução de problemas

1. Perante um problema, quais os passos que costumam dar até chegar à solução?

❖ Entender o problema

2. Tentam retirar os dados de uma tarefa antes de a começarem a resolver?
3. Percebem onde é que é preciso chegar antes de começarem a resolver a tarefa?

❖ Implementar as estratégias

4. Tentam utilizar várias estratégias para encontrarem a solução para a tarefa?

❖ Comparar a solução com o que a tarefa pretende

5. Tentam perceber se a solução que obtiveram está correta? Como?
6. Têm a preocupação de perceber se a solução satisfaz o que é pedido na tarefa?
7. Verificam se o resultado que obtém na tarefa faz sentido?

❖ Terceiro grupo – Tarefas

1. Lembram-se das várias estratégias que utilizamos nos problemas combinatórios? Quais foram (esquema, tabela, modelo de área, disposições horizontais, disposições verticais)?
2. Qual a estratégia que compreenderam melhor? Porquê?
3. Qual é a que preferem utilizar? Porquê?

4. Na vossa opinião, estas estratégias que utilizamos na resolução das tarefas ajudaram na sua compreensão? Porquê?
5. O material manipulável ajudou-vos a compreender estas formas de resolver as tarefas? Porquê?
6. O facto de utilizarem várias estratégias na resolução das tarefas ajudou-vos a resolvê-las mais facilmente? Porquê?

Apêndice II – Guião Entrevista

1. Quais foram os materiais que utilizaram? Em que tarefas? Porquê?
2. Gostaram de os utilizar? Porquê?
3. Ajudaram-vos na resolução das tarefas? Porquê?
4. Perante um problema, quais os passos que costumam dar até chegar à solução?
5. Tentam retirar os dados de uma tarefa antes de a começarem a resolver?
6. Percebem onde é que é preciso chegar antes de começarem a resolver a tarefa?
7. Tentam utilizar várias estratégias para encontrarem a solução para a tarefa?
8. Tentam perceber se a solução que obtiveram está correta? Como?
9. Têm a preocupação de perceber se a solução satisfaz o que é pedido na tarefa?
10. Verificam se o resultado que obtém na tarefa faz sentido?
11. Lembram-se das várias estratégias que utilizamos nos problemas combinatórios? Quais foram (esquema, tabela, modelo de área, disposições horizontais, disposições verticais)?
12. Qual a estratégia que compreenderam melhor? Porquê?
13. Qual é a que preferem utilizar? Porquê?
14. Na vossa opinião, estas estratégias que utilizamos na resolução das tarefas, ajudaram na sua compreensão? Porquê?
15. O material manipulável ajudou-vos a compreender estas formas de resolver as tarefas? Porquê?
16. O facto de utilizarem várias estratégias na resolução das tarefas ajudou-vos a resolvê-las mais facilmente? Porquê?

Apêndice III – Tarefas da sequência didática

➤ Plano de aula do dia 7 de maio de 2018

Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico
Prática Pedagógica Supervisionada

Instituição Formadora: Universidade de Aveiro

Orientadora: Isabel Cabrita

Orientadora Cooperante: Graça Paula Dias

Formandas em Intervenção: Diana Santos e Rita Almeida

Responsável pela intervenção: Rita Almeida

Plano diário 7 de maio de 2018

Rotina geral*:

Duração	Rotina
9h00-9h20	Entrada dos alunos na sala de aula Escrita do sumário
10h30-11h00	Lanche da manhã Recreio
12h30-14h00	Almoço

*Às segundas-feiras, no período da tarde (14h45 às 15h30), de duas em duas semanas, os alunos têm andebol.

PROGRAMA E META(S) VISADA(S):

Área de Português

- Leitura e Escrita (LE2)

Compreensão de texto;

Pesquisa e registo de informação.

Área de Matemática

- Números e operações (NO2)

Multiplicação.

- Capacidades transversais

Resolução de problemas;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática.

Área da Expressão plástica

- Atitudes e Valores

Organização

<p>Autonomia</p> <p>Estudo do Meio</p> <ul style="list-style-type: none"> • À descoberta do ambiente Natural <p>Os seres vivos do seu ambiente</p>
<p>OBJECTIVO(S) DE APRENDIZAGEM/RESULTADO(S) ESPERADO(S):</p> <p>Área do Português</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ler pequenos textos informativos; • Identificar o tema ou referir o assunto do texto; • Indicar os aspetos nucleares do texto de maneira rigorosa, respeitando a articulação dos factos ou das ideias assim como o sentido do texto; • Procurar informação na internet sobre temas predeterminados, para preencher, com a informação obtida, um poster. <p>Área de Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sentido aditivo e combinatório; • Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório; • Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; • Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados; • Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos; • Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas. • Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; • Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; • Discutir resultados, processos e ideias matemáticos. <p>Área de Expressão Plástica</p> <p>Atitudes e valores</p> <ul style="list-style-type: none"> • Colaborar nas atividades de grupo com sentido de organização; • Apresentar os trabalhos com bom aspeto e organização; • Contribuir com estratégias inovadoras / diversificadas para a consecução dos trabalhos. <p>Área do Estudo do Meio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer características externas de alguns animais (corpo coberto de penas, pelos, escamas, bico, garras...); • Recolher dados sobre o modo de vida desses animais (o que comem, como se reproduzem, como se deslocam...).

SUMÁRIO:

Análise de um texto informativo sobre o Coala.

Realização de tarefas matemáticas relacionadas com a operação da multiplicação.

Realização de um poster sobre um animal.

SEQUENCIAÇÃO E DURAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS:**9h20 – 10h30 (Português)**

- Análise de um texto informativo sobre um animal.

11h00 – 12h30 (Matemática)

- Realização da tarefa diagnóstica relacionada com a operação multiplicação enquadrada na primeira sessão da sequência didática.

14h00 – 15h30 (Expressão e Educação Plástica)

- Pesquisa sobre aspetos relevantes relacionados com o animal escolhido;
- Realização de um poster relativo a esse mesmo animal.

RECURSOS:

- ✓ Livro de fichas de Português, páginas 61 e 62 (Anexo 1);
- ✓ Quadro branco;
- ✓ Procedimento da primeira sessão da sequência didática (Apêndice 1);
- ✓ Tarefa da primeira sessão – diagnóstica (Apêndice 2);
- ✓ Materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, rolhas de plástico, palhinhas, entre outros);
- ✓ Computadores (Magalhães);
- ✓ Cartolinas;
- ✓ Marcadores.

AValiação das Aprendizagens:

- Avaliar as atitudes e valores através de uma tabela (Apêndice 3);
- Anotar no diário de bordo se os alunos resumem corretamente o texto lido e se identificam o tema e alguns aspetos importantes desse mesmo texto.
- Analisar as respostas dadas pelos alunos às questões do texto;
- Verificar se a pesquisa de informação foi bem-sucedida, através das produções dos alunos no poster.
- Averiguar as produções dos alunos relativamente à tarefa matemática, assim como a justificação que apresentam (escrita e oral).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Buesco, H., Morais, J., Rocha, M., Magalhães, V. (2015). Programa de Português – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Damião, H., Festas, I., Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2013). Programa de Matemática – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

- Ministério da Educação (2004). Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1ºCiclo. 4ªed. Lisboa: Departamento de Educação Básica.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2011). Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 1. Lisboa: Ministério da Educação.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2012). Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 2. Lisboa: Ministério da Educação.

Nota: Em todas as aulas foi feita alusão às etapas de resolução dos problemas aquando a discussão da discussão coletiva.

Descrição da aula:

O dia será iniciado com a entrada dos alunos na sala, às 9h, após o toque e, seguidamente, depois de pousarem as suas mochilas, irão aos respetivos cacifos para levarem, para a sua mesa de trabalho, o material necessário daquele dia. Enquanto os alunos se acomodam, escreverei o sumário no quadro branco. Posteriormente, quando já tiverem todo o material que necessitam em cima da mesa, será pedido que copiem o sumário para o caderno diário para que fiquem com um registo neste sobre o que irão fazer no decorrer daquele dia. Seguidamente é iniciada a área do Português, assim sendo, abriremos o livro de fichas na página 61 (Anexo 1) e será observada a imagem relativa ao texto a trabalhar. Através da observação desta mesma imagem, os alunos terão de identificar o assunto do texto, assim como poderão dizer o que sabem sobre o animal em questão. Seguidamente, será lido o texto, numa primeira fase, por mim e depois lerão alguns alunos selecionados aleatoriamente. Antes de analisarmos o conteúdo do texto, iremos observar de que tipo de texto se trata, comparando com os textos narrativos abordados na semana anterior e relembrando algumas das características de ambos. Nesta fase, os alunos devem ser capazes de identificar algumas diferenças entre os dois tipos de texto mencionados. Posteriormente, será pedido aos alunos que digam o que aprenderam, através do texto, sobre os Coalas e farão um pequeno resumo do que foi lido. Quando terminarem, os alunos deverão responder às questões apresentadas nas páginas 61 e 62, ainda no livro de fichas de Português. Finalmente, corrigiremos em conjunto o que foi desenvolvido pelos alunos e dialogaremos sobre o animal do texto e o que estão a aprender em Estudo do Meio. Assim sendo, serão colocadas as seguintes questões: “o Coala é considerado um animal doméstico ou selvagem? Porquê?”, “quais são as características externas do Coala? que outros animais são como ele?”, “que tipo de animal é o Coala?” e “existem mais animais como o Coala. Conhecem algum?”. Esta primeira parte

da manhã decorrerá até às 10h30, hora em que os alunos, normalmente, lancham dentro da sala e, após o toque, se dirigem ao exterior desta para o recreio.

Por volta das 11h, após o toque, os alunos regressarão à sala e passaremos à área da Matemática, onde realizarão a primeira sessão relacionada com a operação da multiplicação. Numa primeira fase, relembremos qual foi a última atividade desenvolvida na parte da manhã, que terá sido o desenho de um percurso na planta do jardim zoológico, e aproveitarei essa ponte para o desenvolvimento da tarefa relacionada com a operação a ser trabalhada. Assim sendo, seguindo o procedimento descrito no Apêndice 1, os alunos deverão resolver os problemas propostos – primeira tarefa (diagnóstica) – (Apêndice 2) durante a hora e meia destinada ao segundo tempo. Durante esta primeira sessão, os alunos terão de resolver três problemas relacionados com operação multiplicação, em que aplicarão os seus conhecimentos sobre a resolução de problemas com esta mesma operação. Durante esta sessão, os alunos poderão apresentar algumas dificuldades em explicar o seu raciocínio, assim sendo, será necessário que circule por estes e questione como pensaram e porque resolveram de determinada forma. Poderão ainda surgir dificuldades na elaboração de diversas estratégias, no entanto, explicarei que os alunos devem utilizar diversas formas para tentar chegar ao resultado final. Esta segunda parte da manhã decorrerá até às 12h30, momento em que toca e os alunos se dirigem para o exterior da sala. É de referir que os materiais manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Às 14h00, daremos início ao período da tarde e, neste momento, surge o tempo das Expressão e Educação Plástica, em que serão trabalhados conteúdos da área de Estudo do Meio. Primeiramente, será explicado aos alunos que irão desenvolver um projeto em grupo. Seguidamente, decidirão o animal sobre o qual querem desenvolver um poster; numa fase seguinte, farão uma pesquisa sobre alguns aspetos sobre esse animal e, depois, farão um poster com a informação que encontraram. Assim sendo, a turma será dividida em três grupos, sendo que cada um orientará a sua pesquisa através de três computadores (Magalhães). Para a construção do poster, usarão uma cartolina e marcadores. No final, cada grupo apresentará o seu poster aos restantes alunos da turma e este será afixado na parede da sala. Esta parte da tarde durará até às 14h45, pois a essa hora a turma tem a atividade de Andebol.

Anexos

Anexo 1 – Livro de fichas de Português, páginas 61 e 62

Unidade 8

Ficha 34

Nome _____

Data ____/____/____

1. Lê o texto.

Os coalas são mamíferos marsupiais que vivem na Austrália. São marsupiais porque as fêmeas destes animais têm uma bolsa na barriga, chamada bolsa marsupial.

Os coalas alimentam-se, principalmente, de folhas de eucalipto, por isso vivem em florestas destas árvores.

Os coalas têm pelo cinzento e branco. Têm uma cabeça arredondada, as orelhas grandes e felpudas e o nariz grande e preto.

Geralmente, os coalas vivem sozinhos. Só se juntam para acasalar. A cria nasce 35 dias depois do acasalamento, mas, ao contrário de outros animais, ainda não está pronta para sobreviver.

Quando a cria nasce vai para a bolsa marsupial na barriga da mãe e aí fica a mamar durante 7 meses. Depois, vai para o dorso da mãe e fica agarrada a ela até fazer um ano de idade. Só nessa altura é que o bebé coala está pronto para enfrentar a vida sozinho.



2. Assinala, com X, as opções corretas.

A bolsa dos coalas chama-se bolsa...

☐ amniótica. ☐ de ganga. ☒ marsupial.

O coala é um animal...

☒ mamífero. ☐ réptil. ☐ anfíbio.

O coala vive em florestas de...

☐ pinheiros. ☐ acícias. ☒ eucaliptos.

3. Escreve respostas curtas.

Em que país vivem os coalas? Os coalas vivem na Austrália.

Que outro animal muito conhecido vive nesse país? O canguru.

No seu corpo, o que têm em comum esses dois animais? Ambos têm uma bolsa marsupial.

4. Lê a informação do esquema e completa-o com os títulos em falta.

alimentação classe habitat características físicas cria

Coala				
alimentação	classe	habitat	cria	
	mamífero	florestas de eucaliptos da Austrália		
características físicas				
Pelo cinzento e branco, cabeça arredondada, orelhas grandes e felpudas e nariz grande e preto.				

5. Localiza, no mapa do Jardim Zoológico, o local onde vivem os coalas.

5.1 Traça o caminho desde a entrada do Zoo até ao local onde estão os coalas.

5.2 Se de seguida fores visitar as girafas, seguindo pelo caminho mais curto, passas pelos golfinhos?

Não.



Apêndices

Apêndice 1 – Procedimento da primeira sessão da sequência didática

❖ Primeira Sessão (diagnóstica) – Procedimento

1. Antes de entregar a tarefa, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma.
2. Entregarei a tarefa aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. Deverei acompanhar e observar as resoluções dos alunos para ter a certeza de que todos utilizam várias estratégias e que justificam a forma como pensaram em todas.
4. No final da realização da tarefa, iremos confrontar algumas estratégias utilizadas pelos alunos. Através das estratégias utilizadas pelos alunos deverei avançar com a notação vertical não condensada.

Apêndice 2 – Tarefa da primeira sessão

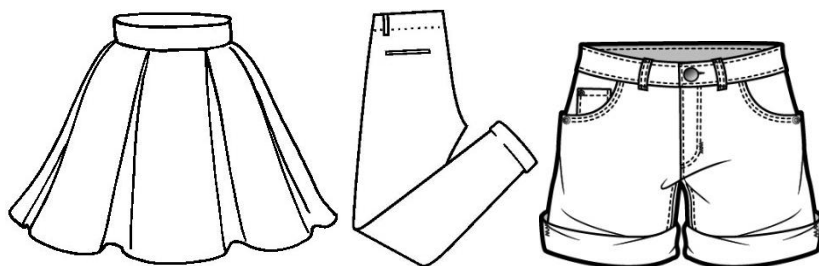
A professora da Carolina organizou uma visita de estudo ao Jardim Zoológico para que os alunos melhor compreendessem o que iriam estudar em Estudo do Meio.

1. (Adaptado) A Carolina estava tão entusiasmada com a visita de estudo do dia seguinte que queria preparar a sua roupa. Ela tem de escolher uma parte de cima e outra de baixo, sendo que tem as seguintes opções:

Parte de cima:



Parte de baixo:



Quantas combinações diferentes pode a Carolina fazer?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

2. (Adaptado) Na chegada ao jardim zoológico, a professora teve de comprar os bilhetes de entrada para os alunos das três turmas de 2.º ano que foram à visita. Observa, no cartaz abaixo, o preço, em euros, dos bilhetes de entrada no Jardim Zoológico, para crianças.

Jardim Zoológico (entradas) Crianças 6 euros

Sabendo que a professora comprou 24 bilhetes, quanto é que ela pagou na bilheteira?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal, da(s) operação(ções), notação vertical, da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

3. Durante a visita de estudo, a Carolina e os seu colegas repararam que havia várias escolas a fazer a mesma visita e muitas estavam a usar os comboios do Zoo. Tendo a mesma ideia, as professoras decidiram andar nos comboios com os alunos das suas turmas. Os 14 comboios do Zoo saíram ao mesmo tempo e esgotaram a sua lotação. Sabendo que em cada um cabem 64 pessoas, quantas pessoas andaram nos comboios de uma vez?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

Apêndice 3 – Tabela avaliativa das atitudes e valores

Nome dos alunos	Atitudes e valores				
	Colabora nas atividades de grupo com sentido de organização	Colabora com os outros	Contribui com estratégias inovadoras / diversificadas para a consecução dos trabalhos	Apresenta os trabalhos com bom aspeto e organização	Procura investigar em várias fontes
1. Alexandre Lemos					
2. Alexandre Maduro					
3. Bárbara Nunes					
4. Beatriz Cadete					

➤ Plano de aula do dia 8 de maio de 2018

Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico
Prática Pedagógica Supervisionada

Instituição Formadora: Universidade de Aveiro

Orientadora: Isabel Cabrita

Orientadora Cooperante: Graça Paula Dias

Formandas em Intervenção: Diana Santos e Rita Almeida

Responsável pela intervenção: Rita Almeida

Plano diário 8 de maio de 2018

Rotina geral*:

Duração	Rotina
9h00-9h20	Entrada dos alunos na sala de aula Escrita do sumário
10h30-11h00	Lanche da manhã Recreio
12h30-14h00	Almoço

*Às segundas-feiras, no período da tarde (14h45 às 15h30), de duas em duas semanas, os alunos têm andebol.

PROGRAMA E META(S) VISADA(S):

Área de Português

- Leitura e Escrita (LE2)

Compreensão de texto

- Oralidade (O2)

Produzir discursos

Área de Matemática

- Números e operações (NO2)

Multiplicação.

- Capacidades transversais

Resolução de problemas;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática.

OBJECTIVO(S) DE APRENDIZAGEM/RESULTADO(S) ESPERADO(S):

Área de Português

- Ler pequenos textos informativos;
- Identificar o tema ou referir o assunto do texto;
- Escrever um pequeno texto, em situação de ditado;
- Responder adequadamente a perguntas;

<ul style="list-style-type: none"> • Partilhar ideias. <p>Área de Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sentido aditivo e combinatório; • Problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar ou completar; • Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; • Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados; • Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos; • Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas; • Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; • Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; • Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.
<p>SUMÁRIO: Realização de tarefas relacionadas com a operação multiplicação (continuação). Análise do texto “O Abelhurso”. Realização de um ditado.</p>
<p>SEQUENCIAÇÃO E DURAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS:</p> <p>9h00– 10h30 (Matemática)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realização da tarefa relacionada com a operação multiplicação enquadrada na segunda sessão da sequência didática. <p>11h00 – 12h30 (Português)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Leitura e análise do texto “O Abelhurso”; • Realização de um ditado. <p>14h00 – 15h30 (Apoio ao Estudo)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realização da tarefa relacionada com a operação multiplicação enquadrada na terceira sessão da sequência didática.
<p>RECURSOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Procedimento da segunda e terceira sessões da sequência didática (Apêndice 1); ✓ Tarefa da segunda sessão (Apêndice 2) ✓ Manual de Português, páginas 132 e 133 (Anexo 1); ✓ Excertos da obra “A arca do não é”; ✓ Quadro interativo; ✓ Quadro branco; ✓ Folhas brancas; ✓ Tarefa da terceira sessão (Apêndice 3).
<p>AValiação das Aprendizagens:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Anotar no diário de bordo:

Através do diálogo compreender se os alunos resumem corretamente o texto lido e se identificam o tema e alguns aspetos importantes desse mesmo texto;

Como é que cada um que participa no diálogo se expressa.

- Analisar as produções de escrita dos alunos realizadas no ditado;
- Examinar as produções dos alunos em relação às tarefas matemáticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Buesco, H., Morais, J., Rocha, M., Magalhães, V. (2015). Programa de Português – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Damião, H., Festas, I., Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2013). Programa de Matemática – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação (2004). Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1ºCiclo. 4ªed. Lisboa: Departamento de Educação Básica.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2011). Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 1. Lisboa: Ministério da Educação.

Nota: Em todas as aulas foi feita alusão às etapas de resolução dos problemas aquando a discussão da discussão coletiva.

Descrição da aula:

O dia será iniciado com a entrada dos alunos na sala, às 9h, após o toque e, seguidamente, depois de pousarem as suas mochilas, irão aos respetivos cacifos para levarem, para a sua mesa de trabalho, o material necessário daquele dia. Enquanto os alunos se acomodam, escreverei o sumário no quadro branco. Posteriormente, quando já tiverem todo o material que necessitam em cima da mesa, será pedido que copiem o sumário para o caderno diário para que fiquem com um registo neste sobre o que irão fazer no decorrer daquele dia. Assim sendo, daremos início à área de Matemática, em que daremos continuidade à sequência didática constituída por tarefas relacionadas com a operação multiplicação. No presente tempo decorrerá a segunda sessão da sequência didática (ver procedimento no Apêndice 1), em que os alunos resolverão dois problemas, envolvidos na tarefa da segunda sessão (Apêndice 2). Para a realização desta tarefa, os alunos deverão colocar em prática algumas das estratégias que compreenderam na discussão da tarefa diagnóstica, assim como avançar para estratégias de notação horizontal e vertical da operação multiplicação. É relevante referir que durante esta sessão serão utilizados materiais manipuláveis para ajudar os alunos na resolução dos problemas. Posto isto, durante a realização da tarefa, poderão surgir dificuldades, sendo que tentarei na discussão tirar estas possíveis dúvidas que possam surgir. Poderão também aparecer dificuldades em explicar o seu raciocínio tanto a mim, como aos colegas, no entanto, acompanharei os alunos para que consigam desenvolver essa

competência, não o fazendo apenas por eles, mas sim incentivá-los para tal. Esta primeira parte da manhã decorrerá até às 10h30, hora em que os alunos, normalmente, lancham dentro da sala e, após o toque, se dirigem ao exterior desta para o recreio. É de referir que os materiais manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Por volta das 11h, após o toque, os alunos regressarão à sala e passaremos à área do Português, em que iniciarei questionando os alunos qual o tema de que temos falado em todas as áreas curriculares, lembrando que são os animais. Assim sendo, questionarei o tipo de texto que foi lido no dia anterior e, depois dos alunos referirem, abrirão o manual de Português, na página 133 (Anexo 3). Inicialmente, lerei o texto e, numa fase posterior, dialogaremos sobre o tipo de texto. Depois, os alunos lerão em silêncio para que, possamos fazer um ditado, em que serão distribuídas folhas brancas para a sua realização. No final, dialogaremos sobre o texto lido, sendo que os alunos terão de caracterizar o “abelhurso” e responderemos às questões presentes no livro, em conjunto. Quando terminadas, serão projetados alguns excertos da obra “A arca do não é”, de onde foi retirado o excerto “O Abelhurso” e os alunos terão de adivinhar de que animal se trata”. Posteriormente, os alunos realizarão a questão 7 da página seguinte, 134 (Anexo 1), podendo no final, apresentar aos restantes alunos a sua versão do “Paturso”. Esta segunda parte da manhã decorrerá até às 12h30, momento em que toca e os alunos se dirigem para o exterior da sala.

Às 14h00, daremos início ao período da tarde e, neste momento, será implementada a terceira sessão da sequência didática (ver procedimento no Apêndice 2), em que os alunos resolverão dois problemas, envolvidos na tarefa da terceira sessão (Apêndice 3). Para a realização desta tarefa, os alunos deverão colocar em prática os seus conhecimentos relativos ao significado combinatório da operação multiplicação. Assim sendo, esta tarefa terá como objetivo avançar na resolução de problemas com significado combinatório, compreendendo estratégias como esquemas, tabela de dupla entrada e o modelo de área. Poderão surgir dúvidas em algumas das estratégias apresentadas, mas tentarei observar os alunos e as suas dificuldades e acompanhá-los no processo de aprendizagem das estratégias referidas. É de referir que os materiais manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Anexos

Anexo 1 – Manual de Português, na página 132 e 133



Apêndices

Apêndice 1 – Procedimento da segunda e terceira sessões da sequência didática

❖ Segunda tarefa – Procedimento

1. Antes de entregar a tarefa, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, material multibásico, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma.
2. Entregarei a tarefa aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. Deverei acompanhar e ir observando as resoluções dos alunos para ter a certeza de que todos utilizam várias estratégias e que justificam a forma como pensaram em todas.
4. No final da realização da tarefa, iremos confrontar algumas estratégias utilizadas pelos alunos. Deverá ser utilizada a estratégia de notação vertical não condensada, assim como devem ser incluídas todas as etapas de resolução de problemas no decorrer da discussão, como a notação horizontal da multiplicação.

❖ Terceira tarefa – Procedimento

1. Antes de entregar a tarefa tarefas, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais

manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, material multibásico, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma.

2. Entregarei a tarefa aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. Deverei acompanhar e ir observando as resoluções dos alunos para ter a certeza que todos justificam a forma como pensaram.
4. No final da realização do primeiro problema, iremos confrontar as ideias dos alunos e resolver coletivamente. Para isso, dividirei o quadro em quatro partes:
 - ❖ Irá ao quadro, inicialmente, um aluno que utilizará um esquema ou desenho para resolver o problema, na primeira parte do quadro.
 - ❖ Depois da organização de dados num esquema, questionarei os alunos se não podemos organizá-los numa tabela de dupla entrada. Esta estratégia será realizada na segunda parte do quadro, em conjunto. Através da tabela de dupla entrada, dialogarei com os alunos e chegaremos à multiplicação do número de linhas pelo número de colunas da tabela.
 - ❖ Passarei para o modelo de área, utilizando o material multibásico. Questionarei então, “como poderemos preencher o interior do retângulo formado com o mínimo de peças possível?”. Nesta fase, os alunos deverão preencher essa superfície com o material multibásico, que será distribuído previamente. Depois de terminarem, será discutida a resolução.
 - ❖ Com a ajuda dos alunos, ou seja, estes dirão como escreverei, na última parte do quadro, a operação usando a notação horizontal e a notação vertical.
5. Finalmente, será distribuída o último problema, que os alunos terão de resolver usando as estratégias utilizadas (esquema, tabela, modelo de área, notações horizontal e vertical da operação). Quando terminarem, confrontaremos as ideias no quadro.
6. Devem ser incluídas todas as etapas de resolução de problemas no decorrer da discussão.

Apêndice 2 - Tarefa da segunda sessão

1. (Adaptada) Durante a visita de estudo ao Zoo, os alunos realizaram uma caça ao tesouro. Os desafios eram sobre alguns animais. Para os resolver, os alunos foram divididos em dois grupos – o azul e o amarelo. O grupo azul descobriu 23 animais nas pistas e o grupo amarelo descobriu o quádruplo. Quantos animais descobriu o grupo amarelo?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

2. Quando chegaram ao parque de estacionamento, a Carolina e os colegas viram que estavam estacionadas 13 camionetas iguais. Sabendo que uma camioneta leva 53 pessoas, qual a lotação das 13 camionetas?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

Apêndice 3 – Tarefa da terceira sessão

No dia a seguir à visita, como era o aniversário da Carolina, a professora decidiu fazer um bolo com os alunos, na aula de expressões artísticas.

1. (Adaptado) Para a elaboração do bolo, a professora disponibilizou 14 formas de animais observados no Zoo e 6 coberturas diferentes. Cada bolo foi feito numa única forma e levava uma única cobertura. Quantas combinações diferentes de bolos podem fazer?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

2. Na aula de Português, a professora analisou o livro “A arca do não é” e os alunos observaram muitas combinações de animais. Depois da sua exploração, a professora pediu aos alunos que fizessem algo diferente e combinassem nomes de animais com nomes de plantas.

A professora deu aos alunos o nome de 21 animais e o nome de 4 plantas. Sabendo que um nome leva um animal e uma planta, quantas combinações podem os alunos fazer?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

➤ Plano de aula do dia 9 de maio de 2018

Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico
Prática Pedagógica Supervisionada

Instituição Formadora: Universidade de Aveiro

Orientadora: Isabel Cabrita

Orientadora Cooperante: Graça Paula Dias

Formandas em Intervenção: Diana Santos e Rita Almeida

Responsável pela intervenção: Rita Almeida

Plano diário 9 de maio de 2018

Rotina geral*:

Duração	Rotina
9h00-9h20	Entrada dos alunos na sala de aula Escrita do sumário
10h30-11h00	Lanche da manhã Recreio
12h30-14h00	Almoço

*Às segundas-feiras, no período da tarde (14h45 às 15h30), de duas em duas semanas, os alunos têm andebol.

PROGRAMA E META(S) VISADA(S):

Área de Português

- Leitura e Escrita (LE2)

Fluência de leitura: velocidade, precisão e prosódia

Produção de texto

Área de Matemática

- Números e operações (NO2)

Multiplicação.

- Capacidades transversais

Resolução de problemas;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática.

Área de Estudo do Meio

- À descoberta do Ambiente Natural

Os seres vivos do seu ambiente.

OBJECTIVO(S) DE APRENDIZAGEM/RESULTADO(S) ESPERADO(S):

Área de Português

- Ler pelo menos 50 de uma lista de 60 pseudopalavras monossilábicas, dissilábicas e trissilábicas (4 sessões de 15 pseudopalavras cada);

- Respeitar as regras de concordância entre o sujeito e a forma verbal;
- Utilizar, com coerência, os tempos verbais;
- Utilizar sinônimos e pronomes para evitar a repetição de nomes;
- Cuidar da apresentação final do texto.

Área de Matemática

- Sentido aditivo e combinatório;
- Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório
- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados;
- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas;
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Área do Estudo do Meio

- Observar e identificar animais selvagens e domésticos;
- Reconhecer diferentes ambientes onde vivem os animais (terra, água, ar);
- Recolher dados sobre o modo de vida desses animais (o que comem, como se reproduzem, como se deslocam...).

SUMÁRIO:

Continuação da realização de propostas relacionadas com o texto “O abelhurso”.

Realização da quarta tarefa relacionadas com a operação multiplicação (continuação).

SEQUENCIAÇÃO E DURAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS:

9h20 – 10h30 (Português)

- Continuação da análise do texto “O abelhurso” através de algumas atividades propostas no manual.

11h00 – 12h30 (Matemática)

- Realização da tarefa relacionada com a operação multiplicação enquadrada na quarta sessão da sequência didática.

14h00 – 15h30 (Estudo do Meio)

- Revisão sobre os aspetos físicos dos animais;
- Introdução dos seres vivos de outras regiões ou países.

RECURSOS:

- ✓ Manual de Português na página 133 (Anexo 1);

<ul style="list-style-type: none"> ✓ Quadro branco; ✓ Quadro interativo; ✓ Procedimento da quarta sessão da sequência didática (Apêndice 1); ✓ Tarefa da quarta sessão (Apêndice 2); ✓ Material multibásico; ✓ Jogo no quadro interativo (Anexo 2); ✓ Manual de Estudo do Meio na página 103 e 104 (Anexo 3); ✓ Livro de Fichas de Estudo do Meio, página 53 e 54 (Anexo 4).
<p>AValiação das Aprendizagens:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Anotar numa tabela avaliativa (Apêndice) se os alunos conseguem ler as pseudopalavras; • Analisar as produções de escrita dos alunos; • Anotar no diário de bordo: Se os alunos respondem corretamente no jogo realizado oralmente; Se recolhem dados corretamente no computador. • Observar o poster dos alunos com a informação recolhida; • Estudar as produções dos alunos relativas às tarefas matemáticas.
<p>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buesco, H., Morais, J., Rocha, M., Magalhães, V. (2015). Programa de Português – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. • Damião, H., Festas, I., Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2013). Programa de Matemática – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. • Ministério da Educação (2004). Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1ºCiclo. 4ªed. Lisboa: Departamento de Educação Básica. • Gabinete de Avaliação Educacional (2011). Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 1. Lisboa: Ministério da Educação.

Nota: Em todas as aulas foi feita alusão às etapas de resolução dos problemas aquando a discussão da discussão coletiva.

Descrição da aula:

O dia será iniciado com a entrada dos alunos na sala, às 9h, após o toque e, seguidamente, depois de pousarem as suas mochilas, irão aos respetivos cacifos para levarem, para a sua mesa de trabalho, o material necessário daquele dia. Enquanto os alunos se acomodam, escreverei o sumário no quadro branco. Posteriormente, quando já tiverem todo o material que necessitam em cima da mesa, será pedido que copiem o sumário para o caderno diário para que fiquem com um registo neste sobre o que irão fazer no decorrer daquele dia. Seguidamente, será iniciada a área do Português, em que serão realizadas propostas sobre o texto “O abelhurso”. Primeiramente, lembraremos o texto que foi lido no dia anterior,

falando do seu assunto e pedindo aos alunos que façam um resumo do que se lembram. Posteriormente, abriremos o Manual de Português na página 133 (Anexo 1) e faremos o treino da leitura que apresenta no exercício 8, para tal, os alunos lerão em silêncio as palavras e após o treino, lerão em voz alta. Numa segunda fase, realizarão as duas questões que se seguem. Finalmente, os alunos realizarão um texto descritivo, no entanto, falaremos sobre as suas regras primeiro para que os alunos possam realizar sozinhos. No final, cada aluno apresentará o seu texto descritivo, assim como realizará a última questão do livro sobre a ilustração de um animal inventado, este também será apresentado à turma. Esta primeira parte da manhã decorrerá até às 10h30, hora em que os alunos, normalmente, lancham dentro da sala e, após o toque, se dirigem ao exterior desta para o recreio.

Por volta das 11h, após o toque, os alunos regressarão à sala e passaremos à área da Matemática, em que será implementada a quarta sessão da sequência didática (ver procedimento – Apêndice 1), em que os alunos resolverão um problema, envolvidos na tarefa da quarta sessão (Apêndice 2). Esta tarefa foi criada apenas com um problema, pois a sessão anterior iria atrasar, como tal, o desenvolvimento desta tarefa pretendia que os alunos avançassem nas estratégias de notação vertical condensada. Esta segunda parte da manhã decorrerá até às 12h30, momento em que toca e os alunos se dirigem para o exterior da sala. É de referir que os materiais manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Às 14h00, daremos início ao período da tarde e, neste momento, será iniciada a área do Estudo do Meio, em que, inicialmente faremos um jogo no quadro interativo (Anexo 2), os alunos relembarão o que falaram sobre os animais durante a semana. De seguida, falaremos um pouco sobre o que apareceu no jogo e sobre o que aprenderam, sendo colocadas questões como: “o que foram falando sobre os animais ao longo da semana?”, “o que é o habitat de um animal?” e “que características externas podem ter os animais?”, para se poder ligar os aspetos físicos dos animais às regiões onde vivem. Ouvirei as opiniões dos alunos e, de seguida, abriremos o Manual na página 103 (Anexo 3), onde os alunos colarão os nomes dos animais e das plantas nas respetivas imagens para que, no final, possamos dialogar sobre algumas características desses mesmos animais e a relação que têm com o seu habitat. De seguida, relacionando com a próxima atividade do Manual, questionarei se as patas dos animais são todas iguais e se também estarão relacionadas com o seu habitat, consequentemente, abrirão o manual de Estudo do Meio na página 104 (Anexo 3) e



associarão a pegada ao animal. Quando terminado, os alunos realizarão as páginas 53 e 54 do livro de fichas de Estudo do Meio (Anexo 4), consolidando o que estiveram a aprender sobre os animais na semana passada. A parte da tarde acabará às 15h30, hora em que os alunos terão atividades extracurriculares.

Anexo

Anexo 1 – Manual de Português na página 133

7. Lê a descrição do paturso e **ilustra-o**.

O paturso tem a cara de um urso polar e o corpo de um pato. A sua cara é branca e o corpo é castanho. O paturso pia quando tem fome. É um animal meigo e muito brincalhão, mas foge das pessoas porque é muito medroso. O paturso gosta de comer peixe fresco acompanhado pelo delicioso e doce mel.

Miguel Nêvo, *Patrono de A. ano do ano A...*, Textos e Ilustrações, 1ª edição, 2014

TREINO A LEITURA

8. Lê as pseudopalavras em voz alta para a turma num minuto.

cengirafa	pandurso	mapato	raposafir	cangato
pirelefante	formigalhe	centopeiate	cigaleão	cigarraja
cãopas	trezebra	estigaivota	peixemer	piscaranguejo

8.1 **Sublinha** as letras piratas nas pseudopalavras. **Rodeia** as palavras que já conheces.

8.2 O que têm em comum todas as palavras que rodeaste?

VOU ESCREVER... um texto descritivo

9. **Descreve** um animal estranho: o crocofante (metade crocodilo, metade elefante). Deves referir:

- o seu nome;
- as características físicas (tamanho, partes do corpo, pele...);
- como se desloca;
- onde vive;
- de que se alimenta.

9.1 **Desenha** o teu crocofante numa folha e **apresenta-o** à turma.

133

Anexo 2 – Jogo no quadro interativo



https://lmsev.escolavirtual.pt/playerteacher/resource/264426/L?se=1231&seType=?_url=/playerteacher/resource/264426/L&se=1231&seType=


Anexo 3 – Manual de Estudo do Meio na página 103 e 104


Aspectos físicos e cores vivas de outros regíões no pólo

Existem regíões e países onde os animais e as plantas são muito diferentes daqueles que podes observar no ambiente em que vives.

1. Observa as imagens. Cola os autocolantes que estão no fim do livro nos espaços corretos.









MOMENTO TOP

Quando andas descalço na areia molhada, deixas atrás de ti pegadas, que são as marcas dos teus pés.
Os animais também deixam pegadas no chão, e, pela sua observação, podemos descobrir a que animal pertencem, se é um adulto ou uma cria...

1. Será que consegues descobrir de quem são estas pegadas? Completa as legendas como no exemplo.





1 _____

2 _____

3 _____

4 _____

5 _____

6 _____

7 _____


8 abiquito

Anexo 4 – Livro de Fichas de Estudo do Meio, página 53 e 54

FICHA 26

Modos de vida de alguns animais

1. Na biblioteca, o Tito, o Oli e a Pipa fizeram uma pesquisa para preencherem uma ficha sobre o modo de vida de alguns animais. Completa as fichas com as informações que cada um recolheu sobre o animal que escolheu para pesquisar.




GAIVOTA

Revestimento do corpo: penas

Locomoção: voo

Alimentação: peixe

Reprodução: criação de novos ovos




COELHO

Revestimento do corpo: pelos

Locomoção: salto

Alimentação: vegetais

Reprodução: criação de ninhada da ninhada



RA

Revestimento do corpo: pele mole

Locomoção: salto e natação



Alimentação: vegetais



Reprodução: criação de novos ovos

2. Escreve os nomes de:

- dois animais que têm o corpo revestido por penas, se reproduzem por ovos e se alimentam de grãos.
- dois animais que têm o corpo revestido por pelos, nascem do ventre da mãe e se alimentam de vegetais e grãos.
- dois animais que têm o corpo revestido por pelos, nascem do ventre da mãe e se alimentam de outros animais.

3. Pinta os animais que têm em comum o tipo de locomoção.

4. Lê as pistas seguintes e descobre de que animal doméstico se trata. Desenha-o.

- Tem o corpo revestido por pelos.
- Nasce do ventre da mãe.
- Come de tudo um pouco.
- É utilizado como alimento pelo ser humano.
- Vive numa pocilga.

(desenhar um porco)

Apêndices

Apêndice 1 – Procedimento da quarta sessão da sequência didática

❖ Quarta sessão – Procedimento

1. Antes de entregar a tarefa, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma.
2. Entregarei a tarefa aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. Deverei acompanhar e ir observando as resoluções dos alunos para ter a certeza que todos utilizam várias estratégias e que justificam a forma como pensaram em todas.
4. No final da realização da tarefa, iremos confrontar algumas estratégias utilizadas pelos alunos. Durante estes confrontos, pretende-se avançar com a notação vertical condensada na aproximação ao algoritmo convencional. Durante esta mesma discussão, devem ser incluídas todas as etapas de resolução de problemas no decorrer da discussão.

Apêndice 2 – Tarefa da quarta sessão

1. Depois de tudo o que aprendeu sobre os animais na visita de Estudo e na aula de Estudo do Meio, a Carolina pediu à mãe uma grande coleção de cromos com todas as informações sobre os animais.

Para organizar os seus cromos, a Carolina fez 23 montes de 24 cromos. Quantos cromos tem a Carolina?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

➤ Plano de aula do dia 10 de maio de 2018

Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico
Prática Pedagógica Supervisionada

Instituição Formadora: Universidade de Aveiro

Orientadora: Isabel Cabrita

Orientadora Cooperante: Graça Paula Dias

Formandas em Intervenção: Diana Santos e Rita Almeida

Responsável pela intervenção: Rita Almeida

Plano diário 10 de maio de 2018

Rotina geral*:

Duração	Rotina
9h00-9h20	Entrada dos alunos na sala de aula Escrita do sumário
10h30-11h00	Lanche da manhã Recreio
12h30-14h00	Almoço

*Às segundas-feiras, no período da tarde (14h45 às 15h30), de duas em duas semanas, os alunos têm andebol.

PROGRAMA E META(S) VISADA(S):

Área de Português

- Leitura e Escrita (LE2)

Compreensão de texto

Ortografia e Pontuação

- Oralidade (O2)

Área de Matemática

- Números e operações (NO2)

Multiplicação.

- Capacidades transversais

Resolução de problemas;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática.

Estudo do Meio

- À descoberta do ambiente natural

Os seres vivos do seu ambiente

OBJECTIVO(S) DE APRENDIZAGEM/RESULTADO(S) ESPERADO(S):

Área de Português

- Ler pequenos poemas;
- Reconhecer o significado de novas palavras, relativas a temas do cotidiano, áreas do interesse dos alunos e conhecimento do mundo (por exemplo, profissões, passatempos, meios de transporte, viagens, férias, clima, estações do ano, fauna e flora);
- Identificar e utilizar os acentos (agudo, grave e circunflexo) e o til;
- Elaborar e escrever uma frase simples, respeitando as regras de correspondência fonema – grafema e utilizando corretamente as marcas do gênero e do número nos nomes, adjetivos e verbos.

Estudo do Meio

- Observar e identificar alguns animais mais comuns existentes no ambiente próximo: animais selvagens; animais domésticos.

Área de Matemática

- Sentido aditivo e combinatório;
- Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório;
- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados;
- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas;
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

SUMÁRIO:

Resolução de tarefas relacionadas com a operação da multiplicação (conclusão).
Análise do texto poético “De uma natureza para a outra”.

SEQUENCIAÇÃO E DURAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS:

9h20 – 10h30 (Matemática)

- Realização da tarefa relacionada com a operação multiplicação enquadrada na quinta sessão da sequência didática.

11h00 – 12h30 (Português)

- Análise do texto poético “De uma natureza para a outra”.

14h00 – 15h30 (Matemática)

- Realização da tarefa relacionada com a operação multiplicação enquadrada na sexta sessão da sequência didática.

RECURSOS:

- ✓ Procedimento da quinta e sexta sessões da sequência didática (Apêndice 1);

<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tarefa da quinta sessão (Apêndice 2); ✓ Manual de Português, onde abrirão a página 136 e 137 (Anexo 1); ✓ Texto no quadro interativo (Anexo 2); ✓ Tarefa da sexta sessão (Apêndice 3); ✓ Quadro branco; ✓ Quadro interativo.
<p>AValiação das Aprendizagens:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar as produções escritas dos alunos nas respostas às questões do livro; • Analisar as produções dos alunos relativas ao desenvolvimento das tarefas matemáticas.
<p>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buesco, H., Morais, J., Rocha, M., Magalhães, V. (2015). Programa de Português – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. • Damião, H., Festas, I., Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2013). Programa de Matemática – Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. • Ministério da Educação (2004). Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1ºCiclo. 4ªed. Lisboa: Departamento de Educação Básica. • Gabinete de Avaliação Educacional (2011). Teste intermédio de Matemática 2º ano: caderno 1. Lisboa: Ministério da Educação.

Nota: Em todas as aulas foi feita alusão às etapas de resolução dos problemas aquando a discussão da discussão coletiva.

Descrição da aula:

O dia será iniciado com a entrada dos alunos na sala, às 9h, após o toque e, seguidamente, depois de pousarem as suas mochilas, irão aos respetivos cacifos para levarem, para a sua mesa de trabalho, o material necessário daquele dia. Enquanto os alunos se acomodam, escreverei o sumário no quadro branco. Posteriormente, quando já tiverem todo o material que necessitam em cima da mesa, será pedido que copiem o sumário para o caderno diário para que fiquem com um registo neste sobre o que irão fazer no decorrer daquele dia. Seguidamente, será iniciada com a área de matemática em que continuaremos com a realização da sequência didática (ver procedimento – Apêndice 1) relativas à operação multiplicação. Por conseguinte, no presente tempo, realizou-se a quinta sessão, em que foi implementada a tarefa da quinta sessão (Apêndice 2). Para esta tarefa foram elaborados dois problemas, em que os alunos terão de resolver o mais autonomamente possível, realizando a tarefa utilizando as estratégias aprendidas até então. É de referir que os materiais

manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Por volta das 11h, após o toque, os alunos regressarão à sala e passaremos à área de Português, em que primeiramente dialogaremos sobre o tipo de texto que foi analisado nos dias anteriores e o assunto desses mesmos textos. Seguidamente, questionarei se só os textos informativos falam sobre esse mesmo assunto e passaremos para o Manual de Português, em que abrirão a página 136 (Anexo 1). Numa fase inicial, os alunos observarão o texto e dialogaremos sobre o seu tipo, comparando com os textos que temos vindo a analisar. Durante este diálogo, para além do tipo de texto, os alunos terão de referir características deste mesmo tipo de texto. Seguidamente, através da observação do título e da imagem, dirão qual o assunto tratado no texto e, assim, responderemos à questão inicial sobre se só os textos informativos falam sobre animais. Numa fase seguinte, os alunos ouvirão o texto lido pelo quadro interativo (Anexo 2) e depois cada aluno lerá uma quadra. No final, dialogaremos sobre o assunto geral do texto e, de seguida, os alunos identificarão de que trata cada quadra. Posteriormente, sublinham no texto, a cores diferentes, o que diz respeito aos animais selvagens e o que é respetivo aos animais domésticos. Para finalizar, os alunos deverão responder às questões associadas aos textos, nas páginas 136 e 137 do manual de Português. Depois de concluírem, corrigiremos em conjunto. Esta segunda parte da manhã decorrerá até às 12h30, momento em que toca e os alunos se dirigem para o exterior da sala.

Às 14h00, daremos início ao período da tarde, em que será implementada a última sessão da sequência didática (ver procedimento – Apêndice 1), em que os alunos desenvolveram a sexta tarefa (Apêndice 3). Para esta tarefa foram desenvolvidos dois problemas, em que os alunos terão de resolver com várias estratégias, como em todas as sessões, no entanto, esta última será para avaliar as aprendizagens dos alunos ao longo das sessões. Esta parte da tarde durará até às 15h30, hora em que os alunos terão atividades extracurriculares. É de referir que os materiais manipuláveis ficarão em cima da mesa e sempre que estes os quiserem utilizar terão de se levantar e ir buscar.

Anexos

Anexo 1 – Manual de Português, páginas 136 e 137

Vou relacionar com o Estudo do Meio

PONTO DE PARTIDA
Procura no teu manual de Estudo do Meio as principais diferenças entre os animais domésticos e selvagens.

VOU LER
1. Lê o poema em coro.

De uma natureza para a outra 136

Os animais gostam da casa
que lhes dá sustento e carinho
e os chama de longe com a luz
que se acende à noite devagarinho.

Mas há outros que são livres
porque cresceram sem amarras
e deixaram até que as unhas
se transformassem em garras.

Há animais que se acoitam
à espera da comida certa
e outros que vão em busca
da vontade que desperta.

Sejam livres ou selvagens
Hão de ser sempre animais
corram na selva sem dono
ou durmam no abrigo dos quintais.

Há animais que como as pessoas
nunca param de nos espantar;
só livres se sentem felizes
e sendo da terra querem nadar.

Há animais livres e selvagens,
tendo magia e beleza
e lembrando como é diversa
esta imensa natureza.

João Jorge Leiria, Tereza Leiria, 2017

3. Assinala, com X, o significado da expressão «durmam no abrigo dos quintais».

<input type="checkbox"/> Dormem fora dos quintais.	<input type="checkbox"/> Dormem protegidos nos quintais.
<input type="checkbox"/> Descansam nos beirais.	<input type="checkbox"/> Acordam fresquinhos na rua.

4. Se fosses um animal, de que forma te sentirias mais feliz: livre ou prisioneiro? Justifica a tua resposta.

5. Completa as frases com verbos adequados. Segue o exemplo.

O cão lê. A galinha _____.

O leão _____. O lebo _____.

6. Coloca os acentos gráficos ou o til nos nomes dos animais que se seguem.

hipopotamo	aguia	pevaço	passaro	bufalo
egua	leão	jacaré	chimpanzé	cão

7. Pinta de **vermelho** as palavras destacadas no feminino e plural e de **azul** as palavras destacadas no masculino e singular.

Há animais que choram baixinho com saudades de outro lugar
onde em sonhos mal contados tinham asas e queriam voar.

APRENDO VOCABULÁRIO

8. Escreve as palavras no local correto, de acordo com a fauna de cada local.

doméstico	selvagem

baleia lula leão bacalhau zebra peixe-palhaço hipopótamo girafa

Fauna é o conjunto dos animais de uma região.

Anexo 2 – Quadro Interativo

https://20.leya.com/catalogs/index.html#product_catalogs/38de3e76-46af-46f2-9f64-0010f8a15908/entries/2a0f601c-d45b-4ce8-9b15-5655c3f64444/display_resources/2310a058-0bcf-45cf-b37d-c92aebfc196d/?filename=2310a058-0bcf-45cf-b37d-c92aebfc196d&mediatech=HTML5&name=Manual%20interativo%20-%20Professor&closeall=false&hideFullscreenHeader=true

Apêndices

Apêndice 1 – Procedimento da quinta e sexta sessões da sequência didática

❖ Quinta sessão – Procedimento

1. Antes de entregar as duas tarefas, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, material multibásico, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma.
2. Entregarei as tarefas aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. Deverei acompanhar e ir observando as resoluções dos alunos para ter a certeza que todos utilizam várias estratégias e que justificam a forma como pensaram em todas.
4. No final da realização das tarefas, iremos confrontar algumas estratégias utilizadas pelos alunos. Devem ser incluídas todas as estratégias utilizadas no decorrer das sessões, assim como as etapas de resolução de problemas no decorrer da discussão.

❖ Sexta sessão – Procedimento

1. Antes de entregar a tarefa, explicarei aos alunos que terão de as resolver individualmente e que, para a sua resolução, os alunos poderão utilizar materiais manipuláveis (rolhas de cortiça, tampas de plástico, caricas, feijões, material multibásico, entre outros). Finalmente, reforçarei a ideia de que os alunos têm de realizar as tarefas de várias formas justificando, sempre, como pensaram em cada uma. Sendo importante que utilizem estratégias que aprenderam com a presente sequência didática.
2. Entregarei a tarefa aos alunos e deixá-los-ei resolver.
3. No final da realização das tarefas, iremos confrontar algumas estratégias utilizadas pelos alunos. Devem ser incluídas todas as estratégias utilizadas no decorrer das sessões, assim como as etapas de resolução de problemas no decorrer da discussão.

Apêndice 2 – Tarefa da quinta sessão

1. A Carolina decidiu levar a sua coleção de cromos para a escola e reparou que alguns dos seus colegas também a tinham. Foi comparando a quantidade de cromos com os seus colegas e percebeu que 19 tinham 36 cromos. Quantos cromos têm ao todo os colegas da Carolina?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

2. Quando a professora percebeu que os alunos continuavam interessados nos animais, decidiu pedir-lhes que fizessem pequenos folhetos com alguma informação sobre os habitats e características dos animais. No final, imprimiu para que pudessem ser distribuídos pela escola e pelos pais. A impressora estava lenta e imprimiu os folhetos em cinco partes saindo, em cada uma, 104 folhetos. Quantos folhetos a professora mandou imprimir?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

Apêndice 3 – Tarefa da sexta sessão

1. Na sexta feira, como resumo do que falaram e observaram ao longo da semana, a professora criou um jogo com algumas imagens de animais e outras de alguns habitats. Os alunos tinham de escolher um animal e um habitat e escrever uma história.

Os alunos tinham 34 imagens de animais e 12 imagens de habitats. Quantas combinações diferentes podem surgir?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:

2. A história que os alunos tinham de escrever era feita por partes. Um aluno tirava um habitat e um animal e escrevia uma parte da história e assim sucessivamente. Cada aluno tinha de escrever 143 palavras. Como só 6 alunos conseguiram acabar, quantas palavras tinha o texto?

Resolve utilizando **diferentes formas (desenhos, esquemas, notação horizontal da(s) operação(ções), notação vertical da(s) operação(ções), entre outras)** e justifica como pensaste em todas elas.

Resposta:
