



Isabel
Vale

**Didáctica da Matemática e Formação
Inicial de Professores num Contexto de
Resolução de Problemas e de Materiais
Manipuláveis**

UA-SD



222766



Isabel
Vale

Didáctica da Matemática e Formação Inicial de Professores num Contexto de Resolução de Problemas e de Materiais Manipuláveis

dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor no Ramo de Didáctica, realizada sob orientação científica do Doutor Domingos Fernandes, Professor Associado do Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa da Universidade de Aveiro

ERRATA

- p.4 linha 8 onde se lê “ Boufi, 1994;” deve ler-se “Boufi, 1994;”
- p.25 linha 16 onde se lê “ (operacional ou em acção,” deve ler-se “ (operacional ou em acção)”.
- p.26 linha 10 onde se lê “Matemathics Study” deve ler-se “Mathematics Study”
- p.50 linha 22 onde se lê “ME. 1990, 1991a, 199b, 199c, 1997;” deve ler-se “ME, 1990, 1991a, 1991b, 1991c, 1997;”.
- p.64 linha 25 onde se lê “Mais tarde, com introdução do sistema de numeração indo-arabe, apareceu o ábaco que se deve a Gerbert Abacus (930-1003)” deverá ler-se “Mais tarde, introduziu-se o ábaco que Gerbert (930-1003) explorou para trabalhar os sistema de numeração”
- p.69 linha 5 onde se lê “ que tenham, o se traduz” deve ler-se “que tenham, e que se traduz”
- p.69 linha 15 onde se lê “Mas a maior parte dos estudos desenvolveram-se” deve ler-se “,onde a maior parte se desenvolveu”
- p.69 linha 16 onde se lê “básico, um projecto Matemática 2001 (APM, 1998) que envolveu professores de todos os anos de escolaridade” deve ler-se “básico.”
- p.69 linha 18 onde se lê “2001 efectuou” deve ler-se “2001 (APM, 1998) efectuou”
- p.80 linha 6 onde se lê “Outra solução, Figura 6 que foi” deve ler-se “Outra solução, Figura 8”
- p.249 Figura 17, Onde se lê “Universidade” deve ler-se “Universidade¹
última 'Neste quadro é indicada a Universidade como a instituição específica de formação de
coluna professores para os ensinos secundários e superior, apesar de existirem universidades que
formam para todos os níveis de ensino”
- p.280 linha 10 onde se lê “ (Anexo H)”, deve ler-se “ (Anexo I)”
- ANEXO V, p.1, linha 15, onde se lê “por gosto” deve ler-se “por gosto (1ª opção)”

o júri

presidente

Reitor da Universidade de Aveiro

Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva
Professor Associado do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e
Tecnologia da Universidade de Coimbra

Doutor Domingos Manuel Barros Fernandes
Professor Associado da Universidade de Aveiro

Doutora Nilza Maria Vilhena Nunes da Costa
Professora Associada da Universidade de Aveiro

Doutor Luís António Pardal
Professor Associado da Universidade de Aveiro

Doutor Paulo Manuel Caetano Abrantes
Professor Auxiliar do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da
Universidade de Lisboa

Doutora Maria da Conceição de Abreu Ramalho de Almeida
Professora Auxiliar do Departamento de Metodologias da Educação do Instituto de
Educação e Psicologia da Universidade do Minho

agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Doutor Domingos Fernandes, a minha grande admiração e reconhecimento pelo interesse com que acompanhou este trabalho, através das suas valiosas sugestões, comentários e críticas.

Aos quatro futuros professores que participaram neste estudo, pela sua disponibilidade e colaboração.

A todos os professores que comentaram os programas das disciplinas em estudo.

Aos colegas Ermelinda Couto, José Portela, Lina Fonseca e Teresa Pimentel, em particular, pela disponibilidade e dedicação que colocaram na revisão deste trabalho.

Aos amigos e colegas, em especial, à Isabel Cabrita, pelo interesse e encorajamento que me deram.

À minha família, em especial a minha mãe, pela compreensão e apoio, em todos os momentos.

E ao António e à Inês por mil e uma razões, a quem dedico este trabalho.

resumo

É geralmente aceite que os professores podem desempenhar um papel determinante na aprendizagem da Matemática uma vez que são os principais responsáveis pela organização e desenvolvimento do ensino nas salas de aula. Por esta razão tem-se revelado importante estudar os professores, isto é, investigar as suas concepções, os seus conhecimentos e as suas práticas pois, a partir desta investigação, poderemos caracterizar mais rigorosamente os professores e o seu trabalho. Ou seja, poderemos saber mais acerca de *quem são, como aprendem ou como ensinam* os professores. Nestas condições, o estudo dos processos e dinâmicas da formação inicial de professores assume uma relevância particular tendo naturalmente em vista o desenvolvimento de estratégias que possam contribuir para uma formação de qualidade dos futuros professores.

Ao longo de cerca de três anos desenvolveu-se um estudo no âmbito da formação inicial de professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico numa Escola Superior de Educação. Fundamentalmente pretendia-se investigar as relações existentes entre as oportunidades de formação proporcionadas por duas disciplinas de Didáctica da Matemática e o desenvolvimento de conhecimentos, concepções e práticas de quatro futuros professores. Note-se que *a resolução de problemas* e *a utilização de materiais manipuláveis* constituíam um dos principais eixos organizadores daquelas disciplinas. Ou seja, pode afirmar-se que a investigação decorreu num contexto de ensino em que, de forma clara, se privilegiou a resolução de problemas e a utilização de materiais manipuláveis.

Para concretizar a investigação utilizou-se uma metodologia de natureza interpretativa e qualitativa em que se privilegiou uma recolha de dados empíricos com base em entrevistas, observações, e numa diversidade de documentos e artefactos utilizados nos processos de ensino e de aprendizagem. Consequentemente, foi dada uma relevância particular ao papel da investigadora como principal fonte de recolha de dados e às interacções que esta foi capaz de estabelecer com os alunos, futuros professores. Partiu-se para este trabalho com a convicção de que este tipo de interacções permitem perceber melhor os pontos de vista dos participantes e, simultaneamente, gerar conhecimento relevante para a investigação em causa.

A análise dos dados parece revelar uma clara relação entre as

disciplinas de Didáctica da Matemática e as concepções, conhecimentos e práticas de futuros professores de matemática do 2º ciclo do ensino básico. Na verdade, não só foi possível constatar tal relação no discurso utilizado pelos jovens futuros professores, mas também nas suas práticas lectivas, nomeadamente ao nível das planificações das aulas e da sua concretização.

Verificou-se ainda que a resolução de problemas e os materiais manipuláveis proporcionaram contextos de ensino, de aprendizagem e de formação claramente facilitadores do desenvolvimento profissional dos futuros professores de matemática. Há, de facto, uma identidade profissional, consistente com orientações e reflexões constantes em documentos programáticos nacionais e internacionais, que parece sair reforçada com a abordagem utilizada nas disciplinas de Didáctica da Matemática.

Esta investigação permitiu ainda recolher informação relevante para que se desenvolva uma reflexão aprofundada sobre as disciplinas e o seu conteúdo, facilitando a sua reformulação e melhoria em aspectos relacionados com a resolução de problemas ou com o desenvolvimento profissional de professores. Consequentemente, foi possível elaborar algumas recomendações para futuras investigações. Em particular, será relevante responder a questões tais como: Quais as componentes a privilegiar nessas disciplinas? Que abordagens parecem favorecer o desenvolvimento de concepções mais consentâneas com os documentos programáticos mais consensuais por parte dos educadores e investigadores? Qual o entendimento das diferentes instituições sobre o papel da didáctica na formação inicial de professores?

abstract

It is generally agreed that teachers may play a fundamental role in students' mathematical learning; in fact, they are the ones who are mainly in charge of teaching and curriculum development within classroom contexts. As a consequence it is important to study teachers; that is, to investigate teachers' beliefs, teachers' knowledge, and teachers' classroom practices in order for us to be able to characterize teachers and to come up with better definitions about what they do. Thus we will be able to answer questions such as: Who are the teachers? How do they learn? or How do they teach?

Therefore it seems to be of paramount importance to investigate both the processes and dynamics related to the education of pre-service teachers aiming at developing strategies which can improve the quality of that education itself. For almost three years this study was developed in a School of Education which prepares teachers for Grades 1-6. The basic idea of the study was to investigate the relationships between the opportunities to learn within two mathematics methods classes and four preservice teachers' beliefs, knowledge, and practices. It should be underlined that problem solving and manipulative materials were the bottom line organization of those two Mathematics Methods classes. Therefore, one can state that this research took place in a teaching context where both problem solving and the use of manipulative were clearly and systematically part of the daily activities.

The study was conducted using a qualitative and interpretative methodological approach, emphasizing the data collection through personal interviews, observations, and analysis of a wide variety of documents and artifacts. As a result, a particular emphasis was given to the role of the researcher as the main instrument of data collection and to the interactions that she was able to establish with the participants, preservice teachers, as well. The researcher believes that these kind of interactions allow one to get both a better understanding of the participants' points of view and to generate relevant knowledge which could be significant for the development of this study.

Data analysis seems to reveal a clear relationship between the Mathematics Methods disciplines and Grades 1-6 preservice teachers' beliefs, knowledge, and practices. As a matter of

fact, it was possible to find out that preservice teachers' discourses were congruent with such a relationship. On the other hand, their classroom practices, namely at the planning level, revealed that relationship as well. Also, it was possible to find out that problem solving and manipulative approaches do help in creating teaching and learning contexts, which clearly facilitate preservice teachers' professional development. Preservice teachers' professional identity, consistent with orientations and reflections found in national and international programmatic documents, seems to be reinforced through the approach that was used in the Mathematics Methods disciplines.

This study allowed one to collect relevant information, which helped in developing a deeper analysis on the disciplines and on its content. Therefore, improving the content of the disciplines, namely at the problem solving and the teachers' professional development levels. Consequently, one was able to state some recommendations for future research. In particular, it is relevant to answer questions such as: What are the components to privilege in those Mathematics Methods disciplines? What approach seems to facilitate the development of such beliefs in accordance with programmatic documents that are agreed with mathematics educators and researchers? What is the understanding of the different institutions about mathematics education in the preservice teacher education?

ÍNDICE

	Página
Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Abstract	vi
Índice	viii
Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
Capítulo 1	
INTRODUÇÃO	1
Orientação para o Estudo	1
Problema e Questões da Investigação	7
Organização Geral	10
Capítulo 2	
CURRÍCULO, ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	13
Currículo e Desenvolvimento Curricular.....	13
Discussão de Conceitos	14
Níveis e Tendências de Desenvolvimento Curricular	24
Ensino da Matemática	32
Didáctica, Ensino e Educação Matemática	32
Desenvolvimento e Recomendações Recentes sobre o Ensino da Matemática ...	43
A era das Normas	44
A resolução de problemas	50
Os materiais manipuláveis	64
Principais linhas de mudança	71
Aprendizagem Matemática.....	75
Principais Contornos das Teorias de Aprendizagem	75
O behaviorismo	76
O cognitivismo	78
O construtivismo	88
A Actividade Matemática	91
Síntese	98
Capítulo 3	
CONHECIMENTOS, CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DOS PROFESSORES.....	101
Conhecimentos dos Professores	101
Alguns Conhecimentos dos Professores	106
Conhecimento didáctico	113
Conhecimento curricular	116
Conhecimento de conteúdo	117

Os Conhecimentos dos Professores Experientes e de Professores em Início de Carreira	121
Concepções dos Professores	123
Atitudes, Crenças e Concepções dos Professores - clarificação conceptual	126
Algumas Concepções dos Professores	131
Concepções dos professores sobre a matemática	131
Concepções dos professores sobre o ensino da matemática	133
Concepções dos professores sobre a resolução de problemas	140
Concepções dos professores sobre a profissão	144
Práticas dos Professores	145
Aprender a Ensinar Matemática	150
Aprendizagem por ciclos	153
Aprendizagem centrada na resolução de problemas	155
A Prática na Sala de Aula	161
Concepções e Práticas dos Professores	163
Síntese	173

Capítulo 4

METODOLOGIA DO ESTUDO	177
-----------------------------	-----

A Investigação em Educação	177
Os Paradigmas Quantitativo e Qualitativo	178
A Investigação Qualitativa em Educação	184
Técnicas e instrumentos de investigação	190
A análise de dados qualitativos	197
Principais Características do Estudo de Caso Qualitativo	215
Opções e Procedimentos de Carácter Metodológico	219
Delineamento do Estudo	220
A Escolha dos Casos	222
Experiência e Papéis do Investigador	223
Fases do Estudo e Procedimentos	230
Recolha de Dados: Fontes e Métodos	233
Análise dos Dados	239
Síntese	243

Capítulo 5

AS DISCIPLINAS DE METODOLOGIA	247
-------------------------------------	-----

A Formação Inicial de Professores de Matemática na Escola Superior de Educação - Estrutura Geral do Curso	247
---	-----

As Disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática I e de Metodologia do Ensino da Matemática II	255
Os Programas	256
Orientação	256
Objectivos e temas	258
Organização e metodologia	264
Tarefas propostas e avaliação	265

Desenvolvimento do Programa das Disciplinas	268
Apreciação das Disciplinas	280
Professores de matemática	281
Alunos da turma	283
Integração das Opiniões dos Professores e dos Alunos	285
Síntese	288

Capítulo 6

OS ALUNOS	291
-----------------	-----

Introdução	291
A Turma	292
Relação com a Matemática	297
Relação com a Resolução de Problemas	300
Relação com os Materiais Manipuláveis	304
Relação com a Formação e a Profissão de Professor de Matemática	305
Síntese	306
A Fernanda	308
O Percurso	310
Contornos de uma Identidade Profissional	314
A matemática	315
A resolução de problemas	320
Os materiais manipuláveis	325
A prática pedagógica	327
A formação e a profissão de professor de matemática	335
Síntese	339
A Céu	340
O Percurso	342
Contornos de uma Identidade Profissional	346
A matemática	346
A resolução de problemas	350
Os materiais manipuláveis	355
A prática pedagógica	357
A formação e a profissão de professor de matemática	366
Síntese	369
O Carlos	370
O Percurso	371
Contornos de uma Identidade Profissional	374
A matemática	375
A resolução de problemas	378
Os materiais manipuláveis	382
A prática pedagógica	383
A formação e a profissão de professor de matemática	390
Síntese	392
A Sara	393
O Percurso	394
Contornos de uma Identidade Profissional	398
A matemática	398
A resolução de problemas	401
Os materiais manipuláveis	406

A prática pedagógica	408
A formação e a profissão de professor de matemática	415
Síntese	418
Capítulo 7	
DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	421
O Contexto e o Problema	421
Principais Resultados e Discussão	422
As Disciplinas	422
Os Alunos	424
A matemática	425
A resolução de problemas	429
Os materiais manipuláveis	432
A prática pedagógica	433
A formação e a profissão de professor de matemática	436
As Disciplinas e os Conhecimentos, Concepções e Práticas dos Futuros	
Professores	439
As disciplinas e os conhecimentos e concepções	440
As disciplinas e a prática pedagógica	440
Síntese	445
Recomendações	446
Disciplinas do Âmbito da Didática da Matemática	447
Formação Inicial de Professores de Matemática	449
Futuras Investigações	450
Limitações	451
Conclusão final	453
REFERÊNCIAS	455
ANEXOS	483

LISTA DE TABELAS

Tabela

1	A resolução de problemas no ensino da matemática	58
2	Relação entre as concepções do ensino da matemática e respectivas concepções sobre a matemática e teoria da aprendizagem.	139
3	Determinação da veracidade: comparação entre a investigação tradicional e a naturalista	210
4	Resumo das técnicas para assegurar verdadeiro valor numa investigação	214
5	Calendarização do estudo	231
6	Resumo dos métodos e instrumentos usados na recolha de dados	238
7	Principais características da investigação segundo o paradigma quantitativo e segundo o paradigma qualitativo	244
8	Respostas a cada uma das situações da tarefa T1	299
9	Algumas características da Fernanda em relação aos domínios considerados ...	340
10	Algumas características da Céu em relação aos domínios considerados	370
11	Algumas características do Carlos em relação aos domínios considerados	393
12	Algumas características da Sara em relação aos domínios considerados	419
13	Percursos dos alunos	425
14	Concepções dos quatro alunos sobre a matemática e o seu ensino-aprendizagem	426
15	Argumentos usados pelos quatro alunos na tarefa T2	427
16	Concepções dos quatro alunos sobre a resolução de problemas	430
17	Concepções dos quatro alunos sobre os materiais manipuláveis	432
18	Caracterização da prática pedagógica de cada um dos quatro alunos	435
19	Concepções dos quatro alunos sobre a formação e a profissão	438

LISTA DE FIGURAS

Figura

1	Modelo cartesiano para currículo segundo D' Ambrósio	15
2	O currículo como um contínuo	24
3	As múltiplas relações da educação matemática (Gjone, 1998)	35
4	Tipologia de problemas	62
5	Figuras simétricas	67
6	Rectângulo dividido em quadrículas	80
7	Área do paralelogramo (1ª solução)	80
8	Área do paralelogramo (2ª solução)	80
9	Circunferência de raio r inscrita num quadrado	81
10	Reestruturação da figura anterior	82
11	Conhecimento do professor desenvolvido em contexto de sala de aula (Modelo de Carpenter e Fennema, 1988).	163
12	Componentes de análise de dados	199
13	Componentes da análise dos dados: modelo interactivo	201
14	Esquema geral do desenvolvimento do estudo	221
15	Papéis do investigador	230
16	Esquema de análise dos dados (adaptação do modelo de Miles e Huberman, 1994).	246
17	Formação inicial em Portugal	249
18	Cursos da ESE no ano lectivo de 1996/97	250
19	Esquema geral do curso	253
20	Esquema geral das disciplinas de MEM I e MEM II	263
21	Resolução do problema dos cubos	273
22	Resolução do problema das dobragens	274
23	Resolução do problema do boato pela Fernanda	322
24	Resolução do problema do tabuleiro de xadrez pela Céu	351
25	Resolução do problema do boato pelo Carlos	380
26	Resolução do problema do tabuleiro de xadrez pela Sara	403

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se um conjunto de considerações que orientam e contextualizam o estudo, as suas questões orientadoras e a estrutura organizativa da dissertação.

Orientação para o Estudo

Uma parte significativa da actividade profissional da investigadora numa Escola Superior de Educação (ESE) tem sido orientada, nos últimos anos, para a identificação e compreensão dos saberes e concepções dos alunos futuros professores de matemática. Através da docência de disciplinas de natureza didáctica e “científica”, bem como em situações da prática pedagógica e em alguns trabalhos de investigação, tem dado uma especial atenção à área de resolução de problemas. Contribuir para que a formação inicial, seja um processo que torne os futuros professores de matemática profissionais competentes é um objectivo que tem vindo a prosseguir, reconhecendo todavia, não ser de fácil consecução.

Este estudo decorre directamente de várias reflexões efectuadas durante e após a realização de alguns trabalhos de investigação (Vale, 1993; Fernandes e Vale, 1994a; Fernandes e Vale, 1994b; Vale, 1995a; Vale, 1995b; Vale, 1995c) e de uma experiência de ensino, como professora de Matemática, de cerca de vinte anos, dos quais os quinze últimos foram dedicados à formação inicial de professores. Conforme refere Shulman (1986a), os investigadores em educação têm como tarefa compreender os fenómenos a ela inerentes, aprender como melhorar a sua implementação e descobrir melhores maneiras de

preparar e formar educadores e professores. No entanto, apesar de se reconhecer que o conhecimento dos processos da formação (inicial ou contínua) é fundamental para que se possa melhorá-la, a investigação sistemática nesta área é escassa e, em muitos casos, inconclusiva (Ponte, 1998b). Esta investigação pretende contribuir para o avanço do conhecimento sobre a formação inicial de professores de matemática e, conseqüentemente, para uma melhor formação pessoal do investigador, enquanto educador, assim como para reflectir sobre a formação didáctica que se proporciona a futuros professores. Assim pretende-se, por um lado, saber quem são os futuros professores, e por outro, identificar e analisar dinâmicas da formação inicial, tendo em vista o desenvolvimento de estratégias de formação que possam contribuir para uma preparação de qualidade.

Partindo do pressuposto de que os professores, são essenciais no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, podendo influenciar os alunos de forma decisiva através das suas práticas, é relevante estudar essas mesmas práticas no meio em que se processa a formação dos futuros professores.

Uma questão que se coloca a qualquer formador de professores é saber como contribuir para que a sua preparação seja mais adequada. Uma das finalidades da formação é desenvolver os conhecimentos e competências práticas dos professores, não só para que venham a reproduzi-las, mas sobretudo, para que as suas práticas sejam mais dinâmicas, interactivas e reflexivas (Biehler, 1994). Formar professores de acordo com estes pressupostos é o principal desafio que urge enfrentar. Em qualquer domínio, age-se segundo as referências que se têm, o que se sabe e o que se pensa. Em relação à prática na sala de aula actua-se do mesmo modo. Isto é, quando se estudam professores não interessa apenas a componente conhecimento, mas também outras componentes, como as concepções, as atitudes e as práticas que lhes estão associadas. Todos estes factores influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática, embora este processo também dependa das condições sociais e dos instrumentos que o professor tem à sua disposição. Conforme refere Fernandes (1997) “questões de conhecimentos, de concepções e de práticas e das suas múltiplas relações não podem deixar de ser consideradas na organização da formação inicial de professores de Matemática” (p. XV). Promover um ensino de qualidade "por decreto" não é possível. As instituições governamentais podem definir teoricamente as finalidades da educação e o currículo, mas são os professores que têm que desenvolver o currículo nas salas de aula, agindo sobretudo de acordo com os seus

conhecimentos, as suas concepções e as suas experiências formativas. Também os futuros professores são detentores de determinadas concepções sobre a matemática e o seu ensino as quais estão muito relacionadas com as práticas de ensino que vivenciaram ao longo do seu percurso escolar, e com as quais, muitas vezes, a formação inicial entra em choque. Ou seja, a formação inicial deverá proporcionar momentos de reflexão, em que os futuros professores possam questionar as suas concepções e os seus conhecimentos.

Na suposição de que os conhecimentos, crenças, concepções e atitudes dos professores influenciam as suas acções na sala de aula e as suas interacções com os alunos, é essencial focar a investigação, de modo a obter informação sobre o que os futuros professores pensam, sabem, acreditam e sentem acerca da Matemática e do seu ensino (e.g. Cooney, 1985; Ernest, 1991; Fernandes, 1997; Krows, 1999; Pajares, 1992; Ponte, 1992a; Richardson, 1996; Schoenfeld, 1982; Thompson, 1992). Muitos estudos mostram que os professores têm mais tendência para ensinar como foram ensinados do que como foram ensinados a ensinar (e.g. Fosnot, 1996; Kagan, 1992; Pajares, 1992). Outros mostram que os professores têm crenças e concepções profundamente enraizadas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática que são difíceis de alterar (e.g. Thompson, 1992). Outros ainda indiciam que as relações das suas práticas com as suas concepções, nem sempre são consistentes (e.g. Cooney, 1985; Raymond, 1997; Thompson, 1984; Vale, 1993). Estes resultados têm motivado vários investigadores para o estudo de alternativas na formação de professores que contribuam para questionar, desenvolver e alterar as suas concepções (e.g. Boufi, 1994); Ferdinand, 1999; Krows, 1999; Meredith, 1995; Lambdin, Duffy e Moore, 1997). Neste sentido, a formação inicial poderá ser um período de formação privilegiado, contribuindo favoravelmente para o desenvolvimento daqueles aspectos. Para isso, um dos objectivos que a formação inicial deve prosseguir é o de proporcionar um ambiente de aprendizagem em que os futuros professores tenham amplas oportunidades de serem confrontados com as mesmas actividades e experiências que deverão propor aos seus futuros alunos.

Vários investigadores realçam a importância de proporcionar aos professores, durante a sua formação, experiências que aumentem os seus conhecimentos de matemática e sobre a matemática (e.g. Thompson, 1992). Por outro lado, é cada vez mais reconhecida a importância que a componente afectiva pode ter na aprendizagem da matemática. Grande parte dos fracassos matemáticos de muitos alunos têm origem no ambiente afectivo que se

cria, uma vez que este pode comprometer seriamente as suas expectativas e motivações iniciais. É evidente que, em muitos casos, os professores podem ter aqui um papel determinante (Guzmán, 1993). Por isso, tenta-se através de diversos meios, que os alunos percebam o sentimento estético e o prazer lúdico que a matemática é capaz de lhes proporcionar.

Assim, na formação didáctica dos futuros professores deve ser dada grande atenção, entre outros aspectos, à resolução de problemas e aos materiais manipuláveis, uma vez que se pensa que podem contribuir eficazmente para melhorar a relação dos alunos com a Matemática.

Nos últimos anos, a resolução de problemas tornou-se uma metodologia de ensino da matemática. Consequentemente, é necessário preparar os professores neste sentido, dado que se torna bastante claro que a sua concretização nas salas de aula vai depender fortemente da respectiva formação. O foco na resolução de problemas ao longo de toda a formação deve-se sobretudo ao facto do ensino e a aprendizagem da matemática só terem real sentido num contexto dessa natureza. De facto, a resolução de problemas é, sob muitos aspectos, a essência da natureza da Matemática. Assim, esta é uma área a privilegiar em qualquer nível de ensino, devido à sua reconhecida importância na formação matemática das pessoas (e.g. Associação de Professores de Matemática (APM), 1988, 1998; Charles e Lester, 1982, 1986; Fernandes, 1988, 1992; Lester, 1983, 1997; Mason, 1995; National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1980, 1989, 1991, 2000). Apesar destas recomendações, a experiência mostra-nos que a resolução de problemas é ainda uma área bastante negligenciada nas nossas escolas. Os alunos normalmente não são confrontados com problemas para resolver, nem com tarefas em que tenham que desempenhar um papel activo e criativo (Fernandes e Vale, 1994a). Por outro lado, durante a sua formação inicial, os futuros professores mostram dificuldade em planificar e concretizar aulas de resolução de problemas. Neste sentido, é importante desenvolver, nos futuros professores, competências que os habilitem a resolver problemas de várias maneiras, uma vez que, como refere Fernandes (1991), investigações realizadas nos últimos anos têm demonstrado que há um conjunto de técnicas e procedimentos inerentes ao processo de resolução de problemas, susceptíveis de serem ensinados e aprendidos, contribuindo deste modo para o desenvolvimento daquelas competências. Isto é, pretende-se desenvolver os conhecimentos, o gosto e a confiança dos futuros professores, de modo a que se tornem

“resolvedores” independentes, reflexivos e capazes de mostrarem criatividade, através da organização e planificação das diversas actividades na sala de aula, contribuindo assim para que os seus alunos “façam” Matemática (Vale, 1995a). Há investigadores (Vacc e Bright, 1999) que sugerem que envolver os alunos, futuros professores, em trabalho de grupo poderá ajudá-los a entender o que é saber e “fazer” Matemática.

Os materiais manipuláveis contribuem para a construção do conhecimento e para o envolvimento dos alunos na sua aprendizagem, sendo por esse motivo recomendados por vários investigadores e entidades (e.g. Piaget, 1977; Dienes, 1975; Bruner, 1960; Reys, 1982, Ministério da Educação (ME), 1991a, 1991b, 1991c, 1997; NCTM, 1980, 1991). Apesar de recomendações neste sentido, os materiais manipuláveis ainda são pouco usados no ensino-aprendizagem da matemática nas nossas aulas. Ponte, Matos e Abrantes (1998e) justificam esta situação com base numa tradição de ensino que valoriza a exposição pelo professor e a resolução de exercícios. Poder-se-á acrescentar outra: os materiais manipuláveis só poderão ser trabalhados nas aulas, desde que os professores os conheçam e os saibam utilizar, explorando todas as suas potencialidades educativas. Por estas razões, uma formação didáctica de futuros professores não poderá descuidar este aspecto tão importante.

Mais recentemente os investigadores da formação de professores têm dado especial atenção à questão dos diferentes tipos de conhecimento dos professores, sobretudo a partir dos trabalhos de Shulman (1986b). Também os trabalhos de Schön (1983, 1995) sobre a importância de se criarem ambientes na formação que promovam hábitos de reflexão têm influenciado a investigação em formação de professores. Tornar os professores profissionais reflexivos é um dos grandes objectivos da actualidade na formação de professores. Esta questão do professor como profissional reflexivo deve iniciar-se durante os cursos de formação, ou mesmo antes (Clark, 1988), e segue desenvolvendo-se e modificando-se, com a experiência profissional, ao longo do tempo.

Das reflexões efectuadas é importante conhecer e compreender, através de estudos naturalistas e longitudinais, a influência da formação didáctica nas práticas de professores em formação. Procurar conhecer a *pessoa* do professor, identificando não só o que os futuros professores sabem, pensam, sentem sobre a matemática, o ensino e a aprendizagem da Matemática, e o ser professor de Matemática, mas também compreender as relações entre aqueles aspectos e as práticas que conseguem concretizar, assim como o programa de

formação didáctica. Ou seja, é importante dar resposta a questões tais como: que matemática devem os futuros professores aprender? Que metodologias de ensino são mais apropriadas? Em que medida a formação didáctica influencia o futuro professor de matemática? Será que os alunos com bom desempenho na resolução de problemas são os que concretizam, com mais êxito, aulas dinâmicas, com recurso a problemas diversos? Será que os pensamentos, visões, perspectivas e conhecimentos que têm sobre a matemática e o seu ensino são consistentes com as suas práticas? O que prevalece nas suas práticas de tudo que aprenderam e vivenciaram durante a sua formação? Será que os futuros professores reflectem sobre o seu trabalho, a fim de melhorarem as suas práticas? Em que é que os futuros professores se baseiam para planificar as suas aulas? Na formação inicial que tiveram? Nos livros de texto? Nas imagens de ensino a que foram submetidos na mesma altura? O que existe no "salto" de aluno para professor?

Estas e outras questões, enunciadas em muitos dos trabalhos já referenciados, continuam a merecer a atenção de investigadores e formadores.

Problema e Questões da Investigação

Estudar os processos de formação e os futuros professores de Matemática deve passar pela investigação das relações que parecem existir entre as suas concepções, os seus conhecimentos e as suas práticas lectivas. Naturalmente que, do ponto de vista da formação, ou do formador, interessa perceber e clarificar qual o papel que o programa de formação em Didáctica da Matemática desempenha ou deve desempenhar neste processo tão complexo. Neste sentido, o problema da investigadora consiste em saber como é que, como formadora de professores, pode contribuir, através das disciplinas que lecciona, no âmbito da Didáctica da Matemática, para que os futuros professores tenham uma formação que corresponda às múltiplas exigências que a escola, a sociedade e eles próprios colocam, e que esteja simultaneamente de acordo com as tendências mais recentes do que é o ensino da matemática e do que é a formação de professores de matemática.

Durante três anos, desenvolveu-se um estudo, longitudinal, no âmbito da formação inicial de professores para o 1º e 2º ciclos do ensino básico (e.b.), de uma Escola Superior de Educação, num contexto onde a resolução de problemas e os materiais manipuláveis desempenham um papel central na organização do ensino da matemática. Ou seja, na

concepção da investigadora, a didáctica da matemática desenvolve-se essencialmente segundo estes dois eixos (resolução de problemas e materiais manipuláveis) e, conseqüentemente, a formação inicial de professores e o seu desenvolvimento pessoal e profissional não podem deixar de os ter em conta neste contexto.

Um dos objectivos do estudo foi o de identificar e compreender de que modo os programas de duas disciplinas de Didáctica da Matemática — Metodologia do Ensino da Matemática I (MEM I) e Metodologia do Ensino da Matemática II (MEM II) — se relacionam com o desenvolvimento dos conhecimentos, concepções e práticas de futuros professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico, no contexto de uma turma. Nestas condições, consideraram-se dois níveis de concretização (ou de análise). O primeiro refere-se aos programas das referidas disciplinas e o segundo aos estudos de caso sobre os percursos individuais de quatro alunos, futuros professores.

No primeiro nível descrevem-se, caracterizam-se e analisam-se os programas das referidas disciplinas, através, por um lado, dos pressupostos e fundamentos tidos em consideração na sua elaboração e, por outro lado, através das opiniões de especialistas em educação matemática e dos alunos que frequentaram as disciplinas.

No segundo nível, faz-se primeiramente uma caracterização geral da turma e estudam-se quatro alunos da turma, focando três aspectos. O primeiro envolve, em particular, aspectos relacionados com a capacidade de aquisição de conceitos básicos e de desenvolvimento de processos complexos de pensamento. O segundo envolve, aspectos relacionados com as concepções que os alunos têm, em particular, sobre a matemática, o seu ensino-aprendizagem e o ser professor de matemática. O terceiro, por fim, envolve sobretudo aspectos relacionados com a prática pedagógica, desses alunos, caracterizando-a, de modo a desenhar o perfil destes quatro alunos, futuros professores de Matemática.

Deste modo podemos enunciar as seguintes questões gerais:

(1) Como se podem caracterizar os programas das disciplinas de MEM I e MEM II, a partir das percepções sustentadas pelos alunos, futuros professores, por professores de matemática, formadores de professores e investigadores?

(2) Que conhecimentos e concepções sobre a matemática, a resolução de problemas, os materiais manipuláveis e a profissão de professor de Matemática são sustentados pelos futuros professores?

(3) Como se poderão caracterizar as práticas dos alunos, futuros professores?

(4) Que relações se podem estabelecer entre os programas das disciplinas e os conhecimentos, as concepções e práticas dos futuros professores?

À medida que a investigação se for desenvolvendo poderão surgir outras questões que serão formuladas explicita ou implicitamente.

Organização Geral

O trabalho foi evoluindo ao longo do tempo, tendo assumido a forma traduzida na estrutura desta investigação. Depois desta introdução, a dissertação inclui a revisão de literatura sobre as principais temáticas em estudo e a discussão das principais referências teóricas, compreendendo dois capítulos. O Capítulo 2, *Currículo, Ensino e Aprendizagem da Matemática*, aborda questões do ensino e da aprendizagem da matemática, a partir da análise de documentos programáticos diversos e de bibliografia da área. Foram tidos em atenção os três elementos didáticos mais importantes na sala de aula: o professor, o aluno e a matemática. Nesse sentido, o capítulo começa por clarificar algumas ideias sobre o currículo e desenvolvimento curricular, assim como sobre o conceito de didáctica. Em seguida analisam-se as recomendações e tendências mais recentes sobre o ensino da matemática, dando particular ênfase à resolução de problemas e aos materiais manipuláveis, onde são discutidos formas possíveis de integração no ensino da matemática e identificados obstáculos à sua concretização. Faz-se ainda uma abordagem das principais correntes psicológicas da aprendizagem, dando particular atenção ao construtivismo. Por fim, identificam-se algumas das características da actividade matemática subjacentes à sua aprendizagem. No Capítulo 3, *Conhecimentos, Concepções e Práticas dos Professores*, far-se-á uma incursão pelos aspectos da formação dum professor de matemática e ainda sobre questões relacionadas com a *pessoa* que cada professor é. Neste sentido, discutir-se-ão os conhecimentos, concepções e práticas dos professores. Numa primeira parte, apresentam-se e analisam-se alguns tipos de conhecimentos dos professores. Na segunda, discutem-se e analisam-se as crenças, concepções e atitudes mais frequentes dos professores sobre vários aspectos ligados à matemática e ao seu ensino. A última parte é dedicada às práticas dos professores, começando por analisar alguns dos modos mais importantes de aprender a ensinar matemática.

Seguidamente, a dissertação diz essencialmente respeito ao estudo empírico realizado que inclui três capítulos. O Capítulo 4, *Metodologia do Estudo*, inicia-se por um conjunto de considerações sobre metodologias de investigação e em seguida indicam-se as opções metodológicas e procedimentos adoptados no presente estudo. O Capítulo 5, *As Disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática*, começa por descrever e analisar as disciplinas de MEM I e de MEM II, nomeadamente no que respeita: aos programas, indicando os objectivos pretendidos e conteúdos adoptados; à organização na sala de aula e às metodologias de trabalho; e aos trabalhos desenvolvidos pelos alunos. Na parte final analisam-se os comentários feitos pelos alunos e por um painel de professores de Matemática em relação aos programas destas disciplinas. O Capítulo 6, *Os Alunos* descreve e analisa sucessivamente quatro alunos particularmente no contexto das disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática e de Prática Pedagógica. O Capítulo 7, *Discussão e Conclusões*, é o último capítulo que sintetiza os principais resultados obtidos e apresenta as conclusões decorrentes da análise realizada sobre o material empírico obtido. Também são apresentadas algumas reflexões no âmbito da formação inicial de professores e uma reflexão global sobre o trabalho realizado

CAPÍTULO 2

CURRÍCULO, ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Neste capítulo abordam-se questões do ensino e da aprendizagem da matemática, a partir da análise de documentos programáticos diversos e de bibliografia da área. Foram consideradas três secções: o currículo, o ensino e a aprendizagem matemática. O capítulo começa por clarificar algumas ideias sobre o currículo e o desenvolvimento curricular e discutir algumas tendências a respeito de estratégias de construção e desenvolvimento curricular. Em seguida, algumas questões de terminologia são discutidas e também são analisadas as recomendações e tendências mais recentes sobre o ensino da matemática. Por fim, far-se-á uma abordagem das principais correntes psicológicas da aprendizagem, dando particular atenção ao construtivismo, e identificando algumas das características da actividade matemática subjacentes à sua aprendizagem.

Currículo e Desenvolvimento Curricular

Nos últimos anos, a educação matemática e a investigação em educação matemática desenvolveram-se de forma muito significativa. O movimento de inovação iniciado nos anos 60 e 70 provocou uma grande transformação no ensino tradicional e, apesar de algumas falhas, teve o privilégio de chamar a atenção da comunidade educativa para a importância que se deve dar à evolução do currículo de matemática em todos os níveis de ensino. Os trabalhos que

então se desenvolveram influenciaram as novas orientações para o ensino da matemática, assim como as práticas e processos de formação dos professores. Foram introduzidos novos objectivos de ensino, novas estratégias e novos conteúdos. Presentemente, atravessamos um período de acelerado crescimento e mudança, onde o currículo assume importância vital ao articular três dos seus aspectos fundamentais: a escola como instituição, as formas de conhecimento e o educador/professor.

Discussão de Conceitos

O termo currículo é utilizado, em várias situações e por diferentes pessoas, relacionadas ou não com a escola e mesmo dentro da escola, com significados diferentes.

Quando se fala em currículo escolar, o sentido mais comum, usual ou estrito, que se lhe atribui, é o de uma sequência de nomes de disciplinas de um determinado curso, assim como os programas dessas disciplinas. No mesmo sentido, temos currículo de matemática que muitas vezes é entendido como um programa, ou conjunto de programas, que se tem de cumprir num determinado ano, ou ciclo de escolaridade. Esta visão é, segundo Ponte et al. (1998e), muito redutora, pois os objectivos, conteúdos e métodos de ensino de uma dada disciplina devem ser analisados de uma forma articulada e alinhada com os tipos de ensino, as propostas de trabalho e avaliação efectuados. Numa visão mais ampla, o currículo pode ser identificado com tudo o que os alunos aprendem, seja como resultado de um ensino formal por parte dos professores, ou seja através de processos informais e não previstos. Assim, aqueles autores entendem que o currículo envolve um conjunto de orientações sobre o ensino de um dado ciclo de estudos, ou de uma dada disciplina, acompanhado de indicações para a sua implementação, onde se contemplam, de um modo geral, objectivos, conteúdos, metodologias, materiais e formas de avaliação. Estes aspectos poderão eventualmente não estar todos explícitos. Kilpatrick (1996) diz que o currículo pode ser visto como uma “amalgama” de finalidades, conteúdos, ensino, avaliação e materiais.

Uma visão mais ampla de currículo é, segundo D’Ambrósio (1994b), a estratégia para a acção educativa. Para este autor, há dois tipos de currículo: o currículo tradicional ou cartesiano e o currículo dinâmico. O currículo tradicional ou cartesiano é baseado em três

componentes—objectivos, conteúdos e métodos— e é estruturado previamente à prática educativa. Sugere deste modo uma representação tridimensional de currículo, em que os eixos representam essas três componentes, que são solidárias, e em que a cada ponto do currículo é associado um terno (O, C, M). Na Figura 1, está representado o modelo cartesiano para currículo, proposto por D’Ambrósio, onde se evidenciam as suas três componentes.

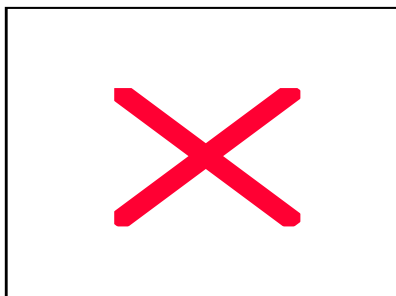


Figura 1. Modelo cartesiano para currículo segundo D’Ambrósio

O currículo dinâmico é contextualizado, em sentido amplo, e é entendido como a estratégia da acção educativa que nos leva a facilitar a informação aos alunos e a desenvolver capacidades entre alunos e professor/alunos, através de uma socialização de esforços, em direcção a uma tarefa comum. A função do professor é a de mais um elemento que se associa aos alunos na consecução das tarefas e, conseqüentemente, na busca de novos conhecimentos. Esta perspectiva está em oposição ao currículo tradicional que define os objectivos, prescreve uns quantos conteúdos a serem transmitidos, seguindo uma mesma metodologia e onde os conhecimentos e experiências prévias dos alunos não são tidos em atenção. Neste sentido, Kilpatrick (1999) afirma que o currículo se refere às experiências efectivas dos professores, pois não se trata de intenções, mas da realidade, o que vai de encontro à posição de Dewey que afirmava que o currículo não se encontra em livros ou em relatórios, mas na sala de aula. É aqui que, verdadeiramente, se constrói o currículo.

O ponto crítico, segundo D’Ambrósio (1999a), está na passagem de um currículo cartesiano para um dinâmico. Isto é, que reflecta o momento sociocultural e a prática educativa nele inserida e reconheça entre os alunos interesses variados e a enorme gama de

conhecimentos prévios que possuem. Neste sentido, aponta como uma das razões para o fracasso da matemática moderna, o facto de terem sido alterados os conteúdos, sem adequada reformulação de objectivos e de métodos. Presentemente, sugere que para que não se cometam os mesmo erros, o ensino que faz uso das calculadoras e computadores deve ser acompanhado de uma reformulação de conteúdos e não continuar com os mesmos conteúdos e objectivos tradicionais.

Seguindo esta mesma linha, temos a posição de Pacheco (1996). Segundo este autor, o termo currículo está "carregado de ambiguidade", por isso é usado muitas vezes de forma imprecisa, não havendo uma definição única e verdadeira de currículo, pois continua a ser um campo de debate e investigação. Propõe contudo dois enquadramentos para as definições mais comuns. Um, onde se valoriza o aspecto formal, com um plano previamente definido onde são contemplados com detalhe as finalidades e intenções do currículo, objectivos e conteúdos. Nesta perspectiva, o termo currículo é identificado com o plano de estudos, ou de um programa bem fundamentado e estruturado, onde se identificam os objectivos, conteúdos e tarefas a accionar. No outro, valoriza-se o aspecto mais informal, onde apesar de existir plano este tem um propósito mais flexível, vai-se adaptando segundo o processo decorrente da aplicação do referido plano, isto é, articula-se o propósito do programa com o contexto onde é implementado. Assim, o currículo surge como um plano dinâmico e complexo, sem uma estrutura pré-determinada, organizado a partir de um conjunto de experiências educativas onde se tem em conta saberes, atitudes, valores e crenças dos intervenientes, valorizando as experiências e processos de aprendizagem dos alunos.

É com base nestas duas perspectivas, apontadas por Pacheco que se podem identificar, respectivamente, a noção de currículo, segundo a tradição latino-europeia, e a tradição anglo-saxónica. Segundo a tradição latino-europeia, falar de currículo, ou falar de programa representa uma mesma realidade, aparecendo como sinónimos. Numa perspectiva anglo-saxónica, o currículo é considerado mais abrangente, englobando, além do programa, as decisões, quer a nível de estruturas políticas, quer a nível de estruturas escolares. Apesar do dualismo e diferentes perspectivas que o conceito pode ter, Pacheco (1996) propõe uma definição para currículo

(...) como um projecto, cujo processo de construção e desenvolvimento é interactivo, que implica unidade, continuidade e independência entre o que se decide ao nível do plano normativo, ou oficial, e ao nível do plano real, ou do processo do ensino-aprendizagem. Mais ainda, o currículo é uma prática pedagógica que resulta da interacção e confluência de várias estruturas (políticas, administrativas, económicas, culturais, sociais, escolares,...) na base das quais existem interesses concretos e responsabilidades compartilhadas. (p.20)

Assim, o currículo aparece como sendo uma construção permanente de práticas, com um significado marcadamente cultural e social, e um instrumento obrigatório para melhorar as decisões educativas. A sua análise deve ser enquadrada, no espaço e no tempo, pelos contextos que a referenciam e pelos actores que directa ou indirectamente a personificam.

Quando se fala em currículo tem de se falar em desenvolvimento curricular. Segundo Ponte et al. (1998e), o desenvolvimento curricular é uma necessidade imperiosa da evolução da sociedade e da escola. O desenvolvimento curricular não se restringe à definição de novos currículos, para este ou para aquele nível de ensino, ou para esta ou aquela disciplina. Pode incidir na aquisição de um determinado conjunto de competências, ou até no uso de certos materiais ou metodologias. Este termo é normalmente usado, segundo Pacheco (1996), para expressar uma prática, dinâmica e complexa, que se processa em diversos momentos e em diferentes fases, de modo a formar um conjunto estruturado, integrando quatro componentes principais: justificação teórica, elaboração/planeamento, operacionalização e avaliação. Cabe à teoria curricular descrever, prever e explicar os fenómenos curriculares e servir de programa para a orientação das actividades do currículo. O objecto de estudo da teoria e desenvolvimento curricular integra três dimensões principais: teorias curriculares (técnica, prática, crítica); fundamentos ou bases para o planeamento curricular, ao nível da análise da sociedade, do aluno, da cultura e da ideologia; e contextos de decisão curricular (político/administrativo, de gestão e de realização).

Howson (1979) sugere ser conveniente distinguir três tipos de desenvolvimento do currículo: (1) o desenvolvimento em grande escala – refere-se às decisões particulares de cada país ou sistema educativo; (2) o desenvolvimento local – refere-se aos projectos que envolvem pequenos grupos de escolas ou turmas, coordenados pelos próprios professores; e (3) o desenvolvimento individual – refere-se à actividade de um professor ou de um pequeno número de professores que constroem materiais inovadores para os seus alunos.

No estudo do desenvolvimento curricular interessa saber, onde começa e onde termina o processo, assim como saber quais são as suas componentes. Numa visão tradicionalista, que será o que se passa por exemplo, no ensino básico e secundário português, o processo consiste, essencialmente, na elaboração de um currículo por um grupo de pessoas, nomeadas para o efeito, que é testado e em seguida generalizado. Geralmente este processo envolve formação de professores, para que estes compreendam os novos aspectos incluídos nos novos currículos. De acordo com uma visão inovadora, que é, por exemplo, a de Gravemeijer (1994b), o desenvolvimento curricular deve ocorrer de um modo gradual, tirando partido de uma interdependência constante entre as justificações teóricas e empíricas, onde as novas propostas curriculares se situam num contexto mais global que enquadre os novos aspectos considerados relevantes na inovação. Assim, procura integrar no desenho do currículo a investigação, apontando, ao mesmo tempo, para a elaboração de materiais curriculares e para a produção de novo conhecimento sobre o ensino-aprendizagem. Para Freudenthal (1991) o “desenvolvimento curricular” não se deve limitar a propor novos conteúdos, métodos ou materiais, mas deve também englobar aspectos relacionados com a formação de professores e a orientação e desenvolvimento de novos instrumentos de avaliação, assim como a divulgação de novas ideias.

Tradicionalmente o currículo é sinónimo de conteúdos, ou de programas das várias disciplinas, e conseqüentemente a escola tem privilegiado o conhecimento organizado em disciplinas, onde se utilizam planos de estudo por disciplina. Assim, um conceito muito comum de currículo tem a ver com um plano estruturado de ensino centrado nos conteúdos, ou nos alunos, ou ainda nos objectivos previamente formulados. Nesta perspectiva, a elaboração e a evolução de currículos escolares são impulsionados por diversos factores, uns de modo explícito e outros implícitos. Entre eles podemos identificar, preferencialmente, os que estão relacionados com a política, a sociedade, a cultura, os conteúdos, as ideologias, a psicologia, os professores, os alunos e a investigação. Podemos dizer que os mais influentes são de natureza social e política. Em cada época, há forças políticas e sociais e valores que se afirmam como importantes e que influenciam de modo mais ou menos directo os currículos. Em Portugal, a democratização do ensino levou a repensar todo o sistema educativo, interiorizando os valores da democracia e igualdade de oportunidades. Deste modo, a recente

reforma curricular é uma consequência da necessidade social e política de se alargar a escolaridade básica obrigatória, o que levou a considerar uma matemática para todos. Desta forma, o currículo deve ir de encontro às exigências da sociedade. O currículo depende também de condicionalismos económicos existentes numa dada sociedade; recursos educativos, valorização da carreira dos professores, expectativas dos alunos ou pressões de grupos económicos. A construção dum currículo é, para Assude (1999), uma escolha entre várias componentes, onde as decisões políticas emergem das negociações entre os diferentes actores sociais e do equilíbrio encontrado num dado momento, equilíbrio esse que é repensado e retomado continuamente. A cultura de uma determinada sociedade influencia fortemente esse currículo. Para Pacheco (1996), o currículo é um projecto de escolarização que reflecte a concepção, o conhecimento e a função cultural da escola, onde existe uma valorização dos diferentes saberes e culturas, integrados no património cultural de um povo. Enquanto projecto cultural, social e político, o currículo só pode ser constituído na base de ideologias, valores, atitudes e crenças, tudo isto partilhado por um grupo de pessoas com um peso significativo na sua elaboração. Um currículo reflecte pois os valores e as concepções dominantes na sociedade, num dado momento.

As teorias educativas são outro factor determinante do desenvolvimento curricular. São visíveis os efeitos da pedagogia por objectivos que foi fulcral nos anos 60 e 70 e que se ajustava tanto à visão mecanicista do ensino da matemática, como à visão estruturalista da matemática moderna. A situação evoluiu, a partir dos anos 80, quando o paradigma de aprendizagem, com mais tradição curricular, dizia que educar significava modificar as formas da conduta humana, em que se privilegiava a perspectiva behaviorista, em que se atendia à organização das situações de aprendizagem, numa relação causa-efeito. Hoje, evoluiu-se para um sentido mais amplo, onde os contributos cognitivistas, numa visão construtivista da aprendizagem, dão uma nova perspectiva que valoriza a natureza da aprendizagem e dos processos mentais que a determinam, sendo a aprendizagem essencialmente um processo de construção pessoal de significados, no qual as interacções sociais desempenham um papel central e inspiram grande parte das orientações curriculares actuais em matemática. Seja qual for o paradigma considerado, o professor é o principal protagonista no desenvolvimento do currículo, dependendo o resultado do seu empenhamento.

O professor, sozinho, determina a eficácia do currículo através das suas decisões, comportamentos, atitudes e processos cognitivos, por mais cuidados que tenham sido postos na elaboração do currículo. (Tietze, 1994, p.52).

Nesta linha de ideias, está Pacheco (1996), quando afirma que não pode haver desenvolvimento do currículo, sem desenvolvimento do professor. Isto é, exige-se que o professor, “não seja apenas o operário do currículo, mas também um dos seus arquitectos” (p.48). Nesta perspectiva, o movimento do professor investigador tem adquirido importância curricular. Não aquele professor que obedece aos cânones da investigação, mas o professor que adopta uma atitude investigativa, para o estudo crítico e sistemático do seu próprio trabalho, com a ajuda de outros, de maneira a resolver os problemas práticos com que se debate.

Quando formulamos questões do tipo “que matemática é mais importante para o aluno aprender”, a resposta tem uma influência óbvia nos temas a contemplar e no tratamento que recebem. No desenvolvimento curricular em matemática, além de se atender aos objectivos do ensino da matemática e do seu lugar no sistema educativo, temos de atender, por um lado, às concepções que se têm sobre esta disciplina e da visão que se assume, e, por outro, temos de ter em atenção a evolução da própria matemática e das ideias sobre a sua natureza e dos processos de pensamento matemático. Este último ponto, segundo Ponte et al. (1998e), “(...) tem constituído uma fonte de inspiração e fundamentação no âmbito curricular” (p.14). A evolução da própria ciência exerce pois uma grande influência no desenvolvimento curricular, através da ênfase a dar aos aspectos estruturais da matemática, ou às suas aplicações. Por exemplo, nos anos 60, as reformas baseavam-se numa visão formal da matemática, como uma ciência essencialmente dedutiva, assente em fortes estruturas lógicas. Presentemente, podemos afirmar que há uma grande mudança provocada pela tecnologia computacional, assim como de tópicos de matemática discreta. Mais recentemente, em 2000, o NCTM, através da publicação *Principles and Standards for School Mathematics* (que será designado por *Standards 2000*), o currículo de matemática, para todos os níveis escolares, proporciona as bases a partir das quais os professores tomam decisões sobre que conteúdos tratar, que ênfase escolher, que estratégias pedagógicas e avaliação utilizar. As decisões sobre que tópicos introduzir, quando introduzir e

com que profundidade, têm um impacto enorme no sucesso dos programas escolares e dependem de vários factores. Por exemplo, a estatística é uma área que se incluiu devido, por um lado, à sua crescente importância na sociedade e, por outro, porque permite concretizar novos objectivos e métodos, tais como a resolução de problemas reais, ou o trabalho de grupo entre os alunos. Escolher determinado tópico envolve várias dimensões: o lugar do tópico dentro da matemática, o papel do tópico fora da matemática e a relevância do tópico para o aluno. Um conteúdo e processo matemático é importante num programa escolar se: (1) é fundamental para aprofundar estudos matemáticos; (2) é útil para desenvolver outras ideias matemáticas; (3) é útil para formular ou resolver problemas dentro ou fora da matemática; (4) aumenta o conhecimento e experiências do aluno; e (5) é significativo e suscita o interesse do aluno.

Quando as questões que se nos levantam na elaboração de um currículo de matemática são sobre o modo mais eficaz de ensinar/aprender matemática, é natural voltarmos-nos para a psicologia para olhar os mecanismos pelos quais os alunos aprendem factos, conceitos, princípios, destrezas, processos de raciocínio e estratégias de resolução de problemas. A tradução de conceitos matemáticos, princípios, técnicas e métodos de raciocínio a partir da forma pela qual são descobertos e traduzidos para formas que possam ser apreendidas facilmente por uma grande audiência de alunos envolve, segundo Fey (1994), pelo menos duas importantes tarefas: (1) escolher ideias matemáticas que sejam importantes para os jovens aprenderem; e (2) encontrar meios que enquadrem aquelas ideias em experiências de aprendizagem que sejam atraentes e efectivas. Assim, os currículos devem elaborar-se de acordo com o desenvolvimento do aluno, de modo a que este possa aprender. Nesta perspectiva, está-se a valorizar o aluno como indivíduo com os seus conhecimentos, atitudes e valores, respeitando as diferenças individuais. Há uma longa tradição na investigação dos psicólogos europeus e americanos em questões relacionadas com a aprendizagem e ensino da matemática (e.g. Kilpatrick, 1992; Schoenfeld, 1992). Contudo a própria psicologia não dá orientações claras e inequívocas que possam ser seguidas, devendo antes suscitar a sensibilidade dos autores dos currículos e dos processos para os potenciais problemas que podem surgir no processo de ensino.

A construção curricular é um processo bastante complexo e, por isso, não pode ser reduzido a uma mera aplicação algorítmica dos princípios científicos, mas sim, tendo em consideração que é um processo criativo que produz alternativas de desenvolvimento de ideias matemáticas, a partir de estudos sobre as condições que facilitem a aprendizagem dos alunos e de estudos alternativos de estratégias educacionais na sala de aula. O *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989), na sua tradução portuguesa *Normas para o currículo e avaliação da matemática escolar* (APM/IIIE, 1991) (que será designado por *Normas*) é um documento curricular importante para a matemática escolar, sobretudo pelo seu carácter inovador e a forma organizada com que apresentou um conjunto de recomendações para as modificações curriculares que se fizeram em vários países. Este documento teve em atenção muitos dos aspectos referidos anteriormente, onde o papel do professor é crucial. Foi elaborado por equipas com uma composição bastante diversificada que incluía professores, investigadores, formadores, psicólogos e matemáticos e mostra claramente ter sido influenciado pelas ideias matemáticas contemporâneas (e.g. ênfase na estatística e matemática discreta) e da investigação sobre aprendizagem e ensino (e.g. ênfase nas conexões e na construção activa do conhecimento). Mais recentemente, como já foi referido anteriormente, o NCTM elaborou, em 1998, uma versão preliminar de um novo documento programático, os *Standards 2000*, que esteve disponível, via Internet para discussão por parte de professores e educadores e que viria a ser editado em 2000.

Níveis e Tendências de Desenvolvimento Curricular

Ao longo do tempo tem havido uma deslocação da ênfase do currículo centrado nos conteúdos, para uma ênfase no currículo mais centrado no aluno (ver Figura 2).

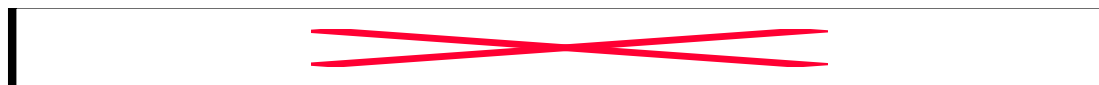


Figura 2. O currículo como um contínuo

O currículo centrado nos conteúdos é o que tem caracterizado o ensino tradicional. Os assuntos são ensinados, mas desligados, quer de outras disciplinas, quer da realidade. A principal tarefa do professor é a de transmissor da informação. Ensina-se aos alunos os conceitos básicos, a todos do mesmo modo. São utilizados métodos expositivos de ensino seguindo o percurso: exposição, tomada de notas, exercícios de aplicação. O principal recurso é o livro de texto. Os professores não contactam com o programa; preferem trabalhar com os manuais escolares¹ que se convertem em mediadores escolares, o que leva à rotina das práticas lectivas. Os manuais não devem esgotar por completo o programa, devendo significar uma proposta de trabalho a completar com outros materiais curriculares. O currículo centrado nos alunos, em vez de se privilegiar a informação a dar aos alunos, foca-se nas suas necessidades, interesses e actividades. A principal tarefa do professor é estimular e facilitar a actividade do aluno. As tarefas, conseqüentemente, são seleccionadas e organizadas de acordo com as necessidades e interesses dos alunos.

O currículo, enquanto processo contínuo de decisão, é uma construção que ocorre em diversos contextos a que correspondem diferentes fases e etapas de concretização. De um modo geral, segundo Pacheco (1996), consideram-se três contextos/níveis de decisão curricular: (1) político-administrativo, no âmbito da administração central; (2) de gestão, no âmbito da escola e da administração regional; e (3) de realização, no âmbito da sala de aula.

Neste processo de decisão curricular, de acordo com alguns autores (e.g. Gimeno, 1998; Pacheco, 1996), podemos considerar diferentes etapas ou fases. A primeira fase consiste no desenvolvimento do currículo que começa por uma proposta formal, resultado de uma decisão político-administrativa e que é adoptado por uma estrutura organizacional escolar. É genericamente designado por *currículo enunciado (oficial, prescrito ou formal)*. Este corresponde a uma proposta, em que existe um compromisso entre as opções políticas e as necessidades sociais, científicas e teorias de aprendizagem. A segunda fase é a do *currículo apresentado* aos professores, através dos mediadores curriculares, principalmente os manuais escolares. A seguir, a terceira fase, no âmbito do projecto da escola, o *currículo é programado (percebido ou moldado)* em grupo e *planificado* individualmente pelos professores. O

¹ De acordo com o relatório Matemática 2001 o manual escolar assim como as fichas de trabalho são indicados como os elementos de trabalho preferenciais utilizados pelos professores nas suas aulas, qualquer que seja o nível

desenvolvimento curricular, centrado nas escolas e nos professores, não é mais do que a adaptação das prescrições e a interpretação das orientações já existentes. A quarta fase, será o *currículo real (operacional ou em acção*, e que se situa num contexto de ensino que corresponde a um currículo operacional que é o que acontece na prática diária de sala de aula. Daqui resulta o *currículo realizado (experiencial, implementado, praticado ou concretizado)* que é a expressão dos resultados da interacção didáctica e que relaciona o currículo vivenciado pelos alunos com o vivenciado pelos professores e demais intervenientes. Salienta-se a importância na intervenção curricular dos professores pelo seu papel decisivo no desenvolvimento do currículo e os alunos pelas suas experiências que legitimam e modificam o mesmo projecto. O professor, segundo Pacheco (1996) é o

árbitro de toda a decisão curricular, sendo associado ao que de positivo e de negativo se faz na escola, uma vez que é o protagonista de uma cadeia de decisões que, natural e logicamente, lhe pertence terminar, moldando à sua “medida” o currículo sucessivamente prescrito, apresentado, programado e planificado. (p.101)

O chamado *currículo oculto* abrange os processos e efeitos, que, não estando previstos no currículo oficial proposto, fazem parte da experiência e aprendizagem escolar. Podemos dizer que o currículo oculto existe sempre, pois há sempre coisas que acontecem, que se ensinam e aprendem que não estão previstas. Por último, a fase do *currículo avaliado* que inclui a avaliação dos alunos, a avaliação dos planos curriculares, programas, orientações, manuais escolares.

Para a análise de um currículo de matemática, consideram-se normalmente, apenas três níveis, de acordo com o SIMS (*Second International Mathematics Study*) (e.g. Clarke et al., 1996; Kilpatrick, 1999; Niss, 1996; Ponte et al. 1998e): o currículo enunciado, do ponto de vista dos autores, supostamente estabelecido nos documentos oficiais; o currículo concretizado, correspondente ao modo como as orientações curriculares são concretizadas nomeadamente pelos professores; e o currículo aprendido, do ponto de vista do aluno, aquilo que os alunos efectivamente aprendem. Esta divisão é mais restrita do que a proposta por Pacheco (1996) e Gimeno (1998), onde este último nível é o do ponto de vista do aluno e que

de ensino. Em particular no 1º ciclo atinge os 90%.

eventualmente poderá ser incluído no currículo avaliado. De qualquer modo, analisar um currículo é um processo complexo, uma vez que, apesar de existir uma relação entre estas três componentes, não é possível estabelecer uma hierarquia bem definida, nem ligações de causa-efeito entre elas. Existem outros pressupostos de que dependem as opções curriculares, como, por exemplo, da aprendizagem em geral e das características da própria disciplina.

Ponte et al. (1998e) e Abrantes (1994) referem que, Howson, Keitel e Kilpatrick (1981), ao analisarem o desenvolvimento curricular em matemática, no período entre 1950-80, identificaram diferentes perspectivas, que não são disjuntas e que não obedecem a uma sequência cronológica exacta: (1) a perspectiva behaviorista - baseia-se no facto de que a aprendizagem pode ser descrita em termos de estímulo-resposta e os seus resultados observáveis a partir de mudanças de comportamentos; (2) a perspectiva da matemática moderna - baseia-se na estrutura da própria matemática e entende a reforma como renovação de conteúdos e da sua apresentação; (3) a perspectiva estruturalista - baseia-se na ideia de que as estruturas cognitivas, no seu estágio superior, correspondem às das ciências, pelo que o currículo deve proporcionar modelos para processos de descoberta que sejam concretizações das estruturas subjacentes; (4) a perspectiva formativa - atribui um papel central às situações de ensino como iniciadores da aprendizagem, onde o currículo deve propor situações que vão de encontro ao interesse e desenvolvimento dos alunos; (5) a perspectiva do ensino integrado – partindo das ideias da perspectiva anterior, destaca no currículo o papel dos problemas da realidade que devem ir de encontro aos interesses e necessidades dos alunos.

Mais recentemente, aparece a Educação Matemática Realista, vulgarmente designada por RME (*Realistic Mathematics Education*) como alternativa às perspectivas anteriores, baseada nos trabalhos de Freudenthal, onde a matematização é uma ideia-chave, tendo duas vertentes - a horizontal e a vertical. Na matematização horizontal, a formação de conceitos é feita a partir de situações e problemas da realidade, enquanto que na matematização vertical, é a formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações. É segundo esta perspectiva que são vistas as diferentes abordagens curriculares em matemática, que não são muito diferentes das propostas por Howson et al. (1981): (1) abordagem mecanicista - não presta atenção a qualquer das duas vertentes da matematização, típica do ensino da matemática até aos anos 60; (2) abordagem estruturalista - sobrevaloriza a segunda vertente e surgiu no início

dos anos 60 com a matemática moderna; (3) abordagem empirista - valoriza apenas a primeira; e (4) abordagem realista - procura ter em atenção a matematização, segundo as duas vertentes. De um modo geral, os currículos são desenvolvidos para fazer mudanças no ensino, ou para introduzir novos conteúdos, ou então para implementar o currículo existente de acordo com novas perspectivas. Segundo Gravemeijer (1994b), desde os anos 50 que a estratégia dominante de desenvolvimento curricular tem sido aquela que é habitualmente designada por “modelo R-D-D” (Research-Development-Diffusion). A investigação produz conhecimentos que são utilizados pelos técnicos para conceber novos produtos que, depois de testados, são organizados em unidades e em manuais escolares, que são colocados à venda no mercado. Este é um modelo importado da criação de produtos industriais.

Nos últimos 20 anos têm surgido novas ideias como alternativas ao modelo tradicional de desenvolvimento curricular. Um dos pontos essenciais destas tendências consiste em ver o professor como elemento chave da inovação curricular e não como uma correia de transmissão entre um programa “pronto a usar” e os alunos. Dentro desta perspectiva, desenvolveu-se em 1972, em Inglaterra, o *Nuffield Mathematics Project* que foi a maior tentativa de, através de um projecto inovador, envolver os professores no desenvolvimento do currículo. Grande número de professores através do país envolveu-se a preparar guiões que foram discutidos em centros locais de professores, tendo-se estes centros transformado, mais tarde, em locais de formação de professores onde se analisaram e testaram os materiais piloto.

Daqui emerge a proposta de que o professor se integre nos projectos de inovação, influenciando a própria concepção do currículo e desempenhando as suas funções nas salas de aulas, de um modo criativo. Surge o professor como “fazedor” de currículo. A decisão final de como ensinar é um julgamento profissional, pessoal, feito por cada professor. Esse julgamento envolve escolhas pessoais e prioridades individuais. Para efectuar estas escolhas, os professores colocam a si próprios as seguintes questões: O que é importante? O que é mais relevante para estes alunos? A execução ou implementação do plano é subjectiva. Assim, os professores orientam-se segundo os seus próprios valores e concepções que lhes servem de guias pessoais. Professores que tenham uma visão tradicional do ensino tendem a seleccionar os conteúdos, dando o essencial, sobretudo expondo a maior parte do tempo, para depois praticar. Raramente fazem mudanças no currículo estabelecido. O professor que tenha uma

visão mais actual (inovadora) defende que o mais importante é que a escola proporcione aos alunos ferramentas que os integrem na sociedade em mudança. Estes professores estão mais abertos a alterar o currículo de modo a desenvolvê-lo em consonância com cada momento. Segundo vários autores (e.g. Clarke, B., Clarke, D. e Sullivan, 1996; Hargreaves, 1994; Nóvoa, 1994; Pacheco, 1996) os professores têm um papel central na implementação do currículo, quer fazendo, quer adaptando documentos ou materiais. Como profissionais, devem ter tempo e autoridade para adaptar e acrescentar quaisquer materiais que vão de encontro às necessidades dos alunos. Qualquer modelo de currículo deve reconhecer e valorizar a experiência dos professores.

A abordagem clássica tem-se mostrado satisfatória, quando os principais objectivos curriculares podem ser definidos em termos de comportamentos observáveis dos alunos e os meios para os atingir podem ser linearmente identificados. Mas quando os objectivos se tornam mais complexos e envolvem, além dos aspectos cognitivos, outros de diversa natureza (afectivos, metacognitivos, atitudes e concepções), bem como a necessidade da sua integração, então essa abordagem clássica tende a mostrar-se inadequada.

Gravemeijer (1994b) põe em causa se este modelo tradicional continua válido para desenvolver um currículo, de acordo com os novos princípios do ensino-aprendizagem da matemática como são enunciados nas *Normas*, assim como se estarão de acordo com os parâmetros da investigação qualitativa. Por isso, propõe uma nova abordagem em oposição ao modelo RDD, que Freudenthal designa por “desenvolvimento educacional”, e tem sido trabalhado no Instituto Freudenthal —que faz parte da Faculdade de *Mathematics and Computer Science* da Universidade de Utrecht na Holanda— o qual procura responder a esta complexidade. Desenvolvimento curricular é aqui encarado como um processo que engloba todas as actividades e intervenções que vão desde a ideia inicial até uma efectiva mudança na prática educacional. Por exemplo, desenvolvem-se projectos em parceria, entre o instituto de desenvolvimento curricular e as escolas e os professores das turmas experimentais, onde esses materiais para as aulas são ensaiados, avaliados e modificados. Os produtos deste trabalho são versões sucessivamente melhoradas dos materiais de aprendizagem, ligadas às condições em que foram utilizadas e abertas a novas explorações e interpretações. A componente de investigação não termina antes da fase de generalização da experiência. Esta perspectiva tenta

aproximar as práticas do desenvolvimento curricular com os processos utilizados nas investigações qualitativas.

Em Portugal tem-se concebido o currículo como um programa em sentido estrito, ou seja, identifica-se "desenvolvimento curricular" com a produção de novos programas. Segundo esta perspectiva, fazem-se reformas bastantes espaçadas no tempo e que têm seguido o modelo tradicional. Há um grupo de professores (os autores do programa) que elabora um programa que é testado em turmas piloto e que depois é generalizado. As transformações curriculares tornam-se visíveis, na recente reforma curricular em matemática iniciada no princípio da década de 90. Substituiu-se um currículo que vinha sendo sucessivamente “remendado”, desde a matemática moderna e ainda com muitas das ideias dessa altura, para um outro que incorpora muitas das orientações do movimento da educação matemática internacional e que são tomadas em atenção as opiniões dos professores e dos educadores matemáticos, através das suas associações profissionais. Neste currículo valorizam-se diversos objectivos educacionais, incluindo conhecimentos, capacidades e atitudes, e atribuiu-se valor à resolução de problemas, à ligação da matemática com a realidade, à importância das calculadoras e dos materiais manipuláveis e ao papel do aluno na aprendizagem (ME, 1991a; 1991b; 1991c; 1997).

Em suma, analisar um currículo é uma tarefa complexa, pois pode começar-se por questionar, à partida, as opções que se tomaram na sua elaboração, nomeadamente na escolha dos tópicos a serem contemplados, ou nas formas de ensinar determinados tópicos. De qualquer modo, ultrapassada esta questão, é fundamental que, na elaboração de um currículo, sejam tomados em atenção, de uma forma articulada, todas as suas componentes: objectivos, conteúdos, estratégias de ensino e avaliação. O grande desafio¹ que actualmente se coloca aos educadores (e políticos educacionais) é saber como o currículo, integrado num projecto de inovação escolar, deve estar organizado, de modo a ir de encontro ao desenvolvimento profissional dos professores e, ao mesmo tempo, ser um facilitador da aprendizagem dos alunos, dentro duma escola dinâmica, inserida numa sociedade altamente competitiva e mutável.

¹ Mais recentemente discute-se, a nível do ensino básico, a Gestão Flexível do Currículo (ME, 1999) que aponta para uma visão do currículo diferente da tradicional.

Qualquer processo de mudança curricular acarreta sempre algumas dificuldades, sendo que o principal problema surge na passagem do currículo oficial para o currículo concretizado. O professor surge como mediador e factor de mudança, e portanto, é a este que se tem de dar atenção. Não basta o currículo estar bem desenhado, com objectivos bem definidos. É necessário que aqueles que o vão trabalhar saibam, claramente, qual o espírito imbuído nessa mudança, quais as suas intenções, caso contrário arriscamo-nos a que os professores “aproveitem o mesmo pano, mudando-lhe apenas o feitio de acordo com a moda” ou, conforme refere Assude (1999), o programa indica a direcção, mas não indica os atalhos. A formação de professores é determinante não só para formar, tendo em conta os novos conteúdos ou metodologias, se for caso disso, com bons e diversificados materiais, mas sobretudo contribuir para uma mudança de atitudes, quer em relação à profissão, quer em relação à inovação e essa não se faz por decreto, nem de um dia para o outro.

Ensino da Matemática

Neste ponto começaremos por identificar os campos da didáctica e da educação matemática. Em seguida, abordam-se questões do ensino e da aprendizagem da matemática, através de documentos programáticos e de bibliografia da área, identificando quais as recomendações mais recentes.

Didáctica, Ensino e Educação Matemática

A Didáctica da Matemática é uma disciplina bastante recente, mas que cada vez mais é reconhecida como uma disciplina científica e autónoma, sobretudo devido à sua preocupação crescente com o ensino e aprendizagem da matemática. É um campo que se dedica ao estudo de vários aspectos relacionados com a teoria, a investigação e a prática, bem documentado em livros, revistas e conferências internacionais e com uma comunidade internacional dinâmica de educadores matemáticos (e.g. Biehler, Scholz, Sträßer, e Winkelmann, 1994; Bishop, 1992; Godiño, 1991; Silver e Kilpatrick, 1994).

Desde o trabalho do ICMI (*International Commission for Mathematics Instruction*) no início do século que a investigação científica realizada no campo do ensino e aprendizagem da matemática se tem desenvolvido de forma assinalável. Em 1950 foi formado o CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*). Passados cerca de 20 anos, no encontro do ICME (*International Congress on Mathematics Education*) em 1972, Fischbein formou um grupo de trabalho sobre Psicologia da Didáctica da Matemática que passados 4 anos deu origem ao PME (*International Group for the Psychology of Mathematics Education*) que, em 2000, realizou a sua 24ª reunião anual. Desde então que um grupo diversificado de profissionais em educação: psicólogos da educação, professores de matemática, investigadores e formadores com interesses comuns, têm contribuído para trabalhar numa área de conhecimento— Didáctica da Matemática— à volta de temas do ensino e aprendizagem da matemática, sobretudo no âmbito do professor, aluno e currículo de matemática. Existe presentemente um grupo de trabalho fundado em 1984, durante o ICME 5 na Austrália, que se intitula *Theory of Mathematics Education* (TME) que procura discutir questões relacionadas com a teoria da educação matemática¹.

Antes de prosseguir será conveniente fazer alguns comentários em relação aos termos “educação matemática” e “didáctica da matemática”. Didáctica da Matemática é um termo bastante usado em países de língua alemã e francesa e tem vindo a aumentar o seu uso nos países de língua inglesa. Apesar do termo “educação matemática” ser mais amplo do que o de “didáctica da matemática”, os países da Europa central utilizam o termo “didáctica da matemática” para referir-se à área do conhecimento que em língua anglo-saxónica se denomina “educação matemática” (Mathematics Education). Nestes países apesar de existir o termo “didáctica”, este tem uma conotação fortemente negativa e é pouco utilizado (e.g. Godiño, Alfonso, Rodríguez, Romero, e Vásquez, 1991; Ponte, 1994; Mura, 1998). Como exemplo poderá ser lido nas actas do CIEAEM 50 em francês *Les liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques* e em inglês *Relations between classroom practice and research in mathematics education*. Outros termos que, muitas vezes, são utilizados como sinónimos de “didáctica da matemática” ou de “educação matemática”, são “ensino da matemática” ou “ensino-aprendizagem da matemática”. Em relação a esta

¹ Em Portugal existe o Grupo Português de Teoria de Educação Matemática – GruPo TEM.

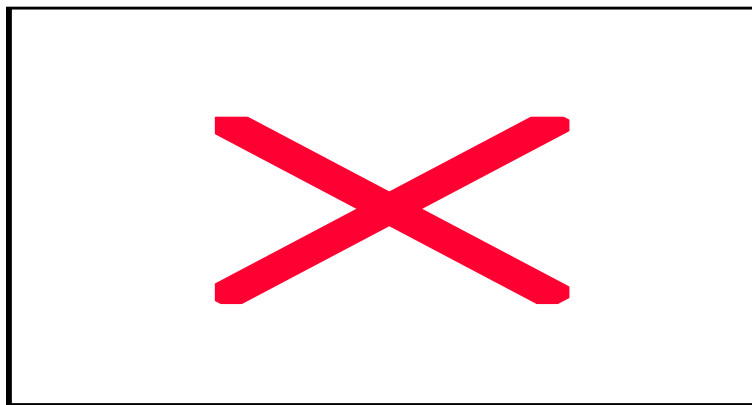
questão Ponte (1986, 1993) refere que, a expressão “ensino da matemática” indica uma ideia apenas no sentido do professor (aquele que ensina) para o aluno (aquele que é ensinado). Deste modo contém a ideia, apesar de implícita, de que a matemática não é uma actividade humana e por isso é estática e imutável, assim utiliza-se o expediente de acrescentar o termo aprendizagem e teremos “ensino e aprendizagem da matemática”, o que segundo aquele autor apenas introduz a noção de que aquele que aprende desempenha também um papel significativo. Esta expressão, ainda pode ser entendida como descrevendo um processo de assimilação que é mais ou menos programado. Ponte (1986) e Guimarães (1998) referem que o termo educação matemática é um termo recente e que foi introduzido inicialmente para englobar conceitos de “ensino” e “aprendizagem”. Contudo a expressão “educação matemática” é mais abrangente e mais adequada para caracterizar o tipo de trabalho que, presentemente, se faz e que designará a área do saber que estuda os problemas, quer do ensino e aprendizagem desta disciplina, quer a formação de professores e o contexto curricular, institucional, social e cultural, no qual se desenvolve a acção educativa. Assim, Ponte utiliza o termo educação matemática, no sentido mais amplo, e o termo didáctica, no sentido mais específico, aplicado ao processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Quem tem disponíveis em termos linguísticos os dois termos faz a distinção entre a disciplina “didáctica da matemática” e o seu objecto de estudo “educação matemática” – que é a educação em matemática (Mura, 1998). Neste trabalho utilizam-se nas referências os termos usados pelos autores, embora se considere o termo “didáctica da matemática” como mais específico do que o de “educação matemática”.

A Didáctica da Matemática certamente que existe como uma disciplina, pelo menos no sentido social, como pode ser vista em revistas, em programas de doutoramento e investigação, organizações científicas e conferências. Contudo, a Didáctica da Matemática é bastante recente comparada com outras ciências (e.g. Matemática, Psicologia). Como uma disciplina bastante jovem, o seu estatuto como ciência ainda é questionado, sobretudo nos meios académicos universitários. Vejamos a perspectiva de alguns autores.

Vários autores (e.g. Artigue, 1986; Biehler, 1994; Gjone, 1998; Higginson, 1980; Kilpatrick, 1992; Lerman 1998; Sierpinska, Kilpatrick, Balacheff, Howson, Sfard e Steinbring, 1993; Silver e Kilpatrick, 1994; Steiner, 1990) consideram a Educação Matemática (Didáctica da Matemática) como uma área do conhecimento que se centra nos aspectos ligados: ao aluno, ao professor e ao saber ensinado/aprendido (também chamado o triângulo didáctico, Sträßer, 1994) e onde interactuam diversas ciências vizinhas (e.g. Matemática, História da Matemática, Psicologia, Sociologia, Pedagogia, Epistemologia, Linguística, Ciências da Educação). A Figura 3 ilustra as várias relações da Educação Matemática sugeridas por Gjone (1998).

Figura 3. As múltiplas relações da Educação Matemática (Gjone,1998)



Segundo Biehler et al. (1994) a Didáctica da Matemática é uma ciência aplicada: como a engenharia, a psicologia aplicada e a medicina em que as fronteiras entre o trabalho científico e a prática construtiva, nem sempre são claras. Por exemplo, a concepção e desenvolvimento de materiais para os alunos, apesar de serem actividades de natureza prática não deixam de utilizar a reflexão e aprofundamento teóricos para compreender e melhorar a sua utilização. Assim, existe sempre uma ligação constante entre a construção do conhecimento através de experiências práticas e a tentativa de reorganizar esse conhecimento. A didáctica da matemática utiliza e explora o conhecimento disponível nas disciplinas vizinhas como “recurso” científico, para descrever e analisar o ensino e aprendizagem da matemática. Nesta perspectiva entende-se a didáctica como uma estrutura de forma sistémica,

não se reduzindo a um conjunto de regras e técnicas que se utilizam, ou dizem, na sala de aula. A abordagem de um determinado conteúdo, como por exemplo, o estudo das funções, numa perspectiva da didáctica da matemática pressupõe que se tenham em atenção as relações com outros subsistemas, como por exemplo os alunos, os materiais manipuláveis e a tecnologia.

Ernest (1998) refere que o termo Educação Matemática está carregado de ambiguidade, pois pode significar, por um lado a prática, e por outro uma área de conhecimento. Este autor enumera algumas práticas da educação matemática: (1) ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis de escolaridade; (2) a aprendizagem (e ensino) da matemática, fora da escola; (3) o *design*, a escrita e construção de textos e materiais para aprendizagem da matemática; (4) o estudo da educação matemática nos cursos de formação inicial de professores; (5) textos e resultados de estudos académicos em educação matemática; e (6) investigação em educação matemática em todos os níveis. Assim, segundo a perspectiva de Ernest, não existe um único objecto de estudo para a investigação em educação matemática. Há sim, múltiplos objectos, alguns primários e outros secundários. Tentando fazer uma sistematização, podemos dizer que os objectos primários incluem fenómenos directamente ligados com o ensino e aprendizagem da matemática, enquanto que os objectos secundários envolvem a área da própria educação matemática. Assim, os objectos primários incluem: a natureza da matemática e o conhecimento da matemática escolar; a aprendizagem da matemática; as finalidades e objectivos do ensino e da escolarização matemática; o ensino da matemática, incluindo os métodos envolvidos; toda a variedade de textos, materiais, apoios e recursos electrónicos; os contextos sociais e humanos da aprendizagem e ensino da matemática em toda a sua complexidade; e a interacção e relações entre todos os factores atrás enunciados. Como objectos secundários consideram-se: a natureza do conhecimento em educação matemática, os seus conceitos, teorias, resultados, literatura, finalidades e funções; a natureza da investigação em educação matemática: a sua epistemologia, bases teóricas, metodologia, métodos, resultados e objectivos; o ensino e aprendizagem da educação matemática na formação de professores incluindo prática, técnica, teoria e investigação, e as instituições sociais de educação matemática: pessoas, instituições (universidades, escolas, centros de investigação), conferências, organizações, jornais, etc. e as suas relações com todos os

contextos sociais. Deste modo, o objecto de estudo em educação matemática inclui pelo menos todas estas componentes.

Boero e Szendrei (1998) consideram o objecto de estudo mais alargado do que o de Ernest, uma vez que, segundo eles, quem pode fazer investigação em educação matemática são, além dos matemáticos, todas as pessoas envolvidas no sistema escolar, isto é, não só os professores de matemática, mas também conselheiros de currículo ou administradores. Todos estão interessados em “produtos” que possam aumentar o desenvolvimento da educação matemática, como por exemplo, melhores metodologias para preparar os professores de matemática, ou inovações no domínio da educação matemática.

Mura (1998) levou a cabo um estudo entre a comunidade de educadores matemáticos nas universidades do Canadá, cuja finalidade era obter elementos que lhe permitissem identificar esta comunidade profissional. Para isso, elaborou um questionário, para os professores dessas universidades e obteve 106 respostas. Dado que o Canadá tem população de origem francófona e anglo-saxónica, utilizou no questionário, sempre que necessário, os termos *didactique des mathématiques* e *mathematics education* como sinónimos. Uma das perguntas era “o que entende por educação matemática?” As respostas foram variadas, mas a ideia que sobressai da análise dos dados é que a educação matemática é uma espécie de disciplina resultante da intersecção e de uma combinação de várias disciplinas (especialmente psicologia, matemática, educação e epistemologia), apesar deste facto não impedir a educação matemática de ser uma disciplina ou ciência com todo o mérito próprio, cujo objecto de estudo tem a ver com o ensino e a aprendizagem da matemática, e a sua finalidade divide-se entre, saber como as pessoas aprendem matemática e a prática na sala de aula.

A questão de considerar a didáctica como um campo científico tem dividido os autores e, conforme refere Steiner (1985), estes tendem a colocar-se em posições extremas, perante os problemas que se apresentam à educação matemática. Há os que defendem que a didáctica não pode chegar a ser um campo com fundamentação científica e assim, o ensino da matemática é, essencialmente, uma arte e os que defendem que é possível a existência da didáctica como ciência, que trata, por exemplo, dos problemas relacionados com a construção do currículo, métodos de ensino, desenvolvimento das capacidades dos alunos e interacções na aula) a partir de diferentes visões e definições. Por exemplo, Brousseau (1997) identifica-se com o primeiro

grupo referido por Steiner, quando considera a didáctica como a *Arte de Ensinar*, (visão ligada à epistemologia da palavra didáctica que provem do termo grego DIDAKTIKE que significa arte de ensinar) é um conjunto de meios e procedimentos que dão a conhecer, neste caso, a ciência matemática. Nesta perspectiva, o triângulo didáctico — o conteúdo, o aluno e o professor — estrutura o campo da investigação e a teoria didáctica. A área do conhecimento científico será o campo de investigação sobre o ensino, dentro do quadro das disciplinas clássicas como são a psicologia, a semiótica, a sociologia, a linguística, a epistemologia, a lógica, a pedagogia, a inteligência artificial. Contudo, Brousseau também considera a didáctica numa perspectiva científica, quando distingue três concepções: a *tecnicista*, a *pluridisciplinar* e a *fundamental ou matemática*. A concepção tecnicista está entre as outras duas considerando a didáctica como um conjunto de técnicas — a invenção, descrição, estudo, produção e o controlo de novos métodos de ensino, currículos, objectivos, meios de avaliação, materiais, manuais escolares. A concepção pluridisciplinar, de acordo com a segunda visão de Steiner, designa o ensino necessário para formação técnica e profissional dos professores. A concepção fundamental ou matemática integra todos os sentidos precedentes. Segundo esta concepção, a didáctica é uma ciência que se interessa pela produção e comunicação dos conhecimentos matemáticos, no que elas têm de específicos. Aqui são estudados todos os fenómenos de ensino e aprendizagem da matemática, de modo a construir uma área não dependente de outros campos científicos, mas compatível com eles (psicológico, pedagógico, ...) e que se dirige para uma teoria unificadora do acto didáctico, cuja especificação e métodos seriam específicos e endógenos (e.g. Godiño, 1994; Clark et al. 1996).

No campo da didáctica a escola francesa tem tido uma actividade intensa, sobretudo a partir de finais dos anos 60 com a criação dos IREM - *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*. Estes institutos têm-se dedicado sobretudo à formação de professores e à produção de materiais de apoio ao professor na sala de aula (e.g. textos, fichas de trabalho, jogos, materiais manipuláveis). Outra actividade tem sido, além da produção de meios para actuar sobre o ensino, a produção de conhecimento para controlar e produzir tais acções. Parte-se do pressuposto de que o conhecimento dos fenómenos que estão relacionados com o ensino da matemática, não são o resultado directo da fusão dos conhecimentos provenientes de áreas independentes como a própria matemática, a psicologia e a pedagogia,

mas exigem investigação específica (Gálvez, 1996). Entre os vários investigadores que têm trabalhado nesta área sobressai Guy Brousseau com a teoria das situações didácticas.

Para Brousseau (1997) o objecto de estudo da didáctica da matemática é a situação didáctica que, segundo este autor, é um conjunto de relações implícitas ou explícitas estabelecidas entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo meio (podendo incluir materiais) e um “sistema educativo” (representado pelo professor) de modo a contribuir para que os alunos se apropriem de um saber constituído ou em vias de constituição. Estas relações estabelecem-se através de uma negociação entre o professor e o aluno dando origem ao denominado contrato didáctico. Este contrato não é mais do que o conjunto das “regras do jogo” que se estabelecem para o funcionamento das situações didácticas. Envolve um conjunto de regras explícitas ou implícitas, que organizam as relações entre o conteúdo, o aluno e o professor dentro da sala de aula de matemática (e.g. distribuição de responsabilidades, determinação de prazos para as diferentes tarefas, permissão ou não do uso de determinados recursos). Deste modo, o sistema didáctico envolve três componentes interactivas: o professor, o aluno e o conhecimento onde o sistema de obrigações recíprocas se assemelha a um contrato. O que define a situação didáctica é essencialmente o seu carácter intencional e o facto da situação ser constituída com o propósito explícito de que alguém aprende algo.

Desde 1970 que Brousseau tem tentado construir uma teoria de situações didácticas. Esta teoria baseia-se numa classificação que, independentemente dos conteúdos, traduz as diferentes relações que as situações didácticas podem estabelecer face ao objecto de conhecimento. Para isso, averigua-se como funcionam as situações didácticas, procurando identificar quais são as características de cada situação que são determinantes para a evolução do comportamento do aluno e, conseqüentemente, dos seus conhecimentos. Para Brousseau, o investigador em didáctica deve ser capaz de prever os efeitos da situação que elaborou antes de aplicá-la na sala de aula. A teoria procura modelar situações de ensino de modo a que possam ser desenvolvidas e tratadas de um modo controlado. Assim pode-se dizer que a finalidade de didáctica da matemática, para este autor, é o conhecimento dos fenómenos e processos relativos ao ensino da matemática para poder controlá-los e através deste controlo otimizar a aprendizagem dos alunos.

Também Vergnaud (1994) faz referência ao contrato didáctico que se estabelece na sala de aula. Segundo este autor, durante o processo de ensino, na sala de aula, estabelecem-se obrigações recíprocas entre as duas partes intervenientes—o professor está lá para ensinar, o aluno está lá para aprender— que são regulamentadas por um conjunto de regras sobretudo implícitas das quais dependem os saberes em jogo. Estas regras constituem o contrato didáctico.

Por volta de 1980 apareceu, também em França, a teoria de transposição didáctica desenvolvida por Y. Chevallard, que consiste na transposição do saber científico para o contexto escolar. Esta teoria centra-se na análise do conhecimento matemático de modo a transformá-lo em conhecimento que possa ser utilizado em situações de sala de aula. Isto é, analisa-se o conhecimento matemático tal como é produzido pelas instituições matemáticas e que através de processos de negociação, sofre um processo inevitável de mudança pelo qual é transformado, desde o nível académico até ao nível escolar, através de diferentes elaborações e é traduzido no conhecimento a ensinar. Este conjunto de transformações que o conhecimento matemático sofre é no sentido de se tornar fundamental e acessível.

Outro conceito utilizado pela escola francesa, associado aos referidos anteriormente, é o de engenharia didáctica apresentado por Artigue (1994) e por Chevallard (1991), que surge na perspectiva da teoria de Brousseau, como uma estrutura de base para a concepção de produtos de ensino. Este termo surge para rotular uma forma de trabalho didáctico como resultado de um trabalho comparado ao trabalho de um engenheiro, que se caracteriza por um esquema experimental baseado em realizações efectivas na sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino.

Alarcão (1998) considera o termo didáctica em três acepções: (1) didáctica profissional em acção, a didáctica que se pratica na sala de aula, quando se planifica, ou se avalia o desempenho dos alunos; (2) didáctica curricular, a didáctica que se ensina e que tem a ver com os conhecimentos científico-pedagógicos da disciplina; e (3) a investigação em didáctica, a didáctica que se investiga e que tem por objectivo de estudo a natureza do processo de ensino aprendizagem real.

A didáctica constitui o quadro de referência de todo o professor, uma vez que toda a actuação com alunos pressupõe uma perspectiva didáctica, e é a partir dela que cada professor

selecciona objectivos, organiza actividades, formula critérios de avaliação, determina procedimentos para cada situação (Ponte, 2000b). Como área de investigação, o papel da didáctica da matemática é o de formular e analisar os problemas com que se defronta o ensino e a aprendizagem desta disciplina, proporcionando conceitos, estratégias e instrumentos que podem ser de algum modo úteis para os que actuam no terreno profissional e na formação. A investigação em didáctica deve contribuir para o desenvolvimento do currículo e da formação de professores. Ponte (2000b) entende que a investigação em didáctica da matemática, constitui um corpo específico das ciências sociais, tendo ligações à matemática e ao campo da educação quer segundo uma vertente teórica quer segundo uma vertente prática .

A didáctica, como disciplina científica, dá os fundamentos para as áreas de educação matemática, como a formação de professores e o desenvolvimento profissional e aparece como uma componente fundamental em programas de formação inicial e contínua de professores (Tall, 1991). Para muitos professores, em início de carreira, ensinar é mais um processo intuitivo, apoiado no senso comum e em múltiplas experiências formativas (e.g. experiência adquirida como aluno dos ensinos básico, secundário e superior, experiência adquirida na prática pedagógica) do que apoiado na reflexão e na formação profissional (Fernandes, 1997). Neste contexto, a didáctica da matemática, quer na formação inicial quer contínua, pode dar grandes contributos aos futuros professores, preparando-os para o processo de ensino-aprendizagem da matemática dos seus alunos e por outro lado, ajudá-los a reflectir sobre as suas experiências formativas, de modo a que, desenvolvam sistemas de conhecimentos e concepções conducentes a uma prática construída solidamente. Como disciplina, a didáctica não pode reduzir-se apenas, à prescrição de um conjunto de saberes e técnicas, devidamente estruturadas, para o futuro professor aplicar em situações bem definidas. Deve, também, ajudar os alunos a desenvolver formas de aprender a ensinar, assim como formas de organização do ensino-aprendizagem de matemática, tendo em conta os professores, os alunos, os assuntos e os contextos, onde se processa o acto de ensino. Esta é uma disciplina com carácter científico-prático, pois quando se desenvolvem materiais educacionais, actividade essencialmente prática, requer também um suporte teórico que fundamente a concepção desses materiais. Podemos dizer que a finalidade da didáctica da matemática, na formação inicial de professores, será a

reflexão por parte dos futuros professores sobre a organização do processo ensino-aprendizagem da matemática.

Podemos concluir, utilizando as palavras de Steinbring (1994), que a didáctica da matemática é, essencialmente, uma ciência “aplicada” que transforma o conhecimento científico matemático em conhecimento “inteligível” para professores e alunos, através de procedimentos adequados. Muitas vezes usa uma metodologia para simplificar e adaptar o conteúdo científico às capacidades dos alunos. Neste sentido, educador matemático¹ é uma pessoa que pretende formar ou instruir outra, através da matemática, isto é, considera a matemática como objecto de educação das pessoas para cuja formação está a contribuir.

Desenvolvimento e Recomendações Recentes sobre o Ensino da Matemática

Numa perspectiva histórica e contemporânea, podemos resumir as principais razões para o ensino da matemática em três ideias fundamentais: contribui para o desenvolvimento tecnológico e sócio-económico da sociedade; contribui para o desenvolvimento político, ideológico e cultural da sociedade; e proporciona aos indivíduos os pré-requisitos necessários para se “desembaraçarem” na vida de todos os dias. Apesar de procurar as melhores formas dos alunos aprenderem, significativamente, matemática, o seu ensino e aprendizagem têm sido alvo de estudos e polémicas, ao longo dos anos. Podemos dizer que nos últimos 30 anos, deram-se mudanças profundas em educação matemática e a sua investigação cresceu de uma forma sem precedentes. Hoje, atravessamos uma situação de mudança e experimentação. Segundo Kilpatrick (1996), o currículo de matemática, desde que apareceu na Europa ocidental, depois da revolução industrial, foi adoptado, quase por todo lado, e manteve-se praticamente inalterado até aos anos 50. Ou, conforme refere Clarke et al. (1996), existe uma grande uniformidade dos programas de matemática por todo o mundo, mesmo nos países que diferem grandemente, por exemplo, em recursos e contextos culturais, onde existe um currículo que contém os mesmos tópicos, nomeadamente aritmética, álgebra e medida. Desde então pode-se dizer que houve duas grandes mudanças no currículo de matemática: uma

¹ Apesar de segundo Sierpinska et al. (1993) haver uma falta de consenso no que significa ser um educador matemático.

durante os anos 50 e 60, outra por volta dos anos 80. A primeira foi a era da Matemática Moderna que fez com que muitos países fizessem esforços no sentido de atrair alunos para o estudo da matemática, pela ênfase em estruturas abstractas. A última deu-se com a era das *Normas* do NCTM (1989, 1991, 1995, 2000) onde o currículo colocou em segundo plano as estruturas abstractas, fazendo um esforço para incluir mais aplicações realísticas, com ênfase em situações do quotidiano e profissionais.

A era das *Normas*

Todo aquele movimento que se começa a desenhar em finais dos anos 70, sobretudo nos EU, como alternativa à matemática moderna, vai converter-se num movimento de renovação do ensino da matemática, que fica grandemente marcado com propostas apresentadas, sobretudo na década de 80, donde se destacam algumas das publicações mais importantes.

A *Agenda for Action* (NCTM, 1980) reafirma algumas das posições tomadas anteriormente (*National Advisory Committee on Mathematical Education* - NACOME, 1975; *National Council of Supervisors of Mathematics*, 1978) nomeadamente, no que se refere às competências básicas que são mais do que apenas destreza de cálculo, assim como se deve tirar todo o partido das calculadoras e computadores, em todos os níveis escolares. E vai mais longe, quando refere que se devem diversificar os instrumentos de avaliação, não se limitando aos testes convencionais. Ficará conhecida, sobretudo, pela recomendação de que a resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar dos anos 80. Enquanto que, na Inglaterra, se destaca o relatório *Mathematics Counts* (Cockcroft, 1982) que ficou conhecido sobretudo pelo parágrafo 243, que foi bastante citado, e o qual era defendido por muitos professores que pretendiam uma mudança no ensino da matemática. Nele, se refere, quais os aspectos do ensino da matemática a considerar em qualquer nível: exposição pelo professor; discussão professor/aluno e aluno/aluno; trabalho prático apropriado; consolidação e prática de rotinas e competências básicas; resolução de problemas, incluindo a aplicação da matemática a situações da vida real; e trabalho de investigação.

Nos finais dos anos 80, sobressaem entre outros, nos Estados Unidos, dois documentos programáticos. Um, foi o *Everybody Counts* (NRC, 1989) que foi bastante significativo, em

particular pela atenção que dá ao impacto das novas tecnologias no ensino da matemática. E o outro, mais marcante, foi sem dúvida as *Normas*. Foi elaborado pelo NCTM e constitui um conjunto de normas desejáveis para os currículos de matemática, a seguir nos anos 90, nos diversos níveis de escolaridade K-12. Constituem uma das referências programáticas fundamentais para o ensino desta disciplina na transição do séc. XX para o séc. XXI, sobretudo, pelo seu carácter inovador e a forma organizada com que apresentou um conjunto de recomendações para as modificações curriculares que se fizeram em vários países. Para a sua importância contribuem, fundamentalmente, a força e consistência das suas propostas, a sua organização e o modo como foram elaboradas. As *Normas*, que defendem uma matemática para todos os alunos, destacam a ênfase nos aspectos conceptuais da matemática, onde são valorizados os processos cognitivos complexos e a dimensão afectiva, em oposição à tradição de ensino mecânico, baseado na memória e na simples repetição de exercícios. Sobressai a importância do *poder matemático* que assume um papel essencial, e que se refere

à capacidade de cada indivíduo para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, bem como à sua aptidão para usar uma variedade de métodos matemáticos na resolução de problemas não rotineiros e (...) assente na auto-confiança. (p.6)

Estas orientações vão de encontro a uma visão construtivista e activa do processo de aprendizagem, defendida pelo NCTM. Para isso, propõe um vasto conjunto de métodos de ensino a utilizar pelo professor nas suas aulas: trabalho de projecto; trabalho individual e de grupo; discussão entre o professor e o aluno e entre alunos; prática de métodos específicos da matemática; e exposição pelo professor. Defende que todo o aluno em qualquer nível de ensino não universitário deve: (1) aprender a dar valor à matemática; (2) tornar-se confiante nas próprias capacidades; (3) tornar-se apto a resolver problemas de matemática; (4) aprender a comunicar matematicamente; e (5) aprender a raciocinar matematicamente.

Outra instituição que tem desenvolvido trabalhos, que constituem uma referência para as recentes tendências do ensino da matemática, é o Instituto Freudenthal. A principal tarefa deste instituto, como já foi referido anteriormente, é promover inovações na educação matemática na sala de aula baseadas em "desenvolvimento educacional". Elaboram e experimentam programas, nomeadamente para o primário e o secundário e que são concebidos

numa visão da educação matemática realista. O impacto dos novos currículos já foi avaliado e mostrou através de estudos levados a cabo, que os alunos têm mais sucesso em matemática do que anteriormente, participam mais activamente e têm uma atitude mais positiva em relação à matemática. Esta visão realista da matemática aparece, como a resposta holandesa, a uma necessidade que foi sentida de uma nova reforma no ensino e aprendizagem da matemática, como já foi referido num ponto anterior deste capítulo. Surge em contraposição e, como alternativa, às tendências antigas da matemática "mecanicista" e da matemática "estruturalista". Esta posição é baseada nas ideias de Freudenthal, que desenvolveu a teoria RME nas últimas décadas, que lida com conceitos-chave como: a "matemática como actividade humana", a "matematização" e "re-invenção". De acordo com Freudenthal, a matemática deve estar ligada à realidade, estar perto da criança e ser relevante para a sociedade, de modo a constituir um valor humano, em vez de ser encarada como um conteúdo a transmitir. A educação deve dar aos alunos uma oportunidade guiada para "re-inventar" a matemática, fazendo-a. Isto significa que na educação matemática o ponto fulcral deve estar não na matemática, como um sistema fechado, mas sim na actividade, no processo de "matematização". A matematização é formulada segundo duas vertentes: horizontal e vertical. Segundo este autor a matematização horizontal envolve ir do mundo real, para o mundo dos símbolos, ou seja a formação de conceitos é feita a partir de situações e problemas da realidade; enquanto que a matematização vertical significa mover-se dentro do mundo dos símbolos, isto é, a formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações. Estes dois tipos de matematização têm igual valor para Freudenthal (1991). Uma característica significativa do RME é o foco no crescimento do conhecimento e compreensão da matemática pelos alunos. Uma razão apontada, pela qual a reforma da matemática holandesa optou por ser chamada de "realística", não é só pela sua ligação com o mundo real, mas também pela a ênfase que a RME coloca ao oferecer aos alunos situações problemáticas que eles consigam imaginar. Quer isto dizer que os problemas que são apresentados aos alunos estão num contexto real, mas nem sempre é assim. O mundo da fantasia e dos contos de fadas e mesmo o mundo formal da matemática podem ser contextos adequados para um problema, conquanto sejam reais na mente do aluno.

Enquanto que no início da década de 80, a educação matemática dirigiu a sua atenção, sobretudo, para a forma como os conteúdos matemáticos escolares devem ser ensinados, na década de 90 a figura do professor aparece como elemento crucial, em todo o processo da matemática escolar. As propostas das *Normas* só poderão ter sucesso se forem acompanhadas por processos de avaliação adequados e se os professores também tiverem uma formação adequada para implementar as novas directrizes curriculares. Neste sentido, na sequência das *Normas* para o currículo o NCTM produziu mais dois documentos importantes que completaram aquele, e que foram em 1991, o *Professional Standards for Teaching Mathematics* [traduzido pela APM/IIIE com o título "Normas profissionais para o ensino da matemática" em 1994] e em 1995 o *Assessment Standards for School Mathematics*¹ [traduzido pela APM em 1999, com o título "Normas para a avaliação em matemática escolar"]. Podemos dizer que os anos 90 foram voltados para o professor e o seu desenvolvimento profissional. O primeiro, é um documento que pretende dar orientações precisas sobre o papel do professor, de modo a que possa implementar com sucesso as ideias expressas nas *Normas* do currículo com sucesso. As ideias chave que contém são fundamentalmente estas: (1) afirmar a importância do papel do professor na mudança curricular; e (2) dar mais atenção às necessidades da formação de professores. O outro documento aparece na sequência dos outros dois documentos e

porque o NCTM acredita que novas estratégias de avaliação e prática necessitam de ser desenvolvidas de modo a proporcionar aos professores e outros avaliar os desempenhos dos alunos de acordo com o que a reforma proposta pelo NCTM propõe para a matemática escolar. (NCTM, 1995, p.1)

Podemos referir que, as ideias principais das *Normas para a Avaliação* são: os professores são as pessoas melhor situadas para julgar o progresso dos alunos; todos os alunos conseguem aprender matemática e a sua aprendizagem pode ser avaliada; e a avaliação deverá ser um meio de progresso no desempenho em direcção às expectativas. Tendo em conta as principais mudanças que o NCTM refere, deve-se: (1) proporcionar uma variedade rica de tópicos matemáticos e de situações problemáticas; (2) proporcionar problemas ou situações que

¹ Estes dois documentos serão designados respectivamente por Normas Profissionais e Normas para a Avaliação.

apelem à atitude investigativa; (3) promover a atitude de questionar e ouvir; (4) proporcionar o uso de conceitos e procedimentos para resolver problemas; e (5) proporcionar um sistema de avaliação baseado na evidência a partir de várias fontes de informação. Contudo, se o ensino-aprendizagem da matemática é uma actividade bastante complexa, a avaliação deve ter em atenção toda esta complexidade e não a reduzir, simplesmente, aos testes de papel e lápis. Estes, não poderão ser o único indicador de aprendizagem de aspectos tão diversificados como o "poder matemático" dos alunos entendido no sentido da capacidade para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente e usar uma variedade de métodos para resolver problemas não rotineiros. Assim o NCTM (1995) propõe: (1) a avaliação dos alunos deve estar alinhada e integrada com o ensino; (2) devem ser usadas múltiplas fontes de informação para a avaliação; (3) os métodos de avaliação devem ser adequados aos propósitos da avaliação; (4) todos os aspectos do conhecimento matemático e as suas conexões devem ser avaliadas; e (5) o ensino e o currículo devem ser considerados na análise da qualidade do programa.

Mais recentemente, os *Standards 2000* foram elaborados a partir das três Normas existentes e justificam-se, uma vez que, em dez anos (as primeiras *Normas* são de 1989) muita coisa mudou. Nessa altura, por exemplo, a Internet era uma novidade e mesmo as calculadoras gráficas e o computador "eram ainda crianças". Pretendem dar resposta a dez anos de experiência com as primeiras *Normas*, assim como às necessidades actuais em educação matemática. De qualquer modo, a mensagem que aquelas *Normas* queriam transmitir continua de pé, isto é, que todos os alunos tenham um merecido alto nível de educação matemática. A principal novidade está referida no título, e tem a ver com os *Princípios* (Principles) que constituem a base, na qual reside a qualidade do programa de matemática. Enquanto que as *Normas* anteriores foram elaboradas na perspectiva de que, todos os alunos podem aprender matemática e que os professores desempenham um papel essencial na aprendizagem e compreensão da matemática, os *Principles and Standards* vão mais além, enumerando os seis princípios que fundamentam a sua elaboração e que são: Igualdade; Currículo de Matemática; Ensino; Aprendizagem; Avaliação; e Tecnologia. Das dez normas, cinco estão relacionadas com os conteúdos que indicam o que os alunos devem saber e que são: Números e Operações; Padrões, Funções e Álgebra; Geometria e Sentido Espacial; Medida; Análise de Dados, Estatística e Probabilidades. As outras cinco estão relacionadas com o processo que indica os

modos de adquirir e usar o conhecimento e são: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação.

As *Normas* tiveram uma influência importante na elaboração dos programas da última reforma do ensino e, presentemente, podemos ler na proposta de trabalho do Departamento de Educação Básica sobre as competências essenciais para o ensino da matemática (DEB, 1999) uma matemática para todos, ao longo da escolaridade básica, e onde se defende um conjunto de competências e experiências que estão na linha proposta pelos *Standards 2000*. Começa por referir que a competência matemática se desenvolve de acordo com a maturidade dos alunos, gradualmente, através de experiências ricas e diversificadas e envolve de forma integrada um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática. Esta competência matemática tem de ser desenvolvida ao longo da escolaridade básica por todos os alunos. Neste sentido, são sugeridas um conjunto de experiências diversificadas, que os alunos devem ter oportunidade de desenvolver, de modo a adquirir e usar o conhecimento matemático e que são: resolução de problemas, actividades de investigação, realização de projectos; comunicação matemática; exploração de conexões; utilização das tecnologias na aprendizagem da matemática; utilização de materiais manipuláveis, jogos; reconhecimento da matemática na tecnologia e nas técnicas.

A resolução de problemas

A “era da resolução de problemas” nasce a partir da recomendação feita pelo NCTM em 1980 de que “o foco” do ensino da matemática escolar deve ser a resolução de problemas. Em 1991, o NCTM vai mais longe quando afirma

A resolução de problemas deve ser o foco central do currículo de Matemática. A resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas. (p. 29)

A resolução de problemas é uma das mais importantes finalidades do ensino da matemática. Tal é reconhecido por várias entidades (e.g. Cockcroft, 1985; APM, 1988; ME, 1990, 1991a, 199b, 199c, 1997; NCTM, 1980,1989, 1991, 2000; UNESCO, 1990), por vários investigadores na área da didáctica de matemática (e.g. Charles, 1982; Schoenfeld, 1985;

Lester, 1994, 1997; Polya, 1973) e, em particular, em vários estudos e trabalhos realizados em Portugal (e.g. Afonso, 1995; Boavida, 1994; Borralho, 1997; Cabrita, 1997, 1998; Delgado, 1993; Fernandes, 1988, 1992, 1995; Fonseca, 1995, 1997; Franco e Canavarro, 1987; Graça, 1995; Gonçalves, 1996; Leitão e Fernandes, 1997; Loureiro, 1991; Moreira, 1989; Palhares, 1997; Ponte e Canavarro, 1994; Porfírio, 1993; Vale, 1993, 1997). Em relação aos programas nacionais podemos dizer que privilegiam a resolução de problemas como contexto de aprendizagem ou metodologia de ensino, em todos os níveis de ensino. Em particular no ensino secundário (ME, 1997) há indicações do ensino explícito da resolução de problemas quando se faz referência ao modelo de Polya e de Guzmán e a estratégias gerais de resolução.

A importância da resolução de problemas não é só, utilitária mas, sobretudo, formativa, pois além de ajudar a resolver os problemas do quotidiano permite desenvolver processos e capacidades de pensamento que são o que de mais importante a matemática escolar pode desenvolver num indivíduo; uma vez que serão estas que perduram e se adaptam às mais diversas situações educativas ou do quotidiano. Por outro lado, sendo os professores os principais responsáveis pela criação de um ambiente de aprendizagem na sala de aula, um objectivo que a formação inicial deve ter em relação ao professor que forma, se queremos que venha a ensinar resolução de problemas, é despertar-lhe o gosto e a confiança em os resolver e torná-lo um resolvidor de problemas. Para isso deve levá-lo a percorrer as mesmas actividades e experiências que irá propor aos seus futuros alunos.

A euforia com que os educadores matemáticos iniciaram os seus trabalhos nos anos 70, foi esmorecendo pouco a pouco. Lester (1994) expressou alguma preocupação, aquando de uma revisão de literatura na época, com o declínio nos estudos sobre a resolução de problemas. Esse declínio deve-se à grande complexidade de que se reveste o ensino e que se agrava, grandemente, quando se trata do ensino da resolução de problemas, uma actividade bastante complexa do pensamento. Ela envolve acções de natureza cognitiva, sendo estas acções influenciadas por factores de ordem não cognitiva como, as atitudes, concepções, interesse, confiança e motivação. Ou seja, a dificuldade com a resolução de problemas não é só devida a factores inerentes à tarefa, mas também, a factores relacionados com as características dos resolvidores. Além disso, a atenção da comunidade científica foi desviada para outras questões que estão ligadas às concepções acerca da matemática, com os aspectos

sócio-culturais na aprendizagem da matemática, com as aplicações da matemática, e ainda com a avaliação e o desenvolvimento profissional do professor de matemática (Lester, 1994). Este factos têm influência, mas nalguns aspectos é uma questão de "terminologia", pois quando se defende, por exemplo, nas *Normas*, que nos diferentes níveis de escolaridade as orientações curriculares devem ser centradas em aspectos globais da matemática, como a comunicação, o raciocínio, as conexões, as aplicações, as investigações, não estamos senão a contemplar a resolução de problemas nas suas vertentes mais ricas. É muito difícil conceber qualquer actividade matemática, sem que esta envolva directa ou indirectamente resolução de problemas, quer como conteúdo, quer como metodologia de ensino (ou contexto de aprendizagem). Quando nas *Normas* também é referido, além dos aspectos já citados, que se deve privilegiar também actividades que envolvam analisar, interpretar, experimentar, formular, testar conjecturas e criticar, estamos a contemplar, mais uma vez, alguns dos aspectos abarcados pela resolução de problemas. Esta é uma leitura que se poderá tirar das *Normas*, onde a perspectiva que se dá à resolução de problemas é como contexto de aprendizagem e aparecendo integrada com outros aspectos globais da actividade matemática como são as conexões, as aplicações, a modelação, o raciocínio e a comunicação (Vale, 1995b).

Problemas e resolução de problemas. A resolução de problemas, segundo o senso comum, ou seja num contexto social da vida diária, será um processo, através do qual, o indivíduo ou um grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confronta na vida de todos os dias. É um processo cognitivo de aprendizagem, pois ao resolver um problema, um indivíduo adquire conhecimentos que lhe permite enfrentar outro tipo de situações semelhantes. Este processo envolve a análise de situações, a formulação de conjecturas e a tomada de decisões. A resolução de problemas, num contexto da matemática escolar, não será muito diferente, mas talvez mais “elaborada”(específica). É uma actividade complexa que põe em jogo várias capacidades cognitivas de ordem superior.

Mas o que se entende por capacidades cognitivas de ordem superior? Uma referência sobre tarefas rotineiras e de ordem superior (ou complexas) em matemática aparece

grandemente debatida na Taxonomia de Objectivos Educacionais de Bloom adaptada para a matemática pelo projecto *National Longitudinal Study of Mathematical Abilities* – NLSMA (Ministério da Educação e Investigação Científica, 1976). Toda a aprendizagem envolve pensamento, mas a grande diferença é que enquanto que no ensino tradicional a aprendizagem se centrava na mera indicação de alguns conceitos e na prescrição de alguns procedimentos específicos, presentemente, a ênfase no ensino é em desenvolver nos alunos capacidades de comunicação e de raciocínio. Estas capacidades são vulgarmente designadas de capacidades de pensamento “de ordem superior”. Em termos simples podemos dizer que o pensamento de ordem superior inclui todas as tarefas cognitivas que vão para além da mera recuperação de informação. Qualquer transformação da informação é, por definição, pensamento “de ordem superior” (Baker, 1990). O pensamento de ordem superior pode tomar também a forma de capacidades metacognitivas, tais como planear e auto-avaliar. Estas tarefas podem ser independentes ou embutidas no conteúdo da tarefa nas quais são aplicadas. Há tarefas que necessitam de pensamento de ordem superior e aqui aparecem a resolução de problemas e as questões abertas. Romberg et al. (1990) enumeram alguns aspectos do pensamento de ordem superior: (1) não algorítmico, isto é, o caminho não é especificamente conhecido com antecedência; (2) tende a ser complexo, o caminho não é “visível” a partir de uma única posição vantajosa; (3) oferece múltiplas soluções; (4) envolve vários julgamentos e interpretações; (5) envolve a aplicação de critérios múltiplos, que algumas vezes entram em conflito uns com os outros; (6) envolve muitas vezes incerteza; (7) envolve regulação pessoal do processo de pensamento; (8) envolve procura de significado no meio da aparente desordem; e (9) envolve esforço, uma vez que há considerável trabalho mental na sua elaboração. Por fim, as capacidades de ordem superior devem ser aprendidas depois de outras capacidades e todos os alunos são capazes de aprender capacidades de ordem superior. Abrantes et al. (1996) entendem as capacidades de ordem superior como aquelas que “estão ligadas à identificação e resolução de problemas, ao pensamento crítico e ao uso de estratégias de natureza metacognitiva”(p.2).

Muitos autores (e.g. Charles, 1985; Kantowski, 1980; Kilpatrick, 1985; Krulick e Rudnick, 1984; Lester, 1980; Mayer, 1985; Polya, 1973; Schoenfeld, 1985) têm dado várias definições sobre a resolução de problemas e podemos concluir que todas são convergentes

num ponto, a resolução de problemas envolve o recurso a procedimentos que o indivíduo terá de seleccionar e que mais se adaptam à situação em jogo. A capacidade para ter sucesso não está directamente ligada com o conhecimento dos conteúdos, mas depende também da experiência e conhecimento das próprias capacidades e limitações de cada um. Polya (1980) diz que “resolver um problema é encontrar uma saída da dificuldade, é encontrar um caminho à volta de um obstáculo, para obter um fim desejável, que não está disponível de imediato através de meios apropriados” (p.1) ou conforme referem os *Standards 2000* “A resolução de problemas é o processo de identificar e utilizar os conhecimentos disponíveis para formular e adaptar estratégias em direcção a uma nova situação”(p.186). Este processo envolve conceitos, procedimentos e raciocínios.

Definir *problema* é um propósito difícil, já que ser problema não é uma característica intrínseca de uma tarefa Matemática, além de que uma determinada situação pode ser um problema para um dado indivíduo, num dado momento, e para o mesmo indivíduo, num outro momento, ser apenas um exercício ou um facto específico. Pode-se assim concluir, que existe um conjunto de factores inerentes ao indivíduo, além de outros, a considerar no processo de resolução de problemas, que vão condicionar quer a sua caracterização quer o seu desempenho. Das várias definições de problema (e.g. Charles, 1982; Charles e Lester, 1982; Kantowsky, 1980; Kilpatrick, 1985; Lester, 1980b; Mayer, 1985; Polya, 1980) pode-se considerar um problema como uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que lhe permita determinar a solução, sendo a *resolução de problemas* o conjunto de acções tomadas para resolver essa situação.

Distinguir exercício, de problema, é essencial, mas presentemente não é uma questão polémica. Em relação a esta diferença Schoenfeld (1985) é claro quando refere que só se tem um problema se não se sabe como chegar até à solução, pois se um problema não tem surpresas e pode ser resolvido confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares (não interessando quão difíceis sejam) é um exercício. Do mesmo modo, a distinção entre problema e questão, também é pacífica. Uma questão será apenas uma pergunta que só por si não pode gerar uma actividade de resolução de problemas, pois como refere Mason (1991) “uma questão é simplesmente um conjunto de palavras que no fim tem um ponto de

interrogação”. Também podíamos distinguir exercício, de facto específico, dado que este exige simplesmente recurso à memorização, enquanto os exercícios requerem ainda prática.

Ultimamente surgiram outros termos que, para muitos autores, são sinónimos de problemas e para outros não. A palavra “problema” é muitas vezes utilizada para significar um enunciado bem definido e estruturado (problema de texto pronto, segundo a designação de Mendonça, 1999), mas também, projecto, actividade, investigação, exploração, tarefa ou situação problemática, de natureza mais aberta que permite ao aluno vários processos de resolução onde tenha que “investigar” para chegar a um resultado. Deste modo, resolução de problemas é identificada muitas vezes, como sinónimo de trabalho investigativo. Isto implica que se entenda do mesmo modo problema com investigação. Contudo, alguns investigadores indicam algumas diferenças entre as duas. Ernest (1996) faz uma distinção entre os dois conceitos, donde se pode concluir que a diferença reside no seguinte: na resolução de problemas o problema está formulado, na investigação pressupõe a formulação do problema e, enquanto que a resolução de problemas pressupõe sempre uma solução, a investigação poderá ter ou não, uma vez que a ênfase está na exploração da questão por todos os caminhos possíveis, pois, de acordo com Pirie (1987, p.2), “o objectivo é a viagem e não o destino”. De acordo com esta ideia está Ponte (1992) quando identifica situação problemática com investigação ou exploração. Para este autor, num problema existe uma formulação mais ou menos explícita do que é dado e do que é pedido, enquanto que numa situação problemática existe um grau de indefinição acerca do que é dado e do que é pedido, cabendo ao aluno precisá-los.

Sintetizando a posição de vários autores (e.g. Ernest, 1996; Love, 1991; Ponte e al., 1992; Ponte et al., 1998d) podemos dizer que a resolução de problemas e a investigação são dois conceitos que permitem desafiar os alunos e que envolvem processos complexos de pensamento. Contudo, o aspecto que mais os distingue será o carácter aberto das investigações, assim como o tipo de estratégias que utiliza que são difíceis de sistematizar o que não acontece na resolução de problemas. Além disso, na resolução de problemas, as questões são precisas e normalmente dadas pelo professor, enquanto que nas investigações as questões são mais abertas, estão menos elaboradas e o aluno participa na sua formulação. De qualquer modo, seja um problema, seja uma investigação, a componente mais rica destas

actividades será sem dúvida a discussão final, quando os alunos têm que expor as suas ideias e de utilizar argumentos que as sustentem.

A resolução de problemas é mais do que um tópico distinto, no currículo de matemática, um processo que deve percorrer todo o programa e proporcionar o contexto no qual os conceitos e capacidades sejam aprendidas, ou conforme refere Schroeder e Lester (1989) a resolução de problemas é importante porque pode servir de veículo para a aprendizagem de novos conceitos e capacidades matemáticas. E, além disso, deve permitir, segundo Schoenfeld, (1992), aproximar a actividade do aluno da actividade do matemático, contribuindo para que a sala de aula se constitua como uma comunidades matemática. De qualquer modo ainda não há na nossa literatura uma clarificação efectiva e eficaz para os vários termos referidos ao longo do texto. Problema é entendido, pela investigadora, no seu sentido mais amplo, muitas vezes podendo ser considerado uma investigação¹.

Como uma componente bastante importante nas actividades da aula de matemática a considerar a par da “resolução de problemas “ é a “formulação de problemas”, que tem sido reconhecida pelo NCTM (1989, 1991, 1998) e por vários investigadores (e.g. Dickerson, 1999; Ernest, 1991, 1992; Lerman, 1996; Mendonça, 1996; Palhares, 1997; Polya, 1973; Silver, 1995), entendida como a criação de novos problemas quer como a reformulação de um dado problema, contribuindo grandemente para a compreensão dos conceitos matemáticos. Contudo, na prática na sala de aula tem-se dado mais ênfase à resolução do que à formulação de problemas.

Ensino da resolução de problemas Num ensino que defenda a resolução de problemas devem ser dadas oportunidades aos alunos de desenvolver processos metacognitivos, pois poderão obter-se resultados positivos na resolução de problemas (e.g. Borralho, 1993; Fernandes, 1988, 1989; Garofalo e Lester, 1985; Garofalo, 1987; Lester, 1985; Schoenfeld, 1979, 1999; Silver, 1985; Wittrock, 1986).

Foi Polya (1973) que, primeiramente, descreveu um método para resolver problemas, baseado no ensino de heurísticas gerais, que considera quatro fases: compreender o problema, delinear um plano, executar o plano e verificar a solução. Tendo este modelo como referência,

vários autores desenvolveram outros modelos (e.g. Burton, 1984; Charles e Lester, 1984; Fernandes et al., 1995; Guzmán, 1986; Krulick e Rudnick, 1984; Mason et al., 1982), que não diferem grandemente uns dos outros.

O busílis da resolução de problemas está na fase de “elaborar um plano”, quando se tem de escolher uma estratégia de resolução, uma vez que não há apenas um modo “certo” de resolver um problema, entendendo-se por estratégias de resolução de problemas um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo resolvidor e que o ajudam a "atacar" o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução (Vale, 1993). Para atacar esta fase, alguns autores (e.g. Fernandes, 1988; Fernandes et al., 1995; Mason et al., 1985; Schoenfeld, 1985) sugeriram algumas estratégias de resolução partindo das heurísticas de Polya e tornando-as mais explícitas e mais apropriadas para o aluno. Muitas das estratégias de resolução de problemas, devido às suas grandes potencialidades têm sido estudadas, mais como tópicos específicos, do que como estratégias de resolução de problemas, Conforme refere Shimizu (2000) “descobrir um padrão” tem sido mais estudada no contexto do “pensamento algébrico” do que na resolução de problemas como estratégia, assim como, “elaborar uma lista organizada” que tem sido mais estudada na área da combinatória ligada ao uso, por exemplo, de diagramas de árvore.

Vários autores (e.g. Chapman, 1998; Fonzi, 1999; Guzmán, 1993; Lampert, 1990; Lubienski, 2000; Murray et al., 1998; Nakahara et al., 2000; NCTM, 1998; Schroeder e Lester, 1989; Schoenfeld, 1999) defendem que o ensino da resolução de problemas não se deve resumir a aprender a resolver problemas, mas também a aprender matemática, segundo um método centrado na resolução de problemas. Neste sentido, referem que, em vez de se introduzir conceitos matemáticas e depois aplicá-los, devemos começar com problemas ou tarefas e como resultado de trabalharmos essas tarefas os alunos ficam com *a residue of mathematics* pois a matemática é o que fica depois de se trabalhar um problema. Na Tabela 1 resumem-se as principais diferenças entre o ensino da matemática num contexto de resolução de problemas e o ensino tradicional nas ideias expressas.

Tabela 1.

¹ Ver exemplos no Anexo H e no desenvolvimento do programa no Capítulo 5

A resolução de problemas no ensino da matemática

Problemas	Método de ensino	
	Tradicional	Resolução de problemas
Concepção	Problemas como exercícios	Problemas como parte essencial da aprendizagem
Escolha	De uma lista organizada e ordenada por nível de dificuldade no livro de texto	Uma colecção de problemas de acordo com os objectivos enunciados
Utilização (como e quando)	No fim do tema ou da aula como aplicação do tema ensinado	Durante todo o processo de ensino aprendizagem de modo a permitir a aquisição de conhecimento quer procedimental quer conceptual
Papel do professor	Fornece os problemas, resolve um problema tipo e os alunos resolvem outros do mesmo tipo	Formula o problema e deixa o processo de resolução em aberto. O professor é um facilitador e organizador da aprendizagem
Papel do aluno	Aprende passivamente e trabalha individualmente	Aprende activamente e trabalha em grupo

Contudo, conforme referem vários autores, a tarefa do professor num ensino em contexto de resolução de problemas não é fácil de criar. (e.g. Fonzi, 1999; Goldenberg, 1999; Lampert, 1990; Lester, 1997; Mason, 1978). De facto, na resolução de problemas, nem sempre são conhecidas todas as respostas. Ter êxito num trabalho para o qual não se tem todas as respostas, requer muita experiência, autoconfiança e consciência das suas capacidades. Goldenberg (1999) refere, por exemplo, que as actividades de investigação podem levar os alunos a desenvolver processos, que não são a norma e, conseqüentemente, o professor, se não tiver boas bases matemáticas e sensibilidade pedagógica, pode não ser capaz de reconhecer a sua importância. Também Mason (1978) manifesta a mesma preocupação, ao referir que o aluno não está nas mesmas cognições que o “originador”, o que leva a dizer que o aluno não terá forçosamente de percorrer o mesmo caminho do professor. Assim, neste sentido, o professor pode não estar preparado uma vez mais para o imprevisto.

No ensino da matemática nesta perspectiva, o papel do professor, na escolha de problemas e tarefas que valham a pena, é crucial, assim como na criação de um ambiente no qual os alunos sejam encorajados a explorar, correr riscos, partilhar falhanços e sucessos, e questionarem-se. Dado que os problemas ajudam o resolvidor na aquisição de novos conhecimentos matemáticos (e.g. Hiebert et al. 1997; Schroeder e Lester, 1989; NCTM, 1998) e são essenciais num ensino da matemática centrado na resolução de problemas é necessário

aprender a escolher um bom problema. Deste modo há necessidade de escolher, cuidadosamente, os problemas e as tarefas problemáticas a utilizar na sala de aula. Um bom problema, segundo os *Standards 2000*, geralmente possui três características: (1) é problemático, há algo que faz sentido e o caminho para a solução não está completamente visível; (2) é desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática; e (3) permite relacionar o conhecimento que os alunos já têm do modo que as capacidades e o conhecimento novo podem ser adaptados e aplicados para completar as tarefas. Neste sentido, vários investigadores (e.g. Burkhardt, 1981; Charles, 1982; Charles e Lester, 1986; Diaz e Poblette, 1996; LeBlanc et al., 1980; Palhares, 1997; Ponte, 1991) têm sugerido diferentes tipologias de problemas. Analisemos a tipologia desenvolvida no projecto *GIRP*¹.

Durante este projecto sentiu-se que era necessário discutir uma tipologia de problemas, com vista a proceder a uma classificação dos problemas a utilizar nas diversas investigações. Foi considerada uma tipologia de problemas que é mais abrangente do que a de Charles e Lester (1986) e baseada nos seguintes pressupostos: (1) está relacionada com as expectativas dos elementos do grupo de trabalho, relativamente ao modo como os problemas vão ser resolvidos; (2) tem como base as experiências e os conhecimentos dos elementos do grupo de trabalho, relativamente à resolução de problemas; (3) decorre de recomendações de investigadores em resolução de problemas; (4) não pressupõe a inclusão de cada problema num e num só dos tipos; e (5) podem existir problemas que não se inserem em nenhum dos tipos considerados. Não foram considerados os problemas tipo puzzle. Com base nas tipologias revistas e nos pressupostos enunciados foi decidido considerar quatro tipos de problemas: (1) *problemas de processo*- um problema deste tipo não se resolve, geralmente, pela aplicação directa de um algoritmo, isto é, dificilmente se resolverá sem a utilização de estratégias de resolução de problemas, tais como: descobrir um padrão, trabalhar do fim para o princípio, fazer um esquema ou um desenho, fazer uma lista organizada, reduzir a um

¹ GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas) designação do projecto *Resolução de Problemas: Ensino, Avaliação e Formação de Professores* que foi financiado pela Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica (PCSH/413/92/CED). Faziam parte da equipa. Domingos Fernandes (coord.), Universidade de Aveiro; Ana Maria Leitão, Escola Superior de Educação de Bragança; António Borralho, Universidade de Évora; Helena Fernandes, Escola Superior de Educação de Bragança; Isabel Cabrita, Universidade de Aveiro; Isabel Vale, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo; Lina Fonseca, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo; e Pedro Palhares, Universidade do Minho.

problema mais simples, formular e testar uma conjectura. Estes problemas podem não estar relacionados com os conteúdos programáticos e, se estiverem, pode não ser necessário para a sua resolução, a sua utilização directa, para além de conhecimentos elementares de aritmética e geometria; (2) *problemas de conteúdo*- um problema deste tipo requer a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas. Sem eles dificilmente poderá ser resolvido; (3) *problemas de aplicação*- um problema deste tipo utiliza dados da vida real, apresentados ao resolvidor ou por ele recolhidos. A tomada de decisões assume uma relevância importante e surge como consequência da análise dos dados. A resolução destes problemas passa muitas vezes pela utilização de uma, ou mais estratégias de resolução de problemas. Estes problemas podem admitir mais do que uma solução, e, contrariamente aos outros problemas, podem demorar várias horas ou dias para serem resolvidos; (4) *problemas de aparato experimental*- um problema deste tipo requer a utilização de um aparato experimental, sobre o qual o resolvidor deve exercer as suas acções. É um tipo de problema que dificilmente se resolve sem a utilização do aparato e que suscita a utilização de métodos de investigação próprios das ciências experimentais. São problemas que permitem desenvolver certas capacidades, tais como: planificar, organizar dados, interpretar dados, pesar, medir e contar. Estes problemas permitem que o resolvidor manifeste determinadas competências que nem sempre são identificáveis com outro tipo de problema. Nesta tipologia um mesmo problema pode inserir-se em mais do que um dos tipos apresentados. O esquema da Figura 4 ilustra o modo como os quatro diferentes tipos de problemas se podem relacionar.

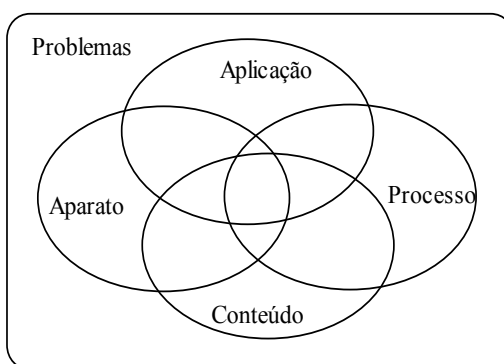


Figura 4. Tipologia de problemas

A classificação de problemas adoptada, no ensino da resolução de problemas, tem frequentemente a ver com o público a que se destina e também com as concepções pessoais do professor em relação à natureza dum problema de matemática e à resolução de problemas.

Segundo Lester (1997), os problemas de processo são os mais adequados para utilizar num processo de ensino. São *bons* problemas, pois são problemas que desafiam, exigem mais processos complexos de pensamento, tais como, seleccionar uma estratégia, conjecturar e verificar a solução obtida, mais do que os simples problemas de tradução (no sentido de Charles e Lester, 1982).

Assim, os problemas que foram utilizados durante as aulas das disciplinas de MEM I e MEM II foram todos de processo e têm todas ou algumas das seguintes características: (a) são suficientemente desafiadores para futuros professores, isto é, não são tão fáceis que os levem a desinteressar-se pela tarefa proposta e também não são tão difíceis que provoquem a sua desmotivação, pelo facto de não vislumbrarem um caminho possível para a sua resolução; (b) podem ser facilmente adaptados para alunos do Ensino Básico; (c) podem suscitar a utilização de estratégias/processos diversificados de resolução de problemas; (d) podem ser resolvidos apenas com conhecimentos de matemática elementar (até ao 6º ano de escolaridade); (e) podem ter mais do que uma solução; e (f) podem suscitar a exploração de conceitos matemáticos.

Em resumo, podemos dizer, que a resolução de problemas oferece uma oportunidade única de estabelecer a relevância da matemática no quotidiano dos alunos, apesar de toda a dificuldade que reveste, quer ensinar (via) resolução de problemas, quer resolver problemas.

Os primeiros trabalhos no âmbito da resolução de problemas situaram-se ao nível do estudo de heurísticas de ensino e regeram-se por um paradigma de carácter quantitativo. Progressivamente, verificou-se uma tendência para a realização de estudos de natureza qualitativa, assim como houve uma mudança no foco dos estudos. Esta mudança deve-se em parte à constatação, dos investigadores de que a actividades de resolução de problemas envolve um processo muito complexo relacionado, não só com os problemas, mas também com o resolvidor e o contexto. Por outro lado, as perspectivas sobre como encarar a resolução também evoluíram, no sentido de uma metodologia de ensino da matemática.

Dos trabalhos desenvolvidos no âmbito da resolução de problema na formação inicial de professores pelo projecto GIRP (Borrvalho, 1997; Cabrita, 1997; Fernandes, 1995; Fonseca, 1997; Leitão e Fernandes, 1997; Palhares, 1997; Vale, 1997) algumas das conclusões a nível do trabalho com problemas podem ser resumidas no seguinte. Devem ser trabalhados problemas de processo, para a aquisição de estratégias seguras e autoconfiança por parte dos alunos, futuros professores, para prosseguir para os problemas de aparato experimental, e por fim para situações problemáticas mais abertas e histórias de problemas. A nível do conhecimento, pode dizer-se que os alunos nem sempre foram capazes de resolver problemas, pelo menos, com o mesmo grau de dificuldade daqueles que se espera que proporcionem aos seus alunos. Manifestaram dificuldades na realização das tarefas propostas a vários níveis (da compreensão dos problemas, da sua execução, dos conceitos envolvidos e da generalização). Dão pouca atenção à fase da avaliação dos problemas; parecem “acreditar” nas suas soluções, sem se interrogarem se serão ou não plausíveis. Na criação duma história, contemplaram formas fracas de formulação de problemas. O ensino (formal) acerca de estratégias de resolução de problemas, parece ter dado os seus frutos. Revelaram estar na posse da *Literacia de Resolução de Problemas* embora nem sempre a ela apelassem no devido momento;

Podemos tirar algumas conclusões dos resultados das investigações em relação ao ensino da resolução de problemas: (1) para melhorar as suas capacidades de resolução, os alunos devem resolver muitos problemas; (2) as capacidades de resolução de problemas desenvolvem-se ao longo de um período alargado de tempo; (3) a maioria dos alunos beneficia, significativamente, de um ensino em resolução de problemas planeado de uma forma sistemática; e (4) ensinar os alunos *acerca* da resolução de problemas (i.e., heurísticas e fases de resolução de problemas) contribui para melhorar a sua capacidade geral para resolverem problemas. (Lester, 1994)

Os materiais manipuláveis

Numa sala de aula, quando se desenrola todo o processo de ensino-aprendizagem, há necessidade de recorrer a determinados suportes educativos. Esses suportes, a que o professor tem acesso, são variados, e vão desde a “voz”, o quadro preto e o giz, até aos livros de texto, fichas, feijões, paus de gelado, acetatos, gráficos, sólidos, geoplanos, material multibase,

barras cuisenaire, calculadoras simples e gráficas, computadores, etc, e, mais recentemente, o vídeo e a Internet. Entre estes materiais didácticos, destacam-se os do tipo: geoplano, material multibase e barras cuisenaire que fazem parte de um conjunto chamado materiais manipuláveis. De acordo com Reys (1982) “são objectos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação nos afazeres do dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia.” (p.5).

Desde os tempos mais remotos, que o homem recorre à ajuda de materiais concretos para realizar actividades matemáticas. Por exemplo, o homem primitivo usou pedras ou as marcas num bastão, para fazer a contagem das ovelhas. Mais tarde, com a introdução do sistema de numeração indo-árabe, aparece o ábaco que se deve a Gerbert Abacus (930-1003). Este foi um dos primeiros materiais construídos, especificamente, para trabalhar conceitos de aritmética. Por volta do séc. XV, materiais como o ábaco desapareceram das escolas de então, quando apareceram novos métodos de cálculo — os algoritmos. Não era pois necessário usar os materiais concretos para encontrar um resultado, bastava que o aluno mecanizasse determinadas “regras” de cálculo. Ensinar matemática, utilizando materiais manipuláveis, foi reintroduzido e recomendado no séc. XIX pelos fundadores da Escola Activa, Pestalozzi e, mais tarde por Decroly e Montessori. Segundo Szendrei (1996), Pestalozzi é o pai do uso sistemático de experiências sensoriais nas escolas. Para ele, a observação e os sentidos são os primeiros passos a dar no processo de aprendizagem. A partir de então foram vários os pedagogos (e.g. Castelnuovo, Dienes, Gattegno, Cuisenaire) que lhes fizeram referência e que introduziram novos materiais manipuláveis e novas metodologias de ensino. Segundo Sowell (1989) só por volta dos anos 30 é que os materiais foram introduzidos nos currículos escolares.

Hoje, temos à nossa disposição na aula de matemática, centenas de materiais e que são largamente recomendados por várias entidades (e.g. NACOME, 1975; NCTM, 1980, 1989; 1991; 2000). As *Normas* (1989) são claras, quando referem que os livros de texto, por muito bons que sejam, não são suficientes para ensinar e aprender matemática. Por isso, recomendam, que as salas de aulas devem estar equipadas com calculadoras, computadores e materiais concretos. Esta recomendação é baseada, no facto de que

as crianças são indivíduos activos que constroem, modificam e integram ideias interagindo com o mundo físico, com os materiais e com outras crianças. Assim sendo é evidente que a aprendizagem da matemática deve ser um processo activo (...). Os professores têm de criar um ambiente que encoraje as crianças a explorar, desenvolver, testar, discutir e aplicar ideias. Têm de ouvir as crianças atentamente e guiar o desenvolvimento das suas ideias. Têm de usar frequentemente materiais manipuláveis em actividades que impliquem o raciocínio de forma a fomentar a aprendizagem de ideias abstractas. (p. 21)

Esta posição está de acordo com uma perspectiva construtivista do conhecimento, um ambiente de aprendizagem, onde se recorra a materiais manipuláveis, é favorável a uma aprendizagem significativa (e.g. Bruner, 1960 ; Dienes, 1975; Lesh, 1979; Piaget, 1977; Reys, 1982). Reys (1982) identificou alguns aspectos a partir da comparação de várias teorias de aprendizagem que fundamentam o uso de materiais manipuláveis no ensino-aprendizagem da matemática: (1) a aprendizagem baseia-se na experiência; (2) a aprendizagem sensorial é a base de toda a experiência; é o cerne da aprendizagem; (3) a aprendizagem caracteriza-se por estádios distintos de desenvolvimento; (4) a aprendizagem é aumentada pela motivação; (5) a aprendizagem constrói-se do concreto para o abstracto; e (6) a aprendizagem requer participação/envolvimento activa(o) do aluno. A lista apresentada não é exaustiva e os aspectos focados não são independentes mas estão bastante interligados.

Os manipuláveis na aula de matemática. Depois de reconhecer que um ambiente de aprendizagem que recorra à utilização de materiais concretos permite experiências matemáticas mais eficazes (APM, 1988; Castelnuovo, 1978; Fennema, 1973; Fennema e Franke, 1992; Joyner, 1990; NCTM, 1985, 1991, 1994; Pimm, 1996; Sowell, 1989; Suydam e Higgins, 1977; Suydam, 1986) há necessidade de saber como utilizá-los. Transformar em finalidade de hoje, que os alunos sejam parte activa no ensino da matemática, requer uma renovação no modo de organizar e ensinar na aula de matemática. Os professores terão de estabelecer ambientes que encorajem, entre outros aspectos, o uso de manipuláveis para ajudar os alunos a atingir aqueles objectivos. A maior dificuldade é saber como gerir eficientemente os materiais. A sua utilização pode ser um desafio, pois acrescenta muita mais actividade e barulho e requer espaço e organização. Mas podem ser implementados com sucesso com um pouco de planificação e reflexão.

Pimm (1996) refere que no ensino da matemática é necessária acção (real e virtual), reflexão, e a capacidade de ser capaz de comunicar ambas. Os alunos devem passar da exploração directa sobre o objecto, para a exploração virtual das possibilidades. O propósito dos manipuláveis é ajudar os alunos a passar a ponte entre o concreto e o abstracto da matemática. Muitos alunos têm dificuldade na compreensão de determinados conceitos porque são incapazes de fazer a ligação entre o mundo físico e abstracto, ou seja não conseguem passar a “ponte”. Esta “ponte” mental é bastante complexa. Contudo, é necessário clarificar “a ponte” entre o uso do material concreto e o conceito e o professor tem que estar atento para ajudar o aluno a fazer essa passagem. Analisemos um exemplo dado por Szendrei (1996). No tema das Simetrias (axiais) podemos pedir aos alunos que construam com a ajuda de um espelho ou Mira as imagens de cada um dos triângulos. Na Figura 5 estão alguns exemplos para construção de figuras simétricas.

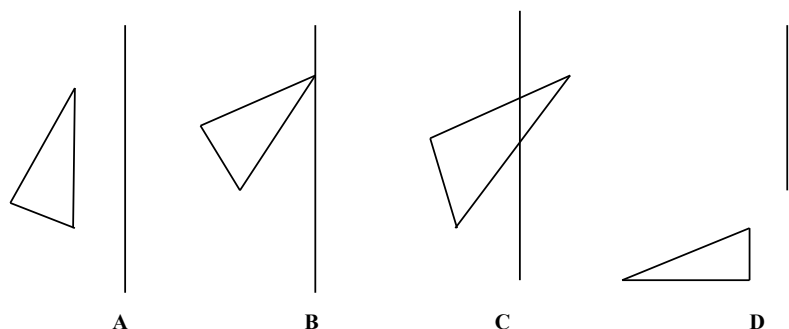


Figura 5. Figuras simétricas

Pode-se constatar que as quatro situações não são o mesmo para todos os alunos. Muitos dos alunos que conseguem resolver a questão A, terão alguma dificuldade em resolver a situação B e dificilmente resolverão a situação C, pois é mais complicado perceber quando o espelho ou a linha do Mira corta a figura. A questão D também pode suscitar problemas aos alunos, pois o espelho não está em frente ao triângulo. Na situação A e B o espelho “matemático” comporta-se quase como um espelho “real”. Nas situações C e D já não acontece isso. Mesmo usando um Mira só podemos obter uma parte da imagem do espelho “matemático”. Na situação D o espelho “real” tem comprimento, mas o espelho “matemático” não tem. Partindo das propriedades do espelho real o professor deve levar o aluno às

propriedades do espelho matemático. Os alunos devem conseguir ver as diferenças existentes entre os dois.

Há tópicos onde os manipuláveis se revestem de extrema importância. É o caso, por exemplo, no estudo das fracções. Uma maneira de ultrapassar esta dificuldade é recorrer a manipuláveis variados como por exemplo: círculos, barras cuisenaire, dobragens de papel, blocos padrão. (e.g. Behr, M., Harel, G., Post, T. e Lesh, R., 1992; Bezuk, 1988; Bezuk e Cramer, 1989). Fennema e Franke (1992) ao analisarem um estudo efectuado com alunos da formação inicial sobre o estudo das fracções detectaram que estes futuros professores, apesar de durante a formação terem tido um ensino onde se trabalhou várias representações de fracções, recorrendo a manipuláveis, manifestam dificuldade na implementação do ensino das fracções com os alunos do ensino básico. Outro campo será no ensino da Geometria, desde os níveis mais elementares até ao secundário, onde os conhecimentos geométricos se adquirem pelo contacto e manipulação das figuras. As transformações que se vão operando no material é que levam o aluno a conhecer as propriedades de uma figura. Num ensino da geometria intuitiva, de carácter construtivista, um desenho é insuficiente, havendo, por isso, necessidade de recorrer a bases concretas. A atenção de um aluno não se detém, com espírito de investigação, sobre um modelo que permaneça estático. Para que um modelo atraia a atenção é necessário que seja móvel. Então, não é o material em si o objecto de atenção, mas sim as transformações que se efectuam sobre ele. E é através de uma série contínua de tentativas - o que não é possível com o desenho - que os alunos descobrem relações e propriedades, facilitando o passo do concreto para o abstracto. Deduzir a expressão da área do círculo, através da manipulação de círculos que se cortam em sectores, é muito mais interessante e significativa, permitindo conhecimentos mais sólidos e duradouros do que aprendê-la apenas por memorização.

Algumas reflexões. Apesar do apelo intuitivo ao uso dos materiais, algumas investigações efectuadas parecem não ser muito conclusivas quanto à eficácia dos materiais concretos na sala de aula. Hiebert e Carpenter (1992) apresentam algumas razões que ajudam a compreender alguns dos efeitos ambíguos da interacção com os materiais concretos. Na perspectiva destes autores, a ineficácia dos materiais em determinadas situações deve-se a duas

razões. Uma razão é a falta de conhecimentos prévios nos alunos, e que o professor espera que tenham, o se traduz na dificuldade de se estabelecerem as relações necessárias entre o material e as estruturas já existentes nos alunos. Outra razão tem a ver com o tipo de actividades desenvolvidas durante as aulas que podem levar a resultados negativos do uso dos materiais: ou o material não se adequa à actividade proposta ou não se consegue estabelecer a comunicação necessária para que os alunos compreendam as relações pretendidas com os materiais.

Em Portugal, não há referência a investigações efectuadas especificamente sobre os materiais manipuláveis no processo ensino-aprendizagem da matemática. Contudo, existem algumas investigações que envolveram ou fizeram referência aos manipuláveis (Fernandes, 1985b; Fernandes, 1990; Costa, 1985; Loureiro e Serrazina, 1994; Pires, 1994,1995; Rodrigues, 1993; Serrazina, 1993, 1998). Mas a maior parte dos estudos desenvolveu-se com professores do ensino básico, um projecto *Matemática 2001* (APM, 1998) que envolveu professores de todos os anos de escolaridade. Mais recentemente, o projecto *Matemática 2001* efectuou um estudo sobre o ensino e aprendizagem da matemática nos diversos níveis de ensino básico e secundário. Em relação aos materiais manipuláveis e jogos didácticos, a frequência de utilização é muito baixa em qualquer dos ciclos - cerca de 90% dos professores em cada ciclo raramente os utilizou. Uma das justificações dadas para este facto é de que as escolas estão mal apetrechadas com este tipo de material e aquelas que, eventualmente, o têm, ou foi construído na própria escola ou trazido pelos professores ou alunos. Estes autores recomendam que

a prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente, situações da realidade e da História da Matemática) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente os materiais manipuláveis, calculadores e computadores.
(p. 44)

Destas investigações pode-se inferir que se tem estudado muito pouco o uso de materiais manipuláveis no ensino da matemática escolar e aquela que existe privilegia o 1º ciclo. Os resultados indicam que o uso de materiais manipuláveis na sala de aula é reduzido e à semelhança do que acontece noutros países os professores optam pelo uso do quadro e giz

(Ponte et al., 1998). As investigações que utilizaram os manipuláveis no processo de ensino-aprendizagem de determinados conceitos não é conclusiva em relação aos seus benefícios, o que está também de acordo com resultados internacionais.

O Ministério da Educação, através das suas publicações sobre as orientações dos programas de matemática em vigor (e.g. MEM, 1990; ME, 1991a, 1991b, 1991c, 1997) faz várias referências à necessidade de se utilizarem materiais manipuláveis dos mais variados tipos. A título de exemplo, pode-se ler no respeitante ao 2º ciclo do ensino básico

No 2º ciclo é indispensável a manipulação de materiais variados (objectos de uso corrente, modelos de sólidos geométricos, geoplanos, puzzles, ...) como suporte de actividades de exploração que favoreçam a formulação de conjecturas, etapa fundamental da actividade matemática (...) Um programa que se pretende ligado à experiência e à intuição pressupõe a possibilidade de largo uso de materiais diversificados: - materiais simples do quotidiano (...); - materiais de desenho e medição (...). (ME, 1991a, p.148).

Em resumo, alguns autores (e.g. Bruner, 1960; Piaget, 1977; Reys, 1982) defendem que os alunos aprendem matemática, segundo uma perspectiva construtivista, de um modo mais eficaz quando recorrem a materiais manipuláveis e se lhes dá oportunidade de interagir uns com os outros, sobretudo nos níveis mais baixos de escolaridade. Os materiais permitem que os alunos reflitam sobre as suas experiências e comuniquem uns com os outros, originando uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Contudo, apesar de também haver recomendações nesse sentido, nos programas oficiais de matemática para todos os níveis de escolaridade até ao 12º ano, ainda não há uma prática eficaz nas nossas escolas, onde a maior parte dos professores não os utilizam com os seus alunos. Isto poderá ser uma consequência da falta de conhecimento e de familiaridade com os manipuláveis, aspecto este que está ligado à visão que o professor tem da sua profissão, mas também das concepções que o professor tem sobre a matemática e o seu ensino e aprendizagem.

Contudo algumas investigações efectuadas parecem não ser muito conclusivas quanto à eficácia dos materiais concretos na sala de aula. Apesar destes resultados devemos continuar a utilizá-los, mas com a convicção de que eles não são a panaceia para todos os problemas de aprendizagem em matemática. Há temas que serão bastante mais complicados de introduzir se não tiverem um suporte físico para o fazer, assim os materiais poderão ser um suporte valioso

na sala de aula, sobretudo para actividades problemáticas e para a comunicação matemática entre os alunos. Contudo, de nada valerão se, por um lado, o aluno não os quiser utilizar, e, por outro, se o professor não tiver sólidos conhecimentos científicos e didácticos, conhecimentos sobre a sua utilização e potencialidades e se não permitir que o aluno tenha um papel activo e reflexivo na construção do seu saber, proporcionando momentos de reflexão sobre as tarefas propostas. Neste sentido, a formação inicial de professores deverá dar-lhes oportunidades de contactarem e construiram diversos materiais manipuláveis e descobrirem as suas potencialidades educativas.

Principais linhas de mudanças

Nas últimos anos, devido a uma nova política de ensino, tem havido uma grande expansão educativa, alargando o período de escolaridade básica e procurando que essa escolaridade chegue a todos. Neste sentido, a *matemática deve ser para todos os alunos* (e.g. NCTM, 1989, 2000; DEB, 1999). Hoje, já não há uma escolaridade de elite, onde só alguns tinham esse direito. Ao defender-se uma escolaridade de massas, ou seja, um ensino para todos, deixamos de ter um grupo reduzido da população estudantil com bastantes características comuns, para passar a ter uma população estudantil muito maior, durante mais tempo e com características bastante diferentes. Entende-se, matemática para todos, usando as palavras de Usiskin (1994), a matemática escolar que é, pode ser, deveria ser e será aprendida por todos. Por outro lado, o tipo de ensino que se defende hoje também é diferente, os objectivos são outros. Hoje vai-se mais além das destrezas e conhecimentos mínimos que se exigiam então. Se pretendemos que a matemática chegue a todos os alunos e estes, conseqüentemente, tenham melhor aproveitamento a matemática, teremos de ter uma matemática contextualizada, significativa, aplicada, experimentável, visual e intuitiva, onde os alunos, interagindo uns com os outros, com o professor, com os materiais manipuláveis, possam raciocinar, comunicar as suas ideias e, assim, fazer matemática. Pretende-se que os alunos se tornem adultos pensantes e competentes através do aspecto formativo que a matemática tem, devido às suas implicações no mundo que nos rodeia. Como já foi referido, num dos pontos anteriores, raciocinar matematicamente e resolver problemas são dois dos aspectos formativos desta disciplina, a nível cognitivo, que são considerados essenciais em

educação matemática. Este é o grande desafio que se coloca à comunidade de educação matemática quando se defende uma matemática para todos os alunos e que, sensivelmente desde os anos 80, apontam de forma crescente para o desenvolvimento de *capacidades de ordem superior*. As capacidades de ordem superior estão normalmente associadas à capacidade de resolver problemas, ao uso de estratégias de natureza metacognitiva e ao pensamento crítico. Este tipo de capacidades está subjacente à ideia defendida em vários documentos sobre o ensino da matemática (e.g. NCTM, 1991, 2000; NRC, 1989; APM, 1988) de que aprender matemática é essencialmente fazer matemática e isto pressupõe uma visão construtivista da aprendizagem. Para diversos investigadores matemáticos, (e.g. Mason, 1985; Schoenfeld, 1992) a resolução de problemas é uma actividade criativa onde impera o “pensar matematicamente” que envolve os alunos a recorrer a processos fundamentais da actividade e do pensamento matemático, como formular e provar conjecturas. O ensino através da resolução de problemas, é hoje em dia, o método mais referido para pôr em prática o princípio geral de aprendizagem activa, pelo qual se pretende transmitir, dentro do possível de uma maneira sistemática, os processos de pensamento eficazes na resolução de problemas, dentro e fora da matemática.

Outra ideia que começou a ser defendida antes das *Normas* e que tem vindo a ganhar projecção e que será sem dúvida o maior desafio para a educação matemática do futuro é *tirar todo o partido das tecnologias computacionais*. O avanço da tecnologia computacional permitiu que, muita mais matemática possa ser feita, mais facilmente do que dantes, e que alguma matemática possa ser feita por todos. Conforme se pode ler nos *Standards 2000*

os programas escolares devem por um lado usar a tecnologia para ajudar todos os alunos na compreensão da matemática e por outro lado prepará-los para usar a matemática no mundo em crescimento tecnológico. (p.40)

Tirar todo o partido das tecnologias computacionais será sem dúvida a grande condicionante de todos os programas curriculares de matemática, daqui para o futuro. A matemática discreta é uma área presentemente em grande expansão, não só pelas suas implicações nas ciências computacionais, mas por valor em si mesmo, uma vez que contribui para alguns dos objectivos em educação da matemática, como são a resolução de problemas, o

raciocínio e o pensamento crítico, a generalização, a modelação e permite estabelecer conexões matemáticas (e.g. APM, 1988; NCTM, 1989, 2000; ME 1991a, 199b, 1991c). O aparecimento de ferramentas tão poderosas como a calculadora e o computador, começa a impor-se fortemente, nas intenções de orientar a educação matemática básica e secundária adequadamente de forma que se aproveitem ao máximo. Estas tecnologias fazem parte do processo ensino-aprendizagem da matemática; não só tornaram o cálculo e o traçado de gráficos mais simples, como modificaram a natureza dos problemas a utilizar na sala de aula, assim como os métodos necessários para a sua exploração. Segundo Usiskin (1994), as destrezas, sobretudo aritméticas, dominavam o ensino da matemática; contudo o uso de calculadoras fez com que houvesse um decréscimo de atenção nas destrezas e um correspondente aumento de atenção nas aplicações e representações. Por outro lado, a tecnologia gráfica veio aumentar a nossa capacidade para desenhar figuras que representam o mundo e examinar essas figuras. Tornou mais acessível a geometria e aumentou a importância das representações geométricas de funções.

Por fim, o aspecto cognitivo não pode estar desligado do aspecto afectivo. Para isso contribuem o ambiente de aprendizagem e a motivação. Um aluno que se sinta bem na sala de aula e cujo tema o desperte estará em condições de explorar as ideias matemáticas que surjam, cometer erros, colocar questões e discutir a suas ideias com os colegas e o professor e, deste modo, contribuir para a sua própria aprendizagem. Assim, o currículo deve proporcionar uma atitude positiva face à matemática, devendo-se para isso desenvolver no aluno a autoconfiança, o autocontrole e o autoconceito, de modo a que seja capaz de usar eficazmente as ferramentas e ideias matemáticas ao seu dispor. Os *Standards 2000* são claros quando referem que o poder matemático dos alunos inclui o desenvolvimento da autoconfiança pessoal. Defendem que os alunos devem adquirir confiança na sua própria capacidade de fazer matemática assim como, aprender a dar valor à matemática. É claro que, uma grande parte dos fracassos matemáticos de muitos alunos têm origem no posicionamento afectivo inicial, totalmente destrutivo das suas próprias potencialidades neste campo, provocado em muitos casos pela inadequada introdução dos temas matemáticos, por parte dos seus professores. Por isso, se tenta através de diversos meios que os alunos percebam o sentimento estético e o prazer lúdico que a matemática é capaz de proporcionar, a fim de envolvê-los de um modo

mais pessoal e humano. É necessário romper com a ideia preconcebida e fortemente enraizada na nossa sociedade, inculcada desde muito cedo em muitos alunos, de que a matemática é enfadonha, impenetrável, inútil e muito difícil. Assim, deve ser criada uma atitude positiva, por parte de pais, professores e sociedade em geral, em relação à matemática, de modo a que os alunos estejam livres de "preconceitos" para que possam enfrentar, sem prejuízo, a matemática com todas as suas atrações e dificuldades. Tal como a actividade física é um prazer para uma pessoa saudável, a actividade intelectual também o poderá ser, se se fomentar o gosto pela matemática.

Aprendizagem da Matemática

Educadores matemáticos têm procurado, ao longo dos anos, meios que possibilitem o desenvolvimento de capacidades matemáticas nos seus alunos e que respondam a algumas questões que se lhes colocam: Como é que a criança aprende? Será que os processos mentais são os mesmos em todos os alunos? Em que idade o aluno está mais apto para aprender este, ou aquele conceito? Porque é que este aluno tem sucesso na resolução de problemas? Que factores contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático? A ciência que mais tem contribuído para responder a estas questões é a Psicologia. Na verdade, a investigação em Educação Matemática tem sido influenciada de forma significativa pela própria Matemática e pela Psicologia. Em Matemática, é necessário investigar que conteúdos são ensinados e aprendidos; em Psicologia, é necessário investigar como é que os conteúdos são ensinados e aprendidos (Kilpatrick, 1992; Gjone, 1998). A Psicologia procura pois, contribuir para uma melhor compreensão da aprendizagem através das suas teorias. Estas providenciam uma base teórica para as tomadas de decisão com que os professores têm de lidar todos os dias nas suas aulas e que ajudam, mais do que a dar respostas absolutas, a definir o estilo particular de cada um que é mais consistente com uma dada teoria de aprendizagem do que com outra.

Principais Contornos das Teorias de Aprendizagem

Temos assistido a um debate, sobretudo entre duas grandes escolas do pensamento, que vêem a aprendizagem relacionada com o comportamento e a aprendizagem como actividade cognitiva. Estas duas perspectivas correspondem às duas perspectivas ou abordagens que, historicamente dividem a Psicologia: os behavioristas e os cognitivistas. Embora estas teorias sejam de aprendizagem e não de ensino, elas têm tido grande influência nas práticas educativas. Mais recentemente, a partir dos anos 60, apareceu uma teoria, de raiz cognitivista, baseada nos trabalhos de Piaget e Vygotsky, designada por construtivismo e que tem tido grande impacto na educação e em particular na aprendizagem da matemática.

Vejamos sucintamente as principais características das teorias de aprendizagem.

O behaviorismo

Segundo os behavioristas (comportamentalistas) o comportamento humano advém de uma relação entre um estímulo e uma resposta, reacção a esse estímulo, onde a aprendizagem se baseia em respostas a estímulos adequados no momento oportuno. A aprendizagem consiste numa mudança, mais ou menos persistente, no comportamento, onde qualquer pessoa pode aprender qualquer assunto, desde que convenientemente estimulada e orientada. Consideram a mente humana uma “caixa preta” e, como tal, nunca se poderá saber o que lá se passa senão através das manifestações comportamentais. O que os preocupa, não são os processos de aprendizagem, mas sim o produto final; o que interessa é o que a criança faz e não os processos mentais que a levaram a esse comportamento. O que a criança produz depende, essencialmente, do modo como o professor lhe proporciona o encadear dos vários passos necessários a uma determinada aprendizagem. Não se põe a questão de saber se a criança está apta, ou não, a aprender, visto que ela poderá sempre ser ensinada, desde que seja usado um processo lógico estruturado. A aquisição de um conceito depende da aquisição de sub-conceitos e aptidões prévias que permitam uma nova aprendizagem. Os behavioristas põem a tónica no professor, como factor decisivo da aprendizagem.

Normalmente, consideram-se duas “sub-teorias” de natureza behaviorista: a teoria da associação (associacionismo ou connexionismo) e a teoria do reforço. Na teoria da associação, a aprendizagem é o resultado da aquisição de conexões ou de associações apropriadas, entre estímulos e respostas. Esta aquisição efectua-se através do apoio a respostas adequadas a

diversos estímulos e o refrear de respostas não conformes. Nas práticas educativas os professores eram encorajados a introduzir a criança em exercícios repetitivos, a fim de terem a certeza de que as associações apropriadas eram feitas. Recitar a tabuada é um exemplo de aplicação desta teoria que pareceu útil na sala de aula. A estratégia de mnemónica é uma influência da teoria da associação. Por exemplo para a fórmula de Euler “ $F+V=A+2$ ” usa-se “Favas com Vitela, Almoço para Dois”; para o Teorema de Pitágoras “A caminho de Siracusa, Pitágoras diz para os seus netos - o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”; ou para as primeiras casas do número pi - 3,1415926535 “Que j’ aime à faire apprendre un nombre utile aux sages”. Estas duas práticas na sala de aula, exercícios repetitivos e mnemónicas, isto é, o uso da motivação externa, associações, etc. são algumas das práticas behavioristas de associação, na sala de aula. Na teoria do reforço, além da associação de acontecimentos que estimula o comportamento, os “reforcistas” acentuam as consequências. Eles acreditam que, as consequências agradáveis ou desagradáveis de uma acção ajudam a determinar se a acção se irá ou não repetir. Thorndike (1847-1949) propôs uma teoria —“conexionismo” ou “Teoria Estímulo-Resposta— que, com base nas suas experiências, formou as suas três famosas leis da aprendizagem: a lei do efeito, a lei do exercício e a lei da prontidão¹. Para Thorndike, a aprendizagem era basicamente um empreendimento de tentativas e erros, onde o comportamento que é recompensado tem tendência a ser repetido. O castigo pode, efectivamente, reduzir a probabilidade de que um comportamento seja repetido; mas também reconhece, que podem ocorrer respostas emocionais dolorosas, tais como o medo. Os comportamentos que são semelhantes seguidos de recompensa têm tendência a ser aprendidos. Por exemplo, um aluno que é efectivamente recompensado, por ter trabalhos de português claros e bem estruturados terá tendência a fazer trabalhos de matemática, ou outros, nos mesmos moldes. Ensinar é procurar e tornar explícito o conjunto particular de ligações que constituem determinados tópicos, assim a finalidade do professor é arranjar as ligações adequadas e reforçá--las, providenciando para que os alunos recebam uma prática adequada e recompensada. O ensino da matemática está centrado na prática de conceitos segmentados em pequenas unidades distintas e fáceis, para que se possam dominar. A função do professor é proporcionar aos alunos o tipo certo de exercícios e praticar

¹ Para mais informações consultar Sprinthall e Sprinthall (1993).

o resto do tempo de aula. Skinner (1904-1994) diz que muitos alunos falham na sua aprendizagem porque não recebem o reforço apropriado pelos seus esforços e as suas realizações. Por isto desenvolveu métodos programados de ensino e *packages* para proporcionar reforço imediato aos alunos, que foram muito populares, nos anos 60 e início dos 70 nos Estados Unidos. Depois da euforia inicial entrou gradualmente em declínio pois tornou-se notório que estes métodos programados de ensino eram úteis para ensinar matérias associadas a respostas curtas, tais como factos, definições, mas não eram úteis para ensinar raciocínios abstractos, para desenvolver capacidades de síntese ou criatividade. Além disso, os alunos achavam estes métodos programados aborrecidos. Estas limitações chamaram a atenção para identificar a relação professor-aluno como prioritária. A teoria do reforço teve algumas repercussões nas práticas de sala de aula, sobretudo na selecção de tarefas preferidas pelos alunos, como reforço e motivação para exercícios menos desejados, compensando-os por actividades bem realizadas e fazendo-os ignorar sempre que possível, actos desagradáveis.

O cognitivismo

Os cognitivistas defendem, por um lado, que o conhecimento está organizado e armazenado em estruturas, na mente humana e que a essência do conhecimento são as estruturas. As estruturas do conhecimento e as representações mentais do mundo, que cada indivíduo possui, desempenham um papel central nas suas percepções, pensamentos e acções. Aprender é compreender. A aprendizagem é encarada, como uma construção mental. Para uma abordagem sucinta dos trabalhos efectuados neste campo organizaram-se as ideias principais em três grandes grupos: o gestaltismo, a teoria do processamento de informação e o desenvolvimento cognitivo.

O gestaltismo (ou configuracionismo) é uma teoria, que propõe uma abordagem da experiência na totalidade ou no global. Um dos seus teóricos que trabalhou mais a matemática foi Wertheimer (1880-1943), considerado o primeiro teórico da Psicologia da Gestalt, ou Psicologia da Forma, que propõe uma abordagem globalizante da experiência, baseada na convicção de que “O todo é maior do que as partes”, ou seja o estudo da *Gestalt* é a procura de formas globais. Os gestaltistas defendem que, a percepção humana não pode ser explicada

como uma soma de estímulos, pois o organismo, naturalmente, estrutura as suas percepções, procurando formas globais, ou *gestalts*, no ambiente. Por exemplo, se tocarmos uma mesma melodia em dois tons diferentes, a melodia mantém a sua integridade, pois o todo pode manter-se, mesmo se as partes forem modificadas. Wertheimer defendia o *pensamento produtivo*, baseado na compreensão de estruturas e opunha-se à aprendizagem através da memorização e da mecanização. Defendia que as crianças devem compreender, em vez de memorizar. Vejamos um exemplo da matemática, onde ele mostrou, como as crianças podiam chegar à área de um paralelogramo, a partir da área do rectângulo. Começou por ensinar como encontrar a área do rectângulo. Para isso, dividiu o rectângulo em quadrículas pequenas e a criança viu que a área total era composta por um determinado número de quadrados em linha (comprimento) a multiplicar por um determinado número de quadrados em coluna (largura). Consideremos, na Figura 6, um rectângulo dividido em quadrículas

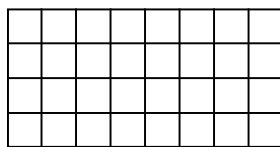


Figura 6. Rectângulo dividido em quadrículas

Em seguida, utilizou um paralelogramo, desenhado numa folha de papel e pediu às crianças que determinassem a sua área. Algumas utilizaram a seguinte resolução; cortaram um triângulo num dos lados do paralelogramo e colocaram-no no outro lado oposto de modo a obter um rectângulo como mostra a Figura 7 e, só então, usaram a resolução anterior para o cálculo de área

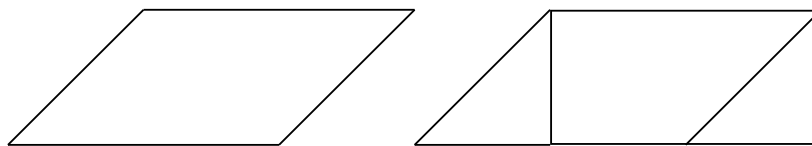


Figura 7. Área do paralelogramo (1ª solução)

Outra solução, Figura 6, que foi apresentada foi dobrar o paralelogramo em argola de modo a unir os “extremos triangulares” e em seguida dar um corte vertical para formar um retângulo



Figura 8. Área do paralelogramo (2ª solução)

Segundo Wertheimer, as crianças não tinham aprendido a fórmula de cor, mas com significado. Assim, ele dizia que havia duas espécies de solução para os problemas: as soluções tipo A (soluções boas), as que utilizam originalidade e *insight* (discernimento) e as soluções tipo B (soluções más), as que fazem uso das associações passadas de uma forma rígida e não apropriada. O pensamento produtivo é obtido através de experiências do tipo A onde existe uma verdadeira compreensão da estrutura do problema. A aprendizagem é um processo de reconhecimento de relações e de desenvolvimento de *insights*. A solução para um determinado problema, só ocorre, quando se dá o *insight*, isto é, a partir da compreensão das relações de uma parte de uma situação, com a situação toda. Wertheimer criticou o uso da repetição e da memorização, recomendou que os professores deveriam ensinar para a compreensão e que isto, só é possível, quando o professor arranja o material, de forma a que o aluno possa ver o todo, e não uma série de partes, aparentemente não relacionadas, uma vez que ele sustentava que o todo era maior do que a simples soma de um grupo de partes separadas. Mais do que praticar, o professor deve começar por analisar todos os elementos de um problema ao mesmo tempo. Outros gestaltistas (e.g. Brownell, 1935; Hartmann, 1935) estudaram a aprendizagem em matemática. Entre eles destaca-se Hartmann (1935), que num exemplo muito característico em matemática, mostra a importância do *insight*. Para este autor, aprender é equivalente ao processo de adquirir o *insight*, isto é, aprender é o processo de estabelecer novas relações num todo. Vejamos o exemplo seguinte. Dada uma circunferência de raio r , inscrita num quadrado, determinar a área do quadrado, Figura 9.

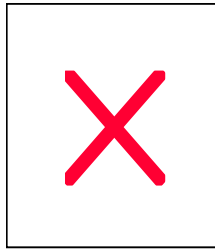


Figura 9. Circunferência de raio r inscrita num quadrado

A solução, para este problema, depende de se encontrar a relação entre o lado do quadrado l e o raio da circunferência r , que só acontece, a partir do momento que ocorre o *insight*, que neste caso é, quando o aluno desenha o raio da circunferência numa posição tal que o identifique com o lado do quadrado. Isto é, colocando o raio numa posição paralela ao lado do quadrado, Figura 10.

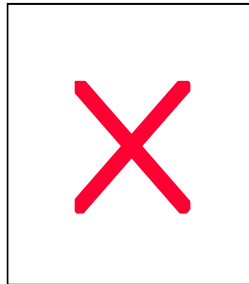


Figura 10. Reestruturação da figura anterior

Neste caso, o raio já não é entendido apenas, como parte da circunferência, mas também, como parte do quadrado. Existe uma reestruturação do campo de trabalho e o *insight* ocorre associado a esta reestruturação da percepção.

A perspectiva gestaltista com a ênfase que dá ao global, vai dar origem a uma corrente da psicologia chamada estruturalista, onde é realçada a importância das estruturas na aprendizagem. Entre estas correntes, a que mais influenciou o ensino e aprendizagem da matemática foi a preconizada por Piaget e também por Bruner. Existem algumas críticas ao trabalho dos gestaltistas, no que respeita, por exemplo, à resolução de problemas (e.g. Resnick e Ford, 1981; Schoenfeld, 1994) referindo que a tendência para considerar um problema na

sua totalidade pode dificultar a resolução, assim como nem todos os problemas de matemática podem ser apoiados numa estrutura visual. Por outro lado, a introspecção como principal metodologia utilizada em estudos sobre a resolução de problemas é, segundo aqueles autores uma metodologia de investigação pouco consistente.

O processamento de informação é uma teoria, baseada no paralelismo entre o funcionamento do computador e as operações do cérebro, que considera a aprendizagem em termos de *inputs*, códigos e restabelecimento de sistemas, usando os mesmos termos e modelos que usavam os cientistas dos computadores. R. Gagné (1985) adoptou um modelo de aprendizagem que considera o modo como as estruturas internas do homem processam a informação, semelhante ao modo de processamento desempenhado pelo computador. Estas estruturas internas são: (a) um registo sensorial; (b) memória a curto prazo; (c) memória a longo prazo; e (d) gerador de resposta. Para além destas estruturas o homem ainda possui receptores (olhos, ouvidos, e outros sentidos) que recebem estímulos, a partir do meio que o rodeia. Em relação ao processo de aprendizagem Gagné¹ (1985) identificou 8 fases: motivação, apreensão, aquisição, retenção, evocação, generalização, actuação e feedback. O processo de aprendizagem, de acordo com Gagné, começa no ponto em que o aluno procura atingir o seu objectivo. Os professores devem realçar mais a compreensão dos conceitos em vez de se centrarem na repetição de factos. O professor deverá relacionar sempre que possível o conceito novo com aprendizagens relevantes já existentes e usar a busca associativa de todos os indícios relevantes de modo a trazer a informação pretendida de volta à memória de trabalho.

O desenvolvimento cognitivo é o ramo da teoria cognitivista, que diz respeito ao modo, como as crianças mudam e se desenvolvem em interacção com o meio. Estes teóricos descrevem como o processo de pensamento muda, com o desenvolvimento. As crianças mudam e desenvolvem-se. Assim, desenvolvem capacidades para detectar, transformar, manipular e utilizar a informação a partir do meio.

¹ Para mais informação ler Ellen Gagné (1985) e Robert Gagné (1985).

Piaget (1896-1980), o mais famoso teórico do desenvolvimento cognitivo, focou principalmente o seu estudo no desenvolvimento intelectual, mais do que no social e afectivo, mas reconhecendo a importância destes no processo ensino-aprendizagem. A sua teoria do desenvolvimento intelectual vê a inteligência como um fenómeno evolutivo que ocorre em estádios identificados e que têm uma ordem constante, e que são: *estádio sensorio-motor*, *estádio pré-operacional*, *estádio das operações concretas* e o *estádio das operações formais* ou das operações lógicas. Piaget¹ considera a sequência destes quatro estádios invariável e, portanto, o ser humano percorre todos estes estádios por esta ordem. Segundo Piaget, os alunos em diferentes estádios não podem compreender os mesmos conceitos. A idade, em que cada criança atinge cada um dos estádios é, variável e depende de vários factores. A transição ocorre, através de quatro factores básicos, que afectam o desenvolvimento mental: a experiência, a transmissão social, a equilibração e o crescimento orgânico (maturação). Dois dos factores básicos anteriores — experiência e transmissão social — são fortemente influenciados pelos professores. O funcionamento mental da criança resulta de uma útil adaptação da criança ao meio. A adaptação pode ser considerada como o equilíbrio numa cadeia de acções entre o indivíduo e o meio. Esta adaptação relaciona duas operações mentais, complementares, que conduzem ao conhecimento: a assimilação e a acomodação. A criança, perante um novo dado, assimila-o de acordo com conceitos já formados anteriormente e acomoda-o naquilo que já é existente e compreendido, comparando os aspectos diferentes desse novo dado, formando um outro conceito. À transição de uma situação instável para uma mais estável chama Piaget equilibração, processo pelo qual, o indivíduo torna possíveis a aquisição de estruturas cognitivas cada vez mais complexas. O uso efectivo do ciclo da assimilação-acomodação restabelece o equilíbrio às estruturas cognitivas individuais. Piaget chama às estruturas cognitivas, formadas através destes processos, *esquema*. A utilização de materiais manipuláveis ajuda a criança a formar *esquemas* cognitivos. Piaget é considerado construtivista porque, segundo ele, o conhecimento resulta de um processo de construção da interacção entre o indivíduo e o objecto durante o processo de desenvolvimento do indivíduo. A construção do conhecimento é um processo de reestruturação e reconstrução dos conhecimentos prévios do indivíduo. A teoria de Piaget teve um grande impacto nas práticas

¹ Para mais informações ler Jean Piaget (1960, 1977, 1983).

de sala de aula, sobretudo na organização do processo de ensino-aprendizagem da matemática nos níveis básicos, ao chamar a atenção para o facto de que, se a criança não estiver em determinado nível de desenvolvimento cognitivo não poderá aprender determinados conceitos.

Vygotsky (1896-1934) estudou a importância que as interações sociais podem ter na construção do conhecimento do indivíduo, nomeadamente entre pares (díades). Afirmava que o desenvolvimento era cultural, considerando por isso que todo o conhecimento começava por ser social, antes de ser individual (César, 1998). Na perspectiva de Vygotsky, o processo de desenvolvimento individual terá de ser lido à luz do processo de socialização do indivíduo e como tal não pode deixar de se relacionar com o contacto dos indivíduos numa dada cultura. Assim, existe um primeiro momento de interação social em que o conhecimento exterior ao indivíduo lhe é apresentado e só depois disso o indivíduo poderá interiorizá-lo. É a este conceito que Vygotsky designa por “zona próxima de desenvolvimento” (ZPD) - que é a diferença entre o nível de desenvolvimento real (o que o indivíduo é capaz de realizar de forma independente) e o nível de desenvolvimento potencial (o que o indivíduo é capaz de realizar com a orientação e a colaboração de adultos, ou pares mais capazes). O ensino eficaz, pela perspectiva de Vygotsky, é o que parte do nível de desenvolvimento do aluno, mas que não se lhe acomoda, para o fazer progredir através da sua ZPD, para ampliar e criar eventualmente, novas zonas de desenvolvimento próximo. Para Vygotsky o professor deveria actuar, sobretudo na zona próxima de desenvolvimento, uma vez que, aquilo que os alunos são capazes de fazer hoje com a ajuda de um par mais competente, serão capazes de fazer mais tarde, de forma independente (César e Torres, 1998). Nas salas de aula, mais do que propor exercícios, é necessário construir tarefas problemáticas que fomentem a discussão necessária, para que se promovam as interações entre pares de alunos, de modo que o desenvolvimento e a aprendizagem sejam potenciais em função do tipo de interação que estabelecem. Vygotsky propõe que o processo educativo deve assentar na ênfase da interação social, enquanto condição fundamental do desenvolvimento de qualquer projecto de aprendizagem.

Bruner (1960) foi influenciado pelo trabalho de Piaget e é consistente com a posição cognitivista-gestaltista. Bruner dizia que a sua teoria era uma teoria de ensino e não uma teoria de aprendizagem. Segundo ele, uma teoria de aprendizagem é descritiva, pois descreve os factos a posteriori; uma teoria de ensino é prescritiva, pois prescreve, antecipadamente, como

determinado assunto deve ser ensinado. Se a teoria de aprendizagem diz, por exemplo, que uma criança não adquiriu o conceito de número, a teoria de ensino prescreve a melhor maneira de guiar a criança a adquirir esse conceito. Bruner teve grande influência no processo de reforma curricular nos anos 60, na chamada matemática moderna nos Estados Unidos, onde defendida duas grandes recomendações: a ideia de um currículo em espiral (currículo onde as ideias são retomadas uma vez e outra vez, enriquecendo-se e tomando sempre formas cada vez mais complexas e abstractas) e a ideia da aprendizagem por descoberta. Bruner considera que o desenvolvimento cognitivo apresenta três níveis: motor (enactive), o icónico e o simbólico (Resnick e Ford, 1981). No *nível motor* um nível que envolve experiência directa a criança manipula directamente objectos, coordena os movimentos, aprende através de estímulo-resposta e tentativa-erro. No *nível icónico*, a memória visual domina esta fase, onde a criança manipula imagens mentais de objectos, mais do que os objectos propriamente ditos. No *nível simbólico*, usam-se símbolos que representam a realidade de forma abstracta. A criança neste nível já manipula símbolos mentais de uma forma organizada. É a partir daqui que se vão construindo e organizando os novos conceitos, dando origem ao pensamento abstracto. De acordo com Bruner, cada um dos níveis depende dos precedentes, desenvolvendo-se segundo aquela ordem. Como a criança se deve envolver através destes três níveis de representação, assim as estruturas básicas de uma disciplina, neste caso a matemática, podem ser representadas em linguagem manipulável, visual e simbólica formal. Os professores, para a aquisição de conceitos, devem propor aos alunos, primeiramente, a manipulação de objectos, depois passar para a representação pictorial e finalmente introduzir o simbolismo matemático apropriado. Para Bruner, estes 3 estádios não aparecem em sequência, para depois desaparecerem, pelo contrário, eles podem surgir simultaneamente, quando se adquire um novo conceito. A teoria de Bruner assenta em quatro princípios fundamentais: motivação, estrutura, sequência e reforço. Se o aluno estiver a operar no nível motor, por exemplo, de nada vale um reforço ao nível icónico ou simbólico (Sprinthall e Sprinthall, 1993). Estes princípios têm como objectivo produzir uma aprendizagem baseada na compreensão e no significado mais do que no condicionamento dos factos e detalhes. A *aprendizagem por descoberta* é muito mais duradoura e útil do que a baseada na memorização e no condicionamento. Bruner não defende a aprendizagem por descoberta como a única forma de

aprendizagem, pois que seria uma grande perda de tempo além de também não ser fácil. No entanto, com a ajuda do professor, através de questionamento que levem os alunos ao *insight* eles podem descobrir por si sós, alguns dos princípios básicos sobre determinados conceitos, que se tornam numa aprendizagem mais duradoura e mais significativa. Um bom ensino é aquele que encoraja o aluno a explorar alternativas e a descobrir novas relações. Uma das diferenças entre o trabalho de Piaget e o trabalho Bruner, é que enquanto Piaget diz que uma criança só aprende determinado conceito se estiver em determinado nível, Bruner afirma que há sempre formas de ensinar qualquer conceito de modo que as crianças o compreendam, para isso tem que ser apresentado de acordo com as suas capacidades intelectuais e experiências. Em relação a este aspecto ficou conhecido ao afirmar “qualquer conceito pode ser ensinado de uma maneira intelectualmente honesta a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento”(Bruner, 1960, p.33).

O construtivismo

As principais ideias que colocam o construtivismo, aparte das outras teorias da cognição, foram retiradas do trabalho de Piaget há cerca de 60 anos (Cobb, 1996). O construtivismo é uma teoria sobre o conhecimento e a aprendizagem; descreve o que é o conhecimento, assim como se pode adquiri-lo. Na perspectiva construtivista, o conhecimento não é um dado adquirido, estabelecido e transmissível, mas algo pessoal, cujo significado é construído pela pessoa, em função da experiência. Schwandt (1994) diz que, em certo sentido, todos somos construtivistas, se acreditarmos que a mente é activa na construção do conhecimento. Podemos identificar duas tendências baseadas na investigação em educação construtivista: a *construtivista cognitiva ou radical* e a *construtivista social*. São comuns na literatura e mesmo dentro destas duas perspectivas existem várias definições. A primeira, o construtivismo radical é uma perspectiva cognitivista na qual, segundo Glaserfeld (1997), o conhecimento deve ser uma representação verídica do mundo, como se ele existisse antes de ser experienciado. Conhecer é possuir modos e significados de actuação e pensamento que nos permitem atingir os objectivos que escolhemos. A aprendizagem é definida, como um processo de experiencialização e desenvolvimento de construção do conhecimento e o ensino torna-se menos um conteúdo a comunicar (i.e. um modelo transmissível) e mais um facilitador do

processo. Steffe e Kieren (1994) referem que o que sobressai do trabalho de Glaserfeld é a noção de que os indivíduos constroem a sua própria realidade, através de acções e reflexões sobre as acções. Este ramo do construtivismo pode ser contrastado pela segunda tendência que enfatiza o aspecto social e cultural da actividade. A base teórica para o construtivismo social foi fortemente inspirada pelo trabalho de Vygotsky. A perspectiva social diz que, o conhecimento reside na cultura e em vez de se focar na questão das mentes individuais e processos cognitivos, a sua atenção vai para o mundo partilhado da intersubjectividade, construções sociais do significado e conhecimento. Contrariamente ao construtivismo radical, cujo foco é na actividade individual, aqui a ênfase é na criação colectiva de significado, que se adquire através de convenções linguísticas e outros processos sociais.

Conforme referem Cobb, Yackel, Wood (1992), Cobb (1996) e Cobb e Yackel (1996) a aprendizagem matemática deve ser entendida quer como um processo activo de construção individual, quer como um processo de enculturação nas práticas matemáticas da sociedade. Esta abordagem da aprendizagem sugere que, o ensino deve dar aos alunos oportunidades de experiências concretas, com significado e contextualizadas através das quais, podem procurar padrões, levantar questões e construir os seus próprios modelos, conceitos e estratégias. A aula, neste modelo, é vista como uma mini sociedade, uma comunidade de “aprendentes” envolvidos em actividades, discussão e reflexão, onde as interacções sociais desempenham um papel extremamente importante. Nakahara (1997) chama-lhes “interacções construtivas”. São interacções que permitem às crianças construir o seu próprio conhecimento na sala de aula. O professor tem um papel duplo que é o de encorajar o desenvolvimento do conhecimento conceptual dos alunos e o de facilitar a constituição do conhecimento partilhado na comunidade da sala de aula.

A perspectiva construtivista da aprendizagem contribuiu, em particular, para a reforma proposta nas *Normas*, onde o ensino da matemática deve envolver o aluno em situações significativas de resolução de problemas; onde possa discutir e provar as suas próprias conjecturas; e que permita construir o seu próprio conhecimento, algoritmos e fórmulas. O construtivismo é um desafio ao qual a comunidade matemática começa a aderir e que inclui, não só o multifacetado trabalho do professor, mas também as contribuições do currículo, dos materiais educacionais e dos investigadores educacionais (Simon, 1995).

Uma visão construtivista do ensino por vários autores (e.g. Cobb, 1996; Cobb e Yackel, 1996; Cobb et al., 1992; Ernest, 1991; von Gaserfeld, 1996; Myres e Myres, 1995; Nakahara, 1997; Steffe, 1994; Simon, 1995) pode ser resumida na posição de Fosnot (1996): o construtivismo, sendo uma teoria da aprendizagem que descreve como se formam as estruturas e a compreensão de conceitos, não preconiza um estilo de ensino. Contudo, podem ser tiradas dela, um conjunto de técnicas de ensino a seguir, segundo uma abordagem construtivista e que se resumem no seguinte: (1) aprender não é resultado de desenvolvimento; aprender é desenvolvimento. Requer invenção e auto-organização por parte do aluno. Assim, os professores têm de permitir que os alunos levantem questões, generalizem as suas próprias conjecturas, criem os seus modelos e testem a sua validade; (2) o desequilíbrio facilita a aprendizagem. Deve-se entender os “erros” como resultado de concepções dos alunos e por conseguinte não os minimizar ou evitar. Devem proporcionar-se desafios, investigações abertas em contextos realistas e com significado, permitindo aos alunos explorar e gerar várias possibilidades, quer concordantes, quer contraditórias. As contraditórias, em particular, devem ser esclarecidas, exploradas e discutidas; (3) a abstracção reflexiva é a força orientadora da aprendizagem. O aluno organiza e generaliza as suas experiências, através de várias formas de representação. Dar tempo para reflectir, através de representações em formas multisimbólicas e/ou discussão das conexões através de experiências ou estratégias pode facilitar a abstracção reflexiva; (4) o diálogo, na comunidade da sala de aula, produz reflexão. A sala de aula necessita ser vista como uma comunidade, onde se discute e que está envolvida em actividades, reflexão e conversas. Os alunos, mais do que o professor, são responsáveis por defender, provar, justificar e comunicar as suas ideias à sua comunidade (sala de aula); e (5) as ideias são aceites como verdades, se fizerem sentido a essa comunidade e assim chegar a um nível de “recebe-e-partilha”. O construtivismo propõe um modo de ensinar matemática muito diferente do ensino tradicional. Requer actividades de resolução de problemas na sala de aula; manipulação de material; discussões entre os alunos e explicações dos seus modos de pensar; e desafios que desenvolvem capacidades de pensamento de ordem superior.

A aprendizagem, numa perspectiva construtivista, tem que ser significativa. Neste sentido Coll (1987) refere que para a aprendizagem ser significativa devem ter-se em conta que o conteúdo deve ser potencialmente significativo, tanto na sua estrutura interna

(significação lógica), como de possível assimilação (significação psicológica) e o aluno deve estar motivado para relacionar o que aprende com o que já sabe. A significação da aprendizagem está directamente relacionada com a sua funcionalidade. Os conhecimentos adquiridos (e.g. conceitos, destrezas, valores) devem ser funcionais, ou seja, que possam ser efectivamente utilizados, quando as circunstâncias em que se encontre o aluno assim exijam. A juntar a estes aspectos, meramente cognitivos, temos os aspectos afectivos e as crenças e atitudes que os alunos possuem relativamente aos temas em estudo que vão condicionar o processo de aprendizagem, assim como outros mais gerais de natureza cultural, social e institucional.

A Actividade Matemática

Saber como se aprende, e em particular como se aprende matemática, é essencial no processo de educação. Dreyfus (1991) refere que compreender, mais do que conhecer, ou possuir destrezas, tem sido sempre considerado uma finalidade importante, pelos professores de matemática. O que significa chegar à compreensão de uma noção ou conceito matemático, é extremamente difícil para analisar. A compreensão, quando acontece, é um processo que ocorre na mente do aluno; pode ser rápida, um clique na mente, muitas vezes baseado numa sequência longa de actividades de aprendizagem, durante as quais, uma grande variedade de processos ocorrem e interactivam. Nesta perspectiva, não significa que a memória seja descurada, tem que se reconsiderar o papel atribuído à memória na aprendizagem escolar. Deve distinguir-se a memorização mecânica e repetitiva, que tem um escasso ou nulo interesse para a aprendizagem significativa, da memorização compreensiva que é, ao contrário, um ingrediente fundamental da mesma. Não a memorização de conceitos e treino de procedimentos de cálculo, defendida na perspectiva tradicional, que só por si, não produz uma aprendizagem significativa da matemática; mas sim quando a sua aquisição está integrada num quadro de competências mais gerais e que contribuem para o desenvolvimento de competências superiores de raciocínio matemático e de atitudes positivas, em relação à matemática.

A actividade matemática, assim como os processos de pensamento matemático, têm muito a ver com a natureza dos entes matemáticos e de determinadas características que a distinguem de outras ciências. Factores estes que vão influenciar a aprendizagem da matemática.

Um dos argumentos, que os alunos mais referem para a dificuldade que sentem em estudar matemática é "Oh, a matemática é muito difícil. É muito abstracta!" Na verdade, a abstracção faz parte da matemática; os objectos matemáticos são todos abstractos. Outra característica importante da actividade matemática, também abstracta, é a linguagem própria que utiliza, recorrendo a uma simbologia adequada que permite representar eficazmente do ponto de vista operativo as entidade com que lida. Os conceitos matemáticos surgem da interacção entre o sistema de signo/símbolo e os contextos de referência/objectos (Steinbring, 1999). Esta simbologia está ligada ao que Dreyfus (1991) distingue na actividade matemática, como sendo as *representações simbólicas*. As representações são muito importantes em matemática. Além destas, aquele autor, ainda considera as *representações mentais*. Estas ocorrem, quando falamos, ou pensamos sobre qualquer objecto ou processo matemático e que cada um de nós relaciona com algo que tem em mente. É outra forma de utilizar os objectos matemáticos. Enquanto que, a representação simbólica é escrita, ou falada, com a finalidade de facilitar a comunicação sobre o conceito, uma representação mental refere-se a esquemas internos que uma pessoa usa para interagir com o mundo exterior e que pode diferir, de pessoa para pessoa. Representar um conceito é criar uma imagem dele. A visualização é um dos processos, pelo qual as representações mentais podem aparecer. Para se ter sucesso em matemática é desejável que se tenha representações mentais dos conceitos. Uma representação é rica se contém bastantes aspectos ligados do conceito. É importante ter muitas representações dum conceito, de modo a permitir um uso flexível (do conceito), na resolução de problemas. Uma representação é pobre, se tem poucos elementos que permitam flexibilidade na resolução de problemas. Leinhardt, Putman, Stein e Baxter (1991) referem que, todo o professor, quando faz uma explicação de determinado conteúdo matemático, necessita de recorrer a representações, sendo estas a parte mais importante de qualquer explicação matemática. Para estes autores, as representações são entidades usadas para explicar algo e que usualmente, adquirem a forma de analogias, desenhos ou manipuláveis.

Dreyfus (1991) refere que, os processos que formam os pré-requisitos para a abstracção são as representações, a generalização e a síntese. Apesar da abstracção conter todo o potencial da generalização e da síntese e vice-versa, o processo mental de abstracção é diferente. Abstrair é, acima de tudo, um processo construtivo— a construção de estruturas mentais a partir de estruturas matemáticas, isto é, a partir das propriedades e das relações entre os objectos matemáticos. Este processo está dependente de se isolarem as propriedades e relações adequadas, o que requer a capacidade de se desviar a atenção dos objectos em si mesmos para as estruturas das suas propriedades e relações. Assim, esta actividade mental construtiva por parte dos alunos, está fortemente dependente de focar a sua atenção naquelas estruturas que fazem parte do conceito abstracto e desviar a atenção daquelas que são irrelevantes no contexto; a estrutura torna-se importante se os detalhes irrelevantes forem omitidos, reduzindo, deste modo, a complexidade da situação.

Para Fischbein (1994), a actividade matemática envolve três componentes: a formal, a algorítmica e a intuitiva. A *componente formal* é usada constantemente em matemática. Envolve axiomas, definições, teoremas e demonstrações que são as componentes de todo o processo de raciocínio matemático. Por este motivo devem ser aprendidas, organizadas, testadas e usadas activamente por todo o aluno. Esta característica do conhecimento matemático constitui um dos maiores obstáculos à aprendizagem da matemática (e.g. Guzman, 1999; NCTM, 2000; Ponte, 1992), sobretudo quando é efectuada muito cedo e sem mostrar aos alunos a sua necessidade. Mesmo quando há necessidade de a utilizar deve-se procurar formas de a tornar acessível aos alunos. Em muitos casos, o que distingue o conhecimento matemático das outras formas de conhecimento é o grau de formalismo que lhe é associado. A *componente algorítmica* é baseada em competências que apenas podem ser adquiridas através da prática e de um treino sistemático. É ilusório pensar que quem sabe muitos axiomas, teoremas, demonstrações e definições, isto é, que tem apenas conhecimento formal, saiba automaticamente resolver problemas de matemática que lhe estão associados. Nós precisamos de compreensão, mas também de destrezas e estas só podem ser adquiridas por treino sistemático, pela prática. As capacidades matemáticas são armazenadas na forma de procedimentos de resolução (algoritmos) os quais devem ser activamente treinados. Muitas vezes o recíproco é esquecido, isto é, que o raciocínio matemático se pode reduzir a um

sistema de procedimentos de resolução. Procedimentos que não sejam acompanhados de justificações formais serão esquecidos, mais tarde ou mais cedo. Os algoritmos permitem economia de pensamento, adaptando um conjunto de procedimentos tipo, a situações problemáticas. Esta profunda simbiose entre significado e destrezas é a condição básica para um raciocínio matemático produtivo e com significado. O problema dos algoritmos é que, sendo uma arma bastante poderosa e “económica”, é frequentemente usada pelos alunos perante um problema, de forma imediata, muitas vezes não sendo necessário, ou mesmo sendo é mal aplicado, descurando outros aspectos, como por exemplo, o apelo à intuição. A componente *intuitiva* faz uso da imaginação e da visualização e de todas as nossas vivências. A intuição desempenha um papel importante nas discussões sobre o raciocínio matemático. O conhecimento intuitivo em matemática é o conhecimento que é evidente para cada pessoa, que transporta com ele sentimentos característicos de certeza e que vai para além dos factos que são acessíveis (e.g. Fischbein, 1994; Resnick e Ford, 1986; Guzmán, 1999; Resnick et al., 1981; Davis e Hersh, 1981; McLeod, 1992). Já Poincaré dizia que se devia dar tanta atenção à intuição, durante o ensino da matemática, como à lógica, pois se é através da lógica que se demonstra em matemática, é através da intuição que se inventa. Fischbein (1994) considera dois tipos de intuições: as intuições primárias, as que são desenvolvidas de um modo natural, antes e independentemente de uma instrução sistemática; e as intuições secundárias, as que são desenvolvidas, como resultado, de um treino intelectual sistemático. Existem em matemática vários exemplos de afirmações que são intuitivas para os alunos, como por exemplo, “O todo é maior do que as partes”; ou o famoso postulado das paralelas “Por um ponto exterior a uma recta passa uma única recta paralela àquela”, da geometria de Euclides que é baseada em afirmações aceites intuitivamente e “noções comuns”. A intuição é o produto das imagens conceptuais do indivíduo. Os conceitos matemáticos são um misto de algoritmos e proposições temperados com doses de intuição (Matos, 1994). Poincaré (1908) refere que não é uma memória prodigiosa, capaz de guardar grandes doses de regras e procedimentos, que está na base do poder criativo matemático, mas sim a intuição associada ao modo particular de pensar matemático. Nos anos 80 houve um reconhecimento geral de que se havia exagerado com as tendências da matemática moderna, no que respeita à ênfase nos aspectos formais da matemática. Tenta-se hoje ensinar conceitos matemáticos não formalmente (memorizando

definições), mas intuitivamente, utilizando exemplos, fazendo problemas, desenvolvendo uma técnica de raciocínio que é a expressão de se ter interiorizado algo com sucesso. Segundo Guzmán (1993, 1999) é necessário cuidar e cultivar a intuição. É preciso não abandonar a compreensão e inteligência do que se faz, mas não devemos permitir que este esforço por entender, deixe passar a segundo plano os conteúdos intuitivos da nossa mente na sua aproximação aos objectos matemáticos. Segundo Guzmán (1993) e Tall (1991) a intuição deve ser educada, e para isso contribui a experimentação e a análise. Deve-se também atender a que, a intuição deve estar presente ao longo de todo o percurso escolar, e não apenas reservada aos primeiros anos de escolaridade.

A formalização rigorosa das experiências iniciais corresponde a um estágio posterior. A intuição *versus* dedução tem sido muito debatida sobretudo, na sua importância para o ensino da matemática. Contudo, a intuição e a dedução (ou o rigor) não são mutuamente exclusivas embora a palavra "intuitiva" possa dar a sugestão de falta de rigor. São alternativas complementares para o ensino da matemática, como sugerem alguns autores (e.g. Guzmán, 1999; Sebastião e Silva, 1977; Tall, 1991). Na criação matemática a intuição, normalmente, precede a formalização, por este motivo também no ensino se deverá privilegiar este aspecto. As "demonstrações visuais" ou "as demonstrações sem palavras" podem ser de grande utilidade, dependendo do nível a que se está a trabalhar. O computador é um grande aliado neste tipo de demonstrações, pois pode ser um suporte intuitivo para a "demonstração". O computador também vem fornecer um novo tipo de demonstração "a demonstração por computador", que tem levantado alguma polémica. Houve quem afirmasse que o que distingue a matemática das outras ciências é a demonstração ou prova¹. Alguns matemáticos referem que a demonstração é o propósito da actividade matemática; sem demonstração não pode haver matemática. A importância da prova, no ensino da matemática, tem adquirido enormes adeptos, como componente essencial da aprendizagem matemática, facto que se pode constatar nos *Standards 2000* ao proporem como uma das dez normas para todos os níveis de escolaridade "O raciocínio e a prova". Na demonstração está clara a influência de todo o formalismo da matemática, onde esta aparece reduzida a uma estrutura dedutiva, a partir de

¹ No âmbito deste trabalho entendem-se os termos demonstração e prova como sinónimos, apesar de presentemente estar em aberto esta discussão.

um conjunto de axiomas, previamente estabelecidos. Apesar de esta ser a ideia que os alunos têm sobre a matemática, não significa que no seu processo de criação e desenvolvimento tenha sido assim. Muitas vezes esse processo é indutivo, a dedução aparece posteriormente, estabelecendo e testando conjecturas. A demonstração tem como característica principal o grau de abstracção que envolve. Segundo Davis e Hersh (1981) a abstracção, a axiomatização e a dedução são os ingredientes mágicos da demonstração. Entre os vários métodos de demonstração destacam-se: demonstrar por redução ao absurdo; demonstrar analisando todos os casos; demonstrar através de um contra-exemplo; demonstrar por indução matemática; demonstrar baseado na propriedade transitiva de implicação. Mason (1982), nas recomendações para o ensino da resolução de problemas para os alunos do ensino não universitário, descreve em três níveis o processo de verificação que os alunos devem seguir e que são: *convencer-nos a nós próprios*; *convencer um amigo* e *convencer um inimigo*. Convencer-nos a nós próprios envolve ter uma ideia de, porque é que algumas afirmações podem ser verdadeiras, mas convencer um amigo requer que os argumentos sejam organizados de uma forma mais coerente. Convencer um inimigo, significa que os argumentos devem ser analisados e apurados, de modo a sustentar o teste pela crítica. Este último nível está muito perto do que é demonstrar. Tall (1991) refere que o que falta, neste processo de Mason, é definir em vez de descrever e provar de um modo lógico baseado em definições em vez de convencer. Enquanto que a demonstração é essencial no processo de criação matemática, ou no estudo de matemática avançada, a nível escolar tem outros propósitos. Neste sentido, uma questão que muitos alunos colocam é que se a demonstração é uma validação e já foi feita por matemáticos, não é necessário demonstrar, pois acreditam e pode prosseguir-se a partir daí. Esta atitude mostra que para além da revalidação que eventualmente se poderá fazer a nível mais elevado, a demonstração tem outros objectivos. Entre eles, permite aumentar o entendimento da afirmação ou constatação e é um exercício de clarificação do raciocínio, além de abrir caminhos para a resolução de determinados problemas e da própria criação matemática. A demonstração é uma forma do matemático comunicar ao leitor o processo mental que utilizou e assim ser validada a conjectura formulada, levando-a ao que se chamará teorema. Uma vez demonstrada, determinada afirmação será entendida por todos e a sua validade estará acima de suspeita.

Com base nas principais componentes que a actividade matemática envolve, podemos identificar três tipos fundamentais do raciocínio em matemática que são o raciocínio lógico--dedutivo, o algorítmico e o indutivo que têm características próprias, cada um com um propósito e adequação para tarefas específicas; contudo, podem coexistir em muitos problemas. O raciocínio *lógico-dedutivo* é fundamental no processo de validação e organização do conhecimento matemático e consiste principalmente em argumentos da forma "se ... então", dependendo de proposições previamente aceites. Utiliza-se normalmente na exploração de consequências da definição. O raciocínio *algorítmico* consiste em sequências de passos bem definidos e é usado para resolver um conjunto de problemas semelhantes. Cada passo utiliza uma operação simples e bem definida e está relacionado com técnicas matemáticas. Esta forma de raciocínio tem sido bastante utilizada, pelo desenvolvimento das ciências computacionais. No raciocínio *indutivo*, os passos não são usualmente bem definidos, aparecendo por ordem variada. As operações são algumas vezes difíceis de observar ou distinguir - são na sua maioria associações, substituições ou generalizações, etc. Este raciocínio é a força condutora da criação e aprendizagem matemática.

Síntese

Da revisão efectuada, podemos concluir que existe uma falta de acordo generalizado em relação ao termo currículo, uma vez que pode ser encarado de diversas formas, dependendo das perspectivas que se adoptem. Neste sentido, podemos encarar o currículo a nível macro (instituição), nível local (escola) e a nível micro (sala de aula). Por outro lado, podemos dizer que o currículo passa por várias fases, desde que é concebido, até que é avaliado. Destacamos as seguintes: o currículo enunciado, onde figuram as orientações e intenções de quem o elabora; o currículo praticado, o modo como as orientações curriculares são concretizadas pelo professor; e o currículo adquirido, aquilo que os alunos efectivamente aprendem. A sua construção está dependente de vários factores (políticos, sociais, educacionais, administrativos, etc.), mas ultimamente tem-se dado grande importância à figura do professor, como construtor do currículo, elemento de inovação curricular.

Sendo a Educação Matemática uma área ainda recente e tendo ligações com várias ciências existe ainda alguma controvérsia e uma certa ambiguidade, sobre o seu campo de actuação, tornando-se difícil de caracterizar. Além disso, enquanto os países de língua inglesa utilizam o termo educação matemática os de língua francesa utilizam o termo didáctica da matemática, para falarem do mesmo objecto de estudo. Como na Língua Portuguesa existem os dois termos, à semelhança de outros autores (e.g. Ponte, 1993; Mura, 1998) não se consideram os dois como sinónimos, pois um – educação matemática- é mais abrangente do que o outro – didáctica da matemática. Deste modo, a investigadora entende educação matemática como a área onde trabalha e que tem por objectivo identificar e estudar os problemas relacionados com o ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis de escolaridade, passando pela construção do currículo e a formação de professores de matemática dentro do contexto educativo. A didáctica da matemática será o ramo da educação matemática que se debruça sobre os processos de ensino e aprendizagem da matemática, segundo os vectores aluno, professor e matemática. Deste modo, a didáctica da matemática é um campo científico fundamental para a organização do ensino e aprendizagem da matemática, com as suas ligações complexas com a Matemática e a Psicologia e outras ciências sociais (Educação, Sociologia, etc.).

Podemos dizer que as tendências do ensino da matemática escolar apontam para um ensino da matemática realista e contextualizada para todos os alunos, integradora de todos os recursos, o que implica uma renovação tecnológica; integradora de conhecimentos, o que leva às conexões temáticas e interdisciplinares; e sobretudo a um ensino da matemática interessante e de acordo com as diferenças dos alunos, apropriada à sua integração social.

A educação matemática, como as outras ciências, tem-se apoiado na investigação que a psicologia tem feito nestes dois últimos séculos, na procura constante de compreender como a mente do homem gere a informação que recebe do mundo que o rodeia, e deste modo poder contribuir para resolver muitas questões que se levantam a um educador, em particular um educador matemático, ou seja saber como a criança aprende matemática. Conforme vimos, durante muito tempo, o paradigma dominante sobre a aprendizagem foi o behaviorista. Acreditava-se que o aluno aprendia, ouvindo o professor e praticando exercícios sobre os temas expostos pelo professor. Muitas pessoas submetidas a esse tipo de ensino admitem que

são capazes de recordar muito pouca coisa sobre a matemática que aprenderam nessa época. A sua instrução foi baseada principalmente num conjunto de factos e destrezas que tinham de memorizar e exercitar. O aluno era um receptáculo que armazenava toda a informação e o papel do professor era o de transmissor dessa informação. Entendia-se, então que, a capacidade matemática residia na aquisição de capacidades que fossem facilmente testadas através de testes escritos. Nos últimos anos, esta posição tem sido posta em causa pelos investigadores e ultimamente tem surgido uma nova visão da aprendizagem numa perspectiva construtivista, onde se defende uma aprendizagem significativa. Um dos pressupostos que está subjacente a esta teoria é que a criança constrói activamente o seu conhecimento, através de interações com o meio e na reorganização dos seus próprios constructos mentais. Esta perspectiva mudou o processo de ensino-aprendizagem em vários aspectos, tendo os mais recentes documentos programáticos nacionais e internacionais tido em atenção esta nova perspectiva, na qual recomendam a utilização de materiais manipuláveis e defendem uma diminuição da ênfase na computação e em factos específicos e um maior realce na compreensão de conceitos, resolução de problemas, aplicações e comunicação de ideias matemáticas. No entanto, para aprender matemática deve ter-se em atenção o seu carácter abstracto e as suas três componentes principais: a formal, a algorítmica e a intuitiva. O aspecto formal do conhecimento matemático, e conseqüentemente a demonstração matemática, apesar desta ser talvez a característica que distingue a matemática das outras ciências, constitui um dos grandes obstáculos à sua aprendizagem e por isso devem ser procuradas formas de a tornar acessível a todos os alunos.

CAPÍTULO 3

CONHECIMENTO, CONCEPÇÕES E PRÁTICAS

Neste capítulo faz-se uma incursão pelos aspectos da formação dum professor de matemática e ainda pelas questões relacionadas com a *pessoa* que cada professor é. Neste sentido, discutem-se os conhecimentos, concepções e práticas dos professores. Numa primeira parte, apresentam-se e analisam-se os vários tipos de conhecimentos dos professores. Posteriormente, discute-se e analisa-se as concepções, crenças e atitudes mais frequentes dos professores sobre vários aspectos ligados à matemática e ao seu ensino. A última parte é dedicada às práticas dos professores, começando por analisar alguns dos modos mais importantes de ensinar e de aprender a ensinar matemática.

Conhecimentos dos Professores

Nos últimos anos tem-se verificado uma preocupação crescente com a pessoa do professor como elemento fundamental no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois os seus pensamentos, concepções e acções na sala de aula marcam de forma decisiva o modo como os alunos aprendem. Assim, a visão que o professor tem sobre a matemática e o seu ensino, e o modo como encara a sua profissão são aspectos fundamentais para o sucesso nesta disciplina.

Ensinar é um processo complexo (e.g. Cobb, Wood e Yackel, 1990; Cooney, 1985; Fennema e Franke, 1992; Koehler e Grouws, 1992; Leinhardt, Putman, Stein e Baxter, 1991; Leinhardt, 1993; NCTM, 1991; Thompson, 1992). Alguns autores (e.g. Bromme, 1994; Lampert, 1990; Shulman, 1985; Steinbring, 1994) consideram que para ensinar não basta o conhecimento matemático (o assunto exposto) a ser aprendido pelos alunos ou professores; mas também outros domínios do conhecimento científico e prático que com

ele estão relacionados (e.g. epistemologia, história da matemática, psicologia, pedagogia, desenvolvimento curricular). Em particular, Kilpatrick e Wilson (1983) referem que ser professor de matemática é ser simultaneamente um matemático, um criador de currículo e um investigador.

Nos últimos anos tem-se desenvolvido muita investigação, sobre o professor de matemática, investigação essa que procura conhecer quem são os professores, o que sabem, o que pensam e como são adquiridas as suas competências profissionais. Contudo, à semelhança do que se passa na investigação sobre a eficácia de ensino, a literatura sobre aprender a ensinar fornece ainda poucas conclusões sobre professores em início de carreira, ou em formação, em virtude talvez do reduzido número de participantes nos estudos e/ou da falta de coerência entre os estudos (Reynolds, 1992). Durante muito tempo pensou-se, por exemplo, que as reformas iriam mudar os professores, mas o que se constatou foi que estes mudaram aquelas. Conforme refere Nóvoa (1994), são os professores que escolhem e adaptam o que deve ser realizado. A forma como o professor responde à inovação é única e influenciada pelas suas crenças e concepções, assim como pelo seu modo de estar na vida (Hargreaves, 1994).

Muitos autores referem que os conhecimentos, concepções e atitudes dos professores (e dos alunos) acerca da matemática e do seu ensino-aprendizagem influenciam de forma relevante os processos de aprendizagem dos alunos e condicionam os seus comportamentos na sala de aula. Em particular, exercem uma poderosa influência no ensino, através da seleção de conteúdos e materiais, da ênfase que se lhes dá, dos estilos de ensino que se aplicam, e nos modos de aprendizagem que se geram, e, conseqüentemente, no desenvolvimento curricular (e.g. Chapman, 1999; Clark e Peterson, 1986; Cooney, 1985; Ernest, 1989; Grouws, Good e Dougherty, 1991; Kuhs e Ball, 1986; 1987; Romberg e Carpenter, 1986). Deste modo, iremos dar atenção aos conhecimentos, às concepções e às práticas do professor de matemática numa perspectiva de formação inicial.

Podemos dizer que é a partir da síntese da investigação feita por Clark e Peterson (1986), sobre os trabalhos centrados no pensamento do professor, e em particular, na planificação e tomadas de decisões, dos trabalhos de Thompson (1982, 1992) e de Cooney (1995) sobre as concepções dos professores e as suas relações com as práticas, que se inicia um novo ciclo de investigações em educação matemática.

Os estudos sobre os pensamentos do professor assentam em dois pressupostos: os professores são profissionais racionais como tantos outros e fazem julgamentos e tomam as suas decisões num meio incerto e complexo; e o comportamento do professor é orientado pelos seus pensamentos, julgamentos e decisões (Romberg, 1992). Na verdade, se assim não fosse, poder-se-ia afirmar que os professores eram meros autómatos (Shavelson e Stern, 1981).

Tentar descrever em que consiste o pensamento do professor é tarefa difícil pelas considerações filosóficas e psicológicas que envolve e os vários pontos de vista que podem ser adoptados. Em educação matemática, aparece o pensamento muitas vezes equiparado com o conhecimento e as crenças/concepções do professor (e.g. Chapman, 1999). Pode dizer-se que o pensamento do professor se refere às ideias que este tem em mente e que põe em prática. Brown e Borko (1992) referem que, embora conhecimento e pensamento sejam conceptualmente distintos, o conteúdo e processos de ambos estão interligados, pois os professores utilizam o seu conhecimento e pensamento simultaneamente e do mesmo modo, quer quando planificam quer quando se envolvem em actividades interactivas de ensino.

O conhecimento do professor não é mais do que o conhecimento pessoal desenvolvido através de todas as experiências formais e informais que tem ao longo da sua carreira, desde a formação inicial até à reforma, sendo o mesmo interpretado através de uma lente perceptual formada pela sociedade, cultura e experiências pessoais vividas (e.g. Fullan, 1991; Llinares, 1994; Wodlinger, 1999). Deste modo, podemos dizer que ensinar é uma actividade complexa, pois acumula muitos tipos de conhecimento (e.g. Berliner, 1986; Fenstermacher, 1994; Leinhardt et al. 1991; Leinhardt, 1993; Shulman, 1986). Assim, não faz sentido falar em conhecimento do professor no singular, mas sim no plural. Conforme refere Shulman (1985) “Ser professor requer muitos e bem organizados conhecimentos”(p.4). Está em causa não só o conhecimento de matemática (de conteúdo) a ser apreendido pelos professores ou alunos, mas também os domínios de conhecimento relacionados, quer práticos quer científicos, necessários para promover um ensino eficaz (e.g. história de matemática, psicologia, pedagogia, desenvolvimento curricular, epistemologia, etc.), o que implica lidar com os complicados problemas da compreensão, do significado e do comportamento (Brown e Cooney, 1991). Contudo, ainda não há consenso sobre que conhecimento é necessário o professor possuir para assegurar que os alunos

aprendam matemática, uma vez que o conhecimento que o professor possui forma um grande sistema integrado no qual é difícil isolar cada uma das suas componentes (Fennema e Franke, 1992).

Podemos dizer que é sobretudo a partir dos trabalhos de Shulman (1986b) que é incrementada a investigação sobre os conhecimentos do professor. Este autor, num esforço de conceptualizar e clarificar o âmbito do conhecimento dos professores, considerou sete domínios: conhecimento de conteúdo; conhecimento didáctico ¹ (de conteúdo pedagógico); conhecimento de outros conteúdos, conhecimento curricular (do currículo, dos materiais e dos programas); conhecimento sobre a aprendizagem (dos alunos e das suas características); conhecimento sobre os fins educacionais (do contexto educativo, características do grupo, cultura, comunidade, fins, propósitos e valores educativos); e conhecimento de pedagogia geral (princípios e estratégias de gestão e organização das classes). Aquele que o autor mais realçou foi o conhecimento didáctico que aparece na intersecção de conhecimentos que o professor deve dominar, para além dos conteúdos que ensina e da formação pedagógica que deve ter, e que se traduz na capacidade de apresentar as matérias aos alunos de um modo adequado, de forma a facilitar a aprendizagem.

Dos autores que se têm debruçado sobre os conhecimentos dos professores destacam-se Elbaz (1981) e Clandinin (1986), que fazem referência a um tipo de conhecimento que designam, respectivamente, por conhecimento prático e conhecimento prático pessoal, e Schön (1983), que chama a atenção para o conhecimento construído a partir da reflexão.

Por tudo o que foi dito, não é tarefa fácil tentar sintetizar todos os tipos de conhecimento que o professor deve possuir, quer pela sua diversidade quer pelas diferentes designações e categorizações apresentadas por vários autores¹. Para efeitos deste trabalho, a revisão de literatura sobre os conhecimentos dos professores está organizada em torno dos três principais tipos propostos inicialmente por Shulman (1986) - conhecimento didáctico, conhecimento curricular e o conhecimento de conteúdo, fazendo-se referência

¹ Conhecimento didáctico é a tradução adoptada para a designação utilizada por Shulman de *pedagogical content knowledge*, de acordo com Ponte (1994b). Para este autor, o conhecimento didáctico pressupõe sempre um conteúdo de ensino. Há autores que utilizam outra tradução, como, por exemplo, conhecimento pedagógico de conteúdo (Linares 1994), ou conhecimento científico-pedagógico (Alarcão 1999).

¹ Dois autores fizeram uma revisão bastante exaustiva sobre os conhecimentos dos professores. Carter (1990), no artigo *Teacher's knowledge and learning to teach*, e Fenstermacher (1994), no artigo *The knower and the known: the nature of knowledge in research on teaching*. Neste sentido, analisam-se alguns dos conhecimentos dos professores fazendo referência aos seus principais autores.

Commented [J1]: Ha duas referencias se ficarem na mesma pagian tme que se por uma com 2

aos principais autores que os estudaram. Antes, analisa-se o conhecimento do professor enquanto conhecimento prático (e.g. Elbaz, 1981).

Alguns Conhecimentos dos Professores

O conhecimento do professor, segundo Fenstermacher (1994), pode ser dividido em duas grandes áreas: o conhecimento prático e o conhecimento didático. Os estudos do conhecimento prático do professor referem-se principalmente ao conhecimento que os professores têm sobre as situações de sala de aula e aos dilemas decorrentes da prática com que se vêem confrontados. Fenstermacher (1994) denomina de conhecimento prático do professor aquele que é adquirido através da experiência e que inclui várias formas: prático, pessoal prático, situado, local, relacional e tácito. Dentro desta área, destacamos os trabalhos de Elbaz (1983), de Clandinin (1985) e de Schön (1983). Todos estes autores utilizam designações diferentes para se referirem todos ao conhecimento que o professor necessita para ensinar e que é de natureza prática, resultando da sua formação, experiência e reflexão.

Elbaz (1983) foi uma das primeiras investigadoras a valorizar o conhecimento prático, baseando-se num estudo efectuado numa escola inglesa, a partir do caso duma professora na qual identificou o referido tipo de conhecimento prático.

(...) [o conhecimento prático] é o conhecimento que envolve as experiências em primeira mão, os estilos de aprendizagem dos alunos, interesses, necessidades, forças e dificuldades, e um repertório de técnicas de ensino e de destrezas para gerir e controlar a sala de aula. (p.5)

Este conhecimento resulta das interacções entre os conhecimentos teóricos e as experiências, não é adquirido por acomodação, mas aprendido, testado e desenvolvido através de experiências; só se desenvolve se reflectirmos sobre o nosso trabalho diário, ou seja, sobre as experiências quotidianas com os alunos. O conhecimento prático desenvolve-se sobre três eixos básicos: conteúdo, orientação e estrutura. Elbaz refere que tal conhecimento é representado (está organizado), na prática, de três modos: regras de prática, princípios de prática e imagens. As regras e princípios incorporam o conhecimento profissional, enquanto que as imagens direccionam as tomadas de decisão. Nas imagens, que são únicas para cada professor, todos os aspectos do conhecimento surgem juntos. As

imagens são temporais, interactivas, e não neutras; evoluem e são dependentes dos outros aspectos do conhecimento. Envolvem emoções e moralidade, têm em atenção o conhecimento existente e têm em conta o desenvolvimento de conhecimento novo. As imagens condicionam, em todos os aspectos do conhecimento prático. As regras e princípios usados para direccionar o ensino são escolhidos através daquelas, e todos são geridos pela orientação do professor. Numa tentativa de caracterizar o conhecimento prático, a autora divide-o em cinco domínios: o conhecimento do currículo, o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do ensino, o conhecimento do contexto de ensino e conhecimento de si mesmo. Todos estes tipos de conhecimento têm de ser assimilados e integrados pelo professor, sendo filtrados pelas crenças, valores e preferências pessoais. Elbaz refere que o conhecimento prático é retido e usado através da orientação social, orientação pessoal, orientação experimental, orientação teórica e orientação para situações. É o tipo de conhecimento que mais influencia a tomada de decisões do professor na sala de aula, dando-lhe a possibilidade de raciocinar, julgar, pesar os prós e contras, reflectir e actuar. Por outras palavras, é o que o professor utiliza para justificar as suas acções. Neste sentido, o conhecimento está sempre em mudança; não é estático, é dinâmico.

Elbaz não confere um lugar de destaque ao conhecimento de conteúdo no seu modelo, mas podemos inferir a sua aplicação. Por exemplo, professores que tenham uma concepção da matemática procedimental utilizam regras e princípios para tomar as suas decisões. Estas decisões serão orientadas de modo a assegurar que a matemática seja apresentada claramente e que os alunos tenham várias oportunidades de praticar os procedimentos apresentados.

Para Leinhardt (1988), o conhecimento que o professor tem para “dar” aula está organizado em agendas, guiões e rotinas, que são estruturas com níveis diferentes de generalidade. Inclui não só o conhecimento de matemática, mas também o conhecimento das actividades do currículo e de métodos eficazes de apresentação e avaliação. A agenda pode ser caracterizada como um plano dinâmico da aula que inclui os seus objectivos e actividades modificáveis quer antes da aula, quer à medida que esta decorre. A combinação de diferentes acções define a estratégia do professor para a aula. A agenda acaba como tal no fim da aula. Um guião, segundo Leinhardt et al. (1991), “é um conjunto ordenado de objectivos e acções que o professor constrói para ensinar determinado tópico (p.89)” e que

dá organização ao conteúdo da aula, sendo portanto o principal determinante da aula. É desenvolvido e “polido”, ao longo do tempo, pela prática do professor e é usado quando é apropriado. As rotinas são actividades realizadas frequentemente pelos professores e alunos, que permitem levar à prática, com eficácia, actividades consideradas de nível de exigência mais baixo. Assim, quando um professor inicia uma aula, tem um objectivo em vista, bem como alguns procedimentos ou actividades, que serão usados de um modo ordenado para atingir esse objectivo, e algumas rotinas, que permitem que a aula funcione calmamente. O comportamento do professor é orientado por agendas, construídas a partir dos guiões e rotinas. Além dos guiões e agendas, o professor, durante as suas rotinas, recorre a explicações - actividades na qual comunica o conteúdo da aula aos alunos, através de representações, entidades usadas para explicar algo, como por exemplo uma analogia, um desenho ou um manipulável, da informação que tem em vista.

O conhecimento prático aparece referido noutros estudos, sobretudo nos trabalhos de Clandinin (1986) e de Connelly e Clandinin (1990), que falam mais precisamente, em conhecimento prático pessoal, descrito como sendo aquele que reflecte o conhecimento individual prévio e reconhece a natureza contextual desse conhecimento do professor. É um tipo de conhecimento gravado e talhado pelas situações; é construído e reconstruído enquanto vivemos as nossas histórias, que se revivem e se recontam através de processos de reflexão. Em relação ao conhecimento prático pessoal, Clandinin (1986) refere o seguinte:

A concepção do conhecimento prático pessoal é a de um conhecimento experimental, carregado de valores, resoluto e orientado para a prática. O conhecimento prático pessoal adquire-se por tentativas, está sujeito a mudanças e não pode ser visto como algo fixo, objectivo e sem alterações (...). O conhecimento prático pessoal implica um ponto de vista dialéctico entre a teoria e a prática. (p.19-20)

As noções de histórias, imagens e narrativas são centrais nos trabalhos desta autora. As imagens, sobretudo, são um conceito fulcral para se entender o conhecimento prático dos professores, pois, uma imagem é um modo de organizar e reorganizar as experiências passadas e é, simultaneamente, a forma a partir da qual novas experiências são formadas. As imagens são especialmente importantes para relacionar quer o conhecimento passado quer o futuro, de modo significativo e pessoal, com determinadas experiências dirigidas

para a situação que as provoca ou estimula. Deste modo, permitem justificar o que os professores fazem.

Connelly e Clandinin (1990) estudaram episódios específicos de ensino em sala de aula, relativos ao conhecimento pessoal prático, para procurar regularidades e padrões (e.g. regras práticas, princípios, rotinas, rituais, hábitos, ritmos e ciclos) do conhecimento prático e pessoal do professor. Pretenderam identificar os efeitos da experiência e do meio sobre o modo como os professores usam o seu conhecimento durante a aula. Os dados obtidos permitiram-lhes teorizar sobre o modo como os professores usam o seu conhecimento.

Fenstermacher (1994) considera o conhecimento prático do professor como sendo aquele tipo de conhecimento que é desenvolvido a partir da participação e da reflexão sobre a acção e experiência. Está limitado pela situação ou contexto no qual surge e pode ser capaz, ou não, de se expressar imediatamente, oralmente ou por escrito. Este tipo de conhecimento está relacionado com fazer coisas, com o lugar e o tempo certo para as fazer, ou com a forma de ver e interpretar os acontecimentos relacionados com as acções de cada professor.

Schön¹ (1983) considera que o nosso conhecimento está na nossa acção e que os conceitos de conhecimento-na-acção, reflexão-na-acção, e reflexão sobre a acção e sobre a reflexão na acção constituem o cerne da “epistemologia da prática”. Para este autor, o conceito de reflexão-na-acção é o processo pelo qual os profissionais (práticos), ou seja, os professores, aprendem a partir da análise e interpretação da sua própria actividade. A reflexão acontece quer antes quer durante o processo de ensino e aprendizagem. Schön considera que o ensino possui uma característica fundamental que torna única esta profissão: a prática conduz à criação de um conhecimento específico ligado à acção, conhecimento-na-acção, que só pode ser adquirido através do contacto com a prática pois trata-se de um conhecimento tácito, pessoal e sistemático. Este conhecimento manifesta-se no saber-fazer. O professor, como profissional reflexivo, é evolutivo pois vai crescendo e mudando com a experiência. Schön também chama a atenção para a necessidade de se ter em conta o conhecimento que os professores utilizam na sua actividade diária na sala de aula e que ele designa por conhecimento tácito. A importância deste conhecimento também é referida por outros autores (e.g. Gates, 1996; Fenstermacher, 1994). Em particular, Gates

¹ O trabalho de Schön será retomado no ponto 3 deste capítulo.

proclama que o desenvolvimento do professor balança entre o conhecimento articulado e o conhecimento tácito. O articulado é aquele acerca do qual podemos falar, baseia-se em suposições lógicas e é avaliado pela discussão. O tácito está menos disponível e tende a ser subconsciente, apesar de dirigir muitas das nossas ações profissionais, é obtido através da experiência. O tácito precede o articulado. Segundo Gates (1996), o conhecimento tácito pode ser uma barreira quando os professores experientes trabalham com professores iniciados, pois muito do conhecimento profissional dos professores é tácito e “embutido” nas suas ações e, assim, torna-se difícil para os professores explicitarem o seu ensino e, por conseguinte, partilharem a sua prática com os professores iniciados.

Para Elbaz (1983) e Connelly e Clandinin (1990), as narrativas e histórias revelam o conhecimento que os professores possuem, enquanto que para Schön (1983) o conhecimento do professor produz-se a partir da ação que emerge no decurso da sua experiência, como professor. Os primeiros parecem preparados para aceitar as afirmações dos professores, histórias e imagens como conhecimento, enquanto que o segundo é mais reservado em aceitar como conhecimento o que os professores dizem ou fazem. No entanto, ambos consideram que os professores produzem e possuem o seu próprio conhecimento e que a sua concepção sobre este emerge da ação ou da experiência.

Acerca do conhecimento do professor Shulman (1986b) realça sobretudo a importância do conhecimento de conteúdo e do conhecimento didático, em contraposição com Elbaz e Clandinin. Contudo, também mostrou interesse pelo conhecimento prático, ao distinguir três das suas formas: proposicional, de casos e estratégico. É segundo estas que cada um dos domínios ou categorias do conhecimento (didático, de conteúdo e curricular) pode ser organizado. Em relação à análise conceptual do conhecimento dos professores, devem ser consideradas, por um lado, as categorias do conhecimento e, por outro lado, as formas de representar esse conhecimento. Há outros domínios de conhecimento que Shulman considera importantes como, por exemplo, as diferenças individuais entre os alunos, métodos gerais de organizar a sala de aula, história e filosofia da educação ou administração escolar. Vejamos então como o autor caracteriza cada uma das formas de conhecimento atrás referidas. *Conhecimento proposicional*- Muito do que é ensinado aos professores encontra-se sob a forma de proposições. Quando analisamos investigações sobre ensino e aprendizagem e exploramos as suas implicações na prática, estamos a examinar proposições. Quando estudamos a prática acumulada pela experiência,

encontramos esses conhecimentos “armazenados” sob a forma de proposições. É a forma de conhecimento mais utilizado nas instituições de formação de professores e compreende três tipos de proposições: princípios, que derivam da investigação empírica, sobretudo sobre a eficácia docente (por exemplo, o professor tem melhores resultados se formular as perguntas ordenadamente); máximas, que traduzem o conhecimento adquirido pela prática; e normas, que são princípios normativos que têm a ver com valores, ideologias, princípios filosóficos, de justiça e equidade. Fenstermacher (1994) refere-se também ao conhecimento proposicional, factual ou informativo referindo-se ao conhecimento científico, ao conhecimento teórico e informativo. Em suma, trata-se do “saber que”. Menciona igualmente o conhecimento de desempenho, que será o “saber como”, ou seja, o conhecimento que se refere ao saber como fazer qualquer coisa (como uma destreza ou arte). *Conhecimento de casos* é o conhecimento detalhado de situações concretas ou, como o autor refere, “é o conhecimento de acontecimentos específicos, bem documentados e bem descritos” (p.11). Este conhecimento provém do contacto com a prática, da experiência concreta e particular de cada professor e está ligado à sua experiência pessoal. Os casos são descrições de acontecimentos; o conhecimento que representam é que os converte em casos. Isto é, o caso será uma situação de ensino onde se descrevem os participantes na situação em estudo (professores e alunos), o contexto onde se desenrola a situação (sala, escola) e as características didáticas da mesma. Shulman considera três tipos de casos: protótipos, que exemplificam princípios teóricos; precedentes, que capturam e comunicam princípios de prática; e parábolas, que transmitem normas ou valores. Vários investigadores defendem o recurso ao estudo de casos, sobretudo na formação inicial de professores, pois favorece o desenvolvimento do conhecimento didático por parte dos futuros professores tornando-os críticos e reflexivos (e.g. Alarcão, 1994; Lampert e Clark, 1990; Ponte, 1994b). *Conhecimento estratégico* é o conhecimento que informa a tomada de decisões. Pode ser um processo de análise por comparação e contraste de princípios, casos e as suas implicações para a prática e é o tipo de conhecimento que o professor desenvolve quando se encontra perante um dilema no qual dois princípios podem ser contraditórios. Por exemplo, por um lado, o professor quer ser mais um amigo ou companheiro dos alunos mas, por outro deve manter a ordem. Este conhecimento estratégico é o que Fenstermacher chama de conhecimento prático resultante da experiência. A importância deste tipo de conhecimento é que não pode ser adquirido de

forma mecanizada nem ensinado nas instituições de formação de professores, pois resulta de uma elaboração pessoal do professor perante a situação concreta de ensino de determinado assunto. Talvez por isso mesmo Shulman (1986b) tenha afirmado “Aqueles que podem, fazem. Aqueles que compreendem, ensinam” (p. 12).

Conhecimento didático

O conhecimento didático, para Shulman (1986b), pode ser caracterizado da seguinte forma: (1) inclui as formas mais úteis de representação dos conteúdos de modo a torná-los compreensíveis para quem está a aprender. Para isso sugere que as melhores formas de representar essas ideias é usar analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações. Como não há um único modo eficaz de o fazer, o professor deverá utilizar várias alternativas umas resultantes da investigação e outras resultantes da sua prática; (2) inclui também uma compreensão do que torna a aprendizagem de determinados tópicos fácil ou difícil. Ou seja compreender as concepções e pré-concepções que os alunos de diferentes idades e preparações têm quando aprendem determinados tópicos matemáticos e compreender as dificuldades que os alunos têm maior probabilidade de encontrar durante a sua aprendizagem num determinado tópico, assim como as estratégias para as ultrapassar; (3) inclui o conhecimento conceptual e procedimental que o aluno tem quando está a aprender determinado conteúdo; (4) inclui o conhecimento de estratégias que podem ser usadas para fazer a ligação entre aquilo que está a ser ensinado e aquilo que os alunos já sabem, e estratégias para eliminar determinadas concepções erróneas que os alunos possuem; e (5) inclui o conhecimento sobre determinado domínio matemático específico.

Marks (1990) distingue quatro áreas principais do conhecimento didático: conhecimento do conteúdo; conhecimento da compreensão dos alunos; conhecimento de processos de ensino e conhecimento dos *media* para o ensino. Conchran et al. (1993) expandiram o sentido do conhecimento didático com base numa visão construtivista da aprendizagem, sugerindo que deve incluir: o conhecimento de conteúdo, o conhecimento de pedagogia, o conhecimento dos alunos e o conhecimento do ensino.

Brown e Borko (1992) referem que os programas de formação de professores devem proporcionar oportunidades de desenvolvimento do conhecimento de conteúdo e do conhecimento didático. Segundo estes autores, o conhecimento de conteúdo é a quantidade e organização do conhecimento *per se* que o professor possui, enquanto que o

Commented [J2]: referencia

conhecimento didático se refere aos modos de formular e representar o assunto que o tornam acessível ao aluno; pode ser considerado como que um subconjunto do primeiro, incluindo formas de representação, ilustrações, explicações e demonstrações, ideias unificadoras, exemplos esclarecedores, analogias poderosas, relações e conexões entre ideias e concepções dos alunos. A investigação sobre o conhecimento de conteúdo matemático mostra que muitos professores têm conhecimentos matemáticos limitados; com base nestes resultados argumenta-se que melhorando o conhecimento matemático de base dos professores se obtém uma melhoria na qualidade de ensino (e.g. Brown et al., 1997). Contudo, há investigações que revelam que é mais importante investir no conhecimento didático do que no conhecimento de conteúdo (Carpenter et al., 1988).

Wilson et al. (1987) falam em raciocínio didático, como o processo de transformar o conteúdo em formas didacticamente poderosas e adaptáveis às variações de capacidades e bases dos alunos. Inclui a identificação e selecção de estratégias para representar ideias-chave da aula e a adaptação dessas estratégias às características dos alunos.

Estes autores propõem um modelo de raciocínio didático circular, com seis componentes de ensino que podem aparecer em diferentes ordens: Compreensão, o processo de análise crítica de um conjunto de ideias a serem ensinadas; Transformação, durante a qual o professor transforma a sua compreensão pessoal sobre os conceitos e ideias a serem ensinadas de um modo que facilite a compreensão dessas ideias pelos alunos; Instrução, que envolve o processo de facilitar a compreensão do aluno e consiste numa variedade de actos de ensino, tais como organização e gestão da sala de aula, apresentando explicações claras e proporcionando prática aos alunos; Avaliação, ou confirmação da compreensão dos alunos, envolve quer as avaliações informais quer as mais formais, como os testes; Reflexão, que envolve a avaliação do próprio ensino e constitui o conjunto de processos que permitem a um professor aprender com a sua experiência, e como resultado, o professor adquire uma Nova Compreensão sobre os conteúdos, ou seja adquire novos conhecimentos. Esta questão da avaliação e da reflexão do professor para chegar a novos conhecimentos também é referida por Shulman (1997).

Bromme (1994) identificou cinco domínios de conhecimento do professor que são essenciais para ensinar. (1) conhecimento de conteúdo sobre a matemática como disciplina; (2) conhecimento da matemática escolar; (3) filosofia da matemática; (4) conhecimento

pedagógico; e o (5) conhecimento didático¹, que é um tipo de conhecimento que integra o conhecimento pedagógico e as experiências do professor com o conhecimento de conteúdo. É o conhecimento que consiste, por exemplo, na mudança de sequência de tópicos, ou do peso relativo a dar aos conceitos e as regras. Para Bromme, o conhecimento do professor não é um aglomerado destes conhecimentos, mas sim, o resultado de uma integração que é feita durante a formação e durante a experiência profissional.

Durante muito tempo, a investigação incidiu sobre planificações de aulas e organização da sala de aula, esquecendo as questões relacionadas com os conteúdos. Contudo Shulman (1986b) refere que devemos dar tanta atenção aos aspectos de conteúdo a ensinar como ao próprio processo de ensino, não fazendo uma grande distinção, que seria forçada, entre conteúdos e pedagogia, tratando-os antes em conjunto (será por esse motivo que lhe chama “pedagogical content knowledge”?). Considera ainda que este tipo de conhecimento terá de estar interligado com o de conteúdo e o curricular. Segundo vários autores, ensinar é um processo no qual se criam novos conhecimentos. Estes são adquiridos durante as aulas e desenvolvem-se com base no conhecimento didático, ao pôr em interacção o conhecimento do assunto com os alunos. Nesta perspectiva, o conhecimento é entendido como um processo que cresce e que se modifica em contacto com novas experiências. (Fennema e Franke, 1992)

Conhecimento curricular

Por conhecimento curricular², Schulman (1986b) designa aquele que o professor tem sobre a gama variada de produtos e materiais educacionais disponíveis para ensinar determinado assunto (como por exemplo manipuláveis, software educativo e calculadoras). Envolve o conjunto de características que servem quer como indicações quer como contra-indicações para o uso de determinado material. É mais do que o conhecimento que é ensinado em determinado curso, é o conhecimento das várias alternativas disponíveis para utilizar no ensino e que exige que devem ser distinguidas. Além do conhecimento dos materiais curriculares, o autor considera ainda dois aspectos adicionais. Espera-se que o professor conheça os tópicos que os seus alunos estão a estudar noutras disciplinas, de

Commented [J3]: ver nota se é 1 ou 2

¹Bromme (1994) utiliza a designação *subject-matter-specific pedagogical knowledge*, que se optou por traduzir por conhecimento didático, uma vez que a ideia expressa por este autor sobre este tipo de conhecimento é muito idêntico à de outros autores que utilizam a mesma designação.

²Muitas das considerações sobre o professor e o currículo foram abordadas no capítulo anterior.

modo a relacionar o conteúdo das suas aulas com o que está a ser discutido ao mesmo tempo noutras aulas (currículo lateral). Pretende-se também que o professor esteja familiarizado com os assuntos que foram ou serão estudados nos anos anteriores e posteriores, assim como com os materiais utilizados e/ou a utilizar (currículo vertical). Para Fennema e Franke (1992), o conhecimento curricular é a via pela qual o professor orienta o conhecimento na sala de aula. Este aspecto torna-o essencial e exige que o professor o tenha sempre presente. Para Elbaz (1981), este tipo de conhecimento e o que se refere à estruturação das experiências de aprendizagem constituem uma componente importante do conhecimento prático do professor.

Conhecimento de conteúdo

O conhecimento de conteúdo será aquele que o professor necessita para poder ensinar um determinado currículo de matemática em qualquer nível de escolaridade (e.g. Berliner, 1986; Leinhardt et al., 1991). Inclui o conhecimento do professor sobre conceitos, procedimentos e processos de resolução de problemas no domínio que ensina assim como em domínios relacionados.

Berliner (1986), Leinhardt et al. (1991) e Leinhardt (1993) mencionam que ensinar é uma actividade complexa, que acumula muitos tipos de conhecimento e que a habilidade para o ensino é determinada por, pelo menos, dois sistemas fundamentais de conhecimento que estão relacionados: o conhecimento do conteúdo e a estrutura da aula. Berliner (1986) designa este último conhecimento de organização e gestão da sala de aula e, tal como os colegas, considera-o fundamental para um desempenho com sucesso, pois é ele que vai determinar o modo de tratar o assunto. Os autores supra citados debruçam-se sobre o conhecimento de conteúdo do professor e a forma como a sua natureza e organização podem influenciar o seu ensino. Defendem que o professor não se torna melhor se tiver muitos conhecimentos sobre matemática avançada (e.g. equações diferenciais), mas tornar-se-á melhor se aprofundar tópicos matemáticos que façam parte do currículo da matemática escolar (e.g. números racionais ou números complexos). Este aprofundamento inclui conhecimento sobre modos de representação e apresentação do conteúdo (conhecimento didáctico), de modo a promover a aprendizagem e construção de compreensão significativa.

Commented [J4]: referencia

Crucial para o conhecimento do conteúdo pelo professor é, também, o modo como o conhecimento conceptual e procedimental (e.g. da aritmética, da álgebra, da geometria e outros) estão relacionados (e.g. Brophy, 1991; Hiebert e Carpenter, 1992; Hiebert e Lefevre, 1986; Leinhardt et al., 1991; Shulman, 1986). O conhecimento conceptual, é o conhecimento que é rico em relações. O aluno tem que o compreender e ser capaz de construir relações entre o que já sabe e as novas ideias. Ou seja, uma unidade de conhecimento conceptual não é armazenada como uma peça de informação isolada; deve fazer parte de uma rede. O conhecimento procedimental consiste na linguagem formal entre o sistema de representações simbólicas da matemática e os algoritmos, são as regras para cumprir as tarefas matemáticas. Envolve muito do raciocínio algorítmico referido no capítulo 2 e é uma sequência de acções. As relações entre estes dois conhecimentos dependem das ligações que os alunos constroem entre as suas representações. As *Normas Profissionais* falam no saber matemático do professor, que inclui a compreensão de conceitos e procedimentos específicos, o processo de fazer matemática e o contexto do discurso matemático no qual estão integrados os conceitos e os procedimentos.

Os professores têm de dominar perfeitamente os assuntos que ensinam. Vários estudos confirmam a importância de uma forte preparação científica (e.g. Boero et al., 1996; Brown e Borko, 1994; Feiman-Nemser, 1990; Kuhs e Ball, 1986; Ponte, 1998; Shulman, 1986). É usual atribuir à falta de conhecimentos de matemática dos professores os fracos resultados dos alunos. A investigação, no entanto, não confirma a existência de uma relação directa entre os conhecimentos dos professores e a aprendizagem dos alunos (e.g. NLSMA). Mais recentemente, através de investigações interpretativas, detectou-se que o conhecimento de conteúdo influencia o modo como os professores ensinam e as decisões que tomam, tornando claro que os seus conhecimentos de matemática podem influenciar significativamente o seu ensino (e.g. Erickson, 1986; Grossman, 1989; Schoenfeld, 1985). No entanto, a natureza dessa influência e o seu impacto na aprendizagem dos alunos são menos claras. O que parece certo é que um professor com uma boa compreensão conceptual da matemática tem condições para organizar melhor o seu ensino. O domínio dos conteúdos torna-o mais confiante e mais flexível durante o ensino, proporcionando aos alunos explicações mais conceptuais, em vez de meramente procedimentais. Permite-lhe dar mais ênfase à organização e às conexões de conhecimento “dentro” da disciplina em detrimento da prescrição de informações específicas.

Outro tipo de conhecimento que faz parte do conhecimento de conteúdo do professor de matemática é o das representações matemáticas, que envolve traduzir os conteúdos em representações que possam ser entendidas pelos alunos. O objectivo do professor, segundo Fennema e Franke (1992), é criar compreensão nas mentes dos alunos. A matemática, como já foi referido no capítulo anterior, é composta por vários conceitos abstractos e, se o professor não sabe como traduzir esses conceitos de modo a que os alunos os relacionem com aqueles que já adquiriram, eles não farão aprendizagens significativas. As situações do mundo e os problemas podem fornecer um contexto para as representações matemáticas. Cada ideia matemática pode ser usada num número infinito de tais situações, que podem ser da vida real, ou envolver representações pictoriais e concretas que modelem a situação matemática. Está provado que o uso simultâneo de situações da vida real e representações concretas e simbólicas podem ajudar o aluno a compreender. Contudo, vários estudos revelam uma carência de conhecimentos sobre as representações matemáticas pelos professores (e.g. Ball, 1990; Orton, 1988).

Ball (1990, 1991) desenvolveu um modelo para estudar o conhecimento de conteúdo dos professores de matemática, onde defende que a compreensão da matemática para ensinar envolve o conhecimento do conteúdo a ensinar (conhecimento da matemática), o conhecimento acerca desse conteúdo (conhecimento acerca da matemática) e a atitude do professor em relação ao mesmo. Esta última componente diz respeito ao modo como o professor encara a matemática, quais as suas preferências e qual a sua relação com os vários aspectos e áreas da matemática. O *conhecimento acerca da matemática* está relacionado com o que Shulman chama conhecimento sintáctico e que inclui uma compreensão sobre a natureza da matemática, do discurso e da actividade matemática; donde vem, como muda, como é estabelecida a verdade e o que significa conhecer e fazer matemática. O *conhecimento da matemática* é o conhecimento conceptual e procedimental dos conteúdos, isto é, integra os conceitos e processos matemáticos. Está próximo do que Shulman chama conhecimento do tipo substantivo e inclui o conhecimento procedimental, o proposicional, o estrutural e o relacional. Integra os conceitos e processos matemáticos, incluindo a compreensão de determinados tópicos da matemática (e.g. fracções, trigonometria), de procedimentos (e.g. decomposição em factores), de conceitos (e.g. quadriláteros, funções), de estruturas e conexões matemáticas e da relação entre estes tópicos, procedimentos e conceitos. Muito próximo deste tipo de conhecimento está Ernest

(1998) quando fala em conhecimento explícito matemático e que inclui: proposições, tais como o Teorema de Pitágoras, raciocínios e demonstrações, problemas e definições; e a capacidade de explicar os porquês e de relacionar os vários conceitos e processos dentro e fora da matemática. A maior parte do conhecimento pessoal em matemática corresponde ao que este autor chama de tácito, também referido por outros autores (e.g. Fenstermacher, 1994; Gates, 1996) e que se encontra mais desenvolvido nos professores experientes do que nos iniciados. O conhecimento matemático tácito inclui métodos, operações simbólicas, estratégias e procedimentos, muitas vezes aplicáveis a novos problemas, mas que são usados distintamente em diferentes situações. Contudo, a dificuldade reside em saber até que ponto o conhecimento tácito é aplicável a novas situações.

Conhecimentos dos Professores Experientes e dos Professores em Início de Carreira

Os primeiros estudos, desenvolvidos segundo o modelo cognitivo, que têm por base as teorias de processamento de informação, começaram por volta dos anos 70, e incidiram sobre a planificação e tomada de decisões. Pretendia-se modelar o pensamento dos professores a partir das escolhas que faziam sobre as suas acções (Clark e Peterson, 1986). Uma das principais conclusões destas investigações foi a de que a tomada de decisões dos professores era muitas vezes incorrecta, sendo muitas das suas acções baseadas em regras e rotinas e pouco relacionadas com o seu pensamento. Há vários estudos sobre a forma como as tomadas de decisões podem influenciar a aprendizagem dos alunos (Carter, 1990). Crenças, conhecimentos, julgamentos e pensamentos dos professores têm um profundo efeito nas decisões que tomam e nessa medida, determinam o que os alunos aprendem nas suas aulas.

Outro tipo de estudos comparou grupos de professores experientes e professores iniciados. Os mais recentes começaram a realizar-se em meados dos anos 80 e debruçaram-se sobre as diferenças entre os pensamentos dos professores com experiência e os dos professores em início de carreira ou em formação inicial (e.g. Berliner, 1987; Borko e Livingston, 1989; Leinhardt, 1986,1990; Peterson, Fennema, Carpenter e Loef, 1989). De modo geral, mostraram que os professores com experiência possuem um tipo de conhecimento bastante elaborado e estruturado, construído a partir da experiência, o que

lhes permite prever com mais segurança o que pode acontecer na aula. Ao mesmo tempo determina o modo de a gerir e o próprio conhecimento de conteúdo.

É no domínio do conhecimento didáctico que se encontram grandes diferenças entre professores com experiência e professores iniciados. Uma vez que o conhecimento didáctico é específico do professor, e em grande parte é adquirido e aperfeiçoado pela prática lectiva, é de esperar que esteja pouco desenvolvido nos futuros professores e nos professores em início de carreira. A investigação confirma estas expectativas. Neste sentido, o conhecimento didáctico deve ser uma prioridade nos programas de formação inicial de professores (e.g. Brown e Borko, 1992; Even, Tirosh e Markovits, 1996; Feiman-Nemser e Parker, 1991).

O conhecimento de conteúdo dos professores com experiência tende a ser mais conceptual e procedimental, o que tem impacto de vários modos: (1) nas agendas, porque os professores com mais conhecimento têm planos mentais mais ricos do que aqueles com menos conhecimento; (2) nos guiões, porque os primeiros são capazes de usar mais representações e explicações mais ricas; e (3) nas respostas aos comentários dos alunos durante a actividade de ensino (Leinhardt et al., 1991).

De modo geral, pode concluir-se que os professores com experiência mostram possuir mais conhecimento pedagógico, de conteúdo e didáctico do que os professores iniciados. Têm esquemas de organização e armazenamento do conhecimento mais elaborados, relacionados e acessíveis, o que se traduz num ensino mais eficiente, assente no processamento da informação quer durante a planificação quer na fase interactiva de ensino. Os experientes planificam melhor do que os iniciados. Utilizando a terminologia de Fenstermacher (1994), podemos dizer que têm mais desenvolvido o conhecimento de desempenho (“saber como”), enquanto que o professor principiante tem mais desenvolvido o conhecimento proposicional ou teórico (“saber que”).

A investigação tem privilegiado a área da resolução de problemas. Algumas das diferenças básicas entre professores experientes e principiantes têm a ver com o modo como é monitorizado e controlado o próprio pensamento. Por exemplo, os experientes tendem a organizar o seu conhecimento com base em princípios de ordem superior, enquanto que os principiantes o armazenam de um modo mais fragmentado ou consoante as suas características superficiais. Os experientes tentam estruturar a informação quando a aprendem; os principiantes não. Schoenfeld (1987) concluiu que professores experientes

têm “administradores vigilantes” que monitorizam cuidadosamente o desempenho na resolução de problemas e que procuram eficiência e exactidão nos processos utilizados. Aos professores principiantes, por outro lado, falta-lhes essa capacidade e, muito frequentemente, utilizam o conhecimento que possuem em actividades inúteis. Por exemplo, os principiantes são capazes de gastar todo o tempo que têm para resolver um problema, num cálculo que não lhes vai permitir alcançar uma solução. Nesta perspectiva, importa tornar os alunos conscientes dos seus próprios processos de pensamento e aprendizagem. Por outras palavras, explicitando os aspectos metacognitivos da aprendizagem e da resolução de problemas, os alunos podem ser ensinados a aprender mais eficazmente.

Concepções dos Professores

Apesar dos aspectos afectivos desempenharem um papel muito importante na aprendizagem da matemática, incluindo um grande leque de crenças, sentimentos e emoções que estão subjacentes ao domínio cognitivo, pode dizer-se que não têm sido objecto sistemático e regular da investigação em educação matemática (McLeod, 1992). Hargreaves (1998) escreve que “as emoções estão no cerne do ensino” (p. 558), e que analisar os conhecimentos dos professores sem considerar os aspectos emocionais limitará sempre a sua compreensão. Ou, como refere Damásio (1997) sem as emoções o homem não consegue tomar decisões racionais. Por sua vez, Mandler (1989) refere que a maior parte dos factores afectivos emergem como respostas emocionais às interrupções de planos ou comportamentos planeados. Segundo ele, existem três aspectos das experiências afectivas dos alunos em matemática que deveremos considerar: (1) os alunos sustentam determinadas crenças acerca da matemática e deles próprios que desempenham um papel importante no desenvolvimento de respostas afectivas a situações matemáticas (e.g. “a matemática são regras”; “sou capaz de resolver problemas”); (2) uma vez que as interrupções ou impedimentos são uma parte inevitável da aprendizagem em matemática, os alunos vivenciam quer emoções positivas quer negativas enquanto aprendem e estas emoções serão tanto mais intensas quanto mais novas forem as tarefas (e.g. satisfação em trabalhar com materiais manipuláveis; frustração na resolução de problemas); (3) os alunos desenvolvem

atitudes positivas ou negativas em relação a matemática (ou partes do seu currículo) na medida em que encontram a mesma situação ou situações semelhantes repetidamente (e.g. aversão por demonstrações em geometria).

Por outro lado, tem-se dado ênfase, ultimamente, a estudos acerca das concepções dos professores, baseados no pressuposto de que existe um *abstracto conceptual* que desempenha um papel fundamental no pensamento e acção daqueles. Esta linha de investigação foi incentivada a partir dos trabalhos realizados por Thompson (1982). As concepções dizem respeito a tudo o que de importante se relaciona connosco e formam-se através de um processo simultaneamente individual e social. Logo, as concepções que temos em relação, por exemplo, à matemática, são influenciadas, por um lado, pelas nossas experiências identificadas como sendo desse âmbito, e, por outro lado, pelo meio social onde estamos inseridos (Ponte, 1992).

As crenças, concepções e atitudes, assim como as perspectivas, percepções, visões, tendências, valores e orientações são um subconjunto de um grupo de constructos que dão nome, definem e descrevem a estrutura de estados mentais que conduzem as acções das pessoas (Richardson, 1996). Todos eles são importantes para a compreensão dos processos de pensamento dos professores, das práticas na sala de aula e da forma de aprender a ensinar. Neste sentido, os educadores reconhecem que toda a actividade dos professores é influenciada pelas suas crenças, concepções e atitudes (e.g. Carpenter, 1986; Clark e Peterson, 1986; Pajares, 1992; Richardson, 1996; Romberg e Thompson, 1992). Então, uma das finalidades da formação de professores será ajudá-los a identificar e avaliar as suas concepções, quer em relação aos vários aspectos da matemática e do seu ensino, quer em relação às suas acções na sala de aula (e.g. Fenstermacher, 1994; Green, 1971; Richardson, 1996).

Sobre as concepções, crenças e atitudes existem vários trabalhos de síntese e de discussão teórica¹. Far-se-á apenas referência a alguns aspectos que se pensa serem importantes para os efeitos considerados neste estudo. Deste modo e depois de uma clarificação conceptual, analisam-se as concepções dos professores em relação à matemática e ao seu ensino-aprendizagem, à resolução de problemas e à sua profissão.

¹ Dos trabalhos efectuados nesta área destacam-se os de Thompson (1992), Ponte (1992), Pajares (1992) e Richardson (1996).

Atitudes, Crenças, Concepções e Conhecimentos dos Professores – clarificação conceptual

Crenças², concepções e atitudes são conceitos difíceis de definir e nalguns casos de diferenciar (e.g. Ball, 1990; Pajares, 1992; Thompson, 1992; Matos, 1991; Kagan, 1992), uma vez que, segundo Pajares (1992), são utilizados em diversos campos de estudo, o que implica que tenham vários significados e sejam objecto de diferentes explicações acerca da sua natureza, em particular psicológicas e filosóficas. Por esta razão, na maior parte das investigações revistas, os investigadores não procuraram definir em termos absolutos e com grande profundidade qualquer destes conceitos, preferindo uma definição relativa. Apresentar-se-á, de seguida, a posição de alguns investigadores sobre conceitos tratados.

Atitude, para Rokeach (1968), é uma organização mental de várias concepções focadas num objecto ou situação, que predispõe a pessoa a responder de uma maneira preferencial. Aiken (1974) foi dos primeiros a elaborar uma escala bipolar para estudar as atitudes com duas dimensões: o prazer da matemática e o valor da matemática. Em relação ao conceito de atitude, os vários autores estão de acordo em dois aspectos: (a) as atitudes são elaboradas a partir da experiência; e (b) se um indivíduo tem um conjunto de predisposições em relação a um dado objecto num dado ambiente elas tendem a afectar a resposta a esse mesmo objecto (Matos, 1992).

McLeod (1992) menciona que muitas investigações usam a palavra atitudes, como um termo geral que inclui crenças sobre a matemática e sobre si, por isso torna-se difícil de distinguir os dois conceitos. Para este autor, atitude refere-se à resposta afectiva que envolve sentimentos positivos ou negativos de intensidade moderada e estabilidade razoável. As atitudes em relação à matemática podem incluir, por exemplo, gosto pela Resolução de Problemas, curiosidade pela Topologia ou aborrecimento com a Álgebra. As atitudes podem desenvolver-se de dois modos diferentes. Por um lado, podem resultar da automatização de uma reacção emocional repetida em relação à matemática. Por exemplo, se um aluno teve experiências negativas repetidas com as demonstrações em Geometria, a reacção emocional será cada vez menor em intensidade com o passar dos tempos e a resposta tende a ser mais estável, podendo ser medida através de um questionário. Pode

² Apesar do termo *belief* ser traduzido por vários autores, por crença, convicção ou mesmo concepção, neste trabalho optou-se pelo termo crença, uma vez que é o mais utilizado na literatura revista quer de língua portuguesa quer de língua castelhana, mantendo-se a tradução dos autores quando a eles se fizer referência.

Commented [J5]: nota é 1 ou 2

também ocorrer a transferência de uma atitude já existente para uma tarefa nova. mas com ela relacionada. Por exemplo, um aluno que tenha um atitude negativa com as demonstrações em Geometria pode adoptar a mesma atitude em relação às demonstrações em Álgebra. Se as atitudes desenvolvem uma resposta emocional, deve ser possível analisá-las em termos de respostas emocionais correspondentes. Por exemplo, se um aluno fica frustrado com o ensino assistido por computador pode desenvolver uma atitude negativa em relação aos computadores; se o aluno fica satisfeito por trabalhar com os seus colegas em problemas de matemática, pode desenvolver uma atitude positiva em relação ao ensino através do trabalho de grupo em matemática.

O conceito de crença, tal como afirma Thompson (1994) na sua revisão de estudos sobre crenças, não é definido pela maioria dos investigadores que o utilizam, pois parecem assumir que os leitores são possuidores da definição. Entende-se crença no sentido de aceitação ou crédito que se dá a uma proposição ou juízo sem a preocupação de demonstrar a sua veracidade. Nesta perspectiva, parece situar-se Green (1971), que define crença como sendo uma proposição que é simplesmente aceite como verdadeira pelo indivíduo.

Green (1971) identifica no sistema de crenças três dimensões em relação à forma como estão relacionadas umas com as outras. A primeira dimensão refere que o sistema de crenças é uma estrutura quase-lógica. Quer isto dizer que existe uma relação de dependência entre as crenças, do mesmo modo que existe uma dependência entre as premissas e as conclusões, ou entre as causas e os efeitos. Assim sendo, existem algumas crenças principais e outras secundárias. Por exemplo, o professor que acredita que é importante a resolução de problemas (crença principal) fará com que os seus alunos resolvam problemas e que explicitem os seus pensamentos (crenças secundárias). A segunda dimensão, refere que as crenças têm a ver com o grau de convicção com que são adquiridas, pelo que diferentes crenças têm diferentes graus de convicção. Podem ser vistas no sistema como centrais ou periféricas conforme são mais ou menos susceptíveis à mudança. Para Green, as primeiras são mais duradouras do que as últimas. A terceira dimensão refere que a organização das crenças é adquirida segundo agrupamentos, onde cada um subsiste isoladamente, sem qualquer influência ou relação com outros agrupamentos. Kaplan (1991) também identifica dois tipos de crenças: crenças profundas e crenças superficiais. Estas últimas diferem das primeiras por não fazerem parte da filosofia pessoal sobre o ensino e estão normalmente associados a práticas "superficiais". Esta

organização dos sistemas de crenças pode ajudar a explicar algumas das inconsistências entre práticas e crenças reveladas por professores em alguns estudos (e.g. Brown, 1985; Cooney, 1985; Thompson, 1992).

Schoenfeld (1985), referindo-se aos processos de aquisição e utilização do conhecimento em matemática, dá grande importância aos sistemas de crenças, que caracteriza como sendo um conjunto de interpretações e perspectivas de cada um em relação à matemática, que estabelece o contexto psicológico em que os indivíduos aprendem matemática. Os sistemas de crenças são dinâmicos, mudando-se e estruturando-se como resultado da avaliação que fazemos quando os confrontamos com a experiência. As crenças, para Fernandes (1991a), referem-se às ideias que os indivíduos têm acerca de si próprios, da matemática, dos problemas, dos professores, da escola e do mundo em geral. Schoenfeld (1992) define crença como um conjunto de sentimentos individuais que moldam a forma como o indivíduo conceptualiza e relaciona o conhecimento. Rokeach (1968), considera-a como uma qualquer proposição que possa começar pela frase “Eu acredito que”.

Existem vários constructos que, podendo não ser sinónimos, estão relacionados com as crenças. Segundo Pajares (1992) conceitos como atitudes, valores, pré-concepções, percepções, teorias, imagens e outros não são mais que crenças “disfarçadas”.

Contudo, para Thompson (1992), a tarefa mais difícil, e que ainda continua em discussão, é a distinção entre conhecimento e crença. Assim, alguns educadores acham que não é útil procurar distinções entre crença e conhecimento, mas sim procurar saber como as crenças dos professores, ou o que eles tomam por conhecimento, afectam a sua experiência. Esta autora considera que as crenças podem ter vários graus de convicção: não são consensuais, são independentes da sua validade, são justificadas por razões que envolvem critérios não evidentes e são caracterizadas pela falta de concordância sobre a forma como devem ser avaliadas ou julgadas. Pelo contrário, o conhecimento tem como característica a concordância sobre os procedimentos que permitem avaliar e julgar a sua validade, envolvendo cânones de evidência.

Para Pajares (1992), as crenças estão relacionadas com objectos, acontecimentos, acções ou relações que um indivíduo julgar serem verdadeiras. São pessoais, mais do que universais. Podem formar-se ao acaso através de uma experiência intensa ou sucessão de acontecimentos. Para este autor é difícil saber onde acaba o conhecimento e começa a

crença. Contudo, depois de uma revisão da literatura conclui que a diferença entre crença e conhecimento reside no seguinte: enquanto que aquela é baseada na avaliação e julgamento, o conhecimento tem uma qualidade mais estável: baseia-se em factos objectivos e tende a ser mais universal na natureza e menos variável entre indivíduos. A crença tem uma componente afectiva e avaliativa mais forte do que o conhecimento, além de incluir recordações de experiências pessoais e pressupostos que não estão sujeitos à avaliação exterior ou à crítica do mesmo modo que as componentes do conhecimento. Assim, aquilo que acreditamos ser verdade tem um grande impacto nas nossas escolhas e no nosso comportamento, mais do que a nossa acumulação de “bits” de conhecimento. Neste sentido, as crenças são a parte do conhecimento menos elaborada e de ordem essencialmente afectiva. De acordo com esta última ideia está Ponte (1992), quando afirma que as crenças e os conhecimentos são conjuntos não distintos, onde aquelas representam apenas uma parte pouco elaborada destes.

Em resumo, podemos então dizer que os constructos de atitude, crença e conhecimento podem sobrepor-se e interactuar de um modo complexo para formar um sistema cognitivo que influencia o comportamento, uma vez que o conhecimento está intimamente ligado com as crenças e estas são difíceis de separar das atitudes (Brown e Baird, 1993). Por outro lado, as crenças serão distintas do conhecimento pela forma de validação; a crença é baseada na evolução e no julgamento; o conhecimento é baseado num facto objectivo (e.g. Ball, 1990; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Thompson, 1992).

Além das crenças e dos sistemas de crenças, há a considerar as concepções. Thompson (1992) identifica as concepções (ou sistemas de concepções) como sendo estruturas mentais gerais, que englobam quer as crenças quer qualquer tipo de conhecimento que se apoia na experiência, tal como significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e outras coisas semelhantes. Esta perspectiva é partilhada por Guimarães (1992) quando considera que as concepções englobam as crenças, as perspectivas e as preferências relativas a um dado elemento. Para Carrillo et al. (1998), as concepções são um conjunto de crenças que os professores possuem e as quais determinam as suas acções nas tarefas de ensino. Matos (1992) designa por concepção o esquema conceptual com o qual a realidade é permanentemente construída. As concepções são estruturas que suportam as interpretações que os indivíduos fazem e que influenciam as suas acções. Ponte (1992) refere que as concepções podem ser consideradas como os

“pressupostos” conceptuais, que condicionam a forma de abordagem das tarefas. Deste modo pode-se dizer que actuam como uma espécie de filtro sobre a informação recebida e processada (e.g. Elbaz, 1983; Ponte, 1992, Schoenfeld, 1983). Ligadas às concepções aparecem as atitudes e as expectativas.

Apesar de Thompson (1992) referir que não há necessidade de fazer a distinção entre crenças e concepções, adianta que será mais adequado falar em concepções acerca da matemática do que em crenças acerca da matemática. No entanto, Ponte et al. (1992) distinguem as crenças das concepções na medida em que aquelas são mais afectivas, enquanto estas são mais cognitivas.

Do que foi dito, constata-se que não há uma definição precisa para cada um dos conceitos analisados. De qualquer modo pode dizer-se que as concepções englobam, entre outros elementos, as crenças, conhecimentos e afectos que constituem a base das interpretações e do modo de actuar do indivíduo.

Algumas Concepções dos Professores

Nos pontos seguintes pretende dar-se uma visão geral sobre os principais resultados descritos na literatura revista relativamente às concepções sobre a matemática e sobre o seu ensino-aprendizagem, às concepções sobre a resolução de problemas e, por último, às concepções em relação à profissão. A relação das concepções com a prática será analisada no último ponto deste capítulo sobre as práticas dos professores.

Concepções dos professores sobre a matemática

Dossey (1992), assim como outros autores (e.g. Ernest, 1989, Thompson, 1992), refere que compreender as diferentes concepções sobre a matemática é muito importante para o desenvolvimento e sucesso da implementação dos programas escolares de matemática. Isto é, podem influenciar significativamente a prática dos professores de matemática. Na maior parte dos estudos, as concepções dos professores identificam-se mais com a matemática escolar do que com a matemática (e.g. Thompson, 1992).

Deste modo, as mensagens subtis transmitidas aos alunos sobre a matemática e sobre a sua natureza podem afectar o modo como adquirem perspectivas sobre a disciplina e o seu papel (e.g. Lesh, 1990; Schoenfeld, 1983; Thompson, 1988). Contudo, nem todos os

matemáticos estão de acordo sobre a natureza da matemática (Raymond, 1997). Uns vêem-na como uma disciplina estática desenvolvida abstractamente, outros vêem-na como uma disciplina dinâmica em constante mudança como resultado de novas descobertas a partir da experimentação e aplicação. Quando Hoffman¹ (1987) se refere à matemática como “a ciência dos padrões”, pressupõe uma visão da matemática que vai para além da visão tradicional, que consiste num aglomerado de fórmulas, teoremas e resultados.

Ernest (1989) considerou o sistema de concepções dos professores dividido em concepções sobre a natureza da matemática, concepções sobre o ensino da matemática e concepções sobre a aprendizagem da matemática. Vários autores (e.g. Ball, 1991; Copes, 1979; Ernest, 1989; Lerman, 1983; Skemp, 1978) têm procurado caracterizar e categorizar as concepções dos professores sobre a matemática. Destaca-se Ernest (1989) por ser um dos autores que é o mais referido na literatura para enquadrar as concepções identificadas nos professores, sobre a natureza da matemática.

Ernest (1989) propõe uma categorização das concepções sobre a matemática, baseadas em questões filosóficas e em investigações empíricas realizadas no âmbito do ensino, que se passa a descrever de forma hierárquica. A *visão instrumentalista* considera a matemática como um conjunto de factos, regras e capacidades, não necessariamente relacionadas, a serem usadas quando for necessário. A *visão platonista* considera a matemática como um corpo de conhecimentos estático e unificado, que foi descoberto e que não se cria. Obedece a um conjunto de estruturas relacionadas pela Lógica. A *visão dinâmica ou a visão como “resolução de problemas”* considera a matemática como um processo dinâmico cujos resultados podem ser submetidos a revisão; a matemática é um campo de criação e invenção humana em contínua expansão.

Raymond (1997) também faz uma categorização das várias concepções sobre a natureza da matemática, baseando-se nos trabalhos de Thompson (1982) e Ernest (1989). Esta autora parte do princípio que as concepções que os professores têm sobre a natureza da matemática, podem variar desde a ideia da matemática como uma colecção coerente e interrelacionada de conceitos e procedimentos, sem ambiguidades e arbitrariedades, até à ideia de que a matemática permite a descoberta de propriedades e relações através de investigação pessoal. Nesse sentido considera cinco categorias, que não são mais do que as propostas por Ernest (1989) com mais duas intermédias: tradicionalista (instrumentalista,

¹ Esta referência a Hoffman é feita em Davis, P. e Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. Boston:

Ernest), quase tradicionalista, nem tradicionalista nem não-tradicionalista (platónica, Ernest), quase não-tradicionalista, e não-tradicionalista (dinâmica, Ernest)

Em vários estudos realizados com professores, tem predominado uma concepção em relação à matemática mais baseada em factos e regras, em detrimento duma visão dinâmica da matemática ou seja tem prevalecido sobretudo uma visão instrumentalista (ou platonista) da matemática (e.g. Abrantes, 1986; Canavarro, 1993; Guimarães, 1988; Thompson, 1992; Ponte, 1992; Vale, 1993).

Concepções dos professores sobre o ensino da matemática

Do mesmo modo que os professores têm concepções sobre a matemática, também as têm sobre o ensino e a aprendizagem da mesma.

São vários os intervenientes na formação das concepções dos professores em relação ao ensino da matemática. Podem ser de natureza histórica, social, administrativa, educacional; estão relacionadas com os objectivos do programa, os conteúdos, as actividades propostas, e os métodos privilegiados; dependem das concepções que os professores têm sobre a matemática, a aprendizagem da matemática, o modo como os alunos aprendem, o papel do professor e o papel do aluno no processo educativo, etc.; e, finalmente, também tem a ver com o tipo de ensino a que esses professores foram, eles próprios submetidos durante a sua escolarização.

A organização do ensino e as perspectivas a seu respeito têm variado ao longo dos anos, tendo por base muitos dos resultados da investigação acerca do modo como as crianças aprendem e de como as práticas de ensino afectam essa aprendizagem. Desde então, tem-se tentado sistematizar as várias abordagens educativas em modelos de ensino. Entende-se, basicamente, que um modelo de ensino representa um conjunto específico de estratégias de ensino concebidas para alcançar um determinado tipo de resultados da aprendizagem dos alunos (e.g. Joyce, Weil e Showers 1992; Sprinthall e Sprinthall, 1993).

Durante a sua prática lectiva, um professor, normalmente recorre a várias formas de trabalho na sala de aula. Estas envolvem algumas características que são mais dominantes num modelo do que no outro. Assim, cada professor desenvolverá um estilo pessoal de ensinar de acordo com suas preferências. Deste modo, nenhuma categorização sobre o ensino é absoluta (e.g. Joyce et al., 1992). Thompson (1992), em particular, refere que as

Birkhauser. [Tradução portuguesa *A experiência matemática*, Lisboa, Gradiva, 1995]

concepções dos professores sobre a matemática é normalmente uma combinação de vários modelos.

Sprinthall e Sprinthall (1993) consideram três modelos gerais de ensino: modelo um, transmissor de conhecimentos; modelo dois, inquérito indutivo e modelo três, aprendizagem interpessoal. O *Modelo um, transmissor de conhecimentos* é talvez o mais comum e com mais tradição. A ênfase deste modelo é colocada na transmissão do conhecimento. Pressupõe que existe um corpo de conhecimentos bem estruturado e acabado a partir do qual o professor selecciona determinados factos e conceitos para “passar” aos alunos. A aprendizagem da nova informação constitui uma sequência passo-a-passo linear, onde o professor utiliza organizadores prévios¹. O objectivo é clarificado desde o início; os exemplos concretos são cuidadosamente seleccionados para demonstrarem o tema central e no final faz-se uma síntese do que foi feito, das regras e das generalizações que aprenderem. O formato mais vulgar deste tipo de ensino é a palestra. A maior desvantagem deste modelo é que a aprendizagem é excessivamente controlada e dirigida pelo professor. O *Modelo dois, inquérito indutivo* envolve a formulação de perguntas e o ensino pela descoberta. Dá uma ênfase especial a métodos indirectos como a formulação de perguntas abertas e a construção de ideias por parte dos alunos. Este método defende que se devem ensinar, mais do que factos, os conceitos e processos de inquérito. De algum modo é semelhante a ensinar segundo a perspectiva de resolução de problemas. O método da descoberta baseia-se neste modelo. O professor organiza o material constituindo-o de uma forma aberta para estimular os processos de elaborar perguntas e de exploração por parte dos alunos. No *Modelo três, aprendizagem interpessoal*, a ênfase é nas relações interpessoais. A atmosfera positiva na sala de aula é uma componente central do modelo. Enquanto que o primeiro modelo realça a aprendizagem de factos e o segundo salienta a descoberta de conceitos, o terceiro incentiva o relacionamento de relações humanas entre professor e aluno. Uma figura proeminente deste último modelo foi Carl Rogers que defendia que um ambiente onde a aprendizagem seja experiencial e onde exista afecto e empatia, cria um clima de sala de aula que facilita a aprendizagem.

Joyce et al. (1992) apresentam uma sistematização de dezenas de perspectivas sobre o ensino, das quais se destacam quatro das mais comuns: (1) o *ensino expositivo* tem como

¹ Entende-se por organizadores prévios uma formação feita pelo professor antes de apresentar a nova informação, com o intuito de proporcionar uma estrutura para a nova informação e uma relação com o conhecimento anterior do aluno (Arends, 1995).

objectivo principal o de apresentar e explicar novas ideias e informações aos alunos. O trabalho destes consiste em ouvir o professor e, eventualmente, fazer um resumo do que foi dito. Foi dominante no ensino tradicional e tem sido bastante criticado, sobretudo se for o modelo privilegiado pelo professor. Apesar de todas as críticas, ainda é a dinâmica de trabalho na aula mais utilizada pelos professores de todos os níveis de ensino. Cerca de 52% recorrem a ele no 2º ciclo do ensino básico, 69% no 3º ciclo e 81% no ensino secundário, segundo dados do relatório *Matemática 2001* (APM, 1998); (2) o *ensino directo* (ensino activo ou ensino da mestria) tem como objectivo auxiliar os alunos na aquisição de informação e competências básicas que podem ser ensinadas gradualmente. As aulas são altamente orientadas para uma meta e os ambientes de aprendizagem completamente estruturados. Este modelo não é adequado para o ensino de competências de ordem superior, nem estimula a criatividade; (3) o *ensino baseado na aprendizagem cooperativa* é uma abordagem do ensino onde os alunos que possuem competências variadas trabalham em grupo. As competências são parcialmente reforçadas pelo esforço e sucesso de cada indivíduo ou do grupo. Este modelo comporta três características principais: os alunos trabalham em equipas, estas são formadas heterogeneamente e os sistemas de recompensa são orientados para o grupo. O papel do professor resume-se, essencialmente, a ajudar os grupos à medida que eles trabalham e o solicitam. Nesta perspectiva situa-se Vygotsky (1978) quando defende o trabalho em díades. Este promove um alto desempenho em matemática, já que os alunos, além de partilharem ideias, trabalham em colaboração com vista à realização de tarefas que são comuns, o que proporciona o desenvolvimento de capacidades de ordem superior (e.g. Schoenfeld, 1987). Também as *Normas* e os *Standards 2000* recomendam o uso do trabalho cooperativo como um facilitador da comunicação em matemática; (4) o *ensino por descoberta* é comparável ao ensino directo e à aprendizagem cooperativa. Todavia, neste caso o professor, mais do que expor ou demonstrar, formula problemas, faz perguntas e promove o diálogo. Este tipo de ensino consiste na apresentação, por parte do professor, de uma situação problemática aos alunos, levando-os a pesquisar e a experimentar, tornando-os aprendizes autónomos, independentes e confiantes.

Os modelos referidos anteriormente não são específicos da matemática, mas podem ser usados na aula desta disciplina. Em relação à matemática, Kuhs e Ball (1986), com base numa revisão da literatura, identificaram pelo menos quatro concepções nos

professores acerca de como deve ser ensinada e que envolvem muitas das ideias já descritas. Vejamos as características principais de cada um dos modelos de ensino no âmbito da visão proposta por Ernest (1986). (1) No modelo *centrado no aluno*, o ensino da matemática foca-se na construção do conhecimento matemático pessoal pelo aluno, o que pressupõe uma visão construtivista da aprendizagem. Centra-se na actividade do aluno e está de acordo com uma visão da matemática mais dinâmica. Corresponde ao que Ernest define como sendo uma concepção de resolução de problemas (ou uma concepção falibilista, segundo Lerman, 1983). Neste modelo, o professor é visto como um facilitador e estimulador da aprendizagem do aluno, colocando questões e situações para investigar, desafiando os alunos a pensar e ajudando-os a ultrapassar insuficiências nos seus raciocínios. O aluno tem de validar as suas conjecturas e sustentar ou defender as suas conclusões; (2) De acordo com o modelo *centrado no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual*, o ensino da matemática é conduzido pelo conteúdo mas com ênfase na compreensão. Este modelo baseia-se numa concepção platónica da matemática (Ernest, 1994) (ou uma concepção absolutista, como refere Lerman, 1983). A ênfase do ensino é colocada nos conteúdos matemáticos, valorizando-se as ideias e os processos de raciocínios dos alunos. Esta visão está de acordo com a teoria da aprendizagem defendida pelos psicólogos da Gestalt. Brownell (1935) desenvolveu o conceito de aprendizagem significativa, reforçando a compreensão das relações entre os vários conceitos matemáticos através de processos lógicos. A diferença entre este modelo e o anterior reside principalmente, na forma como os assuntos estão organizados. Enquanto no primeiro são as ideias e interesses dos alunos que dão a orientação para os conteúdos, no segundo estes estão organizados segundo a estrutura da matemática, seguindo uma determinada sequência dada pelo professor. Neste, por um lado, o foco é o conteúdo mas, por outro, a compreensão é vista como construída por cada aluno; (3) Segundo o modelo *centrado no conteúdo com ênfase no desempenho*, o ensino da matemática privilegia o desempenho do aluno e o domínio de regras e procedimentos matemáticos. Aqui também é o conteúdo matemático o foco de atenção. Esta perspectiva está de acordo com a teoria a que Thorndike (1847-1949) chamou de “exercícios e prática”. Segundo esta perspectiva, a matemática é, essencialmente, um instrumento útil para resolver problemas do nosso dia a dia. Os conteúdos são organizados de acordo com uma hierarquia de destrezas e conceitos e apresentados sequencialmente a toda a classe, a pequenos grupos ou individualmente. O

papel do professor é demonstrar, explicar e definir o material que apresenta segundo um estilo expositivo. O papel dos alunos será ouvir, participar em interacções didácticas, como por exemplo responder às questões do professor, e fazer exercícios e problemas usando procedimentos que foram modelados pelo professor ou pelos livros de texto. Esta é a posição que mais críticas tem recebido, sobretudo porque este tipo de ensino não ajuda os alunos a compreender a estrutura da matemática, assim como não os envolve no processo de explorar e investigar ideias, negando-lhes a possibilidade de “fazerem” matemática. Este modelo parece ter subjacente uma concepção instrumentalista da matemática (Ernest, (1989); (4) De acordo com o modelo *centrado na organização da sala de aula*, o ensino da matemática é baseado na produtividade da sala de aula. O importante nesta perspectiva é que a actividade da sala de aula deve ser bem estruturada e organizada eficientemente; o conteúdo é estabelecido pelo currículo escolar. A esta perspectiva parece não estar subjacente nenhuma teoria de aprendizagem; também não foi possível identificar nenhuma concepção sobre a matemática que lhe estivesse associada. Segundo Kuhs e Ball (1986), os alunos aprendem melhor quando as aulas estão claramente estruturadas. O professor é visto como desempenhando um papel activo dirigido a toda a aula, ou seus subgrupos, e proporcionando oportunidades para que os alunos pratiquem individualmente. Nesta perspectiva, os professores eficazes são aqueles que explicam com habilidade, distribuem tarefas, orientam o trabalho dos alunos, dão-lhes “feedback” e controlam o ambiente na aula, prevenindo ou eliminando o que possa interferir nas actividades que se desenvolvem. O papel dos alunos é ouvir atentamente o professor, seguir as suas orientações, responder às suas questões e executar as tarefas que lhes são propostas. Na Tabela 2 podem ser estabelecidas as relações entre as concepções sobre o ensino da matemática e respectivas concepções sobre a matemática e teorias da aprendizagem subjacentes.

Tabela 2.

Relação entre as concepções do ensino da matemática e respectivas concepções sobre a matemática e teoria da aprendizagem.

Concepções sobre o ensino da matemática (Kuhs e Ball, 1986)	Concepções sobre a matemática (Ernest, 1989)	Teorias de aprendizagem da matemática	Modelos de ensino da matemática (Joyce et al., 1992)
Foco no aluno	A matemática como resolução de problemas (Visão dinâmica)	Construtivismo (e.g. Cobb, 1996)	Cooperativo e por Descoberta

Foco no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual	Platonismo (Visão estática)	Matemática significativa (e.g. Brownell, 1935)	Directo
Foco no conteúdo com ênfase no desempenho	Instrumentalismo (Visão utilitarista)	Exercícios e prática (e.g. Thorndike, 1924)	Expositivo

Para Dossey (1992), a concepção que o professor tem sobre como deve ser o ensino da matemática dentro da sala de aula depende da sua concepção sobre a natureza da matemática. Pode ser vista como uma crença consciente e subconsciente do professor, englobando conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências em relação à disciplina de matemática. Esta posição também é defendida por Ernest (1989) e Ball (1991).

De modo geral, pode-se considerar dois momentos distintos numa aula de matemática: exposição pelo professor seguida de prática pelos alunos. Deste modo, podemos dizer que o ensino da matemática é mais centrado nos conteúdos com ênfase no desempenho do que com ênfase na compreensão conceptual ou centrado no aluno (e.g. Canavarro, 1993; Guimarães, 1988, Vale, 1993).

Concepções dos professores sobre a resolução de problemas

Apesar de haver unanimidade no reconhecimento da importância que a resolução de problemas desempenha num currículo escolar de Matemática, há que ter em atenção o modo de encarar a resolução de problemas que poderá afectar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, assim como da própria resolução de problemas. Vários autores apresentam perspectivas diferentes sobre o modo de encarar a resolução de problemas (e.g. Branca, 1980; Charles, 1991; Hatfield, 1978; Lester, 1980; Mendonça, 1999; Schroeder e Lester, 1989; Stanic e Kilpatrick, 1989) que não diferem grandemente uma das outras. Podemos concluir que, das posições de vários investigadores, da perspectiva pessoal da investigadora e da perspectiva geral dos programas, que a resolução de problemas é encarada, por um lado, como um *processo*, quando pretendemos dotar os alunos com estratégias de resolução, tornando-os resolvedores de problemas cada vez mais aptos; é também uma *finalidade*, quando tentamos atender aos aspectos matemáticos como sejam: explorar, perguntar, investigar, descobrir e usar raciocínios plausíveis; e, por fim, é

um *método de ensino*¹, que surge para introduzir conceitos envolvendo exploração e descoberta, articulado com as finalidades de ensino de factos, conceitos e procedimentos matemáticos.

Ernest (1992) refere que a concepção que o professor tiver sobre a natureza da matemática como disciplina condiciona a concepção que tem acerca da resolução de problemas. Assim, numa visão da matemática dinâmica (como resolução de problemas) a resolução de problemas será o método privilegiado de ensino a utilizar na sala de aula. Esta visão pressupõe uma autonomia ao aluno na escolha e na formulação de problemas para resolver. Permite que os alunos questionem a natureza das actividades na aula, dando-lhes oportunidades de construir a sua solução. É um processo que provoca discussão na negociação de estratégias e de provas. Uma visão platónica da matemática encara a resolução de problemas como um meio de desenvolver e utilizar estratégias e processos matemáticos, assim como é um meio de descobrir as verdades e estruturas matemáticas. São proporcionados ao aluno contextos e problemas para experimentar e explorar, sendo guiados pelo professor na resolução dos problemas. Espera-se que o conhecimento surja das experiências propostas, onde o professor é um facilitador. Segundo a visão instrumentalista, vê a resolução de problemas como uma execução de tarefas não rotineiras e com resposta certa, imposta pelo professor. O professor é o transmissor da informação, os problemas são meios secundários para reforçar e motivar a aprendizagem.

Falar do ensino da resolução de problemas é falar do ensino da matemática. Esta leitura pode ser feita a partir das *Normas 2000*, quando referem que a utilidade e o poder das ideias, conhecimento e capacidades matemáticas ficariam seriamente limitadas sem a capacidade para resolver problemas. Por outro lado, a maior parte da investigação realizada no âmbito das concepções acerca da matemática e do seu ensino, referem-se especificamente às concepções na área da resolução de problemas.

As concepções sobre a resolução de problemas parecem afectar quer o seu desempenho (e.g. Schoenfeld, 1992) quer o seu ensino (e.g. Thompson, 1992). Uma vez que a resolução de problemas é grandemente influenciada pelas concepções manifestadas por professores e por alunos, é importante que estes acreditem que são capazes de resolver problemas e que aqueles acreditem que são capazes de ensinar.

¹ Esta perspectiva será desenvolvida mais à frente.

As concepções têm um papel também importante nos professores. O significado que um professor dá à matemática vai condicionar a natureza das actividades e do ambiente na sala de aula. Por sua vez, este ambiente moldará os comportamentos e as concepções dos alunos em relação à resolução de problemas e à aula de matemática. Schoenfeld (1992) refere que os alunos formam as suas concepções em grande parte a partir das suas experiências na sala de aula, e que estas moldam o comportamento.

Ensinar matemática num contexto de resolução de problemas envolve mais do que recordar factos para aplicar em procedimentos bem aprendidos (e.g. Lester, 1984, 1997). Um professor, para implementar com sucesso um determinado tipo de ensino de resolução de problemas, deve antes de mais gostar e ser capaz de resolver problemas. Conforme refere Ponte e Canavarro (1994), há professores que não implementam aulas de resolução de problemas, porque eles próprios não estão inclinados para esse domínio.

Pode dizer-se que o medo e a ansiedade colocam o professor por “trás do livro de texto” ou de atitudes e métodos mais directivos como formas de defesa pessoal perante o desconhecido e o inesperado. O envolvimento em actividades de resolução de problemas é uma tarefa difícil de orientar, tanto mais quanto mais abertas foram as propostas de trabalho, podendo levar o professor para assuntos para os quais não está preparado (tanto pelo conteúdo e a forma de resolver que envolvem, como também pelas reacções dos alunos, e consequentemente, pelo tipo de questões colocadas e comportamentos que podem suscitar¹).

Dos trabalhos desenvolvidos no âmbito da resolução de problema na formação inicial de professores pelo projecto *GIRP* (Borrvalho, 1997; Cabrita, 1997; Fernandes, 1994; Fonseca, 1997; Leitão e Fernandes, 1997; Palhares, 1997; Vale, 1997) algumas das conclusões a nível das concepções podem ser resumidas no seguinte: os alunos consideram a resolução de problemas como algo distinto da matemática, ainda que com ela relacionada; reconhecem-lhe uma utilidade essencialmente prática e lúdica; manifestam uma visão platónica e instrumental da matemática; consideram que se trata de uma disciplina difícil, mas que pode ser aprendida se houver estudo árduo e persistência; atribuem o insucesso em matemática aos alunos que não têm bases nem estudam; vêem a matemática como um corpo ordenado de conhecimentos; pensam que ser professor de matemática é essencialmente ensiná-la bem, não cometer erros científicos, mostrar a

¹ Esta ideia já foi desenvolvida no capítulo anterior, quando se falou no ensino da resolução de problemas

aplicabilidade da Matemática, incentivar o aluno e mostrar o lado positivo e “bonito“ da Matemática.

Apesar das concepções serem dificilmente alteradas (Thompson, 1992) há estudos que mostram que os alunos em formação inicial podem modificar algumas. É o caso dos trabalhos de alguns autores portugueses (e.g. Abrantes, 1986, Fernandes, 1992; Vale, 1997) que parecem apontar no sentido de ser possível ensinar a resolver problemas aos alunos, futuros professores e facilitar o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação a esta tarefa.

Aos alunos e aos futuros professores devem ser proporcionados contextos diversificados que lhes dêem a oportunidade de praticar, num número significativo de estratégias. Há estudos, quer com alunos, quer com professores em formação, cujos resultados têm mostrado uma melhoria no desempenho em resolução de problemas, quando ensinados através de um modelo que recorra a estratégias de resolução de problemas (e.g. Fernandes, 1988; Charles e Lester, 1986; Vale, 1993,1997). Algumas experiências (e.g. Carrillo, 1995; Llinares, 1996) mostram que o ensino da resolução de problemas na formação de professores, baseado em estratégias, pode fomentar a prática e as concepções e, ligando a prática com as concepções, podem ser um meio eficaz de fazer mudanças seguras.

Concepções dos professores sobre a profissão

O professor é uma peça fundamental no processo de ensino-aprendizagem na sala de aula. Este reconhecimento conduziu a um aumento da investigação, nos últimos anos, sobre a pessoa do professor. No entanto, ser professor é uma actividade diversificada e sobre a qual existem visões muito diversas.

No passado, a profissão de professor era bastante dignificante e respeitada. Depois da licenciatura havia que fazer um estágio pedagógico (dois anos) não remunerado e a carreira era bastante exigente. Nos últimos anos, o ensino confrontou-se com falta de professores, em certa medida devido à enorme explosão escolar que se deu, havendo necessidade de recorrer a profissionais provenientes de fora da área de ensino e, muitas vezes de fora da área da matemática. Deste modo ser professor de matemática, passou a ser socialmente encarado como uma função ao alcance de qualquer pessoa, o que contribuiu em muito, para a desvalorização profissional. Parece ser uma concepção generalizada a de que os

professores têm um estatuto profissional e social bastante desvalorizado (e.g. Feiman-Nemser e Folden, 1986; Ponte et al., 1998e).

Feiman-Nemser e Folden (1986) efectuaram um trabalho sobre a cultura do professor, onde referem ser de grande importância o estudo das suas concepções sobre a profissão, sobretudo a nível de decisões políticas sobre reformas educativas. Passamos a sintetizar alguns dos pontos tratados por aqueles autores e por Ponte et al. (1998e). A profissão de professor, pode ser analisada sob dois pontos de vista: um inerente ao próprio indivíduo, neste caso o professor, e outro o exterior a ele. Do ponto de vista exterior, é uma actividade bastante desvalorizada pela sociedade. Por exemplo, nos Estados Unidos, os próprios pais desencorajam os filhos a serem professores, em virtude da imagem negativa que a sociedade tem sobre eles. Do ponto de vista dos professores, as opiniões são mais diversificadas. Há aqueles que têm uma concepção muito negativa da sua profissão, que se traduz na falta de investimento e de responsabilidade pelas suas funções educativas: a sua actividade resume-se ao cumprimento de um horário. Há também aqueles que, apesar das grandes pressões a que está sujeita a sua função, são responsáveis e competentes, mostrando grande disponibilidade para investir na sua profissão. Exemplo disso é a adesão a projectos de inovação, a partir dos quais possam melhorar as suas práticas e que, conseqüentemente, possam traduzir-se em resultados positivos no ensino-aprendizagem dos seus alunos. De qualquer modo, parece que as únicas compensações que os professores têm na sua profissão estão relacionadas com os alunos e decorrem não só da participação no desenvolvimento cognitivo dos alunos, mas também das relações afectivas que com eles conseguem estabelecer. Outros professores, pelo contrário, sentem-se completamente frustrados com a falta de sucesso dos seus alunos e mostram-se incapazes de inverter essa tendência. Parece ser unânime o desagrado que sentem em relação ao baixo salário usufruído.

Em relação às diferentes culturas dos professores que possam existir pode dizer-se que, apesar de se considerarem “mal pagos” e “mal vistos”, ainda conseguem sentir-se estimulados para promover um ensino que contribua para o desenvolvimento dos alunos.

Práticas dos Professores

O estudo sobre as práticas dos professores ajuda-nos a compreender como pensam e agem os futuros professores na sua actividade profissional. De facto, é através da experiência que se aprende e se desenvolve o conhecimento prático dos professores.

A prática de um professor também tem muito a ver com o modo como se aprende a ensinar. Nesse sentido, começemos por analisar alguns modos de aprender a ensinar matemática antes de nos focarmos nas práticas dos professores.

Há professores que se tornam mais competentes com a idade, enquanto que outros, pelo contrário, tornam-se menos competentes ou até indiferentes. Alguns são inovadores, reflexivos, abertos à mudança, críticos sobre o seu trabalho e empenhados. Outros são precisamente o oposto. Ainda não se conseguiram isolar as variáveis que controlam estas diferenças. De qualquer modo, tornar-se um professor competente, como em qualquer actividade profissional, exige tempo, apesar de, à partida, certos profissionais poderem ter mais “vocação” do que outros. Como “se faz” um professor? Se ensinar é uma arte então a resposta está na selecção de talentos e capacidades. Se ensinar é uma ciência, a solução será testar e verificar experiências educativas. O ensino possui uma base científica que pode orientar a prática, mas também comporta um lado artístico (e.g. Brousseau, 1997; Gage, 1978; Sprinthall e Sprinthall, 1993; Schwartz, 1996; Schön, 1983). Em particular, Schön (1983) refere que “a profissão de ensino é uma actividade complexa que implicitamente envolve processos artísticos intuitivos em situações incertas, instáveis, ricas e de conflitos de valores” (p.49).

Diversos modelos têm sido propostos ao longo do tempo para a formação de professores (e.g. Ferry, 1983; Comiti e Ball, 1996; Cooney e Krainer, 1996; Cooney, 1994b; Haggarty, 1995; Schwartz, 1996; Schön, 1983). Apesar de não existirem teorias unificadoras sobre o assunto, podemos inferir que todos defendem um programa de formação numa perspectiva construtivista e reflexiva.

A perspectiva construtivista é apropriada para saber como os alunos aprendem matemática, mas também é relevante na formação de professores, facilitando a compreensão de como as pessoas aprendem a tornar-se professores. Neste sentido Fosnot (1997), refere o seguinte: se o processo de ensino-aprendizagem é uma construção e se os professores tendem a ensinar como foram ensinados, mais do que como foram ensinados a ensinar, então a formação de professores necessita de desafiar, esclarecer e discutir as convicções dos professores. Os professores necessitam de estar envolvidos em

experiências de aprendizagem que confrontem as convicções tradicionais com experiências onde possam estudar os alunos e onde possam trabalhar colaborativamente. Somente através de questionamentos exaustivos, reflexão e construção é que o construtivismo poderá concretizar-se. Podemos dizer que grande parte das situações criadas durante a formação de professores devem ocorrer na sala de aula, emergindo das próprias questões levantadas pelos alunos.

A maior parte dos professores aprendeu matemática (e não só) através dos métodos tradicionais que os reformadores pensam substituir. Além disso, o ensino e aprendizagem no ensino superior segue a mesma tradição que as escolas básicas e secundárias. No ensino superior, o ensino e aprendizagem ainda segue, na grande maioria, o padrão tradicional, onde os alunos são receptores passivos do conhecimento que lhes é apresentado, primeiramente pelo professor e em seguida pelos livros. O ensino está focado na resolução de exercícios e prática, e na demonstração de soluções dos problemas. A formação de professores não é exceção, dando-se aos futuros professores um conhecimento dos conteúdos assentes em técnicas e materiais (Feiman-Nemser, 1990). Mesmo quando os professores seguem uma perspectiva cognitivista de ensino, os alunos raramente são tratados como construtores da sua própria aprendizagem. Esta abordagem faz com que eles adquiram determinadas rotinas sem um desenvolvimento conceptual. Deste modo começam a ter uma perspectiva da matemática como uma lista de regras e factos não relacionados que têm de memorizar (Garofalo e Lester, 1985). Uma vez desenvolvidas estas percepções, torna-se difícil aplicar ou desenvolver outro tipo de perspectiva mais conceptual. Este tipo de ensino terá consequências para os futuros professores, que adquirem um conhecimento dos conteúdos com uma baixa compreensão conceptual e que terão portanto, dificuldade em desenvolver outro tipo de ensino (Stoddart et al., 1993). Neste sentido, a matemática deve ser ensinada, efectivamente segundo uma perspectiva construtivista onde os alunos construam a sua própria aprendizagem através do envolvimento nas actividades e no processo de questionamento e discussão constantes e onde o aluno e professor ajam como colaboradores. Assim, exige-se que os futuros professores não só compreendam os conceitos que têm que ensinar, mas também saibam como fazê-lo. Conforme referem Stoddart et al. (1993), o modo através do qual os conteúdos são ensinados exerce uma poderosa influência no desenvolvimento da compreensão dos conceitos matemáticos dos novos professores.

O uso da perspectiva reflexiva na preparação de professores tem sido um importante tema em educação, sobretudo a partir dos trabalhos de Schön (1983). Podemos afirmar que esta visão é adoptada por um dos modelos de formação apontados por Ferry (1983). A autora considera vários modelos de formação de professores, tendo em atenção o tipo de processos e a sua dinâmica formativa, a saber: um centrado nas aquisições, onde a teoria precede a prática; outro centrado na experimentação, onde a ênfase é colocada no projecto individual, numa interacção contínua entre a experiência vivida e a análise reflexiva; e um último, centrado na análise, que defende o desenvolvimento da capacidade de observar e de analisar as situações.

A reflexão é uma actividade importante e constante na vida do professor, que se defronta com inúmeras situações para as quais não tem resposta e que o obrigam a tomar decisões. Já que o professor deve reflectir sobre a sua prática, a sua formação deve proporcionar situações que possibilitem e estimulem essa reflexão. Os professores em formação inicial devem ter oportunidades de explorar o seu próprio conhecimento pessoal durante a sua formação e de comparar a compreensão pessoal, opiniões, mitos e observações com o desenvolvimento do conhecimento profissional no processo de preparação pessoal (e.g. Gimeno, 1990; Nóvoa, 1995; Thompson, 1992; Wodlinger, 1999). Assim, Wodlinger (1999) propõe que um programa de formação inicial deve ser tripartido pela teoria, a prática e o “eu” (compreensão das teorias pessoais, de acordo com a visão da profissão e da melhor prática). Em particular, Thompson (1992) refere que os professores só conseguem justificar de um modo coerente quer as suas concepções quer as suas acções através da reflexão, e deste modo conseguirem outros modos de pensar e actuar.

Schön (1983), como já foi referido anteriormente, propõe três processos independentes que constituem o pensamento prático do professor: (1) o conhecimento-na-acção; (2) a reflexão-na-acção; e (3) a reflexão sobre a acção e sobre a reflexão na acção. Este tipo de pensamento, que não pode ser ensinado mas pode ser aprendido, é importantíssimo para que o professor compreenda os processos de ensino-aprendizagem de modo a poder promover, de forma inovadora, uma mudança quer nos programas quer na sala de aula. O conhecimento-na-acção é o processo que orienta a actividade humana e se caracteriza pelo “saber fazer”. A reflexão-na-acção é o processo pelo qual os profissionais (práticos) aprendem a partir da análise e interpretação da sua própria actividade. Este processo de reflexão é o melhor instrumento de aprendizagem, pois no

contacto com uma situação prática constroem-se novos conceitos, esquemas e teorias. Finalmente, a reflexão sobre a acção e sobre a reflexão-na-acção consiste na análise que o indivíduo faz *a posteriori* sobre as características e processos da sua própria acção. A reflexão sobre a acção analisa o conhecimento na acção e a reflexão na acção em relação com a situação problemática e o seu contexto.

Schön defende o desenvolvimento de um *practicum*¹ reflexivo, de modo a que o professor reflecta na e sobre a sua prática. Neste desenvolvimento, Schön (1995) junta três dimensões de reflexão sobre a prática: a compreensão da matéria pelo alunos; a interacção interpessoal entre o professor e o aluno; e a burocracia da prática, isto é, o modo de trabalhar na escola. Contudo, vê duas dificuldades para a introdução de um *practicum* reflexivo na formação de professores:

a epistemologia dominante das universidades é o seu currículo profissional normativo: primeiro ensinam-se os princípios científicos relevantes, depois a aplicação desses princípios e por último tem-se um *practicum* cujo objectivo é aplicar à prática quotidiana os princípios da ciência aplicada. (p.91)

Podemos dizer que a maior parte dos programas de formação de professores têm em conta duas componentes fundamentais: científico-cultural, que proporciona ao professor conhecimentos sobre conteúdos a ensinar e, psicopedagógica, que permite ao professor desenvolver o processo ensino-aprendizagem na sala de aula com alguma segurança. Nos últimos tempos, esta abordagem tem vindo a sofrer algumas alterações, tendo-se acrescentado uma terceira componente de desenvolvimento profissional.

Um professor de matemática de qualquer nível de ensino, segundo Ponte et al. (1998e), deve ter uma formação em três vertentes

uma vertente científica, na medida em que o professor necessita de actualizar e aprofundar os seus conhecimentos e competências matemáticas, estabelecendo uma relação tanto quanto possível positiva com esta ciência; uma vertente didáctica, que ajude o professor a distinguir modos alternativos de seleccionar objectivos, organizar tarefas e situações de aprendizagem, formular critérios de avaliação, e determinar procedimentos de actuação para cada tipo de circunstâncias; e uma vertente de desenvolvimento profissional e organizacional, que proporcione o estabelecimento de metas possíveis próprias, bem como situações de colaboração com outros profissionais e de intervenção na escola e na comunidade. (p.301)

Aprender a Ensinar Matemática

Segundo vários autores (e.g. Fennema et al., 1989; Koehler e Grouws, 1992; Lester, 1997; Simon, 1994), aprender a ser professor de matemática é semelhante a aprender matemática. Neste sentido, não existem projectos ou modelos específicos de formação de professores de matemática. De qualquer modo, iremos abordar algumas propostas específicas para a formação de professores.

A *Mathematical Association of America* (MAA) editou um documento, *A Call For Change* (1991), na sequência de dois outros publicados até então (NRC, 1989; NCTM, 1989) e do reconhecimento da comunidade de educação matemática acerca das mudanças que se estavam a dar nas aulas de matemática. Este documento contém recomendações para a preparação dos professores de matemática de todos os níveis de ensino. Segundo aquela associação, todos os programas de formação de professores devem tê-las em atenção, para além das expressas pelas *Normas Profissionais*. Neste sentido, enunciam, numa primeira parte, seis normas que são comuns à preparação de todos os professores de qualquer nível, e, numa segunda parte, as normas específicas para cada nível de ensino. As normas comuns são: (1) aprender ideias matemáticas; (2) relacionar ideias matemáticas; (3) comunicar ideias matemáticas; (4) construir modelos matemáticos; (5) usar a tecnologia; e (6) desenvolver perspectivas. As recomendações das *Normas Profissionais*, que perspectivam o desenvolvimento profissional do professor, a aplicar nos programas de formação de professores de qualquer nível, ou mesmo em qualquer experiência de aprendizagem dos professores de matemática, são: (1) experimentar um bom ensino da matemática; (2) saber matemática e conhecer a matemática escolar; (3) conhecer o modo como os alunos aprendem matemática; (4) conhecer a pedagogia da matemática; (5) progredir enquanto professor de matemática; e (6) reflectir sobre o papel do professor no desenvolvimento profissional.

Boero et al. (1996) desenvolveram três ideias orientadoras para a formação de professores de matemática: (1) O professor deve tornar-se cada vez mais competente em matemática: “quem sabe matemática, sabe como ensiná-la”. Esta afirmação poderá ser polémica entre os educadores matemáticos. Contudo, “saber matemática” é um requisito para se ser professor de matemática, e deve incluir conhecimentos de história da matemática, epistemologia da matemática e filosofia da matemática. Esta competência

¹ Entende-se por *practicum*, segundo Nóvoa (1995), os momentos estruturados de prática pedagógica -

pode permitir aos professores compreender quer as relações entre os conceitos matemáticos como construção conceptual e formalização, quer as relações entre a matemática e outros domínios (e.g. Física, Filosofia,); (2) O professor deve desenvolver a sua competência profissional como um artífice (se possível, como um artista). A diferença entre o termo artífice e artista é que, no sentido do primeiro, o professor deve ser capaz de enfrentar os problemas profissionais de um modo flexível, enquanto que, no segundo caso, pode criar propostas inovadoras; (3) A competência profissional do professor deve assentar em diferentes domínios científicos (matemática, ciências da educação, didáctica da matemática). A formação inicial deve permitir-lhes alargar os seus conhecimentos a domínios ligados com a matemática, proporcionando uma mistura bem doseada de diferentes assuntos relacionados com diferentes níveis escolares, com diferentes ciências da educação (desde a psicologia da aprendizagem até à sociologia da educação) e com educação matemática (com o campo específico da competência profissional e/ou com o campo específico de investigação).

No âmbito de aprender a ensinar na formação inicial há autores que efectuaram alguns estudos sobre a formação de professores e a sua influência nos conhecimentos e concepções dos professores. Houve estudos que mostram que os futuros professores ignoram as ideias que a formação lhes transmite em favor das concepções já existentes (e.g. Feiman-Nemser, 1990). Outros estudos mostram que os futuros professores podem não rejeitar as ideias que não estão de acordo com as suas concepções e expectativas, mas fazem interpretações incorrectas dessas ideias. (e.g. Brown e Borko, 1992). No entanto há estudos que dão sinais de mudança, onde a reflexão aparece como um dos factores decisivos para mudar algumas das concepções dos futuros professores (e.g. Casey e Howson, 1993; Civil, 1993; Lester, 1997; Simon, 1994). Neste sentido analisaremos, em particular, o acto de aprender a ensinar matemática segundo uma aprendizagem por ciclos de Simon (1994), e a aprendizagem centrada na resolução de problemas.

Aprendizagem por ciclos

Simon (1993, 1994) pressupõe que aprender a ser professor de matemática é semelhante a aprender matemática, baseando-se no facto de que quer a matemática quer o seu ensino são actividades de resolução de problemas e que ambas envolvem compreensão

estágio, aula prática e tirocinio- integrados nos programas de formação de professores.

conceptual. Assim, propõe um modelo de formação de professores baseado: (1) na perspectiva construtivista social, (e.g. Cobb, 1996; von Glaserfeld, 1996); (2) no conceito de situações didáticas, segundo o qual o professor deve propor ao aluno situações para investigar (e.g. Brousseau, 1997); e (3) na aprendizagem por ciclos (proposta inicialmente por Karplus et al., 1977) que fornece as indicações para caracterizar certas unidades de ensino (uma aula ou uma unidade de aulas) mas também para pensar sobre a aprendizagem durante um curso ou um programa.

Simon refere que as construções internas do conhecimento de um objecto são colocadas dentro de um ciclo recursivo de aprendizagem, no qual a pessoa explora o objecto, identifica o conceito chave sobre o objecto a partir da reflexão sobre aquelas explorações e, então, aplica o conhecimento desenvolvido num estágio de novas explorações. Partindo desta ideia, propõe um modelo para a formação de professores de matemática. Segundo Ferdinand (1999), este é o único modelo, sobre o processo de aprendizagem de professores em formação inicial que está de acordo com as recomendações das *Normas Profissionais*. As *Normas* deram uma visão da aula de matemática que representa uma mudança radical da aula tradicional, em que o aluno se deve envolver em situações matemáticas, comunicar as suas ideias quer oralmente quer por escrito, e modificar e validar essas ideias. Neste sentido, as *Normas Profissionais*, segundo Simon (1994), especificam as principais linhas de actuação na aula de matemática para esta nova visão se concretizar: (1) em direcção a aulas entendidas como comunidades matemáticas, (longe das aulas como simples conjuntos de indivíduos); (2) em direcção a verificações lógicas e matemáticas, (longe do professor como a única autoridade com respostas certas); (3) em direcção ao raciocínio matemático, (longe de procedimentos meramente memorizáveis); (4) em direcção a conjecturar, a inventar e à resolução de problemas, (longe da ênfase na procura de respostas mecanizadas); e (5) em direcção às conexões matemáticas, às suas ideias e suas aplicações, (longe de tratar a matemática como um corpo de conceitos isolados e procedimentais). Assim, Simon propõe seis objectivos que os professores em formação necessitam de prosseguir: (1) o conhecimento matemático (i.e., o conhecimento conceptual e procedimental); (2) o conhecimento sobre a matemática (i.e., a natureza da matemática); (3) o conhecimento de teorias de aprendizagem significativas, pessoais e úteis; (4) o conhecimento do desenvolvimento de ideias matemáticas nos alunos; (5) a capacidade para planear o ensino; e (6) a capacidade para

interactuar eficazmente com os alunos (ouvir, questionar, monitorizar e facilitar o discurso na sala de aula). Estas componentes da aprendizagem do professor constituem a base dum modelo¹ de formação de professores em matemática que consiste em seis ciclos.

O primeiro consiste na exploração de situações matemáticas de modo a contribuir para o desenvolvimento do professor nas três áreas referidas atrás (conhecimento da matemática, conhecimento acerca da matemática e desenvolvimento pessoal de teorias de aprendizagem). As experiências matemáticas de cada professor (ciclo um) servem para explorar a aprendizagem sobre a natureza da matemática (ciclo dois) e para a aprendizagem acerca de como as pessoas aprendem matemática (ciclo três). Os professores têm oportunidade de aplicar as suas concepções sobre a matemática e sobre a aprendizagem matemática nos estádios seguintes quatro, cinco e seis. Enquanto no ciclo três os professores desenvolvem teorias gerais de aprendizagem (e.g. a matemática é construída individual e socialmente), o ciclo quatro representa o desenvolvimento da compreensão por parte do professor em relação à aprendizagem dos alunos em determinado e específico conteúdo matemático (e.g. como as crianças desenvolvem o conhecimento sobre razão) e a compreensão de comportamentos dos alunos quer a nível cognitivo quer a nível matemático. O ciclo cinco foca-se na aprendizagem acerca da planificação do ensino da matemática. Esta planificação está directamente ligada com a sua prática. O ciclo seis pode ser visto como um conjunto de ciclos de aprendizagem no que diz respeito aos aspectos de ensino que envolvem interacções com os alunos. Estas interacções compreendem ouvir e questionar os alunos, quer individualmente quer em grupos, facilitando o discurso. Esta exploração é feita na sua própria aula ou nas aulas dos colegas. Faz parte da aprendizagem dos trabalhos reflectir sobre esta exploração, quer através de diários quer através de reuniões de professores e de supervisores. Os seis ciclos sucedem-se, recursivamente, durante toda a aprendizagem e crescimento profissional. Neste sentido, aprender a ser professor pode ser visto como um processo de desenvolvimento cognitivo, onde diferentes domínios do conhecimento se constroem uns sobre outros.

Apesar deste modelo ser ainda bastante recente para averiguar da sua eficácia como base para a formação de professores, admite-se que reforça a necessidade dos futuros professores reflectirem sobre as suas experiências e, conseqüentemente, desenvolverem

¹ Para um estudo mais aprofundado deste modelo de aprendizagem por ciclos, consultar Simon (1994).

perspectivas teóricas sobre a natureza da matemática, a aprendizagem da matemática e a pedagogia matemática.

Aprendizagem centrada na resolução de problemas

Os participantes nas diversas investigações que se têm realizado no âmbito da resolução de problemas em matemática, e que envolvem professores com experiência (e.g. Abrantes, 1986; Boavida, 1993; Delgado, 1993; Guimarães, 1988; Ponte e Canavarro, 1994) ou professores em formação inicial ou em início de carreira (e.g. Fernandes, 1988; Fonseca, 1995; Vale, 1993), são unânimes na importância que conferem a este domínio, quando se fala do ensino da matemática. No entanto, na prática (e.g. Boavida, 1993; Guimarães, 1988; Ponte e Canavarro, 1994; Vale, 1993), verifica-se que os professores têm dificuldade em integrar a resolução de problemas na sua prática diária, apresentando razões várias para tal facto. Um professor, para promover eficazmente um ensino de resolução de problemas tem que, primeiramente, ter vontade e gosto de aprender a resolver problemas. Tem igualmente que sentir e reconhecer que a resolução de problemas é essencial no ensino e aprendizagem da matemática, não só como conteúdo, mas como um processo que atravessa o estudo da matemática e proporciona um contexto no qual os conceitos e capacidades são aprendidos. Deve ainda reconhecer que o seu ensino vai ser, com certeza diferente do ensino tradicional (que eventualmente recebera), com muitos mais desafios e incertezas. Deste modo, a formação inicial tem que desenvolver um programa que vá de encontro a estes pressupostos. Conforme refere Guzmán (1993), a preparação necessária a um professor, segundo um ensino centrado na resolução de problemas, requer um envolvimento sério e profundo. Não se trata de saber meramente uns quantos “truques”, mas de adquirir novas atitudes e procurar o enriquecimento pessoal que seja eficaz, mediante o recurso à formação de pequenos grupos de trabalho.

Vários educadores defendem um ensino da matemática centrado na resolução de problemas para professores em formação (e.g. Boero et al., 1996; Carrillo e Guevara, 1998; Casey e Howson, 1993; Kloosterman e Mau, 1997; Lester, 1997; Lubienski, 2000; Murray et al., 1998; NCTM, 1998; Olivier e Human, 1998). Assim vemos duas propostas, que não diferem grandemente, como seria de esperar, do ensino de resolução de problemas.

Casey e Howson (1993) desenvolveram um programa de ensino para futuros professores do ensino básico de modo a desenvolver professores independentes e criativos,

que por sua vez desenvolvessem as mesmas características nos seus alunos. A finalidade de uma aula centrada em problemas é desenvolver resolvedores independentes e capazes de reorganizar e planear o ensino. A chave para um ensino eficaz em qualquer grau de ensino é o foco na resolução de problemas no trabalho diário. A melhor maneira dos futuros professores perceberem esta perspectiva de ensino é vivenciar os dois tipos de ensino: um ensino baseado na resolução de problemas e outro ensino directo ou tradicional. Só assim, se tornam claras para o futuro professor as diferenças entre as duas abordagens. Segundo estas autoras, este tipo de iniciativa é o que vai despoletar o interesse dos alunos, futuros professores, pela abordagem da resolução de problemas e só então entendem a sua utilidade e eficácia para quem aprende. Podemos então dizer que o futuro professor necessita de saber escolher o problema ou a situação problema a colocar aos alunos, listar os conceitos que os alunos necessitam para resolver a tarefa e consequentemente saber resolver a tarefa. Assim, os futuros professores, antes de um ensino baseado na resolução de problemas, precisam, como já foi referido no capítulo anterior, dum ensino explícito de resolução de problemas. Neste tipo de ensino, devem ser-lhes dadas oportunidades de resolver problemas, começando por distinguir um problema de um exercício; identificar, utilizar e adaptar estratégias de resolução de problemas; identificar potenciais situações matemáticas problemáticas; oportunidades de aprender a comunicar matematicamente as suas ideias e a formular questões; e a ter oportunidades de reflectir como ensinar.

Lester (1997) é um dos investigadores que mais tem investigado na área da resolução de problemas: desde 1971 que desenvolve com a sua equipa da universidade de Indiana, um programa de formação inicial e contínua de professores de matemática do ensino básico, através da resolução de problemas. A filosofia que preside à formação resume-se a “fazer a resolução de problemas a *raison d'être* de qualquer actividade” (p. 200). A primeira finalidade do programa (que tem 15 semanas de duração) é desenvolver, nos futuros professores do ensino elementar, sólidas experiências matemáticas em resolução de problemas, através do trabalho cooperativo em pequenos grupos. Este programa tem como objectivos: (1) ajudá-los a desenvolver determinadas perspectivas e *insight* em relação à matemática ensinada nas escolas básicas; (2) aumentar as suas capacidades para se envolverem no pensamento e raciocínio matemático; (3) aumentar as suas capacidades para usar o seu conhecimento matemática para resolver problemas; e (4) submetê-los a

uma aprendizagem matemática via resolução de problemas. Os principais aspectos que o programa integra são: (1) “*grandes ideias matemáticas*” (i.e. temas que atravessem várias áreas da matemática e que servem para fazer conexões entre os vários tópicos matemáticos) servem de organizadores do curso; (2) *aprendizagem cooperativa* como uma parte essencial da instrução; (3) *escrita reflexiva* (dentro e fora da sala de aula) e *mapas de conceitos*, que são ferramentas úteis para ajudar os futuros professores a fazer sólidas conexões entre os vários conceitos matemáticos com que se confrontam, e para consolidar a sua compreensão matemática; (4) *avaliação*, uma actividade contínua em que se envolvem o professor e os alunos; e (5) *papéis do professor e do aluno durante o curso*, pois a nova visão do ensino requer que, quer o professor quer os alunos, assumam diferentes papéis nas actividades diárias.

Outros estudos são, por exemplo, o de Roddick, Becker e Pence (2000) que desenvolveram um programa de formação de professores de matemática, durante dois semestres, baseado na resolução de problemas com os seguintes objectivos: explorar problemas a partir da teoria dos números, álgebra e geometria; investigar a modelação em matemática; proporcionar o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas pelo alunos; aplicar raciocínios dedutivos e indutivos; aprender modos de avaliar a resolução de problemas; aumentar a compreensão dos alunos em questões de ensino da matemática; ampliar as visões dos alunos em resolução de problemas e na matemática em geral; e influenciar a prática do ensino com vista à implementação das *Normas*. A primeira parte do programa foi dedicada à formulação de problemas e à modelação. A segunda parte centrou-se na reflexão dos alunos sobre a resolução de problemas, em particular, a justificação das opções feitas. Foram usadas entrevistas, um jornal e uma reflexão. No tratamento dos dados procurou-se evidência para a mudança das concepções dos alunos sobre o ensino da resolução de problemas. Uma das alunas do estudo mostrou considerável alargamento nas suas perspectivas sobre a resolução de problemas e o seu papel no ensino, e conseguiu assimilar e colocar em prática na sua sala de aula o que aprendeu durante o curso. As autoras adiantam que, apesar dos dados reportarem apenas a um caso, mostram que ocorrem mudanças nas concepções e nas práticas dos professores como resultado de um curso intensivo onde os alunos “mergulham” para se tornarem resolvedores de problemas reflexivos.

Associada à ideia de formação, tem-se vindo a reforçar a ideia de desenvolvimento profissional, o que desafia a evidência de que um professor, quando recebe o seu diploma de habilitação profissional, é um profissional “acabado” e “amadurecido”. A perspectiva subjacente a esta proposta é a de que o conhecimento do professor está constantemente em mudança e desenvolvimento e não é estático (e.g. Berliner, 1988; Fennema e Franke, 1992; Ponte et al., 1998e). Muito do conhecimento do professor desenvolve-se através de interações com a matemática, na sala de aula, com alunos, e através de experiências profissionais. Esta visão do conhecimento, como um processo, tem permitido, por um lado, identificar o conhecimento do professor, e por outro, desenvolver modelos que descrevam como o professor adquire o conhecimento e toma decisões (com vista a identificar o tipo de conhecimentos que os professores necessitam antes de ensinar e com base nos quais se poderá, mais eficazmente “fazer” a formação de professores). O desafio é descobrir que tipo de experiências mais contribuem para o crescimento e mudança dos professores. Schulman (1986) diz que o processo de ensino-aprendizagem não é “uma rua de sentido único” é mais “uma estrada em hora de ponta”. Aprender a ensinar é algo que está em desenvolvimento e é condicionado pelas interações em consonância ou não, entre professor-aluno, entre aluno-professor e entre aluno-aluno.

O conceito de desenvolvimento profissional é relativamente recente e está em fase de crescente elaboração, tendo sido iniciado, nos anos 60, por Frances Fuller. Com base no trabalho de Fuller (1969), Feiman-Nemser e Floden (1986) e Feiman-Nemser (1990), propõem um modelo de desenvolvimento do professor baseado nas teorias de desenvolvimento cognitivo e que engloba três estádios. O primeiro, o *estádio inicial de sobrevivência*, é aquele em que se encontram os professores recém-formados. Os conhecimentos destes principiantes limitam-se ao que aprenderam ao longo da sua escolarização e os professores preocupam-se, essencialmente, em controlar e lidar com os alunos. No *estádio de consolidação*, (ou estádio de mestria, segundo Ponte et al., 1998e) depois de ultrapassado o estádio anterior, os professores tornam-se mais confiantes nas suas capacidades de ensino. Consolidam-se a maioria das rotinas necessárias ao ensino e gestão da aula e passa a haver uma preocupação com a melhor forma de leccionar os conteúdos. Por fim, no *estádio de proficiência* (ou estádio de impacto, de acordo com Ponte et al., 1998e) o professor já domina de forma eficaz e rotineira os elementos essenciais de ensino e gestão da sala de aula. Nesta fase, concentra-se nas necessidades dos

alunos, tentando melhorar o seu desempenho didáctico e aprofundar o conhecimento da matéria que ensina. Procuram também fazer uma avaliação do seu próprio trabalho. Feiman-Nemser e Floden (1986) referem ainda mais dois modelos, um baseado na mudança das preocupações do professor e outro baseado nas suas necessidades.

O que podemos concluir, quer destes modelos quer do que foi dito anteriormente, é que o tempo (de profissão) funciona como um factor indutor de mudança, tanto em relação às concepções como em relação às práticas. Thompson (1992) apoia este ponto de vista quando refere que as concepções sobre o ensino e a aprendizagem parecem ter mais a ver com os anos de experiência do que com os anos de formação.

A Prática na Sala de Aula

Em relação à prática na sala de aula, alguns autores (e.g. Bush, 1982; Clark e Peterson, 1986; Llinares, 2000; Reynolds, 1992) identificam três fases de ensino: fase pré-activa, interactiva e pós-activa, que são baseadas no pressuposto de que o pensamento do professor durante as aulas é qualitativamente diferente do que tem fora delas. A *fase pré-activa* é a de planificação e organização do ensino da matemática. A prática ou acção pedagógica do professor começa muito antes de se confrontar com os alunos na sala de aula, começa com a planificação. Nesta fase, o professor reconstrói os conteúdos matemáticos em função dos programas, dos alunos e das suas crenças. São identificados os conteúdos, os materiais e os métodos de ensino. Bush (1982) refere que a maioria das decisões na sala de aula são pré-activas, ou seja, planeadas previamente. Esta fase será talvez a fase mais difícil para um professor em início de carreira ou ainda em formação, pois terá de encontrar um modo de conciliar várias opções numa determinada fracção de tempo (que matérias seleccionar; que método de ensino usar, que pedagogia privilegiar) e de prever que dificuldades os alunos terão e até que ponto será capaz de lhes dar resposta. A *fase interactiva*, envolve a gestão do processo de ensino-aprendizagem no decurso das práticas matemáticas do professor e mediante o uso de instrumentos. Tudo o que o professor faz, está implicado; implementar e ajustar os planos de ensino, organizar e monitorizar o trabalho dos alunos, organizar o tempo e os materiais e avaliar a aprendizagem dos alunos. Estão também incluídas as interacções que se estabelecem entre o professor, o aluno e a tarefa, no quadro das quais o discurso adquire grande importância

para a aquisição do conhecimento matemático. São estas práticas que vão definir a aprendizagem dos alunos. Llinares (2000) refere que, ao observar uma aula dum (futuro) professor, somos levados a adoptar dois pontos de vista: o cognitivo, (relação professor-conteúdo), onde a análise se foca nas crenças e conhecimento do professor, tentando conhecer o professor e os processos através dos quais procura dar significado às acções implementadas, e o sociocultural (interacções estabelecidas na aula), que analisa os aspectos característicos da gestão do processo ensino-aprendizagem (os tempos e a organização do conteúdo matemático) nas acções do professor. Segundo esta perspectiva, analisamos a prática do professor para identificar que instrumentos (e.g. símbolos, gráficos, materiais) utiliza na realização das suas tarefas e como os utiliza. A *fase pós-activa* é a fase de reflexão. Para Clark e Peterson (1986), esta é a fase mais importante na actividade do professor. É nela que este deve reflectir sobre as suas próprias acções e sobre as respostas dos alunos, de modo a melhorar o ensino e, em interacção com os colegas, prosseguir o seu desenvolvimento profissional. Com esta fase fecha-se um ciclo que podemos caracterizar, noutros termos, por planificar, ensinar (ou instruir) e reflectir. De acordo com alguns autores (e.g. Ernest, 1989; Llinares, 2000; Reynolds, 1992), a prática do professor envolve as três componentes que podem ser descritas pelo ciclo

Planificação → Instrução → Reflexão → Planificação → Instrução → ...

Ponte (1998b) refere que para que se estabeleça o processo ensino-aprendizagem na sala de aula de matemática o professor necessita, essencialmente, de quatro domínios de conhecimento: a matemática; o currículo; o aluno e os seus processos de aprendizagem; e a organização da actividade instrucional. Estes domínios de conhecimento constituem o núcleo do conhecimento profissional do professor referente a sua prática lectiva e estão estruturados em termos das suas concepções.

Carpenter e Fennema (1988) propõem um modelo interactivo e dinâmico sobre a natureza do conhecimento do professor, que se concretiza no contexto de sala de aula. Neste modelo, o conhecimento não é visto como um constructo isolado e as decisões do professor são tomadas com base não só nos seus conhecimentos, mas também nas suas crenças (ver Figura 11)

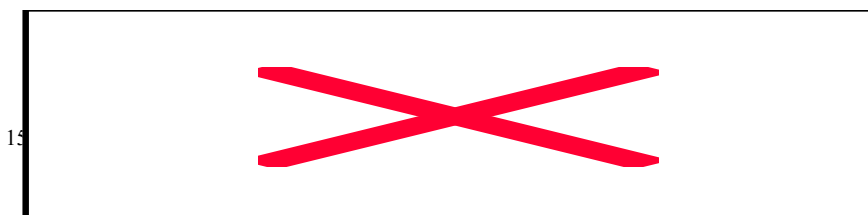


Figura 11. Conhecimento do professor desenvolvido em contexto de sala de aula
(Modelo de Carpenter e Fennema, 1988).

A prática deve ser entendida como o eixo central do currículo da formação de professores, pois é a partir de problemas concretos que o conhecimento teórico, adquirido através da formação do futuro professor, pode tornar-se útil e significativo. O professor deve ser capaz de intervir de forma competente nas diversas situações e esta capacidade engloba um conjunto de aspectos cognitivos e afectivos (conhecimentos, crenças, teorias e atitudes), além de implicar também uma actividade criativa.

Concepções e Práticas dos Professores

A prática de um professor engloba todas as acções que realiza num determinado contexto e com determinadas intenções e interpretações subjectivas (Gimeno, 1991). Ou seja, entende-se por prática do professor não só aquilo que faz para ensinar (e.g. planificar, avaliar, interagir com os alunos) mas também tudo o que pensa, sabe e acredita acerca daquilo que faz, incluindo as suas intuições, destrezas, valores e sentimentos. Isto significa que não podemos desligar as práticas de ensino do contexto onde ocorre, assim como das intuições, motivações e interpretações, i.e., das crenças e concepções (e.g. Fernandes, 1997; Pajares, 1992; Ponte, 1998). Partindo do pressuposto de que as concepções determinam as práticas, há necessidade de conhecer não só as concepções dos professores, mas também a sua relação com as práticas. As diferentes concepções que os professores têm sobre a matemática influenciam o modo como a perspectivam e ensinam (e.g. Bush, 1982; Cooney, 1987; Dossey, 1992; Hersh, 1986; Lerman, 1983, Thompson, 1992). A investigação sugere que há relações importantes e complexas entre as concepções dos professores e as suas práticas. Os vários estudos feitos nos últimos anos sobre crenças e concepções, levam a crer que estas variáveis exercem uma grande influência sobre as práticas dos professores (e.g. Cooney, 1985; Ernest, 1999; Lerman, 1986; Pajares, 1992; Thompson, 1984; Fernandes e Vale, 1994). Assim, as práticas devem ser analisadas, atendendo ao contexto onde se desenrolam e tendo em atenção as crenças e concepções dos agentes envolvidos.

Raymond (1997) propõe uma categorização para as práticas dos professores de matemática, que têm por base as *Normas Profissionais* e as concepções dos professores sobre o ensino da matemática. Considera cinco níveis que vão desde o ensino tradicional, onde o professor usa somente o livro de texto, segue um plano de aula rígido e os alunos são aprendentes passivos, até ao ensino não-tradicional, onde o professor proporciona tarefas de resolução de problemas, selecciona as tarefas baseada no interesse dos alunos, estimula as conexões e a comunicação entre alunos, estimula-os a expor as suas ideias oralmente e por escrito, os alunos trabalham cooperativamente, etc.

Compreender as concepções dos professores, e o seu impacto nos comportamentos educacionais na aula de matemática, é uma tarefa importante e complexa (Krows, 1999). Kagan (1992) conclui, a partir de vários estudos, que as experiências em campo e as ligações entre teoria e prática são elementos essenciais para mudar as crenças dos futuros professores. Essas ligações podem ser efectuadas, por exemplo, através do estudo de casos ou da análise e discussão de situações de ensino-aprendizagem vivenciadas pelos próprios futuros professores (com o suporte de vídeo). Um futuro professor, por exemplo, que nunca tenha visto uma aula onde os alunos se envolvam em actividades com a calculadora, precisa de ter oportunidades de ver e analisar este tipo de aulas. A questão do uso de vídeo na formação inicial de professores tem vindo a ser defendida, por alguns formadores, como modo de transmitir imagens de ensino alternativo em salas de aula, havendo estudos que evidenciam algum sucesso nessas acções. Por exemplo, Fonzi (1999) refere que os registos das aulas podem fornecer “contextos mais naturais” onde se observem modelos pedagógicos alternativos que permitem o questionamento pelos futuros professores, podendo assim aumentar a sua compreensão sobre o conhecimento matemático e os processos de pensamento dos alunos. Lambdin et al. (1997) usaram vídeos com episódios de aulas de matemática onde os professores subscreviam as visões sobre o ensino e aprendizagem da matemática expressas nas *Normas* e onde se podiam detectar as características desses professores consistentes com as recomendações nelas contidas. Estes vídeos proporcionaram aos professores em formação a oportunidade de observar, explorar, analisar e reflectir sobre modos de ensinar matemática e também de discutir novas abordagens.

A utilização de vídeos pode minorar o problema da falta de uma componente prática, situação, que normalmente só é ultrapassada no último ano de formação, com a prática

pedagógica ou o estágio. Enquanto os alunos não têm essa componente, o vídeo proporciona imagens de ensino que ajudam a actuar e a reflectir sobre episódios de aula.

A reflexão tem sido apontada por vários educadores como uma das possíveis formas de confrontar os futuros professores com as suas concepções (e.g. Ernest, 1988; Ferdinand, 1999; Raymond, 1997; Schön, 1983; Thompson, 1992). Apesar de parecer não haver concordância sobre que reflexão fazer e em que moldes, no entanto, aparentemente, os vários autores apontam no sentido de que se devem envolver os futuros professores em tarefas que os “obriguem” a pensar nas suas experiências, pensamentos e sentimentos. Alguns professores conseguem avaliar e reorganizar as suas concepções, recorrendo à reflexão, melhor do que outros. Em particular, Ernest (1988) conhece o poder que a reflexão sobre as acções tem no ensino dos alunos, uma vez que os professores que o fazem desenvolvem mais sensibilidade para seleccionar e implementar um ensino apropriado, de acordo com as suas concepções. Do mesmo modo, também Thompson (1992) sugere que a reflexão pode ajudar a ultrapassar determinados conflitos entre as concepções e as práticas, uma vez que muitas das concepções emergem das experiências de sala de aula.

Thompson ¹ (1992), numa revisão de literatura sobre a relação entre as concepções sobre a matemática e a prática, detectou que, em alguns estudos, há uma alto grau de consistência, enquanto que noutros existem grandes inconsistências (e.g. Thompson, 1982; Steinberg, 1985). Nos estudos que se debruçaram nas relações entre as concepções sobre o ensino-aprendizagem da matemática e a prática, detectou-se que em alguns, também existe um alto grau de consistência, enquanto que noutros existe inconsistência (e.g. Thompson, 1982; Cooney, 1985). Thompson (1984) sugere ainda que a consistência entre as concepções e a prática é directamente proporcional ao poder de reflexão sobre as suas acções.

De diversos estudos realizado em Portugal², a maior parte tem incidido sobre professores experientes (e.g. Ponte e Canavarro, 1994; Canavarro, 1993; Delgado, 1993; Fernandes, 1984; Guimarães, 1988; Serrazina, 1998). Em menor número são os estudos realizados com futuros professores ou professores em início de carreira (e.g. Abrantes, 1986; Borralho, 1997; Cabrita, 1999; Fernandes, 1994; Fonseca, 1995; Vale, 1993). Alguns abordaram a questão das concepções e práticas sobre a resolução de problemas.

¹ Poderão ser consultados esses estudos em Thompson (1992)

Commented [J6]: Ha duas referencias se ficarem na mesma pagian tme que se por uma 2

Em, particular Vale (1993), e Fernandes e Vale (1994a, 1994b) analisaram e discutiram as concepções e as práticas de dois jovens professores perante a resolução de problemas. Estes tiveram, durante a sua formação, diversas disciplinas onde a resolução de problemas tinha um papel importante, o que proporcionou aos alunos oportunidades para resolver problemas e desenvolver os seus processos metacognitivos. Forneceu-se também assim uma visão sobre as várias heurísticas e estratégias de resolução de problemas. Os dois participantes, enquanto alunos da formação inicial valorizaram fortemente a componente de resolução de problemas, embora tenham desenvolvido estilos de ensino muito diferentes quando confrontados com a prática lectiva. Um aluno, o Rui, não lhe dá relevância nenhuma, optando por um estilo bastante conservador de ensino, muito diferente do que manifestava enquanto aluno. A Maria, pelo contrário, dá grande atenção na sua prática à resolução de problemas. Os autores elaboraram algumas reflexões a partir do que observaram: (1) os alunos manifestaram (verbalizaram) concepções semelhantes em relação à matemática, à resolução de problemas e aos seus ensinamentos, no entanto adoptaram estilos de ensino diferentes; (2) a formação inicial parece ter tido um impacto muito reduzido na forma como os participantes integram a resolução de problemas no desenvolvimento do currículo de matemática; (3) as concepções que manifestaram em relação à resolução de problemas mostram-se incompatíveis com as suas concepções acerca dos programas, uma vez que estas condicionaram as actividades de resolução de problemas; e (4) os professores no seu primeiro ano de trabalho ficaram completamente entregues a si próprios, não encontrando condições favoráveis ao desenvolvimento de práticas inovadoras nas escolas em que leccionaram.

Dos trabalhos desenvolvidos no âmbito da resolução de problema na formação inicial de professores pelo projecto *GIRP* (Borrvalho, 1997; Cabrita, 1997; Fernandes, 1995; Fonseca, 1997; Leitão e Fernandes, 1997; Palhares, 1997; Vale, 1997), podem-se retirar as seguintes conclusões. Os alunos, futuros professores, quando planificam aulas de resolução de problemas manifestam muitas dificuldades ao nível da sua implementação, principalmente numa perspectiva metacognitiva; seleccionam problemas que, na sua maioria, são de aplicação/conteúdo da matéria em estudo; quase sempre ignoram a fase da avaliação do problema e também não discutem, habitualmente, os processos alternativos de resolução; são muito pouco influenciados pela sua formação inicial, mas bastante pela

² Para mais informação, consultar Ponte et al. (1998e)

prática dos professores de matemática que tiveram; revelam uma prática com características marcadamente “tradicionalistas”; e o manual escolar desempenha um lugar de destaque na preparação das aulas.

Ponte e Canavarro (1994) identificaram, num estudo sobre as concepções de quatro professores experientes, algumas razões que poderão justificar as dificuldades de integração da resolução de problemas no desenvolvimento do currículo: (a) pouca motivação para a resolução de problemas; (b) alguma confusão com a terminologia; (c) forte pressão para o cumprimento dos programas; (d) falta de materiais adequados; e (e) dificuldade com a gestão na sala de aula. Estes autores acham que a “sorte” da resolução de problemas será ditada pela formação que os professores tiverem nesta área. Neste sentido, a mesma deve ter em atenção as dificuldades dos professores e deverá basear-se num processo reflexivo, interactivo e participado por todos os intervenientes. A apropriação efectiva da resolução de problemas pelos professores, e a sua consequente integração na prática só acontecerá através da sua formação.

Delgado (1994) desenvolveu um estudo com três professoras experientes do 2º ciclo do ensino básico, onde investigou as suas concepções e conhecimentos relativamente à resolução de problemas de matemática e respectiva relação destes aspectos com as práticas de ensino. Neste trabalho, procurou saber, em particular a razão pela qual a resolução de problemas desempenha um papel tão ténue nas práticas dos professores, apesar de todos terem frequentado cursos sobre essa matéria e terem tido oportunidade de reflectir sobre essa perspectiva curricular. Delgado pode constatar a existência de diferenças nas concepções e práticas das três professoras, assim como alguns conflitos, mais ou menos evidentes, entre as concepções de cada uma delas e as suas práticas. Entre as razões apontadas estão a pressão para o cumprimento dos programas e a influência dos contextos escolares em que as professoras exerciam as suas acções de ensino, apesar de todas afirmarem que é possível ensinar os alunos a resolver problemas.

Do que foi dito, podemos concluir que as concepções que os professores manifestaram quer sobre a matemática, quer sobre o seu ensino-aprendizagem, têm reflexos na sua prática lectiva. As inconsistências observadas não estão relacionadas de um modo directo com as práticas, elas resultam da interferência de vários factores que afectam o trabalho do professor. Thompson (1984) refere que o grau de consistência entre as concepções e a prática dos professores depende da tendência que estes têm para reflectir

sobre as suas acções. Por outro lado, Thompson (1992), assim como Ernest (1989), identificou o contexto social no qual o ensino da matemática se processa como um factor que pode influenciar quer as concepções quer as práticas dos professores. Neste contexto estão envolvidos as crenças, os valores e as expectativas dos alunos, pais, professores, ministério, o currículo, as práticas de avaliação e as questões filosóficas sobre a aprendizagem e o sistema educativo. Contudo, estes autores adiantam que ainda se sabe pouco sobre as relações entre concepções e práticas.

Guimarães (1988), num estudo que efectuou com professores de matemática, aponta que são fundamentalmente as concepções que comandam as práticas. Contudo, Feiman-Nemser e Floden (1986) referem que as concepções podem ser grandemente influenciadas (e influenciar) por factores relacionados com: o que se passa na sala de aula, a organização e dinâmica das escolas e os aspectos da sociedade. A investigação existente ainda não permitiu identificar se são as concepções a influenciar as práticas ou o contrário.

Ernest (1989) identificou, entre outros, três aspectos que influenciam a prática de ensino dos professores de matemática: (1) as concepções dos professores acerca da natureza da matemática, assim como as suas teorias pessoais acerca do ensino e aprendizagem; (2) o contexto social da situação de ensino; e (3) o nível de reflexão e os processos de pensamento do professor. Segundo o mesmo autor, o ensino da matemática depende sobretudo do sistema de crenças do professor de matemática. Em particular da concepção que manifesta acerca da sua natureza e significado e dos seus modelos mentais de ensino e aprendizagem. Da síntese sobre concepções dos professores efectuada por Pajares (1992), podem tirar-se duas conclusões em relação às práticas. Em primeiro lugar, as crenças influenciam a definição de tarefas e a selecção de ferramentas cognitivas que cada um usa para planificar, e tomar decisões; portanto, desempenham um papel crítico na definição do comportamento e na organização do conhecimento e informação. Em segundo lugar, as crenças dos professores sobre o ensino são, sobretudo, construídas durante o seu tempo de escolarização.

Segundo Clark (1988), saber o que pensam, que conhecimentos possuem ou como ensinam os professores experientes, não parece ajudar muito a responder à questão de saber o que se deve ensinar e como é que poderão ser preparados os professores em formação. Neste sentido, alguns autores (e.g. Clark e Peterson, 1986; Cooney, 1985; Pajares, 1992; Schoenfeld, 1988; Thompson, 1992) afirmam que é importante fazer

investigação com professores no início da sua actividade profissional e em formação inicial. Isto é, analisar a evolução dos processos de pensamento destes professores, de modo a obter informação sobre o que sabem, em que acreditam, e o que sentem acerca da matemática e do seu ensino. Pode-se assim averiguar que tipo de intervenção poderá promover estes processos, uma vez que os futuros professores ainda não têm teorias bem definidas sobre o ensino da matemática. Podemos concluir que os discursos são modificáveis, mas as práticas, nem sempre acompanham esses discursos. Ou seja, querer fazer nem sempre corresponde a saber fazer.

Ponte (1992), baseado numa revisão da literatura, faz um enquadramento teórico e conceptual sobre as concepções, onde procura clarificar os conceitos de conhecimento, crenças e concepções, e debruça-se sobre as relações entre aqueles conceitos e as práticas dos professores. Também faz referência aos resultados de várias investigações levadas a cabo dentro desta temática. Deste trabalho podemos concluir que a questão das concepções é um aspecto importante na vida dos professores e na sua formação, quer inicial quer contínua. Apesar disso ainda há muito por estudar em relação à origem e mudança de concepções dos professores e às suas complexas relações com a prática. Contudo, para este autor as concepções influenciam as práticas, pois são elas que nos permitem tomar opções, por outro lado as práticas influenciam as concepções, pois estando aquelas sujeitas a pressões de natureza várias levam naturalmente à formação de concepções que com elas sejam compatíveis. Neste sentido, refere que existe uma interacção entre as concepções e práticas. Ou, como refere Thompson (1992), existe uma interacção entre aquilo que o professor pensa e aquilo que o professor faz.

A literatura refere que os futuros professores iniciam a sua formação com muitas ideias pré-concebidas sobre a matemática e o seu ensino-aprendizagem assim como do ensino em geral, que foram formadas como alunos, ao fim de muitas horas em ambientes de ensino, na maior parte das vezes, tradicional. A partir das suas experiências como alunos, formaram ideias sobre o papel do professor que são as que muitos aspiram seguir. A juntar a estas concepções, Ferdinand (1999) refere também a existência de fracos conhecimentos matemáticos nestes futuros professores. Os investigadores referem que estas concepções formadas tão cedo e ao longo da vida escolar são muito fortes e difíceis de mudar. (e.g. Brown e Borko, 1992; Ferdinand, 1999; Pajares, 1992; Kagan, 1992). Neste sentido, a formação inicial parece produzir um efeito bastante reduzido na mudança

das concepções dos futuros professores. Pajares (1992) refere, por exemplo, que é mais fácil modificar as concepções dos alunos de cursos doutras profissões (e.g. médicos, advogados) do que os alunos dos cursos de professores. Isto porque os alunos não vivenciaram aquelas profissões do mesmo modo que vivenciaram os futuros professores. Deste modo, as concepções sobre as profissões não foram desenvolvidas ao longo dos anos tão fortemente como as dos futuros professores.

Outro factor que parece impedir as mudanças nas concepções dos futuros professores, é que estes não têm consciência de que possuem tais concepções. Assim, são menos abertos à discussão e têm menos possibilidades de serem mudados. Por exemplo, muitos futuros professores não põem em causa as suas capacidades para ensinar matemática, deste modo não estão motivados intrinsecamente para mudar. Eles sentem que têm, a partir das suas observações como alunos, ideias gerais suficientes sobre o que necessitam de fazer na sala de aula para que os seus alunos aprendam, ignorando muitas vezes a complexidade que é ensinar. Isto leva a que muito poucos alunos em formação inicial formulem questões do tipo “Como é que eu aprendo a ensinar?” ou “O que é que eu preciso aprender para poder ensinar?” (Ferdinand, 1999).

A grande questão que continua em debate é a de como modificá-las através dos programas de formação inicial. Alguns autores referem que os professores cooperantes exercem uma influência grande sobre os futuros professores (Pajares, 1992). Contudo, Thompson (1992), baseada em dois estudos feitos com alunos da formação inicial, indica que as concepções dos futuros professores não são facilmente alteradas durante o curso de formação. Richardson (1996), da revisão da literatura sobre aprender a ensinar, sugere que muitas das diferentes experiências da vida de todos os dias (e.g. experiências pessoais, experiências com a escolarização e experiências com o conhecimento formal) contribuem para a formação de concepções sólidas e permanentes sobre o ensino e a aprendizagem. Dentro de uma perspectiva construtivista, estas concepções devem vir à superfície e ser reconhecidas pelos alunos durante a sua formação. Os resultados obtidos nos estudos com professores em formação não são conclusivos; na verdade, verifica-se que alguns programas de formação afectam alguns alunos e outros não e algumas concepções são mais difíceis de modificar do que outras. De qualquer modo, salienta que, presentemente, há estudos que apontam para a existência de indicadores de mudança com alguns programas de formação de professores. Conforme referem Lampert (1991) e Ponte (1994), o

conhecimento adquirido na formação inicial pode ajudar os futuros professores a formular concepções mais dinâmicas de como se ensina matemática.

Kagan (1992), com base em vários estudos sobre aprender a ensinar, identificou três aspectos que parecem essenciais para a mudança das concepções nos professores em formação inicial: (1) os professores necessitam de ter várias oportunidades para interagir e estudar com os alunos; (2) o conteúdo dos programas do curso de formação deve estar relacionado com as exigências do nível de ensino para que os professores se dirijam e necessitam de se direccionar quer para o conhecimento procedimental e estratégico de ensino quer para a teoria; e (3) o seu campo de experiências necessita de incluir oportunidades para trabalhar com professores experientes e que se envolvam num processo de reflexão pessoal através do questionamento, de modo a reconstruir as suas próprias crenças.

Síntese

Da revisão efectuada pode dizer-se que os investigadores identificaram vários conhecimentos que os professores necessitam para ensinar matemática e que estes têm influência no desenvolvimento da aula e na aprendizagem dos alunos (e.g. Ball, 1991; Elbaz, 1983, 1991; Schön, 1983, 1995; Schulman, 1986). Contudo, parece ainda não haver unanimidade sobre que tipo de conhecimentos o professor deve possuir para promover um ensino eficaz, assim como não é possível isolar cada um desses conhecimentos. As perspectivas apresentadas podem agrupar-se em dois modelos, que diferem na maior ou menor ênfase que dão à teoria ou à prática e, sobretudo, no modo de organização desse conhecimento. Assim, tem-se um modelo cognitivo, que coloca maior ênfase na teoria, e considera que o conhecimento está organizado em agendas, guiões e rotinas. Enquanto que o modelo prático dá maior ênfase à prática, e entende o conhecimento como algo que está organizado em regras práticas, princípios práticos e imagens. Entre todos os investigadores, destaca-se sobretudo Schulman, ao distinguir três tipos de conhecimento principais no professor: conhecimento de conteúdo, conhecimento curricular e conhecimento didáctico. Um programa de formação inicial deve dar atenção especial ao desenvolvimento do conhecimento de conteúdo e o conhecimento didáctico nos futuros professores.

O estudo das concepções dos professores que foi iniciado por Thompson (1982) permitiu desenvolver um corpo de investigações bem fundamentado, o que possibilitou, por um lado, caracterizar as concepções relativamente a alguns aspectos da educação matemática, em particular na resolução de problemas, e, por outro, identificar a natureza de algumas das relações que se estabelecem entre as concepções, crenças e atitudes e as práticas dos professores na sala de aula. Deste modo, podem ser apresentadas algumas conclusões, suportadas também pelos trabalhos de síntese realizados por Thompson (1992) e por Ponte et al. (1998e). Os constructos de atitudes, concepções e conhecimentos, podem sobrepor-se e interactivar dum modo complexo, para formar um sistema cognitivo que influencia o comportamento. Consta-se que não há uma definição precisa para cada um dos conceitos analisados. No entanto, as concepções parecem englobar, entre outros elementos, as crenças, conhecimentos e afectos que constituem a base das interpretações e do modo de actuar do indivíduo. Assim, fará mais sentido falar em concepções acerca da matemática do que em crenças acerca da matemática. As concepções formam um sistema que parece evoluir com o tempo, são difíceis de mudar e estão muito dependentes da escolarização. Estes factos tornam o impacto da formação inicial nas concepções dos futuros professores pouco significativo, embora haja indícios de mudança em casos pontuais.

A prática de um professor consiste não só no que faz para ensinar, mas também no que pensa, sabe e acredita sobre aquilo que faz. Isto significa que não podemos desligar as práticas de ensino do contexto onde ocorre, assim como das concepções do professor. Em relação à prática na sala de aula, vários autores identificaram três fases de ensino: planificação, instrução e reflexão. A literatura aponta para a existência de uma relação dialéctica entre concepções e práticas, onde as concepções influenciam as práticas e estas influenciam aquelas. Muitas das dificuldades que os professores têm em relação à inovação são devidas às suas crenças e concepções, o que faz com que os processos de mudança no ensino sejam lentos e, em geral, difíceis de concretizar. A reflexão tem vindo a ser apontada como uma das formas possíveis para conseguir que os professores compreendam a relação entre concepções e práticas, mas como os professores não estão habituados a reflectir este torna-se um processo difícil e lento.

Em suma, a formação inicial de professores deve permitir que os futuros professores se envolvam activamente na construção do seu conhecimento e no desenvolvimento de

concepções alternativas. Paralelamente, deve proporcionar oportunidades para visionarem (através de vídeos) episódios de sala de aula ou analisarem estudos de caso de modo a suscitar discussões que, por um lado, promovam os primeiros níveis do conhecimento prático e, por outro, confrontem e questionem as suas concepções através de reflexão.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DO ESTUDO

Neste capítulo apresentam-se, numa primeira parte, as principais referências teóricas que fundamentam as opções metodológicas feitas neste estudo. Na segunda parte, descreve-se a metodologia adoptada, assim como os procedimentos utilizados na recolha e análise dos dados.

A Investigação em Educação

Os métodos dominantes em investigação foram durante muito tempo de tipo quantitativo, baseando-se na procura de relações de causa-efeito e na medição de variáveis isoladas. No entanto, tais métodos mostraram-se insuficientes no estudo de fenómenos educacionais complexos, não sendo capazes de captar os aspectos essenciais desses fenómenos, pois estes são inseparáveis dos respectivos contextos e as suas componentes não podem ser estudadas isoladamente.

A evolução da investigação, sobretudo nas duas últimas décadas, tem ido na direcção de natureza qualitativa, onde paradigmas naturalistas, pós-positivistas e construtivistas são cada vez mais reconhecidos como essenciais na investigação em ciências sociais, e em particular em educação (e.g. Bogdan e Biklen, 1994; Fenstermacher, 1986; Guba e Lincoln, 1994; Miles e Huberman, 1994; Stake 1995; Wolcott, 1994).

Os Paradigmas Quantitativo e Qualitativo

Uma vez que há maneiras diferentes pelas quais o mundo e o comportamento humano são vistos e compreendidos, sendo estas diferenças principalmente filosóficas, mas podendo ainda ser religiosas e culturais, há também diferentes formas de investigação que reflectem esses vários pontos de vista. Podemos então considerar dois grandes tipos de investigação: a quantitativa e a qualitativa, enquadradas por dois grandes paradigmas: o positivismo e a fenomenologia. De um modo simplista, podemos dizer que o positivismo baseia-se principalmente em factos positivos e fenómenos observáveis, susceptíveis de serem mensuráveis, enquanto que a fenomenologia está principalmente interessada na descrição e classificação do fenómeno.

A investigação qualitativa, fenomenológica, pós-positivista, etnográfica, naturalista, descritiva, exploratória ou interpretativa, interaccionismo simbólico, observação participante, estudo de caso ou construtivismo têm fortes semelhanças entre si e, por isso mesmo, muitas vezes usadas como sinónimos (Erickson, 1986). A título de exemplo, podemos referir que Miles e Huberman (1994) falam em investigação qualitativa; Erickson (1986) em investigação interpretativa; e Guba e Lincoln (1994) em investigação naturalista e construtivista. Investigação quantitativa, positivista ou experimental também são consideradas como sinónimos. A investigação positivista tem as suas origens históricas nas ciências (naturais) e deste modo subscreve o método científico. Um primeiro objectivo da ciência e da investigação ao adoptar o método científico não é o de apenas descrever, mas também prever e explicar. A partir da consistência e dos padrões encontrados nas propriedades ou nos comportamentos formam-se leis descritivas. As ciências naturais, que estão interessadas no mundo físico, baseiam-se em algumas características fundamentais dos fenómenos naturais que constituem suposições básicas sobre a uniformidade existente na natureza que serve de base à investigação. Por sua vez, as ciências sociais, mais interessadas no comportamento humano, podem também depender de alguma uniformidade, mas não ao mesmo nível dos fenómenos naturais. Enquanto a investigação em ciências naturais pode exercer um alto grau de controlo sobre o fenómeno estudado, podendo ser considerada como absoluta, a investigação em ciências sociais, que se reconhece e apoia na variabilidade do comportamento humano, somente pode proceder com base em níveis de probabilidade. Assim, a investigação nas ciências sociais que adopta o método científico baseia-se necessariamente numa certa suposição ou postulado sobre a uniformidade do comportamento humano (Allison et al., 1996). Em geral, os postulados derivam das ciências

naturais e são: (1) o postulado das espécies naturais – este assume que todos os casos e categorias do fenómeno exibem as mesmas propriedades (e.g. todas as girafas têm pescoço comprido); (2) o postulado da constância – este assume que o fenómeno continua o mesmo ou varia muito pouco ou lentamente através do tempo (e.g. o gás natural é a maior fonte de energia no Reino Unido); e (3) o postulado do determinismo - este assume que há uma ordem e regularidade na natureza e, conseqüentemente, há uma constância em termos de causa e efeito, (e.g. os prémios aumentam a motivação; os ovos partem-se quando se deixam cair).

Em virtude da investigação positivista trabalhar frequentemente com evidências mensuráveis, tem sido referida, a maior parte das vezes, como investigação quantitativa. Um dos *designs* mais conhecidos é a investigação experimental, que acontece quando o investigador introduz numa situação alguns elementos novos para observar os respectivos efeitos. O propósito é o de identificar relações causais. Algumas das variáveis relevantes são controladas, enquanto que outras são manipuladas. No *design* clássico, os sujeitos ou fenómenos a estudar são divididos em dois grupos correspondentes. Um é submetido ao tratamento experimental, sendo definido como o grupo experimental, e o outro não tem tratamento, constituindo o grupo de controlo. Antes de ser feito o tratamento experimental, ambos os grupos são testados em relação às variáveis relevantes através de um pré-teste. Depois de aplicado o tratamento ao grupo experimental, os dois grupos são testados através de um pós-teste. Os resultados dos dois testes, quer para o grupo experimental, quer para o grupo de controlo, são então comparados, de modo a avaliar os efeitos do tratamento no grupo experimental.

A fenomenologia é essencialmente subjectiva, sobretudo no que toca ao investigador. Assim, quer o conteúdo da investigação quer o seu significado, são indicativos da intenção daquele. Além disso, como observador, o investigador não é apenas uma parte do fenómeno a ser estudado, mas também exerce uma clara selecção sobre o que é observado. Os resultados das observações nesta investigação resultam em descrições, que são expressas em narrativas e principalmente em termos qualitativos. A investigação fenomenológica defende que cada fenómeno é único e essa unicidade é a sua maior qualidade. Nesta perspectiva, qualquer acontecimento é condicionado por variáveis, tais como o tempo, a localização e a cultura, que são interactivas e, por isso, duas situações por definição não podem ser idênticas e não podem constituir a base da generalização. Os acontecimentos que

ocorrem na sala de aula numa determinada ocasião não podem ser idênticos àqueles que ocorrem na mesma sala numa outra ocasião, mesmo que alguns alunos e professores estejam presentes em ambas as ocasiões. Esta investigação não conta com a aceitação dos três postulados atrás referidos. A investigação fenomenológica aceita que todas as situações são problemáticas e, assim, a natureza dos problemas é revelada pela análise da situação. Tal investigação, acontece normalmente em ambiente natural, estudando situações “de todos os dias” e poderá não ser precedida pela formulação de questões de investigação, como no caso da investigação positivista. As questões podem, desta forma, surgir durante o estudo.

Os métodos quantitativos são congruentes com as noções da psicologia científica, especialmente com a tradição behaviorista, que até recentemente tem sido a tradição investigativa dominante em psicologia educacional. Contudo, nas duas últimas décadas, esta influência tem decaído, registando-se uma marcada diminuição no uso de métodos quantitativos em investigação. O maior ataque surgiu da parte dos críticos ao behaviorismo, que viam na experimentação (hipotético-dedutiva), o modelo de explicação, o critério de generalização e muitos outros, como parte da investigação tradicional dessa corrente. Como os behavioristas pensavam tornar as suas investigações "verdadeiramente científicas", adoptaram procedimentos e processos de controlo que a aproximaram tanto quanto possível do isomorfismo metodológico das ciências naturais. Agora, o problema coloca-se aos cientistas sociais. Os métodos das ciências físicas estão fundamentados em pressupostos e suposições que pertencem aos acontecimentos, actividades e fenómenos independentes do nosso desejo e propósito (como átomos ou moléculas). Para fazer com que estes métodos funcionassem, os behavioristas teriam de negar os problemas dos seres humanos ou negar que estes têm capacidade para actuar com propósito. Assim, para muitos educadores, behaviorismo e psicologia tornaram-se sinónimos e os métodos quantitativos de investigação tornaram-se métodos behavioristas de investigação. Os investigadores desiludiram-se com o que tinham assumido ser a promessa dos métodos quantitativos (regularidade, controlo, previsão, ...), abrindo o caminho para a introdução dos métodos qualitativos. Contudo, esta não foi fácil, pois muitos investigadores resistiram aos métodos qualitativos uma vez que eles não produziam leis generalizáveis, conforme refere Fenstermacher (1986)

Em educação lidamos com pessoas, com entidades que possuem vontade, logo não podemos ter uma ciência que nos trate como se fôssemos átomos, moléculas, rolamentos, ou planetas. É necessário que compreendamos como a ciência funciona quando trata com seres humanos que são constituídos em parte por emoções e sentimentos. (p. 48)

A investigação qualitativa tem tido vários significados ao longo dos tempos desde 1900. É difícil defini-la claramente; contudo, pode-se avançar uma definição genérica.

A investigação qualitativa é um método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e naturalista do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno. (Denzin e Lincoln, 1994, p. 2)

O positivismo diz que há uma realidade a ser estudada, capturada e compreendida, enquanto os construtivistas argumentam que a realidade objectiva nunca pode ser completamente apreendida e capturada, mas somente aproximada, usando vários métodos como modo de perceber a realidade. Os estudos quantitativos enfatizam a medida e análise das relações causais entre variáveis. Os estudos qualitativos por sua vez acentuam a construção social da realidade natural, as relações entre o investigador e o que ele estuda, procuram respostas que acentuem o modo como as experiências sociais são criadas e adquirem significado. Os investigadores qualitativos usam semiótica, narrativas, biografias, autobiografias (entre outras) e até mesmo a estatística. Recorrem à hermenêutica e à dialéctica para a análise interpretativa de textos. Os métodos quantitativos usam tipicamente modelos matemáticos e técnicas estatísticas como controlo para a recolha, análise e interpretação dos dados. Entre os métodos qualitativos são usadas as técnicas ligadas à etnografia e investigação ecológica, desde as entrevistas às observações directas, desde a análise de artefactos ao uso de materiais e experiências pessoais. Termos como credibilidade, transferibilidade, fidedignidade e confirmabilidade substituem os usuais critérios positivistas de validade interna e externa, fiabilidade e objectividade.

Em síntese, a investigação em educação começou por ter uma influência directa das ciências experimentais — o método científico. No entanto, quando se começou a verificar que essas investigações envolviam realidades complexas e diversas onde havia elementos moderadores, que eram as pessoas — os professores e os alunos, com concepções, pensamentos e vontades, conclui-se que o método experimental não dava resposta às questões levantadas por este tipo de fenómenos e realidades sociais. Hoje em dia, a

investigação vai no sentido de desenvolver uma metodologia com o apoio de disciplinas que não podem deixar de ser estudadas quando falamos em educação — psicologia, genética, antropologia, psicologia da aprendizagem, biologia, etnografia, etc. Conforme refere Cooney (1994a), a investigação em educação matemática tem dado grande importância nos últimos tempos ao significado e à interpretação, o que levou a “generalizações naturalistas”, mais do que “generalizações estatísticas” (p. 609), Conforme refere Gravemeijer (1994):

o paradigma positivista tem perdido terreno a favor de uma abordagem interpretativa (...) Estudos em larga escala já não estão em voga, mas a verdadeira confiança está nos estudos de caso interpretativos. A sua finalidade é procurar e compreender o que se passa nas salas de aula (...). (p. 443)

Podemos analisar as duas posições – positivista e construtivista – numa perspectiva de sala de aula de três modos. Epistemologicamente, discute-se como é que o investigador se relaciona com aquilo que pode ser conhecido, ou com aquilo que quer conhecer. Numa perspectiva positivista, e uma vez que só existe uma única realidade objectiva, esta pode ser estudada sem o investigador interferir nela. Para isso, arranja bons instrumentos e não interfere nessa realidade sendo o seu papel neutro; não influencia nem é influenciado pela realidade que está a estudar. Para os construtivistas, o investigador não é neutro; influencia e é influenciado pela realidade. Na sala de aula, o investigador positivista não interfere nem se deixa influenciar, enquanto o investigador construtivista assume, à partida, que existe subjectividade na visão do mundo, logo não pode ser neutro. A construção do conhecimento entre o investigador e os alunos é social e há muitas realidades que estão ligadas com as experiências de cada um.

A perspectiva ontológica refere-se à natureza da realidade. O positivismo diz que há uma realidade a ser estudada e compreendida, enquanto que os construtivistas argumentam que essa mesma realidade nunca pode ser completamente compreendida. Para o construtivista, como a sala de aula가가□□_蓬□□版- 환핀璞□□炯卍 蕤總□癩嗟抄□敷猢猡뽁은 √ 仇礪rias maneiras de ver a aprendizagem, tendo em conta os contextos sociais e culturais.

Metodologicamente discute-se como é que o investigador pode procurar aquilo que acha que pode ser conhecido, isto é, qual a metodologia mais indicada para estudar essa realidade. Os positivistas fazem-no através de instrumentos “cientificamente” construídos e o investigador pode nem estar presente durante o estudo, uma vez que o seu papel é de

neutralidade. Para os construtivistas o estudo das coisas deve ser feito *in loco* (analisando os processos *in loco*), sendo o investigador imprescindível no terreno.

A Investigação Qualitativa em Educação

Os processos de observar, registar, analisar, reflectir, dialogar e repensar são partes essenciais da investigação que pensamos ser a mais adequada. Esta começa com a identificação de um problema que providencie direcção para o estudo e do “espaço” onde o problema possa ser investigado. O propósito da investigação é “resolver” o problema, no sentido de acumular suficientes conhecimentos que conduzam à sua compreensão ou explicação.

Há autores que identificam, numa investigação qualitativa, fases ou estádios. Janesick (1994) considera três estádios no desenvolvimento de uma investigação qualitativa e utiliza a metáfora da dança para os identificar. A primeira questão a colocar é saber “O que é que eu quero com esta dança?”, ou seja, “O que é que eu pretendo conhecer com este estudo?”. O dançarino, antes de dançar, começa por efectuar o aquecimento do corpo, o que corresponde ao *estádio do aquecimento*. É neste que se tomam as decisões de acordo com as questões orientadoras do estudo: a selecção dos participantes; a selecção das estratégias de investigação mais apropriadas para o estudo (e.g. histórias de vida, estudos de caso); a identificação dos procedimentos apropriados; e a caracterização do investigador, explicitando as suas tendências e ideologias. Quando se tomam algumas decisões no início do estudo, ajuda ter em atenção certas características do *design* qualitativo. Este é holístico, pois olha para o todo e começa a procurar até compreendê-lo, buscando relações dentro do sistema ou cultura onde o fenómeno se desenrola. Tenta compreender uma determinada situação social e não necessariamente fazer prognósticos sobre essa situação. Requer a presença do investigador durante todo o tempo do estudo pelo que os dados necessitam de ser analisados posteriormente. Seguidamente, depois do aquecimento, o dançarino executa vários exercícios; estamos no *estádio da realização* (exercícios) - durante o qual as decisões são tomadas. Fazer um estudo piloto pode ajudar, pois permite ao investigador focar-se em determinada área que pode não ter sido clarificada previamente e, além disso pode permitir testar determinadas questões relacionadas com as entrevistas ou observações. Por fim, o dançarino entra num período mais calmo, é o *estádio do arrefecimento* - quando as decisões

são tomadas já no final do estudo. O investigador tem de decidir quando tem de deixar o terreno. A descrição do seu papel é uma componente crucial na escrita do relatório do estudo.

Para Morse (1994), a investigação qualitativa passa por seis estádios. O *estádio de reflexão* refere-se ao período em que o investigador tenta identificar o tópico a estudar. O *estádio de planeamento* inclui a selecção do local e da estratégia de investigação, a preparação do investigador, criação e refinamento das questões de investigação. A estratégia usada na investigação é determinada pelas questões e pelo propósito do estudo, pela natureza das questões e pelas capacidades do investigador bem como pelos meios que tem ao seu alcance. A investigação qualitativa é boa se o investigador for bom, pois é o investigador que através da sua sabedoria e paciência obterá a informação necessária durante a recolha de dados. Nessa medida deve ser metódico nos seus documentos e notas e estar bem preparado relativamente ao tópico escolhido, para ser capaz de reconhecer e recolher as pistas mais subtis que surjam nas entrevistas (ou observações) e segui-las. Uma vez que a investigação qualitativa não é estruturada, os resultados são imprevisíveis e incertos. Miles e Huberman (1994) referem que, havendo um conjunto grande de questões (mais de 12), torna-se complicado ver as ligações mais importantes através dos dados e integrar os resultados. Uma solução para a proliferação de questões da investigação é o uso de questões gerais, cada uma com sub-questões para clarificar e especificar. Formular questões é um processo iterativo onde se vão apurando cada vez mais, as várias versões até chegar ao produto final. Na escolha dos informantes há que ter em atenção que um bom informante é aquele que tem os conhecimentos e a experiência de que a investigação necessita. No *estádio de entrada*, o primeiro período de recolha de dados, o investigador não deve focar as suas observações. É um período de confusão e o investigador deve preocupar-se antes em saber quem é quem, e ver se ajuda fazer alguns planos ou esquemas com a caracterização do local. O *estádio de produção e recolha de dados* compreende a análise dos dados, começa um pouco depois do início da recolha e continua durante e depois. Há numerosos métodos para assegurar o rigor do trabalho qualitativo, estando os mesmos ligados com questões de fiabilidade e validade. Na investigação qualitativa, o investigador recolhe dados até à repetição a partir de múltiplas fontes. No *estádio de afastamento*, o investigador deve reservar um tempo para reflectir sobre o trabalho

efectuado. Por último, no *estádio de escrita*, o investigador deve usar citações para ilustrar a sua interpretação dos dados, mais do que usar um texto descritivo.

Atkinson e Hammersley (1994) referenciam o estudo etnográfico (na prática investigativa) a diversas formas de trabalhos em ciências humanas, mas envolvendo a generalidade das seguintes características: forte ênfase na exploração (da natureza social e cultural) de um determinado fenómeno (segundo uma via de tipo indutivo e generativo) em vez da tentativa de testar hipóteses acerca desse fenómeno (numa via de tipo verificativo); tendência para trabalhar com dados não estruturados, isto é, dados que não foram codificados através de um sistema de categorias previamente definido; investiga um número reduzido de participantes; análise dos dados envolvendo interpretações explícitas dos significados e funções das acções das pessoas; produto tomando a forma de descrição e explicação, tendo a quantificação e a análise estatística um papel muito secundário. Estas características são, no entanto, partilhadas por outro tipo de estudos, nomeadamente estudos de caso ou estudos que se assumem simplesmente como qualitativos. O que é particular nos objectivos dos estudos etnográficos é a tentativa de compreensão das coisas do ponto de vista dos participantes, isto é, da sua cultura. Mais do que estudar as pessoas, o estudo etnográfico procura aprender com as pessoas (Spradley, 1979). Há ainda autores que usam o termo etnográfico como sinónimo de estudo de caso ou de outro tipo de estudo de natureza qualitativa.

Os métodos etnográficos, segundo Biddle e Anderson (1986), permitem ao investigador fazer perguntas e descobrir respostas que são baseadas em acontecimentos estudados, mais do que nas concepções do investigador. Há três vantagens nestes métodos etnográficos: primeiro, não requerem uma conceptualização *a priori*, mas em vez disso permitem a descoberta da verdadeira teoria aplicável; segundo, permitem que o investigador compreenda os acontecimentos como foram concebidos pelos participantes; terceiro, oferecem a oportunidade de investigar tópicos controversos em profundidade ou durante um longo período de tempo, o que geralmente é possível com métodos confirmatórios.

As bases de uma investigação qualitativa, segundo Mckernan (1991), assentam em três pilares: (1) os ambientes naturalistas são os melhores para serem estudados e investigados pelos participantes que “vivam” o problema; (2) o comportamento é altamente influenciado pelos envolvimentos naturalistas no qual ocorre; e (3) as metodologias qualitativas são talvez as que melhor se adequam às investigações naturalistas.

Wolcott (1994) refere que a maior parte da investigação qualitativa dá ênfase ao “naturalístico”. A investigação naturalista refere-se às investigações do fenómeno e da relação com os contextos naturais em que ocorre. Esta perspectiva diz que o comportamento humano é altamente influenciado pelo meio em que ocorre, devendo ser estudado em campo, (i.e., *in situ*) pelo praticante, que pode ser ajudado por uma equipa. Wolcott salienta também alguns aspectos da investigação naturalista. A investigação qualitativa é conduzida através de um intenso e/ou prolongado contacto com “o campo” ou situações, que são naturais, reflectem o dia a dia dos indivíduos, grupos, sociedades e organizações. O papel do investigador é obter uma visão holística, sistemática e integrada do contexto em estudo: a sua lógica, a sua disposição, as suas regras implícitas ou explícitas. Tenta recolher os dados através das percepções dos actores locais, a partir de dentro, através de um processo de profunda atenção, compreensão e suspensão de pré-concepções sobre os tópicos em estudo. Lendo através destes materiais isola certos temas e expressões que podem ser revistas com os informantes, mas que podem ser sustentadas na sua forma original através do estudo. A sua principal tarefa é explicar os modos como as pessoas nos seus ambientes naturais chegam a compreender, a explicar e a agir nas suas situações do dia a dia. O investigador é o principal “instrumento de recolha de dados”; a maior parte da análise dos mesmos é feita com palavras. Elas podem ser organizadas de modo a que permitam ao investigador contrastar, comparar, analisar e estabelecer padrões entre elas. Segundo Erlandson, Harris, Skipper e Allen (1993) a principal tarefa, numa investigação naturalista, é descrever o cenário do estudo com todas as suas complexas relações e múltiplas realidades, de modo a permitir e obrigar os leitores a envolverem-se cognitivamente e emocionalmente.

Um dos caminhos para a análise qualitativa, segundo Miles e Huberman (1994), é a abordagem interpretativa. Segundo os fenomenologistas, o caminho faz-se através de “profunda compreensão” no trajecto e intimidade com o participante que estamos a investigar. Para os interaccionistas sociais, a interpretação resulta da compreensão do grupo, de acções e interacções. Em ambos os casos há uma inevitável “interpretação” de significados construídos quer pelos actores sociais, quer pelo investigador. Os fenomenologistas trabalham muitas vezes com transcrições, mas são cuidadosos ao condensar este material. Não usam, por exemplo, códigos, mas assumem que através de leituras continuadas dos materiais originais e de um constante controlo das suposições e

concepções pessoais se pode chegar à “essência” da narração (descrição), que é constante na vida da pessoa através das suas muitas variações. Este caminho não leva a leis, mas a uma compreensão do significado e das acções. Os investigadores assumem ter as suas próprias compreensões, as suas próprias convicções e as suas próprias orientações conceptuais, pois também são membros de uma determinada cultura num momento específico. Também eles serão inegavelmente afectados pelo que ouvem e observam, muitas vezes de modo subtil.

A investigação interpretativa diz respeito aos significados específicos e acções na vida social que têm lugar em cenários concretos de uma interacção cara-a-cara, que envolve o cenário da acção. A condução deste tipo de investigação no ensino envolve intensa e longa observação participada no campo educacional, seguida de deliberados e longos momentos de reflexão sobre o que lá se passou. A investigação qualitativa que centra a sua atenção no ensino na sala de aula é um fenómeno relativamente recente em investigação educacional (Erickson, 1986), no entanto Matos (1996) refere que a realização crescente de estudos etnográficos em áreas como a educação tem ganho cada vez mais importância e isto pode ser considerado como uma razão para o crescimento do interesse por abordagens do tipo interpretativo.

A investigação interpretativa defende que as explicações causais no domínio da vida social humana não podem ficar apenas pela observação de semelhanças entre os comportamentos antes e depois, mesmo se a correlação entre eles parece ser muito forte. Deve ser incluído o significado-interpretação do actor. A análise “objectiva” (i.e. análise sistemática) do significado é, pois, a essência na investigação social incluindo a investigação em ensino numa perspectiva de investigação interpretativa. Assim, mais do que perguntar quais os comportamentos dos professores que estão positivamente correlacionados com os sucessos dos alunos nos testes, o investigador interpretativo perguntará “Quais as condições em que os alunos e os professores criam em conjunto um ambiente onde alguns alunos aprendem e outros não?” Os investigadores positivistas em ensino presumem que a história se repete, que o que pode ser aprendido com os acontecimentos passados pode ser generalizado para acontecimentos futuros na mesma situação ou mesmo em situações diferentes. Já os investigadores interpretativos são mais cautelosos. Eles vêem, como professores experientes, que o grupo de ontem pode não ser o mesmo que o de hoje e que este momento no grupo não é o mesmo que o momento

seguinte. A tarefa da investigação interpretativa na sala de aula é descobrir como é que as escolhas e acções de todos os membros constituem um currículo realizado e um ambiente de aprendizagem cuja construção é largamente, mas não exclusivamente, da responsabilidade do professor. Para um professor ser um investigador deve ser antes de tudo um observador competente.

Técnicas e instrumentos de investigação

O investigador tem vários métodos para recolher dados, mas são as observações, as entrevistas e os documentos (ou artefactos) as três formas privilegiadas de investigação qualitativa (e.g. Allison et al., 1996; Atkinson e Hammersley, 1994; Erlandson et al., 1993); Goetz e LeCompte, 1984; Guba e Lincoln, 1994; Merriam, 1988; Miles e Huberman, 1994; Patton, 1987; Spradley, 1987; Wolcott, 1994; Yin, 1989).

Numa investigação qualitativa focamo-nos em dados sob a forma de palavras, que posteriormente tomarão a forma de texto. Este tipo de dados baseia-se em observações, entrevistas e documentos, ou como Wolcott (1994) diz, obtém-se observando (experimentando), perguntando (entrevistando) e examinando (estudando os materiais). Os dados qualitativos são obtidos a partir de acções que comportam com elas intenções e significados. Estas acções ocorrem sempre em situações específicas, num contexto social e histórico e são interpretadas profundamente, quer pelos participantes (“insiders”) quer pelo investigador (“outsider”). A recolha de dados é conduzida, normalmente, próximo do local e mantida por um certo período de tempo. Tais dados não estão imediatamente acessíveis para análise; necessitam ser processados. Podem assumir a forma de: (1) descrições detalhadas de situações, acontecimentos, pessoas, interacções e comportamentos observados; (2) citações dos intervenientes no estudo sobre as suas experiências, atitudes, convicções, pensamentos; e (3) excertos ou passagens de registos, documentos e histórias de casos (Patton, 1990).

Os dados qualitativos podem ser recolhidos a partir de vários métodos. Analisam-se, em seguida, algumas características dos principais.

A finalidade das *entrevistas* é a de obter certo tipo de informações que não se podem observar directamente, como sejam sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados. Além disso, procurar ver qual a perspectiva sobre determinado assunto do ponto de vista do entrevistado (Merriam, 1988). É uma situação “cara-a-cara”, na qual o investigador obtém a

informação ou opinião do participante, sendo um dos modos mais eficazes de recolher informação. Para Lincoln e Guba (1985), as entrevistas são conversas intencionais que permitem ao investigador e ao informante moverem-se para trás e para a frente no tempo: para reconstruir o passado, interpretar o presente e prever o futuro. Esta técnica de recolha de dados tem, entre outras vantagens, a de clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e concepções. Quando utilizadas em conjugação com questionários e tarefas permitem a validação das respostas e contribuem para a sua melhor interpretação, assim como dão a possibilidade ao investigador de clarificar determinados aspectos ligados com o participante. Constituem um método que não pode ser ensinado, depende muito da perspicácia do investigador. Têm sobre o questionário a vantagem de proporcionar novas questões de interesse que podem surgir durante a entrevista. Podem ser estruturadas, semi-estruturadas e não estruturadas. As entrevistas estruturadas são conduzidas de acordo com um guião conforme a situação e o tempo. As questões podem ser abertas ou estruturadas de modo a encorajar o participante a ser expansivo sobre determinado assunto, ou ser “fechadas”, só permitindo ao participante responder dentro de um leque de respostas pré-definidas. Yin (1989) aponta vantagens às entrevistas de natureza semi-estruturada, pois poderão diminuir a dificuldade em organizar e analisar posteriormente os dados. Em relação às entrevistas, Stake (1995) refere que, mais do que registar, é melhor ouvir, tomar apenas algumas notas, as mais importantes, e sobretudo pedir esclarecimentos. Obter as palavras exactas não é normalmente muito importante; o que as palavras significam é o que interessa. Para Erlandson et al. (1993) a escolha cuidadosa das questões é a decisão mais importante que o investigador tem de tomar durante as entrevistas. Uma das estratégias que podem melhorar a qualidade de uma entrevista é ser natural, é sermos nós próprios. Uma tática será começar por questões gerais e, a pouco e pouco, introduzir questões mais específicas no decorrer das entrevistas. O uso exclusivo de entrevistas, quando se trabalha com professores por exemplo, levanta alguns problemas: (1) durante a sua realização os professores podem ter dificuldade em descrever e explicar as suas acções por limitações de vocabulário ou por falta de consciência das suas acções; (2) na falta de situações específicas de referência, estes dados podem não ter sentido (reflectindo mais um modelo idealizado de comportamento mais do que o verdadeiro significado do comportamento do professor).

Os *questionários* têm o mesmo propósito das entrevistas, mas como as questões estão impressas, podem ser respondidos sem a presença do investigador. Os questionários são todos estruturados, podendo as questões ser abertas ou fechadas. Podemos dizer que a entrevista é como o questionário, só que é conduzida cara-a-cara. Os questionários são talvez o método mais usado em investigação pois são fáceis de administrar, proporcionam respostas directas sobre informações, quer factuais quer de atitudes, e permitem a classificação de respostas sem esforço. São particularmente úteis quando é necessário procurar respostas a partir de uma amostra grande.

As *observações* são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz. Como não se pode registar tudo o que se observa, interessa focar os aspectos para os quais se pretende resposta ou clarificação. Um plano ou listas de verificação podem ajudar a observar e a registar durante as observações. A observação foca-se usualmente em aspectos específicos dos acontecimentos. Merriam (1988) reuniu numa lista de verificação algumas questões que considera imprescindíveis durante uma observação. (1) *O cenário* - Como é o meio físico? Qual é o contexto? Que tipo de comportamentos é que os meios proporcionam?; (2) *Os participantes* - Quem está no local, quantas pessoas e quais os seus papéis? O que é que esta gente toda faz em conjunto?; (3) *Actividades e interações* - O que é que se passa? Há alguma sequência nas actividades? Como é que as pessoas interagem com a actividade e entre si? Como é que as pessoas e as actividades estão relacionadas?; (4) *Frequência e duração* - Quando é que a situação começa? Quanto tempo é que dura? É uma situação repetida ou única? Com que frequência ocorre?; (5) *Outros Factores* (menos óbvios, mas também importantes para a observação): Actividades informais e não planeadas; significado simbólico e conotativo das palavras; comunicações não verbais, tais como aparência e espaço físico; e o que não acontece, sobretudo se deveria ter acontecido. Lincoln e Guba (1985) argumentam que as observações maximizam a habilidade do investigador para agarrar motivos, crenças, preocupações, interesses, comportamentos inconscientes, costumes, etc., além de permitirem capturar o fenómeno nos seus próprios termos e agarrar a sua cultura no ambiente natural.

Stake (1995) refere uma vantagem das observações em relação às entrevistas. O que é observado não é normalmente controlado pelo investigador; ele vai onde as coisas estão a acontecer na esperança de que elas aconteçam como se não estivesse lá, enquanto que o

que é coberto pelas entrevistas é dirigido e influenciado pelo entrevistador. Seria bom que se pudesse conseguir tudo o que precisamos apenas por observação. Segundo Erlandson et al. (1993), as entrevistas dão orientações para as observações do investigador, enquanto que as observações sugerem ideias para as entrevistas. A interacção entre estas duas fontes de recolha de dados não só enriquece cada uma delas como também é de grande utilidade para a análise, a qual seria impossível apenas com uma fonte.

Quando efectua observações, o investigador pode assumir uma posição passiva, exterior em relação ao que pretende observar, ou pode tomar uma posição interactiva, onde passa a ter um papel de interveniente activo. Esta última caracteriza a chamada observação participante, que é uma forma de observação na qual o observador intencionalmente faz parte da situação a ser observada e, por conseguinte influencia os acontecimentos a serem observados (e.g. Allison et al., 1996; Stake, 1995). Este método é empregue quando o investigador deseja compreender, por envolvimento, os papéis daqueles que estuda. Segundo Yin (1989), a observação participante designa um modo especial de observação no qual o investigador não é meramente um observador passivo mas desempenha algum papel na situação que está a ser estudada ou participa em actividades relacionadas com ela. Para alguns autores a observação participante não é apenas uma técnica de recolha de dados, mas é mesmo vista como uma metodologia de investigação, sendo particularmente indicada para estudar alguns aspectos relacionados com o indivíduo e quando se trata de um fenómeno único ou novo do qual pouco se sabe e que é suficientemente delimitado para ser estudado como um caso (Jorgensen, 1989). Esta metodologia permite ao investigador envolver-se nos acontecimentos conseguindo uma grande proximidade em relação às pessoas. Assim, estabelecem-se entre o investigador e os participantes conversas casuais ou entrevistas informais, permitindo criar, pelo investigador, situações que forneçam dados complementares em relação aos que resultam da observação naturalista, assim como uma grande dose de confiança que estimule aquelas conversas. Contudo, este envolvimento pode acarretar alguns problemas ao investigador, pois sendo simultaneamente interveniente e observador poderá não ter tempo nem condições para efectuar um registo eficaz e sistemático das situações a observar. Pode ainda deixar-se levar pela sua própria perspectiva, quando o seu objectivo era precisamente o contrário: compreender as perspectivas dos outros (Yin, 1989). Estando consciente destes aspectos, o investigador

poderá prevenir-se, sobretudo no que diz respeito à organização cuidadosa e sistemática das suas observações.

É consensual que todas as investigações sociais são formas de observação participante porque não podemos estudar o trabalho social sem fazer parte dele. A partir deste ponto de vista, a observação participante não é uma técnica particular de investigação mas uma característica de estar no mundo dos investigadores (Atkinson e Hammersley, 1994). Atkinson e Hammersley (1994) e Spradley (1987) consideram a observação participante, como estratégia para ouvir e ver as pessoas no seu ambiente natural, o método privilegiado para a recolha de dados.

Outra fonte de evidência num estudo qualitativo são os *documentos*. Este termo, segundo Erlandson et al. (1993), é usado para referir toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis. Os documentos incluem tudo o que existe antes e durante a investigação, incluindo relatórios, trabalhos de arte, fotografias, “memos”, registos, transcrições, jornais, brochuras, agendas, notas, gravações em vídeo ou audio, notas dos alunos, discursos, etc. Os dados obtidos a partir dos documentos devem ser usados do mesmo modo que aqueles que são obtidos com as observações e as entrevistas. Muitas vezes, segundo Stake (1995), os documentos servem como substituto de registos de actividades que o investigador não pode observar directamente.

Ao longo do seu trabalho, que se desenrola normalmente por grandes períodos de tempo, o investigador necessita de tomar notas de vária ordem. Para tal, Schatzman e Strauss (1973) sugerem um esquema em que estas estão separadas em três conjuntos: *notas observacionais* - são baseadas no que se observa e ouve; referem-se ao "quem", "o quê", "quando", "onde" e "como" da situação observada e contêm pouca interpretação; focam-se mais na descrição do que na interpretação e devem ser feitas com tanta precisão quanto possível. Cada nota representa um acontecimento; *notas teóricas* - (notas conceptuais) são baseadas no significado que o investigador atribui às notas observacionais, isto é, são interpretações, inferências, hipóteses e conjecturas; e *notas metodológicas (notas procedimentais)* - descrevem procedimentos, métodos e operações; são afirmações que dizem respeito às acções do próprio investigador enquanto conduz o estudo, instruções para ele próprio, lembranças, críticas, etc.

Goetz e LeCompte (1984) utilizam o termo *artefacto* para designar todo o tipo de registos, escritos ou simbólicos, utilizados e realizados pelo participante e adiantam que este

tipo de material providencia dados sobre os tópicos a que o investigador se dedica pois são manifestações materiais de convicções e de comportamentos. Os artefactos ajudarão o investigador a compreender e a descobrir "insights" relevantes para o problema em estudo e a preparar futuras questões. Para Erlandson et al. (1993), os artefactos ajudam a compreender o que se passou durante a investigação em relação, por exemplo, à tecnologia, interacção social e meio físico, e podem ser dispositivos tecnológicos (e.g. trabalhos de computadores, discos) instrumentos de escrita, ferramentas e quase todas as evidências físicas. Quando se pretende explorar a relação entre as pessoas e o seu meio físico é necessário um estudo detalhado sobre os artefactos.

Há autores que não fazem a distinção entre artefactos e documentos, utilizando a segunda designação que é mais abrangente (e.g. Merriam, 1988; Miles e Huberman, 1994; Stake, 1995).

Análise de dados qualitativos

A análise dos dados qualitativos, para Erlandson et al. (1993), é um processo em movimento, não um acontecimento isolado no tempo. Analisar é um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena.

Para os dados quantitativos existem convenções claras que o investigador pode usar. Mas perante um “monte de dados”, o investigador qualitativo tem muito poucas orientações que o protejam da desilusão de ficar sozinho e de poder tirar conclusões irrealistas ou inválidas. Como é que se pode ter a certeza que um resultado não está de facto errado? A dificuldade mais séria e central no uso de dados qualitativos é a de que os métodos de análise não são explicitados. Na maior parte dos casos, não vemos como se procedeu à análise e não é explicado, por exemplo, como se passou de 500 páginas de notas para as principais conclusões. Isto porque existe uma tradição dos investigadores darem poucas explicações sobre o que fizeram e como o fizeram. Embora a fenomenologia tenha sido chamada “o método sem técnicas” os seus defensores começam agora a explicar os seus procedimentos na análise dos dados. Contudo, alguns investigadores qualitativos ainda consideram a análise dos dados qualitativos uma forma de arte e insistem num tratamento intuitivo (Miles, 1979). Para Wolcott (1994) há três grandes modos através dos quais os investigadores qualitativos recolhem a sua informação: observação participante, entrevistas

e documentos. Por outro lado, identifica três grandes componentes da análise desses dados: descrição, análise e interpretação. A *descrição* é um processo que consiste em manter-se o mais perto possível dos dados originais gravados. Deve-se escrever longos excertos das notas de campo ou repetir as palavras dos informantes como se estes parecessem contar histórias. A estratégia desta abordagem consiste em tratar os dados descritivos como factos. O que está “por trás” desta abordagem é que “os dados falam por si”. Tentando clarificar o termo, a descrição dirige-se a questões como “O que se passa aqui?”. Os dados resultam das observações feitas pelo investigador e/ou relatadas pelo investigador a outros. Os investigadores qualitativos necessitam de ser contadores de histórias, já que ser capaz de contar uma história é essencial nesta actividade de descrever. A *análise*, é o modo de organizar e relatar os dados que tipicamente se constrói depois do anterior, vai para além da pura descrição. Processa-se de modo cuidadoso e sistemático, para identificar factores chave e relações entre eles. A análise dos dados dirige-se à identificação dos aspectos essenciais e à descrição sistemática das relações entre eles - ou seja, à forma como as coisas funcionam. A análise sugere sempre algo da mente científica a trabalhar: cuidadosa e sistematicamente. Palavras que se podem associar com o processo de análise podem ser: cauteloso, controlado, estruturado, formal, limitado, científico, sistemático, lógico-dedutivo, metódico, objectivo, particularista e fundamentado. Por último, a *interpretação*, o terceiro modo pode seguir o segundo ou nascer directamente do primeiro. Não reivindica ser tão “científico” como o segundo nem tão leal e restritivo como o primeiro, ficando-se pelos dados observacionais. A interpretação dirige-se a questões processuais de significados e contextos “Qual é o significado de tudo isto?” “O que se vai fazer com isto tudo?”. Segundo Wolcott (1994), não há linhas claras que delimitem onde a descrição acaba e a análise começa ou onde a análise se torna interpretação. Aqueles termos aparecem também muitas das vezes combinados como, por exemplo, no caso de análise descritiva ou são usados uns em substituição dos outros, aparecendo muitas vezes os termos análise e interpretação como sinónimos. É o que se pode ver no extracto de Agar (1980, citado por Wolcott, 1994)

Em etnografia ... aprendemos algo (recolhemos alguns dados), depois temos de dar-lhes sentido (análise), depois voltamos atrás e vemos se a interpretação faz sentido à luz de novas experiências (recolhemos mais dados), depois apuramos a nossa interpretação (mais análise), a assim por diante. O processo é dialéctico e não linear. (p.9)

Tendo em atenção as suas próprias características, a finalidade do trabalho e o tipo de problemas, o investigador poderá apresentar os seus dados dando mais ou menos ênfase à descrição, à análise ou à interpretação, podendo optar apenas por uma das formas.

Miles e Huberman (1994), segundo as suas perspectivas sobre a análise qualitativa, propõem um modelo de análise que consiste em três componentes e que se encontra esboçada na Figura 12.

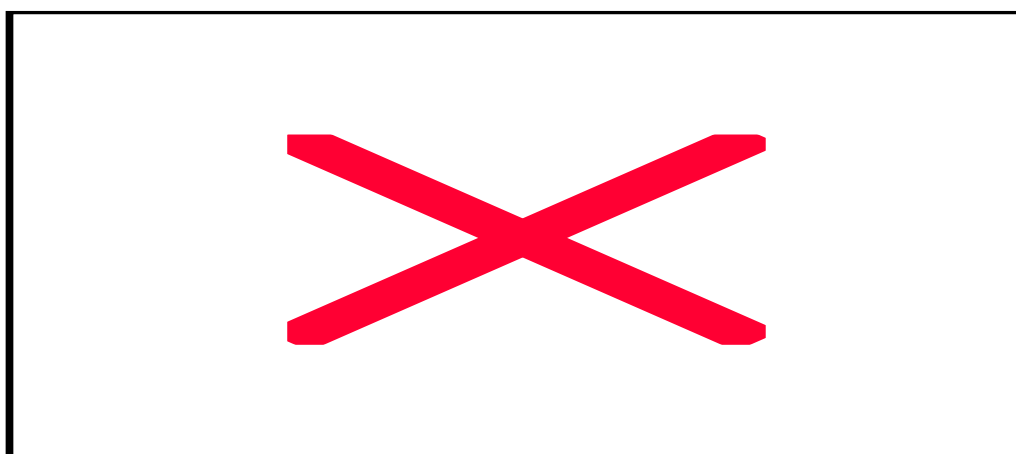


Figura 12. Componentes de análise de dados

As três componentes da análise são: a redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificação. A *redução dos dados*, refere-se ao processo de seleccionar, focar, simplificar, abstrair, transformar e organizar os dados que aparecem escritos nas notas de campo e nas transcrições de modo a que se possam tirar conclusões “finais”. Este processo ocorre continuamente através do projecto. Mesmo antes dos dados serem de facto recolhidos, a redução dos dados ocorre logo quando o investigador decide que tipo de investigação, que casos, que questões de investigação e que métodos de recolha de dados se vai utilizar. Durante a redução dos dados, podem ocorrer vários episódios, como fazer resumos, codificar, escrever memorandos, descobrir pistas, etc. Esta operação continua depois do trabalho de campo e só acaba quando está completo o relatório final. Os dados podem ser reduzidos e transformados de vários modos: através da selecção, através de resumos ou parágrafos, frases, números, etc. É importante não desligar os dados do contexto onde ocorrem. A *apresentação dos dados*, é a segunda maior actividade da análise. Genericamente, trata-se de uma reunião de informação organizada e condensada que permite tirar conclusões e actuar. Na vida de todos os dias a apresentação da informação

varia desde, por exemplo, os indicadores da quantidade de gasolina até às impressões nos jornais ou aos monitores de computadores. A apresentação ajuda-nos a compreender o que se está a passar e a fazer algo baseado nessa compreensão. No passado a forma mais frequente de apresentação de dados eram textos extensos, que se tornam incómodos: dispersam as ideias e são pobremente estruturados e extremamente volumosos. O homem não é um processador poderoso de grandes quantidades de informação. A nossa tendência cognitiva é reduzir toda a informação complexa num todo que seja selectivo e simplificado ou em configurações compreensíveis. Uma boa apresentação dos dados é o melhor caminho para validar a análise qualitativa. Essa apresentação normalmente recorre a matrizes, gráficos, tabelas e redes. Estão todos definidos de forma a reunir a informação de um modo organizado, imediato, acessível e compacto para que o investigador possa ver rapidamente e comodamente o que está a acontecer e também tirar conclusões fundamentadas ou mover-se para o passo seguinte da análise segundo o que a apresentação sugere. Esta também é parte da análise. Definir uma apresentação dos dados - decidir que linhas e colunas usar para uma matriz (ou tabela) de dados qualitativos e decidir que dados, e em que forma, devem entrar nas células - é uma actividade analítica (os desenhos das representações também têm muita importância). Por fim a extracção de *conclusões e verificação* constitui o terceiro fluxo da análise. Desde o princípio da recolha de dados que o investigador começa a decidir o que as coisas significam; a notar regularidades, padrões, explicações, possíveis configurações, fluxos causais e proposições. O investigador competente apercebe-se das conclusões, mantendo abertura e cepticismo, mas as conclusões estão ainda lá, imperfeitas e vagas no princípio, depois vão sendo identificadas até se tornarem explícitas e fundamentadas. Podem não aparecer conclusões “finais” até os dados estarem todos recolhidos. Tudo depende do número de notas de campo, da codificação e dos métodos usados, da sofisticação do investigador e da exigência da intervenção investida. Mas as conclusões estão pré-configuradas desde o princípio mesmo quando o investigador diz ter procedido “indutivamente”. As conclusões também são verificadas no procedimento do investigador. A verificação pode ser tão breve como um fugaz pensamento do investigador durante a escrita, com algumas curtas incursões às notas de campo, ou poderá ser minuciosa e elaborada, com larga argumentação e revisão entre colegas para desenvolver “consenso e intersubjectividade” ou com esforços extensivos para replicar um resultado num outro conjunto de dados. Os significados que surgem a partir de dados têm de ser testados pela sua

plausibilidade (razoabilidade), a sua consistência (“sturdiness”) e a sua “confirmação”, isto é, a sua *Validade*.

Segundo estes autores a análise dos dados é um processo cíclico e interactivo, podendo as suas três componentes ser apresentados segundo o diagrama da Figura 13.

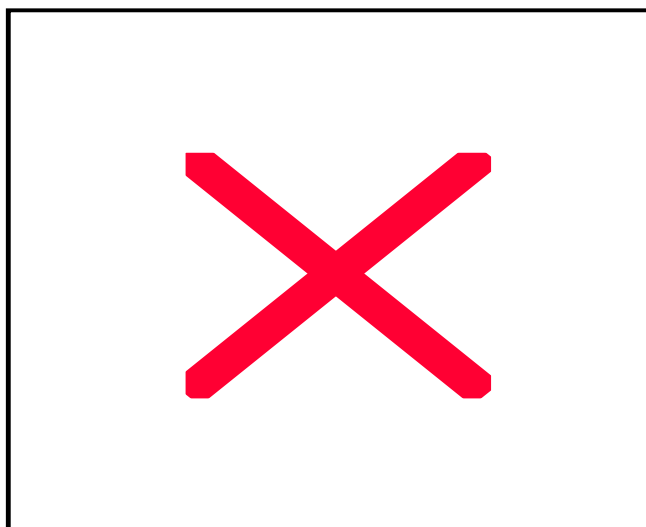


Figura 13. Componentes da análise dos dados: modelo interactivo

Por exemplo, a codificação de dados (*redução de dados*) leva a novas ideias que conduzem a uma matriz (*apresentação dos dados*). Dados adicionais requerem, novamente, redução de dados. Como a matriz fica preenchida, podem-se tirar *conclusões* preliminares que levarão à tomada de decisões como, por exemplo, juntar outra coluna à matriz para testar as conclusões. Nesta perspectiva, a análise é um continuado processo iterativo.

Este processo, proposto por Miles e Huberman (1994), também é defendido por Lincoln e Guba (1985). Estes autores propõem que, quando se efectua a análise dos dados durante a recolha, o investigador utilize algumas estratégias para assegurar a “veracidade” do estudo¹.

Segundo Janesick (1994), não há um único bom sistema para análise dos dados. O investigador deve procurar o caminho mais eficaz para contar a sua “história”, de modo a convencer a audiência. Ficar o mais “colado” possível aos dados é o mais poderoso meio de contar a história. A investigação qualitativa depende da apresentação sólida dos dados descritivos, de modo a que o investigador conduza o leitor a uma compreensão do significado das experiências efectuadas no estudo.

O investigador qualitativo usa uma análise indutiva, o que significa que as categorias, temas e padrões surgem a partir dos dados. As categorias que emergem a partir das notas de campo, documentos e entrevistas não são impostas antes da recolha de dados. Assim, ao longo do processo de tratamento dos dados há oportunidade de categorizar, agrupar os dados de forma a interpretá-los. O investigador usa constantemente a análise comparativa para olhar para as frases e índices de comportamento que ocorrem ao longo do tempo e nos vários períodos do estudo. Agrupar também permite que se encontrem pontos de tensão e conflito e aquilo que não “encaixa”.

Há autores que aconselham a codificação para mais facilmente chegar às categorias (e.g. Bogdan e Biklen, 1994; Miles e Hubermann, 1994; Stake, 1995). Primeiro, há um nível de codificação, e depois a identificação de padrões, que é um processo de agrupar aqueles resumos em pequenos conjuntos, temas ou constructos. Há autores que dizem que só no fim se deve codificar. Miles e Hubermann (1994), pelo contrário, defendem que quanto mais cedo melhor, pois o processo tardio enfraquece a análise. Codificar é uma forma antecipada de análise; funciona através de ciclos interactivos de indução e dedução para tornar a análise mais rápida e eficaz. Usar códigos semanticamente próximos dos termos que representam facilita a leitura. Os códigos são etiquetas ou rótulos para designar unidades de significados obtidas a partir de informações descritas ou inferenciadas durante o estudo. Estão associados a palavras, frases, expressões, parágrafos ou metáforas.

Para se descobrirem unidades de significado, aqueles autores sugerem que se percorram as transcrições ou notas de campo com um lápis, marcando as unidades que são coerentes porque se relacionam com o mesmo tópico e dividindo-as em tópicos e subtópicos a diferentes níveis de análise. A identificação destes tópicos (temas ou *gestalts*), presumivelmente, ocorrerá com alguma regularidade, e serão marcados com um pequeno rótulo ou etiqueta (um código). A codificação pode ser feita à mão, com tesouras e cartões ou então usando programas de computador, onde os tópicos poderão ser mais finamente diferenciados, agrupados e mesmo reetiquetados.

Para encontrar as categorias, relações e padrões entre as categorias, vários investigadores sugerem algumas técnicas muito semelhantes (e.g. Erlandson et al., 1993; Denzin, 1989; Lincoln e Guba, 1985; Miles e Huberman, 1994). Vejamos a proposta de Miles e Huberman (1994) para chegar às categorias, que também sugerem táticas para

¹ A questão da veracidade de um estudo será tratada no ponto seguinte

gerar significado. Por exemplo, procurar padrões e se as coisas fazem sentido e se encaixam; descobrir pistas para fazer agrupamentos; recorrer a metáforas; fazer contrastes e comparações; notar relações entre as variáveis; construir uma rede lógica de evidência; localizar, dentro das experiências pessoais, frases-chave e afirmações que falem directamente do fenómeno em questão; descobrir coerência conceptual e teórica através da comparação com a literatura; e contar. Analisemos este aspecto da contagem. Em investigação qualitativa, os números tendem a ser ignorados. Mas mesmo quando são feitas como julgamentos de qualidades, fazemos várias contagens. Quando identificamos um tema ou um padrão, isolamos algo que acontece um determinado número de vezes ou que acontece sistematicamente de um determinado modo; o “número de vezes” ou a “consistência” são baseados na contagem. É importante na investigação qualitativa saber que algumas vezes contamos e também saber quando devemos ou não trabalhar com frequências. Existem três razões para recorrer aos números: permitem ver rapidamente o que temos num grande grupo de dados; possibilitam verificar um palpite ou uma hipótese e protegermo-nos das tendências (do enviesamento, “*bias*”), são mais económicos e manipuláveis do que as palavras; deixam ver a tendência geral dos dados mais fácil e rapidamente olhando para as distribuições.

A “veracidade” de um estudo qualitativo

Quando efectuamos uma investigação, há necessidade de questionar a qualidade do estudo, ou seja, indagar da sua validade. Para Erlandson et al. (1993), a validade é muitas vezes interpretada como uma extensão do isomorfismo entre os resultados e a realidade que estes supostamente representam. Como é que sabemos se os dados obtidos e os resultados a que chegamos, durante uma investigação, são “*bons*”? Segundo Miles e Huberman (1994) este termo pode ter muitas definições possíveis: verdade possível ou provável, fiável, válido, fidedigno, razoável, confirmável, credível, útil, transferível, objectivo etc. Os mesmos autores referem alguns pontos fortes dos dados qualitativos. Um primeiro aspecto é que eles focam-se em ocorrências naturais, acontecimentos normais em ambientes naturais, e assim temos uma forte ligação com a “vida real”. Um segundo aspecto é a sua riqueza e “holística”, com forte potencial para revelar complexidade. Finalmente o terceiro aspecto é que permitem estudar qualquer processo, pois são dados específicos recolhidos durante um determinado tempo.

A validade de uma investigação deve demonstrar o seu verdadeiro valor, proporcionar as bases para aplicá-la, e permitir que possam ser feitos julgamentos externos sobre a consistência dos seus procedimentos e a neutralidade dos seus resultados ou decisões. A esta combinação de qualidades Lincoln e Guba (1985) chamam veracidade¹. A veracidade é estabelecida numa investigação pelo uso de técnicas que providenciem verdadeiro valor através da credibilidade, aplicabilidade através da transferibilidade, consistência através da fidedignidade e neutralidade através da confirmabilidade. Os termos como credibilidade, transferibilidade, fidedignidade e confirmabilidade substituem, respectivamente, os usuais critérios positivistas de validade interna, validade externa, fiabilidade e objectividade que permitem averiguar da veracidade de uma investigação. A proposta de Lincoln e Guba (1985) propõe uma alteração de terminologia dentro de um paradigma interpretativo.

Analiseemos a proposta de Miles e Huberman (1994), que propõem cinco critérios a ter em atenção sobre a qualidade dos estudos qualitativos, onde emparelham termos tradicionais com os que são propostos como a alternativa mais viável para avaliar a “veracidade” e a “autenticidade” de uma investigação qualitativa. Em cada um daqueles conjuntos, propõem algumas questões que podem ser útil colocar quando reflectimos sobre a pergunta “Qual é a qualidade deste trabalho?” Lincoln e Guba (1985) subscrevem os quatro primeiros.

1. *Objectividade/Confirmabilidade* – tem a ver com a garantia de que as “fraquezas” humanas não interferem com a validade das conclusões. Isto é as conclusões dependem apenas dos participantes e das condições do estudo (Miles e Huberman, 1994). Uma investigação é julgada sobre até que ponto os resultados são produto da investigação e não das ideias preconcebidas do investigador (Lincoln e Guba, 1985). Na investigação tradicional procura-se estabelecer objectividade, que é garantida pela metodologia que por sua vez é explicada, e isola as observações das ideias pré-concebidas do investigador. Na investigação naturalista, toda a informação que o investigador tem para realizar o estudo depende dos dados recolhidos, mas esta recolha é, inevitavelmente, um processo selectivo, por exemplo no que diz respeito às transcrições e à instrumentação. As observações também são selectivas, o observador faz constantemente opções sobre o que registar ou não sem necessariamente se aperceber disso. Assim nenhuma metodologia pode ser totalmente

¹ O termo usado por Lincoln e Guba (1985) é *trustworthiness* que se optou por traduzir por veracidade, no sentido de grau de confiança

separada daqueles que a criaram e a seleccionaram (Erlandson et al., 1993). Deste modo a selectividade é “endémica” à recolha de dados (Miles e Huberman, 1994). Sobre esta aspecto, algumas das questões propostas por estes últimos autores para a investigação são:

Será que os métodos e procedimentos estão descritos explicitamente e com detalhe ?
Será que podemos seguir a sequência em que os dados foram recolhidos, processados, transformados e apresentados até chegar às conclusões?
Estão as conclusões explicitamente ligadas com a apresentação dos dados?
Terá o investigador sido explícito e consciente tanto quanto possível das suas suposições, valores e tendências pessoais e estados afectivos e em como eles poderão ter interferido no estudo?
Será que outras conclusões seriam plausíveis?(p.278)

2. *Fiabilidade/Fidedignidade/Verificabilidade* – verifica se o processo do estudo é consistente, razoavelmente estável através do tempo, dos investigadores e dos métodos, ou seja, se o estudo reflecte confiança. Quer isto dizer, se o estudo produziria os mesmos resultados se fosse repetido eventualmente por outro investigador. Goetz e LeCompte (1984) falam de controlo de qualidade. Erlandson et al. (1993) referem que uma investigação também tem de mostrar que se forem repetidos os mesmos métodos usando instrumentos iguais ou semelhantes, no mesmo contexto ou semelhante, os resultados a que seríamos conduzidos seriam semelhantes. Mas mais do que saber se outros investigadores obtêm os mesmos resultados, pretende-se saber se eles estão de acordo com os resultados obtidos e se estes fazem sentido. Neste aspecto, contribuem a explicação clara da posição do investigador, e do contexto onde a investigação se desenrola, e o recurso a múltiplas fontes de recolha de dados.

Algumas das questões a colocar à investigação sobre este aspecto são:
São as questões da investigação claras e os aspectos da formulação do estudo congruentes com elas?
O papel e posição do investigador durante o contexto da investigação está claramente descrito?
Os resultados mostram algum paralelismo significativo através das várias fontes (informantes, contextos, tempo)?
Estão os constructos analíticos e os paradigmas básicos claramente especificados?
Será que os dados foram recolhidos através dos lugares apropriados, tempos, respondentes e etc. sugeridos pelas questões da investigação?(p. 278)

3. *Validade interna/Credibilidade/Autenticidade* – chegamos à questão crucial que é o valor da “verdade”. Será que os resultados do estudo fazem sentido? Serão eles credíveis

para as pessoas que estudamos e para os outros leitores? Será que temos um verdadeiro retrato do que procurávamos? Segundo Lincoln e Guba (1985), este aspecto está relacionado com o grau de confiança na “verdade” que os resultados da investigação têm para os participantes e com o contexto no qual se envolveram. Segundo Jorgensen (1989), a validade pretende saber se o investigador foi capaz de descrever as perspectivas dos participantes, assim como se conseguiu traduzir os significados que os participantes atribuem aos conceitos envolvidos no estudo. Para Janesick (1994), a validade no campo quantitativo apela a um conjunto de técnicas definidas das quais o leitor é, provavelmente, conhecedor. A validade no campo qualitativo tem a ver com a descrição e explicação, e se uma dada explicação é ou não adequada à descrição dada. Isto é, por outras palavras, será a explicação credível? A descrição das pessoas, lugares e acontecimentos tem sido o fundamento da investigação qualitativa. Para Gravemeijer (1994b), a validade interna tem a ver com a exactidão dos resultados dentro de uma determinada investigação. Os investigadores podem melhorar a qualidade dos seus julgamentos e interpretações procurando contra-exemplos ou explicações alternativas. Também podem pedir aos seus colegas que desempenhem o papel de “advogados do diabo”. Para Yin (1989) a validade interna averigua até que ponto as relações causais foram correctamente estabelecidas. Segundo Patton (1987), um estudo qualitativo tem credibilidade se responde a três questões: (1) Que técnicas e métodos foram usados para assegurar a integridade, validade e exactidão dos resultados?; (2) O que traz o investigador ao estudo em termos de experiência e qualificação?, e (3) Quais são os pressupostos do estudo?

Algumas das questões a colocar à investigação sobre este aspecto são:

As descrições fazem sentido e são contextualizadas?

A triangulação entre os métodos complementares e fontes de dados produz na generalidade conclusões convergentes? Senão, existe uma explicação coerente para esse facto?

Foram as conclusões corrigidas pelos informantes? Senão, há uma explicação coerente para o facto? (p. 279)

4. *Validade externa/Transferibilidade/Adequação* – refere-se à extensão das conclusões a outras situações. Será que as conclusões são transferíveis para outros contextos? Será que elas são adequadas? (Guba e Lincoln, 1994). Até que ponto poderão ser “generalizadas”? A questão da generalização tem sido referida como o ponto fraco da investigação qualitativa, ao tentar fazer-se uma analogia com a investigação quantitativa.

Contudo, a maior parte dos investigadores qualitativos rejeitam as tradicionais noções de generalização, pois estão preocupados com os indivíduos e o significado nas suas vidas. O valor de um estudo de caso é a sua unicidade, conseqüentemente, não faz sentido falar no conceito tradicional (estatístico) de generalização, pois tratar-se-ia de generalizar para uma população de casos únicos (Janesick, 1994; Ponte, 1994). A validade externa, para Gravemeijer (1994b), diz respeito ao “comportamento” dos resultados noutras situações. A questão não tem a ver com a generalização, mas com o modo como certos elementos dos resultados podem ser aplicados a outras situações. Segundo Erlandson et al. (1993), os investigadores naturalistas defendem que nenhuma verdadeira generalização é realmente possível; todas as observações são definidas pelos contextos específicos nos quais elas ocorrem. Ou seja, não defendem que o conhecimento adquirido num contexto não terá relevância noutro contexto ou para o mesmo contexto noutra altura. A “transferibilidade” através dos contextos podem ocorrer devido a características comuns. Miles e Huberman (1994) propõem algumas questões orientadoras para este aspecto.

Estão completamente descritas as características da amostra, dos participantes, locais, processos de modo a permitirem comparações adequadas com outras amostras?
Os resultados incluem descrições suficientes de modo que os leitores avaliem da transferibilidade para os seus próprios contextos?
Leitores diversos dão conta que os resultados são consistentes com as suas próprias experiências?
Será que os processos e os resultados estão descritos nas conclusões de modo a serem aplicáveis noutros contextos mesmo naqueles de natureza diferente? (p. 279)

5.Utilização/Aplicação/Acção orientadora – mesmo depois de saber que as conclusões de um estudo são “válidas” e transferíveis, ainda precisamos de saber o que é que o estudo fornece aos seus participantes, quer aos investigadores e investigados quer aos seus “consumidores”. Algumas questões úteis a colocar neste domínio são propostas por Miles e Huberman (1994):

Será que os resultados estão acessíveis aos potenciais utilizadores, quer física quer intelectualmente?
Será que os resultados estimulam “trabalhar hipóteses” por parte do leitor como propostas para futuros estudos?
Será que as acções que foram tomadas ajudam a resolver o problema ?
Será que os investigadores na posse dos resultados aprenderam ou desenvolveram novas capacidades? (p. 280)

Todos estes aspectos funcionam como indicadores de qualidade e não como regras a ter em atenção durante o estudo de natureza qualitativa.

Existem algumas “técnicas” que podem ser usadas, para cada um dos critérios para assegurar a veracidade de uma investigação, enunciadas por aqueles autores (Miles e Huberman, 1994; Lincoln e Guba, 1985). Erlandson et al. (1993) propõem uma síntese dessas técnicas que estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3

Determinação da veracidade: comparação entre a investigação tradicional e a naturalista

Critério	Termo Convencional	Termo Naturalista	Técnicas Naturalistas
Verdadeiro Valor	Validade Interna	Credibilidade	Envolvimento prolongado Observação persistente Materiais adequados Revisão pelos pares Confirmação pelos participantes Triangulação Jornal reflexivo
Aplicabilidade	Validade externa	Transferibilidade	Descrição pormenorizada Amostra intencional Jornal reflexivo
Consistência	Fiabilidade	Fidedignidade	Auditoria de fidedignidade Jornal reflexivo
Neutralidade	Objectividade	Confirmabilidade	Auditoria de confirmabilidade Jornal reflexivo

Analisa-se em seguida cada uma dessas técnicas ou estratégias sugeridas por Erlandson et al. (1993).

•A proposta para a *transferibilidade* de um estudo inclui três estratégias: a descrição pormenorizada— uma vez que a transferibilidade depende das semelhanças entre contextos, uma descrição detalhada proporciona ao leitor a vivência da experiência através do contexto que está a ser descrito; a segunda é a amostra deliberada — uma vez que a descrição é importante para a transferibilidade, a procura de dados deve ser guiada por processos que providenciem detalhes ricos. Em vez de usar uma amostra aleatória ou estatística, como na investigação quantitativa, a qual tem por finalidade generalizar os resultados do estudo, a investigação naturalista procura maximizar a descoberta de padrões heterogêneos e problemas que ocorram num contexto particular do estudo. Isto requer uma amostra que seja representativa de uma dada população, regulada por *insights* sobre o que é relevante para o estudo e que procura, propositadamente, dados típicos e divergentes do que aqueles

“insights” sugerem, e para a qual se generalizam os resultados que se venham a verificar na amostra. Normalmente, essas amostras são pequenas, nascidas no contexto e estudadas em profundidade. Segundo Patton (1990), o poder da amostra intencional reside no facto de se poder fazer uma selecção de casos ricos em informação para permitir um estudo em profundidade. Os casos ricos em informação são aqueles a partir dos quais podemos aprender o máximo sobre os aspectos centrais da investigação, e que iluminarão as questões do estudo. Estes informantes, segundo Morse (1994), são os que têm o conhecimento e a experiência de que a investigação necessita, têm capacidade de reflexão, são eloquentes, têm tempo para ser entrevistados e estão dispostos a participar no estudo. Podem ser usadas várias estratégias para escolher os casos que pretendemos estudar. A escolha depende de cada situação, e dos objectivos do estudo. E por fim o Jornal ou diário reflexivo — este jornal apoia não só a transferibilidade, mas também a fidedignidade, a confirmabilidade e a credibilidade do estudo. Segundo Lincoln e Guba (1985), é uma espécie de diário no qual o investigador regista regularmente informação sobre si próprio. Dá informação sobre a esquematização do trabalho do investigador, as suas perspectivas e as razões para as decisões metodológicas tomadas. Este tipo de actividade exige uma grande disciplina por parte do investigador, pois ao fim do dia deve fazer as suas anotações.

- Uma estratégia que permite assegurar a *fidedignidade* de um estudo é a auditoria de fidedignidade— o investigador deve fazer o possível por confirmar externamente os procedimentos; para isso deve-se fornecer uma pista de auditoria (“audit trail”) que contenha registos (através de incidentes, documentos e notas de entrevistas) e um comentário sobre os processos (como um diário do investigador) usados na investigação. A outra estratégia é o jornal reflexivo a que já se fez referência.

- Uma estratégia que permite assegurar a *confirmabilidade* de um estudo é auditoria de confirmabilidade— uma pista de auditoria realizada para assegurar a fidedignidade permite também a um crítico externo julgar sobre os produtos do estudo. Deve ser deixado uma pista “trail” que permita ao leitor determinar se as conclusões, interpretações e recomendações podem ser retiradas das suas fontes e se são apoiadas pela investigação; e a outra estratégia é o jornal reflexivo, a que já se fez referência.

- Em relação a algumas estratégias que permitem assegurar a *credibilidade* de um estudo, passamos a descrever: (1) envolvimento prolongado — o investigador deve passar tempo suficiente no contexto a ser estudado, de modo a vencer as distorções devidas ao seu

impacto no mesmo, as suas ideias preconcebidas e o efeito de acontecimentos raros ou esporádicos; (2) observação persistente — vai permitir interpretações de diferentes modos em conjugação com um processo de análise constante; (3) materiais adequados — uma vez que todos os dados devem ser interpretados em termos do seu contexto, é extremamente importante que sejam reunidos para dar uma visão holística do contexto; (4) revisão pelos pares — ocasionalmente, o investigador deve sair do contexto a ser estudado para rever percepções, “insights” e analisar com profissionais exteriores e que tenham conhecimentos suficientes sobre o estudo para o aconselhar; (5) confirmação pelos participantes — é nesta etapa que os actores ou participantes que estão a ser estudados, têm a possibilidade de se confrontar com o que fizeram ou disseram. Para isso, é-lhes facultado um rascunho do material recolhido. É a oportunidade dos participantes clarificarem ou refinarem aspectos confusos ou mal compreendidos (Erlandson et al. 1993); (6) jornal reflexivo; e (7) triangulação — forma combinada de múltiplos métodos de recolha de dados, muitas vezes recorrendo a dados de natureza quantitativa. Esta é a estratégia sobre a qual mais se tem escrito. Segundo Gravemeijer (1994b), o termo triangulação vem da trigonometria. Assim como na trigonometria, há dois ângulos que são necessários para definir o terceiro ângulo; duas fontes dirão mais sobre determinado fenómeno. Podemos assim combinar diferentes tipos de dados, diferentes métodos ou mesmo usar os mesmos dados obtidos por diferentes investigadores. Stake (1995) chama triangulação aos protocolos que se utilizam em investigação qualitativa para assegurar a qualidade de uma investigação, pois não podemos depender apenas da nossa intuição e das nossas boas intenções. Segundo Erlandson et al. (1993), o melhor modo de deduzir as várias e divergentes construções da realidade que existe dentro do contexto de um estudo é recolher informação sobre diversos acontecimentos e relações a partir de diferentes pontos de vista. Vários autores fazem referência à utilidade da triangulação de dados (e.g. Denzin, 1989; Erlandson et al., 1993; Merriam, 1988; Miles e Huberman, 1994; Lincoln e Guba, 1985; Patton, 1987; Stake, 1995). Denzin (1989) identifica quatro tipos básicos de triangulação: (1) triangulação da fonte de dados — o uso de uma variedade de fontes de dados no estudo (tempo, espaço, indivíduo). Precisamos de saber se um fenómeno ou caso continua o mesmo ao longo do tempo, espaço ou na interacção com diferentes indivíduos; (2) triangulação do investigador — o uso de um ou vários investigadores/avaliadores diferentes. É necessário ter outros investigadores a olharem para o mesmo cenário ou fenómeno; (3) triangulação da teoria —

o uso de múltiplas perspectivas para interpretar um simples conjunto de dados. Pode recorrer-se a co-observadores ou revisores com diferentes pontos de vista; e (4) triangulação metodológica — o uso de múltiplos métodos para estudar um simples problema (observações, entrevistas, gravações em vídeo, fotografias, documentos).

A Tabela 4 resume as várias técnicas sugeridas por Lincoln e Guba (1985) para assegurar o verdadeiro valor de uma investigação e adaptada por Erlandson et al. (1993).

Tabela 4

Resumo das técnicas para assegurar verdadeiro valor numa investigação

Técnica	Resultados	Exemplos
Envolvimento prolongado	Constrói a verdade Desenvolve conexão Constrói relações Obtém grande alcance dos dados Obtém dados precisos	Extenso período de tempo Evitar conclusões prematuras
Observação persistente	Obtém dados em profundidade Obtém dados precisos Selecciona relevância a partir de irrelevância Reconhece enganos	Investigação peremptória
Triangulação	Verificação de dados	Usar diferentes e múltiplas fontes (entrevistas, notas, gravações, fotos e documentos) métodos ou investigadores
Materiais adequados	Proporcionam um “retrato” das situações	Medidas tais como brochuras, catálogos, edições anuais, fotos, memorandos, etc.
Revisão pelos pares	Testar hipótese Encontrar explicações alternativas Explorar hipóteses emergentes	Discussões formais ou informação com os seus pares
Confirmação pelos membros	Testar categorias, interpretações, ou conclusões	Confirmação formal ou informal dos dados, revisão das passagens escritas ou do relatório final em rascunho
Jornal reflexivo	Documento com as decisões do investigador	Escrito diariamente ou semanalmente
Descrição densa	Providencia dados para se poder transferir juízos Proporciona ao leitor vivenciar a experiência	Dados relevantes e descritivos
Amostra intencional	Dados surgem a partir do plano e das hipóteses	Maximização de uma vasta informação baseada em factos relevantes
Pista para a auditoria	Permite ao leitor determinar a veracidade do estudo	Guiões das entrevistas, notas, documentos, notas dos revisores, jornais, ...)

A probabilidade com que os resultados e interpretações do estudo são credíveis depende da prova de que a investigação foi feita durante um extenso período de tempo,

proporciona evidência a partir de observações persistentes, fez triangulação de fontes e de métodos, conduziu confirmação dos participantes e está isenta de conclusões prematuras (Erlandson et al., 1993).

Principais Características do Estudo de Caso Qualitativo

Quando pretendemos efectuar uma investigação em educação, temos que decidir por que metodologia optar. Essa opção vai depender de vários factores, entre eles os objectivos do estudo, natureza da situação ou fenómeno a estudar e das questões a que se pretende responder, grau de controlo, contextos e perspectiva epistemológica que se assume.

A investigação de natureza qualitativa, do tipo não experimental, é adoptada quando são procuradas a descrição e explicação dos fenómenos, mais do que a previsão baseada em relações causa-efeito. Por outras palavras, utiliza-se quando não se tem controlo sobre os acontecimentos, logo não é possível ou praticável manipular as potenciais causas do comportamento dos participantes, e quando as variáveis não são facilmente identificadas ou estão demasiado envolvidas no fenómeno para poderem ser extraídas para o estudo (e.g. Merriam, 1988; Yin, 1989). Merriam (1988) refere ainda que se deve ter em conta o controlo sobre os acontecimentos para a escolha da investigação, atendendo a que quanto mais controlo se tem, mais experimental deve ser a investigação. Na maior parte das situações educacionais é demasiado complexo controlar todas as variáveis em jogo. Dentro desta perspectiva, a metodologia de estudo de caso aparece como uma das formas de investigação indicadas. Na mesma linha, Yin (1989) refere que

o estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do "como" e "porquê" são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caracterizar. (p. 139)

Vários autores (e.g. Lee e Yarger, 1995; Lincoln e Guba, 1985; Gravemeijer, 1994; Schulman, 1986) recomendam como metodologia de investigação o estudo de caso¹, considerando-o a melhor escolha para uma investigação naturalista em educação. E ainda sugerem que, se um investigador pretende estudar o que um aluno pensa, então deverá

¹ Uma discussão pormenorizada sobre estudo de caso pode ser encontrada, por exemplo, em Ponte (1994) e Matos (1994, 1996).

participar e observar as actividades com as quais o aluno está envolvido no seu contexto natural: a sala de aula. Em particular, Lee e Yarker (1995) referem que o estudo de caso parece ser o mais relevante modo de investigar na formação de professores.

Para Merriam (1988), um estudo de caso é uma descrição analítica, intensa, globalizante e holística de um fenómeno limitado (como um programa, uma instituição, uma pessoa ou uma unidade social), que é efectuado para descobrir o que nele existe de essencial, único e característico. Contudo para Stake (1995), um estudo de caso é uma descrição narrativa de um objecto social, tal como uma pessoa, uma aula, uma instituição, um programa ou um outro sistema limitado. Englobando estas várias perspectivas, Ponte (1994) refere o seguinte sobre o estudo de caso:

Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como “ e os seus “porquês” evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularista, isto é, debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico. (p. 3)

Stake (1995) identifica três tipos de estudo de caso: (1) estudo de caso intrínseco — faz-se porque se quer obter melhor compreensão sobre o caso particular; (2) estudo de caso instrumental — um determinado caso é estudado para proporcionar compreensão sobre um tema ou refinamento da teoria. O caso é o suporte para a compreensão de outras coisas. Como normalmente temos vários interesses, muitas das vezes em constante mudança, não há uma linha de distinção entre o caso intrínseco e o instrumental; e (3) estudo de caso colectivo — os investigadores podem estudar alguns casos em conjunto de modo a investigar o fenómeno, a população ou as condições gerais. Não é um estudo de um grupo, mas podemos dizer que é um estudo instrumental estendido a vários casos.

Os cuidados a ter com um estudo de caso são iguais aos da investigação qualitativa, que já foram referidos no ponto anterior. De qualquer modo, vejamos alguns aspectos característicos do estudo de caso.

Na maior parte das vezes os “casos” de interesse em educação são pessoas e programas. O caso pode ser simples ou complexo. O primeiro critério para seleccionar os casos deve ser o de maximizar aquilo que queremos conhecer, sendo a nossa preocupação compreendê-lo. Coloca-se em ênfase a sua unicidade. Os investigadores de casos procuram

o que é comum e o que é particular em cada caso, mas o resultado final apresenta normalmente algo único. A compreensão do fenómeno pode depender de uma boa escolha do caso (e.g. Patton, 1990; Yin, 1989; Stake, 1995). O estudo deve ser conduzido longitudinalmente, para melhor estudar os acontecimentos sobre os quais não se tem controlo. Num estudo de caso qualitativo, o tipo de amostragem que se utiliza é a intencional ou criteriosa (e.g. Patton, 1990; Erlandson, 1993; Goetz e LeCompte, 1984; Lincon e Guba, 1990; Merriam, 1988; Stake, 1995; Yin, 1989). Abrantes (1994) sugere alguns critérios a ter em atenção para a escolha do caso numa situação de uma turma sujeita a um programa experimental que procure avaliar as reacções dos alunos: “(1) sejam extremos; (2) correspondam à maior diversidade possível de reacções; (3) sejam *típicos*; (4) sejam especialmente problemáticos; (5) sejam particularmente interessantes, etc.” (p. 212).

A investigação do estudo de caso é de natureza particularista e com um forte cunho descritivo. Merriam (1988) indica algumas das suas características em educação. (1) São *particularistas*— porque se focam numa situação particular (o caso) . O caso é importante pelo que revela acerca do fenómeno e daquilo que ele representa, concentrando a sua atenção na forma como grupos particulares de pessoas se confrontam com problemas específicos. Segundo Erickson (1986), um estudo de caso produz sempre conhecimento “específico” onde se procura algo de universal no mais particular; (2) São *descritivos* — porque o produto final de um estudo de caso é uma descrição rica e completa com que se pretende interpretar os significados do fenómeno em estudo. Yin (1984) refere que esta metodologia, apesar do seu cunho descritivo, pode assumir carácter analítico, quando confronta o problema estudado com outras situações ou teorias existentes, desenvolvendo hipóteses explicativas ou gerando novas questões. (3) São *heurísticos* — não só porque iluminam a compreensão sobre o fenómeno do investigador que conduz o estudo, mas também por poder melhorar a compreensão do leitor acerca desse fenómeno; e (4) São *indutivos* — porque têm como suporte o “pensamento indutivo”, isto é, os conceitos e as relações entre esses conceitos emergem da análise dos dados e esses dados estão enraizados no contexto. Este carácter indutivo pode levar à reformulação de objectivos e problemáticas no decorrer do estudo (Miles e Huberman, 1994).

Os resultados devem ser organizados de modo a contribuir para a compreensão do caso pelo leitor, assumindo a forma de uma narrativa que o torne compreensível e, uma vez que o conhecimento é socialmente construído, acrescente algo de significativo ao

conhecimento já existente e seja tanto quanto possível interessante e esclarecedor (Stake, 1995).

O estudo de caso, segundo Merriam (1988), não reivindica nenhum método particular de recolha de dados, mas deverão ser usadas múltiplas fontes de evidência, como refere Yin (1989). Assim, os métodos de recolha de dados são os privilegiados na investigação qualitativa: as observações, as entrevistas e os documentos.

A questão da generalização dos resultados do estudo de caso é frequentemente colocada como em geral é sentida em relação às investigações qualitativas, e que já foi referida em pontos anteriores. Mas conforme alguns autores referem (e.g. Merriam, 1988; Stake, 1995; Yin, 1989) a verdadeira função de um estudo de caso é a particularização e não a generalização, onde o investigador está principalmente preocupado com o processo, mais do que com os resultados ou produtos. Ou seja, o seu interesse é compreender como é que as pessoas dão sentido às suas experiências, dependendo o alcance da investigação sobretudo da capacidade do investigador.

Opções e Procedimentos de Carácter Metodológico

No presente estudo pretende-se identificar e compreender de que modo os programas de duas disciplinas de Didáctica da Matemática — Metodologia do Ensino da Matemática I (MEM I) e Metodologia do Ensino da Matemática II (MEM II) — se relacionam com o desenvolvimento dos conhecimentos, concepções e práticas de futuros professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico no contexto de uma turma. Assim, e de acordo com as considerações efectuadas nos pontos anteriores, optou-se por uma abordagem qualitativa de investigação assumindo também a metodologia de estudo de caso. Pretende-se, mais do que determinar relações causa-efeito e quantificar os resultados, compreender e interpretar os fenómenos, no seu ambiente natural, estabelecendo relações entre eles de modo a gerar hipóteses explicativas.

O estudo decorreu num ambiente natural de sala de aula onde se acompanhou uma turma, e alguns alunos em particular. Se pretendemos formar melhores professores, é necessário averiguar o que eles pensam e como o seu pensamento se reflecte na sua prática e na formação de cada um. Deste modo, o contexto do estudo é bastante complexo pois

envolve vários aspectos que são inseparáveis uns dos outros e de todo o ambiente (pessoas e factos), o que faz com que as questões deste trabalho não se possam estudar isoladamente.

Delineamento do Estudo

O estudo foi desenvolvido numa Escola Superior de Educação e iniciou-se com uma turma do 3º ano do curso de professores do 2º ciclo do ensino básico da variante de Matemática e Ciências da Natureza. A turma foi acompanhada em três disciplinas curriculares da área da Matemática: MEM I, MEM II e PP IV ao longo de dois anos lectivos. Nestas condições, consideraram-se dois níveis de concretização (ou de análise): os programas das referidas disciplinas e quatro alunos, futuros professores.

No primeiro nível descrevem-se, caracterizam-se e analisam-se os programas das referidas disciplinas através, por um lado, dos pressupostos e fundamentos tidos em consideração na sua elaboração e, por outro lado, das opiniões de especialistas em educação matemática e dos alunos que frequentaram as disciplinas. No segundo nível, faz-se primeiramente uma caracterização geral da turma e estudam-se quatro alunos focando três aspectos: o primeiro envolve, em particular, aspectos de natureza cognitiva, sobretudo a capacidade de aquisição de conceitos básicos, ideias e valores e a capacidade de desenvolver processos complexos de pensamento; o segundo envolve os aspectos mais de natureza afectiva, estudando em particular, as concepções que os alunos têm sobre a Matemática, o seu ensino-aprendizagem e o ser professor de Matemática; e o terceiro envolve sobretudo aspectos relacionados com a prática pedagógica desses alunos, caracterizando essa prática, de modo a desenhar o seu perfil.

Podemos construir um esquema geral do estudo onde se identificam os principais aspectos a serem estudados: os factores-chave, constructos e variáveis. Parte-se do pressuposto que o futuro professor deve tornar-se um ser reflexivo e que um professor começa a sua aprendizagem sobre o ensino muito antes da sua formação inicial e continua a aprender e a mudar ao longo da sua carreira, donde resulta que aprender a ensinar é um processo para toda a vida no qual a formação inicial será apenas uma fase (Feiman-Nemser, 1983). A Figura 14 apresenta os principais momentos da investigação e os principais intervenientes. Os programas das disciplinas MEM I e MEM II que são aplicados numa turma com determinadas características, desempenhos e visões. Nesta, escolheram-se quatro alunos que foram estudados (a nível de percursos, conhecimentos, concepções) e que

posteriormente foram acompanhados na fase final do curso, na prática pedagógica, PP IV, onde terão oportunidade de serem confrontados com o processo de ensino da matemática numa turma do 2º ciclo do ensino básico. Todos os elementos recolhidos poderão ajudar a clarificar e a dar respostas a algumas questões relacionadas com o futuro professor, com o programa das disciplinas e em última análise com o programa de formação inicial dos alunos, futuros professores.

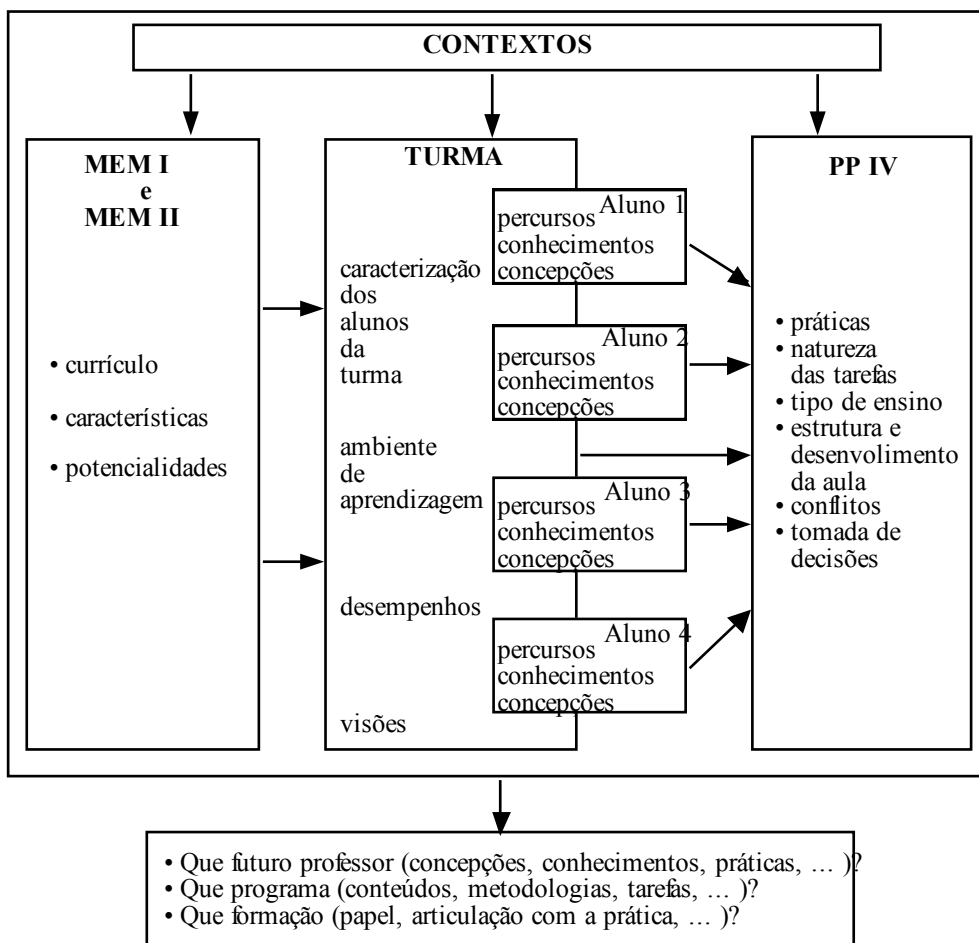


Figura 14. Esquema geral do desenvolvimento do estudo

A Escolha dos Casos

O estudo de caso não utiliza uma amostragem aleatória e numerosa, mas sim criteriosa ou intencional, ou seja, está sujeita a determinados critérios que permitam ao investigador aprender o máximo sobre o fenómeno em estudo. De início, temos o fenómeno; os casos fornecem as oportunidades para estudar esse fenómeno (Stake, 1995).

Com este estudo, não pretendem explicar-se outros estudos de caso, mas sim compreender estes casos específicos. Nesta investigação, de acordo com o fenómeno em estudo, escolheram-se numa turma, quatro alunos.

A turma não obedeceu a nenhuma selecção, uma vez que era a única da escola de formação de professores onde se desenrolou este estudo. De qualquer modo, acentua-se que a investigadora conhecia bem a turma, uma vez que tinha sido, e era, na altura do estudo, professora da turma noutras disciplinas, o que garantiu a naturalidade e normalidade da situação, onde o investigador não foi elemento perturbador. A turma era bastante homogénea em vários aspectos, tais como o comportamento, o aproveitamento, o nível sócio-económico e as idades e com mais raparigas do que rapazes.

A escolha dos alunos obedeceu a determinados critérios. Esta forma de amostragem criteriosa ou intencional é baseada na suposição de que, se queremos descobrir, compreender, e obter conhecimento sobre determinado fenómeno, então devemos escolher uma amostra a partir da qual possamos aprender o máximo possível. Seguindo esta metodologia, procedeu-se à selecção de quatro alunos participantes tendo em conta o interesse em estudar pessoas: com disponibilidade, uma vez que este estudo iria exigir muito do tempo livre dos participantes durante dois anos; que fossem informantes ricos, fossem críticos e com capacidade de se exprimir bem; com diversidade de pontos de vista; e com nível de aproveitamento geral médio ou bom. Assim, para a selecção dos alunos, teve-se em atenção, além da opinião do próprio investigador, os registos de aproveitamento e a opinião dos professores dos alunos da turma, que posteriormente foram ouvidos sobre a sua disponibilidade. Os participantes escolhidos foram quatro alunos que aceitaram voluntariamente participar neste estudo durante dois anos: três raparigas e um rapaz (uma vez que a relação de rapazes e raparigas na turma era de 1 para 3). As diferenças entre estes alunos não eram grandes, uma vez que esta turma era bastante homogénea como já foi referido. Uma das alunas era membro da associação de estudantes, outra era bastante crítica e irreverente, assumindo muitas vezes a liderança da turma, outra era a melhor aluna, muito sossegada e introvertida. O aluno era bastante querido pelos colegas, não sendo muito efusivo nas suas manifestações, mas revelando grande maturidade. A estes alunos, e de acordo com alguns autores (e.g. Stake, 1995; Merriam, 1988), foram atribuídos os seguintes nomes fictícios: Fernanda, Céu, Sara e Carlos.

Experiência e Papéis do Investigador

Há autores (e.g. Merriam, 1988; Yin, 1989) que comparam o papel do investigador num estudo de caso ao de um detective. Não só por procurar "peças de um puzzle" para formar a imagem global que não se conhece, mas também por não se limitar a recolher dados de um modo sistemático, mas antes procurando evidências e informações contraditórias, tudo a convergir para que os dados tenham sentido.

O investigador, num estudo de caso, é o principal instrumento, quer para a recolha de dados, quer para a sua análise, pelo que deve ter algumas características e adoptar certos cuidados durante o seu estudo. É ele que tem de decidir que dados recolher, quem deve ser entrevistado ou observado, ou que documentos devem ser tomados em atenção. Segundo Yin (1989), o estudo de caso é uma das investigações mais difíceis de fazer. Assim, uma boa preparação da investigação começa com algumas características que o investigador deve reunir. Apesar de, à *priori*, não ser possível testar e determinar que pessoa é que poderá ser um bom investigador de estudo de caso, aquele autor sugere algumas características base: (1) saber colocar boas perguntas e interpretar as respostas; (2) ser um bom ouvinte e não obcecado pelas suas ideologias e concepções próprias; (3) ser capaz de se adaptar e ser flexível, de modo a ter oportunidade de encarar situações novas; (4) ter bom conhecimento daquilo que está a ser estudado; e (5) ser imparcial e libertar-se de noções preconcebidas, isto é, ser sensível às evidências contraditórias. Lincoln e Guba (1985) também sugerem que o investigador deve ser tolerante com a ambiguidade, bom comunicador e sensível ao contexto, aos dados e às tendências pessoais. Sendo o investigador o primeiro instrumento numa investigação, ele também é, antes de tudo, uma pessoa e, como tal, todas as suas observações, análises e interpretações serão filtradas através dos seus valores, convicções e perspectivas. Este será, talvez, um dos aspectos mais importantes a ter em atenção quanto à sua imparcialidade. Para ultrapassar este aspecto, deve dar-se oportunidade ao leitor de julgar as opções do investigador, dando-lhe a conhecer quem ele é, e os diferentes papéis que assume durante a investigação.

A investigadora. A investigadora é licenciada em Matemática, ramo educacional, pela Universidade do Porto e possui um mestrado em Educação - Metodologia do Ensino das Ciências, variante de Matemática - obtido na Universidade de Lisboa. Desde 1977 é professora de Matemática, tendo leccionado no ensino secundário durante nove anos,

passando depois para o ensino superior, sendo desde então, docente do Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia de uma Escola Superior de Educação (ESE), onde tem leccionado disciplinas das áreas da Matemática e da Didáctica da Matemática no âmbito da formação inicial, formação em serviço e formação contínua de professores. Nos últimos cinco anos, tem trabalhado no seu programa de doutoramento (tendo estado a leccionar, em simultâneo, durante os três primeiros anos, antes de ser bolsista do Prodep). Iniciou este estudo com a convicção de que as disciplinas de Didáctica são uma forte componente da formação de professores, sobretudo no desenvolvimento de competências cognitivas e afectivas em relação à Matemática e ao seu ensino e no desenvolvimento da identidade profissional dos alunos, futuros professores. O seu envolvimento com a formação inicial de professores tem cerca de quinze anos. Ao longo destes anos tem tido oportunidade de participar, com outros professores, formadores e investigadores, em vários encontros de índole científica e profissional, nacionais e internacionais, onde se têm tratado questões ligadas ao ensino da matemática e à formação de professores.

O percurso profissional da investigadora pode ser dividido em duas etapas, uma antes e outra depois da entrada na ESE. Acabou a licenciatura e iniciou a sua actividade profissional durante a década de 70, época bastante conturbada da sociedade portuguesa e que se traduziu em grandes e rápidas mudanças na Escola. Vivia-se a entrada de novos conteúdos matemáticos. No então ensino unificado, foram introduzidas as Transformações Geométricas e as Relações Binárias, e no ensino secundário, a Lógica e a Teoria dos Conjuntos. Eram referências obrigatórias os compêndios de Sebastião e Silva. Defendia-se então que muitos dos problemas do ensino e da aprendizagem em matemática se resolveriam dando mais matemática aos alunos e de um modo mais estruturado. A Matemática Moderna aparecia como um desses caminhos. A ideia não era só dar mais matemática aos alunos, mas também aos professores. Organizavam-se sessões, promovidas sobretudo pela Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), onde os temas tratados eram de natureza científica e apresentados pelos professores das disciplinas que se tinha tido durante o curso, com os mesmos conteúdos e dadas da mesma maneira. Apesar de haver uma grande necessidade de aprender a fazer melhor, sentia-se no entanto um grande desânimo, pois os responsáveis não faziam nada para modificar as coisas; parecia que o que se pretendia era apenas “cumprir calendário”. Entretanto, inicia a sua actividade na formação de professores, aquando da introdução da profissionalização em exercício. O

primeiro ano de lançamento é bastante confuso e esses anos são passados a ouvir longas sessões sobre pedagogia por objectivos. A Taxonomia de Bloom, adaptada para a matemática pelo projecto NLSMA- *National Longitudinal Study of Mathematical Abilities*, é debatida até à exaustão, mas sem nunca se chegar a conclusões que parecessem sólidas. A Dinâmica de Grupo e a Psicologia são outros temas que fizeram parte da formação dos formadores de então. Na profissionalização em exercício, privilegiava-se a definição de objectivos e as planificações: uma boa planificação parecia então valer mais do que uma boa aula. A falta de suportes e de referências durante a formação na faculdade fez com que se “bebesse” tudo que então era dado. E não se sentia as coisas melhorarem. A experiência da investigadora como formadora era nula. A única referência que tinha era o modelo da sua própria formação, que tentava superar com uma reflexão crítica. A visão que se tinha da formação de professores era fortemente prescritiva, assentando na listagem dos aspectos que os formandos deveriam aprender ou possuir para serem professores com sucesso no ensino e aprendizagem da matemática. O modelo da profissionalização em exercício não lhe agradou, devido a haver uma grande desvalorização da componente prática pedagógica em favor da componente escola, além de que o orientador tinha de desdobrar o desempenho do formando por um conjunto de objectivos que, na maior parte das vezes, não correspondiam ao todo. Por outro lado, trabalhar com professores em formação com largos anos de experiência (e.g. dez, quinze anos) mostrou-se bastante difícil, uma vez que, apesar de nalguns casos mostrarem boa vontade para mudarem as suas práticas, o poder das rotinas adquiridas ao longo dos anos era bastante forte. Não obstante todas as mudanças, os alunos continuavam fracos e atribuíam-se as constantes deficiências à fase anterior de educação — as faltas de base detectadas. Foi então que decidiu ir ao início do problema: os educadores de infância. Concorre para a Escola Normal de Educadores de Infância para averiguar que matemática se ensina aos alunos da pré-escola, “coisa” que lhe era então bastante nebulosa. Nesta fase, estudou e aprendeu muito, concluindo que não era aí que o problema residia pois os alunos colaboravam bem desde que solicitados para tarefas matemáticas ou pré-matemáticas. Foi durante esta breve incursão que descobriu os materiais manipuláveis a que mais tarde, na ESE, vai dedicar uma atenção especial. Entretanto, aparecem as Escolas Superiores de Educação, que substituem as Escolas Normais de Educadores de Infância e as Escolas Normais de Magistério Primário. Curiosamente concorreu para a ESE não para a formação inicial, que só abriria no 2º ano de instalação, mas para a formação em serviço,

que passa a ser da responsabilidade repartida das Universidades e das Escolas Superiores de Educação. É com a entrada na ESE que iniciou a sua segunda etapa, e as coisas vão mudar radicalmente pois começou a ter um envolvimento sistemático com questões da educação. Na altura, o responsável pela área de Matemática é um mestre recém-formado nos EUA que, com o seu dinamismo, agita os professores de todos os níveis de ensino do distrito onde se localiza a ESE. É por esta altura que também se começa a delinear a formação de uma associação profissional dos professores de matemática, cujas preocupações são então diferentes daquelas manifestadas pelas instituições existentes. Começa a tomar corpo a Educação Matemática em Portugal. Abrem-se novas perspectivas, quer quanto à forma, quer quanto aos conteúdos dos programas de ensino-aprendizagem de matemática e do que deve ser a educação matemática nos próximos anos. Começa a colaborar activamente na formação de professores com o coordenador da área, que concebe um plano inovador de formação de professores do distrito onde a ESE se insere, partindo das necessidades de formação manifestadas por esses professores. São sobretudo sessões com materiais "manipulativos", "problem solving" e com computadores "Timex" para o estudo da linguagem LOGO, a que dedicou os anos seguintes da sua actividade na ESE. São os trabalhos de Copeland, Dienes, Polya e Van Hiele que lhe vão despertar e fascinar para o que pode ser o ensino e aprendizagem da matemática. É a partir de então que a didáctica da matemática começa a ser uma realidade privilegiada de estudo. O fraco movimento editorial dificultava o acesso à informação e formação. Só a partir de meados dos anos 80 é que se começa a ter acesso a uma grande variedade de referências bibliográficas e não só. O ensino da matemática entra numa era de constante movimento: são as publicações da APM, as publicações do NCTM dos Estados Unidos, os ProfMats, os cursos de pós-graduação em educação matemática que se começam a efectuar em Portugal na Faculdade de Ciências de Lisboa, a participação em encontros de natureza profissional e científica internacionais, as investigações sistemáticas que se começam a desenvolver, etc. Tudo isto, naturalmente influencia as suas perspectivas sobre o ensino-aprendizagem da matemática, realçando o seu aspecto construtivista e social, e a desperta da ingenuidade que a levava a pensar que bastava estudar e ter boa vontade para poder pôr em prática algumas acções que levariam ao sucesso que se procurava para o ensino.

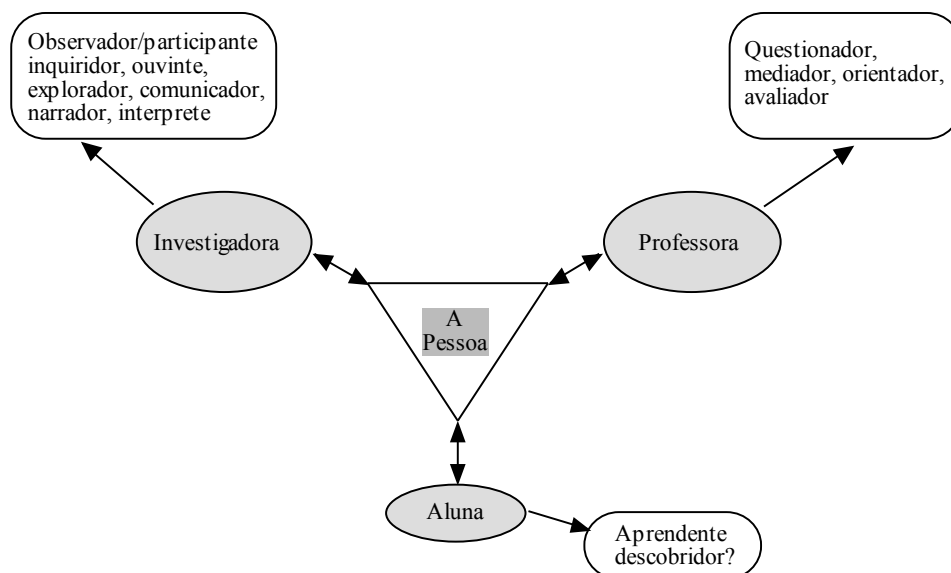
Apesar de todo o movimento que se começa a delinear, o papel chave do professor no processo de ensino-aprendizagem ainda não é o aspecto central das preocupações dos

formadores e investigadores. Em relação à formação inicial, houve grandes alterações com o aparecimento das novas escolas de formação de professores (ESE) e de departamentos de educação nas universidades, onde se fizeram modificações significativas em termos de conteúdos e métodos de ensino, com a introdução de áreas como a resolução de problemas e a utilização das tecnologias (como as calculadoras e computadores, e outras). No entanto, o corte com um passado ainda muito recente não foi efectuado completamente em relação ao formato da formação, que, embora tomando designações diferentes, às vezes continua a ser o mesmo. Apesar das ESE, à partida, terem algumas vantagens em relação aos esquemas organizacionais das universidades, têm contudo outros tipos de problemas que também dificultam a mudança.

É dentro deste contexto que se abrem perspectivas em relação à formação pessoal da investigadora concorrendo ao mestrado em educação na universidade de Lisboa. A partir de então, há um envolvimento mais profundo e reflectido, sobre a formação inicial de professores, sobretudo no respeitante ao trabalho efectuado dentro da sala de aula em torno das experiências vividas até então. Houve uma consciencialização de que é na sala de aula que a função do professor é mais desafiante, com mais responsabilidades e também mais gratificante. Há necessidade de conhecer melhor a pessoa do professor em diferentes perspectivas: do professor enquanto formador de professores e do futuro professor enquanto aluno. Todo este percurso conduziu ao presente estudo.

Papéis do investigador. O investigador, num estudo de caso de natureza qualitativa, assume vários papéis - instrumento, inquiridor, ouvinte, explorador, negociador, avaliador, narrador, comunicador, observador, intérprete (e.g. Lincoln e Guba, 1985; Merriam, 1988; Patton, 1989; Stake, 1995; Yin, 1989), com maior ou menor evidência, mas que fazem parte desta metodologia. Neste estudo, desempenha três papéis: o de professor, o de investigadora (ou observadora participante) e o de aluna. Como já foi referido, o facto de ser simultaneamente professora da turma e investigadora acarretou algumas dificuldades, sobretudo durante as aulas onde ao mesmo tempo era professora e observadora, tentando manter uma atitude de imparcialidade. Mas, como referem Bogdan e Biklen (1994), a investigação educacional baseada nas abordagens de natureza interpretativa pode tirar partido da relação de proximidade existente entre o investigador e o objecto em estudo. Assim, actuava de diferentes modos durante essas aulas. Ser professora era a sua actividade principal e era responsável pelas disciplinas que leccionava. Era professora quando

conduzia a aula, dava novas informações aos alunos seguindo um programa pré-estabelecido, ajudava os alunos ou os questionava sobre o trabalho. Como professora, não



podia ser completamente neutra neste estudo. Os alunos conheciam-na e sabiam quais as suas perspectivas sobre o ensino da matemática. Também, por vezes, actuava como se fosse aluna, quando se envolvia nas actividades dos alunos e tentava resolver algumas dificuldades inesperadas. Por outro lado, os investigadores também “aprendem” através de um estudo sistemático, questionamento e reflexão num determinado contexto. Paralelamente ao papel de professora, era uma investigadora, sobretudo quando observava, tomava notas e inquiria os alunos. Uma vez que este estudo era, essencialmente, um estudo de natureza exploratória, uma estratégia relevante foi a observação participante. No início, teve algumas dificuldades em desempenhar este papel, que foi o mais difícil, pois houve momentos em que não sabia até que ponto deveria ir quando observava o aluno em determinada situação. Agir como professor, ou não intervir, e deixar a acção decorrer como observador? A Figura 15 resume os diferentes papéis que como pessoa desempenhou ao longo deste estudo, distribuídos por três áreas principais: investigação, ensino e aprendizagem (Crawford e Adler, 1996).

Figura 15 . Papéis do investigador

Convém referir que, sendo a professora da turma e conhecendo os alunos de outras disciplinas, havia um clima de à vontade e confiança mútuos que constituíram um elemento de grande estabilidade para o estudo, permitindo que a turma funcionasse normalmente.

Além disso, permitia que houvesse conversas casuais e informais com os alunos sobre vários aspectos relacionados com o ensino e aprendizagem da matemática e com a escola.

Fases do Estudo e Procedimentos

Este estudo desenvolveu-se aproximadamente ao longo de cinco anos, desde o seu início até à elaboração desta dissertação, com alunos em formação inicial de professores para o 1º e 2º ciclos do ensino básico de uma Escola Superior de Educação.

Podemos distinguir três fases neste estudo. A primeira, a que se chamou pilotagem, e durante a qual se elaboraram alguns materiais e instrumentos que foram testados numa turma da disciplina semestral Processos de Ensino Aprendizagem da Matemática II (PEAM II) e que daria origem, no ano lectivo seguinte, a duas disciplinas semestrais (MEM I e MEM II). Na segunda fase, a que se chamou trabalho de campo, decorreu a passagem dos alunos pelas três disciplinas finais do curso: MEM I, MEM II e PP IV. Foi nesta fase que se seleccionaram os quatro alunos-caso da turma a seguir. Foi também durante esta fase que se foram aperfeiçoando os instrumentos e apurando as questões do estudo com constantes refinamentos à medida que o estudo avançava. Podemos identificar, nesta fase, dois momentos que estão relacionados com os dois contextos dos alunos: um primeiro momento na ESE e um segundo momento numa escola do 2º ciclo do ensino básico. Neste último momento, a turma passa para um segundo plano uma vez que o investigador, por questões organizacionais, não pôde ir observar as aulas de todos os alunos da turma. A terceira fase foi dedicada ao relatório escrito do estudo. Na Tabela 5 apresenta-se a calendarização do estudo.

Tabela 5

Calendarização do estudo

Fases do estudo	Contextos	Participantes	Disciplina	Data
Pilotagem	Turma do 4º ano de Mat/CN de uma ESE	Turma	PEAM II	Ano lectivo de 1994/95
	Turma do 3º ano de Mat/CN de uma ESE	Turma + 4 alunos	MEM I	2º semestre do ano lectivo de 1995/96

Trabalho de campo	1º momento ESE	Turma do 4º ano de Mat/CN de uma ESE	Turma + 4 alunos	MEM II	1º semestre do ano lectivo de 1996/97
	2º momento Escola C+S	Alunos do 4º ano de Mat/CN numa ESE, em turmas do 5º e 6º anos de escolaridade	4 alunos	PP IV	2º semestre do ano lectivo de 1996/97
Relatório Escrito					Anos civis 1998, 1999, 2000

Como atrás se referiu, o estudo iniciou-se durante o ano lectivo de 1994/95. Nesta fase, foram elaborados, sobretudo, os instrumentos que estavam relacionados com a resolução de problemas e foram testados nas aulas de uma disciplina do âmbito da didáctica chamada Processos do Ensino e Aprendizagem da Matemática II. A relação com esta turma em estudo vinha desde o 1º ano, e mesmo durante o estudo foi também professora de outras disciplinas (e.g. Teoria dos Números). As aulas decorreram sempre normalmente.

Durante a disciplina de MEM I, o estudo debruçou-se especificamente sobre a resolução de problemas, pois era o grande tema desta disciplina. A grande ênfase é colocada no ensino formal de resolução de problemas, de modo a que os alunos adquiram capacidades que lhe permitam ter à vontade nessa tarefa. Deste modo, têm que resolver muitos problemas de vários tipos e explorar várias estratégias onde tenham oportunidade de aplicar os modelos de Polya e o de Charles e Lester, e também fazer formulações de problemas. Em suma, são sujeitos a um tipo de ensino sistemático da resolução de problemas. Neste sentido, estudaram-se os alunos e a turma em actividades de resolução de problemas, procurando identificar que desempenhos, conhecimentos e concepções revelaram a este propósito. Na disciplina de MEM II, o estudo alarga-se para a matemática em geral, onde os alunos, depois de terem trabalhado os problemas adquiriram uma visão mais alargada da resolução de problemas no ensino-aprendizagem da matemática. Deste modo, pretendeu-se averiguar se são capazes de identificar onde se integra a tarefa no currículo de matemática, indicar como deve ser explorada e que conteúdos suscita ou requer. Também é necessário que, perante uma determinada situação, tenham capacidade para colocar e formular questões adicionais. Aqui podem surgir os materiais, quer os manipuláveis quer a calculadora, como meios de apoio a actividades problemáticas. Neste sentido, foram efectuadas algumas entrevistas, propostos questionários e algumas tarefas, onde se pretendeu averiguar que conhecimentos os alunos revelavam a nível curricular,

didático e pedagógico. Concretamente, os alunos resolveram alguns problemas e responderam a questionários, fizeram relatórios e submeteram-se a algumas entrevistas. Também se indagou que conhecimentos matemáticos revelaram os alunos na elaboração de algumas tarefas, assim como que concepções revelaram sobre a matemática e o seu ensino e a profissão de professor. Na disciplina de PP IV analisa-se sobretudo a competência dos alunos na planificação e implementação de uma unidade didáctica numa escola C+S. Para isso, são feitas reuniões durante a elaboração das planificações, observações e filmagens às aulas e reuniões de reflexão imediatamente a seguir às aulas observadas.

Recolha de Dados: fontes e métodos

O estudo de caso não reivindica nenhum método particular de recolha de dados. Assim, neste estudo, usaram-se vários métodos de recolha de dados que podem ser agrupados nas três formas privilegiadas da investigação qualitativa: observações, entrevistas e documentos (incluindo os artefactos).

A *observação* é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz. Como não se pode registar tudo o que se observa, interessa focar os aspectos para os quais se pretende resposta ou clarificação. Ao longo de três semestres, a investigadora desempenhou basicamente dois papéis diferentes, um nas aulas de PP IV e outro nas aulas de MEM I e II. As observações foram a principal fonte de recolha de dados durante a PP IV, que obedeceu a um esquema de observação (EO) (ver Anexo A) da prática na sala de aula, ou seja, da instrução de cada aluno. Este método, permitiu recolher dados sobre as competências para ensinar matemática dos futuros professores, assim como fazer inferências sobre os seus conhecimentos e concepções. Durante este período, a investigadora foi uma observadora passiva, com uma intervenção nula na sala de aula, tentando observar o máximo possível sem que a sua presença fosse um elemento perturbador para o que estava a ser observado. Realizaram-se quatro observações a cada um dos quatro alunos e fez-se a gravação em vídeo de uma aula não observada. Não foi possível observar mais aulas, uma vez que estes alunos estavam em escolas diferentes (dois a dois), a uma distância uma das outras de cerca de 20 km, e havia coincidência de horário em alguns dias. Depois das observações das aulas houve uma reunião com o

aluno/professor que leccionou, assim como com os outros intervenientes (investigadora, orientador da escola do 2º ciclo e o colega) imediatamente a seguir à leccionação. Desta reunião, onde era discutida a actuação do aluno/professor observado, era elaborada uma “acta”. Durante as disciplinas de MEM I e MEM II a investigadora foi uma observadora participativa, com toda a intervenção que é inerente ao professor das disciplinas. Este duplo papel acarretou algumas dificuldades à investigadora, como já foi referido, pois tinha que tentar cumprir ao máximo o seu papel de professora da disciplina com determinados objectivos a atingir e, por outro lado, quando acabava a aula tinha que tomar notas, do que achava durante aquela aula ter acontecido de relevante para o seu estudo, o que nem sempre era possível fazer com grande sistematização.

As *entrevistas* foram realizadas, com os quatro alunos escolhidos para estudos de caso, ao longo de três semestres (E1, E2, E3, E4, E5, E6). Com os outros alunos da turma utilizaram-se alguns questionários. Em alguns casos, os quatro alunos preenchiam o questionário durante as entrevistas. A duração de cada entrevista era, em média, de 60 minutos, individual e cada uma delas realizada no mesmo dia com os quatro alunos. Todas foram audio-gravadas e posteriormente transcritas. Depois de transcritas foram ainda sujeitas a revisão pelos respectivos autores, dando-lhes oportunidade de clarificar alguns aspectos mal entendidos. As correcções que foram efectuadas não foram significativas, uma vez que se limitaram a alguns aspectos de linguagem. Em relação ao conteúdo e conceitos envolvidos, não houve alterações. Apenas se notou por vezes exclamações do tipo "Ah (risos), eu disse isto? Já não me lembrava" e quando se lhes perguntava se não era isso que queriam dizer mantinham a afirmação, justificando a exclamação como uma maneira de exprimirem surpresa. As entrevistas assumiram um carácter semi-estruturado - foram conduzidas a partir de um guião onde constava um conjunto de questões gerais, permitindo que, durante a entrevista fossem exploradas de acordo com as respostas dos alunos. A primeira entrevista (E1) foi efectuada no início do estudo e tratou-se mais de uma conversa informal, onde se procurou saber da disponibilidade e vontade em participar num projecto desta natureza e em que constava a participação de cada um. Foi lhes dito que as aulas decorreriam normalmente e que apenas se pretendia a sua colaboração em algumas entrevistas a efectuar ao longo das três disciplinas. As outras cinco entrevistas focaram-se sobretudo nas concepções e perspectivas que os alunos tinham sobre a matemática, a resolução de problemas, os materiais manipuláveis, o seu ensino, o currículo, a escola, a

formação, o professor e os programas das disciplinas de MEM I e II e a sua profissão. Também serviram para esclarecer determinados aspectos levantados pelas leituras dos questionários e observações efectuadas.

Os *documentos*, fonte de informação muito importante neste trabalho, são de natureza diversa. Além dos documentos elaborados pela investigadora na sua actividade como professora das disciplinas, no qual se englobam os programas das disciplinas de MEM I e MEM II e algumas sebatas de apoio, a maior parte dos documentos foram produzidos pelos alunos nessas disciplinas. Estes trabalhos constam de: jogos, materiais manipuláveis, propostas de actividades, *dossiers* e provas de avaliação. Com estes elementos, tentou-se caracterizar quer os alunos-caso quer a turma nos vários aspectos a estudar. Além destes materiais ainda foram utilizados os seguintes:

- *Registos* relativos ao percurso escolar dos alunos na ESE. Os dados incluem as classificações obtidas nas diferentes disciplinas ao longo dos vários anos, assim como as disciplinas em atraso, o número de exames repetidos e registos biográficos dos alunos que incluem habilitações e profissão dos pais. A maior parte destes dados foram obtidos na secretaria da escola.

- *Questionários* de vária ordem. O questionário Q2 foi administrado a toda a turma e preenchido depois dos alunos efectuarem a resolução de um problema (FR3, FR4). Pretendia-se identificar alguns conhecimentos matemáticos, curriculares, didácticos e pedagógicos. Depois de seleccionados, os quatro alunos preencheram um questionário (Q1) onde lhes eram pedidos alguns elementos de natureza biográfica e outros. Noutra momento, os alunos da turma preencheram um questionário (Q3) que pedia para recordarem o seu percurso escolar nos ensinos básico e secundário e no ensino superior, assim como efectuar algumas reflexões sobre o que é ser professor de matemática; os alunos-caso foram entrevistados sobre as mesmas questões (E3). Um dos questionários era aberto e foi distribuído aos professores das disciplinas da turma; pedia-se-lhes uma caracterização da turma em estudo, focada no relacionamento dos alunos da turma, entre si e com o professor, e nos desempenhos desses alunos, assim como uma caracterização mais especificada dos quatro alunos-caso. Outro questionário (Q5) foi apenas destinado aos quatro alunos e pretendia-se uma caracterização da actuação do professor das disciplinas de MEM I e MEM II. Incluía uma escala numérica tipo Likert, adaptada de Becker et al. (1996), e que foi proposta durante uma entrevista.

- As *Tarefas* constavam da resolução de situações problema, (FR1, FR2, FR3, FR4), adaptadas de propostas das *Adenda Series* (NCTM, 1994); pretendia-se estudar o desempenho dos alunos em resolução de problemas e foram complementadas por outros instrumentos (Q2, R1, T1) procurando identificar conhecimentos sobre resolução de problemas e sobre matemática. Uma tarefa (T1) consistia numa escala do tipo diferencial semântico, com palavras bipolares, entre as quais há uma dimensão avaliativa. Faz referência explícita a algumas das características da resolução de problemas e foi baseada em instrumentos utilizados por Vale (1993). Desta forma, pretendeu-se obter informações acerca de concepções sobre resolução de problemas. A outra tarefa (T2) constava duma primeira parte com quatro situações que eram apresentadas e que os alunos tinham de identificar justificando como sendo ou não de matemática. Na segunda parte, eram colocadas algumas questões sobre a natureza da matemática. Esta tarefa foi adaptada de uma utilizada por Abrantes (1994) e procurava identificar nos alunos concepções sobre a matemática e conhecimentos de matemática e didácticos. Todas as tarefas foram executadas por cada um dos alunos da turma.

- O *Relatório* (R2) estava relacionado com a resolução de problemas, e foi efectuado por toda a turma depois do módulo de resolução de problemas. Pretendia-se identificar algumas das concepções dos alunos sobre a resolução de problemas e a opinião sobre o programa e as aulas. Foram-lhes sugeridos alguns itens a ter em atenção na elaboração desse relatório.

- As *Notas pessoais* foram outros dos documentos escritos usados na recolha de dados; descrevem o que foi observado e registam determinado tipo de informações, como comentários, acontecimentos relevantes e memorandos. As notas que foram obtidas a partir das observações das aulas, durante a prática pedagógica, são referenciadas como notas observacionais. As notas obtidas em todas as outras situações e actividades que manteve com os alunos são referenciadas genericamente por notas pessoais. Estas notas resultaram das observações dos alunos durante as aulas de MEM I e MEM II, onde se dava uma atenção especial aos quatro alunos e às actividades de resolução de problemas e materiais manipuláveis, e durante as reuniões de reflexão da PP IV. Também se tomavam notas das conversas casuais mantidas com os alunos e de vários aspectos e acontecimentos que se acharam de interesse para o estudo. Todas as notas, excepto as observacionais, foram

registadas de memória, sempre que possível imediatamente a seguir às aulas ou ao acontecimento.

- Também foram consideradas as planificações, as reflexões críticas sobre a prática pedagógica, as actas das reuniões e as cassetes vídeo das aulas gravadas dos quatro alunos da turma. Estes elementos serviram para caracterizar a prática pedagógica dos alunos-caso.

Os guiões das entrevistas, das observações, dos relatórios, os questionários e as tarefas propostas encontram-se no Anexo A.

Na Tabela 6 apresentam-se os vários métodos e instrumentos usados ao longo das três disciplinas (ver Anexo B mais especificado).

Tabela 6

Resumo dos métodos e instrumentos usados na recolha de dados

Disciplinas	Métodos	Instrumentos
MEM I	Observações Entrevistas Documentos	E1; E2 +Q1 FR1; FR2; R1+T1 Provas de avaliação, registos, trabalhos dos alunos e notas pessoais
MEM II	Observações Entrevistas Documentos	E3+Q3 T2; FR3+Q2; FR4+Q2 Provas de avaliação, trabalhos dos alunos e notas pessoais
PP IV	Observações Entrevistas Documentos	E4, E5; Q4 EO Filmagens, planificações, actas, reflexões, avaliações e notas observacionais e pessoais
Fim do ano lectivo	Entrevistas Documentos	E6+Q5 Notas pessoais

Os dados recolhidos são, maioritariamente, de natureza qualitativa. No entanto, foram considerados alguns dados de natureza quantitativa, nomeadamente percentagens, sobretudo na caracterização da turma e nas respostas a alguns itens dos questionários, de modo a complementar aqueles dados. Para alguns autores (e.g. Yin, 1989; Stake, 1995), a melhor maneira de estudar aspectos de natureza afectiva, como as concepções e atitudes, é através de observações prolongadas, podendo ser complementadas por alguns instrumentos de natureza "mais numérica" quando se estuda uma população numerosa.

Análise dos Dados

Conforme foi referido anteriormente, as fontes de dados utilizadas incluíram observações, entrevistas e documentos. O tratamento dos dados seguiu muito de perto as sugestões dadas por Miles e Huberman (1994). Estes foram codificados e classificados de modo a estabelecer ordem, estrutura e significado, procurando padrões para se chegar às categorias, de forma a interpretá-los. Tentou-se, sempre que possível, recorrer a matrizes em vez de longos textos, pois torna-se mais acessível, imediato e cómodo ver o que se está a passar, para mais facilmente chegar a conclusões.

Teoricamente, cada resposta é única, mas, na prática, as respostas têm tendência a "agrupar-se" dentro de uma perspectiva qualitativa. Para se chegar às categorias, temas ou constructos, tem que se procurar regularidades. Apesar da construção das categorias ser em grande parte um processo intuitivo, é também sistemático e orientado segundo o propósito do estudo, as orientações e conhecimentos do investigador e os constructos expressos pelos participantes no estudo (Lincoln e Guba, 1985). Estes mesmos autores sugerem algumas recomendações na construção de categorias: (1) devem reflectir o propósito da investigação; (2) devem ser exaustivas, isto é, todos os itens dos documentos devem ser contemplados nas categorias; (3) devem ser mutuamente exclusivas, isto é, uma unidade não deve ser colocada em mais do que uma categoria; (4) devem ser independentes, de modo a que a distribuição de qualquer um dos dados pelas categorias não afecte a classificação de outros dados; e (5) todas as categorias devem resultar de um princípio simples de classificação.

Um dos objectivos da formação inicial de professores de matemática é o de contribuir, não só para uma sólida formação nas componentes científico-pedagógicas, mas também delinear os contornos da profissão que irão exercer. Dentro desta perspectiva, é nas aulas de MEM I, MEM II e PPIV que os alunos são confrontados de um modo mais sistemático e mais directo com o que poderá ser o seu desempenho como professor. Neste sentido, foram identificados alguns conjuntos de categorias para averiguar que concepções e conhecimentos terão os alunos de possuir e desenvolver. Procurou-se identificar, em cada uma das situações e das tarefas analisadas, aspectos que, de algum modo, estivessem relacionados com o conhecimento matemático, conhecimento didáctico, conhecimento curricular e conhecimento prático do futuro professor, relativos quer à sua prestação nas

aulas como aluno quer na prática lectiva como professor. Deste modo, e com base nos vários elementos recolhidos, fizeram-se várias leituras, percorrendo as várias unidades (das transcrições e notas de campo) com um lápis e fazendo anotações ao lado. Utilizou-se uma codificação manual, recorrendo na maior parte das vezes a códigos semânticos (e.g. RP-ENS, ensino de resolução de problemas) em vez de frases descritivas, e usando cores diferentes para facilitar a identificação (Anexo C). As várias unidades foram analisadas segundo um esquema geral (Anexo D) que se definiu previamente, baseado nas leituras efectuadas e na experiência da investigadora, e que foi sendo sucessivamente reformulado e aperfeiçoado por novos elementos sugeridos pela leitura dos dados recolhidos, fazendo referência específica à resolução de problemas e aos materiais manipuláveis. Neste esquema, foram considerados os conhecimentos e/ou concepções dos alunos nos seguintes domínios (categorias): a matemática, a resolução de problemas, os materiais manipuláveis e a prática pedagógica. Outros dois domínios também considerados foram a profissão e o programa de formação. No domínio designado por *matemática* inclui-se a relação dos alunos com a matemática e com o seu ensino-aprendizagem, o conhecimento de matemática (no sentido de Ball, 1991) e as dificuldades, motivação e concepções sobre a matemática. No domínio da *resolução de problemas* consideraram-se concepções sobre a resolução de problemas e sobre o seu ensino. Teve-se também em atenção o conhecimento básico para desempenhar a tarefa, as estratégias utilizadas, assim como a identificação de possíveis dificuldades, potencialidades e motivação na realização das tarefas. O domínio dos *materiais manipuláveis* prende-se com a visão que os alunos têm sobre o papel destes materiais no processo de ensino-aprendizagem da matemática, assim como a identificação de possíveis dificuldades, motivação e potencialidades. A *prática pedagógica* envolve o modo como o futuro professor lida com o processo de ensino nas diferentes fases de planificação, instrução e reflexão, incluindo as interpretações, dificuldades e potencialidades para a execução e implementação do currículo, através da planificação efectuada. Atendeu-se, em particular, às opções que cada futuro professor toma para organizar e implementar o processo de ensino-aprendizagem nas suas aulas e as fontes que utiliza para as tomadas de decisão¹. Com os dois últimos domínios, *profissão* e *formação*, pretende-se averiguar o que os alunos pensam sobre a profissão de professor de matemática,

¹ Na fase de instrução, ou seja na correspondente à prática lectiva da disciplina PPIV, utilizou-se o Esquema de Observação (EO) referido no ponto anterior, deste capítulo.

quais as suas expectativas e a relação com a formação que tiveram. Este critério foi utilizado para todos os dados obtidos, tanto nas entrevistas como nas observações e nos vários documentos. A análise das resoluções dos problemas apresentadas pelos alunos foi realizada através de uma grelha holística focada (Anexo D), que mais do que uma elaborada análise numérica pretendeu, sobretudo, agrupar os alunos em três níveis de desempenho: fraco, médio e bom.

Desde a recolha dos primeiros dados que se começaram a analisar até que se deu por finalizada a recolha de dados, foi utilizado um processo que se tornou cíclico, voltando sempre atrás na análise dos dados desde que fosse necessário esclarecer algum aspecto visando garantir que todas as ideias relevantes eram contempladas. Podemos esquematizar a perspectiva adoptada sobre a sequência do processo de análise dos dados através da adaptação de um modelo proposto, primeiramente, por Miles e Huberman (1994), e que se encontra na Figura 16.

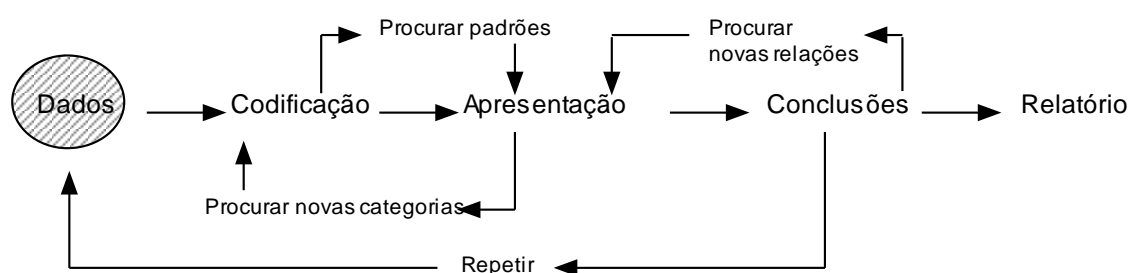


Figura 16. Esquema de análise dos dados (adaptação do modelo de Miles e Huberman, 1994).

Quando se procedeu à escrita deste relatório, teve-se em atenção as recomendações de Wolcott (1994) referindo que quando se está a tratar os dados para um relatório escrito se deve atender a três aspectos cruciais da investigação qualitativa: descrição, análise e interpretação. Conforme os objectivos e as características do investigador, dar-se-á mais ênfase a um ou outro dos três aspectos. Nesta investigação optou-se por uma descrição e uma análise-interpretação, tentando contemplar equilibradamente os três aspectos sem privilegiar à partida, nenhum em particular. No entanto, houve momentos que foram mais descritivos — quando se faz o relato dos casos, nomeadamente em relação aos conhecimentos, concepções e práticas — e outros mais analíticos e interpretativos —

quando se faz referência às relações entre os vários domínios. Para a apresentação dos alunos e da turma, seguiram-se muito de perto as categorias definidas referidas anteriormente. Das leituras sucessivas que se foram fazendo, destacaram-se alguns extractos e/ou episódios que se acharam relevante incluir no relatório escrito para a clarificação de ideias ou factos que se pretendiam expor.

Em relação à veracidade do estudo e ao rigor com que foi efectuado, tentou-se assegurar-los pelo uso de técnicas que providenciem verdadeiro valor através da credibilidade, aplicabilidade através da transferibilidade, consistência através da fidedignidade e neutralidade através da confirmabilidade, conforme sugerem Erlandson et al. (1993), Lincoln e Guba (1985) e Miles e Huberman (1994). Para isso, utilizaram-se as seguintes técnicas: envolvimento prolongado durante dois anos, troca de ideias e metodologias com colegas, confronto dos participantes no estudo com o rascunho das transcrições, envolvimento e proximidade da investigadora face às situações em estudo, recurso à elaboração regular de notas, triangulação das fontes de dados e métodos (credibilidade); descrição detalhada dos dados e uso de uma amostra criteriosa, que permitiu ao investigador maximizar a capacidade de identificar o que é relevante para o estudo (transferibilidade); pista de auditoria ou de verificação sobre os percursos e procedimentos do estudo, assim como os documentos utilizados para análise (fidedignidade e confirmabilidade).

Síntese

Em investigação educacional existem dois grandes paradigmas metodológicos: o quantitativo e o qualitativo, cujas características podemos resumir na Tabela 7 apresentada a seguir.

Tabela 7

Principais características dos paradigmas qualitativo e quantitativo

Paradigma qualitativo	Paradigma quantitativo
Fenomenológico, interessado em interpretar o fenómeno	Positivista, interessado em procurar o efeito e as causas dos fenómenos

A realidade é múltipla, construída e holística	A realidade é singular, tangível e fragmentada
Subjectivo	Objectivo
Próximo dos dados. Investigador e participante interactivos, inseparáveis	À margem dos dados. Investigador e participante independentes
Orientado para o processo	Orientado para o resultado
Hipóteses de trabalho são possíveis	Generalizações são possíveis
Análise de conteúdo	Modelos matemáticos (estatística)
Credibilidade, transferibilidade e confirmabilidade	Validade interna, validade externa e objectividade

Contudo, não parece razoável comparar as metodologias para decidir qual delas é a melhor, pois baseiam-se em concepções, métodos e objectivos diferentes. A utilidade de cada uma depende da sua adequabilidade ao estudo e das finalidades do mesmo (e também das épocas e sobretudo das escolas científicas). É interessante notar que durante as décadas de 50 e 60, na antiga União Soviética, as investigações dominantes, no âmbito da educação, e em particular na Didáctica da Matemática, eram feitas segundo o paradigma qualitativo. Por outro lado na mesma época, nos Estados Unidos, era o paradigma quantitativo o dominante sobretudo até finais da década de 70. Por volta dos anos 80, há uma viragem no ocidente. Inicia-se um movimento crítico em relação às investigações quantitativas, o qual questiona seriamente a validade deste tipo de investigação (quantitativa) em que os procedimentos de estatística inferencial são utilizados para analisar dados obtidos em cenários educacionais. Inicia-se então uma maior incidência nas investigações de cariz qualitativo. Esta mudança coincide com o florescimento do construtivismo no ensino e aprendizagem da matemática. Para os construtivistas, as metodologias qualitativas são as que melhor se adaptam para investigar os problemas educativos. Em muitos casos, tem-se mostrado positiva a utilização de metodologias mistas, tirando partido da análise qualitativa e da análise quantitativa. Conforme referem Goetz e LeCompte (1984), muitas das investigações educativas integram-se num ponto intermédio entre os dois paradigmas.

Este estudo consiste basicamente no envolvimento de futuros professores, durante dois anos, em três disciplinas no âmbito da Didáctica e da Prática Pedagógica. Foi adoptada uma abordagem de natureza qualitativa que assumiu a forma de estudo de caso. Os dados foram obtidos através de entrevistas, observações e documentos produzidos pelos alunos e

investigador. Pontualmente, são considerados elementos de tipo quantitativo, isto é, percentagens, relacionados com as resoluções dos problemas e de alguns questionários. A recolha e análise dos dados teve sempre o cuidado de manter uma grande abertura para o fenómeno a ser estudado, sem perder de vista as questões às quais se pretendia dar resposta. O relatório final assume a forma de descrição e interpretação desse fenómeno. Optou-se por manter a recolha de dados durante um período prolongado e usando vários métodos para, por um lado, permitir observar cadeias de situações semelhantes durante momentos diversificados e, por outro, recolhê-los a partir de fontes diferentes. Também se optou por fazer uma descrição completa dos procedimentos utilizados e dos casos para melhor contribuir para eventuais comparações com outras situações e outros estudos.

O percurso deste estudo não foi linear, tendo havido momentos de alguma insegurança e incerteza que conduziram à reformulação de alguns objectivos e à formulação de novas questões de investigação. A necessidade de concretizar o estudo através de dois níveis de trabalho e a sua posterior análise vieram enriquecer o trabalho, permitindo o cruzamento dos vários elementos sobre o programa das disciplinas, turma e alunos. Houve uma preocupação constante de garantir a veracidade do estudo e, por esse motivo, mantiveram-se, ao longo do trabalho, alguns cuidados metodológicos já referidos atrás, em relação a esse aspecto.

CAPÍTULO 5

AS DISCIPLINAS DE METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo descrevem-se as disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática, no contexto do curso de formação inicial de professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico. Primeiramente, dá-se um visão geral sobre a formação inicial dos professores de matemática na Escola Superior de Educação, onde se desenvolveu este estudo. Em seguida, faz-se referência aos programas das disciplinas, indicando: os objectivos pretendidos e conteúdos adoptados; a organização na sala de aula e as metodologias de trabalho; e os trabalhos desenvolvidos pelos alunos. Na parte final, analisam-se os comentários feitos pelos alunos e por um painel de professores de Matemática, em relação aos programas destas disciplinas.

A Formação Inicial de Professores de Matemática na Escola Superior de Educação — estrutura geral do curso

Até meados de 1980, a formação inicial (e contínua) de professores estava dependente do Ministério de Educação que formava professores para os vários níveis, através de três instituições: Universidades, Escolas Normais do Magistério Primário e Escolas Normais de Educadores de Infância. As Escolas Normais de Educadores de Infância formavam os “educadores de infância” para exercerem em creches ou jardins de infância, trabalhando com crianças até aos cinco/seis anos de idade. As Escolas Normais do Magistério Primário formavam os então designados “professores primários” que exerciam nas escolas do ensino primário, trabalhando com crianças dos 6 aos 9 anos de

idade. As Universidades formavam os professores, para o ensino preparatório e ensino secundário. A partir de meados de 1980, são criadas as Escolas Superiores de Educação, que mais tarde são integradas nos Institutos Politécnicos, substituindo as antigas escolas normais, e que, entre outras actividades, passam a formar professores para o pré-escolar, 1º ciclo e, ainda, para o 2º ciclo do ensino básico. A formação inicial passa a ser assegurada por instituições do ensino superior público e privado. Presentemente, todos os professores têm necessariamente que obter o grau de Licenciatura, para os diferentes níveis de ensino, nas Universidades e nas Escolas Superiores de Educação. A Figura 17, sintetiza as relações entre as instituições de formação de professores e os vários níveis de ensino.

No ano lectivo de 1983 abre a primeira ESE, seguindo-se outras mais tarde, para iniciar um novo ciclo de formação inicial de professores para o ensino básico. A grande diferença entre estas escolas e as escolas anteriores, entretanto extintas, é que passam a ter autonomia científica e pedagógica, embora seja o Ministério da Educação que define alguns parâmetros a seguir e que aprova os planos de estudos. Esta autonomia, faz com que cada uma das ESE tenha o seu programa de formação inicial, que, naturalmente, é diferente de escola para escola. No entanto, em relação à formação matemática pode-se afirmar que todas contemplam nos seus currículos, com pesos diferentes, alguns aspectos do ensino e aprendizagem da matemática como, por exemplo, a resolução de problemas, o uso de calculadoras e dos computadores.

Idade	Anos de escolaridade	Ensino	Instituições de Formação de Professores		
			antes da reforma	depois da reforma	segundo a lei de bases (Não regulamentada)
...	em média, 4 a 5 anos	Superior (Universidades e Politécnicos)	Universidade	Universidade*	Universidade*
18					
17	12º	Secundário	Universidade	Universidade*	
16	11º				
15	10º				

14	9	B á s i c o	3º ciclo	Escolas Superiores de Educação	Escolas Superiores de Educação
13	8		2º ciclo		
12	7				
11	6		1º ciclo		
10	5				
9	4	Pré-escolar	Escolas Normais de Educadores de Infância		
8	3				
7	2				
6	1				
5					
4					
3					

Figura 17. Formação inicial em Portugal

A Escola Superior de Educação, onde se desenrolou este estudo, forma professores para o ensino pré-escolar e para o ensino básico do 1º e do 2º ciclos. No ano lectivo de 1996/97, existiam no ensino básico as variantes de Matemática e Ciências da Natureza, de Português e Francês, de Português e Inglês, de Educação Física, de Educação Musical e de Educação Visual e Tecnológica (ver Figura 18).

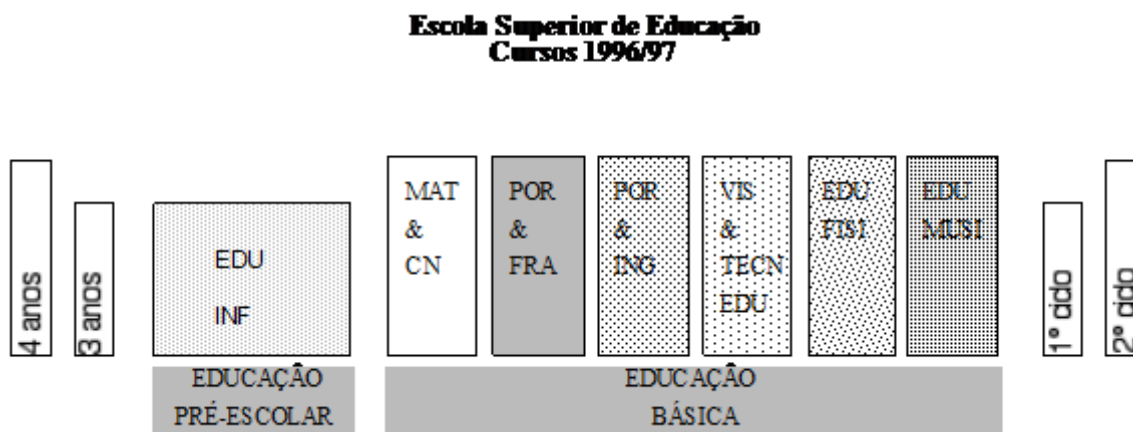


Figura 18. Cursos da ESE no ano lectivo de 1996/97

Os docentes de Matemática do departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia, no desenvolvimento do curso de professores de matemática para o ensino básico, têm como meta, dar uma formação de qualidade aos futuros professores. Assim, consideram como níveis essenciais de formação: o nível da matemática e do ensino-aprendizagem da

matemática, nas suas vertentes científica e didáctica. Outro nível é o do desenvolvimento profissional, que está sempre subjacente numa escola de formação de futuros professores. Nestes níveis, têm-se em atenção não só os aspectos cognitivos, mas também aspectos relacionados com o desenvolvimento de capacidades e atitudes em relação à disciplina e à sua profissão. Neste sentido, o departamento aposta na formação adequada dos seus docentes, assim como na aquisição de materiais que suportem essa formação. O curso tem o apoio de três laboratórios — Laboratório de Educação Matemática, o Laboratório de Informática e o Laboratório de Ciências da Natureza, anexados ao departamento, para apoio das aulas e para pesquisa dos alunos.

O 4º Grupo do ensino básico é um grupo bidisciplinar em Matemática e Ciências da Natureza. A formação inicial destes professores é efectuada nas Escolas Superiores de Educação através do curso do ensino básico na variante de Matemática e Ciências da Natureza. Este curso, na ESE onde se desenrola este estudo, tem a duração de quatro anos, confere o grau de licenciatura e dá habilitação para leccionar no 1º ciclo como professor único e no 2º ciclo como professor de duas disciplinas, a de Matemática e de Ciências da Natureza. Poderemos dizer que estes professores são generalistas, com uma componente reforçada nas disciplinas de Matemática e de Ciências da Natureza, que começa logo no 1º ano do curso. Esta duplicidade de funções acarreta algumas dificuldades na organização do currículo.

No curso de formação de professores do ensino básico, na variante de Matemática e Ciências da Natureza, os alunos têm, durante os três primeiros anos, várias disciplinas distribuídas, semestral e/ou anualmente, por quatro domínios de formação: (1) *formação na área da especialidade* inclui disciplinas da área da Matemática onde se privilegia numas mais a componente científica (e.g. Teoria dos Números, Geometria, Análise Matemática, Álgebra Linear) e noutras a componente didáctica (e.g. Matemática II, Metodologia do Ensino da Matemática I) e disciplinas da área das Ciências da Natureza (e.g. Química, Biologia, Ciências da Natureza); (2) *formação educacional*, inclui disciplinas diversas no âmbito da educação (e.g. Desenvolvimento Curricular, Psicologia, Sociologia da Educação); (3) *formação geral*, inclui um enriquecimento dos saberes de natureza cultural e social (e.g. Oficina da Língua Portuguesa, Educação Artística, Língua Estrangeira); e (4) *formação prática*, disciplinas que envolvem experiências de ensino (e.g. Prática Pedagógica III, Prática Pedagógica IV).

Esta formação prepara os alunos para o 1º ciclo, e paralelamente para o 2º ciclo do ensino básico. No 2º e 3º anos, mais de metade das disciplinas são da formação da especialidade e são maioritariamente de “índole científica”. No 4º ano, que é especificamente direccionado para o 2º ciclo do ensino básico, as disciplinas são das áreas da especialidade e da prática pedagógica. Os alunos no 1º semestre apenas têm disciplinas da componente específica (de Matemática e de Ciências da Natureza) e o 2º semestre é dedicado exclusivamente à Prática Pedagógica IV (PP IV). No Anexo E, pode consultar-se o plano de estudos.

No currículo dos alunos da variante de Matemática e Ciências da Natureza, existem quatro disciplinas do âmbito da Didáctica da Matemática, assim distribuídas: no 1º ano a disciplina de Matemática I, anual, com 3h por semana, no 2º ano a disciplina de Matemática II, semestral, com 2h por semana, vocacionada para o ensino da matemática do 1º ciclo do ensino básico, no 3º e 4º anos existem duas disciplinas, uma em cada ano, Metodologia do Ensino da Matemática I e Metodologia do Ensino da Matemática II, semestrais, com uma carga horária de 3 e 5 horas respectivamente, vocacionadas para o ensino da matemática no 2º ciclo do ensino básico. O trabalho desenvolvido durante as aulas destas disciplinas tem uma forte relação com os conteúdos programáticos que estes alunos terão de trabalhar e com as recomendações nacionais e internacionais constantes em documentos sobre o ensino-aprendizagem da Matemática.

A Figura 19, pretende mostrar, com base no plano de estudos dos alunos, o peso relativo, das várias componentes da formação ao longo dos quatro anos. A formação específica está identificada pelas duas disciplinas, Matemática (MAT) e Ciências da Natureza (CN); depois, sucessivamente, a formação educacional (Fed), a formação geral (Fg) e prática pedagógica (PP). Nos dois últimos anos ainda se identifica as disciplinas MEM I e MEM II assim como a PP IV.

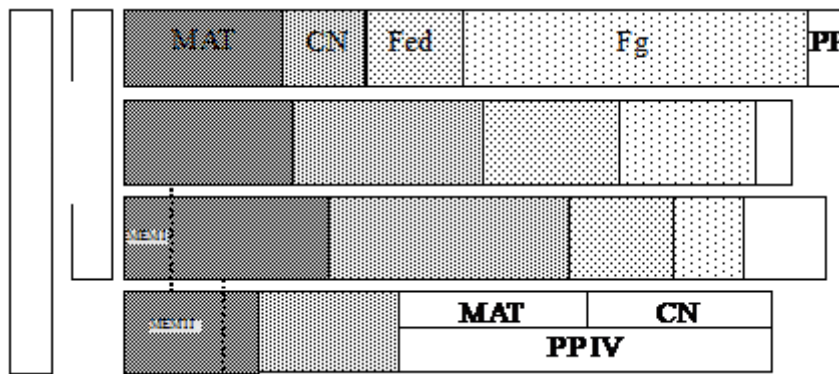


Figura 19. Esquema geral do curso

O curso tem várias disciplinas da área da Matemática que podem ser divididas, segundo a sua ênfase, em dois grupos. As disciplinas “científicas” em que se privilegia o conhecimento matemático, entendendo-se por este o que Schulman (1985) designa por “conhecimento de conteúdo” e que é o conhecimento conceptual e procedimental dos conteúdos matemáticos distribuídos pelas várias disciplinas (e.g. Geometria, Transformações Geométricas, Probabilidades e Estatística), com as quais se pretende fundamentar cientificamente os vários conteúdos que percorrem os programas do 1º e 2º ciclos. E as disciplinas didácticas em que se privilegia o conhecimento didáctico da matemática o qual inclui o conhecimento da aprendizagem e ensino de tópicos específicos de matemática (e.g. Matemática I, Matemática II, MEM I, MEMII). É com este grupo de disciplinas que se pretende estabelecer um equilíbrio entre os conteúdos e o desenvolvimento de competências, sobretudo através da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis, assim como a aquisição de conceitos básicos, ideias e valores para um completo desenvolvimento do aluno, futuro professor, como profissional competente e responsável.

As disciplinas de prática pedagógica são fundamentais para o aluno, e nesta perspectiva existem quatro momentos de prática pedagógica ao longo dos quatro anos, sendo as três primeiras vocacionadas para o 1º ciclo. Estes momentos permitem ao aluno ter uma visão do que é a realidade de uma sala de aula, desde o primeiro momento que entram nesta escola, iniciando-se assim, o desenvolvimento profissional do futuro professor. Estas experiências estão sempre presentes em todas as disciplinas, permitindo que se estabeleçam relações entre a teoria e a prática. Este modo de actuação permite

caracterizar a formação inicial na ESE com uma componente profissionalizante mais acentuada do que nas universidades.

Analisemos a prática pedagógica do último ano que está vocacionada para o 2º ciclo. A Prática Pedagógica IV (PP IV) assume o formato de “estágio”, no último semestre do último ano do curso, sem que os alunos assumam a responsabilidade da turma onde efectuam as regências. Esta é uma disciplina eminentemente prática e é o culminar de toda a actividade curricular ao fim de 4 anos. É durante esta disciplina que o aluno, futuro professor, estruturará e implementará o processo ensino-aprendizagem da Matemática e Ciências da Natureza, numa turma do 2º ciclo do ensino básico. Como esta é uma disciplina de uma variante bidisciplinar, o estágio pedagógico distribui-se paralelamente, pelas duas disciplinas, tendo como objectivos a aquisição e desenvolvimento de competências básicas relativas à aplicação integrada dos conhecimentos adquiridos, às diferentes componentes de formação, ao domínio de métodos e técnicas relacionados com o processo de ensino e aprendizagem, à reflexão individual e à auto e hetero avaliação. Esta prática desenvolve-se nos seguintes aspectos: observação/análise; cooperação/intervenção; e responsabilização pela docência em determinados momentos da prática pedagógica. A responsabilidade da PPIV é de dois docentes do Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia, um docente responsável pela Matemática e outro pela disciplina de Ciências da Natureza, e dois professores cooperantes, um de cada disciplina, das duas turmas onde os alunos efectuarão as suas práticas. Sendo a PPIV realizada em escolas do 2º ciclo do ensino básico, está à partida condicionada pela organização de cada uma das escolas, podendo-se apenas intervir no processo de ensino-aprendizagem dentro da sala de aula. Os alunos (dois) no início do semestre distribuem-se pelas diferentes turmas e disciplinas, seguindo um esquema de actuação, como o que se apresenta no Anexo F. Os alunos, depois de distribuídos, têm reuniões com os respectivos orientadores e com base na distribuição programática efectuada em cada turma elaboram uma planificação de responsabilidade individual, mas com conhecimento da planificação do colega de turma. Esta planificação, está sujeita a prazos e é analisada previamente pelo professor responsável da ESE e pelo professor cooperante da turma, antes do aluno reger. No fim de cada aula, pede-se ao aluno que faça uma reflexão sobre a mesma, o desempenho dos alunos e sobre o seu próprio ensino, seguida de uma análise das situações científico-pedagógicas vivenciadas na sala de aula por todos os participantes (alunos

estagiários, professor cooperante e professor da ESE). Efectuam-se alguns registos em vídeo das aulas durante a regência dos alunos. Ao longo do semestre, efectuam-se ainda reuniões periódicas entre os responsáveis pela PP IV e os alunos, para análise mais profunda de determinados aspectos da prática que tenham surgido no decurso das regências. No final do ano, os alunos terão de entregar um dossier com todos os elementos que utilizaram durante o estágio e elaborar um relatório, que deverá incluir uma reflexão sobre a sua prática lectiva.

As Disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática I e de Metodologia do Ensino da Matemática II

As disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática (MEM) fazem parte da área científica da Didáctica da Matemática e pela sua natureza contribuem para o processo de crescimento científico, pedagógico e profissional dos futuros professores. São disciplinas que integram diversos saberes que estão direccionados para as práticas pedagógicas dos futuros professores. Na elaboração dos seus programas, teve-se em atenção, perspectivas ao nível da didáctica da matemática e ao nível formação inicial de professores.

As aulas destas disciplinas são o contexto natural onde se desenvolve esta investigação e onde se inserem os alunos que são objecto de estudo. Assim começa-se por fazer referências aos programas das disciplinas e por fim analisam-se os comentários sobre a sua apreciação por parte dos alunos e também por parte de um conjunto de professores de matemática, que se debruçaram apenas sobre os programas.

Os Programas

Por questões de organização curricular, as disciplinas de MEM I e MEM II são leccionadas em anos diferentes. Para efeitos desta investigação, não se fará a distinção entre as duas disciplinas. As abordagens, as perspectivas teóricas e práticas apresentadas neste trabalho referem-se indistintamente às duas disciplinas.

Orientação

A didáctica da matemática é uma área onde se devem contextualizar e fundamentar as problemáticas relacionadas com a formação de professores (Fernandes, 1997). É aqui que se devem discutir questões relacionadas com a forma de organizar o ensino e aprendizagem da matemática, e onde os futuros professores devem ter mais oportunidades de formação que os habilite com as competências necessárias para ensinar matemática. É neste espaço, que se pretende que seja de reflexão, que serão dadas oportunidades aos futuros professores para mostrarem que conhecem os conteúdos que terão de trabalhar, assim como de conhecerem diferentes maneiras de os traduzir de forma compreensiva para os alunos.

Em relação aos programas de formação de professores Schulman (1985) refere que qualquer programa deve operacionalizar as seguintes questões: “O que é que queremos que os professores saibam?” e “O que queremos que eles sejam capazes de fazer?”. Dar resposta a estas questões não é tarefa fácil e depende de vários factores. Ao longo do tempo, as finalidades da educação matemática podem ser diferentes por várias razões. Por exemplo, por razões conceptuais sobre o que deve ser o ensino e aprendizagem da matemática em determinada altura, razões políticas, culturais e sociais e também pela própria evolução da matemática.

Elaborar um programa é pois uma tarefa difícil, porque não basta fazer a escolha de determinados tópicos, mas sobretudo ter em conta muitos aspectos que são difíceis de enumerar e quantificar. Há muitas maneiras de conceber e aplicar um programa, ainda que, abordando os mesmos temas. A questão está em encontrar um ponto de equilíbrio. O programa que deve englobar a matemática que o professor necessita para leccionar os temas —aquisição de conhecimentos— e a matemática que lhe permita desenvolver capacidades cognitivas, metacognitivas e afectivas, atitudes e valores, para fazer a sua integração completa como profissional reflexivo e cidadão. Tendo presente estas ideias, para a elaboração do currículo de matemática, começaram por definir-se as finalidades e objectivos pretendidos, tendo em atenção que estes incluíssem: objectivos no domínio cognitivo (e.g. conhecimentos, terminologia, conceitos, técnicas, procedimentos); objectivos sobre determinados aspectos da matemática, como a resolução de problemas, as aplicações, a criatividade e objectivos do domínio afectivo (e.g. concepções, atitudes, valores).

Para a elaboração destes programas teve-se em consideração as orientações curriculares sobre o ensino-aprendizagem da matemática para este nível de ensino constantes em documentos nacionais e internacionais. Outro dos pressupostos, para a formação destes alunos, futuros professores, foi o modelo reflexivo de Schön (1995) e o modelo de conhecimento proposto por Shulman (1986b). Também foi considerada a experiência pessoal da investigadora, quer académica, quer profissional, tanto na sala de aula, como na formação de professores e a reflexão sobre essa experiência, assim como as reflexões resultantes da participação em encontros profissionais (nacionais e internacionais) sobre educação matemática. Foram consideradas ainda bibliografia diversa sobre matemática e ensino-aprendizagem da matemática e resultados de investigações desenvolvidas no âmbito da formação de professores e do ensino-aprendizagem da matemática.

Adoptou-se uma perspectiva construtivista da aprendizagem da matemática uma vez que esta tem servido ultimamente de suporte teórico à investigação em educação matemática. Por outro lado, é uma referência para que os futuros professores possam aprender a ensinar matemática. Nesta linha, foi dada grande ênfase à resolução de problemas e à experimentação com recurso ao uso de materiais manipuláveis.

Objectivos e temas

Os programas das duas disciplinas MEM I e MEM II (Anexo G) que por razões de organização curricular está dividida em duas, tendo por este motivo a sequência de temas obedecido mais à operacionalidade do que à adequação.

A disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática I estava organizada de forma a constituir um espaço privilegiado de reflexão, aprendizagem e desenvolvimento da identidade profissional dos alunos, futuros professores de matemática, com especial incidência para a matemática do 2º ciclo. Procurou-se proporcionar aos alunos o desenvolvimento de um conjunto de tarefas que integrassem e alargassem os conhecimentos já adquiridos ao longo da sua formação, assim como de temas relacionados com o ensino-aprendizagem da matemática. Pretendeu-se que os alunos se apercebessem de que a matemática não é uma mera aquisição de receitas que produzem resposta certas, mas que tem a ver com o pensamento criativo e com a inteligência. Pretendeu-se ainda, que a disciplina contribuísse para a sua formação de professores de matemática, mais

habilitados a nível pedagógico, científico, técnico e também humano. Assim foram propostas actividades e experiências que contribuíssem para: adquirir perspectivas correctas acerca da matemática e do seu ensino-aprendizagem; desenvolver o gosto pelo ensino da matemática, tendo em atenção as recomendações nacionais e internacionais sobre o seu ensino-aprendizagem; desenvolver a autoconfiança e uma atitude reflexiva em relação aos seus saberes e desempenhos; desenvolver capacidades de raciocínio e de comunicação matemáticas; adquirir e/ou consolidar conhecimentos de matemática e da sua metodologia, de modo a responder às exigências actuais do ensino; conhecer um conjunto de materiais, estratégias, técnicas e métodos que possam ser utilizados na sua prática futura na sala de aula; e apoiar as actividades que se desenvolverão na disciplina de Prática Pedagógica.

A disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática II, prosseguiu os objectivos já definidos na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática I e ainda pretendeu: discutir questões relacionadas com a utilização das calculadoras no ensino da matemática; contribuir para o desenvolvimento de concepções que facilitem a aplicabilidade dos programas na sala de aula; discutir questões relacionadas com a natureza da matemática; e analisar criticamente os manuais escolares à luz das recomendações de associações nacionais e internacionais.

Consideraram-se temas ligados com a *Natureza da Matemática* para que os alunos pudessem reflectir sobre um determinado número de questões que ainda não tinham tido oportunidade de trabalhar e assim obter uma melhor compreensão da natureza da matemática. Pretendeu-se criar um espaço onde se pudesse discutir e reflectir sobre questões como por exemplo “O que é a Matemática?”. Conforme refere Ponte (1998a), entre os objectivos da formação inicial deverá estar a realização de uma reflexão aprofundada sobre a natureza da matemática.

A abordagem do tema sobre a *Organização do Ensino da Matemática* começou por uma breve referência histórica sobre o ensino da matemática nas últimas décadas até às recomendações nacionais e internacionais mais recentes. São aspectos importantes a referir para compreender que um currículo se vai adaptando sobretudo, às exigências de cada época e que estas mudanças têm muito a ver com a evolução da matemática e com perspectivas epistemológicas, sociais e políticas da época. Finalizou com a análise das *Normas*, pela sua importância para o ensino da matemática escolar nas últimas décadas, e

do *Programa de Matemática do 2º ciclo*, uma vez que este será um documento que terão de seguir muito de perto quer durante a prática pedagógica quer no futuro quando leccionarem.

Em relação aos *Temas de Ensino da Matemática*, os conteúdos adoptados para desenvolvimento durante as aulas, estavam fortemente ligados com os que estes futuros professores deverão leccionar: Geometria, Número e Cálculo, e Proporcionalidade. Como não se previa haver tempo para percorrer todos os temas, optou-se por não tratar o tema sobre Estatística do programa de matemática do 2º ciclo do ensino básico, por duas razões. A primeira tem a ver com o facto de que a abordagem didáctica deste tema não costuma ser problemática para os futuros professores. A segunda, já tinha sido abordada numa disciplina anual do 1º ano, Matemática I e numa disciplina anual do 2º ano, Probabilidades e Estatística. Também foram considerados aspectos transversais como a resolução de problemas, raciocínio, comunicação, conexões e avaliação com as didácticas destes temas específicos.

Deu-se uma grande ênfase à utilização e construção de *Materiais Manipuláveis*, pretendendo-se, por um lado, divulgá-los e determinar as potencialidades de cada um no processo de ensino-aprendizagem, pois poderão ser um suporte valioso para o ensino de determinados tópicos programáticos (e.g. geometria, fracções), e por outro envolver os futuros professores em tarefas que integrassem esses materiais, além de contemplar a vertente lúdica da matemática. Muitos dos materiais manipuláveis usados estão à venda no mercado, mas outros foram construídos pelos alunos para a abordagem de determinados assuntos. Esta utilização dos materiais tem muito a ver com a perspectiva que se tem da matemática na qual se deve contemplar fortemente, sobretudo para os níveis em que estes professores vão trabalhar, a intuição e a experimentação.

A *Resolução de Problemas*, apesar de já ter sido abordada, na disciplina de Matemática I, assume aqui um papel preponderante, pois além de se pretender alargar os conhecimentos em “Literacia” sobre resolução de problemas, focando sobretudo aspectos didácticos e pedagógicos, alarga-se para uma metodologia de trabalho/contexto de aprendizagem. A dimensão que se pretendeu dar à resolução de problemas foi a de linha condutora de todo o ensino da matemática. Privilegiaram-se as estratégias de resolução de problemas e as situações problemáticas, assim como a formulação de problemas. Em muitos casos, as situações problemáticas envolveram materiais manipuláveis e/ou à

calculadora. Este tema assume um papel preponderante no desenvolvimento destas disciplinas, pois pretende-se, em particular, que os futuros professores sejam resolvedores de problemas independentes e criativos e que por sua vez venham a desenvolver nos seus alunos a mesmas características.

As *Calculadoras* também tiveram um papel importante na execução deste programa. Este tema já tinha também sido abordado, muito superficialmente, na disciplina de Matemática I, mas numa forma mais vocacionada para o 1º ciclo do ensino básico. Assim, a calculadora foi usada segundo duas perspectivas. Por um lado, como ferramenta nas actividades que os alunos tinham que desenvolver ao longo das aulas e, por outro, como recurso didáctico/pedagógico na abordagem específica de determinados conteúdos. Na abordagem deste tema, pretendeu-se que os alunos aprendessem a aproveitar todo o potencial educativo que as calculadoras nos podem dar na exploração de vários temas. Assim, foram analisados dois tipos básicos de calculadoras não-científicas (as recomendadas pelos programas nacionais para este nível de ensino) e propostas várias tarefas, incluindo jogos didácticos com a calculadora, intimamente ligadas com os conteúdos do 2º ciclo e discutidos aspectos pedagógicos inerentes à sua utilização.

Interessa referir que as duas disciplinas não contemplaram o uso dos computadores, pois no 3º ano há uma disciplina—Tecnologia em Educação Matemática— onde é estudada a aplicabilidade dos computadores em educação matemática. Aí, são trabalhadas várias aplicações matemáticas (e.g. folha de cálculo, linguagem Logo, Geometer's Sketchpad) para o estudo de determinados conceitos e exploração de situações problemáticas.

No tema *Planificação*, abordaram-se questões ligadas com a prática dos professores, fazendo referência às várias fases do trabalho do professor. Em particular este tema pretendia discutir com os alunos a questão da planificação no processo de ensino.

No tema sobre as *Avaliação das Aprendizagens em Matemática* procurou-se sensibilizar os alunos, fazendo-os compreender que a importância da avaliação das aprendizagens não é apenas classificar. Nesse sentido, foram discutidos os propósitos da avaliação, e indicadas algumas estratégias e instrumentos de avaliação.

No tema *Questões de Linguagem e de Sala de Aula*, abordaram-se questões que os alunos do 2º ciclo do ensino básico pudessem formular durante o processo de ensino aprendizagem na sala e aula aos professores de matemática. Apesar deste assunto ser

abordado ao longo das aulas, aqui teve um tratamento mais específico. O objectivo era confrontar os futuros professores com possíveis questões de sala de aula, de modo a proporcionar oportunidades de clarificar determinados conceitos matemáticos e de apresentar estratégias de ensino adequadas a cada uma das questões. Por outro lado, também foram discutidas algumas questões e abusos de linguagem referentes aos conteúdos programáticos do 2º ciclo do ensino básico.

Por último, foi abordada a questão dos *Manuais Escolares*, uma vez que é o material didáctico que mais professores utilizam na sala de aula, assim como para preparar as suas aulas¹. Logo, é necessário que os professores se consciencializem da importância que reveste a escolha de um manual, a qual deve ser feita de uma forma consciente e reflexiva, assim como facultar-lhes alguns elementos que sirvam de suporte à escolha desse manual.

Questões ligadas com a organização e dinâmica da sala de aula não fazem parte explícita dos programas, mas são abordadas, sempre que se justifique, ao longo das aulas.

Podemos resumir, esquematicamente as duas disciplinas, que estão organizadas por módulos, de acordo com o esquema da Figura 20.

¹ Posteriormente o relatório Matemática 2001 (APM/IEE, 1998) apresenta dados que confirmam este facto.

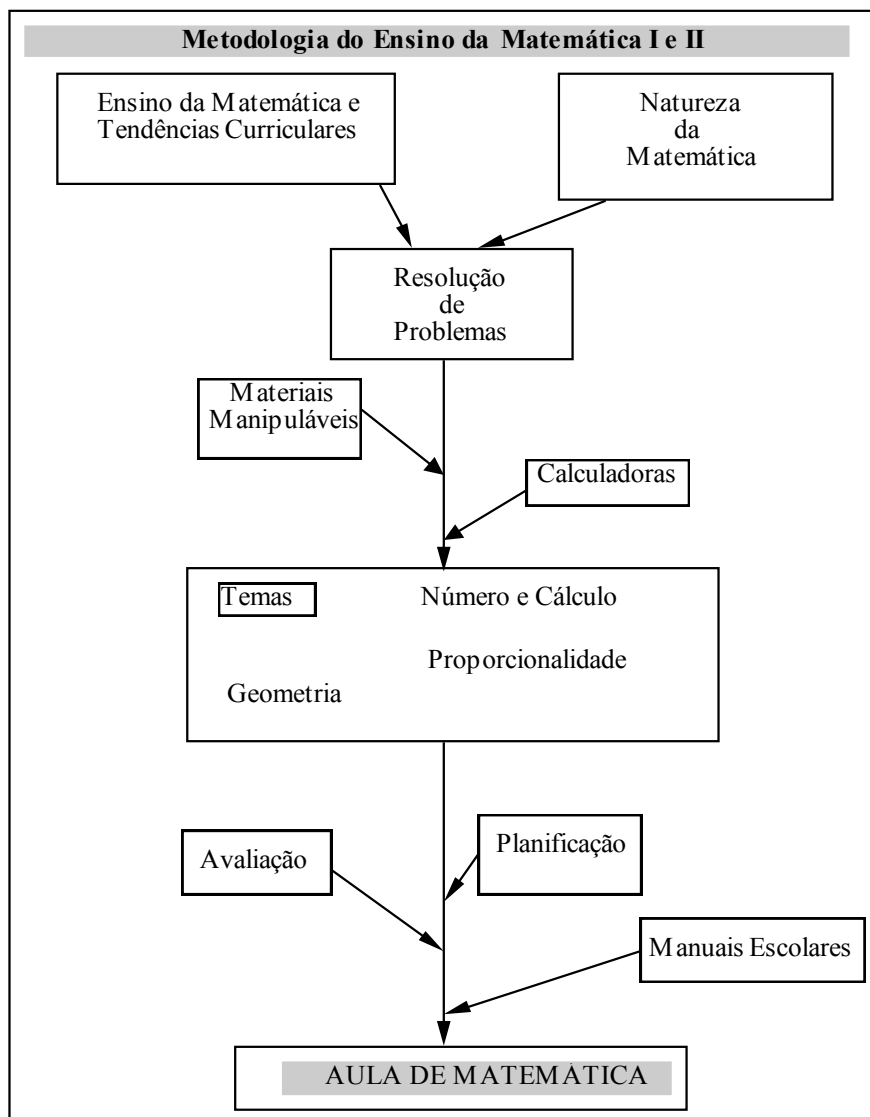


Figura 20. Esquema geral das disciplinas de MEM I e MEM II

Organização e metodologia

A organização e metodologia destas duas disciplinas foi basicamente a mesma. Atendendo à natureza das disciplinas, as aulas tiveram carácter eminentemente teórico/prático e foram organizadas por módulos. Desenvolveu-se, tanto quanto possível um ambiente de aprendizagem que se pretendeu estes alunos venham a implementar no futuro nas suas aulas. Privilegiou-se uma metodologia de trabalho construtivista e reflexiva, baseada na resolução de problemas e no questionamento constante entre professor e aluno.

Todo o desenvolvimento das aulas requereu a participação activa de todos os alunos, através do seu envolvimento nas discussões geradas e na resolução das actividades problemáticas propostas. A organização destas disciplinas foi feita de modo a que as aulas se desenvolvessem, normalmente, com a apresentação e exploração de um tema pela professora e, nalguns casos, pelos alunos, e com propostas de tarefas variadas para os alunos realizarem seguidas de discussão, podendo incluir a produção de materiais e apresentações escritas e/ou orais e de vídeos e dramatizações.

O estilo de trabalho dos alunos repartiu-se por trabalho individual, em pares, em grupo ou colectivamente. Privilegiou-se o trabalho em pares por razões de ordem prática pois cada aluno trabalhava com o que estava a seu lado. E de ordem educacional, uma vez que nos últimos anos, tem havido uma atenção crescente sobre a importância que as interacções sociais têm na construção do conhecimento e entre elas o papel que desempenham o trabalho em pares (díades) (e.g. César, 1995; Vygotsky, 1978). Quando concluídas as tarefas os alunos eram estimulados a apresentar os resultados obtidos, à turma, seguida de discussão, sempre que a propósito.

Como apoio principal tiveram os Programas Nacionais de Matemática do 2º ciclo do ensino básico (ME, 1991) e algumas sebatas com textos e fichas, com propostas de trabalho a serem utilizadas durante as aulas, retiradas e adaptadas principalmente das *Normas* e das *Adendas*. Foi ainda sugerida bibliografia adequada a cada um dos temas em estudo.

Tarefas propostas e avaliação

As propostas de trabalho elaboradas durante as disciplinas são de extrema importância para a análise do programa, pois são os únicos mediadores disponíveis que se podem estabelecer entre o programa enunciado e o programa implementado. São elas que vão dar "forma" ao programa enunciado. Através delas podemos eventualmente detectar, entre outros aspectos, se estão alinhadas com os conteúdos e os objectivos, assim como detectar que tipo de aprendizagens suscitam nos alunos. No Anexo H, podem consultar-se algumas tarefas propostas aos alunos.

Conforme já foi referido, as aulas destas disciplinas requereram a participação activa de todos os alunos, através do seu envolvimento nas discussões geradas e na resolução das actividades problemáticas propostas. Apesar de existirem vários momentos de exposição

por parte da professora, proporcionaram-se condições para que se estabelecesse um clima favorável, ao diálogo, para os alunos fazerem intervenções, para exporem os seus pontos de vista, ou para colocar dúvidas. A maior parte dos trabalhos desenvolveu-se em grupo, sobretudo em pares, onde o papel da professora se resumiu a dar esclarecimentos, quando solicitada, ou a colocar questões. Neste sentido, também se conseguiu um acompanhamento muito de perto do percurso de cada aluno, no contexto da sala de aula. Uma vez que estas eram de natureza teórico-prática não foi possível dividi-las, contemplando um só aspecto. Contudo, a dinâmica das aulas também variava, de momentos mais expectantes, até situações mais vivas e dinâmicas, sobretudo nos períodos de trabalho com materiais, com as calculadoras e nas apresentações.

Dado que os programas percorreram um vasto leque de temas, a natureza das tarefas foi diversificada, tendo proporcionado, por parte dos alunos uma variedade de participações, desde intervenções orais e escritas, até à elaboração de materiais pedagógicos e manipuláveis, passando pela gestão de vários conhecimentos sobretudo científicos, curriculares, didáticos e pedagógicos. Em particular, as tarefas que foram propostas durante as aulas, sobre os *Temas de Ensino da Matemática*, podem ser classificadas em dois tipos: (a) tarefas para utilizar com os alunos do 2º ciclo do ensino básico, consistiam basicamente em trabalhar variados exemplos de como ensinar determinados tópicos matemáticos constantes nos programas; e (b) tarefas sobre os tópicos da matemática do 2º ciclo do ensino básico que eram problemas para os futuros professores, estavam mais relacionadas com a matemática do que propriamente com o ensino-aprendizagem da matemática. De um modo global, pretendeu-se que tudo contribuísse para o desenvolvimento profissional do futuro professor, que apesar de ainda muito insípido, começava a formar os primeiros contornos.

A avaliação dos alunos foi feita de forma continuada, dando-se ênfase à função formativa das disciplinas, nas quais os alunos intervieram de várias maneiras em diferentes momentos e sobre as diferentes questões abordadas e tratadas durante as aulas. Para efeitos de avaliação, para além da participação, os alunos tiveram que elaborar alguns trabalhos que constaram do seu processo individual de avaliação para os quais se teve em atenção o grau de consecução das tarefas propostas. Com os trabalhos pedidos pretendeu-se suscitar momentos diversificados de aprendizagem, dando oportunidade aos alunos de revelarem algumas tendências pessoais de modo a serem contempladas. Assim, os trabalhos

propostos foram de natureza diversificada e realizados individualmente, ou em grupo. Valorizou-se, por um lado, o trabalho cooperativo, pelas razões apontadas atrás, por outro lado, o trabalho individual dado que a prestação do indivíduo, como futuro professor, faz-se individualmente, e nesse sentido tem de se desenvolver a autonomia. No início do semestre foi apresentada e discutida com os alunos a proposta de avaliação para as disciplinas.

Como trabalhos individuais, contaram-se as *frequências* realizadas no final de cada semestre, de acordo com o sistema de avaliação da escola. A elaboração de um *dossier* foi outro dos trabalhos individuais. Começou a ser feito no início das aulas, onde tinham que constar os principais trabalhos desenvolvidos quer nas aulas, quer em casa, incluindo a elaboração de materiais manipuláveis. Pretendeu-se com este trabalho criar hábitos de organização e de síntese, e criar uma bateria de materiais que pudessem ser úteis, quer para a Prática Pedagógica, quer para o seu futuro profissional. Outra proposta de trabalho individual foi a exploração e resolução duma *actividade problemática* com a calculadora. Pretendeu-se que os alunos analisassem os programas de matemática dos 5º e 6º anos, e conseguissem propor uma actividade, dentro de uma tema programático, na qual a calculadora, numa perspectiva didáctica, fosse potencialmente útil, ou mesmo, imprescindível para a sua realização.

Entre os trabalhos de grupo (2 e/ou 3 elementos) tiveram que tratar um *Aspecto* sobre a natureza e o ensino da matemática, que incluiu uma apresentação oral e discussão, seguida de posterior reflexão por escrito. Para este trabalho, a professora facultou alguns temas, que os alunos sortearam entre eles. Para cada tema, foram sugeridas algumas questões, para orientação do trabalho e da discussão, assim como alguma bibliografia. Com este trabalho, pretendeu-se reflectir sobre a natureza da matemática e, suscitar hábitos de pesquisa, de síntese e de comunicação das principais ideias sobre o trabalho realizado, de forma a estimular a discussão na turma. Outro dos trabalhos, uma vez que se deu uma grande ênfase à resolução de problemas, foi escolher, explorar e resolver uma *actividade problemática* como motivação para a introdução de um conteúdo constante no programa de matemática do 2º ciclo ensino básico. Este trabalho teve como objectivo incentivar os alunos para a abordagem dos conteúdos programáticos através da resolução de problemas. Por fim, como a componente lúdica e os materiais manipuláveis são defendidos como uma componente importante do ambiente de aprendizagem, desenvolveram um *trabalho* no

âmbito do programa do 2º ciclo do ensino básico que podia tomar a forma de jogo, vídeo, história, etc. mas que obrigatoriamente deveria envolver a elaboração de material manipulável. Este tipo de trabalho suscitou sobretudo, o desenvolvimento dos seus conhecimentos didácticos e pedagógicos, assim como da criatividade, para relacionar os objectivos do trabalho com os conceitos envolvidos. Este foi dividido em duas fases: durante a frequência de MEM I elaboraram o projecto e durante a frequência de MEM II executaram esse projecto e fizeram a sua apresentação à turma.

Desenvolvimento do programa das disciplinas

De modo a ser possível caracterizar melhor as aulas relativas ao desenvolvimento do programa no âmbito das disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática I e II, apresentam-se seguidamente cinco exemplos de aulas, sobre cinco temas diferentes.

Aula sobre Materiais Manipuláveis no Ensino-Aprendizagem de alguns tópicos da Matemática. Esta aula teve como objectivo introduzir o tangram chinês, de modo que, cada aluno construísse o seu próprio tangram e a partir dele trabalhasse algumas propostas de actividades a serem aplicadas pelos futuros professores nas suas aulas. Nesta rubrica do programa, privilegiou-se sempre a construção do material pelo aluno e foi explorada esta perspectiva em diálogo com os alunos. A aula começa então, com a apresentação, numa transparência, de vários tangrams, de Lloyd, pictórico, pentagonal, triangular e chinês. Falou-se um pouco do efeito lúdico que exercem em todos, referindo-se que na aula trabalhar-se-ia apenas o tangram chinês ou tangram quadrado, que se pensa ter sido descoberto pelos chineses e se expandiu pela Europa no séc. XIX. Iniciou-se a sua construção por dobragens, referindo que esta pode ser uma actividade rica a desenvolver com os alunos onde são recordadas as propriedades de alguns polígonos e colocadas algumas questões novas sobre os mesmos, à medida que se vão obtendo as 7 peças. Para isso, cada aluno pegou numa folha de papel A4 e iniciou-se conjuntamente, professora e alunos, as dobragens para obter um quadrado. À medida que, a professora ia fazendo as dobragens, os alunos faziam as deles, obtendo sucessivamente peças que foram recortando e numerando para mais facilmente serem identificadas. Em simultâneo formularam-se questões à turma, sobre as peças que se iam obtendo, do tipo: As figuras 1 e 2 são geometricamente iguais? Porquê? O que se pode dizer acerca dos ângulos? Algum destes

triângulos é rectângulo? Como se prova que é rectângulo? Como se podem descrever os lados do triângulo rectângulo? Que tipo de triângulo é este? Será que o trapézio tem ângulos rectos? Será que esta figura é um paralelogramo? Qual é a amplitude dos seus ângulos? Caracterize esta figura (e mostro uma das peças). No final, obtidas as 7 peças, pediu-se que tentassem reconstruir o quadrado inicial donde se partiu. A maior parte dos alunos teve grande dificuldade em reconstruir o quadrado. Muitos referiram que raramente faziam puzzles e outros referiram mesmo que nunca o fizeram. Para os ajudar, foi-lhes pedido que recordassem os passos que foram utilizados para a construção das sete peças e que tentassem andar para trás. Antes de passar para outras propostas de trabalho, há um momento lúdico que é tentar com as peças fazer duas figuras, um chinês e um pássaro. Verificaram-se algumas dificuldades com certos alunos durante esta actividade, pelo que se demorou algum tempo. Seguidamente, foi apresentado outro modo de construir o tangram. Para isso, foi-lhes distribuída uma ficha com um referencial e as coordenadas de alguns pontos que teriam de marcar e unir de modo a obter o quadrado dividido nas sete peças. No fim da aula foi-lhes pedido que fizessem em casa um tangram em material mais resistente (e.g. cartolina, corticite, madeira) para utilizar em futuras aulas. Nas aulas seguintes foram apresentadas propostas de utilização do tangram para explorar a noção de área, descobrir relações métricas entre as várias figuras, estudar algumas propriedades dos polígonos, semelhanças, etc.

Aula sobre *Questões de Linguagem e de Sala de Aula*. Esta aula teve como objectivo, por um lado atender a certos abusos e erros que se cometem durante a formulação das questões que colocamos aos alunos ou que eles colocam aos professores e, por outro lado, ensaiar algumas questões que poderão ser colocadas durante as práticas dos futuros professores. Neste sentido, foi apresentada a cada aluno uma ficha com situações de sala de aula para comentar em grupo de dois e posteriormente seguidas de discussão, em grande grupo, das conclusões a que tinham chegado. Foi-lhes dito que algumas das questões que constavam da ficha apresentada tinham sido recolhidas, pela investigadora, nas aulas observadas durante a prática pedagógica de alunos de anos anteriores. De um modo geral, os alunos manifestaram muita dificuldade nesta tarefa. Nalguns casos não localizaram o problema e noutros, quando o detectaram, tiveram bastantes dificuldades em

dar uma resposta de acordo com o nível dos alunos do 2º ciclo. Nesta aula não se foi além da discussão de duas questões da ficha.

Q1. Um dos seus alunos diz-lhe que o ângulo A é maior do que o ângulo B. Que lhe responde?



Q2. Comente o seguinte diálogo “Diz o João para o Luís—Quero determinar a área do meu pé e não sei como, pois não me lembro de nenhuma fórmula que mo permita fazer. O Luís rapidamente lhe sugere: — Contorna o pé com um fio e depois desenha um quadrado com ele. Assim a área do quadrado já não é complicada para ti.”

Na primeira questão, nenhum aluno identificou erros de linguagem na afirmação. Apesar de, grande parte dos alunos defenderem que a afirmação não estava correcta, tiveram dificuldade em formular uma resposta adequada para dar ao aluno. A partir desta questão recordaram-se vários conceitos relacionados com a definição de ângulo e amplitude de ângulo. Também foram referidos os abusos de linguagem que se cometem quando, por exemplo, se diz que um conjunto é maior do que outro, quando muito, pode dizer-se que tem mais ou menos elementos do que outro. Neste sentido, coloquei a questão: “Qual é maior, um conjunto com um elefante ou com duas formigas?”. A partir de alguma discussão os alunos conseguiram detectar as imprecisões.

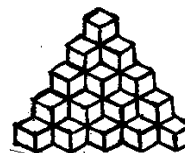
Na segunda questão a maior parte dos alunos referiu que o Luís não deveria ter proposto um quadrado, mas um rectângulo. Só quando foram interpelados sobre se seria esse o erro é que ficaram hesitantes. Alguém disse que não se podia achar a área daquele modo, mas não conseguiu explicar porquê. Esta questão levou a recordar a relação entre perímetro e área, e recordar o que são figuras isoperimétricas e figuras equivalentes. Por outro lado, teve que recordar-se como se pode determinar a área de figuras irregulares dentro do contexto do programa do 2º ciclo do ensino básico. Os alunos, nestas aulas, manifestaram sempre um certo desconforto, uma vez que ao serem confrontados com este tipo de questões que eventualmente os alunos poderiam colocar, não conseguiram de imediato dar uma resposta ou porque não sabiam ou porque não os satisfazia a resposta que davam. De qualquer modo, foi possível detectar que o conhecimento didáctico destes futuros professores ainda é muito deficiente e pouco desenvolvido. Estas aulas serviram, sobretudo para recordar ou aprender conceitos e estratégias que lhes poderiam ser úteis na

sua prática futura. Entretanto, ficou para trabalho de casa que comentassem a seguinte questão:

Um aluno diz-lhe "Professor, $2 : 2$, $3 : 3$ e $4 : 4$ é sempre 1, mas $0 : 0$ não se pode calcular. Já não percebo nada!" Que lhe responde?

Aula sobre *Resolução de Problemas*. Esta aula iniciou-se começando por falar sobre o tipo de problemas que se devem colocar aos alunos nas aulas, tendo-se referido que eles não têm necessariamente de ser de conteúdo (e.g. álgebra, aritmética ou geometria), ou mesmo estarem directamente ligados aos conteúdos que se estão a leccionar. É importante que os alunos, através de problemas, adquiram estratégias gerais que lhes irão permitir abordar qualquer problema, de qualquer natureza, e por outro lado lhes facultem a oportunidade de relacionarem vários conceitos. Muitos dos problemas podem também ser resolvidos recorrendo a materiais: uns serão imprescindíveis para a sua resolução, noutros casos poderão ajudar a delinear a estratégia de resolução. O objectivo da aula prendeu-se mais com a discussão à volta dos processos de resolução do que ao resultado, com o tipo de conteúdos que cada um dos problemas podia suscitar e com a adequação para os conteúdos de matemática do 2º ciclo do ensino básico. Nesse sentido foi proposto, a cada um dos grupos, o seguinte problema:

Esta torre de 5 "andares" é formada por 35 cubos.
Quantos cubos serão necessários para construir
uma torre semelhante de 10 andares.



Na passagem pelos grupos, detectou-se que os alunos assim que obtiveram a folha, começaram de imediato a resolver o problema cada um para si. Apesar de tudo o que tínhamos discutido, em aulas anteriores, que antes de resolver um problema há muito que fazer como: compreender o problema, identificar os dados, verificar se há dados suficientes ou a mais, formular questões, etc., os alunos começaram a resolvê-lo. Esta reacção é imediata e parece que a escolarização de muitos anos os instruiu neste sentido, enquanto a formação parece ter pouca influência. Depois de uma chamada de atenção, foram discutidas algumas questões que pudessem ajudar a clarificá-lo e a compreendê-lo. Em seguida os alunos resolveram o problema individualmente. Alguns alunos suscitaram o

recurso ao material (neste caso policubos) para construir a torre, uma vez que não conseguiam desenhar mais “andares”. Em grande grupo discutiram-se as estratégias usadas e constatou-se que a estratégia mais utilizada foi a descoberta de uma lei de formação, entre os andares e o número de cubos. Reduzindo este problema a um problema mais simples, isto é, começando por ver quantos cubos seriam necessários se a torre tivesse apenas 1, 2, 3 ... andares, tendo em atenção que para uma torre de 5 andares foram utilizados 35 cubos, é um processo que, facilmente, leva à descoberta de um padrão e à solução. Quando lhes foi pedido para generalizar para n andares muitos alunos tiveram dificuldade em chegar a uma expressão geral sem ser por recorrência. Um aluno sintetizou na Figura 21, os passos seguidos.

Nº de andares	Nº de cubos por andar	Total de cubos por andar
1	1 +2	1
2	3 +3 = 1+2	4 = 1+3 = 1+ (1+2)
3	6 +4 = 1+2+3	10 = 1+(1+2)+(1+2+3)
4	10 +5 = 1+2+3+4	20 = 1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)
5	15 +6 = 1+2+3+4+5	35 = 1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+(1+2+3+4+5)
...
10	55 + _(n+1) =1+2+3+...+10	220= 1+(1+2)+(1+2+3)+...+(1+2+3+...+10)
...
n	$1+2+3+\dots+n = \frac{1+n}{2} \cdot n$ $\frac{n(n+1)}{2}$	$1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+\dots+(1+2+3+\dots+n)$ $= (1+\dots+1) + (2+\dots+2) + (3+\dots+3) + \dots + n =$ $= n \times 1 + (n-1) \times 2 + (n-2) \times 3 + \dots + 1 \times n =$ $= \sum_{i=0}^n (i+1)(n-i)$

Figura 21. Resolução do problema dos cubos

Discutiu-se em seguida que este problema pode ser utilizado com alunos dos 2º e 3º ciclos do ensino básico, para desenvolver a orientação espacial, podendo-se recorrer a material concreto, caso necessário. Para estes níveis, basta o conhecimento das operações básicas e ter trabalhado com regularidades numéricas. Para níveis de escolaridade mais elevados, pode utilizar-se como por exemplo para o secundário, onde são explorados conceitos de progressão aritmética, sucessão definida por recorrência, somatórios. Também se pode recorrer ao método das diferenças finitas para deduzir a expressão geral que traduz o número de cubos necessários para uma torre com n andares.

Dado que esta aula era de três horas ainda houve oportunidade para resolver outro problema de natureza mais aberta.

Dobra-se uma folha ao meio. Quantas regiões se obtém e qual a área de cada região ao fim de n dobragens?

Este tipo de problemas, ao princípio, deixam os alunos desorientados, sem saberem por onde começar pois estão mais habituados aos problemas mais fechados. Contudo, bastou formular algumas questões para clarificar a situação. Assim, ao iniciar a resolução do problema houve alunos que necessitaram de recorrer a uma folha de papel para dobrar. Começaram então a dobrar a folha, mas viram que não iam além de quatro dobragens, pois o papel era grosso. Então mudaram de estratégia e decidiram fazer alguns desenhos no papel. Em seguida, recorrendo a uma tabela e reduzindo a um problema mais simples rapidamente chegaram ao padrão e à resposta. A Figura 22 resume os passos seguidos na resolução deste problema.

Nº de dobragens	Nº de regiões	med. da área de cada região
0	$1=2^0$	$1=1/2^0$
1	$2=2^1$	$1/2=1/2^1$
2	$4=2^2$	$1/4=1/2^2$
3	$8=2^3$	$1/8=1/2^3$
...
10	2^{10}	$1/2^{10}$
...
n	2^n	$1/2^n$

Figura 22. Resolução do problema das dobragens

A parte mais interessante foi a discussão que se seguiu sobre que conteúdos abordava, até que níveis poderia ser utilizada e se seria, ou não, uma actividade a desenvolver com os alunos do 2º ciclo e em que moldes. Nesse sentido foi referido que esta actividade poderia recorrer a várias representações (concreta, pictográfica, gráfica) e poderia ser explorada até ao secundário com recurso à calculadora como aplicação da função exponencial. Os alunos gostaram de ver que uma proposta de trabalho tão simples e interessante poderia aglomerar tantas ideias matemáticas. Foi-lhes referido que esta é uma das finalidades da matemática, que os alunos consigam matematizar situações desta natureza. Em relação ao 2º ciclo era bastante rica pois permitia abordar vários conteúdos: números racionais sobre a forma de fracções, operações com fracções, área, etc. Concordaram que a apresentação da tarefa teria de ser efectuada noutros moldes e com recurso ao material. A aula finalizou com os

alunos a proporem que este problema, a ser apresentado aos alunos do 2º ciclo, deveria tomar a seguinte forma.

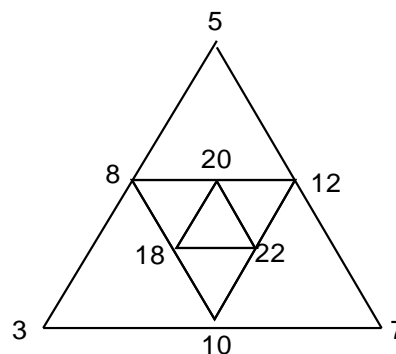
Material: uma folha de papel seda

Desenvolvimento: Dobra uma folha de papel ao meio. Com esta primeira dobragem obténs duas regiões.

- (1) Quantas regiões obténs ao fim de três dobragens? E ao fim de quatro?
- (2) Quantas dobragens consegues efectuar? Se conseguisses efectuar 10 dobragens quantas regiões obterias?
- (3) Qual é a área de cada uma das regiões obtidas?

Aula sobre Avaliação das Aprendizagens em Matemática. Esta aula teve como objectivo discutir a avaliação e classificação de problemas de processo. Iniciou-se a aula com a distribuição individual do enunciado de um problema e a resolução efectuada por um dos alunos do 1º ano duma das variantes do curso do ensino básico. Pediu-se aos alunos que em grupos analisassem, à luz do que sabiam sobre resolução de problemas, a resolução apresentada e classificassem a resolução apresentada numa escala de 0 a 6, tendo em atenção os aspectos que achassem ser relevantes considerar. O problema foi o seguinte

Na figura, os vértices do triângulo foram assinalados com os números 3, 5 e 7. Um segundo triângulo foi construído unindo os pontos médios dos lados do triângulo inicial e para assinalar os seus vértices com os números 8, 12 e 10 utilizou-se a seguinte regra. “Calcular a soma dos números dos extremos do segmento do qual o novo vértice é o ponto médio”. Ligando os pontos médios dos lados do segundo triângulo obteve-se um terceiro triângulo cujos vértices, utilizando a mesma regra, foram assinalados pelos números 18, 20 e 22. A figura resultante é o que se poderá designar por um ninho de três triângulos. Supondo que o processo de construção de um ninho de triângulos continuava até obtermos um ninho com 1989 triângulos. Qual seria a soma dos números utilizados para assinalar os vértices do triângulo de dentro (isto é, o 1989º triângulo) do ninho obtido?



Na passagem pelos grupos a investigadora detectou que deram uma “vista de olhos” à resolução apresentada, e começaram de imediato a esboçar uma classificação. Assim teve que chamar a atenção que era conveniente começar por resolver o problema, para ver que tipo de resoluções poderia suscitar. Depois de o resolverem, prosseguiram o trabalho de analisar o texto escrito distribuído e, ao fim de algum tempo, discutiram-se em grande grupo as conclusões a que chegaram em cada um dos grupos. Em resumo, todos concordaram que para resolver o problema proposto deveria ter-se em atenção o seguinte: desenhar mais alguns triângulos para perceber a formação do padrão (se necessário); calcular a soma dos números colocados nos vértices; apesar de não ser pedido, pode-se

identificar a formação dos números dos vértices dos triângulos; organizar a informação numa tabela onde conste o número de ordem do triângulo, os números dos vértices de cada triângulo e a soma desses números; formular conjecturas sobre a lei geral que modela a situação. Verificou-se que os conceitos envolvidos, a nível do 2º ciclo, são apenas os de múltiplos e potências. Todos concordaram que a descoberta do padrão é a melhor estratégia para chegar à solução. Discutiram-se também os passos propostos por Polya para a resolução dum problema, mas que na análise do trabalho escrito não é possível detectar. Em relação à classificação, como seria de esperar houve grandes discrepâncias que variaram entre 1 e 5 pontos. É de notar que a resolução apresentada estava parcialmente correcta, já que o aluno não conseguiu identificar o padrão, pois enganou-se nos cálculos da 3ª soma. Seguiu-se uma discussão em que cada grupo expôs as suas razões para explicar como chegou aos valores apresentados. A partir daqui, com base em alguns excertos do livro de Charles, Lester e O'Daffer (1987), passou-se para a apresentação das escalas de avaliação, referindo que existem procedimentos mais ou menos estruturados que permitem diminuir a discrepância obtida. Nesse sentido foram apresentadas algumas escalas analíticas de avaliação, tendo sido referido que são bastante difíceis de aplicar devido ao número de itens que apresentam, e as escalas holísticas focadas que têm a vantagem de se centrarem na resolução como um todo, destacando os aspectos que o professor entende ser necessário focar como fundamentais. Antes da aula acabar foi pedido a cada aluno que escrevesse numa folha o que entendia por “avaliar”. As opiniões foram recolhidas para serem utilizadas como ponto de partida para a próxima aula. Foram distribuídos alguns apontamentos com as ideias principais sobre avaliação do NCTM (1993) para serem discutidas na próxima aula. Também lhes foi pedido que fizessem um problema da sebeta para na aula seguinte trocarem a resolução e procederem à classificação, segundo uma das escalas apresentadas.

Aula sobre *Planificação*. Esta aula teve como objectivo geral falar da prática do professor e das várias fases do seu trabalho. Em particular, pretendeu-se analisar o modo de organizar e planificar as aulas. Este é um assunto que interessa bastante os alunos, sobretudo nesta fase do curso, pois passados cerca de dois meses estarão numa escola para efectuar a sua prática pedagógica. É neste tipo de aulas que podemos dizer que são discutidas mais especificamente questões ligadas com o desenvolvimento profissional. A

aula começou pela distribuição de uma planificação de matemática para o 2º ciclo, e que os alunos deveriam analisar em grupos. Não lhes foram dadas outras indicações, apenas lhes foi pedido que tomassem nota dos aspectos mais relevantes para serem discutidos. A planificação estava feita em grelha, era bastante descritiva e tinha em vários momentos o tempo previsto para cada acção. Passados alguns minutos, depois de alguma discussão nos grupos, passou-se para o grande grupo. A preocupação geral foi tentar saber se era “obrigatório” as planificações serem efectuadas em grelha com aquela especificidade toda, sobretudo com a referência aos minutos. A partir desta questão começou por referir-se que a apresentação da planificação em grelha é apenas um exemplo. O que é importante são os aspectos focados. Foi-lhes dito, que pessoalmente à investigadora, não lhe agradava essa forma pois achava-a tipo “colete de forças”, preferindo antes a apresentação sob a forma de “texto corrido”. Quanto à marcação do tempo pode ser bastante útil como indicador sobretudo nas primeiras aulas, dos futuros professores, para conseguirem organizar os trabalhos para o tempo previsto. Em relação aos outros aspectos referiu-se que é necessário organizar e planificar, por escrito, o que se pretende fazer. A preparação de aulas por escrito deve ser feita de modo a que se possa atingir os objectivos propostos e para que a aula de um modo geral “corra bem”, tendo em atenção que nunca se consegue prever exactamente o que vai acontecer numa aula, pois as coisas podem desenrolar-se de um modo muito diferente daquele que se pensou e planeou. Nesse sentido, quantas mais hipóteses se levantarem mais segurança se terá para ultrapassar alguns imprevistos, uma vez que, tomar decisões na aula, nem sempre é fácil para um professor principiante. Assim, deve-se explicitar o que pretendemos que os alunos adquiram ao fim de determinada aula, os materiais que se vão usar, as formas de trabalho e tarefas que vão ser propostas, estratégias de ensino e avaliação que se vão aplicar. Convém fazer um levantamento dos vários modos de abordar uma questão para serem aplicados como alternativa, se um não resultar e deste modo chegar a todos os alunos. Fazer um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos é essencial para que a aprendizagem aconteça, isto é, para que os alunos tenham oportunidade de relacionar a nova informação com a já adquirida, assim como ensaiar questões que se poderão colocar, recordar conceitos, etc. Distinguir o que é essencial do que é acessório e prever momentos de síntese feitos pelos alunos. Esta questão da preparação das aulas foi bastante discutida sobretudo em relação à questão de ser ou não por escrito o que remeteu a discussão para a

questão dos conhecimentos dos professores experientes e professores principiantes. Foi-lhes referido que a investigadora, apesar de ter uma experiência de ensino significativa, tinha que organizar previamente os materiais e as ideias, pois uma aula nunca se repete, mesmo tratando os temas do mesmo modo. É evidente que a experiência acumulada, ou seja, o conhecimento prático, é maior em professores experientes do que em professores em início de carreira, permitindo que a planificação possa limitar-se a um esboço da aula por tópicos. Mas, um aluno a iniciar a sua prática e mesmo nos primeiros anos de ensino, deve fazer uma planificação o mais detalhada possível de todos os aspectos que devem ser considerados na aula. De qualquer modo, o tipo de aulas que se pretende leccionar, também tem muita influência na planificação que se fizer, assim como a natureza dos conteúdos a tratar, do conhecimento que cada um tem sobre esses mesmos assuntos e do tipo de alunos com que se trabalha. Acontece muitas vezes que um plano resulta numa determinada turma mas para outra, mesmo que seja na hora seguinte, pode não resultar. E por fim, cada pessoa tem um estilo muito próprio que também condiciona o trabalho de cada um. Entretanto um aluno manifestou que a sua preocupação maior é não saber por onde começar. Se por exemplo, na prática pedagógica, lhe disserem para leccionar a unidade “Números relativos” o que deveria fazer? Esta questão foi remetida para a turma e as respostas foram: uns consultavam todos os livros de matemática do 2º ciclo e analisavam as várias abordagens. Outros disseram que perguntavam a professores amigos. E ainda outro consultava os apontamentos das aulas. Foi observado que ninguém referiu que se deveria consultar primeiramente o programa. A partir daqui, lembraram-se algumas considerações que já tinham sido feitas nas primeiras aulas. Em seguida partiu-se para a discussão do livro de texto e da sua articulação com os programas e os currículos escolares. Fez-se referência à importância que o professor tem como “fazedor de currículo”. Ou seja, o professor não se pode limitar a seguir o livro, mas deve ter uma visão alargada de como deve ser o ensino da matemática, em particular daquele ano ou daquele conteúdo, confrontando o programa oficial com outros documentos programáticos, como são, por exemplo, as Normas, de modo a ser criativo e crítico na gestão desse programa. Passou-se em seguida para a discussão do currículo, tendo sido chamado a atenção do que se entende por currículo e que poderemos falar em “vários currículos”, ou seja, fez-se referência ao currículo oficial, ao currículo percebido, ao

implementado, etc. No final, foi pedido que cada grupo fizesse uma síntese dos pontos principais discutidos durante a aula, para apresentar na aula seguinte.

Apreciação das Disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática I e de Metodologia do Ensino da Matemática II.

A apreciação das disciplinas de MEM I e MEM II, como já foi referido, foi efectuada por um painel de investigadores e professores de matemática de universidades e escolas superiores de educação e por professores de matemática do 2º ciclo do ensino básico, que se limitaram à análise dos programas. Foi-lhes pedido que se centrassem fundamentalmente nalguns pontos, tendo-lhes sido facultado um guião para esse efeito (Anexo H). Estas disciplinas também foram analisados pelos alunos da turma a quem foi pedida a opinião acerca dos temas abordados e tratados nessa disciplina e sobre a consecução desses temas pelo professor daquela disciplina.

É consensual que não basta ter um bom currículo, ou um bom programa, para que se consigam atingir os fins em vista. Há outros factores a ter em atenção, sobretudo, quem o implementa, como o implementa e para quem se implementa. Assim, na análise de um currículo, podem ter-se em consideração, entre outros, os seguintes níveis. O currículo “enunciado”- onde figuram as orientações e intenções de quem o elabora; o currículo “percebido”- o modo como as orientações curriculares são entendidas por quem tem de o implementar, isto é, pelo professor; o currículo “praticado ou concretizado”- o modo como as orientações curriculares são concretizadas pelo professor; e o currículo “adquirido ou aprendido” – aquilo que os alunos efectivamente aprendem (conforme referido no Capítulo 2).

Analisar um currículo é uma tarefa complexa, pois pode começar-se por questionar à partida as opções que se tomaram na sua elaboração, nomeadamente na escolha dos tópicos a serem contemplados ou nas formas de ensinar determinados tópicos. De qualquer modo ultrapassada esta questão é fundamental que se tome em atenção de uma forma articulada todas as suas componentes: objectivos, conteúdos, estratégias de ensino e avaliação. Segundo esta perspectiva, quando foi pedida a análise ao painel de professores dos programas das disciplinas estes tiveram apenas em atenção o programa “enunciado”, o

que permite emitir uma opinião que será cruzada pela opinião dos alunos que tiveram em atenção não só o programa “enunciado” como o programa “praticado”.

Professores de Matemática

A apreciação da disciplina por parte do painel de professores seguiu determinados pontos sugeridos num guião (Anexo I) e que foram os seguintes: estrutura do programa; objectivos; conteúdos; materiais; trabalhos solicitados aos alunos; exequibilidade; bibliografia; contribuição para o desenvolvimento profissional do futuro professor; contribuição para dotar um aluno das qualificações mínimas necessárias à sua função de docente; consonância com o programa que os alunos leccionarão; consistência com documentos relevantes em educação matemática. As opiniões do painel de professores encontram-se em Anexo J.

A apreciação global que todos os professores fizeram sobre os programas pode dizer-se que foi positiva. Consideraram que os programas de um modo geral estavam bem estruturados, com temas adequados a uma disciplina desta natureza num programa de formação de professores e consistentes com as tendências recentes no domínio da didáctica da matemática.

Podemos de seguida referir a opinião dos professores sobre alguns pontos do guião. De notar que nem todos professores seguiram os pontos do guião, que também não era mais do que uma sugestão para a análise pedida. Nesse sentido organizou-se a informação nos pontos seguintes.

Objectivos. Em relação a este ponto as opiniões dividem-se. Há professores que referem que os objectivos são variados e percorrem vários domínios que vão desde aqueles ligados à reflexão sobre a natureza da matemática e da actividade matemática até aos que estão ligados à prática profissional dos professores nas suas diversas vertentes. Um aspecto positivo apontado foi o de considerar objectivos não só de natureza cognitiva mas também de natureza afectiva. Outros professores, no entanto, referem que haveria outros objectivos a contemplar como, por exemplo, os relacionados com avaliação das aprendizagens e aplicações da matemática na sociedade. Há opinião de que os objectivos são demasiado ambiciosos, sobretudo aqueles que se referem ao desenvolvimento profissional, pois faltam-lhes temas ligados à vida profissional do professor como participação em projectos, participação em movimentos associativos e trabalho colaborativo.

Estrutura do programa e conteúdos. De modo geral a opinião é a de que a estrutura está bem conseguida nos tópicos que cobre. Contudo a sequência dos temas é discutível havendo sugestões no sentido da abordagem aos temas ser por ordem diferente como, por exemplo, a avaliação ser um dos últimos temas a tratar e a Natureza da Matemática ser o primeiro tema assim como o estudo das Calculadoras ser feito mais cedo. O programa poderia ir mais longe em determinados temas, nomeadamente no tratamento de questões ligadas à aprendizagem e no tratamento de actividades de investigação, bem como na utilização de software dinâmico para o ensino da Geometria. Também é sugerido que a inclusão de áreas de conhecimento como, por exemplo, o conceito de número e grandeza deveriam ser tratados noutra disciplina.

Trabalhos solicitados aos alunos-avaliação e bibliografia. De modo geral constata-se que a variedade de trabalhos solicitados aos alunos é equilibrada assim como a maneira de se organizarem parece bastante positiva e formativa. Será de explicitar melhor a avaliação, pois não está clara não se percebendo bem o peso dos diversos trabalhos. A bibliografia globalmente é adequada, abrangendo um leque diversificado e actual, podendo contudo tirar-se mais partido de trabalhos de língua portuguesa e/ou castelhana existentes pois há uma grande ênfase nos documentos norte-americanos.

Restantes tópicos. Os programas têm potencialidades para conseguir dotar os professores com qualificações mínimas necessárias para a função docente, apesar deste aspecto ter que ser analisado integrado num plano de estudos global e ter em conta vários factores. Este programa está consistente com as recomendações nacionais e internacionais sobre Educação Matemática, sendo importante a análise crítica da realidade portuguesa ao nível das orientações curriculares actuais e está em consonância com os programas que estes alunos leccionarão. Estes programas também são um contributo para a manifestação de uma identidade profissional dos futuros professores.

Alunos da turma

Em relação à opinião dos alunos poderemos dividi-la em duas partes: uma referente às disciplinas e outra referente à actuação da professora nessas disciplinas.

Durante e no final das aulas foram colocadas algumas questões aos alunos da turma referentes às disciplinas de MEM I e MEM II. Essas questões tinham a ver com o programa da disciplina e com a consecução desse programa. Em particular, pretendia

saber-se que temas é que os alunos gostaram mais e os que gostaram menos, o que pensavam da actuação da sua professora de MEM I e II e se tinham sugestões para o futuro em relação a estas disciplinas, quer a nível de temas a tratar, quer a nível de metodologia a seguir nessas aulas. As opiniões dos alunos encontram-se no Anexo K.

De um modo geral, os alunos gostaram bastante desta disciplina, havendo quem refira explicitamente que esta disciplina foi a mais importante do curso, pois reconhecem que os temas tratados nas aulas foram interessantes, adequados e importantes para o futuro quando forem professores de matemática do 2º ciclo. Esta ligação da disciplina à profissão futura é referenciada por 20 dos 28 alunos que responderam.

Dos temas tratados, os gostos são variados, mas há uma forte tendência (20 em 28) para as aulas em que se trabalham os materiais, desde a sua divulgação e construção ao conhecimento das suas potencialidades educativas. Houve alunos que lamentaram não terem aprendido matemática como agora estavam a aprender para ensinar, pois contrariamente àquilo que pensavam é possível tornar a disciplina de matemática num espaço interessante onde se pode aprender com gosto.

A resolução de problemas também foi um dos temas que alguns alunos gostaram, pois além de aprenderem a resolver problemas, também foram discutidas questões sobre a sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Este tema não foi referenciado como preferência talvez pela sua presença constante ao longo das aulas.

Apenas uma aluna refere que gostou do tema da Natureza da Matemática. Contudo, no fim do tratamento deste tema nas aulas, foi perguntado aos alunos oralmente se tinham gostado e a resposta foi fortemente afirmativa. Sobretudo, porque os obrigou a pensar em questões que nunca tinham pensado até então, pelo menos de uma forma consciente, como sejam O que é a Matemática? Porque é que se ensina Matemática? A Matemática foi inventada ou descoberta?

Os restantes alunos referem que gostaram de tudo o que foi dado.

Em relação àquilo que não gostaram ou que gostaram menos é de referir a opinião de dois alunos. Um aluno refere que, apesar de ter gostado de conhecer as potencialidades dos materiais não gostou nada de ter que construir alguns. Outro aluno refere que o que gostou menos foi ter de pesquisar apesar de reconhecer que é importante fazer este tipo de trabalhos.

Em relação a sugestões para o futuro sobre esta disciplina, apenas 15 alunos (em 28) o fazem, centrando-se em dois aspectos: temas a introduzir e a carga horária da disciplina.

Na sequência do que já tinham afirmado sobre a importância da disciplina para o futuro, sugerem uma maior carga horária desta disciplina, a criação de uma MEM III, nem que para isso sejam eliminadas outras que consideram ter menos interesse. Esta nova disciplina iria proporcionar-lhes o aprofundamento de alguns dos temas já tratados em MEM I e II e o tratamento de novos temas. Sugerem ainda que o tema sobre planificações deveria ser mais trabalhado, assim como o dos manuais escolares. Uma sugestão que é dada sobre um tema a introduzir nesta disciplina é a de simulação de aulas em que cada aluno prepararia um tema que exporia aos colegas, como se estes fossem alunos do 2º ciclo. Há um aluno que até sugere que um mesmo tema deveria ser tratado por mais do que um, para confrontarem diferentes abordagens.

Sobre a actuação da professora das disciplinas, os alunos referem globalmente, que gostaram do modo como aquela professora abordava os temas e orientava a aula, sobretudo do clima de abertura e de cooperação que proporcionou durante as aulas. Apenas sete alunos não abordaram especificamente a actuação da professora.

Integração das opiniões dos professores e dos alunos

Reflectindo sobre as opiniões expressas pelos professores e pelos alunos podem-se identificar alguns pontos fortes e alguns pontos fracos em relação aos programas das disciplinas de MEM I e MEM II que se passam a enunciar. Antes porém comentava alguns aspectos referidos nos pontos anteriores quer pelos professores quer pelos alunos.

De um modo geral os alunos foram pouco críticos sobretudo em relação à questão da actuação da professor da disciplina e pouco ambiciosos e criativos nas sugestões de conteúdos e de abordagem dos programas das disciplinas.

A forte tendência (22 em 28) dos alunos referirem o facto de gostarem das aulas em que se trabalham os materiais, desde a sua divulgação e construção, ao conhecimento das suas potencialidades educativas, pode ter a ver com o envolvimento particular da investigadora nesta temática, e de terem sido abordados com uma certa frequência durante as aulas. Factos que poderão de algum modo ter influenciado as opiniões dos alunos. Por outro lado, o aspecto lúdico associado aos materiais que a literatura refere esteve sempre bem patente no interesse que os alunos manifestavam nas aulas em que se utilizavam.

Para a investigadora foi bastante importante saber a opinião dos alunos sobre o tema da Natureza da Matemática uma vez que, quando propôs trabalhar este tema, estava receosa da reacção dos alunos, pois além de ser um tema novo, iria suscitar uma maior pesquisa e um tipo de trabalho diferente numa disciplina tradicional, como era a Matemática. Por outro lado, tendo a turma um nível cultural que se considerou baixo poderia ser também elemento limitativo, à partida, para o tipo de discussão que se pretendia.

Em relação aos temas sobre Planificação e Manuais Escolares referem que deveriam ter sido mais trabalhados. Esta questão de tempo é sempre problemática, mas há que fazer opções. Particularmente, a investigadora pensa que a programação feita para a Planificação foi suficiente (5+3 horas), uma vez que este assunto já tinha sido abordado noutras disciplinas, como Desenvolvimento Curricular. A razão da sua integração neste programa foi apenas discutir a sua utilidade e analisar a sua adequação e especificidades para o caso da Matemática. No que se refere aos manuais escolares, talvez houvesse necessidade de abordar a questão de como se deve fazer uma análise de um manual escolar no seu conjunto de uma forma mais sistemática. Optou-se, por analisar a abordagem que os diferentes manuais fazem acerca de alguns temas ou como são utilizados determinados recursos no tratamento desses temas.

Em relação à introdução de simulação de aulas, é uma sugestão bastante interessante, apesar de já ter sido ponderada a sua introdução no programa desta disciplina, pois não existe outro espaço disponível no currículo. Conforme já tem sido referido têm de se fazer opções que são sempre subjectivas e discutíveis. Apesar de numa turma com 28 alunos e com carga horária limitada, ser complicado. Por outro lado, como estes alunos nunca deram aulas neste nível de ensino, a imagem do professor de matemática e da aula de matemática do 2º ciclo que estes futuros professores têm é aquela que eles próprios vivenciaram e, que para muitos dos alunos foi bastante negativa. Por este motivo, penso ser prematuro fazê-lo nesta altura mas sim em seminários, em paralelo com a Prática Pedagógica IV (PPIV) onde as situações e os problemas são reais e onde existe a possibilidade de actuação imediata e de reflexão sobre as práticas vivenciadas por cada um.

Em relação à opinião manifestada pelos professores, há observações bastantes pertinentes que merecem ser tidas em atenção para uma possível reformulação dos programas destas disciplinas.

Da leitura das opiniões de professores e alunos pode-se constatar que são diferentes em relação às preocupações que manifestam. Enquanto que da parte dos alunos há uma forte preocupação de que os temas tratados nestas disciplinas lhes sirvam directamente para a sua prática lectiva e que sejam ao mesmo tempo interessantes, a preocupação dos professores vai para outros aspectos mais gerais de educação, como as tendências actuais do ensino em matemática, nomeadamente as investigações em matemática.

Tentando conciliar as duas opiniões, segundo uma visão muito pessoal, podem-se enunciar quatro pontos fortes dos programas. O primeiro é a preocupação em articular as perspectivas internacionais em educação matemática com a realidade portuguesa. É importante que os alunos conheçam e analisem criticamente as orientações curriculares actuais, assim como clarifiquem a nossa posição no panorama educativo internacional. O segundo ponto é tratarem-se em simultâneo aspectos transversais, como a resolução de problemas e a avaliação, com aspectos ligados às didácticas específicas, por exemplo da geometria e do número. Estes são aspectos cruciais do ensino da matemática que não se podem desligar. Um terceiro ponto são os vários trabalhos solicitados aos alunos, uma vez que combinam diversas formas de trabalho (individual, pares, em grupo, colectivamente), vários tipos de produtos, como apresentação oral, apresentação escrita, material manipulável, propostas de actividades sobre vários temas e diversos tópicos didácticos, desde a natureza da Matemática à resolução de problemas. Por fim, o interesse que provocou nos alunos desta turma e que eles manifestaram não só durante as aulas, mas quando solicitam outra disciplina, MEM III, e quando dizem que gostaram dos temas tratados e referem a sua pertinência para o futuro profissional. Não pode haver aprendizagem sem vontade de aprender e esta vontade pode ser lida pelo envolvimento que os alunos manifestaram.

Em relação aos pontos fracos podem-se enunciar três. Primeiro deverão ser considerados mais aspectos ligados à aprendizagem em matemática, nomeadamente referência às teorias de aprendizagem. É importante saber o que as teorias nos dizem para melhor utilizá-las em situações concretas de sala de aula. Em segundo lugar, alguns dos objectivos deverão ser revistos, como é o caso do desenvolvimento da identidade

profissional. Ou se eliminam ou então devem ser propostas tarefas ligados à vida profissional do professor como sejam, participação em projectos, participação em movimentos associativos. Em terceiro lugar, a avaliação deve estar mais clara em relação aos pesos a atribuir às diferentes formas de avaliação. Apesar da avaliação ser uma negociação no início da disciplina deverá ser mais especificada, para estar, presentemente, também de acordo com as exigências do Regulamento de Frequência e Avaliação da escola.

5. Síntese

Conforme foi referido atrás, elaborar um programa é uma tarefa complexa em que a gestão do tempo assume uma importância particular. Na verdade, trata-se de promover o equilíbrio possível entre os conhecimentos disponíveis e as reais necessidades de formação dos alunos. Assim, torna-se indispensável distinguir o essencial do acessório tendo em vista gerir conveniente e eficazmente o tempo disponível, havendo sempre opções que se têm de fazer. Por isso, apesar de os conteúdos científicos e a didáctica específica serem relevantes, também é muito importante desenvolver nos alunos capacidades que lhes permitam desenvolver a autonomia e reflexão, de modo a serem capazes de se adaptar a novas solicitações profissionais. Dosear estas duas vertentes de modo equilibrado não privilegiando uma em favor da outra será o aspecto principal a ter em atenção na elaboração de um currículo. Neste sentido um programa em vez de dar ênfase aos conteúdos, pelo contrário deve procurar dar ênfase aos processos, pois é através deles que os futuros professores se tornam aprendentes autónomos. Depois, há todo o desenrolar das aulas que tem muito a ver com a pessoa do professor e da sua capacidade de comunicar e interactuar com os alunos. O modo de agir na sala de aula, o clima que proporciona aos seus alunos, as tarefas que propõe, são condicionantes importantes, que conjuntamente com o currículo contribuem para o sucesso daquilo que poderemos identificar como uma "boa formação". O ideal seria arranjar um fórmula que permitisse saber exactamente que conhecimentos devem ter os alunos, futuros professores e como ajudá-los a aprender a ensinar de modo a que, por um lado adquiram os conhecimentos e competências necessários à sua prática e por outro lado, se tornem profissionais responsáveis e

preparados para uma prática dinâmica, interactiva e reflexiva, e possam adaptar-se as solicitações cada vez maiores e diferentes da sociedade e do ensino. Contudo, este continua a ser um problema em aberto conforme foi referido ao longo dos Capítulos 2 e Capítulo 3.

As disciplinas de MEM I e II são consideradas componentes essenciais na formação inicial dos professores. De facto, são as disciplinas que os alunos consideram como referência principal para a sua actividade profissional. É neste espaço curricular que são discutidos temas que estão directamente ligados com a aula de matemática, preparando-os para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, mas que não pode reduzir-se apenas à prescrição de um conjunto de saberes e técnicas para aplicarem em situações bem definidas. Poderá ser esta a leitura que se pode tirar da opinião dos alunos sobre a disciplina, que será bastante redutora, pois pretende-se que ela seja mais do que “uma mera prescrição”.

Podemos concluir que, globalmente, os programas elaborados parecem revelar potencialidades, apesar de nalguns pontos poderem ir mais longe, sobretudo no tratamento de questões ligadas com a aprendizagem e com o desenvolvimento de identidade profissional dos futuros professores. Nesse sentido podemos enunciar como principais elementos de caracterização dos programas das disciplinas de MEM I e MEM II os seguintes:

(1) Consistência com as tendências recentes no domínio da Didáctica da Matemática, quer no que se refere à articulação das didácticas de temas específicos, como a Geometria, o Número e a Proporcionalidade, com aspectos transversais do ensino da matemática, como são a resolução de problemas e a avaliação, quer na utilização de calculadoras e de materiais manipuláveis, quer ainda combinando diversas formas de trabalho dos alunos: individual, em pares e em grande grupo.

(2) Consistência com as perspectivas actuais sobre a formação de professores. Os programas estão estruturados de modo a qualificar o futuro professor, através de experiências matemáticas relevantes que contribuem, pela sua natureza, para o desenvolvimento de competências profissionais indispensáveis, nomeadamente ao nível da reflexão sobre as práticas. As tarefas propostas nas aulas das disciplinas de MEM I e MEM II, assim como o ambiente de aprendizagem e o contexto geral existente, contribuem para que os futuros professores desenvolvam práticas semelhantes nas suas próprias aulas.

CAPÍTULO 6

OS ALUNOS

Neste capítulo, pretende-se apresentar e conhecer os participantes no estudo, designados por Fernanda, Céu, Sara e Carlos, enquanto alunos numa Escola de Formação Inicial de Professores no contexto das disciplinas de MEM I, MEM II e PP IV. Para uma melhor compreensão dos alunos, faz-se primeiramente uma caracterização da turma onde se inserem. Após a apresentação de cada um dos alunos e dos seus percursos escolares, identificam-se, descrevem-se e analisam-se, durante as disciplinas de metodologia, os seus conhecimentos e concepções relativamente à matemática, à resolução de problemas e aos materiais manipuláveis. Em seguida, caracteriza-se a prática pedagógica de cada um dos quatro alunos. Procura-se igualmente identificar as suas concepções em relação à formação e à profissão de professor de matemática. Optou-se por organizar o relatório de cada um dos alunos-caso em três secções: (1) percurso; (2) contornos de uma identidade profissional; e (3) síntese

Introdução

Os alunos, que foram acompanhados neste estudo, fazem parte da única turma da variante de Matemática e Ciências da Natureza do curso de professores do ensino básico de

uma Escola Superior de Educação.

A informação relativa a este capítulo é resultante da análise dos dados provenientes de entrevistas, observações, questionários, notas pessoais da investigadora e de documentos vários. Esta recolha foi efectuada durante os anos lectivos de 1995/96 e 1996/97 quando aqueles alunos frequentavam, respectivamente, o 3º e o 4º anos da

licenciatura. No 3º ano foram acompanhados na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática I e no 4º ano nas disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática II e de Prática Pedagógica IV.

Embora, não seja objecto directo do estudo, uma visão geral da turma pode ajudar a complementar a caracterização dos quatro alunos. Nesse sentido começa-se por fazer um retrato da turma a partir de alguns elementos de natureza biográfica e do percurso escolar dos seus alunos no ensino básico e secundário. De seguida, procede-se a uma caracterização dos alunos a nível de desempenhos, conhecimentos e concepções quando envolvidos nalgumas tarefas propostas assim como do ambiente da sala de aula gerado nesta turma. Optou-se por organizar a informação nas seguintes secções: relação com a matemática; relação com a resolução de problemas; relação com os materiais manipuláveis; e relação com a formação e a profissão.

A Turma

Esta turma constituiu-se no ano lectivo de 1993/1994, inicialmente com trinta e sete alunos, mas no 3º e 4º anos ficou apenas com vinte e oito, tendo alguns alunos reprovado de ano e outros mudado de curso. A turma era maioritariamente feminina (75%) e a idade média dos alunos era de vinte e dois anos. (Quadro L.1., Anexo L). O nível de habilitações escolares dos pais dos alunos era bastante elementar, pois a maior parte tinha apenas o 1º ciclo o que se traduzia num nível sócio profissional baixo (Quadro L.2. e Quadro L.3., Anexo L).

Os alunos desta turma, durante o seu percurso escolar pelos ensinos básico e secundário consideram que foram, na generalidade, de nível médio. No que diz respeito à matemática 53% dos alunos consideram ter sido bons alunos nesta disciplina no ensino básico e cerca de 68% de nível médio no ensino secundário (Quadro L.4., Anexo L). Dos alunos da turma 50% disseram ter reprovado pelo menos uma vez no 3º ciclo ou no secundário.

De um modo geral a relação dos alunos com a matemática não foi problemática. É interessante reparar que grande parte dos alunos atribui o facto de gostar mais ou menos da matemática, e consequentemente estudar mais ou menos, ao professor que tiveram no

percurso escolar. A referência ao professor como factor de motivação é maior do que em relação aos conteúdos. De um modo geral todos gostaram mais de matemática no ensino básico, não só pelas matérias serem mais acessíveis, mas também pelos professores que tiveram, que os conseguiram motivar. Um aluno, sobre a sua relação com a matemática refere o seguinte

No ensino básico gostava mais de matemática do que propriamente no secundário. Penso que esta situação deve-se ao facto de no meu 7º ano ter tido uma professora, que no meu ponto de vista, não sabia ensinar matemática, o que fez com que eu começasse a sentir-me um pouco desmotivado. (Q4, 28/1/97)

A questão do professor está também associada aos conteúdos, porque para muito destes alunos a matemática a partir do ensino básico, sobretudo a partir do 2º ciclo é difícil e necessita de muito estudo. No ensino básico parece que ninguém estudava muito, mas no secundário mesmo os alunos que gostavam de matemática estudavam bastante.

Em relação à resolução de problemas alguns alunos (cinco, 18%) não se recordam. Os que se lembram referem que apenas no “ensino primário” faziam problemas. Nos outros níveis dizem que não eram muito explorados, somente como “forma de exercitar os conceitos adquiridos”. Dentro deste grupo a maior parte teve experiências muito negativas, associadas à dificuldade que sentiam e ao medo dos castigos que os professores exerciam sobre eles. A questão do castigo é expressa por quatro alunas, duas referem que levavam “porrada” quando não os resolviam. Passo a transcrever o relato de uma aluna que teve uma experiência negativa com os problemas no “ensino primário”.

Quando me diziam para resolver um problema no ensino primário receava que este fosse difícil, pois não gostava muito de os resolver. Acontecia que, se errasse os problemas recebia castigos em frente ao resto da turma o que me deixava aborrecida. Apesar de receber castigos eu aplicava-me na resolução de problemas. O medo de receber castigos levou a que me aplicasse na resolução de problemas, o que me deu bastante preparação para enfrentar o preparatório e o secundário. (R2, 13/6/96)

Os alunos que gostavam de resolver problemas referem a questão da motivação que esta actividade acarretava. Um aluna que gostava de resolver problemas diz o seguinte

(...) não me lembro de resolver problemas (na escola) noutra nível de ensino além da primária. (...) Era a parte do dia que mais gostava porque sempre que resolvíamos problemas era a que acabava primeiro e depois o professor ficava com o meu caderno a corrigir os problemas dos outros. (R2, 13/6/96)

Todos os alunos conseguem identificar professores de quem gostaram e também de quem não gostaram. As razões que dão para a sua escolha obedecem a um padrão. As preferências recaem sobre os professores com uma boa formação pedagógico–didáctica e com os quais tinham uma boa relação. O comentário de uma aluna ilustra a posição da turma

Gostei muito do meu professor do 11º ano, porque quando alguém não percebia dizíamos e ele com imensa paciência tentava explicar novamente mas não do mesma maneira que tinha explicado anteriormente. (Q4, 28/11/97)

Outros elementos que os alunos valorizaram para a escolha do professor que mais gostaram foi a ida ao quadro. Este aspecto surge como um factor de interesse do professor pelos alunos, para que estes aprendam e possa esclarecer as dúvidas a todos os alunos. Também valorizaram no professor o modo de organização do ensino onde há uma parte teórica e uma parte prática e onde se “fazem” muitos exercícios.

A questão da formação científica só é referida por dois alunos como característica do professor que gostaram. Em contrapartida as razões principais que apontam para o professor que não gostaram é a falta de conhecimentos matemáticos e a falta de conhecimentos pedagógico-didácticos. Outros factores referidos são a natureza demasiado teórica das aulas, onde o professor se limita a ler o livro, seguindo-se exercícios que não resolve, ou se resolve, não os esclarece para quem tem dúvidas. O bom relacionamento que não são capazes de estabelecer também é referido, tal como demonstram as palavras de uma aluna.

Não gostei de um professor de matemática que tive no meu 7º ano de escolaridade. Isto porque mal entrava na sala de aula, sentava-se na secretária e de lá só se levantava para sair ou para gritar nos ouvidos de alguns alunos. Além disto, quando algum aluno trocava, por exemplo, um sinal numa equação, tinha de ser passada no caderno 100 vezes ou mais, aquelas que lhe apetecesse. (Q4, 28/11/97)

Estes alunos valorizam todos a parte “prática “ da matemática, isto é, têm uma visão muito “algorítmica” da matemática, sendo este um dos factores de avaliação do professor.

O ensino básico dos alunos desta turma foi feito sem problemas significativos e o secundário com mais ou menos dificuldade, no final do qual se depararam com a entrada para o ensino superior. Quando tiveram que optar por um curso superior muitos estavam indecisos, outros foram influenciados por um curso perto de casa. Nem todos estão neste

curso por vocação ou por 1ª escolha. Só dezasseis alunos (61%) escolheram este curso como 1º opção; destes, apenas cinco referem que o fizeram por vocação, os outros por gostarem de matemática e/ou de ciências. É interessante referir que um dos alunos que diz que este curso não foi a sua 1ª opção, porque queria ir para um curso só com biologia, no fim do curso, já tinha mudado de ideias pois entretanto já gostava mais de matemática. De qualquer modo, entre os que escolheram este curso só 27% é que o fez porque gostava de matemática.

Esta investigação iniciou-se quando os alunos se encontravam no 3º ano e apenas dois alunos tinham uma disciplina em atraso (Geometria e Física I). Estes alunos acabariam o bacharelato entre 1996 e 1998. Dos vinte e oito alunos da turma em estudo, vinte e cinco acabaram a licenciatura no ano 96/97. Dos três alunos que reprovaram, duas alunas ficaram retidas com a PP IV e um aluno com a disciplina de Análise Matemática do 1º ano. Acabariam o curso dois alunos em 1998 e uma em 1999. Em anexo encontram-se algumas das classificações destes alunos (Quadro L.5., Quadro L.6., Quadro L.7. e Quadro L.8. - Anexo L).

Quando se iniciou este estudo a investigadora já conhecia os alunos da turma bastante bem, uma vez que já era sua professora desde o 1º ano. Este facto proporcionou sempre uma boa relação entre todos, apesar de existirem esporadicamente alguns problemas entre alguns alunos o que se reflectia no clima gerado na sala de aula. O ambiente de trabalho era agradável, havendo alunos que trabalhavam bastante bem e outros só com muita solicitação da parte do professor. O clima que ao longo dos anos se tinha estabelecido entre todos proporcionou sempre condições e oportunidades para que os alunos se sentissem à vontade e pudessem discutir e comunicar as suas ideias, colocar questões e trocar ideias com os colegas. Privilegiou-se uma metodologia de trabalho construtivista e reflexiva, baseada na resolução de problemas e no questionamento constante entre professor e aluno. Não era uma turma entusiástica, mas trabalhava bem, sobretudo em grupos pequenos, aos pares, e quando envolvidos em tarefas que exigiam a construção ou a utilização de material manipulável. As discussões finais, a maior parte das vezes eram consensuais, o que fazia com que o poder de argumentação utilizado pelos alunos não fosse muito elaborado, tendo o professor que estimular ou provocar a discussão.

Esta turma nunca foi problemática, havendo professores da componente geral que referiram que esta era a turma com que gostavam mais de trabalhar. Os professores da

variante referiram que tinham um bom relacionamento com a turma, apesar de existirem pequenos problemas entre alguns alunos que foram sendo ultrapassados. Em relação ao aproveitamento consideram que a turma era de nível médio, com poucos alunos bons.

Em seguida identificam-se e analisam-se, os conhecimentos e concepções dos alunos em relação à matemática e à resolução de problemas, tendo em atenção a sua natureza e ensino-aprendizagem. Também será considerada a relação dos alunos com os materiais manipuláveis assim como com a formação e o ser professor de matemática

Relação com a Matemática

Como foi referido atrás os alunos tiveram uma relação com a matemática antes de entrar na ESE, que nem sempre foi a melhor para todos eles. No entanto, algo os motivou para se envolverem num curso de matemática. Neste sentido, era natural saber o que para eles era a matemática. Nesta questão os alunos têm sempre dificuldade em responder. Por isso referem que é difícil definir matemática, justificando que há muitas definições mas que é uma ciência que não é estática e que está em constante evolução. A maior parte (vinte e dois alunos) torceu a questão e respondeu “Para que serve a matemática”. Daí que 47% dos alunos fazem referência ao aspecto utilitário da matemática, quer para resolver problemas do dia a dia, quer para ajudar outras disciplinas. O aspecto formativo da matemática também é referido por 31% dos alunos quando dizem que a matemática desenvolve o raciocínio e é útil para se resolverem situações que não são de matemática, e neste aspecto é a única disciplina que o permite fazer. A matemática como a ciência dos números, dos cálculos e das formas ainda está muito presente nos alunos, contudo referem que a matemática não é só isso. Os adjectivos utilizados pelos alunos para caracterizar a matemática são bastante variados ressaltando, exacta e útil (27%), e também dinâmica, interessante, criativa e complexa.

As aulas sobre a Natureza da Matemática, que foram dinamizadas pelos alunos, constituíram um espaço privilegiado de envolvimento e discussão bastante interessante nesta turma e que eventualmente poderá ter influenciado as suas respostas quando referem que a matemática não é estática

Falar do ensino da matemática no ensino básico para muitos alunos é difícil, contudo referem que desde o tempo em que eles próprios eram alunos neste nível de ensino até

hoje, muita coisa tinha mudado, não só com respeito aos conteúdos, mas sobretudo na metodologia de ensino utilizada. Segundo estes alunos, o ensino hoje é mais aliciante e interessante do que nesses tempos. Sendo o ensino básico uma fase em que os alunos vão começar a lidar com a Matemática, deve-se fazer um ensino com segurança e com tacto para que os conhecimentos se consolidem, evitando no futuro o ódio pela matemática. A ênfase vai para actividades lúdicas ligadas à aprendizagem da matemática, via resolução de problemas com ligação a situações do quotidiano. Em relação a este aspecto destaca-se a opinião de um aluno que refere o seguinte

(...) Os professores deverão fazer ver aos alunos a importância que a matemática tem nos dias de hoje tornando as actividades realizadas na sala de aula significativas, isto é, relacionadas com situações concretas do dia a dia para que os alunos se sintam mais motivados. (T1, 20/1/97)

Na sequência do que foi dito, referem a utilização dos materiais manipuláveis no processo ensino-aprendizagem sempre que possível pois é uma forma de motivar os alunos. No entanto, também acrescentam que possibilitam a passagem do abstracto para o concreto e que ajudam a perceber os conceitos pois permitem, visualizar, experimentar e concretizar. A opinião manifestada de que os materiais são sobretudo para motivar está bastante enraizado nos futuros professores pois eles próprios como alunos também gostam das aulas com materiais, pois sentem-se mais motivados. Esta questão prende-se com a preocupação que manifestam à pessoa do aluno no processo de ensino-aprendizagem. Em relação a este aspecto uma futura professora afirmou o seguinte.

(...) acho que actualmente dá-se importância ao que as crianças sabem, aproveitar o que as crianças sabem para iniciar qualquer conteúdo. Acho que deve-se levar o aluno à descoberta. (T2, 20/1/97)

As aulas onde se utilizaram materiais foram sempre bem recebidas pelos alunos. O que também se manifestou no empenho com que desenvolveram um tópico da matemática no qual tinham que conceber obrigatoriamente um material. Surgiram dez propostas bastante interessantes, que percorreram vários temas dos conteúdos programáticos do 2º ciclo de matemática, onde os alunos tiveram sobretudo muita criatividade.

Uma vez que as situações a serem exploradas na sala de aula são decisivas no processo de ensino, entendeu-se indagar qual $\alpha_s \square \otimes \text{觀} \text{e} = \text{문} \text{탁}$ dos alunos em relação a

esta questão. Deste modo, os futuros professores tiveram que efectuar uma tarefa (T2, Anexo A) na qual tinham que identificar se algumas das situações apresentadas eram ou não de matemática. Os resultados relativos a esta tarefa encontram-se na Tabela 8.

Tabela 8.

Respostas a cada uma das situações da Tarefa 1.

Situação	Sim n=28 (100%)	Não n=28(100%)	Sem resposta n=28 (100%)
A	17 (61)	11 (39)	0
B	28 (100)	0	0
C	21 (75)	7 (25)	0
D	21 (75)	6 (21)	1 (4)

Podemos ver que a única questão onde não houve dúvidas de que a situação é de matemática foi na Situação B. Todos os alunos justificaram que era uma actividade que envolvia cálculos, raciocínio e noções matemáticas. Cerca de 29% são mais precisos, referindo que a situação é uma aplicação de percentagens. Nas outras situações as opiniões dividem-se. Todos os alunos que referem que a situação A, C e D não são situações matemáticas, justificam dizendo que não estão relacionadas com nenhum conteúdo ou não têm dados suficientes para as resolver. No Anexo M estão sintetizadas as várias razões apresentadas pelos alunos para justificar se a situação era ou não de Matemática.

Podemos concluir que em relação à matemática, os alunos manifestam uma visão dualista, pois, por um lado focam o seu aspecto utilitário e instrumental, mas por outro lado, o seu aspecto formal. Entendem que o ensino-aprendizagem da matemática deve privilegiar o seu aspecto lúdico como forma de motivação, onde os problemas e os materiais desempenham um papel fundamental.

Relação com a Resolução de Problemas

A resolução de problemas assume um papel relevante no desenvolvimento das disciplinas de Metodologia, uma vez que as situações são de natureza problemática. Assim, importa analisar os desempenhos e a reacção de futuros professores na resolução de problemas. Na disciplina de MEM I o objectivo da resolução de problemas é que os alunos adquiram capacidades que lhes permitam ter à vontade na resolução de problemas. Deste

modo resolveram muitos problemas de vários tipos, onde tiveram oportunidades de explorar várias estratégias de resolução e aplicar os modelos de Polya e o de Charles e Lester. Isto é, foram sujeitos a um tipo de ensino mais sistemático da resolução de problemas. Na disciplina de MEM II o objectivo principal foi o de que os alunos, além de resolverem problemas, conseguissem integrá-los no processo de ensino-aprendizagem. Deste modo deviam ser capazes de integrar a tarefa no currículo e de identificar como deve ser explorada e que conteúdos suscita ou necessita. Também é necessário que perante uma determinada situação tenham capacidade para colocar e formular questões adicionais, de acordo com o nível dos alunos. Aqui podem surgir os materiais como apoio às actividades problemáticas, quer os manipuláveis quer a calculadora.

Apesar das experiências destes alunos em relação à resolução de problemas, antes de entrar na ESE, não ter sido das melhores, como referido atrás, parece ter sido ultrapassada pela abordagem que foi feita nas aulas, pois todos os alunos referem que gostam de resolver problemas. Em relação ao ensino de estratégias dizem que os ajuda bastante, sobretudo a sintetizar algumas ideias dispersas e torna-os mais confiantes para resolver os problemas. Um aluno em relação a este aspecto refere

Agora verifico que as estratégias de resolução que tenho aprendido se na altura[no ensino básico e secundário] as possuísse o resultado seria outro com certeza (R2, 13/6/96)

O que sentem quando estão a resolver um problema depende muito do grau de envolvimento que conseguem estabelecer e do grau de consecução. Tanto pode ser frustração, como satisfação, dependendo de conseguir chegar à solução. O grau de persistência depende de cada um. São unânimes ao afirmarem que a importância da resolução de problemas é desenvolver capacidades de raciocínio. Há alunos que acrescentam que ajuda a mostrar a aplicabilidade da matemática a situações do dia a dia. Pensam que um ensino de resolução problemas passa por pôr os alunos a resolver muitos problemas e que as estratégias poderão ajudar a ultrapassar algumas dificuldades. Em relação aos conhecimentos matemáticos para resolver um problema dizem que são essenciais, apesar de também depender dos problemas, pois há alguns que não necessitam de “muita” matemática. Quanto ao modo de introduzi-los nas aulas há também unanimidade. Devem ser para motivar e, se possível, através de jogos e de exemplos de todos os dias. As características mais dominantes da resolução de problemas é que é uma

actividade muito activa, interessante, útil, e de certo modo agradável. Em relação ao ensino da resolução de problemas, a maior parte dos alunos pensa que o poderá vir a fazer, pois é uma actividade importante no ensino da matemática, contudo sentem que ainda não estão preparados para o fazer. Reconhecem que se sentem mais à vontade em resolver problemas, mas para ensinar necessitam de mais tempo para consolidar os conhecimentos adquiridos nas aulas, o que pensam conseguir com o tempo e com a "prática". Esta convicção de que com a prática e com o tempo, vão adquirir e desenvolver muitos conhecimentos vai sendo apresentada ao longo do discurso dos alunos- caso, como em diversas conversas tidas durante as aulas com a turma. Esta ideia está de acordo com muitos educadores de que o conhecimento prático nos professores em formação inicial e início de carreira ainda está pouco elaborado (e.g. Elbaz, 1983; Fenstermacher, 1994; Leinhardt et al., 1991) assim como encarando o conhecimento como um processo, cresce e modifica-se em contacto com experiências novas (e.g. Fennema e Franke, 1992).

Os problemas que foram propostos envolviam determinados conteúdos e poderiam suscitar determinadas estratégias de resolução (Tabela N.1., Anexo N). Os primeiros, os Apertos de Mão e o Tabuleiro de Xadrez (FR 1, FR 2), tinham como objectivo principal analisar o desempenho dos alunos e foram aplicados no fim do ensino explícito de resolução e problemas. O nível de desempenho foi bastante bom no problema dos Apertos de Mão, 93% dos alunos resolveu completamente o problema, apesar de 30% dos alunos apresentarem o trabalho de uma forma bastante desorganizada. Foi usada uma grande diversidade de estratégias (esquemas, tabelas, diagramas de árvore, redução a um problema mais simples, raciocínio lógico, etc.). No outro problema, não foi considerada a tarefa completamente resolvida para grande parte dos alunos (75%), uma vez que, apesar de apresentarem uma resposta correcta, o trabalho escrito apresentado não permitiu identificar como chegaram aos resultados.

Os outros dois problemas, o Monstro das Bolachas e o Boato (FR 3 e FR 4), foram propostos do seguinte modo: um, depois dos alunos abordarem os números racionais e o outro, depois da utilização didáctica da calculadora. Esperava-se que, para além da resolução dos problemas, os alunos conseguissem colocar possíveis questões adicionais e fizessem referência às potencialidades destes dois problemas no currículo do ensino da matemática no ensino básico. Nomeadamente, sobre os conteúdos que abordam e sobre os materiais que poderiam ser utilizados para enriquecer a actividade. No entanto, os

resultados ficaram muito aquém das expectativas pois os conhecimentos matemáticos, revelados foram bastante reduzidos, e não foram para além dos necessários para os 5º e 6º anos de escolaridade do ensino básico, apesar de cada um dos problemas poder relacionar conhecimentos de nível superior (Tabela N.1., Anexo N). Apenas um aluno consegue ir mais longe. Na análise do desempenho dos alunos na resolução de cada um dos problemas, que se apresentaram de um modo geral bastante desorganizados, detectou-se um nível satisfatório de desempenho em todos os problemas (Tabela N.2., Anexo N), tendo todos recorrido ao uso de estratégias de resolução.

Da análise das respostas (Anexo O) ao questionário Q2 (Anexo A) pode-se constatar o seguinte. Em relação aos conhecimentos curriculares, conseguem situar as tarefas no desenvolvimento do programas do 2º ciclo do ensino básico. Verificam-se alguns problemas na identificação dos pré-requisitos necessários para a elaboração da tarefa, o que é natural uma vez que o conhecimento que os alunos têm sobre os programas do 2º ciclo resume-se ao que se abordou durante as aulas. Os conhecimentos didácticos são talvez aqueles em que mais dificuldades se detectam, o que também é natural em futuros professores, uma vez que este tipo de conhecimento é na prática que se desenvolve (e.g. Leinhardt, 1990; Peterson et al., 1989). De qualquer modo é de referir que na exploração do problema do Monstro das Bolachas são várias as referências ao uso de material manipulável. Um aluno sugere que se poderia recorrer a um modelo circular para simular a situação apresentada neste problema.

Neste problema seria útil utilizar material manipulável, como por exemplo um círculo em papel e ir cortando os sectores relativos à quantidade de bolacha comida por dia. Seria um bom exemplo de aplicação a propor aos alunos do 6º ano depois da apresentação do conteúdo Números Racionais. (Q3, 2/12/96)

O problema do Boato é mais encarado como um problema de processo do que como um problema de conteúdo. Em qualquer um dos casos é de salientar que as referências sobre a utilização destes dois problemas surgem mais como aplicação e consolidação de conteúdos adquiridos anteriormente do que para introdução dos conteúdos. Penso que esta é ainda uma concepção que a formação não conseguiu modificar, e que tem muito a ver com o tipo de aulas que tiveram durante a escolarização: foram sujeitos a um ensino tradicional, onde os exercícios e os problemas eram para aplicação dos conteúdos abordados e não para a sua introdução

Relação com os Materiais Manipuláveis

Os alunos desta turma nunca tinham ouvido falar de materiais manipuláveis antes de entrar na ESE. Tirando o livro de texto e fichas de trabalho os professores não usavam mais materiais. Há alunos que se lembram de usar o transferidor.

As aulas com materiais eram bastante “agitadas” pois envolviam-se como se fossem crianças sobretudo se o material fosse novo. Todos gostaram de trabalhar com os materiais nas aulas pois estas tornavam-se mais agradáveis. Houve alguns alunos que apesar de gostarem de trabalhar com materiais, não gostaram de os construir. No dossier que tiveram de entregar, assim como no jogo que tiveram que conceber e que recorria à construção de material, apareceram trabalhos muito interessantes.

A maior parte dos alunos refere que os materiais podem ajudar a motivar os alunos para as aulas de matemática. Por outro lado podem facilitar a aprendizagem porque permitem concretizar determinadas situações de modo a apreender melhor os conceitos matemáticos. Houve situações durante as aulas, em que alguns alunos tiveram de recorrer ao material manipulável para resolver determinadas situações problemáticas. Referem que têm grandes potencialidades para trabalhar com os alunos do ensino básico. Todos manifestaram vontade em trabalhar os materiais nas suas futuras aulas.

Relação com a Formação e a Profissão de Professor de Matemática

Dos alunos da turma só uma aluna referiu que gostou “mais ou menos” do curso, todos os outros referiram que, em termos globais, gostaram do curso e da formação que tiveram. Apesar de cerca de 57% dos alunos referirem que tiveram dificuldades com algumas disciplinas da área da matemática, há alunos (54%) que referem que algumas disciplinas, aparentemente, são inúteis e por esse motivo sugerem que deveriam ser eliminadas ou substituídas.

(...) há algumas disciplinas que nós temos em que não aprendemos nada e outras que não tem interesse nenhum para o nosso futuro com isto eliminaria as disciplinas de [seguem-se algumas disciplinas da área da educação] (Q4, 28/1/97)

A imagem que estes alunos têm sobre o que é um bom professor de matemática reflecte um pouco as ideias que os levaram a caracterizar um bom e um mau professor que tiveram durante o percurso escolar no ensino básico e secundário. As opiniões que são comuns a 47% dos alunos é que um bom professor é aquele que sabe e está seguro da matéria que está a leccionar, mas que também sabe como ensiná-la, usando metodologias diversificadas e que sabe motivar os alunos criando um bom ambiente de trabalho conseguindo assim uma boa relação entre todos. Há outros aspectos que os alunos referem para caracterizar um bom professor como seja: utilizar materiais manipuláveis no ensino de determinados conceitos; ser um bom ouvinte das opiniões dos alunos sempre pronto para lhes tirar as dúvidas; ser criativo; ser um bom resolvidor de problemas; e ter algum sentido de humor.

Em relação ao seu futuro profissional sentem-se um pouco apreensivos. Todos referem que teoricamente estão preparados para ensinar, uma vez que os anos que passaram na ESE lhes deu a preparação necessária. Contudo, falta-lhes a prática, e nesse sentido sentem-se um pouco inseguros o que só poderão ultrapassar com empenho e com o tempo. Em relação a este aspecto uma aluna refere “é como quando tiramos a carta de condução. Não quer dizer que já saibamos conduzir!” (Q4, 28/1/97). Todos os alunos consideram que ser professor é um profissão difícil, uma vez que a realidade é todos os anos diferente. Alguns alunos (53%) consideram que é um desafio que vão ter de enfrentar. O desafio a que se referem é tentar contribuir para o sucesso dos futuros alunos nesta disciplina. O primeiro ano esperam que seja muito duro, uma vez que vai ser o ano de adaptação: escola, grupo, alunos e matérias. Por outro lado também estão expectantes em relação à aplicabilidade de tudo o que aprenderam durante quatro anos. A questão da actualização pessoal como um dos objectivos a ter que atingir durante a sua vida profissional é referida por alguns alunos (20%). Lamentam é a situação que presentemente se atravessa no ensino com falta de colocação no 2º ciclo para os recém formados onde não há vagas¹. De qualquer modo esperam vir a contribuir para a dignificação da imagem do professor de matemática.

¹ A título informativo, podemos dizer que dos vinte e cinco alunos desta turma, que saíram no ano de 1997 apenas um conseguiu colocação no 2º ciclo, alguns no 1º ciclo e os restantes apenas colocação temporária.

Síntese

Como podemos ver no Anexo L, esta turma é maioritariamente feminina e bastante homogénea quer na idade dos alunos quer em habilitações escolares e nível sócio profissional dos pais dos alunos, que eram bastante elementares. O percurso escolar destes alunos pelos ensinos básico e secundário na globalidade pode ser considerado normal e de nível médio.

Podemos dizer que a visão que a turma tinha em relação à matemática, é uma visão da matemática escolar e que se caracteriza por ser grandemente utilitária e instrumental. Alguns alunos também evidenciaram uma visão formativa da matemática. Em relação ao ensino-aprendizagem da matemática, estes alunos tiveram experiências muito semelhantes, segundo um modelo tradicional, onde o papel do professor era “passar” conhecimentos e os alunos “receberem” esses conhecimentos. Manifestaram um visão do ensino da matemática diferente daquele que tiveram durante os seus percursos escolares. Nesse sentido, defendem um ensino-aprendizagem que privilegie as actividades lúdicas, a resolução de problemas e os materiais manipuláveis.

As experiências que tiveram, antes de ingressarem na ESE, sobre resolução de problemas e de materiais manipuláveis foram negativas ou inexistentes. A maioria defende a importância que a resolução de problemas tem no ensino da matemática pois é um modo de mostrar a utilidade e a ligação da matemática ao quotidiano além de permitir desenvolver o raciocínio. Também, muitos defendem que o ensino da resolução de problemas passa por propor diferentes problemas aos alunos para resolver. Também manifestam grande vontade de ensinar resolução de problemas aos seus alunos, contudo alguns manifestam alguns receios em relação às suas capacidades para o fazer de imediato. Há quase unanimidade quando afirmam que um bom professor deve ser aquele que sabe e está seguro dos conteúdos que ensina, sabe como ensiná-los e sabe motivar e criar um bom ambiente de trabalho com os alunos. Em relação aos conhecimentos sobre resolução de problemas, que foram possíveis de detectar, nestes alunos, pode-se dizer que tiveram um nível bastante satisfatório na resolução dos problemas propostos, onde foi possível identificar que conhecem modelos e estratégias de resolução de problemas. As grandes dificuldades residem sobretudo a nível de conhecimentos didácticos e curriculares.

Todos manifestaram grande satisfação pelos materiais manipuláveis envolvendo-se bastante nas tarefas nas quais se utilizavam. Conceberam e construíram materiais bastante interessantes durante as aulas. Pensam que podem facilitar a aprendizagem de alguns conceitos e ser uma boa ajuda para motivar os alunos para o ensino da matemática.

De modo geral todos gostaram do curso apesar de referirem que algumas das disciplinas do tronco comum deveriam ser reformuladas e outras deveriam ser eliminadas. Manifestaram grande interesse pelas disciplinas específicas, sobretudo aquelas que estão mais directamente ligadas à sua prática, ou seja, as disciplinas de metodologias da matemática e as práticas pedagógicas, em particular a do 2º ciclo. Sentem um futuro incerto em relação à profissão que escolheram e de modo geral sentem-se apreensivos, pois apesar de terem adquirido muitos conhecimentos durante a sua formação falta-lhes a prática, ou seja os conhecimentos que só se adquirem com a prática.

No Anexo P resumem-se as principais ideias expressas pelos alunos desta turma, nos diferentes domínios considerados.

A Fernanda

A Fernanda tem vinte e três anos, é solteira, estatura média, veste-se de um modo informal, mas com gosto e dentro das tendências para uma jovem da sua idade, usando normalmente cores escuras. Nasceu e cresceu numa freguesia da cidade, onde se situa a instituição de formação, tendo sempre frequentado escolas perto de casa. O pai é empregado de escritório, na secção de contabilidade, numa grande empresa sediada perto da sua residência. A mãe é professora do 1º ciclo do ensino básico, actualmente a leccionar em França.

Os pais da Fernanda separaram-se tinha ela 12 anos, voltando o pai a casar. Tem um irmão mais velho, com 25 anos, que actualmente frequenta um curso de engenharia mecânica na Universidade do Porto e um meio-irmão, com 8 anos, filho do segundo casamento do pai, que frequenta uma escola do 1º ciclo do ensino básico. A separação dos pais foi uma surpresa para os dois jovens irmãos, uma vez que nunca assistiram a discussões ou outro tipo de manifestações que lhes pudessem dar indícios de que a situação

entre o casal não ia bem. Após o divórcio, a mãe foi residir para França e pouco depois o pai casou.

A vida da Fernanda não parece ter sido muito fácil, apesar de ela não se queixar e aparentemente ter superado bem a situação por que passou. Segundo ela, teve uma infância sem problemas tendo crescido num ambiente familiar bastante estável.

A minha infância foi bastante boa. Vivi com os meus pais e com o meu irmão mais velho e cresci com um ambiente bastante estável. (E3,30/6/96)

Quando os pais se separaram a Fernanda ficou a viver com o pai juntamente com o irmão mais velho. Quando ingressou no ensino superior passou a viver sozinha. Nos fins de semana tinha a companhia do irmão mais velho e nas férias, a da mãe. Apesar de se sentir muitas vezes só e triste, recorda com saudade os tempos de criança onde se tinha sentido feliz e onde nunca lhe faltou nada em termos materiais, nem em termos afectivos. Apesar de viver sozinha, apenas com a companhia do irmão aos fins de semana, o carinho dos pais esteve sempre presente.

Este tipo de situação obrigou a Fernanda a crescer rapidamente tornando-a responsável pela sua própria liberdade. Segundo ela, sente-se mais adulta e responsável que a maior parte dos seus colegas com a mesma idade.

A Fernanda é uma rapariga que gosta de ocupar os seus tempos livres no meio da natureza, como ela própria diz “gosto de fugir das cidades e ir para os montes e praias observar a natureza”. Por isso não vê muita televisão nem vai muitas vezes ao cinema. Gosta de ver o telejornal e ler jornais para se manter actualizada com os factos nacionais e internacionais. Também gosta de ver debates sobre temas como a sustentabilidade e que lhe despertem o interesse. Gosta de ler, quando os estudos lhe deixam algum tempo livre, preferencialmente livros de romance e poesia. Como é uma rapariga com bastante gosto na maneira de vestir, também folheia revistas de moda e decoração. A música também lhe faz bastante companhia, indo os seus gostos para o fado e música popular. Gosta preferencialmente de grupo português *Madredeus*.

Na turma sempre conseguiu uma boa relação com todos os colegas, o que contribuiu para ser a representante dos alunos do curso de Matemática e Ciências ao Conselho Pedagógico da ESE. A Fernanda é uma jovem sensível, calma, bastante sensata e com um sentido de responsabilidade bastante grande. Esta opinião é partilhada por alguns dos

seus professores. Estes mesmos professores acham que ela escolheu a profissão certa, uma vez que tudo que fez durante os últimos anos do curso, onde “o ser professor” é mais notório por causa dos estágios, o fez sempre com gosto, considerando-a uma aluna bastante boa e caracterizando-a como sendo uma potencial candidata a uma boa profissional.

Talvez todas aquelas características tenham contribuído para ingressar como elemento da Associação de Estudantes da ESE, onde actualmente substitui a presidente. Segundo ela tenta ajudar os colegas através da associação, sendo o seu porta voz, sobretudo, nas queixas que estes manifestam em relação a vários problemas da vida escolar. Além disso, também tenta ajudá-los a ambientarem-se com o ensino superior, e as suas leis e situações próprias. Este cargo ocupa-lhe muito tempo mas tenta conciliá-lo com os estudos.

O Percurso

É interessante ouvir a Fernanda falar da família, pois apesar de ela fisicamente não estar presente, pois vive praticamente sozinha, está presente nos seus pensamentos. Ela teve uma família que poderemos chamar de tradicional apenas até aos 12 anos, quando era ainda uma jovem adolescente, mas os vários elementos da sua família parecem terem contribuído, eficazmente, para a sua formação adulta e encaminhamento profissional. Em todas as conversas é notório o significado que dá à família. Ela defende que os pais são muito importantes na educação dos filhos, e pode inferir-se pelas suas palavras um desejo de no futuro apoiar ao máximo a educação dos filhos, apesar de reconhecer que os tempos actuais são bastante complicados.

No futuro, apesar de na sociedade moderna cada vez mais o tempo ser mais escasso para dar uma óptima educação aos filhos, vou fazer tudo para lhes dar o máximo de atenção e apoio na educação pessoal e escolar. (E3,30/6/96)

Os pais sempre manifestaram interesse em que ela tirasse um curso superior. Sempre a encorajaram nesse sentido mas de forma discreta não interferindo nos seus próprios gostos ou vocação. A escolha profissional foi da sua exclusiva responsabilidade.

(...) o incentivo que me deram foi sempre salutar e encorajador, no entanto nunca me indicaram pistas sobre o que gostariam que eu fosse no futuro. (E3,30/6/96)

Desde que se lembra, sempre quis ser professora. Contudo, a mãe terá contribuído indirectamente para a escolha da sua profissão uma vez que é professora, assim como acontece com vários familiares.

Pode dizer-se que a Fernanda é dos poucos alunos da turma em que as habilitações dos pais vão mais além do que a escolaridade básica. As referências de que se tem de estudar para ser alguém na vida e alcançar uma certa estabilidade económica adquiriu-as em casa com os pais. Desde muito cedo que ela começou a ouvir falar sobre a escola e educação. Não só pela importância que os pais davam à educação dos filhos, mas também pelo facto da mãe, sendo professora, ter de lidar com este tipo de questões. É na família que a Fernanda encontra um modelo de professora e se apercebe de quanto difícil pode ser esta profissão. Apesar de tirar um curso para leccionar no 2º ciclo do ensino básico, também gosta do ensino no 1º ciclo do ensino básico.

O percurso escolar da Fernanda não teve nunca muitos contratempos uma vez que vivendo numa cidade não se confrontou com os problemas de ter de se deslocar para muito longe de casa, nem sofrer os percalços que muitos dos alunos passam com professores colocados tardiamente ou que faltam muito à escola. Neste aspecto, o seu percurso escolar decorreu normalmente.

Em relação ao aproveitamento escolar considera que foi sempre uma boa aluna pois além de ter tido sempre bons resultados, gostava de andar na escola mostrando-se motivada e participativa em todas as actividades. Durante o 1º ciclo frequentou os dois primeiros anos de escolaridade (1º e 2º anos) em França na escola da mãe, fase esta sem problemas e de que gostou muito. Quando voltou para Portugal, para o 3º ano, sentiu uma grande dificuldade de adaptação, pois não havia seguimento nos conteúdos que tinha estudado. Sobretudo na matemática, as diferenças foram mais significativas. Apesar da pouca idade, ainda se lembra de ter trabalhado bastante os problemas, de que gostava muito. Outro aspecto que os professores em França utilizavam era a “recompensa” e que era muito apreciado pela Fernanda, pois funcionava como motivação.

Apesar da separação dos pais acontecer durante o 2º ciclo não se manifestou directamente no aproveitamento escolar, pois foi sempre uma aluna boa.

Embora tenha tido sempre boas classificações a matemática não significa que tenha gostado sempre de matemática. Ela recorda-se que os seus piores resultados nesta

disciplina foram no 11º ano com uma professora que sabia matéria “a potes” e que também explicava bastante bem, mas que dava uns testes bastante difíceis os quais tinha certas dificuldades em resolver.

Ao longo dos anos teve sempre vários professores e todos muito diferentes uns dos outros, mas diz que aprendeu sempre algo com todos eles. Recorda-se do seu ensino “primário” especificamente pois era recompensada com pequeninas coisas quando fazia bem os trabalhos. Nos anos seguintes recorda que teve professores que ela chama de “maus” e exigentes que a “obrigavam” a ser boa por causa do medo que lhe provocavam.

O professor que ela considera como um modelo positivo de ensino, é uma professora do 3º ciclo de Matemática que já tinha bastante idade mas que ensinava de uma forma bastante clara e fazia com os alunos experiências interessantes. Uma dessas experiências era colocar nas aulas, os melhores alunos a ajudar os mais fracos na correção dos trabalhos de casa e na resolução dos exercícios propostos. Esta experiência marcou-a bastante e fez com que esta professora conseguisse bons resultados com a maioria dos alunos. A imagem que tem dos professores que não tenha gostado, e que foram alguns, é que não conseguiam motivar os alunos para ouvir o que “ensinavam”. Não conseguiam ensinar. Segundo ela “entendia melhor a matéria, sozinha, em casa, pelos manuais, do que na aula, com esses professores”.

Em relação às aulas que teve durante estes anos já não se lembra muito bem que tipo de estratégias utilizavam e se seriam as mais adequadas pedagogicamente mas de qualquer modo lembra-se que a personalidade de alguns desses professores tinha bastante influência no decorrer das aulas.

De qualquer modo, a Fernanda guarda boas recordações da escola, onde sempre gostou de ir, mesmo quando os professores não eram muito bons. Hoje, passados bastantes anos, e também com mais conhecimentos do que na altura, tem mais consciência das responsabilidades que um professor tem, e é mais crítica em relação a determinados aspectos que na altura não reparava.

Após o ensino secundário a Fernanda decidiu ser professora, uma vez que conforme ela diz “sempre tive vocação para ser professora”, ingressa numa Escola Superior de Educação pois tinha uma muito perto da sua casa.

A Fernanda candidata-se então a um curso de formação de professores na variante de Matemática e Ciências da Natureza, não tendo à partida preferência especial por nenhuma

das disciplinas. Considerava que os temas que as duas abordavam eram interessantes, apesar de distintos. Por este motivo começa a frequentar um curso que tinha escolhido como primeira opção, um privilégio que muitos alunos não têm nos dias de hoje. Deposita grandes expectativas neste curso, pois espera que lhe sejam proporcionadas condições para ser uma boa professora. Tinha também grandes expectativas em relação ao facto de saber se tinha capacidade para ser professora.

A Fernanda está bem integrada na turma e é delegada do curso. Sendo uma jovem sensata consegue lidar facilmente com as pequenas “tricas” que se geram na turma. É uma das alunas mais interessadas nas disciplinas de MEM I e MEM II e com um desempenho que se pode considerar em termos globais bom o que vai de encontro às opiniões de outros professores. Os professores das disciplinas da variante da Fernanda consideram que ela se envolvia sempre com gosto e responsabilidade nas tarefas propostas o que se traduzia num bom desempenho nessas disciplinas.

Considera a sua turma bastante homogénea; no que diz respeito a relações pessoais, encontra-se dividida em vários pequenos grupos, não havendo no entanto grandes conflitos entre eles. Os grupos têm-se mantido estáveis desde o 1º ano, no seu caso, tem trabalhado sempre com os mesmo colegas entre eles a Sara, a outra aluna em estudo.

A Fernanda faz o seu percurso na ESE, sem problemas acabando o bacharelato com quinze valores de média (Anexo Q). Entra em estágio numa escola do 2º ciclo do ensino básico sem nenhuma disciplina em atraso. Esta situação no âmbito da variante de Matemática e Ciências da Natureza não é muito comum pois grande parte dos alunos têm sempre alguma disciplina em atraso da área da Matemática e/ou das Ciências da Natureza. Acabaria a licenciatura com média final de catorze valores e ao fim de quatro anos.

Contornos de uma Identidade Profissional

Um dos objectivos da formação inicial de professores de Matemática é o de contribuir não só para uma sólida formação nas componentes científico-pedagógicas, mas também delinear os contornos da profissão que irão exercer. Dentro desta perspectiva é nas aulas de MEM I, MEM II e PP IV que os alunos são confrontados de um modo mais sistemático e mais directo com o que poderá ser o seu desempenho como professor de matemática.

Neste sentido, nos pontos seguintes procurou-se, em particular, identificar, na Fernanda, concepções e conhecimentos relacionados com a matemática e a resolução de problemas, tendo em atenção a sua natureza e ensino-aprendizagem. Também foi considerada a relação com os materiais manipuláveis assim como com a formação e a profissão de professor de matemática.

A matemática

Apesar de ter sempre tirado boas notas, a Fernanda não estudava, nem gostava muito de matemática. Começou a gostar da matemática gradualmente e presentemente gosta bastante de matemática. Esta mudança de atitude deve-se sobretudo por ter conseguido ultrapassar, como ela refere, “alguns medos” que tinha adquirido em criança quando ouvia dizer que a matemática é uma disciplina difícil, e também por ter-se apercebido da sua utilidade na vida de todos os dias.

Apesar de tirar boas notas a matemática, sempre foi uma disciplina de que não gostava muito (...) hoje em dia gosto bastante mais da matemática, talvez por ter perdido uma série de medos que associei em criança a esta disciplina (...).(E3,30/1/97)

Para muitas pessoas a matemática significa “medo” ou “quebra-cabeças”, porque não conseguiram como ela ultrapassá-los e ao mesmo tempo compreendê-la. A Fernanda considera a matemática uma ciência especial. Pois apesar da opinião geral a associar apenas a símbolos e quantidades, ela vê-a como uma necessidade do homem para viver em sociedade.

A matemática é para mim uma ciência muito especial. Porquê? Bem,...normalmente está associada aos números, quantidades e símbolos, mas eu vejo-a como uma necessidade do homem actual para se inserir na sociedade e no mundo, cada vez mais influenciado pelas tecnologias onde a matemática prevalece(...). (E3, 30/1/97)

A ideia da matemática foi evoluindo à medida que foi crescendo e percebendo da sua utilidade. Contribuiu também bastante para esta visão da matemática o trabalho que teve de realizar sobre a Natureza da Matemática,

Nunca tinha pensado, se matemática era descoberta ou inventada. Acho eu! Mas se calhar até já tinha. Não me lembro. Durante a preparação da apresentação sobre o tema [Processo de criação matemática] fartamo-nos de discutir se era invenção ou descoberta.

Não ficamos com muitas certezas mas achamos que é descoberta. Gostei sobretudo de ter sido obrigada a pensar. (E3, 30/1/97)

A matemática, como uma ciência estruturada, como conjunto de factos, procedimentos com regras, teoremas, que se têm de memorizar e praticar, a Fernanda não gosta e será a parte menos interessante da matemática. O que mais a atrai é a resolução de problemas, pois segundo ela tem-se uma matemática “mais activa”, onde se pode utilizar mais do que a memória. Em relação a este aspecto refere que os alunos para terem um papel activo na sua aprendizagem deveriam ser ensinados a fazê-lo desde muito cedo pois é difícil pedir aos alunos para participarem se não estão habituados.

Os alunos deveriam participar nas aulas activamente desde o 1º ciclo ou mesmo da pré-primária. É difícil torná-los activos no 2º ciclo quando antes foram sempre passivos e não estão habituados nem gostam de falar, salvo excepções. (E5, 25/6/97)

Quando lhe foi pedido que identificasse dois adjectivos que lhe permitissem caracterizar matemática, sentiu bastante dificuldade em resumir as ideias. Utilizou as palavras “divertida” e “interessante” sobretudo pela ligação que fez com os conteúdos matemáticos que aprendeu.

A Fernanda refere outra razão para o ensino da matemática. Apesar de não referir, pelo menos de forma explícita, que é importante estudar matemática, por exemplo, como um modo de compreensão da história e cultura das civilizações, ela sugere que contribui para o desenvolvimento dos chamados processos complexos de pensamento, o que só é possível com esta disciplina.

A matemática desde o aparecimento do homem que existe e cresceu com ele. Por isso deve continuar a assumir importância fundamental junto do homem. Ajuda-o no quotidiano para além de permitir certas abstracções que só são possíveis nesta disciplina. Ajuda-o a desenvolver processos que só a matemática consegue e que lhe vão servir para fazer outras coisas. (E3, 30/11/97)

Esta visão da matemática vai reflectir-se no modo de encarar o ensino e aprendizagem da matemática. Falar de ensino e aprendizagem é um assunto para o qual não se sente muito à vontade. O que é natural que aconteça, pois as experiências de ensino que uma professora em formação tem, são ainda bastante reduzidas. Tendo a maior parte das vezes que recorrer às imagens que adquiriram como alunas desses níveis. Apesar de ter

feito uma prática pedagógica numa escola do 1º ciclo, que pensa ter sido importante, foi bastante insuficiente, uma vez que as oportunidades de leccionação foram diminutas, resumindo-se a uma manhã. Somos levados a dizer que as suas experiências de ensino são praticamente inexistentes.

que pensa sobre o ensino da matemática no ensino básico

Ensinar é um desafio para o professor, uma vez que tem de cativar os alunos para uma disciplina que tradicionalmente é vista como a “disciplina das negativas”. Tem de ser fazer um ensino activo da matemática, onde os problemas desempenhem um papel fundamental, assim como as ligações à realidade. Para ela ensinar a pensar, a apreciar e a gostar da matemática é mais importante que ensinar apenas regras. Acrescenta ainda que o ideal seria levar os alunos à descoberta dos conceitos, o que nem sempre é possível. Sobre esta questão é lhe perguntado se será mais importante que um aluno faça uma estimativa ou um cálculo. Apesar de considerar que o cálculo e a memorização são importantes, um ensino onde se explore apenas estas vertentes leva à mecanização da matemática. Neste sentido, refere que estimar será mais importante, uma vez que os alunos tentam usar o raciocínio e o cálculo mental, que segundo ela terá mais vantagens para o futuro dos alunos.

Fica-se com a sensação, ao longo das conversas tidas com a Fernanda, de que as ideias que tem sobre esta questão são fruto não só das experiências vividas na ESE, mas também dos conhecimentos adquiridos nas disciplinas, nomeadamente, de metodologia, onde estas questões eram abordadas. Veja-se por exemplo a sua opinião sobre o papel das disciplinas sobre a sua formação

Nas disciplinas de formação educacional não aprendi nada. Foi na metodologia que percebi o que era a matemática moderna, e porque hoje não se ensina assim. E também a importância dos problemas, dos materiais (...). (E3, 30/1/97)

Para ela a crucial no processo de ensino-aprendizagem, sobretudo motivar os seus alunos para aprender, funcionando o professor como um facilitador da aprendizagem. O aluno deve compreender todos “os porquês” das matérias. Ela defende um ensino pela compreensão e não pela

memorização, pois só assim se pode ter mais sucesso nesta disciplina. Aqui os conhecimentos sobre os assuntos que o professor tem são essenciais.

Durante o ensino básico, a matemática deve estar voltada para a resolução de problemas. Fazer ligações com a realidade do dia a dia, para que os alunos entendam. Que se interessem e vejam a matemática, mas como uma necessidade. (...) O professor deve saber do que está a falar durante as aulas, os alunos vêm quando o professor sabe ou não sabe, senão como é que nos tira as dúvidas? (...) (E3, 30 /1/97)

A dimensão afectiva tem estado sempre presente nas conversas com a Fernanda. Não a questão da afectividade entre professor e aluno, mas sim entre a disciplina e os alunos. Para ela a motivação é um dos objectivos que o professor deve conseguir atingir durante as aulas, para que os alunos tenham vontade de aprender. É a falta de capacidade de motivação dos alunos, a característica dominante da imagem que tem sobre um professor de que não gostou e que pode influenciar significativamente a aprendizagem dos alunos. É ao professor que cabe o papel principal na aprendizagem do aluno, sobretudo com alunos do ensino básico, dando-lhe oportunidades de apresentar as suas ideias e discuti-las. Ao mesmo tempo deve propor-lhe tarefas diversificadas, pois aprender matemática é como aprender qualquer coisa da vida, vai depender do interesse e da motivação que se tem. Por outro lado, também refere que o aluno tem de estudar. Ela nunca estudou matemática senão a partir do 10º ano, e teve que o fazer por “necessidade”. Esta questão do estudo na aprendizagem, abordada aqui pela Fernanda é interessante para reflectir, e que traduz algumas ideias que se foram detectando ao longo das aulas, não só com a Fernanda mas com outros colegas. É interessante verificar que reportando-se à sua situação de alunos dizem muitas vezes que nunca estudaram, mas agora, próximo que estão da profissão de professor, referem a importância do estudo. Parecem dizer que “se o aluno estudar está motivado” ou então “o aluno não aprende porque não estuda”.

Sobre a importância que as tarefas ou situações problemáticas desempenham no ensino e no cuidado que o professor deve ter na sua escolha foi proposta, durante as aulas, uma tarefa (T2, Anexo A) para os alunos identificarem e justificarem se as situações eram ou não de matemática. A Fernanda resolve a tarefa de modo “telegráfico”. Para ela todas as situações são de matemática: a D porque envolve noções de estatística; a C permite aplicar duas estratégias de problemas, uma tabela e dedução lógica; a B é um problema típico de percentagens, limitando-se a justificar que B “utiliza cálculos propriamente ditos”; e a A

diz simplesmente que é de matemática, mas que não se consegue chegar à solução assim como na D, porque faltam dados.

Podemos concluir que a Fernanda considera que a matemática envolve resolução de problemas, não é um conjunto de regras a memorizar, é aplicável e dinâmica. Considera a aprendizagem um processo activo no qual o aluno deve participar, e nesse sentido é individual e envolve estudo e esforço. Mas por outro lado, esta depende dos conhecimentos do professor e da capacidade para motivar os alunos para a matemática. Quanto ao ensino da matemática também depende essencialmente do professor que deve promover a compreensão dos alunos.

A resolução de problemas

A Fernanda disse que gostava de resolver problemas, sobretudo os problemas de processo. Lembrava-se de resolver problemas no 1º ciclo e de gostar, mas a partir daí até ao secundário não gostava nada. Quando não os conseguia resolver raramente lhe explicavam, convenientemente, como fazê-lo, o que fez com que desmotivasse.

Os problemas que fazia quando era aluna eram o que hoje se chama problemas de conteúdo, e que se faziam como aplicação da matéria dada. Ou seja, davam-se conteúdos com os respectivos conceitos e procedimentos para depois se fazerem os problemas que vinham no fim do livro para praticar, de modo a consolidar os conceitos aprendidos. Além destes não se lembra de resolver outros.

Diz que sente satisfação quando está a resolver problemas e ao mesmo tempo uma grande “descontração”. Uma das tarefas que a Fernanda teve de realizar dizia respeito às características que a resolução de problemas apresenta. Algumas das que a Fernanda identificou coincidiram com as que ia referindo ao longo das conversas e que se podem resumir em: muito interessante, útil, variada, activa e bastante desafiante (Anexo R).

Durante as aulas do ensino explícito de resolução de problemas empenhou-se sempre bastante, assim como a sua colega Sara, pois trabalhavam normalmente juntas, não tendo sido detectadas grandes dificuldades na execução das tarefas propostas. Em particular, foram objecto de estudo quatro problemas que os alunos resolveram individualmente. Os dois primeiros, como já foi referido, tinham como objectivo principal analisar o

desempenho dos alunos e a utilização de estratégias de resolução e foram □幸瀝α梯□眠□□철□c吐뺨강查파^ㅍ답뵈□□경μm; 獸함□赫롭탐□cito de resolução de problemas. O primeiro problema foi o dos Apertos de Mão (FR1): conseguiu resolvê-lo com êxito. Da análise do trabalho escrito consegue-se detectar que conhece estratégias de resolução de problemas, pois usou algumas (diagrama, tabela, descoberta de padrão). No entanto, nota-se que tem uma grande dificuldade em ser organizada, o que torna complicado a sua leitura. Durante as aulas também fez referência a este facto, tendo-se discutido a propósito a questão da importâ羔⊕觥□糶遺尸錢^ᄇ 끈롭□甯뽡耽□艘맴□煨啗□徙뫷瓜寮□:ᄃ蕤撇, sobretudo numa perspectiva de ensino onde se tem que ser claro na exposição dos raciocínios que se fazem. O segundo problema, o Tabuleiro de Xadrez (FR2) também foi resolvido com êxito. A estratégia utilizada foi reduzir a um problema mais simples para procurar o padrão. Foi detectado o mesmo problema que no anterior: apresentação bastante desorganizada. Esta desorganização foi manifestada por muitos alunos.

Os outros dois problemas, como já foi referido anteriormente no caso da turma, foram introduzidos um depois dos alunos abordarem os números racionais e o outro depois da utilização didáctica da calculadora. Para além da resolução dos problemas, esperava-se identificar possíveis conhecimentos de natureza didáctica e curricular, através do questionário anexado a cada um dos problemas (Q2). O terceiro problema é o Monstro das Bolachas (FR3) foi também resolvido com êxito, utilizando uma tabela para organizar os dados e identificar um padrão para chegar à solução. Neste caso o trabalho está organizado. Em relação às perguntas do questionário, colocou duas questões que estavam bem formuladas. Não identificou mais do que dois conceitos ao nível do programa do 2º ciclo: fracção (relação parte/todo) e divisão de números fraccionários. Sugeriu esta actividade para propor aos alunos do 5º ano como introdução dos conceitos anteriores. Nesse sentido, sugeriu a apresentação sob a forma de um jogo, onde recorria a material manipulável para representar a bolacha e que poderia ser cartolina. Este material seria útil sobretudo para explicar o processo que o monstro usava para comer a bolacha em cada dia. Deste modo está convencida que os alunos estariam mais motivados e assim conduziria a uma aprendizagem mais eficaz. Nos pré-requisitos que os alunos deveriam ter, mostra uma incoerência com o que disse atrás. Pois refere que esta tarefa é interessante para introduzir

o conceito de fracção, e entretanto refere como pré-requisitos “o domínio da matéria a utilizar (principalmente fracções)” (Anexo S).

O último problema, o problema do Boato (FR 4), também foi resolvido com êxito e mais uma vez o trabalho está mais organizado. Utilizou a estratégia mais comum que foi procurar um padrão, recorrendo a um diagrama. Chegou ao termo geral pela descoberta do padrão. A Figura 23 apresenta a resolução do problema pela Fernanda

Figura 23. Resolução do problema do Boato

Relativamente ao questionário, formulou bem duas questões. Uma delas é uma reformulação do problema pois considera as mesmas questões, mas no caso do Boato ser contado a 4 colegas. Dos conceitos envolvidos limita-se aos do 2º ciclo, potências de base 2 e expressões numéricas. Aconselhada para o 2º ciclo para ser explorada na aula depois da noção de potência ou como avaliação dos conhecimentos sobre potências. Os pré-requisitos identificados são a adição e subtracção de inteiros, as expressões numéricas e a noção de potência de base 2 (Anexo S).

Podemos concluir da realização destas tarefas que a Fernanda conhece estratégias de resolução de problemas, que mobiliza esses conhecimentos para resolver os problemas propostos com sucesso, tendo a apresentação do trabalho escrito melhorado significativamente nos dois últimos problemas. Em relação aos conhecimentos que tem sobre o desenvolvimento do programa e que estavam relacionados com as tarefas propostas, manifesta ter conhecimento sobre os conteúdos do 2º ciclo de matemática, apesar de necessitar de clarificar a questão dos pré-requisitos. Sobre questões de natureza didáctica, mostra que consegue formular questões adequadas a uma situação e ao nível dos alunos, assim como sugere estratégias de ensino também de acordo com a actividade e o nível dos alunos.

Falar de problemas e resolução de problemas são dois termos tão usados durante o discurso matemático que muitas vezes são “banalizados”, no sentido que se utilizam indistintamente e em situações muito diversas. Assim, tentou-se saber qual o entendimento da Fernanda sobre esses conceitos. Segundo a opinião manifestada no relatório refere que

Um problema é uma situação para a qual o indivíduo não encontra uma solução imediata, necessita de através da informação encontrar uma solução. E resolução de problema será a forma de encontrar essa solução de modo a dar resposta à questão colocada (R1, 13/6/96)

É interessante referir que mais tarde durante as conversas que se tiveram e onde se falou da resolução de problemas, manifesta uma opinião diferente que vai mais além desta visão restrita e do senso comum da resolução de problemas. Considera a resolução de problemas, mais do que uma forma de chegar à solução, “uma actividade para ensinar matemática” (E5, 25/6/97). Neste sentido poderemos inferir que para a Fernanda a resolução de problemas é mais do que um *processo*, mas um *método de ensino* da matemática.

Neste sentido da ligação dos problemas ao ensino da matemática foi-lhe perguntado se os conhecimentos de matemática são essenciais para se ter sucesso na resolução de problemas. Da resposta que dá podem-se tirar duas ideias. Uma, é que há problemas que não necessitam de muitos conhecimentos matemáticos para serem resolvidos com sucesso, o que é importante é o raciocínio e a compreensão. A outra é que há problemas que necessitam de mais do que noções básicas, e que sem esses conhecimentos não se pode ter sucesso.

Nem todos os problema necessitam de uma formação específica de matemática, para serem resolvidos. Isto é visível, por exemplo, em alunos que estando em área das Línguas têm muito sucesso na resolução de problemas. O que importa é o raciocínio e a compreensão do que se pede. Contudo existem problemas que para serem resolvidos são requeridas algumas bases e noções matemáticas, sem as quais é impossível avançar até ao resultado. (R1, 13/6/96)

Como futura professora a Fernanda considera que a resolução de problemas é uma componente muito importante do ensino da matemática do 2º ciclo, porque por um lado desenvolve capacidades de raciocínio que são importantes não só para a matemática, mas para a vida em geral, e por outro permite relacionar a matemática com situações da vida real. Sobre o ensino da resolução de problemas refere que devem ser dadas algumas noções básicas, como sejam as estratégias, e depois tratar de “levá-los” à solução, isto é, fazer com que compreendam o que se pede e que relacionem com o que aprenderam. O que importa é pôr os alunos a fazer e deixá-los exprimirem-se sozinhos, mesmo que

incorrectamente. Neste sentido 紀 a Fernanda está a valorizar o processo de resolução. E devem ser avaliados, apesar de ter consciência de que não é fácil avaliar a capacidade de resolução de problemas dos alunos. A opinião da Fernanda sobre esta questão é que tanto no presente como antigamente a resolução de problemas ainda não é um método de ensino-aprendizagem da matemática, mas pensa que com o tempo as coisas vão mudar. □ 14首岑癯 □ 禱鑿] , os professores devem começar por aprender e gostar de resolver problemas. Sobre a questão de vir a implementar aulas de resolução problemas com os seus alunos manifesta vontade, apesar de ainda ter muitas dúvidas. Segundo ela, ainda tem muito que aprender e deste modo só com o tempo é que poderá dizer alguma coisa.

Uma das tarefas que teve de resolver para avaliação da disciplina, conjuntamente com um colega, foi escolher, explorar e resolver uma tarefa problemática como motivação para a introdução de um conteúdo constante no programa de matemática do 2º ciclo □ 璉叉 ensino básico. Este trabalho teve como objectivo incentivar os alunos para a abordagem dos conteúdos programáticos através da resolução de problemas. A Fernanda propôs uma problema para o estudo das áreas, recorrendo ao uso de estratégias de resolução de problemas, em particular a descoberta de um padrão. Sobre este trabalho refere que no início estava apreensiva se seria ou não capaz de a concretizar. No final ficou contente por conseguir fazê-lo, pois como futura professora reconhece que este tipo de actividades são importantes no entanto, só lamentou não ter oportunidade de aplicá-lo na prática.

Podemos concluir que a Fernanda gosta de resolver problemas de processo e teve um bom desempenho nas tarefas que lhe foram propostas. Nas tarefas de resolução de problemas identificou-se que tem conhecimentos curriculares, e de natureza didáctica sobre a aplicação desses problema em contextos de sala de aula. Também foram identificados conhecimentos de procedimentos sobre a resolução de problemas. A resolução de problemas para a Fernanda é mais do que o processo de resolução, é também um método de ensino. É uma componente do ensino da matemática muito importante pois permite relacionar a matemática com situações da vida real e permite desenvolver o raciocínio. O professor, para implementar o seu ensino, deve começar por gostar de problemas. São importantes também os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos sobre estratégias.

Os materiais manipuláveis

Em relação aos materiais manipuláveis, a Fernanda só ouviu pela primeira vez este termo na ESE. Durante a sua escolarização não se recorda de ter usado nenhum, além de material de desenho para a geometria, o livro e algumas fichas de trabalho. Gostou muito de ter trabalhado com materiais durante as aulas, não só com o material estruturado, mas também por ter construído muitos deles. Apreciou sobretudo pela importância que eles assumiram na introdução e exploração de determinados conteúdos. No entanto também lhe foi mostrado que nalguns casos não é adequado.

Na sua perspectiva os materiais manipuláveis são muito importantes no processo de ensino da matemática do 2º ciclo, não só pelo seu aspecto lúdico que motiva as crianças para aprender, mas também permitem criar situações problemáticas interessantes

A utilização de material lúdico, é na minha perspectiva muito importante. Toda a gente gosta de brincar e as criança nem se fala. O material lúdico permite ensinar e resolver problemas matemáticos de uma forma criativa, sem as crianças ficarem com a sensação de cansaço mental. Podem aprender a brincar. (E5, 25/6/97)

Segundo ela isto tem a ver com a necessidade que as crianças têm do concreto, conforme diz a Psicologia. É mexendo, experimentando que as crianças aprendem. Há muitos conceitos que sem o suporte do material são difíceis de explicar. Pedi-lhe um exemplo e referiu o cálculo da área do círculo. Para a Fernanda, se não tivesse material não saberia como explicar aos alunos.

Em relação aos materiais que utilizou durante as aulas refere que também se envolveu como se fosse uma criança. Esta atitude, segundo ela, terá sido, não por necessitar cognitivamente deles mas, talvez, porque sabia que os iria utilizar no futuro, e para isso tem que saber como “as coisas funcionam”. Também referiu que o jogo que teve de desenvolver, conjuntamente com as colegas com recurso a materiais, foi um desafio. Por um lado identificar que material usar, que situação e que matérias explorar. Decidiram explorar, para o 5º ano, a estatística. O jogo tinha como objectivo explorar o gosto pela estatística. Para isso eram propostas algumas tarefas que envolviam recolha e organização de dados e apresentação da informação recolhida através de pictogramas e gráficos de barras.

Gostou dos materiais e pensa utilizá-los no futuro com os seus

F- Principalmente foi não saber por onde começar. Não sabia bem como deveria ㄱ뉡 參□□乾忧翱 o tempo, qual a ordem programática a seguir, o tempo que os alunos levariam a desenvolver esta ou aquela actividade. (E5, 26/6/97)

Neste sentido, não teve muita opções e limitou-se a seguir o desenvolvimento do programa, sem muitas hipóteses de ser imaginativa, conforme referiu. A planificação que a Fernanda apresentou, atendendo ao tema, estava explícita, tinha boa apresentação e sem erros científicos, tendo recorrido a problemas com contextos variados e da realidade, para introduzir os conteúdos. Apresenta algumas situações com recurso a algum material concreto e ao uso da calculadora como auxiliar de cálculo. Foram sugeridas algumas alterações pontuais de natureza didáctica que teve de reformular. Estas alterações foram mais a nível sequencial.

As fontes principais a que recorreu para planificar foram, primeiramente o programa e vários manuais para analisar o modo de abordar este tema. Conjuntamente com as suas ideias surgiu a planificação. Segundo o que afirmou deu sempre mais importância ao programa; contudo os manuais deram-lhe ideias de actividades para concretizar os objectivos propostos. Esta questão do livro como fonte de tomada de decisões aparece como segunda opção. Este facto penso que terá a ver com o desenvolvimento que se teve durante as aulas, onde foi referido várias vezes que os manuais não são o programa, mas perspectivas pessoais de ver o programa. A Fernanda refere que nas suas planificações privilegiou o rigor científico. Em relação à resolução de problemas teve algumas dificuldades, mas utilizou-a sempre que possível para introduzir ou aplicar os conteúdos. Antes de começar a reger, o maior receio da Fernanda era não conseguir exprimir-se de modo a que os alunos a compreendessem e não entender as ideias dos alunos.

Instrução. A Fernanda foi a segunda aluna a reger, consequentemente já conhecia bem os alunos. Apesar das planificações e regências serem individuais, ela e a colega Sara, trabalharam sempre em conjunto. A Fernanda, durante as aulas observadas, manifestou-se segura mas nervosa.

Ambiente de sala de aula A sala de aulas da Fernanda estava com as mesas dispostas duas a duas, em filas, viradas para o quadro. Na planificação nunca previu trabalho de grupo, e nas aulas observadas também não foi utilizado outro trabalho com os alunos, a não ser sentados nos seus lugares, trabalhando em grande grupo ou aos pares. Justificou-se referindo que, apesar do trabalho de grupo ter grandes vantagens, nesta turma não o

utilizou porque tinha bastantes alunos e também porque o tema não proporcionou tarefas nesse sentido. A atmosfera que se sentia na sala era descontraída com os alunos sossegados, bastante participativos quando solicitados, trabalhando nos seus lugares, exceptuando dois alunos, que conversavam bastante nas aulas. Via-se que estavam à vontade com a professora pois colocavam questões sobre dúvidas que foram surgindo. Deu sempre tempo suficiente para os alunos executarem as tarefas propostas.

Discurso na sala de aula. As aulas observadas da Fernanda, seguiram muito de perto a planificação feita. Não porque tinha que ser, mas porque tudo se desenrolou nesse sentido. E normalmente seguiam a mesma estrutura que era: no início da aula recordar o que tinha sido dado na aula anterior, que normalmente perguntava a um aluno, e a partir daqui ditava o sumário da aula anterior. De seguida corrigia-se o trabalho de casa, indo um aluno ao quadro de cada vez. E por fim iniciava-se o desenvolvimento da lição. As propostas de actividades no lugar estimulavam o diálogo entre os pares de alunos, indo pelos lugares esclarecendo alguma dúvida. O questionamento, quer por parte da Fernanda quer pelos seus alunos era constante e as questões colocadas não eram geralmente dirigidas à memória, que são muito mais seguras do que quaisquer outras, mas apesar dos receios que mais tarde refere, das questões que os alunos eventualmente pudessem colocar, não deixou nunca os alunos sem resposta. As acções da Fernanda indicavam que a aprendizagem acontecia se os alunos partilhassem os seus pensamentos em voz alta com a professora e os colegas. O discurso que utilizou foi quase sempre claro, com as aulas devidamente sequenciadas, evidenciando algumas imprecisões ou erros em questões de linguagem. Nas aulas assistidas houve sempre cuidado em clarificar através de questões colocadas aos alunos as situações e os problemas propostos.

Tarefas propostas. Normalmente as aulas seguiam o esquema tradicional de desenvolvimento que era a apresentação e introdução dos conteúdos pelo professor em diálogo com os alunos, seguida de algumas propostas de aplicação dos conceitos abordados que os alunos resolviam no lugar. Apesar desta rotina as aulas não eram monótonas e os alunos também não pareciam aborrecidos nas aulas, pois eram bastante vivas. Tentou sempre que possível recorrer a situações que os alunos identificassem para introduzir algum conceito. Um exemplo é o das estimativas. Começa por indagar se conhecem a palavra estimativa e o que significa. Depois, refere o que fazem quando vão às compras e não levam papel e lápis para as contas. A partir daqui com exemplos vários e em

diálogo com os alunos chega à estimativa de um quociente. Havia uma preocupação de desenvolver conhecimentos procedimentais mas também a nível conceptual. O recurso a situações problemáticas para a introdução de conceitos novos foi uma constante. Numa das aulas assistida, para introduzir os divisores de um número, propõe uma situação problemática, que recorre a material que foi elaborada pela Fernanda para tornar a actividade mais interessante para os alunos e consequentemente estarem mais motivados para participarem. A seguir apresenta-se um excerto dessa aula.

A Fernanda coloca 12 flores pintadas em cartões que coloca no quadro coladas com bostik. Dirigindo-se à turma pergunta:

“Imaginem que estão numa loja e que querem comprar ramos de flores, todos com o mesmo número, mas arranjos de forma diferente. Quantas formas diferentes posso obter?”

Os alunos mostram não ter percebido o problema. Ela reformula.

“Então, reparem. Com estas 12 flores que tenho aqui quero fazer ramos, todos com o mesmo número de flores cada quantos posso fazer? Perceberam?”

Há um aluno que diz sim

“Vem ao quadro Luís”

O Luís vai ao quadro e junta as flores

“Então quanto ramos fizeste? Um, responde o aluno.”

“Há mais maneiras?”

O Luís diz que sim.

“Posso fazer dois ramos de 6”

“Mostra aos teus colegas como pensaste” E o aluno faz dois grupos com 6 flores cada.

A Fernanda manda o aluno para o lugar e começa a escrever

“À bocado tínhamos 1 ramo de 12 flores, ou seja [e escreve] 1×12
agora temos [os alunos respondem] 2×6 ”

“Há mais hipóteses?”

E assim sucessivamente os alunos vão ao quadro dispõem as flores e em seguida escrevem ao lado a expressão correspondente. E fica registado no quadro

De um lado os vários arranjos de flores e do outro lado a par a expressão respectiva

$$1 \times 12 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

Ainda pergunta se há mais alguma possibilidade e os alunos dizem que não

Em seguida pega numa cartolina, coloca no quadro, onde tem

$$1 \times 12 = 12$$

$$12 : 1 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$12 : 2 = 6$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 : 3 = 4$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$12 : 4 = 3$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$12 : 6 = 2$$

$$12 \times 1 = 12$$

$$12 : 12 = 1$$

Chama atenção dos alunos para a relação entre as duas colunas e refere que dividindo o produto por um dos factores se obtém o outro factor. E a partir da segunda coluna diz que os números 1,2,3,4,6 e 12 são os divisores do número 12 e indica

$$D_{12} = \{1,2,3,4,6,12\}$$

“Então o que será um divisor de um número?” Os alunos dizem que não sabem explicar.

Então pergunta

“5 será divisor de 12?”

“Não” respondem os alunos

“Porquê?”

“Porque não dá conta certa”

“Oh, João explica isso melhor”

“Porque não posso dividir por 5”

“Tu podes dividir, o que queres dizer é que a divisão não é exacta”

A partir daqui chegam à definição e fazem mais alguns exemplos para calcular os divisores e tiram algumas conclusões. No fim escrevem no caderno o que é o divisor de um numero. (Notas, 23/5/97)

Houve, nalgumas aulas, aspectos que poderiam ter sido melhor explorados e que poderiam ter sido “agarrados” doutro modo, mas atendendo à falta de experiência da aluna, decorreu bastante bem. No fim da aula havia sempre uma tarefa para casa.

De todas a aulas assistidas foi notório a tentativa da Fernanda em criar um espaço onde os alunos tivessem oportunidade de descobrir e discutir, sempre em diálogo com os alunos, estimulando sempre a comunicação oral. Teve a preocupação de que a matemática não fosse um corpo rígido e acabado, apresentado pelo professor, mais presente numas situações do que noutras. A questão da resolução de problemas foi sempre abordada de um modo implícito, quer quando levantava questões para a clarificação das situações e também na forma de organizar a informação para chegar a conclusões. Não houve oportunidade de assistir a aulas onde se trabalhassem os materiais manipuláveis. Durante as aulas assistidas não foi utilizado o livro de texto, mas fichas de trabalho.

Reflexão. Depois de cada uma das aulas, a Fernanda conjuntamente com a colega, neste caso a Sara, o professor cooperante responsável pela turma e o professor responsável da ESE, neste caso a investigadora, quando ia assistir, juntavam-se para uma reflexão sobre a aula regida. Durante estas reuniões a Fernanda foi sempre bastante crítica em relação à sua actuação, e apesar de sentir que por vezes as coisas pareciam resultar interrogava-se se não haveria outras hipóteses. Doutras vezes referia que não tinha gostado da aula pois esperava outra reacção dos alunos e desse modo culpabilizava-se por não ter sido capaz de motivar os alunos talvez por não desenvolver a aula do melhor modo. Em relação a este aspecto depois de uma aula onde explorou os quocientes por aproximação, que correu bem, disse

Penso que a aula correu mais ou menos. Tinha um certo receio de não conseguir explicar os termos, quociente aproximado por defeito e por excesso, porque eu mesmo não os acho muito fáceis. Tentei explicar porque era aproximando por defeito e por excesso e acho que ficaram a perceber. Pois iam respondendo às perguntas que lhes ia pondo. Se calhar havia outro modo melhor...(...) (Actas das reflexões, 20/5/97)

Mostrou-se sempre receptiva às sugestões e críticas apresentadas e mostrou capacidade em ultrapassar determinados obstáculos que iam aparecendo, sobretudo em questões de linguagem.

Numa das reuniões que se tiveram, a Fernanda sentiu que os alunos contribuíram muito para que conseguisse implementar os seus planos, pois colaboraram sempre favoravelmente, mostrando-se motivados e participativos. Muitos dos medos que tinha que era receio de ser “apanhada” por um aluno, colocando-lhe questões que não soubesse responder isso não aconteceu, pois as questões que foram levantadas conseguiu sempre dar seguimento. A opinião da Fernanda sobre, por exemplo se tivesse que optar entre privilegiar o programa ou estratégias de ensino diversificadas, como trabalho de grupo, elaboração e utilização de materiais manipuláveis, resolução de problemas, trabalhos projecto, foi bastante directa que não hesitava em cumprir o programa, porque “é uma obrigação”.

Cumpro o programa, porque é uma obrigação a que não posso faltar. Se perco muito tempo com determinada metodologia de trabalho posso não ter tempo para dar o programa. O ideal seria cumprir o programa e ir diversificando. (E5, 25/6/97)

O cumprimento do programa e atender a que os alunos adquiram conhecimento conceptual é um conflito que todo o professor vivência, e que em jovens professores será mais marcante. Muitos professores escudam-se no cumprimento do programa para promover um ensino mais tradicional.

Sobre esta questão de não usar o livro de texto nas aulas, referiu que usou apenas o livro para marcar algum trabalho de casa, pois prefere as fichas que são feitas de acordo com as suas perspectivas sobre o ensino de determinado tópico e que estão de acordo com o desenvolvimento que ela propõe para as suas aulas.

A Fernanda resume o que sentia quando estava a dar aulas num misto de confiança, medo, expectativa e inexperiência. E que teve que se preparar muito para dar aulas. Pois

“uma coisa é saber a matéria e outra é leccioná-la, de modo a que os alunos entendam”. Este aspecto reforça a ideia que se tem vindo a afirmar de que o conhecimento didáctico na Fernanda ainda não está completamente desenvolvido, o que acontecerá com a prática. Mas de qualquer modo pensa que no geral ficou contente com o seu desempenho. Em relação às aulas que leccionou, terá que pontualmente as reformular e propor outras tarefas aos alunos. De qualquer modo diz que se deve diversificar, atendendo às experiências e às situações. Esta perspectiva é interessante porque mostra capacidade de reflectir sobre o trabalho efectuado, de actualização e adaptação às situações. Na reflexão final de estágio, “a título de balanço” refere

Sinto-me satisfeita, a título de balanço, perante todo o trabalho que empenhei neste estágio. No entanto, tenho consciência que só com o passar do tempo poderei amadurecer, reflectindo e auto-criticando os meus próprios erros. (Reflexão, dossier da PP IV)

Podemos concluir sobre a prática pedagógica da Fernanda o seguinte: que manifesta estar no estágio de sobrevivência, utilizando a designação de alguns autores (Feiman-Nemser e Floden, 1986; Fullan, 1969), uma vez que o conhecimento se reduz ao que aprendem nas aulas e espera que não lhe sejam colocadas questões para as quais pode não estar preparada. A questão do controlo dos alunos não foi problema para a Fernanda, uma vez que a turma não tinha problemas de comportamento. De qualquer modo, a Fernanda fez uma prática pedagógica bastante interessante, tendo por base uma planificação que não era ambiciosa à partida, mas que cumpriu os objectivos do programa para a unidade em causa. Desenvolveu um ambiente na sala de aula agradável com a participação dos alunos, onde através de situações problemáticas se propôs levar os alunos à descoberta dos conceitos envolvidos durante a sua prática. Ou seja, existiu um ambiente construtivista para a aprendizagem, isto é, tentou levar os alunos a aprender matemática quase por eles próprios e a tirar conclusões do seu trabalho enquanto o professor funcionou como guia. Podemos caracterizar o ensino da Fernanda de acordo com Kuhs e Ball (1986) centrado no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual. Nas sessões de reflexão, mostrou-se capaz de reflectir sobre a acção de modo a reflectir para a acção.

A formação e a profissão de professor de matemática

A formação inicial de professores de Matemática deve contribuir para que os alunos, futuros professores, possam discutir a “natureza” da profissão para a qual se estão a preparar. Isto é, permita identificar conhecimentos e atitudes que deverão ser desenvolvidos e, que sejam necessários, para que, promovam um ensino onde os seus alunos possam ter acesso a boas oportunidades de aprendizagem. Assim é importante que os futuros professores saibam consciente ou inconscientemente ao que devem dar ênfase e privilegiar durante o desenvolvimento do currículo na sua prática futura.

De um modo geral a opinião da Fernanda sobre o curso é que foi fácil. Apesar de ter tido piores classificações nas disciplinas da área da Matemática, ela atribui esse facto não só a dificuldades que tenha tido, mas sobretudo ao grau de exigência que os professores desta área têm comparativamente com os das outras áreas.

A Fernanda é bastante crítica em relação ao ensino na ESE. Considerou de um modo geral que foi positivo, tendo sobretudo gostado da familiaridade que este estabelecimento transmite aos alunos. Podem-se referir alguns aspectos que apontou como negativos no curso. Um tem a ver com professores e outro com disciplinas. De um modo geral considera que os professores são competentes, apesar de ter tido alguns que ela questiona seriamente a sua competência científica. Eram estes, sobretudo, que exigiam muitos trabalhos que lhe levavam bastante tempo a fazer e que põe em causa o proveito que deles advém.

(...) algumas disciplinas e professores pouco competentes todos a pedirem “trabalhinhos” que juntos davam cá um “trabalhão”, e não sei para quê (...). (E3,30/1/97)

A opinião sobre as disciplinas da formação educacional é bastante desfavorável, pois pensa que muitas dessas disciplinas não lhe vão servir de nada, não por não serem importantes, pois até pensa que o são num currículo de professores, mas porque foram mal conduzidas. Neste sentido sugere que se retirassem algumas disciplinas [refere quais] e esse tempo fosse aproveitado para estudar outros assuntos que considera mais importantes, sugerindo, em substituição, uma nova disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática III.

(...) pois acho que existem alguns assuntos que deveriam ser mais explorados e assim haveria mais tempo para aprender outras coisas mais importantes. (E3,30/1/97)

De qualquer modo todas as disciplinas contribuíram para a sua formação pessoal, mas as disciplinas específicas e em particular as de metodologias foram importantes para a sua intervenção na sala de aula, como professora. As aulas de metodologias foram, do ponto de vista da Fernanda, as mais interessantes e importantes. Permitiram-lhe mostrar que se pode trabalhar com os alunos de modo a que gostem e aprendam matemática. Também referiu ter gostado da actuação da professora. Em Anexo T pode-se ver qual a visão da Fernanda sobre as práticas da professora numa escala de 1 a 5.

Em relação à disciplina de prática pedagógica a Fernanda diz que foi a que lhe proporcionou a ligação entre a teoria e a prática e neste sentido foi a mais "rentável".

Utilizei muitas vezes métodos e outras coisas na sala de aula que aprendi durante a minha formação. Penso que é normal querer provar que se pode utilizar durante a prática pedagógica o que se aprendeu teoricamente nas aulas. (E6,15/7/97)

Considera que o modelo da prática pedagógica está bem conseguido, só lamenta não poder leccionar mais aulas que lhe permitissem percorrer mais temas. Neste sentido propunha mais horas para a prática pedagógica, assim como para as disciplinas de metodologia.

Para a Fernanda o ser professor de Matemática não é em nada diferente de ser professor de outra disciplina. Considera que ser professor deve ser muito desgastante, uma vez que tem que se confrontar com muitos alunos com vários tipos de problemas, quer a nível cognitivo, quer a nível afectivo. Mas por outro lado deve ser gratificante quando um professor investe nos alunos e no fim tem bons resultados. Ela reconhece que a sociedade é que vê o professor de Matemática como sendo diferente dos outros, mas ela não pensa assim e espera conseguir contrariar esta visão aos seus alunos. Tentar fazer com que a matemática "não seja a disciplina das negativas" é um dos seus objectivos

(...) Tentar fazer da Matemática não a disciplina das negativas mas uma disciplina muito necessária, recorrendo à sua necessidade no dia-a-dia e é tão fácil como as outras. Apenas um pouco diferente. (E3,30/1/97)

Quando se falou das características que um professor deve ter a Fernanda referiu algumas das quais se destacam fundamentalmente quatro, e que ela já vinha desenvolvendo ao longo das conversas. Em primeiro lugar deve saber Matemática. Depois deve motivar os alunos. Em seguida deve "fazer com que os alunos entendam e descubram o que o

professor tem para ensinar”. E por fim tem que “ter boa relação com os seus alunos”. É interessante de ouvir ao longo das conversas que a Fernanda está consciente de que a formação científica é essencial. No mínimo, o professor tem que saber muito bem os conteúdos que está a leccionar. Por outro lado, a questão dos processos de aprendizagem também estão presentes, assim como a motivação. Em relação a este aspecto a utilização de materiais pode ajudar. Tentar contribuir para o sucesso dos alunos na disciplina da matemática deve ser uma das finalidades do professor.

Parece claro no que a Fernanda foi recordando que a imagem que ela tinha do que era um bom professor no essencial parece manter-se. Sobretudo a questão da motivação e da preocupação do professor ser claro e fazer-se entender, sobressaem.

Também pode constatar-se que as ideias que tem sobre a matemática, o seu ensino e sua aprendizagem estão interligadas com as ideias do que é ser um professor.

A Fernanda esperava que o curso lhe proporcionasse conhecimentos como introduzir determinado tópico matemático aos alunos, que materiais utilizar, como começar determinado conteúdo, como distribuir o tempo pelas diversas actividades, como avaliar os alunos, etc. Nesse sentido, perguntou-se se tinha os conhecimentos suficientes para ensinar, tendo referido

Tenho os suficientes [conhecimentos para ensinar] mas ainda me falta estudar muito. Há coisas que só com a prática é que aprendo. (E3, 30/1/97)

Esta ideia vem de encontro à natureza prática do conhecimento que os professores possuem e desenvolvem, pois como ela refere há muita coisa que “só com a prática” se pode aprender. Esta ideia pode levantar algumas questões: será que a prática vai ajudar a Fernanda a desenvolver ideias e conhecimentos sobre o que deve ser o ensino da matemática e das suas finalidades? Ou, antes pelo contrário, será a formação inicial que tem a responsabilidade em relação a este respeito?

De qualquer modo admite que tem mais capacidades e está mais preparada para analisar criticamente o ensino da matemática ao qual foi sujeita antes de entrar na ESE. Está consciente de que no seu percurso de professora vai passar por várias fases e que se irá modificando. Esta perspectiva é interessante e está de acordo com as fases por que passa o professor segundo Feiman-Nemser e Floden (1986). Consegue antever-se como professora que irá continuando a estudar e a manter-se actualizada numa perspectiva de mudança de modo a tornar-se uma “professora completa”

Como professor espero melhorar sempre até me tornar numa professor completa a todos os níveis, como pessoa e como pedagoga (E5, 26/7/97).

Esta perspectiva de que com o tempo irá aprender mais está muito presente na Fernanda. Na verdade, vários autores (Fennema e Franke, 1992; Schon, 1987; Shulman, 1987) estudaram que algumas componentes do conhecimento do professor evolui à medida que ensina, adquirindo deste modo novo conhecimento.

Depois deste percurso, a Fernanda se pudesse voltar a escolher um curso, refere que há muitas coisas interessantes que gostaria de fazer sobretudo a nível artístico, no entanto voltava a escolher o mesmo, pois sempre quis ser professora.

Síntese

Podemos concluir do que foi dito que a Fernanda entrou na ESE para ser professora e nesse sentido tinha expectativas que o curso lhe proporcionasse condições para se tornar numa professora qualificada, neste aspecto e de um modo geral o curso cumpriu essas expectativas.

A Fernanda gostou do curso, em particular das disciplinas de Metodologia e Prática Pedagógica, por estarem vocacionadas para a prática dos professores, e neste sentido propunha mais carga horária, sendo bastante crítica em relação às componentes de educação. Sente que tem conhecimentos suficientes para ensinar, apesar da experiência e a prática contribuírem para que adquira e consolide outros.(e.g. Ernest, 1989; Thompson, 1992). Está consciente de que, quer o que sabe, quer o que pensa pode influenciar o seu desempenho como professora. Na sua perspectiva, um professor deve saber matemática para ensinar e motivar os alunos para a aprendizagem da matemática. A Fernanda assume-se como uma futura professor responsável e competente pelo desenvolvimento da sua actividade lectiva e pela construção da sua própria actualização.

Podemos sintetizar, na Tabela 9, algumas das características identificadas na Fernanda em relação aos domínios considerados.

Tabela 9

Algumas das características da Fernanda em relação aos domínios considerados

Domínios	Características
----------	-----------------

Matemática	“quase” dinâmica”
Ensino/Aprendizagem da Matemática	“quase” construtivista
Resolução de Problemas	“parte” da matemática
Materiais Manipuláveis	permitem motivar e resolver problemas
Programa de formação	MEM I e MEM II e PP IV disciplinas fundamentais para o seu desenvolvimento profissional
Ser professor de Matemática	saber matemática saber motivar bom relacionamento com os alunos continuar a aprender
Prática	ênfase na compreensão conceptual a resolução de problemas via para desenvolver conceitos matemáticos capacidade de reflexão sobre as suas acções

A Céu

A Céu tem vinte e três anos, é solteira e nasceu, cresceu e vive numa freguesia da cidade onde se situa a escola de formação que frequenta. A mãe tem a 4ª classe é doméstica e o pai que já tinha falecido alguns anos atrás, tinha o 7º ano do Liceu e era delegado das comissões de pesca.

De todos os alunos da turma é a que tem mais irmãos: nove (cinco raparigas e quatro rapazes). A diferença de idades é grande entre os irmãos. Quando a Céu nasceu estava a irmã mais velha a tirar o curso de medicina na universidade do Porto. Os irmãos têm habilitações académicas diversas: quatro não tiraram curso superior, porque não quiseram, e ficaram um com o 7º ano do Liceu, outro com o 2º ano do curso complementar e outros dois respectivamente com o 6º e o 9º anos de escolaridade. Quatro tiraram cursos superiores: um o curso de medicina, dois engenharia e um enfermagem.

A Céu sempre viveu com os pais e irmãos na cidade onde nasceu. Num ambiente sempre muito alegre e saudável. Considera que a sua família é muito unida e onde se pode

contar sempre uns com os outros quando disso se tem necessidade. Ainda hoje, apesar de estarem todos dispersos, fazem os possíveis por se encontrarem todos uma vez por mês.

A Céu é uma rapariga bastante extrovertida, bem disposta e com uma grande vitalidade o que faz com que durante as aulas não passe despercebida. Poder-se-á dizer que durante os quatro anos em que a investigadora a conheceu, não diria que fosse a líder da turma, mas a sua porta-voz. Aceitava as ideias dos outros, desde que bem fundamentadas, caso contrário não abdicava das suas posições, quer com os colegas quer com professores. Tem um espírito bastante crítico o que a leva a ser muito frontal nas posições que toma em relação às diversas disciplinas, mostrando muitas vezes um certo desencanto em relação ao funcionamento de determinados aspectos do curso. Esta característica da sua personalidade pô-la em conflito muitas vezes com os colegas e alguns professores. Contudo, não é uma participante activa da vida académica.

Fora da escola a Céu gosta de ler, ver televisão sobretudo as notícias e debates. Mas é a um sobrinho, que por essa altura tinha sete anos, a quem dedica grande parte do seu tempo, ajudando-o nas actividades escolares e divertindo-se com ele.

O Percurso

A Céu sente-se bastante feliz com a família numerosa que tem. Refere abertamente a grande amizade e união que existe entre todos os elementos da família, mas sobretudo a ligação que tem com um seu sobrinho. Quando a Céu nasceu o agregado familiar era composto por 12 pessoas, o pai ainda era vivo e nenhum dos irmãos ainda era independente. Quando iniciou o seu percurso escolar o agregado familiar só já tinha 10 elementos e a partir daí foi-se reduzindo, com os irmãos que se iam casando e saindo de casa até que ficaram apenas quatro pessoas. É clara a influência que os pais sempre exerceram no sentido de tirar um curso superior. Por este motivo, o percurso escolar foi uma consequência lógica e natural desde o básico ao superior, sempre apoiada pelos pais e irmãos. O sonho dos pais da Céu era conseguirem dar um curso a cada um dos filhos, por isso foi com grande dificuldade que criaram dez filhos. A educação e a formação superior sempre foram vistas na família como meios privilegiados para se alcançar um certo bem estar económico que se traduziria na garantia da independência de cada um.

(...) Os meus pais sempre incentivaram todos os filhos a estudar para tirar um curso para que mais tarde não dependêssemos de ninguém. Para além de nos incentivarem, apoiavam-nos em tudo em relação à escola (...). (E3, 30/6/96)

Com este objectivo, todas as economias, em vez de irem para a aquisição de uma casa própria ou de um carro, iam para as despesas com os estudos dos filhos. Por este motivo a Céu está muito grata aos pais e admira-os imenso por lhes terem proporcionado uma vida a que eles próprios não tiveram acesso, como ela diz "os meus pais foram fantásticos".

Sendo a mais nova de todos os irmãos, foi a mais "controlada". Controlada pelos pais e pelos irmãos que faziam o papel de pais, não só por serem todos mais velhos, mas também talvez pelos pais terem idade para serem seus avós, ou como a Céu diz "uns velhotes porreiros e com ideias mais jovens do que alguns casais novos".

A entrada da Céu na Escola Superior de Educação foi uma alegria para a família, pois a filha mais nova tinha conseguido entrar para o curso que tinha escolhido em primeiro lugar, só lamenta que o pai não tenha visto o seu sonho realizado.

Infelizmente o meu pai não me viu realizar este sonho, que era tanto meu como dele. Mas felizmente tenho uma mãe que acompanha passo a passo tudo o que tenho feito. (E3, 30/6/96)

A Céu fez o ensino básico e o ensino secundário em escolas da cidade onde sempre viveu. Não se recorda de muita coisa relativa aos primeiros anos de escolaridade. Lembra-se sobretudo das brincadeiras e de um tempo sem muitas preocupações. Não teve dificuldades com as matérias e quando as tinha o pai ou os irmãos davam-lhe uma ajuda.

Foi uma aluna muito boa durante o ensino básico, mas desceu bastante quando entrou para o ensino secundário, tendo repetido três disciplinas no 11º ano. Ela justifica este facto do seguinte modo. Na sua opinião os professores do ensino básico percebem que os alunos necessitam de acompanhamento e acompanham mais os alunos do que no ensino secundário. Por este motivo sentiu muito a falta de acompanhamento e sobretudo a falta de interesse dos professores do ensino secundário pelos alunos. Segundo a Céu, a maior parte dos professores do secundário não se preocupavam se o aluno tinha ou não dificuldades. Eram pouco motivadores, com um ensino monótono, com matérias "chatas" e os alunos tinham uma fraca participação nas aulas. Por outro lado também reconhece que foi uma aluna de comportamento difícil, pois os professores tinham de chamar-lhe bastantes vezes

a atenção nas aulas, já que se distraía muito. Este facto leva-a a dizer "(...) espero não ter nenhum aluno como eu fui (...)".

Da matemática, a Céu tem a ideia de a "ver" como uma disciplina onde se podia discutir, mas na maior parte das vezes não se podia dar uma opinião pessoal. Sempre gostou muito de matemática apesar de se considerar boa aluna no ensino básico e média no secundário. Conforme ela diz preferia ter oito horas de matemática seguidas do que apenas uma hora de história. Facto que ela sente ainda hoje na ESE.

Diz que não se lembra em particular como é que os professores ensinavam, mas recorda-se que os alunos fracos "não tinham hipóteses", pois os professores não gostavam muito de tirar dúvidas e só recomendavam que se estudasse em casa.

Apesar deste panorama recorda dois professores que gostou bastante no ensino secundário pela maneira como expunham a matéria. O método usado era idêntico aos dos outros, só que eram claros a expor e tiravam as dúvidas aos alunos, quando lhes eram colocadas. Apesar de exigirem bastante, também trabalhavam com eles. A Céu valoriza nestes dois professores o aspecto sócio-afectivo que eles conseguiam promover no ambiente da sala de aula, proporcionando um meio favorável para a aprendizagem. Segundo ela, conseguiam estabelecer uma relação de amizade com os alunos da turma em que também havia momentos para se dizer uma piada e brincar. Outro aspecto que ela valoriza é que aqueles professores "davam poucos feriados". É interessante referir que a Céu vê "o brincar" daqueles professores de maneira diferente daquela com que vê em relação a outro professor que ela teve durante o 9º ano e que considera um péssimo professor. Segundo a Céu este professor brincava muito mas não ensinava nada de matemática, mas exigia bastante nos testes. Quando surgiam dúvidas, tinham que se arranjar como podiam, esclarecendo-se uns com os outros. Não motivava em nada os alunos e, segundo ela, não tinha jeito para ser professor. Ela atribui estes aspectos ao facto de ele ser engenheiro.

(...)um professor de matemática que não gostei, *detestei*, era por ser um professor que brincava muito, pouco falava de matemática, exigia muito nos testes e as dúvidas que surgiam na turma tinham que ser resolvidas pela turma, sem ele dizer se estava bem ou mal. Não motivava em nada, *nadinha*, não tinha jeito nenhum. Pudera, era engenheiro!
(E3, 30/1/97)

A Céu vê com alguma apreensão o facto dum engenheiro poder ser professor de matemática, pois acha que alguns até ensinam "mais ou menos", mas pensa que a maior

parte não estão motivados para o ensino. Por outro lado, vê neles uma ameaça para o seu futuro. Ela que está a tirar um curso de professor, e que nunca deu aulas, a concorrer em igualdade de circunstâncias com um engenheiro!

De qualquer modo a Céu acaba o seu percurso escolar sem contratempos de maior e candidata-se ao curso de professores do ensino básico na variante de Matemática e Ciências da Natureza de uma Escola Superior de Educação.

A entrada da Céu na Escola Superior de Educação decorre sem problemas, pois é colocada no curso que escolheu em 1ª opção. Foi a concretização de um sonho de criança. Sempre soube desde criança que teria que tirar um curso pois os pais sempre a incentivaram nesse sentido. Mas a escolha desse curso foi dela. Desde pequena que queria ser professora, mas quando chegou a altura de optar atendeu muito aos cursos dos outros irmãos. Além de querer um curso que a fizesse pensar e que não fosse monótono "(...) e queria um curso que em casa ainda ninguém tivesse ou estivesse ligado (...)". A variante do curso, , apesar de ser bidisciplinar, foi escolhida, tendo em conta apenas a matemática porque era essa a disciplina de que ela gostava. Entra com grandes expectativas pois não sabe se conseguirá ser professora, mas espera que o curso lhe dê os conhecimentos necessários para o ser.

A adaptação não foi difícil, por um lado devida à sua personalidade de conseguir relacionar-se facilmente com as pessoas e por outro lado continuava a estudar na cidade onde sempre viveu e na ESE foi encontrar "muitas caras conhecidas". Contudo, não gosta da sua turma, que segundo ela, sem alguns elementos era ótima. A Céu é bastante frontal quando refere que tem colegas na turma que preferia que não estivessem, pois tornam o relacionamento entre os alunos complicado, o que leva a que a turma esteja dividida em grupos. Na sua opinião, estes colegas consideram-na uma "pedra no sapato". Por outro lado, considera que o aproveitamento geral da turma é "duvidoso" pois funcionam muito por "cábulas".

Apesar de ter tido algumas dificuldades, de um modo geral em todas as disciplinas, foi sobretudo nas disciplinas da formação geral que ela sentiu mais dificuldades. Não só, porque não se sentia muito motivada para as fazer, mas também porque eram disciplinas muito teóricas onde apenas se tinha de decorar. A opinião dos professores sobre a Céu é que a consideram uma aluna de aproveitamento médio, mas com capacidades para ter feito melhor, e sempre muito interessada e preocupada com os trabalhos que tinha de realizar e

com o que lhe ensinavam. A Céu acabou o bacharelato com média de treze valores, enquanto que nas disciplinas da área de matemática teve média de catorze valores. Acabaria a licenciatura com média de treze valores e ao fim de quatro anos (Anexo Q).

Contornos de uma Identidade Profissional

Nos pontos seguintes procura-se, em particular, identificar, na Céu, concepções e conhecimentos relacionados com a matemática e a resolução de problemas, tendo em atenção a sua natureza e ensino-aprendizagem. Também será considerada a sua relação com os materiais manipuláveis, assim como com a formação e o ser professor de matemática

A matemática

A Céu sempre foi bastante comunicativa e com facilidade em falar. No entanto, as conversas que se tiveram sobre a matemática, foram sempre problemáticas. Manifestou sempre alguma dificuldade em falar e em exprimir o que pensava, tornando-se as conversas sempre em pouco mais do que interrogatório. Também podemos constatar que não tinha opiniões muito sólidas e fundamentadas sobre os assuntos. Mudava-se de assunto, ou seja deixava de falar-se de matemática em concreto, e aí estava a Céu mais desenvolta.

Sempre teve uma boa relação com a matemática. Enquanto que no ensino básico nunca precisou de estudar muito pois as matérias eram acessíveis e os professores também ajudavam, no ensino secundário já teve que começar a estudar mas, como gostava de matemática não se importava de estudar as horas que fossem necessárias.

Durante as conversas tidas, manifestou uma visão dualista da matemática. Refere, por um lado, que o objectivo da matemática é resolver problemas do quotidiano e por outro lado todas as ciências necessitam da matemática.

(...) A matemática é para resolver problemas do quotidiano. Ajuda-nos a manipular com mais facilidade qualquer problema que possa surgir, uma vez que está aplicada em todo o lado. Não há nenhuma ciência que não precise de matemática. Ela é a base de todas as ciências (E3, 31/1/97)

Também refere que a matemática não é estática e que tem evoluído à medida do homem, pois qualquer sociedade por mais primitiva que seja tem uma matemática, nem que seja rudimentar. Esta posição está muito ligada com o trabalho que teve de realizar para dinamizar uma aula sobre “a sociologia da matemática”. Com base neste trabalho reconheceu a necessidade da matemática para o cidadão comum e também a ideia de que a “matemática não é para todos” não faz sentido. Apenas faz com que a função do professor seja mais exigente.

O que mais a atrai na matemática é a resolução de problemas. É essa capacidade que a matemática tem de se adaptar a qualquer situação e de resolvê-la, quer seja simples ou complicada. A atracção que a Céu tem pela matemática tem muito a ver com o seu envolvimento com as disciplinas e da sua utilidade para o futuro. Neste sentido, ela refere que por exemplo, não gostou de estudar “matrizes”, porque ninguém lhe disse para que servem e ela também não consegue descobrir. Esta posição vem de encontro a uma ideia com que se ficou da Céu: nunca se referiu, pelo menos explicitamente, ao aspecto formativo da matemática. Quando se lhe pediu que definição daria para a matemática, começou por referir que “era a ciência que trata do estudo dos números e outras entidades matemáticas abstractas”(E3, 30/1/97) contudo, mais para a frente, acabou por dizer que não conseguia dar uma definição porque existem várias definições. De qualquer modo considera que é interessante, dinâmica e trabalhosa.

A visão que a Céu tem sobre a aprendizagem da matemática é que é um processo activo no qual todos os alunos têm de participar. Não consegue ver um ensino meramente expositivo, onde o professor transmite os conhecimentos e o aluno ouve. Segundo a Céu, o ensino deve estar centrado no aluno. Considera que o professor é um facilitador da aprendizagem, deve colocar muitas questões para orientar o aluno em direcção à compreensão dos conceitos. Deste modo, o professor deve ter capacidade de explorar e aproveitar as ideias dos alunos pois só assim este pode aprender. O professor também deve ser capaz de criar um ambiente onde os alunos se sintam à vontade para colocar questões, assim como também tem que ter conhecimentos para o fazer, por isso deve estar bem preparado. Por outro lado refere que para aprender matemática é necessário trabalhar. E a esse propósito recorda o seu próprio percurso.

A Céu foi passando a ideia de que a aprendizagem é um processo activo, no qual o aluno tem um papel preponderante na construção dos seus próprios conhecimentos. No

entanto, há uma certa contradição, pelo menos a nível de discurso, quando refere que o ensino da matemática deve “transmitir” conhecimentos matemáticos aos alunos para prepará-los para o futuro. Esta questão pode ser entendida mais como uma forma de expressão do que uma convicção, que será confirmada posteriormente durante a prática pedagógica.

Outro aspecto que é muito valorizado pela Céu é o comportamento. Para ela é essencial no processo de ensino-aprendizagem que o aluno esteja atento e consequentemente “bem comportado”.

Para mim, o principal objectivo da matemática na escola, é aprender matemática. É gostar de matemática . E também relacionar e aplicar a matemática na vida de todos os dias. Só que isto só não se pode fazer se os alunos não estiverem receptivos e se não forem bem comportados. Têm que ter regras de comportamentos (E3, 30/1/97)

Esta referência ao comportamento, terá muito a ver com a imagem da sua própria conduta, enquanto aluna nestes níveis de ensino, onde era bastante indisciplinada nas aulas, e que a leva a desabafar no sentido de que não gostaria de ter alunos como o que ela foi.

Em relação à tarefa (T2) que lhe foi proposta durante as aulas, para justificar se algumas situações eram ou não de matemática, a Céu apenas refere que a situação A não é de matemática, porque apenas traduz um pensamento

A situação não é de matemática, porque foi apenas um pensamento dos irmãos. Aqui a Maria e o João não tentaram resolver qual a forma de chegarem mais depressa à escola apenas pensaram e agiram, chegando os dois ao mesmo tempo. (T2, 20/1/97)

Esta resposta mostra que a Céu teve alguma dificuldade em ver que esta é uma situação típica para representar graficamente funções, onde pode estar envolvida a relação distância e tempo. A situação B diz que é de matemática, mas não refere que envolve percentagens, limita-se a dizer que “através de cálculos” se chega à solução. Podemos inferir destas duas respostas, que a Céu tem um concepção da matemática que muitos alunos têm, sobretudo alunos da escolaridade básica, que é identificar a matemática com cálculos. Ou seja, para ela, a primeira não é de matemática porque não envolve cálculos, a segunda já é porque envolve cálculos. A situação C também é de matemática, porque basta ser resolvida, recorrendo às estratégias de resolução de problemas. A última, a D, é de matemática porque envolve conhecimentos de estatística.

Podemos concluir que a Céu considera a matemática não uma ciência estática mas evolutiva. Tem uma visão fortemente utilitarista da matemática. Diz que a matemática é interessante, dinâmica e trabalhosa. Para ela a aprendizagem é um processo activo, que exige estudo, onde o aluno tem um papel fundamental a desempenhar. O papel do professor é o de facilitador da aprendizagem. Contudo, o professor para ensinar precisa de ter os conhecimentos necessários de matemática, assim como ter capacidade para controlar o comportamento dos alunos, que considera como fundamental.

A resolução de problemas

A Céu diz que presentemente gosta de resolver problemas. Contudo, nem sempre teve facilidade em os resolver e, em particular, do tipo dos que lhe foram propostos durante as aulas na ESE. Resolução de problemas, como aprendeu na ESE, diz que nunca ouviu falar. Quando fazia problemas eram sobre a matéria dada, e o sentimento que lhes associa é “aborrecimento”. Eram sempre iguais, muitas vezes não os sabia fazer, e também ninguém lhe ensinava. Presentemente, o que sente quando resolve um problema é desafio. Quando os está a tentar resolver, faz por recordar-se dos conhecimentos que tem e pensar que é capaz de os resolver. Recorda que quando contactou pela primeira vez com as estratégias de resolução de problemas foi no 1º ano na disciplina de matemática, e ficou curiosa para ver se “aquilo funcionava”. Viu que na maior parte da vezes ajudava, e ficou a gostar sobretudo dos problemas de processo que recorram à estratégia de descobrir um padrão. Na tarefa que teve de realizar sobre as características dos problemas destaca-se desafiante, interessante e dinâmica, o que está de acordo com as ideias que expressou (Anexo R). Durante as aulas, foi possível observar que se envolvia nas tarefas distribuídas, com algumas perturbações à mistura, pois era bastante “faladora”.

Sobre os quatro problemas, que teve de resolver nas condições já referidas para o caso da Fernanda, podemos referir o seguinte. No primeiro problema, o dos Apertos de Mão (FR 1) deu a resposta errada, pois considerou dezasseis pessoas na festa e só eram quinze. Tirando este pormenor, apresentou duas resoluções. A primeira começou por considerar o número de apertos de mão que cada pessoa dava, organizou os dados numa tabela, mas não chegou a dar o resultado e bastava-lhe apenas adicionar os apertos de mãos dados. Abandonou esta ideia e apresentou outra, onde pensou doutro modo. Começou por determinar o número total de apertos de mão quando tinha uma pessoa, duas pessoas, etc.

Conseguiu identificar que o número dos apertos de mão era a sequência dos números triangulares. O trabalho apresentado estava organizado.

No segundo problema, o do Tabuleiro de Xadrez, apesar de ter apresentado o resultado correcto, na resolução recorreu à contagem directa do número de quadrados que se conseguem obter de dimensões sucessivamente, 1×1 , 2×2 , 3×3 , ..., 8×8 , não tendo indicado como é que procedeu à contagem, conforme se pode ver na Figura 24.

Quadrados	1 por 1: $8 \times 8 = 64$
"	2 por 2: vertical = $28 + 21 = 49$
"	3 por 3: $12 + 12 + 12 = 36$
"	4 por 4: $10 + 5 + 5 + 5 = 25$
"	5 por 5: $4 + 4 + 4 + 4 = 16$
"	6 por 6: $3 + 3 + 3 = 9$
"	7 por 7: 4
"	8 por 8: 1
Total \Rightarrow 204 quadrados	

Figura 24. Resolução do problema do Tabuleiro de Xadrez

No problema do Monstro das Bolachas, a Céu apresentou uma resolução que estava correcta, e utilizou uma tabela para organizar os dados e recorreu à descoberta de um padrão para chegar à solução. As respostas aos questionários foram bastante fracas. Só elaborou uma questão. Identificou como conceitos envolvidos apenas os relacionados com o programa do 2º ciclo; números fraccionários (relação parte/todo) e operações com números fraccionários. Sugeriu que esta actividade podia ser resolvida por alunos a partir do 6º ano, no final do capítulo dos números racionais para testar os conhecimentos sobre essa unidade. Para a sua introdução recorria a um círculo em papel. Sobre os pré-requisitos necessários indicou já conhecerem a adição de números fraccionários (Anexo S).

O último problema, o do Boato, também foi resolvido com êxito. Recorreu a uma tabela para descobrir o padrão, identificando como chegou ao padrão e à generalização.

Deu as respostas correctas. Sugere apenas uma questão que é uma reformulação das condições do problema, que é considerar que a Sara em vez de contar a duas pessoas, contasse a três. Como conceitos envolvidos refere apenas potências de expoente natural e sugere a sua exploração no 2º e 3º ciclos de escolaridade. Como estratégia refere a dramatização pelos próprios alunos da turma, e depois recorrer a uma tabela para organizar a resolução do problema. Como pré-requisitos indica estratégias de resolução de problemas. Podemos concluir da realização desta tarefa que a Céu conhece as estratégias de resolução de problemas, e que conseguiu mobilizar esses conhecimentos para a desempenhar. Em relação aos conhecimentos que se podem identificar através das respostas dadas, não conseguiu identificar conhecimentos para além dos mais elementares e evidentes que os problemas utilizam, o conceito de fracção e de potência. No que respeita às estratégias para resolver os problemas é mais criativa, uma vez que sugere para o Monstro o uso de um círculo para ilustrar a bolacha, enquanto para o boato sugere a dramatização. (Anexo S)

Em relação à questão de saber o que será um problema e a resolução de problemas a Céu refere o seguinte:

Um problema é algo que à partida desconhecemos a solução e o meio de lá chegar. É algo difícil e intrigante. A resolução de problemas é a situação que vivemos para chegar à solução. (R1, 13/6/96)

A visão que a Céu tem sobre a resolução de problemas é muita restrita e podemos dizer que para ela a resolução de problemas é um processo, ou seja deve-se ensinar os alunos a resolver problemas, dando-lhes a conhecer as estratégias, pois o que importa é saber resolver os problemas do quotidiano. Esta questão do quotidiano é um aspecto que está sempre presente no discurso da Céu. Para ela tudo é importante desde que se possa utilizar no dia-a-dia. E, neste sentido, aprender a resolver problemas é importante. Podemos ver o que diz na conclusão de um trabalho que teve de realizar sobre resolução de problemas e que ilustra mais uma vez esta questão

No final deste trabalho pudemos concluir que os problemas do mundo real não são exercícios prontos a resolver com procedimentos e números facilmente utilizáveis. Situações que permitam aos alunos trabalhar com números menos cómodos, ou com demasiada ou insuficiente informação, ou com múltiplas soluções tendo cada uma das suas implicações numa melhor preparação dos alunos para resolver os problemas que possivelmente encontrarão na sua vida diária. As situações problemáticas podem servir

como contexto para exploração de ideias matemáticas. Através destas situações os alunos tem a oportunidade de investigar problemas, aplicar os seus conhecimentos e capacidades num leque variado de situações e apreciar cada vez mais o poder a beleza da matemática. (Trabalho, *Situação problemática*)

Neste trabalho propôs uma situação problemática baseada no problema do Boato, para a introdução da multiplicação de potências com a mesma base, que ficou bastante interessante pois os alunos tinham que recorrer a um relógio para os ajudar a chegar à solução.

Como futura professora houve necessidade de saber o que a Céu pensa sobre a resolução de problemas no ensino da matemática no 2º ciclo. Para ela a resolução de problemas no ensino da matemática, ajuda a despertar nos alunos o interesse para aprender matemática. Deste modo, funciona como motivação da aprendizagem. O seu ensino deve sobretudo desenvolver nos alunos o gosto por esta actividade, mostrando-lhes que podem resolver problemas e que pode ser uma actividade agradável . A este respeito diz o seguinte

Gostaria muito de ensinar resolução de problemas, como me foi ensinado e como me foi transmitido como é agradável (...) fazer sentir o gosto pela resolução de problemas. (R1, 13/6/97)

Não dá muita importância aos conhecimentos matemáticos necessários para resolver problemas, referindo apenas que quem souber muita matemática “ajuda muito”. Também refere que é importante avaliar a capacidade dos alunos na resolução de problemas, no sentido de saber se usam ou não estratégias convencionais ou outros processos de resolução, e também averiguar a capacidade que têm em transmitir os seus pensamentos “para o papel”. Uma estratégia que gostaria de explorar sempre que possível com os seus alunos, seria a dramatização dos problemas, pois pensa que além de os motivar, pode ajudá-los a compreender melhor determinadas situações.

Esta questão da resolução de problemas abordada posteriormente, mostra a Céu numa perspectiva diferente, onde ela vê a resolução de problemas, não apenas, no sentido dos alunos resolverem problemas à custa das estratégias que lhes são facultadas, mas a resolução de problemas como uma actividade que permite desenvolver o raciocínio dos alunos, neste sentido pôr os alunos a resolver os problemas, não é só ter sucesso na sua consecução, mas permitir desenvolver processos complexos do pensamento.

(...) a resolução de problemas desenvolve a capacidade de raciocínio, de pensamento dos alunos. (...) e na aula de matemática é importante porque permite desenvolver nos alunos capacidades para relacionar, classificar, descobrir, decidir (...) (E5, 25/6/97)

Um aspecto interessante que a Céu referiu é que se deve confrontar os alunos com problemas para resolver, sobretudo da realidade, não só para desenvolver o raciocínio mas para lhes mostrar que são capazes de resolver problemas com os quais nunca foram confrontados. Esta questão de desenvolver confiança nas suas próprias capacidades para desempenhar determinada tarefa é interessante, pois muitos alunos desenvolvem uma atitude negativa em relação à matemática, quando são confrontados com tarefas que não conseguem resolver, e pode ocorrer a transferência desta atitude para uma tarefa nova mas com ela relacionada (e.g. McLeod, 1992).

Apesar de ter vontade de trabalhar a resolução de problemas com os seus alunos, não se sente ainda muito à vontade para o fazer. Pensa que a formação que teve foi importante e útil, mas gostaria que tivesse sido mais explorado. Este aspecto que é referido aqui pela Céu em relação à resolução de problemas de que deveria ser mais explorada foi manifestado em relação a vários tópicos por vários alunos. Este desejo parece pressupor uma visão da formação bastante prescritiva. Isto é, a formação deve prever tudo o que o professor necessita e fornecer aos seus alunos, futuros professores todos os procedimentos necessários para o fazer. A pessoa do professor como parte fundamental na construção do seu conhecimento é reconhecida, ou pelo menos manifestada, por muito poucos alunos.

Podemos concluir que a Céu gosta de resolver problemas de processo e resolveu completamente três dos quatro problemas apresentados. Nestas tarefas constatou-se alguns conhecimentos sobre o currículo e de natureza didáctica sobre a aplicação desses problemas em contexto de sala de aula. Também foram identificados conhecimentos sobre estratégias de resolução de problemas. A Céu tem uma visão da resolução de problemas mais utilitarista do que formativa. É uma componente importante do ensino da matemática pois pode motivar os alunos para a sua aprendizagem, permite resolver situações do quotidiano e desenvolver o raciocínio. O professor deve ajudar os seus alunos a terem confiança nas suas capacidade para resolver problemas.

Os materiais manipuláveis

Em relação ao material manipulável a Céu, como já tinha referido a Fernanda, não se lembra de ter usado nenhum nas aulas de matemática, nem se lembra se usavam essa designação. Só se lembra de usar, e raramente, transferidor para a medição de amplitudes de ângulos e que julga ter sido no 2º ciclo. A Céu refere que os temas que mais gostou nas aulas de metodologia foram a resolução de problemas e os materiais manipuláveis. Gostou sobretudo de construir materiais manipuláveis e de aprender o modo como podem ser utilizados na exploração dos vários conceitos, o que é importante para a sua prática futura. Para a Céu a importância dos materiais no ensino da matemática no 2º ciclo é que permite motivar os alunos e uma melhor compreensão de alguns conteúdos. Segundo ela, a questão da visualização é muito importante para a compreensão de conceitos, e neste sentido não são só os “pequeninos” que precisam. Em todos os níveis eles são importantes.

I- Os materiais manipuláveis são importantes no ensino-aprendizagem da matemática? Qual o seu papel?

C- Eu acho que os materiais são importantes porque ajudam a compreender melhor os conteúdos de que se está a falar ou a trabalhar. Porque se a gente conseguir visualizar, nem que seja um só exemplo, percebemos melhor o que está a acontecer e é mais fácil de entender. Um exemplo com material resulta muito melhor e mais depressa do que “montes” de explicações.

I- Mas são importantes para todos os níveis?

C- Sim, em todos. Eu gostei de os usar, não só porque me ajudaram às vezes a perceber certas coisas, mas porque me despertavam mais para as aulas, mais interesse nas actividades.

Foi-lhe pedido um exemplo onde o material ajudasse na construção de um conceito e referiu o cálculo da área do círculo, que achou bastante interessante, pois só se lembrava do que tinha dado nas aulas de Geometria. É interessante referir que foi também o exemplo dado pela Fernanda. De qualquer modo, também refere que, por exemplo, no caso da divisão de racionais, sob a forma de fracção, não são úteis, pois é mais difícil a compreensão do conceito com material do que sem ele. Refere que no seu caso, durante as aulas em que havia a exploração de conteúdos com material estava mais motivada e interessada para realizar as tarefas propostas. A Céu não refere a questão da motivação como um dos objectivos para a utilização dos materiais nas suas futuras aulas, mas apenas no seu caso pessoal. Na verdade, durante as aulas sempre participou activamente. Juntou, em anexo, ao dossier que teve de apresentar no fim das aulas vários materiais que tinham sido realizados nas aulas e outros em casa. Não estavam muito perfeitos, mas “tinham sido feitos com bastante vontade”, pois como ela refere apesar de gostar de trabalhar com eles

não tem muito jeito para os fazer. Já o jogo que teve que desenvolver, com mais dois colegas, entre eles, o Carlos, estava bem feito. Em relação a esta tarefa, refere que foi muito interessante pois para decidirem o que fazer, começaram por fazer um levantamento dos jogos que conheciam e ver qual melhor se adaptaria para ser trabalhado com matemática. Decidiram-se pelo monopólio, neste caso, o *Copaka*, onde as “ruas” foram substituídas pelos temas do programa de matemática, Geometria, Número e Cálculo e Estatística do 5º ano de escolaridade. Este jogo pretendia fundamentalmente identificar os conhecimentos que o aluno adquiriu ao longo do ano lectivo em relação a cada um dos temas propostos.

Podemos concluir que a Céu gostou de trabalhar com os materiais manipuláveis e vê neles um papel importante no ensino da matemática porque ajudam na compreensão de determinados conceitos

A prática pedagógica

A prática pedagógica da Céu desenvolveu-se durante o 2º semestre numa turma do 5º ano de escolaridade de uma escola C+S inserida num meio rural. A escola está bem situada, com bons acessos. Estava limpa, bem conservada e com muitos espaços para convívio. Em relação ao ambiente de professores a Céu sentiu-se um pouco deslocada. Não gostou do ambiente da sala de professores da escola, apesar de parecer existir um bom ambiente entre eles, mostraram-se bastante reservados em relação aos estagiários, dialogando muito pouco ou nada com eles. Se não fosse o seu colega de estágio sentir-se-ia muito desamparada. Este facto para a Céu era novo pois na ESE onde ela entrava todos a conheciam. A orientadora tinha uma boa relação com a turma e deu-lhe sempre apoio no que precisava. Em relação à turma, tinha 26 alunos da vila e arredores. A nível de comportamento eram bastante bons. A nível de aproveitamento eram satisfatórios, havendo alguns muitos bons e outros mais fracos. De modo geral eram participativos e com vontade de aprender. Segundo a Céu, tanto ela como o colega tinham “tudo o que se precisavam para dar uma aula”.

Planificação. As primeiras três semanas da prática pedagógica da Céu na escola C+S foram dedicadas a observar a turma e a planificar. A unidade que lhe foi distribuída foi a “A divisão” do 5º ano. A experiência tem mostrado que os alunos têm muita dificuldade na exploração deste tema. No entanto, a Céu não expressou abertamente que tinha ficado

desanimada com o facto, como terá acontecido com a Fernanda. Nas conversas que íamos tendo durante esta fase, sobre questões pontuais sobre o desenvolvimento do seu trabalho, além da tensão própria que sentem durante esta fase, não foram identificados outro tipo de constrangimentos, parecendo sempre bastante optimista.

A planificação que a Céu apresentou, é o que se pode chamar de “planificação telegráfica”. Isto é, uma planificação que estava bastante incompleta e fraca. O objectivo destas planificações é entre outros aspectos, “obrigar” os alunos, futuros professores a esquematizar cada uma das aulas que vão leccionar, onde estão previstos os diversos momentos de trabalho, as actividades que pensam propor e como serão desenvolvidas. Ou seja, a planificação deve permitir a quem a lê de ver “o filme” da aula. Neste sentido, olhando para a planificação da Céu não estava clara e não se conseguia “fazer o filme da aula”. Um exemplo da planificação da primeira aula

Tema:	Divisão
Pré-requisitos:	Utilizar o algoritmo da divisão
Conteúdos:	Divisão de números inteiros Divisão de números decimais
Objectivos:	Resolver problemas ligados à vida real Identificar numa divisão, o dividendo, o divisor, o quociente e o resto
Desenvolvimento da aula:	Diálogo com os alunos sobre a aplicação da divisão na vida real Divulgação de situações reais em que é necessário utilizar a divisão Resolução de problemas, acompanhada de sua leitura e interpretação Identificação do dividendo, divisor, quociente e resto Marcação do trabalho de casa
Material:	Retroprojector Acetato Ficha de trabalho
Avaliação:	Capacidade de resolução de problemas propostos na sala de aula (Planificação, Março, 97)

Assim, foi proposto que reformulasse a sua planificação, onde se tornaram mais claras as suas intenções. Recorreu sempre à resolução de problemas para introduzir os novos conteúdos, utilizando contextos da realidade. Não previu nenhum material manipulável para os alunos trabalharem, mas propôs usar alguns cartazes nas suas aulas.

As fontes principais a que recorreu para efectuar a sua planificação foram as directrizes da professora da turma, sua orientadora, o livro adoptado e outros, e o programa. A sua preocupação foi contemplar o programa e preocupou-se sobretudo, com a

linguagem a usar e a escolhas das tarefas a utilizar nas aulas. Quando lhe foi perguntado qual o maior receio antes de dar aulas, a Céu não foi capaz de o identificar pois segundo ela tinha muitos. Um deles era ter uma planificação e não conseguir cumpri-la em 50 minutos. Outro seria não conseguir controlar a turma. Talvez o mais “terrível” seria os alunos colocarem-lhe questões e ela não ser capaz de lhes responder. Por fim, não ser capaz de se exprimir de modo a que os alunos a compreendessem.

Nas conversas que tivemos posteriormente a Céu referiu que esta fase, da planificação foi muito penosa, pois não conseguia decidir-se pela estrutura da planificação e sobre o desenvolvimento da aula. Era uma insegurança total. Quando escolhia um problema não sabia se os alunos iriam reagir bem ou mal, se conseguiria ou não atingir os objectivos propostos, etc. O que foi mais fácil foi a hierarquização dos conceitos, pois bastou-lhe seguir o programa.

(...) Na escolha das actividades/problemas tive algumas dificuldades porque não sabia se os alunos conseguiriam atingir os objectivos que eu pretendia para a aula. Tive que escolher muitos problemas e depois seleccionar alguns (...) (E5, 25/6/97)

Instrução. O tempo em que a Céu foi observando a turma, teve oportunidade, assim como o seu colega, de colaborar nas aulas da orientadora durante as aulas práticas. Deste modo, já conhecia bem os alunos quando começou a reger. A Céu durante as aulas observadas manifestou-se muito nervosa e insegura, sobretudo no início das aulas. As duas primeiras aulas não correram muito bem, pois estava bastante nervosa o que se reflectiu no desenvolvimento das aulas. Este facto fez com que tivessem sido assistidas mais aulas do que as inicialmente previstas.

Ambiente de sala de aula. A sala de aula da Céu já estava com as mesas dispostas em U. Na planificação não foi previsto o trabalho de grupo e também não foi observado nenhuma das vezes, apenas dois a dois ou individualmente. A Céu justifica o facto de não trabalhar em grupos por ser uma turma grande e com diferentes ritmos de aprendizagem, por isso optou por trabalharem cada um com o colega do lado. A turma era simpática, com um ambiente calmo onde a Céu tinha uma boa relação com os alunos que eram bastante disciplinados. Os alunos no início das observações não colocavam questões pois estavam um pouco inibidos, com a presença de um elemento estranho no fundo da sala, mas rapidamente se esqueceram desse facto e as aulas começaram a decorrer normalmente. Nas

aulas em que a Céu usou material, cartões e cartazes, os alunos mostraram todos vontade de ir ao quadro.

Discurso na sala de aula. As aulas observadas seguiram muito de perto a planificação que a Céu teve de refazer. Foi-se atrasando ligeiramente nas duas primeiras aulas, não conseguindo cumprir o que se propunha inicialmente, pelo que as aulas começavam sempre por ter que acabar os assuntos que não tinham sido dados nas aulas anteriores. Este facto tornou as aulas bastante dirigidas, onde a Céu evitava questionar os alunos, para deste modo conseguir cumprir o planeado. Nas poucas questões que colocava não dava oportunidade aos alunos de responder, pois “tenho que andar para à frente” ou então os alunos não respondiam do modo que pretendia, tornando-se bastante ríspida. Estas primeiras aulas são expositivas, directivas e o discurso só se efectua no sentido do professor para o aluno. Não consegue ser clara na exposição das suas ideias, tendo que repetir muitas vezes para os alunos compreenderem. No entanto, passadas estas aulas, a Céu consegue modificar-se e começa a dar umas aulas bastante interessantes, dinâmicas, onde está mais à vontade com os alunos mais participativos onde coloca bastantes questões para levar os alunos à compreensão dos conceitos.

Tarefas propostas. As aulas da Céu nunca foram iguais. Não se conseguiu identificar nenhum esquema fixo de actuação. No entanto, teve sempre o cuidado de arranjar situações para levar os alunos à descoberta dos conceitos que pretendia, contudo nem sempre correram bem. Um tema que não correu particularmente bem foi o da divisão de um número por 10; 100; 1000 e por 0,1; 0, 01; 0,001. Este assunto foi iniciado no fim de uma aula. Para isso distribuiu uma ficha aos alunos com uma tabela de dupla entrada para os alunos preencherem com a ajuda da máquina de calcular, onde tinham de multiplicar determinados números pelos múltiplos e os submúltiplos de 10. Só que entretanto tocou e ficou para acabar em casa. No início da aula seguinte colou um cartaz no quadro e os alunos um a um foram preenchendo a tabela. Não conseguiu explorar devidamente essa tabela, passou muito tempo sentada e não teve tempo de finalizar essa tarefa antes de acabar a aula. Ou seja, um tema que deveria ser explorado numa aula demorou o equivalente a duas distribuídas por três aulas. No entanto, uma aula sobre “divisores” correu muito bem e foi bastante interessante. Passo a apresentar um excerto dessa aula.

A Céu distribui um ficha com o enunciado de um problema e pede a um aluno para o ler

“A D. Sara tinha dez moedas de ouro para dar aos seus netos. Quantos netos tinha a D. Sara se deu todas as moedas e cada neto recebeu o mesmo número de moedas?”

“Vamos lá ver se perceberam este problema. Quantas moedas tinha a D. Sara?”

“Dez” Respondem os alunos em coro.

“Como é que a D. Sara distribuiu as moedas?”

“Todos recebem o mesmo” responde um aluno.

“Quantas moedas deu a cada neto? Uma? Duas? Cinco? Quantos netos tem a D. Sara? Quem tem uma ideia?” Ninguém diz nada. Então sugere.

“Reparem no seguinte. Há 10 moedas para repartir por um número de netos que não sabemos quantos são, mas que sabemos que recebem o mesmo número. Então vou dividir 10 pelo número de netos que podem ser 1, 2, 3, 4, etc. e ver o que acontece” Então escreve no quadro, e os alunos vão respondendo

Número de moedas		número de netos	=	número de moedas que recebe cada neto
10	:	1	=	10
10	:	2	=	5
10	:	3	=	3,33..

Quando chega ao 3 pergunta

“Podem ser 3 os netos?”

“ Não, porque não se podem partir as moedas” responde um aluno

“Por que a divisão não é inteira. Ou seja, Qual é o numero que multiplicado por 3 dá 10?”

“Não há” dizem os alunos

“Então podem ser 4 os netos?”

“Não” respondem em coro

“Porquê?”

“Porque também não dá conta certa”, responde um aluno.

“Acabem a tabela” Apaga o 3 e os alunos acabam a tabela. Dividem por 5 e por 10 com a tabela preenchida, diz aos alunos que lhes vai dar uma informação

$$10 : 1 = 10$$

$$10 : 2 = 5$$

$$10 : 5 = 2$$

$$10 : 10 = 1$$

“Estes números (aponta) chamam-se divisores de 10, porque dividem o 10 exactamente”

E escreve {divisores de dez} = $D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$

Já se esperava que tivesse esquecido de dar resposta ao problema, quando diz

“Ainda não vimos quantos netos tem a D. Sara. Se eu disser 2 netos está certo?”

“Sim”

“E se disser 5 netos?”

“Também”

“Então quanto netos tem a D. Sara”

“Pode ter, 1,2,5 ou 10 netos” respondem os alunos.(Notas, 23/4/97)

Entretanto toca. A aula esteve sequenciada, os dados organizados no quadro, orientou bem os alunos com perguntas adequadas, só que mais uma vez, não conseguiu completar a aula. Na aula seguinte retoma o assunto da aula anterior onde os alunos são levados à definição de divisor de um número.

Durante as aulas que foram assistidas, houve uma evolução significativa da parte da Céu pois gradualmente inverte a tendência das primeiras aulas, ou seja, uma tentativa de melhorar a sua prática. Tentou que a matemática não aparecesse como um conjunto de factos e regras prontas a serem decorados e praticadas pelos alunos. Recorreu ao uso da calculadora para a ajudar a explorar determinadas propriedades relacionadas com a divisão. A resolução de problemas esteve sempre presente para explorar a introdução de conteúdos e como aplicação dos temas dados. Utilizou apenas problemas de conteúdos, recorrendo a algumas estratégias de resolução problemas como organizar os dados em tabelas e listas organizadas e descobrir padrões. Não fez ensino explícito de resolução de problemas, e os alunos não usaram materiais manipuláveis. Recorreu ao livro apenas para trabalho de casa e a fichas para trabalhar durante as aulas.

Reflexão. No fim de cada aula, a Céu e os restantes elementos que assistiram reuniam-se para analisar a aula dada. Durante estas reuniões a Céu foi bastante crítica em relação à sua própria actuação, reconhecendo quando as aulas não tinham corrido bem. A propósito da aula que foi referida atrás que não correu bem, a Céu teve o seguinte comentário

Dei o que queria mas não gostei nada da aula. Gostaria que os alunos tivessem participado mais na aula. Mas se calhar o problema foi meu, pois não consegui colocar as questões certas aos alunos (Actas das Reflexões, 22/4/97)

Reconheceu também que nalgumas alturas ficava “zangada” com os alunos. Apesar das primeiras aulas não terem corrido da melhor maneira, a Céu mostrou-se receptiva às críticas e sugestões que lhe foram sendo dadas, tendo feito um esforço para estimular a comunicação dos alunos e de ser clara nas suas intervenções e de não ser tão ríspida para os alunos, o que acabou por conseguir.

Nas reuniões posteriores que se tiveram, a Céu descreveu um episódio que se tinha passado durante uma das aulas que segundo ela foi “terrível”.

C- Um episódio que se passou durante as minhas aulas e que nunca mais vou esquecer foi quando analisava uma tabela com os alunos. Comecei a não gostar do modo como estava a fazer, faltavam-me as questões que deveria colocar, e não tinha tempo para mudar o ritmo da aula. Sentei-me. Fui para o fundo da sala sentei-me e de longe consegui. Parece que via melhor as coisas, e fui colocando as questões. Foi terrível. Nunca mais vou me esquecer.

I- Porque é que foi terrível?

C- Porque as coisas não estavam a sair como eu pretendia, e depois não sabia que questões pôr aos alunos. Parece que não sabia nada. Mas ter ido para o fundo da sala ajudou-me. Não sei se foi por não estar a olhar para a cara dos alunos, não sei. Mas foi terrível (E5,25/6/97)

Este episódio retrata um dos medos que muitos dos alunos têm quando começam a dar aulas: ficarem “em branco”, e que também era um dos medos da Céu antes de começar a dar aulas. No entanto, conseguiu arranjar uma estratégia que lhe permitiu superar essa dificuldade. Há casos em que isso não acontece.

Outra questão que se pretendeu saber foi o que faria se tivesse que optar entre cumprir o programa ou diversificar as estratégias de ensino. Não hesitou em referir que privilegiava as metodologias de trabalho, pois segundo ela “mais vale pouco e bem do que muito e mal”. Esta ideia está de acordo com o que se presenciou durante as aulas, onde apesar de se ter atrasado de aula para aula, não deixou de levar os alunos à compreensão de determinados conceitos, o que nem sempre foi fácil.

Sobre a questão de não usar o livro de texto durante as aulas, refere que o usou apenas para marcar trabalho de casa. Também usou as fichas como alternativa ao livro e também para habituar os alunos a contactar com o formato de um “teste” escrito. De qualquer modo o livro de texto é o material que a Céu valoriza menos. Segundo ela, a ordenação que dava a alguns materiais didácticos que lhe foram sugeridos seria a seguinte: calculadora- materiais manipuláveis- fichas de trabalho e livro. A calculadora usou apenas para efectuar cálculos para mais rapidamente chegar ao estudo do que lhe interessava. Os materiais manipuláveis aparecem em segundo lugar, mas no entanto não utilizou nenhum nas suas aulas. Em relação a este aspecto refere que são importantes, mas nas aulas não utilizou porque não conseguiu material adequado para os temas em estudo.

Quando se perguntou à Céu o que tinha sentido quando deu aulas, refere o seguinte. Sentiu-se bastante confusa e com medo no primeiro dia, no entanto com o decorrer das aulas foi relaxando e adaptando-se. Neste sentido não foi só estar perante os alunos, mas o facto de estar a ser observada, fazia com que não conseguisse dizer sempre tudo que queria. De qualquer modo teve sempre a preocupação de cumprir os objectivos que se propunha. As aulas que mais gostou foram aquelas em que trabalhava com problemas, onde pretendia estimular a comunicação matemática dos alunos.

Mais tarde consegue justificar porque ficava tão “zangada” com os alunos. Reconhece que se “zangava” quando os alunos não respondiam da maneira que ela queria ,

pois conseguia ver que se os alunos não lhe respondiam era porque não estava a ser clara e não estava a orientar bem as situações. A “Divisão” para ela foi um desafio, pois achou ser um tema de difícil abordagem uma vez que estratégias alternativas há muito poucas.

Quando lhe foi perguntado se a prática pedagógica tinha correspondido às suas expectativas, referiu que sim e não. Não, porque estando a leccionar numa turma que já vinha de outra professora, teve que se “moldar” a algumas rotinas que a professora tinha com os alunos, como por exemplo escrever o sumário da aula, na aula seguinte. Sim, porque é importante que alguém ajude a reflectir sobre o trabalho efectuado.

Sim, porque na questão da linguagem dentro da sala de aula e no controlo do tempo, que era o que mais me preocupava e é necessário alguém com experiência para nos fazer reflectir no fim sobre o que falhou e o que foi bom. (...) (E5, 25/6/97)

É interessante esta consciencialização da Céu de que é necessário reflectir sobre o trabalho efectuado para melhorar as suas práticas. Estas ideias estão muito presente nas suas conversas.

Quando se perguntou à Céu se tornaria a dar as aulas do mesmo modo, refere que não faria da mesma maneira, em particular “tentaria ser mais simpática para com os alunos não se mostrando zangada quando não respondessem como ela queria”.

Na reflexão que entregou no fim da prática pedagógica, a Céu refere que “apesar de ser uma época difícil, confusa e um pouco desorganizada” gostou muito da sua experiência de estágio, tendo para isso contribuído a escola, a turma e a orientadora. A prática mostrou-lhe sobretudo o que é ser um professor de matemática. Serviu-lhe também para pôr em prática todos os conhecimentos que tinha adquirido ao longo da sua formação, e incentivou-a a “saber-fazer”, “ir mais longe” e “fazer melhor”. Também permitiu que ela se consciencializasse que a formação como professora está no princípio e que ainda tem muito para aprender para que seja capaz de superar todos os desafios com que se irá deparar. Esta ideia de que tem muito ainda que aprender vai no sentido de que muito do conhecimento do professor se adquire com a prática. Por outro lado, de que a formação inicial não é mais do que o primeiro passo da formação para toda a vida do professor. E podemos ainda concluir que a Céu ao querer fazer melhor, mostra capacidade de reflectir sobre a sua prática, facto que foi possível detectar no seu estágio.

A Céu apesar de ter um início de estágio que foi bastante problemático conseguiu com vontade e capacidade superar essas dificuldades, podendo ser uma professora bastante

empenhada para o futuro. Podemos concluir que assim como a Fernanda, mostrou-se capaz de reflectir sobre a acção de modo a reflectir para a acção.

A formação e o ser professor de matemática

A Céu gostou de um modo geral do curso. Não sabe dizer se foi fácil ou difícil pois durante os quatro anos que foram passando houve altos e baixos, em que se foram superando as dificuldades que se iam encontrando. Do curso ficam-lhe sobretudo as amizades que fez com colegas da turma e do relacionamento que conseguiu estabelecer com alguns professores, da apresentação de alguns trabalhos e sobretudo o estágio.

Naturalmente que durante os quatro anos que passou na ESE aprendeu muita coisa. Ficou-lhe sobretudo o que aprendeu nas disciplinas da especialidade que foram as que mais gostou e as mais importantes para a sua profissão. Gostou da actuação da professora das disciplinas de MEM I e MEM II, em Anexo T pode-se ver qual a visão da Céu sobre as práticas da professora, que propôs umas aulas interessantes que lhe permitiram contactar de um modo mais directo com os conteúdos que iria leccionar assim como actuar perante certas situações com que poderia ser confrontada. Pensa que devido à sua importância deveria ser dado mais tempo a esta disciplina, talvez iniciando-se desde o 1º ano para permitir abordar temas que não o foram por falta de tempo. Neste sentido propõe mais carga horária para as disciplinas de metodologia para serem estudadas questões relacionadas com os programas e estratégias de ensino de determinados conteúdos programáticos.

Em contrapartida teve "montes de disciplinas em que se tinha de empinar" e dessas não gostou mesmo nada. Em relação às disciplinas da formação geral e educacional que foram nas que teve mais dificuldades, pensa que há algumas que não tem dúvidas quanto à sua importância e utilização no futuro, mas em relação a outras já não tem tanta certeza.

Algumas disciplinas gerais sei que são importantes e utilitárias para o futuro como [refere uma] mas outras, como, por exemplo [refere três disciplinas] e outras abolia-as completamente(...) (E3, 30/1/97)

Segundo a Céu o curso deveria ter em contrapartida mais prática. Pensa que a prática pedagógica é a forma mais próxima de contactar com a realidade e neste sentido é insuficiente. Convém referir que os alunos têm prática pedagógica em quatro momentos ao longo dos quatro anos. Esta no 4º ano é a PP IV e é direccionada para o 2º ciclo enquanto

que as outras três são direccionadas para o 1º ciclo. A Céu diz que gostou mais da experiência no 2º ciclo pois na do 1º ciclo a sequência entre os temas era menor e pensa que está mais preparada para o 2º ciclo do que para o 1º ciclo. Este é um dos problemas apontados por muitos alunos em relação à formação bi-ciclo dos futuros professores. Tendo leccionado matemática e ciências gostou mais de matemática, talvez por ter sido a disciplina de que sempre gostou.

A Céu reconhece que o modelo da PP IV foi o melhor, pois estão libertos de disciplinas e podem dedicar-se exclusivamente às duas disciplinas de Matemática e de Ciências de Natureza como o terão de fazer na realidade. No entanto refere que deveria ser dado mais tempo para planificarem com mais calma e terem mais tempo para elaborar todos os materiais que precisam. Assim como se tivessem uma turma só deles permitiria agirem mais livremente.

Para a Céu ser professora de matemática é uma actividade aliciante pois permite contactar todos os anos com “caras diferentes”, mas por outro lado pensa que é uma profissão muito trabalhosa e mal paga. Ultimamente sente-se insegura, devido ao problema com as colocações. Está expectante em relação ao futuro, sobretudo em relação à sua colocação que gostaria que fosse perto de casa, mas reconhece que é um sonho atendendo ao panorama actual. De qualquer modo diz que vai fazer os possíveis por ser uma professora tolerante com os alunos, cumpridora das suas obrigações e sobretudo pretende incentivar todos os alunos para “esta disciplina de que todos falam tão mal”. Se pudesse voltar atrás optaria pelo mesmo curso porque é aquilo que sempre quis fazer “dar aulas”.

Quando se falou das características que um professor deve ter para ser um bom professor de matemática referiu algumas que já tinha identificado no retrato do professor que tinha gostado (ou não) durante o seu percurso escolar. Em primeiro lugar deve conhecer as estratégias adequadas para ensinar cada um dos tópicos matemáticos constantes no programa. Segundo, deve motivar os alunos para a aprendizagem da matemática. Terceiro, deve ser um “explicador” quer dizer que deve tirar todas as dúvidas aos alunos. Por fim deve ser um amigo do aluno. Para ela a componente afectiva é muito importante para se criar um ambiente de confiança para o aluno colocar as suas dúvidas.

A Céu esperava que o curso lhe proporcionasse modos de ensinar as crianças, dando ideias como estar na aula, como “dar” determinado conteúdo e como controlar os alunos. Nesse sentido, refere que se sente preparada para dar aulas. No entanto ainda não se sente à

vontade pois sabe que lhe faltam conhecimentos para tratar alguns temas do programa assim como a sua articulação dentro do programa. Ou seja, faltavam-lhes os conhecimentos didáticos e curriculares, por isso ainda não estava muito à vontade para dar aulas. Esta questão de que não se sente ainda à vontade, é uma característica generalizada com os alunos estudados, mas não só, a turma manifestou também essa preocupação em relação ao futuro se será ou não capaz de desempenhar essa tarefa de ser professor. O que é natural num professor em formação.

Síntese

A Céu gostou do curso, em especial da Prática Pedagógica e das MEM, por estarem vocacionadas directamente para a sua futura profissão, por isso propunha mais carga horária. Podemos concluir do que foi dito que as expectativas que a Céu tinha em relação ao curso era aprender a ser professora. Nesse sentido sente que tem alguns conhecimentos para ser professora de matemática, mas faltam-lhe outros, sobretudo, a nível do currículo e didáctico. Estes conhecimentos são considerados essenciais para que o professor consiga ensinar além de ter capacidade para motivar e tirar dúvidas aos alunos. A Céu está consciente de que o seu futuro é incerto e que ser professor é uma actividade que exige muito trabalho. No entanto está empenhada em ser uma professora que irá combater o insucesso escolar em matemática.

Podemos sintetizar, na Tabela 10, algumas das características identificadas na Céu em relação aos domínios considerados.

Tabela 10

Algumas das características Céu em relação aos domínios considerados

Domínios	Características
Matemática	Visão mais utilitária do que dinâmica
Ensino/Aprendizagem da Matemática	Quase construtivista
Resolução de Problemas	Mais utilitária do que formativa; quase como método de ensino
Materiais Manipuláveis	Como motivação e facilitador da aprendizagem

Programa de formação	MEM I e MEM II e PP IV disciplinas fundamentais para o seu desenvolvimento profissional
Ser professor de Matemática	Saber matemática Saber motivar Deve ser um explicador Amigo dos alunos
Prática	Quase construtivista A resolução de problemas contexto para desenvolver conceitos matemáticos Capacidade de reflexão sobre as suas acções

O Carlos

O Carlos é um rapaz moreno, de estatura média um pouco franzino e que tem na altura do início do estudo vinte e três anos. Nasceu e cresceu numa vila com características rurais dum distrito limítrofe do da ESE. O Carlos é filho único de uma família de agricultores já reformados. As habilitações dos pais são mínimas, têm ambos apenas a 4ª classe. Em tempo de aulas reside na cidade onde estuda, mas as férias são sempre passadas em casa com os pais, a não ser que tenha algum trabalho de grupo para fazer com os colegas.

O Carlos é um rapaz bastante calmo, discreto e simpático. É um pouco reservado, apesar de ter muitos amigos na turma. Mostrou sempre um certo constrangimento nas conversas que mantivemos, mas sempre disponível para tudo que fosse preciso. Gosta de ler sobretudo um jornal, para se manter informado do que se passa por cá e pelo mundo. Vê também alguma televisão, sobretudo o telejornal e não perde um jogo de futebol. Quando tem tempo gosta de ver alguns filmes especialmente de terror e de ficção científica. Gosta muito de sair com os amigos, mas o seu passatempo preferido é a música. Gosta imenso de ouvir música clássica. Também toca saxofone. Por este motivo faz parte da tuna académica da escola, onde além de saxofone toca flauta. Esta actividade ocupa-lhe grande parte do tempo disponível, pois tem ensaios semanais.

O Percurso

A vida do Carlos foi sempre muito pacata, sem muito para contar pois tinha uma família muito pequena, sem irmãos e vivia numa vila pequena onde nada acontecia. Segundo ele a sua vila é muito pouco desenvolvida. Sendo filho único há uma ligação muito forte com os pais como é normal nestas circunstâncias. Viveu sempre com os pais no centro da vila tendo frequentado o 1º, 2º e 3º ciclos em escolas perto de casa, enquanto que no 10º e o 11º anos teve de se deslocar para um colégio, dentro do concelho, como aluno externo. A primeira experiência fora de casa deu-se quando iniciou o 12º ano, pois como não havia na sua terra, teve que ir estudar para um colégio numa vila próxima. Custou-lhe um pouco esta separação, mas segundo ele foi pior para os pais. Como é normal, os pais querem o melhor para os filhos e isso passa normalmente por incentivá-los a prosseguir estudos. Foi o que aconteceu com o Carlos, cuja família sempre o incentivou a estudar na esperança de lhe darem um futuro melhor do que aquele que eles tiveram. Mas, qualquer opção que tomasse, implicava sempre uma saída para longe de casa.

O ensino básico do Carlos foi feito em escolas na vila onde morava, muito perto de casa, onde todos se conheciam. Os colegas eram os seus amigos fora da escola. Recorda-se de todos os professores que teve ao longo do seu percurso, assim como de alguns colegas. Sempre gostou da escola, apesar de nos primeiros anos ter algumas dificuldades que fizeram com que reprovasse no 4º ano. É sobretudo a partir do 3º ciclo que as coisas melhoram sendo um aluno de nível quatro, acabando por se tornar um aluno bom no secundário, com as classificações finais em média de quinze valores. Não se recorda de nenhum episódio em particular desses tempos.

Lembra-se, contudo, que o ensino que teve ao longo da escolaridade básica e secundária foi sempre o mesmo com muito poucas motivações e diversidade. Apesar de ter passado por escolas diferentes e ter tido professores tão diferentes, todos os professores utilizavam o mesmo método tradicional de ensino em que os alunos tinham um papel passivo sendo meros receptores da informação. No fim eram avaliados sobre quanta informação conseguiram reter.

(..) de uma forma generalizada posso dizer que ao longo do ensino básico e do secundário, os professores limitavam-se a despejar a matéria e os alunos limitavam-se a ouvir (...) (E3, 30/6/96)

Só muito raramente é que trabalhou em grupo e que se lembre, apenas nos primeiros anos de escolaridade. Do que se recorda, os alunos fracos não tinham hipóteses, pois os professores não se interessavam por eles.

O Carlos sempre gostou de matemática e as classificações que obteve foram sempre de nível bom mas não foram resultado de muito estudo, só começou a empenhar-se a sério no estudo da matemática a partir do 8º ano. Considera-se um aluno que não precisa de muito tempo para estudar.

Quando lhe foi pedido que se recordasse de um professor de quem tivesse gostado e porquê, ele refere um professor de matemática que teve no 9º ano de quem gostou muito, pois mostrava muita segurança nos conteúdos que leccionava e conseguia cumprir os programas. Outra característica que ele apreciou neste professor é que os testes escritos que dava aos alunos eram compostos por questões que ele próprio inventava. Não eram cópias dos livros.

Gostei muito do meu professor de matemática do 9º ano. Era um professor que dominava por completo todos os conteúdos matemáticos. Os testes que ele dava eram constituídos por exercícios feitos por ele. Era um professor que terminava sempre os programas matemáticos (...) (E3, 30/1/97)

Em relação a um professor que não tenha gostado lembra-se de um professor do 7º ano do qual não gostou precisamente por não cumprir os programas e segundo ele "não tinha capacidade para dar aulas, visto não ser do ensino, era engenheiro". Este professor não tinha grandes conhecimentos, pois havia conteúdos que ele passava rapidamente, porque na sua opinião não sabia como fazer. De qualquer modo apesar de não ter tido professores "excepcionais" ao longo do seu percurso escolar e de ter conseguido superar alguns problemas que lhe iam aparecendo, de um modo geral tem boas recordações da escola, e de alguns professores e colegas.

Quando acabou o 12º ano já sabia o que gostaria de ser no futuro: seria professor de Matemática. Contrariamente a muitos colegas seus o Carlos concorre para o ensino porque quer. No entanto, a sua primeira opção não é entrar numa Escola Superior de Educação, pois o que ele gostaria de ser era professor do ensino secundário, por isso concorre em primeiro lugar para uma licenciatura em ensino. Como escolheu apenas uma universidade que ficasse perto de casa não entrou e teve que concorrer para uma Escola Superior de Educação. Sendo o curso bidisciplinar a sua opção foi sem dúvida por causa da

matemática. Apesar deste não ser o nível inicialmente pensado, hoje afirma que se tivesse de voltar a escolher optaria por este curso, mas se possível apenas com matemática. As expectativas em relação ao curso é que este lhe forneça informações suficientes e úteis para poder ensinar.

A adaptação do Carlos não foi difícil pois como ele refere consegue relacionar-se bem com as pessoas e como é pouco “falador” não tem tido problemas, ao contrário de alguns colegas seus. No entanto reconhece que a sua turma é difícil a nível de relacionamento entre alunos, funcionando muito por “grupinhos”. Quanto a nível de conhecimentos considera que é média, com alguns elementos pouco interessados.

O Carlos é um aluno bastante sossegado durante as aulas, participando activamente nas tarefas que lhe são propostas. Raramente coloca questões em grande grupo, contudo em pequeno grupo fica mais aberto. Os professores da variante gostam bastante dele. Segundo a opinião destes professores é um aluno simpático e bastante calmo. Apesar de considerarem que tem um temperamento discreto consegue relacionar-se facilmente com os colegas e os professores. Aceita os pontos de vista dos outros desde que justificados e não desencadeia ou alimenta conflitos. Referem também que é um aluno bastante bom que se empenhava nas tarefas propostas e que tem todas as potencialidades para se tornar num profissional responsável

Como aluno pode-se considerar de nível médio alto, isto é um aluno bom, sendo bastante preocupado e responsável pelas suas tarefas. O Carlos acabou o bacharelato com média de catorze valores, assim como nas disciplinas da área de matemática. Igualmente acabaria a licenciatura com média de catorze valores e ao fim de quatro anos (Anexo Q).

Contornos de uma Identidade Profissional

Nos pontos seguintes procura-se, em particular, identificar, no Carlos, concepções e conhecimentos relacionados com a matemática e a resolução de problemas, tendo em atenção a sua natureza e ensino-aprendizagem. Também será considerada a sua relação com os materiais manipuláveis, assim como com a formação e o ser professor de matemática.

A matemática

O Carlos apesar de ter tido sempre boas notas a matemática, não foi porque gostasse de matemática. Segundo ele, o seu gosto pela matemática foi gradual e presentemente gosta muito de matemática. Tanto que ainda não perdeu as esperanças de vir a ser professor de matemática no ensino secundário. De todos os alunos, este é o que evidencia maior gosto pela matemática. Segundo ele o mais interessante nesta disciplina é a capacidade que tem de lidar com entidades abstractas, como são os números e as figuras onde tudo se “harmoniza de forma coerente”. Considera esta disciplina um corpo ordenado de conhecimentos com muitas definições e teoremas. Podendo ser fácil e ao mesmo tempo difícil. Para ele “ainda está por descobrir” o que não é interessante em matemática. Quando se lhe pede que dê uma definição de matemática ele refere

Para mim a matemática é uma ciência que tem por objecto o estudo dos números, das figuras e de outras entidades abstractas (E3, 30/1/97)

Esta visão da matemática que o Carlos apresenta é muito redutora, e não será mais do que uma frase feita que não traduz as ideias que vai exprimindo ao longo das conversas. Como tem sido característica em todos os alunos acompanhados é difícil falar-lhes em temas concretos de matemática. Têm sempre um certo desconforto e o Carlos não é excepção, com a agravante de que é um rapaz bastante reservado, e dando a sensação de que quando expõe as suas ideias espera que não vão de encontro àquilo que se espera ouvir. Deste modo algumas conversas foram um pouco difíceis.

Apesar da ideia um pouco formal que tem da matemática, com as suas regras muito precisas, refere que o objectivo da matemática deve ser ajudar a explicar através dela muitas situações que acontecem na vida de todos os dias, mas também no universo. Neste sentido, deve ajudar o homem a integrar-se na sociedade em que vive. Para ele a matemática “é imprescindível na vida quotidiana de cada um”. Neste aspecto, tem uma visão utilitária da matemática.

Um dos principais objectivos de se ensinar matemática é preparar os homens para uma melhor e eficaz integração na sociedade em que vivemos (...) (E3, 30/1/97)

Esta integração, segundo ele, só é conseguida pelo aspecto formativo da matemática, pois desenvolve o raciocínio que é o que o homem precisa para se integrar na sociedade e que o ajuda a resolver as situações problemáticas com que se depara. A matemática é

diferente da história por exemplo, porque as matérias não se aprendem apenas por memorização mas porque se tem de raciocinar. A questão do raciocínio é muito focada pelo Carlos, para este facto talvez tenha contribuído o trabalho que teve de desenvolver nas aulas e que foi “A matemática como comunicação, como raciocínio e as conexões matemáticas”. No entanto, também refere que o cálculo e a memorização são duas componentes importantes da matemática que devem ser contempladas no seu ensino pois são bastante úteis na resolução de tarefas matemáticas. Quando lhe é pedido para identificar alguns adjectivos para caracterizar a matemática usou útil, precisa e importante.

Estas ideias que veio expressando sobre a matemática vão reflectir-se no modo de caracterizar o seu ensino. O Carlos refere que ainda tem pouca experiência que lhe permita falar sobre o ensino da matemática. Contudo, salienta que é de extrema importância no ensino básico pois é nestas idades que os alunos tomam contacto pela primeira vez com ela e pode ser muito prejudicial para o futuro do aluno se tiver experiências negativas. Neste sentido, o aluno deve começar a ver a utilidade da matemática e a compreender o que lhe ensinam. É aqui que reside o grande desafio para o professor. É tornar a matemática interessante e compreensível para os alunos. Um dos caminhos apontados pelo Carlos é o professor estar atento às dificuldades dos alunos e por outro lado devem ser dados exemplos do quotidiano para que eles compreendam mais facilmente os conceitos e a matemática deixe de “ser o grande problema das escolas”.

Ensinar matemática deve ser um desafio para o professor. Deve tornar a matemática interessante e compreensível para os alunos. Os alunos aprendem mais facilmente com exemplos do mundo real e também os motiva mais se lhes falarmos de coisas que eles conhecem. Ficam mais motivados, logo aprendem melhor (E3, 30/1/97)

Apesar destas ideias, existem algumas contradições nas conversas com o Carlos, por exemplo quando refere que o professor tem um papel muito importante no ensino da matemática porque é ele que transmite a informação e os alunos são os receptores.

O [papel do professor no ensino-aprendizagem da matemática] professor é o meio de transmissão de conhecimentos científicos, culturais e sociais e os alunos são os receptores (...) (E5,25/6/97)

Esta é uma visão bastante tradicionalista do ensino que não está em completo desacordo quando se refere à aprendizagem. Será que coexistem duas perspectivas opostas

sobre a aprendizagem? Ou serão “frases feitas” que se ouvem ao longo da formação e que não se sabe bem a sua real dimensão. A prática pedagógica do Carlos mostrará que ele acredita que aprender é mais do que ouvir e armazenar informação. Para ele, aprender é um processo activo. Aprende-se quando se expõem ideias, se criticam, se analisam e neste sentido o professor e o aluno têm responsabilidades repartidas. Segundo ele, o trabalho de grupo é uma ocasião propícia para se confrontarem ideias, por isso o professor deve proporcionar tarefas em grupo. E para que isto aconteça, o aluno deve estar motivado e uma possibilidade será recorrer a situações do dia-a-dia. Deste modo, o professor tem que saber matemática, sobretudo os temas que ensina. Este aspecto é referido várias vezes pelo Carlos como uma componente essencial do professor. Aliás foi um dos factores que ele distinguiu quando fez o retrato dum professor que gostou e do que não gostou “porque dominava (ou não) os conteúdos matemáticos”.

Vejam qual o desempenho do Carlos na tarefa (T2) em relação às situações com que foi confrontado para justificar se eram ou não de matemática. O Carlos considera todas as situações de matemática. A situação A porque pode ser representada por um gráfico. A situação B porque envolve números e percentagens. Considera a situação um problema que tem de recorrer a estratégias de resolução de problemas como, por exemplo, a dedução lógica. Em relação à última situação apenas refere que “existe uma situação para resolver”.

Em síntese podemos dizer que o Carlos considera a matemática como um conjunto ordenado de conhecimentos e é útil e importante. Aprende-se matemática desde que se compreenda e se esteja motivado. Neste sentido, o professor deve propor situações com exemplos do quotidiano, por outro lado deve dominar os conhecimentos dos conteúdos que ensina

A resolução de problemas

O Carlos gosta de resolver problemas de matemática, sobretudo problemas de processo. Do que se lembra do ensino básico e secundário, a resolução de problemas nunca foi trabalhada nos moldes que aprendeu na ESE e mesmo resolver "problemas" no contexto tradicional também raramente tinham oportunidade de fazer nas aulas pois "perdia-se muito tempo". Mas lembra-se, em particular, que depois do professor dar a matéria mandava fazer os chamados problemas de fim do capítulo. Não se lembra de alguma vez ter feito problemas para resolver situações concretas do dia-a-dia. Quando tem

oportunidade gosta de resolver problemas da colecção “O Prazer da Matemática” da Gradiva, que na sua maior parte são problemas de processo. Sobre as características que o Carlos considera que tem a resolução de problemas destacam-se muito interessante, desafiante e útil, pois foram as que mais desenvolveu ao longo das conversas tidas (Anexo R).

Em relação aos quatro problemas que teve de resolver podemos referir o seguinte. No problema do Apertos de Mão (FR 1) deu a resposta correcta. Apresentou uma resolução clara, tendo recorrido apenas a uma lista organizada para chegar à solução. O segundo problema, o do Tabuleiro de Xadrez (FR 2) também apresentou uma resposta correcta. Para a resolução deste problema recorreu à redução a um mais simples, tendo descoberto o padrão para a determinação do número de quadrados de cada tipo que se podem formar no tabuleiro. Depois bastou adicionar esses números para ter o número total. Organizou a informação numa tabela e a resolução estava clara. Do trabalho escrito pode-se concluir que não teve muitas dificuldades em desempenhar estas tarefas.

O problema do Monstro das Bolachas (FR 3) também foi resolvido com êxito pelo Carlos. No entanto para a resolução deste problema começou por elaborar uma tabela para descobrir a parte da bolacha comida em cada dia, mas depois abandonou esta estratégia e recorreu aos seus conhecimento sobre progressões geométricas, quer para determinar o termo geral da sucessão correspondente à parte da bolacha comida por dia quer à expressão que dá a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica. É interessante referir que em relação a saber se o monstro come a bolacha toda, faz referência à analogia entre este problema e o paradoxo de Zenão. Em relação às respostas do questionário foi detectado o seguinte: só propôs uma questão adicional muito simples. Nos conceitos que conseguiu identificar foi além dos do nível do programa do 2º ciclo: fracção; operações com números fraccionários; potências ; sucessões; progressões geométricas de razão menor do que 1. Foi o único dos quatro alunos que referiu conceitos para além dos do ensino básico. Para exemplificar a situação expressa no problema recorria a um desenho dum bolacha numa folha de papel e para traduzir a quantidade de bolacha comida e a que ficava, utilizaria cores. Em relação aos pré-requisitos refere operações com números fraccionários e inteiros. Fica-se com dúvidas se sabe ou não o que são os pré-requisitos, uma vez que não referiu em que fase do processo de ensino-aprendizagem aplicaria esta tarefa (Anexo S).

Por último, o problema do Boato. Mais uma vez resolve de uma forma clara o problema, recorrendo às estratégias de resolução de problemas aprendidas e também aos conhecimentos que tem sobre progressões geométricas, para identificar a expressão geral do número de alunos que sabem o boato por dia e o número de alunos que sabem do boato ao fim de “n” dias, conforme na Figura 25

QuickTime™ and a
Photo - JPEG decompressor
are needed to see this picture.

Figura 25. Resolução do Problema do Boato

Propõe uma questão adicional que é, mantendo as condições do problema, supor que em vez do boato ser contado apenas a dois colegas fosse contado a três. Os conceitos que consegue identificar foram a nível do básico, potências de base dois e operações com potências, e a nível do secundário, as progressões geométricas. Como pré-requisitos refere a noção de dobro e operações com números naturais. Pensa que pode ser usada no 2 e 3º ciclos, mas também no ensino secundário. Um modo de explorar, com alunos do 2º ciclo, esta situação sugere uma dramatização onde os alunos seriam as “personagens” do problema, pois está convencido de que seria a melhor maneira de compreenderem a situação.

Em relação à questão de saber o que é um problema e a resolução de problemas o Carlos diz

(...) estamos perante um problema quando não conhecemos a solução e não sabemos como encontrá-la. A resolução de problemas será chegar a essa solução mediante uma estratégia adequada de acordo com as condições impostas pelo problema (R1, 13/6/96)

Esta ideia traduz a visão que o Carlos tem da resolução de problemas como um processo. O importante é resolver problemas e as estratégias permitem-no fazer mais facilmente. Neste sentido, como futuro professor de matemática, o Carlos vê duas razões principais para o ensino da resolução de problemas na aula de matemática, que considera muito importante em qualquer nível de ensino. Permite por um lado o desenvolvimento de capacidades complexas do pensamento e também o envolvimento de alguma criatividade por parte do resolvidor. Esta questão da criatividade, que apenas foi referida pelo Carlos, é interessante pois segundo ele para se resolver um problema tem que se ser criativo. Por outro lado, considera muito importante que se ensinem modelos e estratégias de resolução de problemas pois podem ajudar os alunos a resolver não só problema no domínio da matemática mas também problemas no dia a dia. Nesta perspectiva, num trabalho que teve de efectuar para avaliação da disciplina, apresentou um problema do dia-a-dia, no âmbito da geometria do 2º ano de escolaridade, cuja resolução para este nível de ensino só se podia fazer através de tentativas e com os dados organizados em tabela. No entanto, refere que também são necessários conhecimentos de matemática, pois as estratégias só por si não chegam. Para implementar aulas de resolução de problemas considera que antes de tudo o professor deve gostar de resolver problemas, que segundo ele é o passo principal da dar. Por isso, pensa vir a resolver problemas com os seus alunos porque o primeiro passo já o deu.

Podemos concluir que em relação à resolução de problemas o Carlos gosta de resolver problemas e teve um bom desempenho na resolução dos quatro problemas que lhe foram propostos, manifestando conhecer bem estratégias de resolução de problemas. Na resolução destas tarefas também foram identificados alguns conhecimentos de natureza didáctica e curricular. A resolução de problemas para o Carlos é fundamentalmente um processo, pois os alunos devem aprender a resolver problemas para os tornar mais aptos fora da escola. Também permite desenvolver o raciocínio. Um professor para ensinar a resolver problemas deve antes de tudo gostar de o fazer. O Carlos mostra vontade de vir a ensinar resolução de problemas.

Os materiais manipuláveis

Em relação aos materiais manipuláveis não se lembra de ter usado nenhum no seu percurso escolar. O Carlos gostou de trabalhar com os materiais manipuláveis. Envolvia-se bastante nas tarefas que lhe foram sendo propostas durante as aulas. Gostava sobretudo de trabalhar com eles e descobrir as suas potencialidades, em relação a construir alguns, já não era tão entusiasta, pois diz que nunca teve muito jeito para "trabalhos manuais".

O Carlos tem uma opinião bastante favorável sobre a utilização dos materiais na sala de aula. Para ele são fundamentais no ensino da matemática no ensino básico. As razões principais para justificar a sua utilidade vai buscá-las à psicologia. Pois sendo a matemática uma ciência que lida com entidades de natureza abstracta, e os alunos deste nível ainda estarem no período concreto, são um grande contributo para a compreensão de determinados conceitos. Para os outros níveis também são importantes, não tanto pelo aspecto da necessidade do concreto, mas porque tornam as aulas mais interessantes. Em relação a este aspecto refere o seu caso pessoal, que apesar de estar no período das operações formais, gostava das aulas práticas onde se trabalhavam os materiais porque não só as aulas eram mais agradáveis, mas também permitiam uma aprendizagem por descoberta.

Os materiais manipuláveis são um grande contributo para a compreensão de determinados conteúdos matemáticos, uma vez que a matemática é uma ciência, toda ela abstracta, tornando assim possível estudar o abstracto através do concreto. Eles são mais fundamentais para o ensino básico, uma vez que no ensino secundário os alunos conseguem pensar de uma forma mais abstracta, isto é, já se encontram num estágio de pensamento superior ou seja no pensamento formal. Mas também podem ser usados porque podem motivá-los mais. Eu por exemplo, gostei muito das aulas praticas, quando tínhamos que trabalhar com materiais, as aulas eram mais agradáveis e também deixavam a gente aprender por descoberta.(E3, 30/1/97)

Apesar de não ser um entusiasta dos materiais manipuláveis gostou de saber que estes não resolvem os problemas de matemática, mas podem ajudar nalguns casos. Gostou em particular dos Poliminós, sobretudo ter de descobrir todos os pentaminós que se podem construir. Gostaria de ter oportunidade de os usar no seu futuro como professor.

O projecto que teve de desenvolver para a elaboração de um jogo foi feito no grupo com a Céu, o *Copaka*. O jogo estava bastante completo e bem feito, apesar de algumas imprecisões nas fichas de perguntas. O Carlos refere que foi uma experiência interessante

pois permitiu-lhes analisar o programa e reflectir sobre o melhor modo de integrar o que sabiam com o programa e com o objectivo do jogo.

Quando lhe foi pedido que ordenasse por ordem crescente uma lista onde apareciam alguns materiais didácticos, apresentou a seguinte: livro, fichas de trabalho, materiais manipuláveis e calculadoras. Justifica esta escolha porque o livro é o material mais acessível, quer para o professor, quer para o aluno.

A prática pedagógica

A prática pedagógica do Carlos desenvolveu-se no 2º semestre numa turma do 5º ano de escolaridade com 30 alunos, numa escola C+S, numa zona rural a cerca de 15 quilómetros da ESE. Uma escola bem conservada, agradável cujo meio envolvente era predominantemente agrícola. A escola era bastante activa, com várias actividades ao longo do ano, e com um jornal mensal elaborado por alunos e professores. O ambiente da sala de professores era cordial, mas o Carlos nunca se integrou. A turma era formada na sua maioria por alunos de classe social média baixa. Era uma turma muito bem comportada e em relação ao aproveitamento era média, com muito bons alunos e alguns com alguns problemas de aprendizagem.

Planificação. O Carlos também foi um dos alunos cujo tema seleccionado foi “A Divisão” no 5º ano de escolaridade. Como os outros alunos, o Carlos também não ficou muito contente com o tema, contudo nunca o disse abertamente, mas ficou claro nas conversas que se foram tendo ao longo da prática pedagógica.

Contrariamente aos seus colegas, o Carlos diz que não teve grandes dificuldades em planificar. Depois de saber qual era o tema, recolheu vários manuais escolares e começou por analisar como esta unidade era abordada. Reconhece que seguiu mais de perto o que os manuais diziam do que propriamente o programa. Facto que ele fez conscientemente e que não deveria fazer, pois sabe que os manuais não são o programa.

(...) utilizei muitos manuais escolares de diferentes editoras. Eu sei que ao contrário do que deveria ser, tomei mais atenção às directrizes dos livros do que do programa (E5, 25/6/97)

Depois das várias leituras fez a sua opção de acordo com o que os manuais tratavam e tendo em atenção as recomendações que tinha ouvido ao longo da sua formação.

Reconhece que deveria ter olhado mais atentamente para o programa, pois propôs algumas actividades que estavam fora do âmbito do programa do 2º ciclo. Uma foi o Crivo de Eratóstenes para determinar os números primos, que aparecia nos manuais e não no programa. Durante a sua planificação preocupou-se sobretudo em conciliar o rigor científico com actividades que fossem interessantes para realizar na sala de aula, Mais tarde reconhece que a planificação tinha falhas que nem se tinha apercebido, quer a nível de estratégias, quer de linguagem.

A planificação que apresentou tinha boa apresentação, estava completa, mas tinha de facto várias falhas a nível de linguagem e de estratégias. Muitas das propostas que apresentava não eram claras. Houve um cuidado de recorrer à resolução de problemas para a introdução de determinados conteúdos, sobretudo nas primeiras aulas e depois como aplicação dos conceitos. Não propôs utilizar nenhum material para além dos usuais acetatos e fichas de trabalho, que também foram utilizados pelos seus colegas.

O maior receio que o Carlos tinha era da turma ser indisciplinada e não conseguir controlá-la, e consequentemente não conseguir dar aulas.

Instrução. Quando começou a leccionar o Carlos já conhecia os alunos, pois durante as observações tanto ele como o seu colega ajudavam a professora durante as aulas práticas e nos trabalhos de grupo. O Carlos aparentemente não se mostrou nervoso mas calmo.

Ambiente de sala de aula. A sala de aula do Carlos tinha as mesas dispostas em U. Na planificação não previu o trabalho de grupo, apenas o trabalho em pares, pois na sua opinião nestas idades e em 50 min não é muito produtivo. Durante as aulas observadas os alunos trabalharam nos lugares sozinhos ou com o parceiro do lado. A atmosfera era bastante descontraída, com os alunos bem comportados e atentos ao que o professor dizia, aparentemente pareciam gostar do professor. Colocavam questões e respondiam com entusiasmo às questões levantadas pelo professor.

Discurso na sala de aula. O Carlos tinha uma boa presença na sala de aula. As aulas eram dinâmicas, e havia diálogo entre o professor e os alunos. Nas primeiras aulas esse diálogo centrava-se muito em determinados alunos, mas com o decorrer do tempo, segundo as sugestões que lhe foram dadas, foi sendo alargado para todos os alunos. A utilização do quadro pelo jovem professor normalmente é complicada, pois ou escrevem muito pouco ou então escrevem muito, mas com bastante desorganização. O Carlos neste aspecto era

desorganizado também no início, o que tornava por vezes a comunicação com os alunos difícil. Era bastante claro quando propunha as tarefas e sobretudo na exploração das situações problemáticas, que segundo ele refere foram as actividades que mais gostou. Na verdade, através do questionamento com os alunos, onde com perguntas bem formulados conseguiu de um modo geral levar à compreensão e a chegar às conclusões que pretendia. Durante as aulas, como aluno, o Carlos não era um aluno efusivo e até se pode dizer, um pouco introvertido, pois apesar de ser um aluno empenhado, só expunha as suas ideias desde que solicitado. No entanto, neste novo papel como professor, foi uma surpresa a sua actuação. Pois revelou capacidade de comunicação de um modo geral clara e eficaz, que ia de encontro ao desenvolvimento de capacidades de raciocínio nos alunos.

Tarefas propostas. As aulas observadas seguiram normalmente um estrutura que foi basicamente a mesma. Distinguiram-se três momentos da aula. O primeiro era a escrita do sumário da aula, que funcionava como revisão dos assuntos da aula anterior. O segundo era destinado à correcção do trabalho de casa, que era feita pelos alunos no quadro. O terceiro, o desenvolvimento da lição onde o professor iniciava normalmente com uma situação problemática e a partir daqui eram dadas as informações necessárias. No fim havia aplicação dos novos conceitos. Marcava-se trabalho de casa. As tarefas destinadas aos alunos para efectuarem no lugar foram apresentadas através de fichas. O livro foi usado apenas para marcação do trabalho de casa. De um modo geral conseguiu implementar o plano que se propunha no início de cada aula, o que fez com que no final tivesse cumprido a sua planificação no tempo previsto. As aulas assistidas seguiram muito de perto a planificação feita anteriormente, exceptuando uma aula que foi modificada, e que foi sobre a noção de divisores de um número. Vejamos um extracto dessa aula, em que começou pela correcção do trabalho de casa, que demorou cerca de 20 minutos.

“Vamos passar à matéria de hoje que já perdemos muito tempo “

Entrega uma ficha a cada aluno com um problema

“Quem é que quer ler o problema?”

Um aluno oferece-se e lê para a turma

“A Patrícia apanhou 10 rosas no jardim para fazer uns ramos. Quantos ramos pode fazer, com as 10 rosas de modo que cada ramo tenha o mesmo número de rosas e não sobre nenhuma?”

Entretanto coloca questões à turma e os alunos vão respondendo

“Quantas rosas tem a Patrícia?”

“10”

“O que quer fazer a Patrícia?”

“Ramos de rosas”

“E sobram rosas?”

“Não”

“Quem é que dá uma solução para o problema?”

Um aluno responde

“Ela pode fazer 5 ramos com 2 rosas cada um.”

“Porquê? Porque $5 \times 2 = 10$ ”

“O problema só tem esta solução?”

E os alunos vão respondendo

“2 ramos com 5 rosas”

“Porquê?”

“Porque $2 \times 5 = 10$ ” e vai escrevendo no quadro

“10 ramos com 1 rosa”

“Será que esgotamos todas as possibilidades?”

“1 ramo com 10 rosas”

“Será que ainda há mais hipóteses?”

Não há. Estes números que aqui estão (e aponta para o 5, 2, 10 e, 1) em

$5 \times 2 = 10$
$2 \times 5 = 10$
$10 \times 1 = 10$
$1 \times 10 = 10$

Como se chamam?” (não há resposta)

“Estes são números (e aqui engana-se) que divididos por 10 dão quociente inteiro e resto zero.

Reparem para a ficha. Chamam-se divisores de um número”

A partir daqui passam para as notações e registos. Entretanto diz

“10 é divisível por 2. Quer isto dizer que 10 pode dividir-se por 2. O que acontece ao quociente e ao resto? O quociente é inteiro e o resto é zero. E agora é divisível por 3?”

“Não, sobra 1”

Então registem

“10 é divisível por 1,2,5,e 10”.

A aula continua com os alunos a determinarem os divisores de 12. (Notas, 21/4/97)

Esta aula correu globalmente bem, tirando algumas imprecisões de linguagem. Entretanto esqueceu-se de dar resposta ao problema. Esta situação é muito comum com os jovens professores. Começam os trabalhos com um problema, mas entretanto quando chegam ao conceito pretendido esquecem-se donde partiram.

Em todas as aulas assistidas o Carlos “agarrou” de um modo geral bem a turma, podendo nalguns casos ter explorado melhor as ideias e as sugestões dos alunos. Apesar de não haver uma abordagem explícita da resolução de problemas, utilizou situações problemáticas para os alunos, no estudo dos conceitos programáticos. A matemática também não foi encarada como um conjunto de regras fixas. Os alunos participaram na construção dos conceitos propostos nas aulas. Recorreu à calculadora nalgumas aulas como auxiliar do cálculo. Não houve oportunidade de assistir a aulas com materiais manipuláveis.

Reflexão. Durante as reuniões de reflexão sobre as aulas assistidas, o Carlos foi sempre crítico em relação à sua actuação e receptivo em relação às opiniões dos participantes nas reuniões. Reconheceu que normalmente o diálogo que implementou durante as aulas era direccionado para alguns alunos, que eram sempre os mesmos, facto que foi tentando modificar ao longo das aulas. Outro facto que referiu e que ninguém tinha notado, é que numa das aulas em que usou as máquinas se sentiu bastante atrapalhado.

O Carlos, apesar de nas conversas nunca se referir à resolução de problemas como um método de ensino da matemática, a sua prática mostra que tem uma visão dinâmica da matemática onde os problemas desempenham um papel fundamental para o processo de aprendizagem dos alunos.

Antes de dar aulas, um dos medos do Carlos era em relação ao comportamento da turma. No fim reconhece que teve muita sorte pois teve a sensação de conseguir pôr em prática o que quis, a turma correspondeu, pois sentiu que os alunos gostaram dele como professor. Por outro lado temia que os alunos lhe colocassem questões a que não soubesse dar resposta, o que não veio a acontecer, apesar de algumas surgirem sem ele contar. Recorda que quando começou a dar aulas sentiu que o seu sonho se tinha tornado realidade. Gostou muito desta experiência.

Desde muito cedo, sempre sonhei em ser professor e quando comecei a leccionar, o sonho tornou-se realidade, mas penso que vou adorar ainda mais quando estiver nas minhas aulas e deixo de ser observado e avaliado. Um dos meus principais objectivos é ser professor de matemática(E5, 25/6/97)

Sentiu-se bastante à vontade a dar aulas, tirando o facto de estar a ser observado para ser posteriormente avaliado. Para este facto contribui a “pequena” experiência que tinha tido durante a prática pedagógica no 1º ciclo. A sua preocupação foi sobretudo em utilizar uma linguagem clara e simples para que os alunos entendessem o que se pretendia e ao mesmo tempo cativar os alunos e mantê-los atentos e interessados. A parte da aula que mais gostou foi quando trabalhou os problemas.

Olhando para trás refere que teria dado mais atenção aos alunos com dificuldades. Não o fez sistematicamente pois “demoraria mais tempo”. Esta questão do tempo e de cumprir planos está presente em todos os alunos, pois não sabem avaliar quais as prioridades na sala de aula. Neste caso, o Carlos pensa que seria uma perda de tempo. O cumprimento do programa é um dos conflitos que o professor enfrenta. E sobre uma

questão concreta que lhe foi colocada, entre cumprir o programa ou privilegiar metodologias específicas de trabalho, o Carlos refere que optaria pelo cumprimento do programa, pois segundo ele o não cumprimento traria mais problemas aos alunos do que se o não fizesse. Para ele o que é importante são os conteúdos.

Na minha perspectiva, eu optava pelo cumprimento dos programas, mesmo tendo que alterar os métodos de trabalho, uma vez que, o não acabar um programa de matemática pode acarretar graves lacunas no desenvolvimento das estruturas matemáticas de alguns alunos. Para mim os conteúdos têm mais valor, uma vez que nem todas as metodologias de trabalho, dos programas, se adequam à minha maneira de ensinar (E6, 15/7/98)

Também referiu que tem os conhecimentos científicos para leccionar. Não reconheceu falhas a nível de outros conhecimentos (curricular, didáticos).

Podemos concluir da prática pedagógica do Carlos o seguinte. Fez uma prática pedagógica sem problemas, para o que contribuiu em grande parte a turma, como ele próprio referiu. Desenvolveu um ensino da matemática numa perspectiva mista de descoberta e de transmissão dos conhecimentos. Pois, por um lado introduziu os conteúdos através da resolução de problemas, onde o diálogo e o questionamento em algumas situações poderia ter sido melhor. Por outro lado referiu algumas vezes que os alunos não podem descobrir sozinhos se o professor não lhes mostrar passo-a-passo para verem o processo. Das reconstruções que se foram fazendo de acontecimentos e pensamentos é interessante verificar que o Carlos tem uma visão muito otimista e positiva da sua pessoa como futuro professor, pois gostou muito da experiência que foi a PP IV, não sentiu dificuldades de maior e sente-se que está preparado para enfrentar o futuro como profissional. Nunca foi referido, pelo menos abertamente, que ainda poderá aprender a partir da experiência e com os anos.

A formação e a profissão de professor de matemática

O Carlos tem uma opinião bastante favorável em relação ao curso. Na sua opinião o curso de um modo geral não é "muito difícil", apesar de ter tido algumas dificuldades nas disciplinas da formação geral porque não gostava delas. Reconhece que elas podem ser úteis mas apenas como um contributo para o seu desenvolvimento cultural. Critica sobretudo a natureza teórica de algumas disciplinas que eliminaria por razões que têm mais a ver com o modo como foram conduzidas do que propriamente pelo seus conteúdos.

O curso de um modo geral correspondeu às suas expectativas. Para o Carlos a formação que recebeu na ESE contribuiu para a sua formação do ponto de vista teórico, pois tem os conhecimentos suficientes para leccionar no 2º ciclo. A contribuição principal vem das disciplinas da área da matemática

As disciplinas de matemática (específicas e pedagógicas) contribuíram de uma forma clara na estruturação e desenvolvimento das minhas ideias, bem como da minha própria conduta na prática lectiva. Os conhecimentos que adquiri foram muito importantes. Penso que além de importantes foram suficientes, para este nível de ensino. (E6, 15/7/97)

Em particular as disciplinas de MEM ajudaram-no a perspectivar a sua prática para o futuro. Foi muito importante todos os temas que foram tratados pois estão adequados à sua profissão futura, no entanto propunha que houvesse mais uma disciplina dedicado às novas tecnologias, em particular os computadores. E também propunha, se fosse possível, a substituição de algumas disciplinas pelas de História da Matemática e Análise Matemática II. Enquanto que a PP IV contribuiu de uma forma positiva para o seu futuro profissional na medida em que lhe proporcionou contactar com a realidade das sala de aula de hoje, que são diferentes das do seu tempo. Preferiu leccionar no 2º ciclo pois no 1º ciclo o professor tem que se dividir por um conjunto de temas, e a ele interessa-lhe particularmente a matemática. Relativamente à componente da prática pedagógica, pensa que foi insuficiente e que poderia ter mais horas e sobretudo incidir no 2º ciclo. Refere ainda que, nesta disciplina, deveriam aprender na realidade a corrigir testes dos alunos. Tendo leccionado também ciências da natureza, continua a preferir a matemática.

Quanto à actuação da sua professora de MEM de um modo geral gostou, pois durante as aulas permitiu que explorassem diversos materiais de ensino e analisassem diversas situações de ensino. No Anexo T, pode-se ver qual a visão do Carlos sobre as práticas da professora.

Para o Carlos, o ser professor de matemática não é diferente do de outra disciplina, apenas difere nos conteúdos programáticos. No entanto, a sociedade não tem uma imagem muito positiva do professor e só espera que esta venha a ser dignificada para bem da educação.

Quando se falou das características que um professor deve ter para ser um bom professor referiu que deve ser capaz de “transmitir” de uma forma clara e precisa os conteúdos matemáticos; ser bastante comunicativo; além de saber os conteúdos que ensina

saber como os ensinar; e por fim deve ser uma pessoa capaz de reflectir sobre a sua prática. É interessante referir que quando se pediu ao Carlos para se lembrar de um professor que tivesse tido e que não gostasse, uma característica que apontou foi que não dominava os conteúdos que ensinava. No entanto outra característica que tinha mencionado foi a questão do cumprimento do programas que agora não foi mencionado. Talvez não o tenha feito por esquecimento ou talvez por ter leccionado e ver que esse aspecto nem sempre é muito fácil de cumprir.

O Carlos pensa ser um professor que se mantenha actualizado, quanto “aos métodos de ensino e a nível de conhecimentos matemáticos” para conseguir dar resposta às exigências da escola e da sociedade.

Síntese

O Carlos apesar de não ter entrado no curso que inicialmente pretendia, acabou por gostar de frequentar a ESE, e de um modo geral, o curso correspondeu às suas expectativas.

Gostou sobretudo das vivências que teve ao longo da sua vida académica, sobretudo pela oportunidade que teve de contactar com várias maneiras de pensar. Em particular as disciplinas de MEM I, MEM II e PP IV ajudaram-no a perspectivar a sua prática para o futuro e a contactar com a realidade escolar.

Durante o seu percurso teve um bom desempenho e mostrou empenhamento nas tarefas propostas. Tem uma visão bastante optimista e positiva da sua pessoa como professor. Sente que tem os conhecimentos necessários para vir a ensinar, no entanto refere que pretende manter-se actualizado para melhorar a sua actuação como professor.

A Tabela 11 junto resume algumas as características do Carlos em relação aos domínios considerados.

Tabela 11
Algumas das características do Carlos em relação aos domínios considerados

Domínios	Características
Matemática	Visão utilitária e formativa
Ensino/Aprendizagem da Matemática	Misto de descoberta e transmissão de conhecimentos

Resolução de Problemas	Como um processo Devem ser ensinadas estratégias
Materiais Manipuláveis	Como motivação e contribuem para a compreensão de conceitos
Programa de formação	MEM I e MEM II e PP IV disciplinas fundamentais para o seu desenvolvimento profissional
Ser professor de Matemática	Saber matemática Saber como ensinar Saber comunicar
Prática	Ensino centrado no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual A resolução de problemas contexto para desenvolver conceitos matemáticos

A Sara

A Sara tem vinte e um anos e é dos poucos alunos da turma que já é casada e tem uma filha de seis meses, na altura desta recolha de dados. É de estatura média, cabelos claros e curtos, usa óculos; à primeira vista tem um olhar vivo mas ao mesmo tempo um ar reservado e tímido. Veste-se de um modo simples mas sempre de calças e com camisolas largas.

A Sara provém de uma família humilde, em que a mãe e o pai são empregados de comércio numa loja de móveis. As habilitações dos pais são mínimas, o pai tem a 4ª classe e a mãe o 6º ano de escolaridade. Tem uma irmã que estuda no Porto, na Faculdade de Letras, e que por essa altura está no último ano. O marido tem apenas o 6º ano de escolaridade e é marmorista.

É uma leitora assídua de um jornal diário e de um semanário ao domingo. Costuma ver alguma televisão, dando relevância às notícias e a alguns programas recreativos que por essa altura estavam no ar. Nos seus tempos livres, que são poucos, gosta de ouvir música ou então tocar um pouco na sua viola. Quando o tempo disponível é mais alargado gosta de viajar, actividade que ela mais gosta.

A Sara era uma aluna que passava despercebida pois devido ao seu temperamento introvertido era bastante sossegada não se notando grande relacionamento com os colegas.

Assim a sua participação na vida escolar não era notória. Durante as conversas e mesmo durante as aulas que se tiveram, revelou sempre muita dificuldade em expressar o que sentia e o que pensava, dizendo apenas o essencial sobre o que se lhe perguntava.

O Percorso

A Sara sempre estudou perto de casa com um ambiente familiar óptimo. Em frente da sua casa existe um jardim infantil onde ela diz que passou a maior parte do seu tempo quando criança. O tempo foi passando sem grandes preocupações na companhia dos pais e da irmã mais velha, ultrapassando os problemas que foram surgindo. Os pais sempre apoiaram os filhos dentro das suas possibilidades e segundo a Sara vivem demasiado em função dela e da irmã.

A educação dos filhos foi sempre a primeira prioridade dos pais da Sara, incentivando-os desde muito cedo para serem "alguém" no futuro. E isso seria obtido se tirassem um curso superior. Quando a Sara acaba o 12º ano já a irmã estava a estudar na Faculdade de Letras no Porto, no curso que sempre pensou tirar. Com a Sara as coisas não se passaram assim. Quando acaba o 12º ano, fica hesitante se haveria de continuar a estudar ou não, pois tendo uma irmã a estudar fora de casa já era uma sobrecarga muito grande para os pais em termos económicos, quanto mais se ela também fosse. Por outro lado, enquanto a irmã sempre soube o que gostaria de ser desde muito cedo a Sara não. Portanto todo aquele tempo que decorreu até decidir-se foi muito penoso, pois não sabia muito bem o que havia de fazer. Face a este dilema que então estava a passar os pais deram-lhe bastante apoio encorajando-a a continuar a estudar e que pensasse num curso que gostaria de seguir.

Quando acabei o 12º ano estava um pouco indecisa em continuar ou não os estudos, em parte porque a minha irmã já estava a estudar no Porto e economicamente seria mau se também eu fosse estudar para fora, por outro lado também não sentia muita vontade de continuar a estudar pois não sabia o que escolher(...) (Q1, 30/6/96)

Depois de muito pensar decide optar por estudar na Escola Superior de Educação, que até não fica muito longe de casa e assim não sobrecarregar os pais com questões de alojamento e deslocações, e "ficar à espera de descobrir a sua verdadeira vocação".

A Sara revela ser tímida e reservada, mostrando alguma dificuldade em falar de si e em reflectir sobre o seu passado escolar. Segundo ela a sua escolaridade decorreu sem contratempos por isso tem dificuldade em identificar acontecimentos marcantes durante esse percurso. Fica-se com a ideia de que a Sara aceita passiva e calmamente o que lhe vai acontecendo. Foi sempre uma aluna sem problemas de aprendizagem tendo sempre boas classificações em todas as disciplinas. De qualquer modo a entrada no ensino secundário fez com que descesse um pouco de aluna muito boa para uma aluna boa.

A sua relação com a matemática em matéria de aproveitamento foi sempre muito boa. Só começa a estudar matemática "a sério" no 11º e 12º anos, pois até então conseguia ter boas classificações sem muito estudo. Apesar deste panorama a Sara não gostava de matemática.

Ao longo de toda a sua escolaridade não recorda nada de especial em relação ao ensino da matemática, nem tão pouco encontrou professores que fossem muito diferentes uns dos outros a dar aulas. Segundo ela o padrão era sempre o mesmo: exposição de matéria, exercícios de aplicação para resolver e no fim ia alguém ao quadro.

(...) de facto não senti muita diferença de estilo de professor para professor. A regra era sempre a mesma: expor a matéria, dar um exercício para resolver e no fim um aluno ia resolver ao quadro (...) (E3, 30/1/97)

A única diferença que ela encontrou naqueles professores, é que uns usavam fielmente o manual, outros os seus apontamentos e outros guiavam-se "por si próprios". De qualquer modo ela recorda-se de um professor de matemática que teve no 8º ano de que gostou muito e que costumava dizer "a matemática não é difícil, as pessoas é que a tornam difícil". Apesar do método ser idêntico aos dos outros, este professor explicava de tal modo que era mais fácil compreender os conceitos matemáticos que ensinava. Em contrapartida recorda-se de uma professora que teve durante o 12º ano que "detestou" porque não sabia explicar. Detectava-se que a professora não estava à vontade com a matéria que estava a leccionar por isso seguia "à risca" o manual não permitindo intervenções na aula.

A Sara entra na Escola Superior de Educação apenas por ser a escola que estava mais perto de casa. Inscreve-se num curso de professores do ensino básico, como primeira opção, sem muita convicção pois nessa altura ainda não sabia muito bem o que gostaria de

fazer. Só que tem de escolher uma variante e como gosta de ciências opta pela variante de Matemática e Ciências da Natureza.

A Sara nas aulas era bastante diferente dos outros alunos, pois era bastante reservada e pouco faladora. Tendo sido sua professora desde o primeiro ano, notou-se um evoluir na Sara no que diz respeito à sua participação nas aulas. No início, devido ao seu temperamento introvertido, raramente colocava questões e só intervinha nas aulas quando solicitada. Contudo com o avançar do tempo notou-se que se tornou mais comunicativa quer com os colegas quer com os professores, intervindo mesmo sem ser solicitada.

A Sara casa durante o 3º ano do curso e pouco depois nasce uma menina. Com o casamento sai de casa dos pais e passa a morar com o marido e a filha. Este primeiro ano com a filha, sobretudo, vai ser complicado para ela. Pois tem que "esticar" o tempo para fazer os trabalhos escolares e assistir às aulas e ao mesmo tempo tomar conta da filha. Os pais não a podem ajudar muito pois estão empregados todo o dia, por isso não tem com quem deixar a filha. Até arranjar uma solução leva o bebé para a escola e são os empregados que lhe tomam conta da filha durante as aulas. A partir desta altura começa a ver-se uma maior integração da Sara na turma, e cria-se entre os colegas um movimento de solidariedade, onde dentro das suas possibilidades ajudam a Sara, apesar de continuar a ser uma rapariga introvertida e calada. Estes momentos difíceis são ultrapassados e valeu-lhe de muito a sua capacidade cognitiva pois apreendia bem as matérias das várias disciplinas.

A Sara sente-se bem integrada na turma, pois apesar da sua situação ser bastante diferente dos seus colegas, casada com uma filha, nunca se sentiu excluída por esse facto. Por outro lado, conforme refere devido à sua maneira de ser “é difícil alguém ter alguma coisa contra mim”. A opinião que tem sobre a turma a nível de conhecimentos é de que houve uma evolução positiva. Tirando alguns elementos considera que presentemente a turma é bastante homogénea. A nível de relações pessoais reconhece que houve muitos atritos e conflitos iniciais entre alguns elementos, o que considera natural, mas que se foram esbatendo.

A opinião dos professores das várias disciplinas sobre a Sara é que a consideram uma aluna boa em termos científicos com um bom desempenho, acima da média. Contudo apesar de a considerarem uma rapariga inteligente também consideram que é bastante desligada, empenhando-se e interessando-se muito pouco pelas diversas actividades realizadas nas disciplinas e na escola. A Sara acabou o bacharelato com média de quinze

valores, enquanto que nas disciplinas da área de matemática teve média de catorze valores. Acabaria a licenciatura com média de 15 valores.

Contornos de uma Identidade Profissional

Nos pontos seguintes procura-se, em particular, identificar, na Sara, concepções e conhecimentos relacionados com a matemática e a resolução de problemas, tendo em atenção a sua natureza e ensino-aprendizagem. Também será considerada a sua relação com os materiais manipuláveis assim como com a formação e o ser professor de matemática

A matemática

A Sara apesar de ter tido sempre boas notas a matemática, não gostava muito de matemática. Começou a gostar da matemática gradualmente e presentemente gosta de matemática. Sempre teve facilidade em aprender sem estudar muito, tanto que os seus colegas consideram-na “inteligente”. Apesar de ter entrado para este curso pelas ciências, vem a desenvolver uma relação com a matemática que não estava à espera, sobretudo quando é confrontada com problemas bastante diferentes dos que costumava fazer. E é esta a matemática que ela mais gosta e que é, segundo ela, mais interessante. É a parte lúdica da matemática onde se tem que descobrir e chegar a uma solução e que não é mais do que resolver problemas. No entanto, já não gosta da matemática das demonstrações, dos teoremas e dos axiomas. Segundo ela, esta é a parte menos interessante da matemática, em virtude de se estudar aspectos da matemática que já foram descobertos e que já estão verificados, deste modo não há necessidade de mostrar que são verdadeiros. Esta posição é bastante interessante e está de acordo com muitas das posições que os alunos têm em relação à utilidade da demonstração no ensino. Para a Sara é mais interessante provar a validade de um problema comum do que demonstrar um teorema que já o foi feito por matemáticos.

Para a Sara matemática é uma ciência simultaneamente interessante e dinâmica que envolve a resolução de problemas, mas por outro lado é a matemática formal, estruturada com os definições axiomas e teoremas. Neste sentido aprender matemática para a Sara é um processo activo, pois

(...) aprender não consiste num acumular de informações mas sim num processo que envolve raciocínio. Numa construção por parte do aluno (E3, 10/1/97)

Segundo ela memorizar é importante mas não chega, tem de se compreender e esta não é característica apenas da aprendizagem matemática mas de qualquer disciplina.

Para qualquer disciplina é melhor compreender do que memorizar. Porém, certas coisas se não forem memorizadas, cada vez que precisamos de utilizá-las teremos que fazer, novamente os processos de descoberta. Deste modo a memorização pode ser útil, como no caso da tabuada. Em contrapartida por exemplo o calculo mental é uma boa terapia para o desenvolvimento do raciocínio (E3, 10/1/97)

Os adjectivos que utilizou para caracterizar matemática foram, interessante, cativante e também complicada. No entanto, diz abertamente que não consegue definir matemática, mas sabe reconhecer se determinada situação é ou não de matemática.

Na verdade na identificação das situações da tarefa T2 (Anexo 1) para saber se eram ou não de matemática, identificou todas como sendo de matemática. Em relação à A refere que pode dar origem a um problema de matemática, mas não sugere nenhum; a B utiliza cálculos matemáticos, mas não refere de que natureza; a C diz que é um problema que se resolve recorrendo a estratégias de resolução de problemas e a D que envolve noções de estatística.

Como futura professora de matemática a Sara defende que sobretudo nos níveis mais elementares o papel do professor deve ser, mais do que tudo, o de motivar os alunos para a sua aprendizagem e aí o professor deve propor actividades que vão de encontro aos interesses dos alunos de modo a que estes se interessem para aprender. Nesse sentido ela pensa que diversificar os materiais pode ajudar. A par deste objectivo, de desenvolver o gosto pela matemática, considera que outro, prioritário neste nível de ensino, será desenvolver capacidades de raciocinar correctamente. Ela pensa que existe um conjunto de regras que é útil os alunos aprenderem neste nível, sobretudo se o professor os levar a descobri-las. Neste sentido é fundamental o diálogo entre o professor e o aluno. A função do professor na sua perspectiva é o de um “intermediário” entre o saber científico e o saber do aluno, e neste sentido o seu papel é o de ”descodificar” expondo de modo claro as mensagens e o do aluno é apreender essas mensagens e expor as dúvidas.

[Em relação ao papel do professor no ensino-aprendizagem da matemática] Penso que o professor é um intermediário entre o saber científico e o saber do aluno. É como um decodificador que estabelece a aproximação entre a ciência e o universo do aluno. Cabe ao aluno apreender essa mensagem expondo certamente as suas dúvidas. (E6, 15/7/97)

Neste contexto, as actividades desempenham um papel crucial, pois servem para transmitir as mensagens do professor e também para praticar os conteúdos que se pretende que os alunos assimilem.

Para a Sara os conteúdos são importantes assim como diversificar estratégias de modo que os alunos aprendam, apesar de dizer que, se tivesse de optar entre privilegiar o programa ou ir de encontro aos processos de aprendizagem dos alunos, optaria por dar “pouco e bem”. No entanto refere que o melhor seria conseguir encontrar um equilíbrio entre as duas componentes.

(...) o ideal seria conseguir cumprir o programa adoptando as metodologias. Como estes temas são tratados noutros níveis, terão mais anos para falarem de conteúdos que não foram trabalhados nas aulas. Pelo menos fica a certeza de que os que forem trabalhados foram bem trabalhados (E3, 30/1/97)

A Sara considera que presentemente o ensino da matemática no ensino básico ainda é muito tradicional, no sentido de que os alunos continuam a ser “espectadores” na sala de aula com o professor a desempenhar o papel principal.

(...) acho que o aluno ainda continua a ser um espectador, a sua acção ainda é muito passiva. Enquanto que o professor continua a ter o papel mais importante. (E3, 30/1/97)

Podemos concluir que em relação à matemática, a Sara começou a gostar de matemática com o decorrer do curso, e que presentemente gosta bastante, sobretudo da parte mais desafiante que a matemática tem que é resolver problemas. Encara a matemática como algo dinâmico defendendo uma visão construtivista de ensino aprendizagem onde o aluno deve ter um papel activo na construção do seu conhecimento. Para ela a matemática também é vista segundo duas perspectivas: a da aplicabilidade para o dia a dia ou para outras ciências e a formal, que permite desenvolver capacidades superiores de pensamento.

A resolução de problemas

A Sara não se recorda de alguma vez ter utilizado, nem tão pouco de ter ouvido falar em resolução de problemas, no sentido que ouviu quando entrou para a ESE. Apenas se recorda que durante o ensino secundário, principalmente, ter resolvido exercícios e os problemas “no fim da matéria dada”. Ou seja a ideia que tinha sobre os problemas no ensino secundário e básico é que não eram um pretexto para aprender conceitos, num procedimento matemático. Assim como não era vista como um meio privilegiado para desenvolver o pensamento autêntico ou para resolver situações do mundo real e em última análise para aprender matemática. Verificava-se precisamente o contrário: os conteúdos e os procedimentos eram estudados para que se pudessem fazer os exercícios e os problemas no fim do capítulo ou do livro. Estes eram vistos como necessários para consolidar determinados conceitos e procedimentos.

No entanto, quando confrontada com a existência de problemas que apenas requerem conhecimentos muito elementares de matemática e que apesar disso não são resolvidos por quem, em princípio, possui tais conhecimentos a Sara refere que o que é necessário, e muitas vezes mais que os conhecimentos matemáticos, é a capacidade de compreender e raciocinar. Por esta razão defende que mais do que dar conteúdos se devem privilegiar as estratégias ou metodologias de ensino para ir de encontro à compreensão dos alunos.

Quem tiver conhecimentos de matemática ajuda. Mas não chega. O mais importante é pensar, raciocinar sobre as coisas, Por isso é aquilo que eu digo, sobre os conteúdos. Prefiro dar menos, mas que fiquem a perceber. Se não compreendem o que se lhes diz, decoram e esquecem (...) (E6, 15/7/97)

Falar de resolução de problemas é falar de matemática, por isso muitas das ideias que tem sobre uma se reflectem na outra.

Apesar de gostar de resolver problemas e achar que é uma actividade bastante desafiadora não é uma entusiasta ao ponto de os procurar para resolver. Na tarefa (T1), sobre as principais características da resolução de problemas, a Sara refere as que vinha defendendo ao longo das conversas como sendo uma actividade interessante, desafiante e útil.

Podemos agora analisar o desempenho que a Sara teve nas tarefas de resolução de problemas durante as aulas. Como era sua norma, nunca era muito efusiva nas suas

atitudes, dedicando-se a cada uma das suas tarefas do mesmo modo com grande empenho, não se identificando com muita facilidade se gostava mais desta ou daquela tarefa.

Na resolução dos dois primeiros problemas (FR 1 e FR 2) o dos Apertos de Mão e o do Tabuleiro Xadrez resolveu completamente, apresentou um trabalho organizado e recorreu para a sua resolução às estratégias de resolução que foram exploradas durante as aulas. Resolve os dois problemas recorrendo às mesmas estratégias: tabela, desenho, reduzir a um problema mais simples e descoberta do padrão. A Figura 26 mostra a resolução apresentada para o problema do Tabuleiro de Xadrez.

Figura 26. Resolução do problema do Tabuleiro de Xadrez

Nos outros dois problemas a Sara teve igualmente um bom desempenho. Resolveu os problemas recorrendo mais uma vez mais as estratégias de resolução e que foram as mesmas utilizadas nos dois anteriores apenas não recorreu a nenhum desenho. Como também foi referido anteriormente anexado a cada um dos problemas tinham um questionário com algumas questões referentes ao problema acabado de resolver. Em relação ao problema do Monstro das Bolachas, propôs duas questões que estavam bem formuladas, embora uma teria que ser adaptada para o nível dos alunos do 2º ciclo (Anexo Q). Os conceitos matemáticos que considera não vão além dos do ensino básico, apesar de fazer referência que é um problema que pode ser aplicado a partir do 5º ano de escolaridade. Sugere que este problema poderá ser utilizado na sala de aula para explorar o conceito de fracção como operador recorrendo a material concreto, como por exemplo um círculo de papel que representaria a bolacha. Como pré-requisitos sugere adição e subtracção de números fraccionários. Também como nos seus colegas, há uma certa confusão nesta questão, pois parece existir contradição entre o que se pretende explorar com o problema (conceito de número fraccionário) e os pré-requisitos adição e subtracção, o que pressupõe que o conceito de número fraccionário estava adquirido. Em relação ao último problema o do Boato, propõe também duas questões adicionais que estão bem formuladas. Continua a referir como conteúdos relacionados os do nível do 2º ciclo do ensino básico. Sugere que este problema pode ser utilizado a partir do 5º ano de escolaridade como exploração e consolidação do conteúdo em questão, as Potências.

Como pré-requisitos refere o conhecimento das potências e conhecimentos sobre a calculadora para explorar no estudo das potências. É interessante referir que é a única dos quatro, a fazer referência à calculadora, pelo menos de modo explícito.

Podemos concluir da realização das tarefas que a Sara conhece bem as estratégias, sabe utilizá-las e soube organizar a informação de modo a apresentar as resoluções de um modo bastante organizado. Em relação aos conhecimentos podemos inferir, das respostas aos questionários e atendendo a que é uma futura professora, que manifesta conhecimentos matemáticos e curriculares a nível do 2º ciclo ensino básico. Também mostra possuir conhecimentos didáticos ao sugerir a exploração de cada um dos problemas, que está de acordo com os alunos e o programa.

Sendo a resolução de problemas um tema que constantemente entrava nas conversas que íamos tendo, houve necessidade de saber qual o entendimento da Sara sobre a questão: o que é um problema e a resolução de problemas.

A Sara considera um problema como sendo uma situação para qual o indivíduo não tem uma solução nem resolução imediatamente disponíveis e por isso necessita de conjugar a informação e “operações mentais” de modo a encontrar a solução. A resolução aparece como sendo todo o processo que envolve estas situação. Por outro lado refere que a resolução de problemas é uma estratégia que permite mostrar a matemática numa forma mais interessante e ao mesmo tempo estimula o raciocínio do aluno, ou seja como já foi referido atrás, “é uma parte da matemática”.

Como futura professora a Sara vê o ensino que ainda se faz nas escolas muito tradicional. Apesar dos programas referirem que se deve contemplar a resolução de problemas nas aulas de matemática ainda se continua a fazer um ensino muito tradicional onde a preocupação principal do professor é dar apenas os conteúdos, expor as suas ideias e, os alunos ouvem e praticam. Para a Sara a melhor estratégia para ensinar matemática é recorrer aos problemas pois permite por um lado, motivar os alunos e, por outro, aprender de um modo diferente. Refere ainda que é um desafio para os alunos e que pode contribuir para resultados bastante positivos no ensino da matemática. No ensino da matemática, a Sara defende, como já vinha referindo, que deve desenvolver-se a capacidade dos alunos em resolver problemas, pois está-se a contribuir para o desenvolvimento do raciocínio e consequentemente está-se a desenvolver a capacidade dos alunos para resolver problemas.

Desenvolvendo capacidades de resolver problemas desenvolve-se também o raciocínio e consequentemente a aptidão para resolver problemas dentro da matemática e de outra ordem que não de matemática (...). (E3, 30/1/97)

Não é grande adepta do ensino de estratégias aos alunos. Mais do que ensinar estratégias deve-se levar os alunos a explicitarem verbalmente o seu processo de pensamento. Apesar desta posição na resolução dos seus problemas utilizou sempre as estratégias de resolução e considera que foi útil para si como professora ter aprendido a resolver problemas. Como gosta de resolver problemas e se sente confiante a resolvê-los, pensa implementar resolução de problemas nas suas aulas.

Podemos concluir que a Sara gosta de resolver problemas e teve um bom desempenho na resolução dos problemas propostos. Identificaram-se conhecimentos de natureza curricular e didáctica nas tarefas que foram propostas. A resolução de problemas é sobretudo um método de ensino, e faz parte da matemática. Foi importante o seu ensino porque permitiu motivar os alunos e desenvolver o raciocínio que será útil, não só na matemática mas também noutras áreas. Pensa vir a ensinar resolução de problemas pois sente-se preparada para o fazer e porque é importante que, como professora, o faça.

Os materiais manipuláveis

Os materiais que a Sara se lembra de ter usado nas aulas de matemáticas são apenas o manual, algumas fichas de trabalho, o transferidor e a régua. Mas é o manual escolar o único material que esteve sempre presente durante toda a sua escolaridade.

A Sara gostou bastante de trabalhar com os materiais, porque, por um lado, não os conhecia e, por outro, permitiu-lhe explorar situações onde se poderiam utilizar. Servem sobretudo para facilitar a compreensão dos conceitos abstractos que fazem parte da matemática. Para a Sara funcionam como elo de ligação entre as ideias matemáticas e a realidade.

Os materiais são a ligação entre a linguagem, os símbolos, as operações matemáticas e a realidade. Facilitam a compreensão desse mundo tão abstracto que é a matemática. (E5, 25/6/97)

Considera que são de grande utilidade sobretudo no ensino básico porque, além de ser mais divertido permite que os alunos adquiram as bases para se abstrair. A Sara vê nos materiais e nas resolução de problemas duas abordagens da matemática que podem ajudar

os alunos a ultrapassarem muitos dos problemas que têm com a matemática. Este aspecto é a questão principal do ensino da matemática. Como ela refere é difícil ter sucesso em algo de que não gostamos. O que pode acontecer, mas só em casos especiais. Ela também gostou de trabalhar com eles pois permitiu-lhes ver que determinados conceitos se tornavam mais simples com ajuda do material.

Envolvia-se com bastante empenho nas aulas com os materiais. Contudo revelou que não tinha muito jeito para fazê-los com muita perfeição. Gostou particularmente do trabalho de grupo em que teve de desenvolver o jogo com o recurso ao material manipulável. Foi um desafio à sua criatividade. O jogo que desenvolveu foi referente à Estatística e fê-lo com a Fernanda.

Gostei particularmente dos trabalhos de grupo que tivemos de realizar, pois eram um incentivo à nossa imaginação e à aplicação dos nossos conhecimentos científicos. O jogo foi um deles. (E5, 25/6/97)

Nas conversas também referiu em particular o tangram, que já conhecia, mas que nunca tinha pensado que alguma vez tivesse a ver com a matemática, tirando o facto de ser composto por peças que tinham a forma de polígonos conhecidos. Gostou em particular da construção por dobragens e a exploração que se pode fazer com alunos em contínuo diálogo, assim como propostas de situações problemáticas.

Lamenta que haja materiais que seriam bastante interessantes trabalhar nas aulas, mas que as escolas talvez não os tenham. As aulas deram-lhe a possibilidade de construir alguns como alternativa e que a poderão ajudar a ultrapassar esta questão. Nesta perspectiva espera utilizá-los nas suas aulas, e até tem uma certa curiosidade para ver a reacção dos alunos.

A prática pedagógica

A prática pedagógica da Sara decorreu numa escola C+S, na mesma escola e na mesma turma onde decorreu a da Fernanda. Como já foi referido a turma era do 5º ano de escolaridade, não tinha problemas de comportamento e o aproveitamento poderia ser considerado médio baixo.

Planificação. Do mesmo modo que a Fernanda, as primeiras semanas da prática pedagógica foram passadas a contactar com a orientadora e a turma. Apesar de ser a primeira a reger, as planificações foram feitas e entregues no mesmo prazo que as da

Fernanda. As planificações são de responsabilidade individual, mas cada um dos alunos de cada grupo de dois (ou seja por turma) deve conhecer bem a planificação do outro, pois caso a planificação da primeira não seja cumprida, por qualquer motivo e ultrapasse as três semanas, o segundo aluno tem que começar a reger no ponto onde o colega ficou.

Os temas da Sara foram Volumes e Potências. Ficou bastante contente, contrariamente à colega, por ter que leccionar algum tema da geometria pois, conforme referiu, “tenho oportunidade de experimentar os materiais que construímos nas aulas de MEM”. Apesar de gostar do tema não significa que não tivesse algumas dificuldades como o resto dos seus colegas. As dificuldades que identificou como principais foram a selecção de materiais que lhe dessem alguma ajuda no sentido de se orientar para a definição da sua planificação e como consequência desta, que estratégias adoptar. Na sua planificação preocupou-se sobretudo com o rigor científico e em arranjar actividades que fossem diferentes das que apareciam nos manuais. Algumas foram inspiradas nos manuais mas adaptou-as ao seu gosto pessoal e também à turma, da qual já tinha conseguido aperceber as potencialidades e fraquezas. Queria que fossem simples e directamente ao encontro do que pretendia.

A primeira dificuldade com que deparei foi na escolha do material para me guiar, uma vez que os manuais que seleccionei abordavam os temas de modo diferente. Outra dificuldade que senti foi na selecção de estratégias, qual a melhor maneira de expor os variados conteúdos (...). Não tive muita dificuldade na hierarquização dos conteúdos pois os manuais seguiam todos a mesma ordem que era a mesma da dos programas, As estratégias é que foi mais complicado, Nunca dei aulas, e escolher a melhor maneira ou seja idealizar a aula perfeita em que os conteúdos são explorados e conduzidos da melhor maneira utilizando as actividades mais adequadas não é fácil. Para seleccionar o que queria fazer recorri as fontes ao meu dispor e também ao meu bom senso. (E5, 25/6/97)

Como se pode constatar as fontes utilizadas foram as mesmas que as dos seus colegas: programa, vários manuais e também os apontamentos das aulas que a vão ajudar sobretudo para planificar a aula do volume do paralelepípedo rectângulo.

Utilizei principalmente o programa para saber concretamente todos os conteúdos que tinha que abranger e os livros escolares para saber de que modo esses conteúdos eram tratados. Utilizei ainda os apontamentos das aulas de Metodologia II concretamente para as caixas em acetato e para a construção de sólidos recorrendo aos policubos. (E5, 25/6/97)

Gostaria de ter planejado ensino explícito de resolução de problemas mas não teve oportunidade pois com ela refere é complicado num tempo tão curto como são as regências assim como trabalhar com alunos que não estão habituados a fazê-lo.

A planificação da Sara estava incompleta pois estava por pontos e não havia ligação entre esses pontos. Nas diferentes abordagens dos conteúdos houve algumas imprecisões de linguagem. Estruturalmente a planificação estava bastante bem. Prevê a utilização de material manipulável como já foi referido para a determinação do volume do paralelepípedo.

Como os seus colegas, a Sara também manifestou alguns receios que passavam principalmente por não conseguir controlar a turma se esta se tornasse indisciplinada e consequentemente não conseguir leccionar, não dando cumprimento à sua planificação.

Instrução. A primeira aula da Sara que foi observada estava um pouco tensa, o que se traduzia na voz pois mal se ouvia, mas com o decorrer do tempo começa a ficar mais “solta”. Foi possível identificar nas aulas da Sara uma segurança bastante grande, enfrentando as questões dos alunos com bastante à vontade.

Ambiente de sala de aula. A Sara como já foi referido era uma aluna bastante calma, falava pausadamente e sem pressa. Durante as aulas tinha a mesma postura. De vez em quando lá levantava mais um pouco a voz para mandar calar algum aluno mais falador. Conseguiu estabelecer um ambiente bastante descontraído, onde os alunos colocavam bastantes questões.

Contrariamente aos seus colegas recorreu bastantes vezes ao trabalho de grupo. Combinava com os alunos antes da aula começar de modo a que quando entrasse na sala as mesas já estavam dispostas para os trabalhos. Reconhece que este tipo de trabalho é mais cansativo, pois é mais solicitada com os alunos em grupo do que a trabalharem normalmente sozinhos ou com o colega do lado.

Discurso na sala e aula. As aulas observadas da Sara seguiram muito de perto a planificação que tinha feito e que tinha reformulado pontualmente. Da observação da Sara constatou-se que se empenhava bastante na sua tarefa de professora, pois sendo muito “branquinha” no fim da aula tinha sempre umas grandes “rosetas” nas faces. Como foi referido ao longo das conversas ela defendia que o aluno para compreender deve ser estimulado através do diálogo, colocando questões que o levassem a descobrir as respostas. Os conteúdos de geometria apesar de serem interessantes são sempre revestidos de

alguma dificuldade por parte dos alunos. Para o futuro professor também são delicados. De um modo geral saiu-se bem, pois colocava bastantes questões e pedia aos alunos quando iam ao quadro corrigir algum trabalho para explicarem aos colegas como tinham chegado ao resultado ou a resolução que apresentavam. Mostrou sempre grande disponibilidade para responder às questões dos alunos.

Tarefas propostas. A Sara seguiu o esquema tradicional de desenvolvimento da aula onde se podiam identificar três momentos: Recordar o tinha sido tratado na aula anterior, o que era feito por um aluno e que dava origem ao sumário que escrevia no quadro. Seguiu-se a correcção do trabalho de casa, que também era efectuado pelos alunos no quadro. Em seguida havia o desenvolvimento da lição. Nesta parte é que não existia rotina, pois além dos temas terem sido variados, volumes e potências, também diversificava o modo de os abordar ou havia trabalho em grupo, ou aos pares, ou tinha material manipulável, ou um cartaz ou um acetato. Como ela própria referiu os alunos quando entrava na sala perguntavam-lhe o que trazia na saca para a aula.

Todo o material que usei, embora não tivesse sido muito, foi bastante motivador para os alunos e apesar de não ser nada sofisticado era para eles um desafio tentar descobrir o que eu trazia dentro da saquinho e o que eles iriam fazer com o que lá estivesse guardado. (Reflexão, dossier da PP IV)

Quando os alunos trabalhavam em grupo, deixava-se um pouco levar pelas solicitações de alguns elementos dos grupos mais activos, deixando alguns grupos sem a sua supervisão. No entanto, tendo sido feita referência nas reflexões a este facto, rapidamente tentou ultrapassá-lo nas aulas seguintes. Uma aula que correu particularmente bem foi a da determinação do volume do paralelepípedo onde usou caixas de acetato de cinco tamanhos que distribuiu pelos grupos, assim como vários cubinhos para preencher as caixas distribuídas. Os cubinhos, já os tinha utilizado numa das aulas anteriores para explorar o conceito de sólidos equivalentes, deste modo os alunos já conheciam o material. Apresenta-se um excerto dessa aula.

A aula começou pela correcção do trabalho de casa com os alunos já distribuídos em grupos de 3 e 4. Distribuiu a cada grupo o material referido anteriormente.

“Qual é a forma de cada uma dessas caixinhas?”

“Paralelepípedo rectângulo.”

“Reparem que as caixinhas são todas diferentes. O que podemos fazer com esse material?”

“Metê-los dentro e ver quantos cabem.”

“E para quê?”

“Para sabermos o volume”

“Então cada grupo vai preencher as caixas com os cubos e em seguida preenche esta tabela que vou distribuir.”

Entregou de seguida uma ficha onde constava o seguinte quadro

Caixa	c	l	a	total
A				
B				
C				
D				
E				

Nos grupos, os alunos iam enchendo as caixas e tomando notas. Entretanto a Sara ia pelos grupos tirando as dúvidas que lhe iam colocando. Como havia dúvidas no preenchimento do quadro, decidiu explicar a toda a turma.

“No **total** já sabem. É para pôr o número de cubinhos que usaram para encher a caixa. E o **c** o que indica?” E com uma caixa na mão ia indicando

“O comprimento”

“E o **l**?”

“A largura”

“E o **a** ?”

“É a altura.”

Deu mais algum tempo para preencher a tabela e em seguida os alunos foram ao quadro preencher a tabela com os resultados obtidos em cada grupo.

“Agora reparem bem na tabela. Conseguem descobrir qual é a relação dos valores da última coluna com os das outras três?” (e aponta para a coluna do c, l e a)

Caixa	c	l	a	total
A	6	2	4	48
B	6	3	2	36
C	5	5	4	60
D	6	4	2	48
E	7	2	3	42

Uma aluna diz que se multiplicou [para o caso A] 6 por 4 e depois por 2

Outro aluno diz que multiplicou 6 por 2 e depois por 4

E os alunos forma dizendo como fizeram. A Sara concluiu.

“Reparem que em qualquer dos casos calculou-se a área de uma das faces e multiplicou-se pela outra dimensão. Ou seja determinamos a área da base e multiplicamos pela a altura. Então em vez de contarmos os cubinhos basta fazer o quê?”

“Vemos quanto cubinhos cabem no lado do rectângulo na base e depois multiplicamos pelo cubinhos que estão ao alto “responde uma aluna

“Está certo o que a Vânia disse?”

“A partir daqui podemos dizer que para calcular o volume de um paralelepípedo rectângulo qualquer o que se faz? Basta multiplicar a área da base pela altura.

Há entretanto um aluno que diz que se multiplicarmos os três números dá logo. E então a Sara diz que

“podemos então também calcular o volume do paralelepípedo se multiplicarmos as três dimensões do paralelepípedo, que são?”

“comprimento, largura e altura”

“Então registem no caderno [e escreve no quadro]

O volume do paralelepípedo rectângulo é igual ao produto das suas dimensões: $c \times l \times a$ ”

Entretanto toca, e acaba a aula.

Esta proposta de trabalho mostra aquilo que a Sara defendia que sempre que possível se deve levar os alunos à descoberta, para que tivessem uma participação na sua aprendizagem. Nesta aula, houve alguns aspectos que poderiam ter sido melhorados em relação à orientação dos grupos. Por exemplo, um aspecto que se verificou com a Sara, mas que se verifica quase sempre com todos os colegas, é o seguinte. Por norma distribuem os materiais aos alunos, sejam manipuláveis ou sejam apenas um ficha de trabalho, sem explicarem claramente o que pretendem com a tarefa. Só o fazem quando os alunos começam a colocar questões sobre o que se pretende que se faça. Tirando este aspecto, a aula correu muito bem. As aulas seguintes foram dedicadas a fazer alguns problemas relacionadas com volumes e a descobrir a expressão para o cálculo do volume do cubo para a qual os alunos não tiveram dúvidas. Este exemplo, serviu, mais à frente, para introduzir o conceito de potência de um número.

Durante as aulas assistidas não foi utilizado o livro de texto, nem para marcar o trabalho de casa, como normalmente é utilizado. Segundo a Sara não o usava pois tinha umas actividades bastante complicadas e tinha detectado também alguns erros.

As aulas da Sara não utilizaram os chamados problemas “de texto pronto” para introdução dos conteúdos, mas recorreu a situações problemáticas que levaram os alunos à descoberta e que se proporcionavam ao questionamento entre professor e aluno. Utilizou sobretudo no tema da geometria problemas de conteúdo como aplicação dos conceitos trabalhados.

Reflexão. A Sara também foi uma aluna que mostrou grande capacidade de reflexão sobre as suas aulas e que se mostrou receptiva às críticas e sugestões dadas. Tendo evidenciado capacidades de modificar a sua prática de modo a melhorá-la. Manifestou sempre alguma preocupação sobre o tempo que demorava a corrigir o trabalho de casa, pois levava sempre mais tempo do que o que previa.

A Sara foi a aluna que conseguiu exprimir com mais entusiasmo a satisfação que teve na sua experiência como professora, nas aulas de matemática. Pois apesar de ter entrado para o curso pelas ciências, parece que acabou por se identificar melhor com a

matemática . A primeira aula diz que foi bastante complicada sobretudo antes de começar a leccionar, depois diz que se esqueceu do nervosismo e conseguiu ficar bastante à vontade. Só se preocupava em conseguir dar a aula o melhor possível e conseguiu até esquecer que tinha pessoas a assistir.

(...) como já disse senti-me bastante à vontade e completamente absorvida pela aula. Preocupava-me em conseguir que os alunos compreendessem o que eu estava a dizer e em responder às suas dúvidas. Também tinha em atenção o tempo. Que foi talvez o maior problema, pois quando dava por mim já estava a cinco minutos de tocar. Mas sentia-me tão integrada na minha tarefa que, ao contrário do que pensava nem reparava, nem tão pouco me incomodava, a presença dos professores no fundo da sala que me observavam (...). (E5, 25/6/97)

Diz que teve pena de não ter uma turma melhor pois gostaria de ter ido mais longe nas propostas, mas a turma não era muito boa e com alguns (quatro) elementos “fraquinhos” fez com que não pudesse avançar muito. O medo antecipado das possíveis questões que os alunos pudessem colocar e de não estar preparada para lhes responder não correspondeu à realidade pois não teve problemas com nenhuma das questões que lhe colocaram. Na sua opinião, a turma que teve, por ter sido bastante calma, organizada e participativa contribuiu muito para que se sentisse satisfeita com a sua prestação como professora.

Na reflexão que entregou no fim da PP IV a Sara confirma muitas das ideias que se foram identificando ao longo das conversas tidas e onde chega a dizer que contrariamente às suas expectativas a prática pedagógica correu bem e que se sente bastante à vontade para desempenhar o papel de professora.

Ao contrário do que esperava a experiência não foi traumatizante; não gaguejei, tremi menos do que esperava e principalmente não corei, posso até dizer que me senti à vontade. Com o decorrer das aulas a descontração foi aumentando e cheguei mesmo a pensar que talvez fosse mesmo esta a minha vocação (Reflexão, dossier da PP IV)

Podemos concluir da prática pedagógica que a Sara realizou que poderá vir a ser uma boa professora, apesar de nunca ter pensado vir a sê-lo. Tem uma grande à vontade na sala de aula e conseguiu desenvolver um ensino onde privilegiou o desenvolvimento conceptual dos alunos, sempre com a preocupação de que todos os alunos não ficassem com dúvidas. Desenvolveu um ambiente de sala de aula bastante agradável e motivador

para a aprendizagem dos alunos. Evidenciou como seria de esperar algumas dificuldades com questões mais de natureza pedagógica e didáctica do que científica.

A formação e a profissão de professor de matemática

A Sara gostou "mais ou menos" do curso. Atendendo a que ela nunca pensou vir a ser professora não se saiu mal, apesar de referir que não basta ser bom aluno para ser bom professor. Há mais qualquer coisa que é preciso e segundo ela é ter vocação.

(...) fiquei a saber que para seguir este curso não basta ser bom aluno. É preciso também ter vocação, gostar de ser professor. (E3, 30/1/97)

A Sara achou o curso fácil, pois na sua opinião não se exige, globalmente, muito em termos científicos, no entanto é um curso bastante trabalhoso. Este aspecto está mais relacionado com as disciplinas do tronco comum, pois em relação à parte específica já tem outra opinião. Em termos de estudo teve algumas dificuldades sobretudo nas disciplinas específicas pois sempre havia mais que estudar e as matérias eram mais complexas. No entanto em relação às classificações, as piores foram nas disciplinas não específicas.

Apesar de não ser muito crítica em relação ao curso e à escola, tem uma opinião que vai de encontro à dos outros colegas. Algumas disciplinas, da formação geral têm um interesse bastante reduzido como preparação para o futuro profissional. Segundo ela isso deve-se não tanto pelos conteúdos que essas disciplinas abordam, mas mais pelo modo como são dadas, conferindo-lhes menos importância. Por outro lado há outras disciplinas onde se exigem muitos trabalhos que consomem bastante tempo, para no fim se lhes atribuir muita pouca importância.

Se pudesse desenhar o seu próprio currículo, tirava algumas disciplinas do tronco comum e substituiu-as por disciplinas específicas ou então aumentava a carga horária da componente específica da Matemática e das Ciências da Natureza.

Na sua opinião são as disciplinas específicas as que contribuíram decisivamente para a sua formação. As disciplinas específicas de matemática, em particular as disciplinas de metodologia, contribuíram para a sua formação científica e como tal permitiram que durante a sua prática conseguisse responder às diversas situações com que foi confrontada. Foram estas disciplinas que lhe possibilitaram confrontar-se com os vários aspectos ligados ao ensino e aprendizagem da matemática na sala de aula.

(...) as aulas de metodologia contribuíram para a minha formação como professora de matemática uma vez que foi durante as mesmas que eu fui confrontada com a melhor maneira de introduzir determinados conteúdos; quais os materiais que poderia usar para determinadas situações; explorar esses mesmos materiais para diferentes situações (E6, 15/7/97)

Também referiu que gostou da actuação da professora de metodologia pois mostrou-lhe que existem outros modos de ensinar diferentes daqueles com que ela foi ensinada durante a sua escolaridade básica e secundária.

(...) Estas aulas fizeram-me ver que ensinar matemática não é simplesmente transmitir informações como sendo um dado adquirido e verdade absoluta, tal como fizeram comigo, mas sim um processo de descoberta e bem mais interessante. (E6, 15/7/97)

Por outro lado, sendo uma aluna introvertida que corava sempre que lhe dirigiam a palavra, o clima que a professora conseguiu estabelecer entre si e os alunos permitiu que participasse nas aulas “mesmo sem ser solicitada”, pois sentiu-se muito à vontade. No Anexo T pode-se ver qual a visão da Sara sobre as práticas da professora durante as aulas.

As práticas pedagógicas do 1º ciclo e a do 2º ciclo foram as experiências mais significativas que teve na ESE. Em particular a do 1º ciclo, por ter trabalhado com crianças tão pequenas. Na sua opinião foram experiências diferentes pois no 1º ciclo como o tempo foi bastante reduzido não tiveram responsabilidade nenhuma em relação à turma. No 2º ciclo apesar da responsabilidade ter sido repartida, no entanto já esteve tempo suficiente para “sentir” a turma. Contudo, pensa que o ensino no 1º ciclo será mais gratificante, apesar de reconhecer que não se sente tão preparada pedagogicamente para o fazer. Nesta sequência de ideias, faz referência que o curso não deve preparar professores para o 1º ciclo e 2º ciclo. Segundo ela deveria ser dividido, e a preparação para o 2º ciclo ser logo no 1º ano com visitas a escolas desse nível.

Um bom professor de matemática para a Sara deve começar por ter sólida formação científica, pois segundo ela se não a tem está “constantemente em sobressalto nas aulas com medo das perguntas que possam surgir por parte dos alunos”. Depois deve expor de modo claro e simples para que todos os alunos entendam o que se pretende. Por fim deve existir uma relação de abertura entre o professor e o aluno de modo a criar um ambiente onde o aluno se sinta motivado para aprender e para questionar o professor.

Para a Sara o professor de matemática não é diferente do de outra disciplina. No entanto, a sociedade é que vê o professor de matemática de modo diferente, ao considerar a matemática como uma disciplina muito difícil e por isso detestável. Presentemente na sua opinião, a profissão de professor não está dignificada pois por vários motivos pensa-se que qualquer pessoa pode ensinar e para isso basta-lhe saber um pouco mais daquilo que tem de ensinar.

Sente-se um pouco apreensiva sobre a sua futura profissão pois conseguiu aperceber-se que ser professor é uma tarefa com bastante responsabilidade e que apesar de ter os conhecimentos necessários para ensinar, não sabe se serão suficientes para os desafios que o futuro lhe pode propor. Pensa vir a ser uma professora com boa relação com os seus alunos, ter capacidade para os motivar para a aprendizagem da matemática e para lhes mostrar que a matemática pode ser simples e divertida.

Síntese

Podemos concluir do que foi dito que a Sara entrou para a ESE para o curso de professora sem grandes expectativas, esperando que o curso lhe mostrasse o que era ser professora. Nesse sentido parece que conseguiu e até superou as suas expectativas uma vez que, como ela refere, não sabe se acabou por encontrar aqui a sua vocação. No entanto, pensa que esta é uma profissão em que não basta ser “bom “ é preciso gostar do que se faz.

Do mesmo modo que os seus colegas a Sara gostou do curso, em particular das disciplinas de metodologia e prática pedagógica, por estarem vocacionadas para a prática dos professores, e neste sentido propunha mais carga horária, sendo bastante crítica em relação às componentes de educação. Pensa ter os conhecimentos necessários para ensinar, mas não sabe se serão suficientes para os desafios que o futuro lhe pode propor.

Podemos sintetizar, no Tabela 12, algumas das características identificadas na Sara em relação aos domínios considerados.

Tabela 12

Algumas das características da Sara em relação aos domínios considerados

Domínios	Características
----------	-----------------

Matemática	Utilitária e formativa
Ensino/Aprendizagem da Matemática	Activo e centrado no aluno com ênfase na compreensão conceptual
Resolução de Problemas	“quase” um método e ensino
Materiais Manipuláveis	Como motivação e facilitador da aprendizagem
Programa de formação	MEM I e MEM II e PP IV disciplinas fundamentais para o seu desenvolvimento profissional
Ser professor de Matemática	Saber matemática Saber motivar Ser claro Bom relacionamento com os alunos
Prática	Ensino com ênfase na compreensão conceptual e aprendizagem construtivista A resolução de problemas contexto para desenvolver conceitos matemáticos Capacidade de reflexão sobre as suas acções

CAPÍTULO 7

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste capítulo começa-se por apresentar e discutir os principais resultados obtidos ao nível das disciplinas de Metodologia do Ensino da Matemática I e II e, dos alunos. Seguidamente procuram identificar-se possíveis relações entre o programa das disciplinas e os conhecimentos, concepções e práticas dos futuros professores. Por fim apresentam-se reflexões no âmbito da formação inicial de professores e apresenta-se uma reflexão global sobre o trabalho realizado.

O Contexto e o Problema

O presente estudo decorreu numa Escola Superior de Educação, onde durante dois anos, se estudaram quatro alunos de uma turma de futuros professores de matemática do 2º ciclo do ensino básico, tendo em vista identificar possíveis relações entre os programas de duas disciplinas no âmbito da Didáctica da Matemática e os seus conhecimentos concepções e práticas.

Pretendia identificar-se e compreender de que modo os programas de duas disciplinas de Didáctica da Matemática — Metodologia do Ensino da Matemática I (MEM I) e Metodologia do Ensino da Matemática II (MEM II) — se relacionam com o desenvolvimento dos conhecimentos, concepções e práticas de futuros professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico, no contexto de uma turma. Nestas condições, consideraram-se dois níveis de análise: os programas das referidas disciplinas e os conhecimentos, as concepções e as práticas de quatro alunos, futuros professores. Em particular, este estudo explorou as seguintes questões:

(1) Como se podem caracterizar os programas das disciplinas de MEM I e MEM II a partir das percepções sustentadas pelas alunos, futuros professores, e por professores de matemática, formadores de professores e investigadores?

(2) Que conhecimentos e concepções sobre a matemática, a resolução de problemas, os materiais manipuláveis e a profissão de professor de matemática são sustentados pelos futuros professores?

(3) Como se poderão caracterizar as práticas dos alunos, futuros professores?

(4) Que relações se podem estabelecer entre os programas das disciplinas e os conhecimentos, as concepções e práticas dos futuros professores?

Principais Resultados e Discussão

As Disciplinas

As disciplinas de metodologia, MEM I e MEM II, do curso de professores do ensino básico na variante de Matemática e Ciências da Natureza, desenvolveram-se ao longo de 30 semanas distribuídas por dois semestres, com uma carga horária de três e cinco horas por semana, respectivamente. Estas aulas foram leccionadas pela investigadora num contexto onde a resolução de problemas e os materiais manipuláveis desempenham um papel central na organização do ensino da matemática.

As disciplinas estavam organizadas de forma a constituir um espaço privilegiado de reflexão, aprendizagem e desenvolvimento da identidade profissional dos alunos, futuros professores de matemática, com especial incidência para a Matemática do 2º ciclo. Nestas disciplinas pretendeu-se estabelecer um equilíbrio entre os conteúdos e o desenvolvimento de competências, sobretudo através da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis, assim como a aquisição de conceitos básicos, ideias e valores para um completo desenvolvimento do aluno, futuro professor, como profissional competente e responsável. Neste sentido privilegiou-se o desenvolvimento do conhecimento didáctico da matemática por parte dos futuros professores.

Desenvolveu-se, tanto quanto possível, um ambiente de aprendizagem que se pretendeu que estes alunos venham a concretizar, já como professores, nas suas aulas.

Privilegiou-se uma metodologia de trabalho construtivista e reflexiva, baseada na resolução de problemas e no questionamento constante entre professor e aluno.

Todo o desenvolvimento das aulas requereu a participação activa de todos os alunos, através do seu envolvimento nas discussões geradas e na resolução das actividades problemáticas propostas. A organização destas disciplinas foi feita de modo a que as aulas se desenvolvessem, normalmente, com a apresentação e exploração de um tema pela professora e, nalguns casos, pelos alunos. Propuseram-se tarefas variadas para os alunos realizarem, seguidas de discussão, podendo incluir a produção de materiais, apresentações escritas e/ou orais e de vídeos e dramatizações. Privilegiou-se o trabalho em pares por parte dos alunos.

Durante as aulas das disciplinas foram propostas tarefas onde se evidenciava várias mensagens sobre os seguintes domínios da matemática: a natureza da matemática, o currículo, a aprendizagem e o ensino, assim como a resolução de problemas, materiais manipuláveis e ser professor de matemática.

Podemos concluir, a partir das perspectivas do painel de professores e alunos que, globalmente, os programas elaborados parecem revelar potencialidades, apesar de, nalguns pontos, poderem ir mais longe sobretudo no tratamento de questões ligadas com a aprendizagem e com o desenvolvimento de identidade profissional dos futuros professores. Nesse sentido podemos enunciar como principais elementos de caracterização dos programas das disciplinas de MEM I e MEM II os seguintes:

(1) Consistência com as tendências recentes no domínio da Didáctica da Matemática, nomeadamente na articulação das didácticas de temas específicos, como a Geometria, o Número e a Proporcionalidade, com aspectos transversais do ensino da matemática, como são a resolução de problemas e a avaliação. Suscitando a utilização de calculadoras e de materiais manipuláveis e combinando diversas formas de trabalho dos alunos: individual, em pares e em grande grupo.

(2) Consistência com as perspectivas actuais sobre a formação de professores. Os programas estão estruturados de modo a qualificar o futuro professor através de experiências matemáticas relevantes que contribuem, pela sua natureza, para o desenvolvimento de competências profissionais indispensáveis, nomeadamente ao nível da reflexão sobre as práticas. As tarefas propostas nas aulas das disciplinas de MEM I e MEM

II, assim como o ambiente de aprendizagem e o contexto geral existente, contribuem para que os futuros professores desenvolvam práticas semelhantes nas suas próprias aulas.

Os Alunos

Da reconstrução que se fez dos acontecimentos, pensamentos e conhecimentos passados e presentes dos quatro alunos foi possível, no capítulo anterior, fazer a descrição de cada um dos casos. Apresentam-se seguidamente as ideias principais que caracterizam cada um desses alunos em relação aos domínios considerados.

Os quatro alunos entram no curso de formação de professores do 2º ciclo do ensino básico com diferentes percursos, motivações e maneiras de ser. Enquanto que a Fernanda e a Céu entram na ESE para o curso que queriam, a Sara entra por questões práticas e o Carlos como alternativa ao curso que queria. A Sara foi sempre uma aluna muito boa, o Carlos e a Fernanda alunos bons e a Céu uma aluna média (ver Tabela 13)

Tabela 13

Percursos dos quatro alunos

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
Boa aluna	Aluna média	Bom aluno	Muito boa aluna
Curso por vocação (1ª opção)	Curso por vocação (1ª opção)	Curso “por gosto” (2ª opção)	Curso sem vocação (1ª opção)
Comunicativa sem ser expansiva	Extrovertida	Comunicativo sem ser expansivo	Introvertida
Empenhada e interessada	Interessada com possibilidades de ir mais longe	Interessado e responsável	Interessada, mas sem grande entusiasmo

No entanto, os conhecimentos e as concepções, que foi possível identificar, em relação à matemática, à resolução de problemas e aos materiais manipuláveis são sensivelmente as mesmas e traduziram-se em práticas que também não são muito diferenciadas. Do mesmo modo também não existem diferenças significativas em relação às expectativas e às opiniões que têm das disciplinas do curso e da profissão de professor de matemática.

A matemática

Para a Fernanda e para a Sara o gosto pela matemática foi aumentando gradualmente. O Carlos e a Céu gostaram sempre de matemática.

As concepções dos quatro alunos identificam-se mais com a matemática escolar do que com a matemática, situação referida por outros autores (e.g. Thompson, 1992). Os quatro alunos apresentam uma visão dualista da matemática: simultaneamente utilitária, porque tem aplicabilidade em situações concretas do dia-a-dia e, por outro lado, formativa, porque permite desenvolver o raciocínio, não se limitando a um conjunto de regras a memorizar e a praticar. No entanto, a componente utilitária é predominante. Os quatro alunos, mas, em particular, a Fernanda, reconhecem que o trabalho que elaboraram sobre a natureza da matemática contribuiu para reflectirem sobre esta questão. Esta visão dualista em relação à matemática foi encontrada noutros estudos (e.g. Fernandes, 1995; Schoenfeld, 1992; Vale, 1994). Estes alunos ainda consideraram para identificar as principais características da matemática vários adjectivos entre eles: interessante, dinâmica, aplicável, útil, divertida e complicada.

No respeitante ao ensino-aprendizagem da matemática os quatro futuros professores referem que o aluno tem um papel activo na aprendizagem, o professor tem um papel de facilitador e deve promover o desenvolvimento do conhecimento conceptual do aluno. É interessante constatar que tanto a Céu como a Sara referem que aprender matemática exige por parte do aluno esforço e estudo. Pode-se dizer que estes alunos defendem uma aprendizagem activa da matemática e, neste sentido, podemos dizer que têm uma visão construtivista da aprendizagem, dando ênfase à compreensão conceptual. No entanto, o Carlos apresenta uma visão tradicional sobre o ensino, quando refere que o professor é o transmissor da informação e os alunos são os receptores, o que poderá ser uma contradição, quando por outro lado afirma que aprender é um processo activo. A questão da motivação também é referida pelos quatro alunos como um objectivo que o professor deve alcançar nas suas aulas (ver Tabela 14).

Tabela 14

Concepções dos quatro alunos sobre a matemática e o seu ensino-aprendizagem

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
Gosto gradual	Gostou sempre	Gostou sempre	Gosto gradual

Aplicável, divertida e dinâmica	Interessante, dinâmica trabalhosa	Útil e importante	Interessante, cativante complicada
Visão utilitária e formativa	Visão utilitária e formativa	Visão utilitária e formativa	Visão utilitária e formativa

Tabela 14 (cont.)
Concepções dos quatro alunos sobre a matemática e o seu ensino-aprendizagem

Visão quase construtivista da aprendizagem	Visão quase construtivista da aprendizagem	Visão quase construtivista da aprendizagem	Visão construtivista da aprendizagem
Ensino com ênfase na compreensão conceptual	Ensino com ênfase na compreensão conceptual	Ensino com ênfase na compreensão conceptual e transmissão de conhecimentos	Ensino com ênfase na compreensão conceptual

Durante as aulas foram propostas algumas tarefas a estes alunos que estavam mais direccionadas para os conhecimentos dos professores. A tarefa T2 (Anexo 1) pretendia que os alunos reconhecessem se as situações apresentadas eram ou não de matemática. Os resultados obtidos indicam que em relação às situações B, C e D todos concordaram que são de matemática e apresentam as mesmas justificações. A situação A levantou mais dúvidas. A Céu, por exemplo, refere que não é de matemática (ver Tabela 15)

Tabela 15

Argumentos usados pelos quatros alunos na tarefa T2

Situação	Alunos	Sim/Não	Razões
A	Fernanda	S	É de matemática, mas faltam-lhe dados
	Céu	N	É apenas um pensamento
	Carlos	S	Pode ser traduzida através de um gráfico
	Sara	S	Pode dar origem a um problema matemático
B	Fernanda	S	Problema típico de percentagens
	Céu	S	Através de cálculos chega-se à solução
	Carlos	S	Trabalha com números e percentagens
	Sara	S	Utiliza cálculos matemáticos
C	Fernanda	S	Aplica estratégias de resolução de problemas: tabela e dedução lógica
	Céu	S	É um problema que pode ser resolvido por dedução lógica e eliminação
	Carlos	S	É um problema de raciocínio e dedução lógica
	Sara	S	É um problema, utiliza estratégias de resolução de problemas

Tabela 15 (cont.)

Argumentos usados pelos quatros alunos na tarefa T2

D	Fernanda	S	Envolve noções de estatística
	Céu	S	Estão implícitos conhecimentos de estatística

Carlos	S	Existe uma situação por resolver
Sara	S	Envolve noções de estatística

Podemos constatar que os argumentos apresentados são pouco elaborados sem referência, nalguns casos, aos conteúdos que envolvem. As justificações, das respostas sobre se a situação é ou não de matemática, não são muito diferentes das usadas por alunos do ensino básico quando afirmam “uma situação é de matemática porque tem cálculos ou envolve números” ou então “é de matemática porque envolve raciocínio”. Resultados semelhantes foram obtidos por Abrantes (1994) quando trabalhou com alunos do 3º ciclo do ensino básico. Aqueles são argumentos pouco consistentes para quem pretende ser professor de matemática. No entanto, estes resultados parecem ser contraditórios com o que os alunos pensam da matemática, sobretudo quando ressaltam o seu aspecto utilitário quer para resolver problemas dentro da própria matemática quer para resolver problemas do dia-a-dia. A contradição é de realçar pois, perante situações de contexto real, não as reconhecem como sendo de matemática. No entanto a situação C é reconhecida por todos como sendo um problema de processo em que, para ser resolvida, é necessário utilizar estratégias de resolução de problemas que já conhecem.

Durante as aulas de metodologias os alunos tiveram oportunidade de discutir e reflectir sobre vários assuntos de matemática ou relacionados com o seu ensino e a sua aprendizagem. Por outro lado, envolveram-se em diversas actividades problemáticas exclusivamente matemáticas ou do quotidiano, relacionadas com diversos conteúdos matemáticos. Recorda-se ainda que, durante a sua formação tiveram várias disciplinas específicas da área da matemática tais como: Álgebra, Teoria dos Números, Geometria, Probabilidades e Estatística ou Análise Infinitesimal. E ainda várias disciplinas de natureza mais geral tais como Psicologia, Sociologia da Educação ou Teoria do Desenvolvimento Curricular. Contudo, perante situações tão elementares como as que foram propostas, deram respostas e usaram argumentos semelhantes aos que também são utilizados por alunos do ensino básico. Será que se pode concluir que para os futuros professores são de extrema importância as suas referências enquanto alunos de matemática do mesmo nível para o qual pretendem ser professores (e.g. Feiman-Nemser, 1986, 1991; Llinares, 1993; Schön, 1983) assim como a importância dos conhecimentos matemáticos (e.g. Boero et al., 1996; Brown e Borko, 1992; Ferdinand, 1999; Schulman, 1986b)

A resolução de problemas

Em relação à resolução de problemas os quatro alunos são unânimes em reconhecer que os problemas de que se recordam durante os ensinos básico e secundário, quando os resolviam, eram problemas de conteúdo e sobretudo durante o 1º ciclo. Todos gostam de resolver problemas. Nas características apontadas sobre a resolução de problemas podemos destacar: interessante, desafiante e útil (Anexo R).

Os quatro alunos consideram que o ensino da resolução de problemas é importante pois desenvolve o raciocínio dos alunos e é útil. A Céu tem uma visão mais utilitarista da resolução de problemas do que formativa. A Fernanda, o Carlos e a Sara referem que pode ser uma forma de motivar os alunos para o ensino da matemática. Para ensinar resolução de problemas o professor deve, antes de mais, gostar de resolver problemas. É a opinião da Fernanda e do Carlos.

Todos os quatro alunos têm intenção de utilizar a resolução de problemas nas suas aulas, apesar da Fernanda e a Céu manifestarem ainda pouco à vontade para o fazer. A visão da resolução de problemas como “quase” um método de ensino é defendida por todos, excepto pelo Carlos, que tem uma visão da resolução de problemas mais como processo. Com excepção da Sara, todos defendem que se devem ensinar estratégias de resolução de problemas aos alunos. A Sara não parece defender o ensino de nenhum modelo, em particular. O que é importante para ela é pôr os alunos a resolver problemas e, em seguida, pedir-lhes que verbalizem o processo de resolução. A Tabela 16 sintetiza as principais ideias identificadas

Tabela 16
Concepções dos quatro alunos sobre a resolução de problemas

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
Resolvia problemas de conteúdo	Resolvia problemas de conteúdo	Resolvia problemas de conteúdo	Resolvia problemas de conteúdo
Gosta de resolver problemas de processo	Gosta de resolver problemas de processo	Gosta de resolver problemas de processo	Gosta de resolver problemas
Interessante, desafiante e útil	Interessante, desafiante e dinâmica	Interessante, desafiante e útil	Interessante, desafiante e útil
Ensino de estratégias é útil	Ensino de estratégias é útil	Ensino de estratégias é útil	Mais importante comunicar o processo
Visão utilitarista e formativa	Visão mais utilitarista do que formativa	Visão utilitarista e formativa	Visão utilitarista e formativa
“quase” um método de ensino	“quase” um método de ensino	Como um processo	“quase” um método de ensino

Intenções de utilizar resolução de problemas, mas ainda não se sente à vontade	Intenções de utilizar resolução de problemas mas ainda não se sente à vontade	Intenções de utilizar resolução de problemas sente-se à vontade	Intenções de utilizar resolução de problemas sente-se à vontade
--	---	---	---

Em relação ao desempenho nas tarefas propostas sobre resolução de problemas pode concluir-se que os quatro alunos resolveram completamente cada um dos quatro problemas propostos, excepto a Céu que no problema dos Apertos de Mão considerou dezasseis pessoas em vez de quinze. Todos recorreram a estratégias de resolução trabalhadas nas aulas (Tabela U.1. e Tabela U.2., Anexo U). Nos problemas do Monstro e do Boato o Carlos recorreu às progressões geométricas.

As duas últimas tarefas (FR 3 e FR 4), além da resolução dos problemas, do Monstro das Bolachas e do Boato, tinham anexado um questionário onde se pretendiam identificar alguns conhecimentos a nível dos conteúdos e outros de natureza mais curricular e didáctica relacionados com a tarefa que tinham acabado de realizar. Da comparação entre os quatro alunos pode-se concluir que as respostas às cinco questões colocadas são muito idênticas e que de modo geral revelam o seguinte: grande referência ao nível de ensino para o qual estão a ser preparados, tanto nos conteúdos que suscitam como nos anos para os quais pensam ser importantes a aplicação dos dois problemas. Este facto eventualmente pode ser justificado por uma falta de conhecimentos matemáticos, dos programas dos vários níveis de ensino à semelhança dos resultados obtidos na tarefa T2, referidos anteriormente. Só o Carlos vai mais longe quando afirma que estes problemas envolvem conhecimentos de sucessões nomeadamente, de progressões geométricas. Detectam-se falhas a nível de conhecimentos curriculares, nomeadamente na identificação dos pré-requisitos necessários para resolver cada um dos problemas. As questões adicionais que também são pedidas para cada um dos problemas limitam-se a acrescentar uma ou duas questões e são pouco elaboradas e idênticas às formuladas (ver Anexo S).

A partir desta tarefa pode-se inferir que, uma vez que não conseguem identificar outros conceitos, para além dos que são evidentes e que foram referidos, existe uma dificuldade em propor outro tipo de questões que estarão dependentes dos conhecimentos matemáticos. Donde podemos concluir que a preparação matemática é importante para um professor como é referida por vários autores (e.g. Boero et al., 1996; Brown e Borko, 1992; Ferdinand, 1999; Shulman, 1986b). No entanto, estas tarefas mostraram que os alunos conseguiram integrar estes problemas no currículo do ensino básico, dando sugestões

didácticas para a sua utilização na sala de aula. Como já referimos anteriormente, verifica-se que os alunos ainda não dominam claramente os programas pois revelaram dificuldades em identificar os pré-requisitos e os conteúdos exigidos na resolução de alguns problemas.

Os materiais manipuláveis

Nenhum dos quatro alunos conhecia algum dos materiais, antes de entrar na ESE. Todos gostaram de trabalhar com os materiais pois as aulas tornaram-se mais agradáveis e permitiram-lhes mostrar, através de situações problemáticas, como explorar alguns conceitos matemáticos que, devido à sua abstracção ou complexidade, sem os materiais seriam mais dificilmente compreendidos pelos alunos. Todos os alunos parecem estar conscientes das potencialidades e limitações dos materiais. Em particular, a Sara refere que a sua utilização permite valorizar os processos de pensamento dos alunos. A Fernanda sugere que os materiais proporcionam situações problemáticas bastante interessantes. Todos reconhecem que, apesar de serem úteis em todos os níveis, são mais aconselhados para os níveis mais básicos. Todos gostaram de conceber e elaborar um material lúdico para as aulas pela oportunidade que lhes foi dada de aplicar os conhecimentos adquiridos nas aulas. Finalmente, todos manifestaram vontade em trabalhar os materiais nas suas futuras aulas.

De todos os domínios considerados, foi o dos materiais manipuláveis, aquele em que todos os alunos revelaram as mesmas ideias e perspectivas (ver Tabela 17).

Tabela 17

Concepções dos quatro alunos sobre os materiais manipuláveis

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
Gosta de trabalhar com materiais	Gosta de trabalhar com materiais	Gosta de trabalhar com materiais	Gosta de trabalhar com materiais
Permitem motivar e resolver problemas	Permitem visualizar e compreender conceitos	Permitem compreender conceitos abstractos	Permitem motivar, compreender conceitos abstractos
Úteis em todos os níveis, em particular no ensino básico	Úteis em todos os níveis, em particular no ensino básico	Úteis em todos os níveis, em particular no ensino básico	Úteis em todos os níveis, em particular no ensino básico
Intenções de os utilizar	Intenções de os utilizar	Intenções de os utilizar	Intenções de os utilizar

A prática pedagógica

A Prática Pedagógica, PP IV, é uma disciplina do 2º semestre do 4º ano que assume o formato de “estágio”, realizado numa turma de matemática do 2º ciclo de uma escola do ensino básico. Os quatro alunos ficaram distribuídos por duas escolas diferentes, a Fernanda e a Sara na mesma escola e na mesma turma do 5º ano de escolaridade, enquanto que a Céu e o Carlos ficaram na mesma escola mas com diferentes turmas do 5º ano de escolaridade.

As condições de regência de aulas eram, à partida, bastante idênticas. As escolas estavam inseridas em ambientes de características rurais. Todos gostaram da escola e das turmas onde estagiaram que, a nível de comportamento, não eram problemáticas o que facilitou a integração dos futuros professores. A nível de aproveitamento as diferenças entre os alunos das três turmas não eram também significativas.

Em relação à planificação pode dizer-se que todos, excepto o Carlos, referiram ter tido algumas dificuldades na sua elaboração. As razões apontadas para essas dificuldades foram sobretudo em relação às estratégias a utilizar, à distribuição e controlo do tempo de aula. A Fernanda foi a que mais referiu ter dificuldade em calcular o tempo de que os alunos precisariam para executar cada uma das tarefas que lhes pensava propor. De modo geral as planificações estavam razoáveis, excepto a da Céu, apresentando sobretudo incorrecções ao nível da linguagem e falta de clareza no desenvolvimento da aula. A Céu teve que reformular a sua planificação pois estava bastante incompleta ao nível do desenvolvimento da aula. Todos utilizaram os programas e os manuais escolares para elaborar as planificações. A Sara ainda recorreu aos apontamentos das aulas e o Carlos refere que seguiu mais os manuais do que o programa. Como é de prever, todos estavam receosos e ao mesmo tempo ansiosos, antes de iniciarem as regências. Nenhum deles tinha leccionado antes, excepto uma breve incursão pelo 1º ciclo durante a PP III que se resumia normalmente a uma manhã. Um receio comum era o de não serem capazes de se exprimirem de modo a que os alunos os compreendessem. Para a Céu e o Carlos o comportamento dos alunos era outra preocupação, sobretudo para a Céu que várias vezes a referiu ao longo das conversas. Tanto a Céu como a Sara receavam que os 50 minutos de aula não fossem suficientes para cumprirem a planificação feita previamente. A Fernanda e a Céu ainda acrescentaram outra preocupação que era a de não conseguirem dar respostas

às questões formuladas pelos alunos. Ou por ter medo de não saber ou por não entender as suas dificuldades.

Apesar das dúvidas e receios todos começaram a leccionar sem grandes contratemplos. Não foram detectados problemas em relação ao comportamento e as turmas foram, de modo geral, bastante participativas. Neste sentido, a Sara salientou que estas condições contribuíram para que este período fosse bastante agradável. Apenas a Céu, nas primeiras aulas, enfrentou algumas dificuldades que se traduziram numa reacção negativa em relação aos alunos. No entanto, com o passar do tempo, superou essas primeiras dificuldades. Podemos caracterizar a prática de cada um dos professores como sendo do tipo tradicional no sentido que seguem uma rotina diária, onde se identificam de um modo geral três momentos na estrutura da aula, sumário ou síntese dos trabalhos da aula anterior, correcção do trabalho de casa e por fim desenvolvimento da aula. No entanto, o desenvolvimento da aula não tem nada do ensino tradicional, no sentido convencional. Ou seja, todos recorreram a situações problemáticas para introduzir conteúdos e onde o questionamento e o diálogo é constante entre o professor e os alunos, nuns mais conseguido do que noutros. Algumas das questões que foram colocadas é que ainda são pouco elaboradas, no sentido de que muitas respostas são do tipo sim ou não. Podemos caracterizar o ensino de cada uma destes professores como dando ênfase à compreensão de conceitos, via resolução de problemas. Há uma preocupação em utilizar situações problemáticas para a introdução dos conteúdos, tentando levar os alunos à compreensão e à descoberta desses mesmos conteúdos, valorizando as suas ideias e processos de raciocínio. Podemos dizer que desenvolveram uma aprendizagem “quase” construtivista, no sentido de que ainda coexistem muitas das acções dominantes do ensino tradicional (e.g. tipo de questões que colocam, utilização de tarefas individuais com papel e lápis, treino de algoritmos). Ou seja, estes futuros professores utilizaram um estilo de ensino que engloba algumas características de pelo menos dois modelos de ensino, o que segundo alguns autores (e.g. Thompson, 1992; Joyce et al., 1992) parece ser natural. A Sara talvez tenha sido a aluna que mais se aproximou do modelo construtivista. Todos defenderam a motivação como um factor que contribui para aprender matemática onde os manipuláveis ajudariam a desenvolver esse aspecto. No entanto, só a Sara teve oportunidade de os utilizar. Através de material que ela própria construiu, caixas de acetato e cubinhos, levou

os alunos a descobrir a expressão para a determinação do volume de um prisma quadrangular.

Todos manifestaram capacidade de reflexão sobre as suas práticas e capacidade em alterar algumas delas no sentido de a melhorarem. Este aspecto foi mais significativo no caso da Céu pois foi aquela que na prática tinha evidenciado mais problemas.

Na Tabela 18 resumem-se as principais características da prática pedagógica de cada um dos alunos.

Tabela 18

Caracterização da prática pedagógica de cada um dos quatro alunos

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
5º ano	5º ano	5º ano	5º ano
A divisão	A divisão	A divisão	Volumes
Recorreu ao programa e aos manuais	Recorreu ao programa e aos manuais	Recorreu aos manuais e ao programa	Recorreu ao programa, aos manuais e apontamentos
Dificuldades na planificação: sequenciar os temas e controlar o tempo	Dificuldades na planificação: no desenvolvimento da aula	Não teve dificuldades na planificação	Dificuldades na planificação: seleccionar estratégias
Planificação incompleta; erros de linguagem; falta de clareza pontual	Planificação bastante incompleta; erros de linguagem; falta de clareza	Planificação incompleta; erros de linguagem; falta de clareza pontual	Planificação incompleta; erros de linguagem; falta de clareza pontual
Receios de não ser capaz de se exprimir e não saber responder aos alunos	Receios de não conseguir controlar a turma e não ser capaz de se exprimir	Receios de não conseguir controlar a turma e não ser capaz de se exprimir	Receios de não ser capaz de se exprimir

Tabela 18 (cont.)

Caracterização da prática pedagógica de cada um dos quatro alunos

Introdução dos conteúdos através de problemas; questionamento	Introdução dos conteúdos através de problemas; questionamento	Introdução dos conteúdos através de problemas; questionamento	Introdução dos conteúdos através de problemas e materiais manipuláveis; questionamento
Ensino com ênfase na compreensão conceptual, quase construtivista	Ensino com ênfase na compreensão conceptual, quase construtivista	Ensino com ênfase na compreensão conceptual, quase construtivista	Ensino com ênfase na compreensão conceptual, quase construtivista
Capacidade em reflectir sobre as suas acções	Capacidade em reflectir sobre as suas acções	Capacidade em reflectir sobre as suas acções	Capacidade em reflectir sobre as suas acções

A formação e a profissão de professor de matemática

Estes quatro alunos entraram num curso de formação de professores com motivações diferentes, mas com a expectativa da formação lhes proporcionar condições para se tornarem professores qualificados. Em particular, a Sara é a única que não pensava ser professora e, neste sentido, estava à espera que lhe mostrassem o que é ser professora. Todos, de um modo geral, tinham uma opinião favorável em relação ao curso pois tinha ido de encontro às suas expectativas. No entanto, são bastante críticos em relação às disciplinas do tronco comum, às componentes de formação geral e educacional. Não gostaram de algumas disciplinas ou pelo conteúdos que abordaram ou pela forma como foram abordadas. Se tivessem oportunidade propunham mais horas para MEM ou mais disciplinas da área específica, como por exemplo, história da matemática.

Gostaram em particular das disciplinas de MEM e de PP IV pois são as que estão mais relacionadas com a profissão de professor de matemática. Tudo o que aprenderam nestas disciplinas foi útil, no entanto gostariam que fossem abordados todos os temas programáticos do 2º ciclo do ensino básico.

De modo geral, os quatro não acharam o curso difícil. A exigência científica não é muito grande, excepto nas disciplinas específicas, onde a exigência é maior. O que o torna difícil é a grande quantidade de trabalhos que têm que fazer para algumas disciplinas.

Todos pensam que têm os conhecimentos necessários para ensinar e nesse sentido sentem-se preparados para leccionar. No entanto, só a Fernanda e a Céu explicitaram que esperam aprender com a prática. Ou seja, sabem que há determinados conhecimentos que o professor necessita e que só se adquirem com a prática. Em relação aos outros dois alunos, não foi possível detectar a sua opinião.

Como características que um professor de matemática deve ter para ser um bom professor, todos referiram a importância da preparação científica e da relação afectiva com os alunos. É interessante notar que estas são também as características que identificaram quando lhes foi pedido que fizessem um retrato de um bom e mau professor que de algum modo os tivessem marcado antes de entrarem na ESE. A capacidade do professor para motivar os alunos, como uma das características de um bom professor só não é expressa pelo Carlos.

É interessante referir que estes alunos não estão arrependidos do curso que escolheram. Contudo, o Carlos, que inicialmente gostaria de ser professor do ensino

secundário, continua a ter esperanças de poder vir a sê-lo. Este curso deu-lhe mais certezas sobre o que realmente gostaria de fazer: ser professor de matemática, mas do ensino secundário. A Sara que foi a única dos quatro alunos que entrou neste curso por razões que nada tinham a ver com as suas motivações pessoais, no fim da prática pedagógica referiu que esta disciplina “fez com que me sentisse realizada e satisfeita. Até penso se não será na verdade esta a minha vocação (...)” (Sara, E5, 25/6/97).

Em relação à profissão estão expectantes, uma vez que, presentemente, arranjar colocação não é fácil. Por outro lado, pensam que socialmente a matemática é uma disciplina com pouco prestígio onde existe uma taxa de insucesso bastante grande. Neste sentido todos pretendem ser professores que contribuam para o sucesso dos alunos nesta disciplina, em particular a Fernanda e a Céu, referem-no explicitamente.

Podemos concluir que, de modo geral, estes alunos têm uma expectativa em relação ao curso de que este seja sobretudo prescritivo, isto é, esperam que as disciplinas mais específicas de natureza didáctica, em particular as metodologias, lhes forneçam um conjunto de elementos que possam utilizar directamente nas suas aulas. Aspecto que é referido quando todos propõem que deveria haver mais carga horária para as disciplinas de metodologia ou mais disciplinas, na esperança de que todos os temas fossem abordados.

A Tabela 19 resume algumas das principais ideias expressas pelos participantes sobre a formação e a profissão de professor de matemática¹.

Tabela 19

Concepções dos quatro alunos sobre a formação e a profissão

Fernanda	Céu	Carlos	Sara
Gostou do curso	Gostou do curso	Gostou do curso	Gostou do curso
Expectativas: que o curso proporcione condições para se tornar numa professora qualificada	Expectativas: aprender a ser professora	Expectativas : adquirir informação suficiente e útil para ensinar	Expectativas. Não tinha muitas, mas esperava que lhe mostrasse o que é ser professor
Eliminava algumas disciplinas da componente geral e educacional	Eliminava algumas disciplinas da componente geral e educacional	Eliminava algumas disciplinas da componente geral e educacional	Eliminava algumas disciplinas da componente geral e educacional
Propunha uma MEM III	Propunha mais carga horária para MEM I e	Propunha mais disciplinas: História da	Propunha mais disciplinas da

¹ No Anexo V, pode-se ver uma análise comparativa mais exaustiva dos quatro alunos em relação aos domínios considerados.

MEM II	matemática, Análise matemática e computadores	especialidade, matemática e ciências da natureza
--------	---	--

Tabela 19 (cont.)

Concepções dos quatro alunos sobre a formação e a profissão

MEM I, II e PP IV fundamentais para o futuro	MEM I, II e PP IV fundamentais para o futuro	MEM I, II e PP IV as mais importantes do curso	MEM I, II contribuíram para a sua prestação na sala de aula
Características dum professor: boa preparação científica, saber motivar e boa relação com os alunos	Características dum professor: boa preparação científica, saber motivar, “explicador” e boa relação com os alunos	Características dum professor: boa preparação científica, saber ensinar, comunicativo	Características dum professor: boa preparação científica, ser claro, saber motivar, boa relação com os alunos, recorrer a materiais quando possível
Diz ter os conhecimentos necessários para ensinar, espera aprender com a experiência e com a prática	Diz ter os conhecimentos necessários para ensinar, espera aprender com a prática	Diz ter os conhecimentos necessários para ensinar,	Diz que se sente bem preparada cientificamente
Pretende fazer com que a matemática não seja a disciplina das negativas	Pretende contribuir para o sucesso nesta disciplina “de que todos falam tão mal”	Pretende ser um professor actualizado para conseguir dar resposta às exigências da escola e da sociedade	Espera motivar os alunos mostrando que a matemática pode ser divertida e fácil

As Disciplinas e os Conhecimentos, Concepções e Práticas dos Futuros Professores

Ao longo dos pontos anteriores foram referidas algumas das relações que se identificaram entre as disciplinas de MEM I e MEM II e os conhecimentos, concepções e práticas dos quatro alunos. No entanto, podemos agrupar as ideias principais expressas nos seguintes pontos: as disciplinas e os conhecimentos e concepções, e as disciplinas e a prática pedagógica.

As disciplinas e os conhecimentos e concepções

Uma vez que este aspecto já foi largamente referido, bastará acrescentar apenas o seguinte. As disciplinas parecem ter contribuído para desenvolver um conjunto de concepções nos futuros professores que vão de encontro às mais recentes tendências de ensino e aprendizagem da matemática, em particular para a importância da resolução de problemas e dos materiais. O que por parte dos alunos se traduz no desenvolvimento de alguns conhecimentos de natureza didáctica e curricular. No entanto, os conhecimentos matemáticos que possuem parecem limitar-se aos directamente relacionados com os conteúdos do ensino básico, ou pelo menos são aqueles que aparentemente estão disponíveis.

As disciplinas e a prática pedagógica

Até aqui descreveu-se o que foi sentido e vivenciado por cada um dos alunos ao longo dos três domínios considerados: matemática, resolução de problemas e materiais manipuláveis. Analisemos agora comparativamente as experiências de cada um dos alunos quer nas disciplinas de metodologias quer na prática pedagógica, para se detectar se é possível identificar alguma relação entre as disciplinas e as práticas, assim como, factores para a (não) mudança de concepções ou se existem ou não (in)consistências.

Em relação à matemática. Durante as aulas foram passadas várias mensagens, implícitas e explícitas. Em particular, sobre a natureza da matemática, foi tratado explicitamente este tema pelos alunos. Durante as disciplinas apresentou-se a matemática como uma disciplina dinâmica que é muito mais do que regras e factos, onde a resolução de problemas tem um papel fundamental no ensino-aprendizagem. Apelou-se para que os alunos reflectissem sobre o seu trabalho quando comunicavam as suas ideias ou do grupo, o que nem sempre foi possível. Ou porque tinham dificuldade em falar ou porque não conseguiam envolver-se suficientemente nas tarefas propostas. As propostas pretenderam sobretudo o desenvolvimento do conhecimento didáctico; nesse sentido faziam apelo aos conhecimentos já adquiridos quer em matemática quer noutras disciplinas. Apesar de se pretender desenvolver um ambiente de natureza construtivista muitos dos alunos utilizavam esporadicamente, nas suas mensagens, um discurso ainda behaviorista. Por exemplo, o Carlos que refere que um bom professor deve “transmitir” de uma forma clara e precisa os conteúdos matemáticos (e.g. Carlos, E3/30/1/97). O mesmo se passou com a

Céu quando refere também que o professor deve “transmitir de uma forma clara e precisa os conteúdos matemáticos” (e.g. Céu, E5/6/97).

Durante doze anos estes alunos tiveram um ensino marcadamente tradicional e por isso é natural que, quer o discurso quer as acções, não mudem facilmente. De qualquer modo parece ter prevalecido mais o discurso do que as acções, tendo em vista as práticas observadas durante a PP IV. Houve um esforço, da parte de cada um destes alunos, em alterar essa vivência passada, para um ensino mais dinâmico. Contudo, nem sempre o conseguiram, pois pontualmente detectaram-se ainda vestígios de práticas tradicionais.

Um professor propõe tarefas aos seus alunos com base nos conhecimentos e perspectivas sobre a matemática, a sua aprendizagem e ensino e no entendimento que tem sobre o modo como os alunos aprendem. Nesse sentido a prática destes alunos mostrou que têm potencialidades para desenvolverem o currículo de matemática numa perspectiva que não é a tradicional.

Deste modo pode-se concluir que houve uma apropriação das mensagens e práticas existentes e estabelecidas durante as aulas de metodologias. E neste sentido o programa pode ter influenciado quer as concepções quer as práticas dos futuros professores. Poderá ter contribuído para este facto um dos aspectos que Kagan (1992) refere sobre a formação inicial de professores no sentido do conteúdo dos programas de formação dever estar directamente relacionado com as especificidades do ensino para o qual se dirige.

Apesar da vivência profissional destes futuros professores ser reduzida, pois durante a prática pedagógica regeram na turma dum professor, quando confrontados com a questão de terem que optar entre privilegiar os programas ou o desenvolvimento conceptual do aluno através de estratégias de ensino diversificadas não hesitam em referir que a questão do programa tem prioridade. Isto é, tomam uma opção que está de acordo com a opinião de muitos professores experientes. Vários estudos têm mostrado que o programa é um factor que pressiona bastante a vida do professor (e.g. Delgado, 1994; Ponte e Canavarro, 1994; Raymond, 1997; Vale, 1993). Neste sentido a Fernanda e o Carlos já “sentem” o que é ser professor e o que implica ter um programa a cumprir. O mesmo podemos inferir em relação ao trabalho de grupo. Este modo de trabalho com os alunos, apesar do terem defendido como importante não o utilizaram durante as suas regências apontando o tempo como factor impeditivo. Esta situação está de acordo com

relatório da *Matemática 2000* onde este é o modo de trabalho menos utilizado pelos professores. Apenas a Sara utilizou o trabalho de grupo com os seus alunos.

Em relação à resolução de problemas. As mensagens durante as aulas em relação à resolução de problemas foram mais explícitas do que implícitas. Discutiram-se questões relacionadas com terminologia, fez-se ensino explícito de resolução de problemas e propuseram-se resolução de problemas de natureza diversa. Estes quatro alunos, assim como o resto da turma, tiveram um bom desempenho na resolução de problemas. Pode dizer-se que houve uma apropriação do ensino explícito. As estratégias foram usadas por todos na resolução dos problemas de processo, propostos e analisados. Sendo um dos objectivos enunciados nesta disciplina, que estes futuros professores se sentissem à vontade para resolver problemas, parece ter sido atingido. Neste sentido estão os alunos quando referem que o professor tem que gostar e conseqüentemente saber resolver problemas para transpor essa prática para a sua sala de aula. Foi interessante verificar que de um modo geral houve uma evolução sobretudo no que diz respeito a resolução de problemas nos quatro alunos acompanhados. Por exemplo, a Fernanda tornou-se mais organizada no trabalho escrito. Outra perspectiva sobre a resolução de problemas que se adoptou foi a resolução de problemas como contexto. A Céu, por exemplo, foi evoluindo nas suas perspectivas sobre a resolução de problemas na qual o seu objectivo primeiramente era apenas pôr os alunos a resolver problemas para uma perspectiva mais ampla como contexto de aprendizagem.

Aparentemente, a formação parece ter contribuído para tal evolução e apropriação. A prática pedagógica mostrou que estes alunos entenderam a mensagem sobre a resolução de problemas no ensino e aprendizagem da matemática, pois foram capazes de concretizar um ensino através da resolução de problemas. Apesar de sentirem alguma dificuldade em gerir a fase da discussão onde pontualmente poderiam ter ido mais longe. Ou seja, durante as aulas das disciplinas de MEM, pretendeu-se fazer sentir aos alunos a relevância de resolver problemas para aprender matemática e nesse sentido defendeu-se que o ensino de estratégias e a resolução problemas variados e de processo, ajudam um indivíduo a aprender a resolver problemas. No final, o importante é que se resolvam problemas e sobretudo seja utilizada uma metodologia de resolução de problemas para ensinar matemática. Lamentaram não ter oportunidade de fazer um ensino explícito devido, mais

uma vez, ao tempo. Este parece ser um dos dilemas que os professores têm, e estes alunos também, ao tentar conciliar prioridades diversas, têm de adaptar as suas perspectivas pessoais em relação a determinados assuntos com as condições concretas de actuação na sala de aula.

Deste modo, pode-se concluir que parece ter havido uma apropriação das mensagens e práticas existentes e estabelecidas durante as aulas de metodologias. E neste sentido o programa parece ter influenciado quer as concepções quer as práticas dos futuros professores. Pois os quatro professores desenvolveram as suas aulas “via” resolução de problemas. Este facto parece estar de acordo com as recomendações de alguns autores que defendem uma formação dos professores num contexto de resolução de problemas (e.g. Casey e Howson, 1993; Lester, 1997) e, por outro lado, que se deve proporcionar aos futuros professores contextos de aprendizagem idênticos aos que se pretende que venham a desenvolver com os seus alunos (e.g. Biehler, 1994).

Em relação aos materiais manipuláveis. Os alunos gostaram de trabalhar com os materiais e envolveram-se bastante durante as aulas, onde foram propostas actividades variadas que envolveram a utilização ou a construção de materiais. A sedução, se assim se pode dizer, que produziram nos alunos, foi sobretudo em contraposição com o tipo de ensino que tiveram no seu percurso escolar, onde as aulas eram sempre com o mesmo formato e com os recursos tradicionais. Os materiais, conforme referem, proporcionaram momentos mais motivantes.

Durante a prática pedagógica dos quatro alunos não se registou o recurso a nenhum material manipulável a ser utilizado pelos alunos, além de alguns cartões e cartolinas usados pela Fernanda e pela Céu. No entanto, não se pode dizer que tenha havido inconsistência entre o que defenderam e o que fizeram. Elas próprias lamentaram o facto do tema da regência não ter sido outro de modo a permitir-lhes diversificar as estratégias de ensino recorrendo aos materiais. A Sara regeu um tema para o qual normalmente existem várias estratégias onde podem ser utilizadas os materiais manipuláveis e não deixou fugir essa oportunidade, recorrendo a material manipulável que tinha aprendido a construir durante as aulas. Conforme ela refere “pude comprovar na prática o que tinha aprendido nas aulas de MEM” (Sara, E5, 25/6/97).

Podemos concluir que as aulas de metodologia parecem ter contribuído para que os alunos desenvolvessem uma atitude bastante positiva em relação aos materiais manipuláveis, de tal modo que manifestaram vontade em os utilizar nas suas aulas, quando necessário e sempre que possível. Estes alunos não tinham concepções formadas em relação aos materiais nem atitudes negativas, uma vez que os desconheciam. O que poderá estar de acordo com alguns autores que referem que os materiais além de facilitarem a aprendizagem de determinados conceitos também desenvolvem uma atitude positiva em relação à matemática (e.g. Castelnuovo, 1978; Fennema e Franke, 1992).

Síntese

Com base nos resultados obtidos pode dizer-se que, de modo geral, houve uma apropriação da mensagem das aulas das disciplinas de MEM no sentido dos alunos reproduzirem nas suas aulas o modo como aprenderam para ensinar, uma das finalidades da formação inicial (e.g. Biehler, 1994).

Estes resultados não estão de acordo com a posição de alguns autores quando dizem que os futuros professores têm mais tendência para ensinar como foram ensinados do que como foram ensinados a ensinar (e.g. Kaplan, 1991; Fosnot, 1996). Pode dizer-se que estes alunos têm uma visão mais dinâmica do ensino-aprendizagem da matemática do que aquele que lhes foi passado quando foram alunos e, neste sentido, a formação poderá ter contribuído para esse facto, o que vai de encontro à posição de alguns autores de que a formação inicial pode ajudar a mudar algumas das concepções em relação ao ensino da matemática (e.g. Lampert, 1990; Ponte, 1994) sobretudo se aprendem a ensinar num contexto de resolução de problemas (e.g. Casey e Howson, 1993; Boero et al., 1996; Lester, 1997).

Durante a PP IV houve oportunidade de verificar que os alunos tiveram preocupação em reflectir nas acções para melhorar as práticas, preocupação essa que não ficou apenas no plano das intenções, pois todos agiram a partir dessas reflexões mudando as práticas no que deveriam mudar, para as melhorar. Podemos dizer que estes futuros professores indiciam já contornos do conhecimento prático que um professor necessita para ensinar, no sentido de Fenstermacher (1994). Para este autor o conhecimento prático é desenvolvido a partir da participação e da reflexão sobre a acção e a experiência. No entanto, apesar das

sugestões apresentadas durante as reflexões conjuntas, a prática destes alunos poderá caracterizar-se em parte por um processo de intensas aprendizagens, quase sempre de tentativa-erro, marcadas pela lógica de sobrevivência como é referido por vários autores (e.g. Fuller, 1969; Feiman-Nemser, 1990; Ponte et al. 1998e).

Cada um dos alunos parece ter tomado atenção às mensagens que foram de encontro às suas necessidades e expectativas. Deste modo usaram como árbitro essas necessidade e expectativas para seleccionar aquilo que para eles era mais importante. Todos os alunos, por exemplo, afirmaram que durante a sua escolarização nunca tinham tido contacto com a resolução de problemas, tal como foi abordada nas aulas e, nalguns casos, as experiências que tiveram não foram muito positivas. No entanto, como era uma actividade que de algum modo gostaram e com a qual se identificaram, esperavam que as disciplinas lhes fornecessem um conjunto de recursos e “ferramentas” que lhes pudessem ser úteis na sua prática lectiva futura. O mesmo poderá ter acontecido em relação aos materiais manipuláveis.

Este estudo mostrou que existem mais consistências do que inconsistências entre as concepções e as práticas dos futuros professores. Deste modo, os resultados deste estudo não são consistentes com os resultados encontrados em alguns estudos realizados (e.g. Cooney, 1985; Raymond, 1997; Vale, 1993). Um factor, que eventualmente poderá ter contribuído para este facto, terá sido o alinhamento que existiu entre o que os alunos aprenderam durante as disciplinas e o que puderam aplicar na prática pedagógica. Por outro lado poderá ter sido o alinhamento das ideias dos professores cooperantes com as das disciplinas, facto que poderá ter contribuído para minimizar possíveis conflitos de ideias.

Recomendações

A análise e reflexão efectuadas sobre os resultados obtidos suscitam um conjunto de sugestões ou recomendações a três níveis. O primeiro e o segundo incidem, respectivamente, sobre as disciplinas de didáctica da matemática e sobre a formação inicial de professores. O terceiro dá sugestões para investigação futura relacionada com a temática em estudo. Eventualmente as limitações deste estudo, referidas no ponto seguinte, poderão dar sugestões para investigação futura.

As Disciplinas do Âmbito da Didáctica da Matemática

As disciplinas de MEM visavam sobretudo o desenvolvimento do conhecimento didáctico do futuro professor. Ou seja, apesar de existir uma preocupação com as questões gerais sobre a aprendizagem e ensino da matemática houve uma preocupação em particular de trabalhar com os alunos o “processo” de ensino e aprendizagem da matemática. Pretendeu-se, por um lado, ajudar o aluno a desenvolver um conjunto de saberes e técnicas que pudessem aplicar em situações concretas de sala de aula. Por outro lado, ajudar os alunos a desenvolver formas de aprender a ensinar, incentivando-os à reflexão e à autonomia.

No entanto esta última mensagem parece não ter sido apreendida pelos alunos, mas apenas a primeira. Esta conclusão resulta do facto dos alunos terem referido que gostaram das disciplinas de metodologia e para as quais solicitaram mais carga horária, no sentido de poderem ser percorridos todos os temas de ensino o 2º ciclo. Ou seja, serem “prescritas” mais sugestões para as aulas. Apesar deste ser o aspecto mais positivo do curso para os alunos é, no entanto, o aspecto mais negativo que se pode tirar em relação a estas disciplinas. Negativo, porque aparentemente a principal mensagem recebida pelo alunos foi a de um conjunto de “receitas” prontas a utilizar. O objectivo será não cobrir todos os conteúdos, mas induzir práticas e atitudes e concepções que permitam ao aluno, futuro professor, desenvolver com os seus alunos qualquer tipo de programa. Neste sentido as disciplinas deverão ser repensadas de modo a promover de um modo mais eficaz o desenvolvimento da autonomia, do espírito crítico e reflexão dos alunos. Deste modo, todas as disciplinas do curso deverão contribuir para a concretização deste objectivo.

Recomendações. A aprendizagem que ocorre na sala de aula é resultado directo do conteúdo e do resultado das tarefas nas quais os alunos se envolvem. O conteúdo da tarefa refere-se à natureza dos conhecimentos envolvidos, incluindo as suas dificuldades e complexidade, o produto da tarefa é o resultado que os alunos formam para demonstrar o que aprenderam com a tarefa (e.g. Blumenfeld et al., 1987; Ferdinand, 1999). Assim os futuros professores devem envolver-se em tarefas que requeiram conhecimentos matemáticos de acordo com as teorias de aprendizagem e de ensino que estimulem o

pensamento crítico e reflexão pessoais, contribuindo para que sejam desenvolvidas perspectivas do que significa ser professor de matemática. Neste sentido propõe-se:

1. O recurso a tarefas que sejam desenvolvidas em grupo envolvendo projectos, uma vez que estes alunos referiram que gostaram, por exemplo, quer fazer o trabalho sobre a Natureza de Matemática quer, conceber e elaborar jogo, porque lhes permitiu por um lado discutir ideias e por outro mobilizar vários saberes adquiridos .

2. O recurso a vídeos pode permitir dar uma visão holística da acção do professor dando oportunidades ao futuro professor de analisar toda a sua acção (e.g. discurso do professor, do alunos, ambiente da sala de aula, tarefas) e analisar como pode integrar e mobilizar os vários saberes. Se possível proporcionar-lhes visionamento de modelos de ensino de outras culturas (e.g. japonês, chinês), permitindo contrastar diferentes formas de ensinar. Por outro lado permite desafiar concepções que os futuros professores têm sobre o ensino propondo-lhes modelos alternativos e outras ideias sobre o ensino e a aprendizagem. Os vídeos são recomendados também por vários autores (e.g. Lambdin et al., 1997).

A Formação Inicial de Professores de Matemática

Aprender a ensinar é um processo contínuo e que é desenvolvida ao longo da vida. Neste sentido a formação inicial é apenas uma fase de um longo percurso. Por isso deve proporcionar condições para que os futuros professores se tornem autónomos e competentes para aprenderem ao longo da vida.

Recomendação. Uma vez que o modelo de prática pedagógica não corresponde ao clássico estágio em que o aluno tem pelo menos uma turma da qual é responsável deveria existir um ano de indução com acompanhamento permanente da instituição de formação e do delegado de grupo.

Calderhead (1998) defende que o conhecimento teórico que o futuro professor desenvolve durante a sua formação é diferente do conhecimento prático que adquire no terreno. Neste sentido deverão existir momentos que permitam interactuar esses dois tipos

de conhecimento de modo a mostrar ao aluno que apesar de poder dominar vários saberes poderá não ser capaz de os mobilizar em situação concreta na sala de aula.

Recomendação. Neste sentido deverão ser propostos seminários (ou uma disciplina) em paralelo com a prática pedagógica IV, que permitam de um modo mais alargado e sistemático o confronto directo entre a teoria e a prática e que funcionassem como suporte de discussão e reflexão. Este processo interactivo permitiria que os futuros professores reflectissem mais profundamente sobre questões directamente ligadas com as práticas o que não acontece no modelo actual da prática pedagógica onde apenas se reflecte após as aulas. Em relação aos casos em estudo esses momentos foram positivos, mas insuficientes. Com alunos mais problemáticos os resultados seriam certamente diferentes.

A PP IV necessita de professores cooperantes em cujas as turmas os futuros professores regem. Este professores são muito importantes no acompanhamento dos alunos na sua primeira experiência de ensino. Aqueles professores poderão, eventualmente, ser um factor de conflito se os princípios que defendem forem diferentes daqueles que a instituição e a formação defende.

Recomendação. Assim, defende-se que os futuros cooperantes da prática pedagógica estejam alinhados com a formação dada aos futuros alunos. Deste modo parece ser fundamental a existência de cursos de formação contínua, por exemplo, na área da supervisão.

Ao longo de cerca de catorze anos de funcionamento desta escola, quer alunos quer professores têm mostrado descontentamento pelo facto da proliferação de disciplinas no tronco comum. Neste sentido é urgente uma reflexão profunda sobre o plano de estudos em vigor.

Futuras Investigações

Parece ser incontestável o papel que as disciplinas de didáctica da matemática desempenham na formação inicial de um futuro professor de matemática, em particular na contribuição para que estes futuros professores consigam implementar um ensino da matemática que esteja de acordo com as mais recentes tendências sobre o ensino e aprendizagem desta disciplina. Contudo, existem muito poucas referências sobre investigações na formação inicial de professores que tenham estudado o papel que as

disciplinas de didáctica devem desempenhar no desenvolvimento de concepções e conhecimentos dos futuros professores assim como no formato destas disciplinas. Apesar de muitos autores (e.g. Biddle e Anderson, 1986; Brown e Borko, 1992; Cooney, 1994b) referirem que há necessidade de fazer investigação que permita encontrar um modelo de formação, partindo do estudo e da identificação: dos ambientes de aprendizagem das disciplinas; do modo como é que os futuros professores interactivam com as suas expectativas e mudam naqueles ambientes; e dos factores que contribuem para a mudança ou aquisição de determinadas perspectivas sobre ensinar e aprender matemática, ainda há muito pouca informação. A maior parte dos estudos que existem na formação inicial de professores de matemática é essencialmente sobre o estudo de concepções e muito poucos se têm debruçado a analisar os conteúdos e o formato dessa formação. Em particular, sabe-se muito pouco sobre o que realmente se passa nas disciplinas da formação inicial. Deste modo também não se sabe como as disciplinas, em particular as do âmbito da didáctica da matemática, dos cursos de formação inicial influenciam ou podem influenciar quer as concepções quer os conhecimentos que os futuros professores têm, em particular em relação à matemática e ao seu ensino-aprendizagem, nem quais as componentes a privilegiar nessas disciplinas. Outra ideia que poderá ser explorada é estudar diferentes programas de diferentes instituições, fazendo um estudo comparativo com vista a obter resultados do ponto de vista do professor e do aluno. Neste sentido há ainda muito a explorar e a descobrir, e conseqüentemente investigação a fazer.

É, por exemplo, relevante responder a questões tais como: Que componentes da formação inicial incluir numa disciplina de Didáctica da Matemática? Que abordagens parecem favorecer o desenvolvimento de concepções mais consentâneas com os documentos programáticos mais consensuais por parte dos educadores e investigadores? Que tipo de materiais e de diferentes actividades são mais apropriados propor num programa das disciplinas de Didáctica da Matemática? Que relações estabelecer entre as disciplinas de Didáctica e a prática pedagógica? Qual o entendimento das diferentes instituições sobre o papel da didáctica na formação inicial de professores?

Limitações

Esta investigação teria beneficiado de um acompanhamento dos alunos desde o primeiro ano do curso. Apesar da investigadora ter acompanhado estes alunos desde o primeiro ano como professora de várias disciplinas, este acompanhamento não foi objecto de estudo. Um estudo realizado desde o primeiro ano poderia eventualmente ter evidenciado mais profundamente a influência do curso nos alunos, assim como poderia suscitar uma análise comparativa das concepções com que estes alunos chegariam até ao último ano.

Um prolongamento do estudo, mais um ano, ou seja no 1º ano de leccionação destes alunos, permitiria ver o aluno numa prática docente real, uma vez que apesar de tudo a prática pedagógica, no formato actual, não retracta o que se irá passar na realidade, pois durante este altura estão bem “amparados” e sem responsabilidade e preocupações que muitas vezes uma turma acarreta. Neste sentido permitiria analisar até que ponto houve apropriação, ou seja que reconstrução fazem do que aprenderam, o que guardaram das aulas. Por outro lado, seria possível identificar com maior facilidade quais os conhecimentos didácticos, curriculares e pedagógicos e matemáticos que possui o jovem professor, quando tem que tomar decisões na sala de aula individualmente, permitindo também acompanhar o desenvolvimento do conhecimento prático do futuro professor.

As ideias expressas por estes alunos foram obtidas em relação a um conjunto de tarefas e situações. Com outras tarefas e outras situações os dados recolhidos poderiam eventualmente levar a outro tipo de resultados. Neste sentido deveriam ter sido propostas mais tarefas e mais diversificadas onde se pudesse recolher mais elementos sobre os conhecimentos dos futuros professores em relação aos domínios considerados e outros.

Estes alunos manifestaram grande dificuldade em falar abertamente das suas concepções em particular em relação à matemática e à resolução de problemas, a provar o que tem sido observado noutros estudos (e.g. Ponte, 1992; Vale, 1993; Fernandes, 1995).

Alunos mais participativos, expansivos e sobretudo reflexivos proporcionariam uma discussão mais aberta de ideias, contribuindo para uma melhor clarificação das questões do estudo

Os alunos escolhidos para o estudo revelaram características muito idênticas o que se traduziu em situações muito semelhantes o que poderá ser entendido como uma limitação. Outros alunos, com outras características poderiam ajudar a identificar melhor as questões que se pretendiam estudar.

Conclusão Final

Este estudo investigou as relações entre o desenvolvimento dos programas das disciplinas de metodologia do ensino da matemática e os conhecimentos, as concepções e as práticas de quatro futuros professores de matemática em relação à matemática, à resolução de problemas, aos materiais manipuláveis e à prática pedagógica.

Apesar da turma não ter sido objecto directo deste estudo, pode referir-se que, à parte a questão da prática pedagógica para a qual não houve oportunidade de fazer o acompanhamento de todos os alunos, as concepções e os conhecimentos dos alunos da turma em relação aos domínios considerados são consistentes com os observados nestes alunos.

Podemos concluir que a partir dos vários elementos recolhidos com os futuros professores parece ter havido apropriação de muitas das ideias e dos conhecimentos expressos durante as disciplinas. Foram identificados vários factores ao longo do acompanhamento dos futuros professores como sendo potenciais influências do curso. Neste sentido pode dizer-se que as disciplinas de metodologia exerceram, de um modo geral, um impacto positivo, nas concepções, conhecimentos e práticas de futuros professores de matemática do 2º ciclo do ensino básico. A convicção que se tinha de que a resolução de problemas e os materiais manipuláveis são dois elementos que podem ajudar a proporcionar um contexto para o desenvolvimento profissional do futuro professor de matemática, sai reforçada com este trabalho, apesar de alguns aspectos pontuais terem de ser repensados e reformulados.

No final deste estudo pensa-se que se contribuiu para melhorar a compreensão da formação inicial de professores de matemática nas Escolas Superiores de Educação, ficando ainda muito por explorar e muitas questões por responder.

REFERÊNCIAS

A

- Abrantes, P. (1986). *Porque se ensina matemática: perspectivas e concepções de professores e futuros professores*. (Trabalho de prestação de provas públicas, não publicado). Universidade de Lisboa
- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação de alunos com a matemática, a experiência do projecto MAT789*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa:APM.
- Abrantes, P., Leal, L. e Ponte, J. P. (1996). *Investigar para aprender matemática*.Lisboa:APM.
- Abrantes, P., Ponte, J. P., Fonseca, H. e Brunheira, L. (1999). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa:APM.
- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica. Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico*. Lisboa: ME-DEB.
- Afonso, P. J. (1995). *O vídeo como recurso didáctico e desenvolvimento de processos metacognitivos em futuros professores de matemática durante a resolução de problemas*. (Tese de Mestrado, Universidade do Minho). Lisboa: APM.
- Agar, M. (1980). *The professional stranger: an informal introduction to ethnography*. New York: Academic Press.
- Alarcão, I. (1994). A didáctica curricular na formação de professores. Em A. Estrela e J. Ferreira (Eds.), *Desenvolvimento curricular e didáctica das disciplinas*, (pp.723-732). Lisboa: AFIRSE.
- Alarcão, I. (1998). Contribuição da didáctica para a formação de professores – reflexões sobre o seu ensino. Em S. Pimenta (Org.), *Didáctica e formação de professores: percursos e perspectivas no Brasil e em Portugal* (pp. 159-190). São Paulo: Cortez Editora.
- Allison, B., O’Sullivan, T., Owen, A., Nice, J., Rothwell, A. e Saunders, C. (1996). *Research skills for students*. UK: Kogan Page & Montfort University.
- APM (1988). *Renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.
- APM e IIE (1998). *Matemática 2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM e IIE.
- Arends, R. (1995). *Aprender a ensinar*. Alfragide: McGraw-Hill.
- Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. Em A. Sierpiska and J. Kilpatrick (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 27-40). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Artigue, M. e Douady, R. (1986). La didáctique des mathématiques en France, *Revue Française de Pédagogie*, 76, 69-88.
- Assude, T. (1999). Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular. Em M. Pires, C. Mesquita, J. Ponte, H. Fernandes, A. Leitão e L. Serrazina (Orgs), *Caminhos para a investigação em educação matemática em Portugal* (pp. 35-48). Bragança: SPCE.
- Atkinson, P e Hammersley, M. (1994). Ethnography and participant observation. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 248-261) USA: Sage Publications.

B

- Ball, D.(1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 132-144.
- Ball, D.(1991). Research on teaching mathematics. Making subject-matter knowledge part of the equation. *Advances in Research on Teaching*, 2, 1-48.
- Ball, E. (1990). Developing comprehensive assessment of higher order thinking. Em G. Kulm (Ed.), *Higher order thinking mathematics* (pp. 7-20). Washington: AAAS.
- Barba, R. (1990). Problem-solving pointers. *The Science Teacher*, 57 (7), 32-35
- Becker, J. e Pence, B. (1996). Mathematics teacher development: connections to change in teachers' beliefs and practices. Em L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME 20 (pp. 103-118). Valencia: University of Valencia.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. e Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). New York: Macmillan Publishing Company.
- Berliner, D. (1986). In pursuit of the expert pedagogue. *Educational Researcher*, 15(7), 5-13
- Beyer, A. (1993). Assessing students' performance using observations, reflections, and other methods. Em Webb e Coxford (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom* (pp. 111-120). Reston: NCTM.
- Bezuk, N. e Cramer, K. (1989). Teaching about fractions: what, when and how? Em P. Trafton e A. Shulte (Eds), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 156-167). Reston: NCTM.
- Biddle, B. e Anderson, D. (1986). Theory, methods, knowledge and research on teaching. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp. 230-252). New York: Macmillan.
- Biehler, R. (1994). Teacher education and research on teaching. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 55-60). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. (1992). International perspective on research in mathematics education. Em D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 710-723). New York: Macmillan.
- Bishop, A. (1996) *International handbook of mathematics knowledge*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Blum, W. and Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics instruction. Em W. Blum, M. Niss and I. Huntley (Eds.), *Modelling, applications and applied problem solving – teaching mathematics in a real context*. Chichester: Ellis Horwood.
- Blumenfeld, P., Mergendoller, J. e Swartout, D. (1987). Task as heuristic for understanding student learning and motivation. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 135-14.
- Boavida, A. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática: contributo para uma análise educativa das representações pessoais dos professores* (Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa). Lisboa:APM.
- Boero, P e Szendrei, J. (1998). Research and results in mathematics education. Em A. Sierpinska and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity* (pp. 197-211). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boero, P., Dapueto, C. e Parenti, L. (1996). Didactics of mathematics and the professional knowledge of teachers. Em A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e C.

- Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1097-1121). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bogdan, R e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borrvalho, A. (1993). Matemática e resolução de problemas. Em L. Almeida, J. Fernandes e A. P. Mourão (Orgs.), *Ensino-aprendizagem da matemática – recuperação de alunos com baixo desempenho* (pp. 33-42). Braga: Didáxis.
- Borrvalho, A. (1995). O ensino da resolução de problemas por parte de futuros professores: relações com a sua formação inicial. Em A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes e L. Almeida (Orgs.), *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 195-208). Lisboa: APM.
- Borrvalho, A. (1997). O ensino da resolução de problemas de matemática por parte de futuros professores: relações com a sua formação inicial. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borrvalho e I. Vale. (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 129-149). Aveiro: GIRP.
- Borrvalho, A. e Vale, I. (1998). Resolução de problemas: ensino, avaliação e formação de professores. Comunicação apresentada no *IV Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação*, Universidade de Aveiro.
- Boufi, A. (1994). A case study of a teacher's change in teaching maths. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME XVIII* (pp.127-127). Lisboa: PME.
- Branca, N. (1980). Problem solving as goal, process and basic skill. Em S. Krulik e R. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 3-7) Reston: NCTM.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teacher's professional knowledge. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 73-88). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, A. e Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209-242). New York: Macmillan Publishing Company.
- Brown, C. e Baird, J. (1993). Inside the teacher: knowledge, beliefs and attitudes. Em P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom* (pp. 245-258). Reston: NCTM.
- Brown, M., Askew, M., Rhodes, V., Wiliam, D. e Johnson, D. (1997). Effective teachers of numeracy in UK primary schools: teachers' content knowledge and pupils' learning. Em E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 21* (pp. 121-128.). Helsinki: University of Helsinki.
- Brown, M., Fernandes, D., Matos, J. F. e Ponte, J. P. (Org.) (1992). *Educação matemática*. Lisboa: IIE/SPCE.
- Brun, J. (Org.) (1996). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Bruner, J. (1960). *The process of education*. New York: Vintage Books.
- Burkhardt, H. (1981). *The real world and mathematics*. Glasgow:Blackie.
- Burton, I. (1984). *Thinking things through*. Oxford: Basil Blackwell.

Bush, W. (1986). Preservice teachers' sources of decisions in teaching secondary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 21-30

C

- Cabrita, I. (1995). Futuros professores perante problemas envolvendo o conceito de proporcionalidade: processo(s) de resolução e propostas de abordagem didáctica. Em A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes e L. S. Almeida (Orgs.), *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 223-247). Lisboa: APM.
- Cabrita, I. (1997). Resolução de problemas envolvendo o conceito de proporcionalidade: desempenhos e perspectivas didácticas de futuros professores de Matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 71-98). Aveiro: GIRP.
- Calderhead, J. (1998). The development of knowledge students in learning to teach. Em J. Calderhead (Ed.), *Teachers' professional learning* (pp. 51-64). London: Falmer.
- Canavaro, P. (1993). Concepções e práticas de professores de matemática: três estudos de caso. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Carpenter, O., Fennema, E., Peterson, P. e Carey, D. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.
- Carrillo, J. e Guevara, F. (1999). Curricular change starting with problem solving. A research model. Em F. Jaquet (Ed.), *Proceedings of the Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, CIEAEM 50* (pp. 87-90). Neuchâtel: CIEAEM
- Carrillo, J., Climent, N., e Contreras, L. (1999). Teacher's beliefs: starting point for professional development. Em F. Jaquet (Ed.), *Proceedings of the Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, CIEAEM 50*. (pp. 87-90). Neuchâtel: CIEAEM
- Carter, K. (1990). Teacher's knowledge and learning to teach. Em W. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 291-310). New York: Macmillan.
- Casey, M. B. e Howson, P. (1993). Educating preservice students based on a problem-centered approach to teaching, *Journal of Teacher Education*, 44 (5), 361-369.
- Castelnuovo, E. (1978). *Didáctica de la matemática moderna*. México: Editorial Trillas.
- César, M. (1995). Interações entre pares e resolução de tarefas matemáticas. *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 225-240). Lisboa: APM
- César, M. e Torres, M. (1998). Actividades em interacção na sala de aula de matemática. Em G. Cebola e M. A. Pinheiro (Orgs.), *Desenvolvimento curricular em matemática* (pp. 71-88). Portalegre: SPCE.
- Chapman, O. (1998). Metaphor as a tool in facilitating preservice teacher development in mathematical problem solving. Em A. Olivier e K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 22* (pp. 176-183). Stellenbosch, South Africa: PME.
- Chapman, O. (1999). Researching mathematics teacher thinking. Em O. Zashusky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 23* (pp.185-192). Haifa, Israel: PME.
- Charles, R. (1982). An instructional system for mathematical problem solving. *Problem Solving in the Mathematics Classroom*. Alberta: MCATA.

- Charles, R. e Lester, F. (1982). *Teaching problem solving*. Palo Alto. Dale Seymour Publications.
- Charles, R. e Lester, F. (1986). *Mathematical problem solving*. Springhouse: Learning Institute.
- Charles, R., Lester, F. e O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston: NCTM.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didáctica – du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: Le Pensée Sauvage.
- Clandinin, D. J. (1986). *Classroom practice: Teacher images in action*. London: Falmer.
- Clark, C. (1988). Asking the right questions about teacher preparation: contributions of research on teacher thinking. *Educational Researcher*, 17, (3), 5-12.
- Clark, M. e Peterson, P. (1986). Teacher thoughts processes. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp. 255-296). New York: Macmillan.
- Clarke, B., Clarke, D. e Sullivan, P. (1996). The mathematics teacher and curriculum development. Em Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick e Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1207-1234) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cobb, P. (1996). Where is the mind? A coordination of sociocultural and cognitive constructivist perspectives. Em C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: theory, perspectives and practice* (pp. 34-53). New York: Teachers College Press.
- Cobb, P. e Merkel, G. (1989). Thinking strategies: Teaching arithmetic through problem solving. Em P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics*, 1989 Yearbook (pp. 70-81). Reston:NCTM.
- Cobb, P. e Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175-190.
- Cobb, P., Yackel, E. e Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 2, 2-33.
- Cochran, K., DeRuiter, J. e King, R. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(3),263-272.
- Cockcroft, W. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Coll, C. (1987). *Psycologia y curriculum*. Barcelona: Laia.
- Comiti, C. e Ball, D. (1996). Preparing teachers to teach mathematics: a comparative perspective. Em Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick e Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp.1155-1185). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Connelly, F. e Clandinin, D. (1990). Stories of experience and narrative inquiry. *Educational Researcher*, 19 (5),2-14.
- Cooney, T. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (5), 324-336.
- Cooney, T. (1994a). Research and teacher education: in search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 6, 608-636.
- Cooney, T. (1994b). Teacher education as an exercise in adaptation. Em D. Aichele (Ed.), *Professional development of teachers of mathematics*. Reston: NCTM.
- Cooney, T. e Krainer, K. (1996). Inservice mathematics teacher education: the importance of listening. Em A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1155-1185). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Cooney, T., Shealy, B. e Arvold, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (3), 306-333.
- Costa, F. (1985). *An assessment of a mathematics curriculum and of the curricular needs of portuguese teachers* (Tese de Mestrado, Universidade de Boston).
- Crawford, K. e Adler, J. (1996). Teachers as researchers in mathematics education. Em A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1187-1205). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Crowley, M. (1988). The van Hiele model of the development of geometric thought. Em NCTM (Ed.), *Learning and teaching geometry* (pp. 1-16). K-12. Reston: NCTM.

D

- D'Ambrósio, U. (1994a). A pesquisa em educação matemática: da teoria à prática - da prática à teoria. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 94* (pp. 17-23). Lisboa: APM.
- D'Ambrósio, U. (1994b). Avaliação: eliminar ou manter? Ou reconceituar? Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 94*, (pp. 137-141). Lisboa: APM.
- Damásio, A. (1997). *O erro de Descartes*. Lisboa, Don Quixote.
- D'Ambrósio, U. (1998). Matemática de ontem ou de hoje na educação matemática. *Epsilon*, 42, 14(3), 551-560.
- Davis, P. e Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Boston: Birkhauser. [Tradução portuguesa. *A experiência matemática*, Lisboa, Gradiva, 1995]
- DEB (1999). *Matemática competências essenciais*. (Documento de trabalho). Lisboa: ME-DEB.
- Delgado, M. J. (1993). *Os professores de matemática e a resolução de problemas: três estudos de caso* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Delgado, M. J. (1994). Os professores de matemática e a resolução de problemas: três estudos de caso. Em D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 169-179). Lisboa: IIE.
- Denzin, N. (1989). *Interpretative interactionism*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Denzin, N. e Lincoln, Y. (1994). Introduction: entering the field of qualitative research. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp.1-17). USA: Sage Publications.
- Diaz, M^a. V. e Poblete, Á. (1998). Resolver tipos de problemas matemáticos. Una habilidad inhabilitante? *Epsilon*, 42, 14(3), 409-423.
- Dickerson, V. M. (1999). *The impact of problem-posing instruction on the mathematical problem-solving achievement of seventh graders*. (Tese de Doutoramento, não publicada). Emory University, USA.
- Dienes, Z. (1975). *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*. S. Paulo: EPU.
- Doorman, M. e Verhage, H. (1997). Discrete mathematics – why and when? Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 97* (pp. 51- 66). Lisboa: APM.
- Dossey, J. (1992). The nature of mathematics: its role and its influence. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 39-48). New York: Macmillan Publishing Company

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. Em D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

E

- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: a study of practical knowledge*. New York: Nichols.
- Elbaz, F. (1991). Research on teacher's knowledge: the evolution of a discourse. *Journal of Curriculum Studies*, 23 (1), 1-19.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp. 195-302). New York: Macmillan.
- Erlandson, D., Harris, E., Skipper, B. e Allen, S. (1993). *The naturalistic inquiry: A guide to methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15, (10) 13-34.
- Ernest, P. (1991). Problem solving: its assimilations to the teacher's perspective. Em J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies* (pp. 287-300). New York: Springer-Verlag.
- Ernest, P. (1994a). The philosophy of mathematics. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 335-350). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ernest, P. (1994b). The history of mathematics and the learning of mathematics: psychological issues. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, PME XVIII* (pp.176-194). Lisboa, Portugal: Universidade de Lisboa.
- Ernest, P. (1996). Investigações, resolução de problemas e pedagogia. Em P. Abrantes, L. C. Leal e J. P. Ponte (Orgs.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 25-48). Lisboa: APM.
- Ernest, P. (1998a). A postmodern perspective on research in mathematics education. Em A. Sierpinska e J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 71-86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ernest, P. (1998b). Mathematical knowledge and context. Em A. Watson (Ed.), *Situated cognition and the learning of mathematics* (pp. 13-32). Oxford: University of Oxford.
- Even, R., Tirosh, D. e Markovits, Z. (1996). Teacher subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: research and development. Em L. Puig e A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 20* (pp.119-133). Valencia: Universidade de Valencia.

F

- Feimam-Nemser, S. (1990). Teacher preparation: structural and conceptual alternatives. Em W. R. Houston, M. Haberman e J. Sikula (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 212-223). New York: Macmillan.
- Feimam-Nemser, S. e Floden, R. (1986). The cultures of teaching. Em M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 505-526). New York: Macmillan.
- Feimam-Nemser, S. e Parker, M. (1991). Making subject matter part of the conversation in learning to teach. *Journal for Teacher Education*, 41 (3), 32-43.

- Fennema, E. (1972). Manipulatives in the classroom. *The Arithmetic Teacher*, 18 (5), 635-640.
- Fennema, E. (1982). Models and mathematics. Em S. Smith e C. Backman (Eds.), *Teaching made aids for elementary school mathematics*. Reston: NCTM.
- Fennema, E. Carpenter, T. e Peterson, P. (1989). Teacher's decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for curriculum development. Em N. Ellerton e M. Clements (Eds.), *School mathematics: The challenge to change* (pp. 174-187). Australia: Dakin University Press.
- Fennema, E. e Franke, M. (1992). Teacher's knowledge and its impact. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: Macmillan Publishing Company
- Fenstermacher, G. (1986). Philosophy of research on teaching: three aspects. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp. 37-49). New York: Macmillan.
- Fenstermacher, G. (1994). The knower and the known: the nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education*, 20, 3 -56.
- Ferdinand, V. (1999). An elementary mathematics methods course and preservice teacher's beliefs about mathematics and mathematical pedagogy: a case studies. Tese de Doutorado. Ohio University
- Fernandes, D. (1985). Avaliação das necessidades de formação em matemática dos professores do ensino primário. *Actas do ProfMa 85t*, (pp. 167-194). Lisboa: APM.
- Fernandes, D. (1988). *Comparison of the effects of two models of instruction on the problem-solving performance of preservice elementary school teachers and on their awareness of the problem-solving strategies they employ*. (Tese de Doutorado não publicada). College Station: Texas A&M University.
- Fernandes, D. (1989). Aspectos metacognitivos na resolução de problemas. *Educação Matemática*, (8), 3-6.
- Fernandes, D. (1991). Resolução de problemas e avaliação. *Actas do 2º Encontro Nacional de Didácticas e Metodologias de Ensino*. Universidade do Minho.
- Fernandes, D. (1992). Resolução de problemas: investigação, ensino, avaliação e formação de professores. Em M. Brown, D. Fernandes, J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Educação matemática: temas de investigação* (pp. 45-104). Lisboa: IIE.
- Fernandes, D. (1994). Avaliação das aprendizagens: das prioridades de investigação e de formação às práticas na sala de aula. *Revista de Educação*, 8, 15-20.
- Fernandes, D. (1995). Investigação de conhecimentos e pensamentos de futuros professores de matemática a partir das suas biografias: discussão preliminar de quatro casos. Em A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes e L. S. Almeida (Orgs.), *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 181-194). Lisboa: APM.
- Fernandes, D. (1997). Introdução. Em D. Fernandes, F. Lester Jr, A. Borralho e I. Vale (Orgs.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática* (pp. XV-XVIII). Aveiro: GIRP.
- Fernandes, D. et al. (1985). Materiais manipulativos no ensino da matemática. *Actas do ProfMat*, 1 (pp. 40-51).Lisboa
- Fernandes, D. et al. (Org.) (1994). *Resolução de problemas: processos cognitivos concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa: IIE.
- Fernandes, D. e Vale, I. (1994a). Concepções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas de matemática: um estudo longitudinal de dois casos. Em D.

- Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp.145-168). Lisboa: IIE.
- Fernandes, D. e Vale, I. (1994b). Two young teacher's conceptions and practices about problem solving. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME XVIII* (pp. 328-335). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Fernandes, D., Lester F., Borralho A. e Vale. I. (coords) (1997). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas*. Aveiro: GIRP.
- Fernandes, D., Vale, I., Fonseca, L. e Pimentel, T. (1995). *Tales 7 – Livro de texto de matemática para o 7º ano*. Porto: Areal Editores.
- Fernandes, H. (1990). *Efeitos de três métodos de ensino na aprendizagem do conceito de número racional no segundo ciclo do ensino básico*. (Tese de Mestrado, Universidade do Minho). Lisboa:APM.
- Ferry, G. (1983). *Le traject de la formation*. Paris: Dunod.
- Fey, J. (1994). Eclectic approaches to elementarization: cases of curriculum constructions in the United States. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231-246). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231-246). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fonseca, L. (1995). *Três futuros professores perante a resolução de problemas: concepções e processos utilizados* (Tese de Mestrado, Universidade do Minho). Lisboa: APM.
- Fonseca, L. (1997). Processos utilizados na resolução de problemas por futuros professores de Matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale. (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 39-70). Aveiro: GIRP.
- Fonzi, J. (1999). Compreender o que é necessário para apoiar os professores no desenvolvimento de uma pedagogia de inquirição: identificando as suas necessidades de aprendizagem e práticas adequadas de desenvolvimento profissional. Em P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca e L. Brunheira, (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 51-68). Lisboa: APM.
- Fosnot, C. (1996). Constructivism: a psychological theory of learning. Em C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: theory, perspectives and practice* (pp. 205-216). New York: Teachers College Press.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

G

- Gage, N. (1978). *The scientific basis of the art of teaching*. New York: Teachers College Press.
- Gagné, E. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Boston: Little, Brown and Company.
- Gagné, R. (1985). *The conditions of learning*. New York: Holt, Rinehart e Winston.

- Gálvez, G. (1996). A didática da matemática. Em C. Parra e I. Saiz (Orgs.), *Didática da matemática – reflexões psicopedagógicas* (pp. 26-35). Porto Alegre: Artes Médicas.
- García, A. E. e García, V. S. (Eds.) (1992). *Pensamiento de profesores y desarrollo profesional. conocimiento y teorías implícitas*. Sevilla: Universidade de Sevilla.
- Garofalo, J. e Lester, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 163–76.
- Garofalo, J. e Lester, F. (1988). Problem solving and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 163-176.
- Gates, P. (1996). Frames for teaching. Em J. P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina e C. Loureiro (Orgs.), *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* (pp. 7-27). Lisboa: SPCE.
- Gil, J. M. (1995). A matemática e o ensino da matemática. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 33, 41-50.
- Gimeno, J. (1998). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.
- Gjone, G. (1998). Programs for the education of researchers in mathematics education. Em A. Sierpinska and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity* (pp. 117-127). Dordrech: Kluwer Academic Publishers.
- Godiño, J. (1994). Paradigmas, problemas y metodologias en didáctica de la matemática. *Cuadrante*, 2, 9-22.
- Godiño, J. (1998). Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 117-124). Guimarães: APM.
- Godino, J., Alfonso, B., Rodríguez, A. Romero, L. e Vásquez, M. (1991). *Área de conocimiento didáctica de la matemática*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Goetz, J. e LeCompte, M. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. San Diego: Academic Press.
- Goldenberg, E. P. (1999). Quatro funções da Investigação na aula de matemática. Em P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca e L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 35-49). Lisboa: APM.
- Good, T. (1996). Teaching effects and teacher evaluation. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teaching education* (pp. 617-665). New York: Macmillan Publishing Company.
- Graça, M. M. (1995). *Avaliação da resolução de problemas: contributo para o estudo das relações entre as concepções e as práticas pedagógicas dos professores* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Gravemeijer, K. (1994a). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, K. (1994b). Educational development and development research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 5, 443-471.
- Greeno, J. (1989). For the study of mathematics epistemology. Em R. Charles e E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing mathematical problem solving* (pp. 23-319). Reston: Lawrence Erlbaum Associates.
- Grossman, P., Wilson, S. e Schulman, L. (1989). Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching. Em M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher* (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.
- Grouws, D. (Ed.) (1992). *Handbook of research on the teaching and learning mathematics*. New York: Macmillan.

- Guba, E. e Lincoln, I. (1994). Competing paradigms in qualitative research. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). USA: Sage Publications.
- Guimarães, H. (1988). *Ensinar matemática: concepções e práticas*. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa:APM.
- Guimarães, H. (1992). Concepções, práticas e formação de professores. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte (Eds.), *Educação matemática - temas de investigação* (pp. 251-255). Lisboa: SPCE.
- Guimarães, H. (1998). Painel – Qualidade de investigação. Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Orgs.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 275-279). Lisboa: SPCE.
- Guimarães, F. (1998). *O conhecimento profissional do professor de matemática: dois estudos de caso*. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa:APM.
- Guzmán, M. (1986). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor.
- Guzmán, M. (1991). Jogos matemáticos no ensino. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 91* (167-176). Porto: APM
- Guzmán, M. (1993). Tendências inovadoras em educação matemática. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 25, 9-33.
- Guzmán, M. (1999). Intuición y deducción en geometria. Em E. Veloso, H Fonseca, J. P. Ponte e P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 33-42). Lisboa: UL-FCL.
- von Glasersfeld, E. (1996). Introduction: aspects of constructivism. Em C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: theory, perspectives and practice* (pp. 3-7). New York: Teachers College Press.

H

- Haggarty, L. (1995). *New ideas for teacher education*. London: Cassell
- Hargreaves, A. (1994). *Changing teaching, changing times – teacher's work and culture in the postmodern age*. London: Cassell.
- Hargreaves, A. (1998). The emotions of teaching and educacional change. Em A. Hargreaves et al. (Eds.), *International handbook of educational change* (pp. 558-575). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hart, K. et al. (1981) *Children's understanding of mathematics: 11-16*. London: John Murray.
- Hartmann, G. (1935). *Gestalt psychology. A survey of facts and principles*. New York: Ronal Press Company.
- Hiebert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A. e Human. P. (1997). *Making sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, N.H.: Heinemann.
- Hiebert, J. e Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-100). New York: Macmillan Publishing Company.
- Howson, A., Keitel, C. e Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hynes, M. (1986). Manipulatives-selection criteria, *Arithmetic Teacher*, 33 (6), 11-13.

J

- Janesick, V. J. (1994). The dance of qualitative research design. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 209-219). USA: Sage Publications.
- Jorgensen, D. (1989). *Participant observation: a methodology for human studies*. USA: Sage Publications.
- Joyce, B., Weil, M. e Showers, B. (1992). *Models of teaching*. New York: Prentice Hall.
- Joyner, J. (1990). Using manipulatives successfully. *Aritmetic Teacher*, 38 (2) 6-8.

K

- Kagan, D. (1992). Professional growth among preservice and beginning teachers. *Review of Educational Research*, 62, 129-169.
- Kantowski, M. (1974). *Processes involved in mathematical problem solving*. (Tese de Doutorado). Michigan: UMI.
- Kelchtermans, G. (1994). Biographical methods in the study of teachers' professional development. Em G. Handal, I. Carlgren e S. Vaage (Eds.), *Teacher thinking and action in varied contexts*. Londres: The Falmer Press.
- Kenney, P. e Silver, E. (1993). Student self-assessment in mathematics. Em Webb e Coxford (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom*. Reston: NCTM.
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. Em E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* (pp. 1-16). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kilpatrick, J. (1992a). Some issues in the assessment of mathematical problem solving. Em J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds), *Mathematical problem solving and new information technologies*. Berlin: Springer-Verlag.
- Kilpatrick, J. (1992b). A history of research in mathematics education. Em D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3-38). New York: MacMillan Publishing.
- Kilpatrick, J. (1999). Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular em Portugal: 1986-1996. Em M. Pires, C. Mesquita, J. Ponte, H. Fernandes, A. Leitão e L. Serrazina (Orgs), *Caminhos para a investigação em educação matemática em Portugal* (pp. 9-25) Bragança: SPCE.
- Kloosterman, P. e Mau, T. (1997). Is this really mathematics? Challenging beliefs of preservice primary teachers. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale. (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 217-248). Aveiro: GIRP.
- Knowles, J. (1992). Models for understanding pre-service and beginning teachers' biographies: illustrations from case studies. Em I. F. Goodson (Ed.), *Studying teachers' lives* (pp. 99-152). New York: Teachers College Press.
- Koehler, M. S. e Grouws, D. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 115-126). New York: Macmillan.
- Krows, A. (1999). *Preservice teacher' belief systems and attitudes toward mathematics in the context of a progressive elementary teacher preparation program*. (Tese de Doutorado não publicada). Universidade de Oklahoma, USA.
- Krulik, S. e Rudnick, J. (1984). *A sourcebook for teaching problem-solving*. Boston: Allyn e Bacon.

Kuhs, T. e Ball, D. (1986). *Approaches to teaching mathematics: mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. East Lansing: Michigan State University.

L

Lambdin, D. (1989). Connections between psychological learning theories and the elementary mathematics curriculum. Em P. Trafton e A. Shulte, (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 199-211). Reston: NCTM.

Lambdin, D., Duffy, T. e Moore, J. (1997). Expanding preservice teachers' visions of effective mathematics teaching through use of interactive videodisk. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática* (pp. 267-285). Aveiro: GIRP.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27 (1), 29-64.

Lampert, M. e Clark, C. (1990). Expert knowledge and expert thinking in teaching: a response to Floden and Linzing. *Educational Researcher*, 19 (5), 21-23.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.

LeBlanc, J., Proudfit, L. e Putt, I. (1980). Teaching problem solving in the elementary school. Em S. Krulik e R. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 104-116). Reston: NCTM.

Lee, O. e Yarger, S. (1996). Modes of inquiry in research on teacher education. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 14-37). New York: Macmillan Publishing Company.

Leinhardt, G. (1986, Abril). *Mathematics lessons: a contrast of novices and expert competence*. Comunicação apresentada no encontro anual de American Educational Research Association, San Francisco

Leinhardt, G. (1988). Situated knowledge and expertise in teaching. Em J. Calderhead (Ed.), *Teachers' professional learning* (pp. 146-168). Londres: Falmer.

Leinhardt, G. (1990). Capturing craft knowledge in teaching. *Educational Researcher*, 19 (2), 18-25.

Leinhardt, G. e Greeno, J. (1986). The cognitive skills of teaching. *Journal of Educational Psychology*, 2. 75-95

Leinhardt, R., Putman, R., Stein, M. e Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. *Advances in research on teaching*, 2. 87-113.

Leitão, A. e Fernandes, H. (1997). Trabalho de grupo e aprendizagem cooperativa na resolução de problemas por futuros professores de matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale. (Coords). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 99-128). Aveiro: GIRP.

Leitão, A., Fernandes, H. e Cabrita, I. (1994). Variáveis de tarefa na resolução de problemas. Em D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 93-144). Lisboa: IIE.

Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: a challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 2, 133-150.

Lerman, S. (1998). A moment in the zoom of a lens: towards a discursive psychology of mathematics teaching and learning. Em A. Olivier e K. Newstead (Eds.),

- Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PME 22* (pp. 66-81). Stellenbosch, South Africa: PME.
- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: considerations for identification, diagnosis and remediation. Em R. Lesh, D. Mierkiewicz e M. G. Kantowski (Eds.) *Applied Mathematical Problem Solving* (pp. 99-129). Columbus: Eric/Smear.
- Lester, F. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. Em R. Lesh e M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 105-131). New York: Academic Press.
- Lester, F. (1989). Reflections about mathematical problem-solving research. Em R. Charles e E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 86-106). Reston: NCTM.
- Lester, F. (1994). O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de matemática? A situação nos Estados Unidos. Em D. Fernandes, A. Brunheira e G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 13-34). Lisboa: IIE.
- Lester, F. (1997). *Mathematics teacher education at Indian University: twenty-five years of innovative practice*. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 189-216). Aveiro: GIRP.
- Lester, F. & Kroll, D. (1990). Assessing student growth in mathematical problem solving. Em G. Kulm (Ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp. 53-70), Washington, D. C. American Association for the Advancement of Science.
- Lester, F. & Charles, R. (1992). A framework for research on problem-solving instruction. Em J. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies: research in contexts of practice*. Berlin: Springer-Verlag.
- Lincoln, Y e Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park: Sage Publications.
- Lindquist, M. (1996). Communication - an imperative for change: a conversation with Mary Lindquist. Em P. Elliot e M. J. Keuney (Eds.), *Communication in mathematics K-12 and beyond* (pp. 1-10). Reston: NCTM.
- Llinares, S. (1993). Aprender a ensinar matemáticas. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. Em L. Montero e J. Vez (Eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado* (pp. 377-408). Santiago de Compostela: Tórculo Edicions.
- Llinares, S. (1994). Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza. Implicaciones en la formación de profesores de matemáticas. Em L. Blanco e V. Mellado (Eds.), *Formación de Profesores de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal* (pp. 1-26). Badajoz, España.
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemática. Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Orgs.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 109-132). Lisboa: SPCE.
- Loureiro e Serrazina (1994). Os professores do 1º ciclo e a utilização de materiais no ensino da matemática: um estudo de caso. *Actas do V SIEM* (pp. 297-305). Lisboa: APM.
- Loureiro, C. e Delgado, M. J. (1986). Construção e exploração de material utilizável no ensino da geometria no ciclo e no secundário. *Actas do ProfMat 86* (pp. 122-130). Lisboa: FCL.

- Lubienski, S. T. (2000). Problem solving as a mean toward mathematics for all: an exploratory look through a class lens. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (4), 454-482.
- Ludke, M. e André, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.

M

- Mansutti, M. (1993). Concepção e produção de materiais instrucionais em educação matemática. *Revista de Educação Matemática*, 1, 17-3.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: from a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- Mason, J. (1978). On investigations. *Mathematics Teaching*, 84, 43-47.
- Mason, J. (1991). Mathematical problem solving: open, closed and exploratory in the UK. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 91 (1), 14-19.
- Mason, J. (1994). Researching from inside in mathematics education—locating an I—You relationship. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, PME XVIII* (pp. 176-194). Lisboa: IIE:
- Mason, J. (1995). O "quê", o "porquê" e o "como" em matemática. *Educação Matemática*, 34, 28-32.
- Mason, J., Burton, L. e Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Bristol: Addison-Wesley.
- Mathematical Association of America (1991). *A call for change*. Ohio:MAA
- Matos, J. F. (1986). O jogo das torres de Hanoi: exploração didáctica. *Actas do Profmat 86* (pp. 72-81). Lisboa: FCL.
- Matos, J. F. (1992). Atitudes e concepções dos alunos: definições e problemas de investigação. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos, e J. P. Ponte (Eds.), *Educação matemática: temas de investigação* (pp. 123-172). Lisboa: IIE e SPCE.
- Matos, J. F. (1994). Estudos de caso em educação matemática - problemas actuais. *Quadrante 3*, (1), 19-53.
- Matos, J. F. (1996). Estudos etnográficos em educação matemática: implicações da análise de estudos realizados em Portugal. Em J. P. Ponte, C. Martins, R. Maia, L. Serrazina e C. Loureiro (Orgs.), *Desenvolvimento profissional dos professores da matemática que formação?* (pp. 213-231). Lisboa:SPCE.
- Matos, J. M. e Serrazina, L. (1996). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Mckernan, J. (1991). *Curriculum action research*. UK: Kogan Page.
- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan Publishing Company.
- McLeod, D. (1993). Affective responses to problem solving. *The Mathematics Teacher*, 86 (9), 761-763.
- Mendonça, M. C. (1999). Resolução de problemas pede (re)formulação. Em P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca e L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 15-33). Lisboa: APM.
- Meredith, A. (1995). Learning to teach: four salient constructs for trainee mathematics teachers. Em L. Meira e D. Carraber (Eds.), *Proceedings of Proceedings of the 19th*

- International Conference for the Psychology of Mathematics Education, PME 19* (pp. 1304-311). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Merriam, B. (1988). *Case study research in education. A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Miles, M. e Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Ministério da Educação (1990). *Ensino básico 1º ciclo*. Reforma Educativa. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas, vol I. Ensino básico 2º ciclo*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991b). *Organização curricular e programas, vol I. Ensino básico 3º ciclo*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991c). *Programa de matemática. Plano de organização do ensino-aprendizagem, vol II. Ensino básico 3º ciclo*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1991d). *Programa de matemática. Plano de organização do ensino-aprendizagem, vol II. Ensino básico 2º ciclo*. Lisboa: ME-DGEBS.
- Ministério da Educação (1997). *Matemática. Programas. 10º, 11º e 12º anos*. Lisboa: ME-DES.
- Ministério da Educação (1998). *Organização curricular e programas-1º ciclo, ensino básico*. Lisboa: ME-DEB.
- Ministério da Educação (2000). *Revisão curricular no ensino secundário - matemática*. Lisboa: ME-DES.
- Ministério da Educação e Investigação Científica (1976). *Textos para a avaliação escolar*. Lisboa: DGES.
- Montero, L. e Vez, J. (Eds.) (1992). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións
- Morse, J. (1994). Designing funded qualitative research. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 220-235). Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Mourão, A. P., Barros, A., Almeida, L. e Fernandes, J. (1993). O baixo desempenho na matemática - avaliação para a definição do programa. Em L. Almeida, J. Fernandes e A. P. Mourão (Orgs.), *Ensino-aprendizagem da matemática – recuperação de alunos com baixo desempenho* (pp. 63-90). Braga: Didáxis.
- Mura, R. (1998). What is mathematics education? A survey of mathematics education in Canada. Em A. Sierpiska e J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity* (pp. 220-225). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Murray, H., Olivier, A. e Human, P. (1998). Learning through problem solving. *Proceedings of the Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 22* (pp. 169-185). Stellenbosh, South Africa: PME
- Myers, C. e Myers, L. (1995). *The Professional Educator*. USA: ITP.

N

- NACOME (1975). *Overview and analysis of school mathematics: grades k-12*. Reston: NCTM
- Nakahara, T. (1997). Study of the constructive approach in mathematics education: types of constructive interactions and requirements for the realization of effective

- interactions. Em E. Pehkonem (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 21* (pp. 372-279). Helsinki: University of Helsinki.
- Nakahara, T., Fujii, T. e Koyama, M. (2000). *Brief guidance to japanese mathematics education*. Em T. Nakahara e M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 24* (pp. 227-232). Hiroshima, Japan: PME
- National Council of Supervisors of Mathematics (1978). Position statement on basic skills. *Mathematics Teacher*, vol.73, 147-152.
- National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston: NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM. [Tradução portuguesa: *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*, Lisboa, APM/III, 1991].
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston: NCTM. [Tradução portuguesa: *Normas profissionais para o ensino da matemática*, Lisboa, APM/III, 1994].
- National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Addenda Series*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston: NCTM. [Tradução portuguesa: *Normas para a avaliação em matemática escolar*, Lisboa, APM, 1999].
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- National Research Council (1989). *Everybody counts*. Washington: National Academy Press.
- National Research Council (1993) *Measuring what counts*. Washington: National Academy Press.
- Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. Em Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick e Lasada (Eds), *International handbook of mathematics education* (pp. 11-48). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Nóvoa, A. (1994). Editorial. *Quadrante*, 3 (2), 1-10.
- Nóvoa, A. (1995). Nota de apresentação. Em A. Nóvoa (coord.), *Os professores e a sua formação* (pp. 9-14). Lisboa: Publicações Dom Quixote.

P

- Pacheco, J.A. (1996). *Currículo: teoria e prática*. Porto: Porto Editora.
- Pajares, M. F. (1992). Teacher' beliefs and educational research: cleaning up messy construct. *Review of Educational Research*, 62, 307-332.
- Palhares, P. (1997), Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale. (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp.159-188). Aveiro: GIRP
- Patton, M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.
- Peterson, P., Fermem, E., Carpenter, T. e Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognitias and Instructias*, 6, 1-40.
- Piaget, J. (1960). *The psychology of intelligence*. Littlefield: Adams.
- Piaget, J. (1977). *O desenvolvimento do pensamento*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

- Piaget, J. (1983). *Seis estudos de psicologia*. Lisboa: Publicações D. Quixote.
- Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.
- Pimm, D. (1996). Diverse communication. Em P. Elliot e M. Kenney (Eds.), *Communication in mathematics K-12 and beyond* (pp. 11-19). Reston: NCTM.
- Pires, M. C. (1994). *Conceitos de perímetro e de área em alunos do 6º ano: concepções e processos de resolução de problemas*. (Trabalho de prestação de provas públicas). Lisboa: APM.
- Pires, M. C. (1995). A utilização de materiais na aprendizagem matemática. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 94* (pp. 289-295). Leiria: APM.
- Poincaré, H. (1908). The future of mathematics. *Révue générale des sciences pures et appliquées*, vol. 19.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. Em S. Krulik e R. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 1-2). Reston: NCTM.
- Ponte, J. P. (1984). *Functional reasoning and the interpretation of cartesian graphs*. (Tese de Doutoramento). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1986). Investigação, dinamização pedagógica e formação de professores—Três tarefas para a renovação da educação matemática. *Actas do ProfMat 86* (pp. 15-45). Lisboa: FCL.
- Ponte, J. P. (1986). *O computador, um instrumento da educação*. Lisboa: Texto Editora.
- Ponte, J. P. (1990). Documentos programáticos no ensino da matemática. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 90* (pp. 1-10). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1992a). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos, e J. P. Ponte (Eds.), *Educação matemática: temas de investigação* (pp. 185-242). Lisboa: IIE e SPCE.
- Ponte, J. P. (1992b). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista de Educação*, 2 (2), 95-108.
- Ponte, J. P. (1993). A educação matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante*, 2,(2), 95-121.
- Ponte, J. P. (1994a). Formação contínua: políticas, concepções e práticas. *Aprender*, 16. 11-16.
- Ponte, J. P. (1994b). Saberes profissionais, renovação curricular e prática lectiva. *I Jornadas del profesorado de ciencias y matemática en España y Portugal*. Badajoz.
- Ponte, J. P. (1994c). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3, (1), 3-18.
- Ponte, J. P. (1996). Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de matemática. Em J. P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina e C. Loureiro (Orgs.). *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* (pp. 193-212). Lisboa: SPCE
- Ponte, J. P. (1997). Filosofia da matemática na formação inicial de professores. *Actas do III Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação* (pp. 257-264). Porto: SPCE.
- Ponte, J. P. (1998a). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. Conferência apresentada no *IV Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*, Universidade de Aveiro.
- Ponte, J. P. (1998b). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7 (1), 3-32.

- Ponte, J. P. (1998c). Da formação ao desenvolvimento profissional. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Guimarães: APM.
- Ponte, J. P. (2000). A investigação em didáctica da matemática pode ser (mais) relevante?. Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Orgs.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp.231-234). Lisboa:SPCE.
- Ponte, J. P. e Canavarro, P. (1994). A resolução de problemas nas concepções e práticas dos professores. Em D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp.197-211). Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M. e Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998e). *Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H. e Segurado, M. I. (1998d). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa:IIE.
- Porfírio, J. (1993). *A Resolução de problemas na aula de matemática: uma experiência no 7º ano de escolaridade* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa:APM.
- Post, T. (1988). Some notes on the nature of mathematics learning. Em T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8* (pp. 1-19). Massachusetts: Allyn and Bacon.

R

- Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (5), 550-576.
- Resnick, L e Ford, W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Reynolds, A. (1992). What is competent beginning teaching? A review of the literature. *Review of Educational Research*, 62 (1), 1-35.
- Reys, R. (1982). Considerations for teaching using manipulative materials. Em S. Smith e C. Backman (Eds.), *Teacher - made aids for elementary school mathematics*. Reston: NCTM.
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de professores do 1º ciclo. A matemática, o seu ensino e os materiais didácticos* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Ribeiro, A. C. (1993). *Formar professores. Elementos para uma teoria e prática da formação*. Lisboa: Texto Editora.
- Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 102-119). New York: Macmillan Publishing Company.
- Rico, L. (1997). Finalidades da educação matemática. *Quadrante*, 6, (1), 1-28.
- Roddick, C., Becker, J. e Pence, B. (2000). Capstone courses in problem solving for prospective secondary teachers. Effects on beliefs and teaching practices. Em T. Nakahara e M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 24* (pp. 97-104). Hiroshima, Japan: PME
- Rodrigues, E. (1993). *Perspectivas dos professores sobre o ensino da matemática* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa:APM.
- Rokeach, M. (1960). *Beliefs, attitudes and values: a theory of organization and change*. San Francisco:Jossey-Bass.

- Romberg, T. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 49-64). New York: Macmillan Publishing Company
- Romberg, T. e Carpenter, T. (1986). Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. Em M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 850-873). New York: Macmillan.

S

- Schatzman e Strauss (1973). *Field research: strategies for a natural sociology*. New Jersey: Prentice Hall.
- Schoenfeld, A. (1982). Recent advances in mathematics education: ideas and implications. Em S. Rachlin (Ed.), *Problem solving in the mathematics classroom* (Math monography, nº 7) (pp. 127-140). Alberta: MCATA.
- Schoenfeld, A. (1985). *Metacognitive and epistemological issues in mathematical problem solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? Em A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334- 370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Schoenfeld, A. (1994a). A discourse on methods, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 697-710.
- Schoenfeld, A. (1994b). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. (1999). Looking toward the 21st century: challenges of educational theory and practice. *Educational Research*, 28 (7), 4-14.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Schön, D. (1995). Formar professores como profissionais reflexivos. Em A. Nóvoa (Coord.), *Os professores e a sua formação* (pp.77-92). Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Schön, D. (Ed.). (1991). *The reflective turn*. New York: Teachers College Press.
- Schroeder, T. L. e Lester, F. Jr. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. Em P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics*, 1989 Yearbook (pp. 31-42). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schultz, K. (1989). Representational models from the learners' perspective. *Arithmetic Teacher*, 33 (6), 52-55.
- Schwandt (1994). Constructivist, interpretivist approaches to human inquiry. Em N. Dezin e Y Missoles (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 118-137). USA: Serge Publications.
- Schwartz, H. (1996). The changing nature of teacher education. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 666-703). New York: Macmillan Publishing Company.

- Serrazina, L. (1991). Aprendizagem da matemática: a importância da utilização dos materiais, *Noesis*, 21, 37-39.
- Serrazina, L. (1993). Concepções dos professores do 1º ciclo relativamente à matemática e práticas de sala de aula. *Quadrante*, 2(1), 127-139.
- Serrazina, L. (1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal* (Tese de Doutoramento, University of London). Lisboa:APM.
- Shavelson, R. e Stern, P. (1981). Research on teacher's pedagogical thoughts, judgments, decisions and behavior. *Review of Educational Research*, 51(4), 455-498.
- Shimizu, N. (2000). An analysis of "make an organized list" strategy in problem solving process. Em T. Nakahara e M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 24* (pp. 145-152). Hiroshima, Japan: PME
- Shulman, L. (1985). On teaching problem solving and solving the problems of teaching. Em E. Silver. (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiples research perspectives* (pp. 439-452). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Shulman, L. (1986a). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp. 9-94). New York: Macmillan Publishing Company.
- Shulman, L. (1986b). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2),4-14.
- Sierpinska, A., Kilpatrick, J., Balacheff, N., Howson, A., Sfard, A. e Steinbring, H. (1993). What is research in mathematics education and what are the results? *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 274-278.
- Silva, J. S. (1975). *Guia para a utilização do compêndio de matemática*. Lisboa: GEP.
- Silver, E. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematical Education*, 27 (2), 67-72.
- Silver, E. e Kilpatrick, J. (1994). E pluribus unum: challenges of diversity in the future of mathematics education research, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 6, 734-754.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teacher's knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (31), 233-254
- Simon, M. A. (1994). Learning mathematics and learning to teach: learning cycles in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 71-94.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructive perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114- 145.
- Skemp, R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. London: Penguin.
- Skinner, B. (1968). *The technology of teaching*. New York: Appleton.
- Sowell, E. (1989). Effects of manipulatives materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics education*, 20 (5), 498-505.
- Spradley, J. (1987). Ethnography and culture. Em J. Spradley e D. McCurdy (Eds), *Conformity and conflict*. Boston: Little, Brown and Company.
- Sprinthall, N., e Sprinthall, L. (1996). *Psicologia educacional*. Alfragide: McGraw-Hill.
- Sprinthall, N., Reiman, A. e Sprinthall, L. (1996). Teacher professional development. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 666-703). New York: Macmillan Publishing Company.

- Stake, R. (1994). Case studies. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Steffe, L. e Kieren, T. (1994); Radical construtivism and mathematics education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 711-733.
- Steinbring, H. (1994). Dialogue between theory and practice in mathematics education. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.). *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 89-102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Steinbring, H. (1999). Reconstructing the mathematical in social discourse - aspects of an epistemology - based interaction research. *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 23* (pp. 40-55). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.
- Steiner, H. (1990). Needed cooperation between science education and mathematics education, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 90, 194-197.
- Stoddart, T. et al. (1993). Reconstructing elementary teacher candidates' understanding of mathematics and science content, *Teacher & Teacher Education*, 9, 3, 229 -241.
- Sträßer, R. (1994). Interaction in the classroom. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann. (Eds.). *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 55-60). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Suydam, M. (1986). Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher*, 33 (6), 10-56.
- Suydam, M. e Higgins, J. (1977). *Activity-based learning in elementary school mathematics: recomendations from research*. Reston: NCTM.
- Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. Em A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e C. Laborde, (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 411-434). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

T

- Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking. Em D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 3-21). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Thompson, A. (1982). *Teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching: three case studies*. (Tese de Doutoramento não publicada). Athens: University of Georgia
- Thompson, A. (1989). Learning to teach mathematical problem solving: changes in teachers' conceptions and beliefs. Em R. Charles e E. Silva (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 281-294). Restars: NCTM & LEA
- Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan Publishing Company
- Tietze, U. (1994). Mathematical curricula and the underlying goals. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 41-53). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

U

- Usiskin, Z. (1994). From "mathematics for some" to "mathematics for all". Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 315-326). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

V

- Vacc, N. e Bright, G. (1999). Elementary preservice teacher's changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 89-110.
- Vale, I. (1993). *Concepções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas: um estudo longitudinal de dois casos*. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Vale, I. (1995a). Resolução de problemas: desempenhos de futuros professores de Matemática. Em A. P. Mourão, I. Rocha, J. A. Fernandes, J. Fernandes e L. Almeida (Orgs.), *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 209-222). Lisboa: APM.
- Vale, I. (1995b). A problemática da resolução de problemas na sala de aula. Em APM (Ed.), *Actas do ProfMat 95* (pp. 75-84). Lisboa: APM.
- Vale, I. (1995c). Problem solving performances of preservice teachers. Em L. Meira e D. Carraber (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education PME 19* (pp. 224). Universidade de Pernambuco: PME
- Vale, I. (1997). Desempenhos e concepções de futuros professores de Matemática na resolução de problemas. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale. (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp.1-38). Aveiro: GIRP.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. Em R. Lesh e M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processus*. Nova Iorque:Academic Press.
- Vergnaud, G. (1994). *Apprentissages et didactiques, où en est-on?* Paris: Hachette
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological process*. Cambridge MA: Harvard University Press.

W

- Waits, B. (1997). The future of technology enhanced teaching and learning mathematics. Em APM (Ed.) *Actas do ProfMat 97* (pp. 45-49). Lisboa: APM.
- Watson, A. (1998). Why situated cognition is an issue for mathematics education. Em A. Watson (Ed.), *Situated cognition and the learning of mathematics* (pp.1-12). Oxford:University of Oxford.
- Wertheimer, M. (1945). *Productive thinking*. New York: Harper and Brothers.
- Wilson, J., Fernandez, M. e Hedaway, N. (1993). Mathematical problem solving. Em P. S. Wilson (Ed), *Research ideas for the Classroom* (pp. 57-78). Reston: NCTM.
- Wilson, S., Schulman, L. e Richert, A. (1987). 150 different ways of knowing: representations of knowledge in teaching. Em J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking*. London: Cassell.
- Wittrock, M. (1986). Student's thought processes. Em M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp.297-314). New York: Macmillan.
- Wodlinger, M. (1999). The development of reflective practice in preservice teacher education. A rationale and an example. *Actas do I Congresso Nacional de Supervisão*. Aveiro: Universidade de Aveiro (CD-ROM).
- Wolcott, H. (1994). *Transforming qualitative data*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Wood, T., Cobb, P. e Yaker, E. (1991). Change in teaching mathematics: a case study. *American Educational Research Journal*, 28 (3), 587-616.

Worth, J. (1986). Manipulative- By Way of Introduction, *Arithmetic Teacher*, 33(6), 11-13.

Y

Yin, R. (1989). *Case study research: design and methods*. London: Sage.

Estes anexos só estão disponíveis para consulta através do CD-ROM.
Queira por favor dirigir-se ao balcão de atendimento da Biblioteca.

Serviços de Biblioteca, Informação Documental e Museologia
Universidade de Aveiro