

ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS TEMPERATURAS MENSAS DO AR NO PORTO – MODELAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADOS NO PERÍODO DE 1888 A 2001

Marco Costa^{1,2} e Magda Monteiro^{1,2}

¹ESTGA – Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Águeda, Universidade de Aveiro

²CIDMA – Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações, Universidade de Aveiro

RESUMO

Nas últimas décadas, o mundo tem sido confrontado com as consequências do aquecimento global. No entanto, esse fenómeno global não se reflete igualmente em todas as partes do globo. Este trabalho analisa a série temporal de longo-prazo das temperaturas médias mensais do ar na cidade do Porto, Portugal. Neste trabalho propomos um modelo de espaço de estados com estado periódico cujos resultados indicam que existem diferentes taxas de aumento da temperatura estimando-se um aumento médio anual da temperatura de 2,17°C, por século.

Palavras e frases chave: alterações climáticas, filtro de Kalman, modelos de espaço de estados.

1. INTRODUÇÃO

O aumento da temperatura global tem sido uma preocupação crescente de várias autoridades. Segundo o Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas, as emissões mundiais de gases de efeito estufa continuam a aumentar, sendo que este aumento excederá em muito a meta limite de dois graus Celsius acordada pelos países no âmbito do Acordo de Paris.

Em particular, tem havido mudanças climáticas especialmente relevantes na Península Ibérica. De facto, um grande aumento nas temperaturas foi observado nos últimos 50 anos na Península Ibérica e, nos últimos 30 anos, o aquecimento ocorreu principalmente no verão ([5]). Assim, no contexto europeu e, em particular, na Península Ibérica, a análise de séries temporais locais tem um interesse especial, a fim de monitorizar o aumento da temperatura.

Os dados da temperatura do ar podem ser diários, mensais ou anuais, dependendo da natureza da escala, do tema a analisar e do histórico temporal disponível. Contudo, muita investigação tem sido desenvolvida com base em dados mensais de temperatura ([3, 2, 1]).

Neste estudo, abordamos o problema da modelação de séries temporais mensais de temperatura através da formulação de um modelo de espaço de estados, associado a uma versão adequada do filtro de Kalman, que incorpora efeitos fixos e componentes estocásticas considerando uma estrutura periódica.

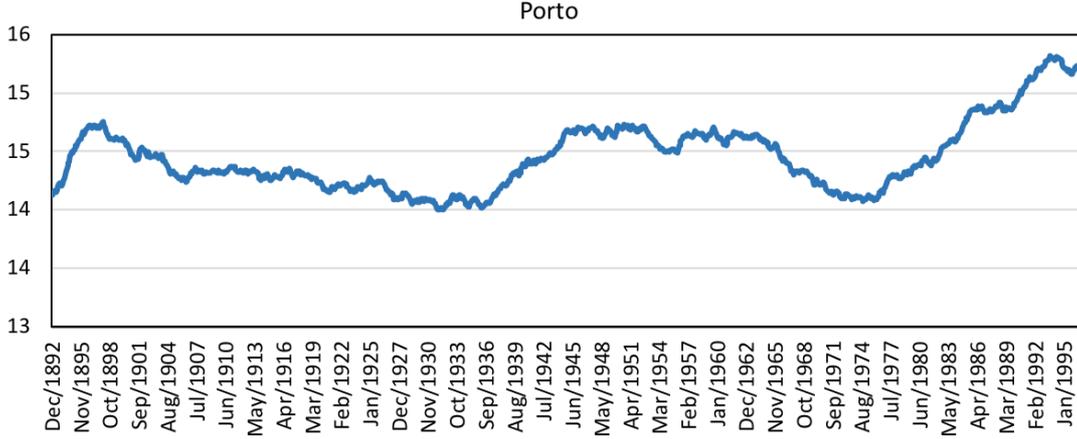


Figura 1: Média móvel centrada de 10 anos da temperatura média mensal do ar no Porto.

O objetivo deste trabalho é analisar a série temporal da temperatura mensal do ar na cidade do Porto. [6] estudou estes dados, a fim de detectar e corrigir mudanças não climáticas. Este conjunto de dados está disponível em [7].

2. DESCRIÇÃO DOS DADOS

O conjunto de dados original foi medido pelo Instituto Geológico do Observatório da Serra do Pilar da Universidade do Porto (IGUP), Porto, a partir de 1888 até 2001, compreendendo 114 anos (1368 observações).

Este trabalho incide sobre a série temporal da temperatura média obtida a partir da média mensal das semi-amplitudes térmicas diárias, $Y = (T_{min} + T_{max})/2$, uma vez que esta é uma variável climática muito considerada na investigação em alterações climáticas.

Como a série temporal é bastante longa, na Fig. 1 apresenta a média móvel de 10 anos da série temporal para facilitar uma inspeção visual do comportamento geral. Nesta figura é claro que o aumento da temperatura difere em diferentes períodos de tempo.

3. MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS COM ESTADO PERIÓDICO

O modelo em espaço de estado periódico (MEEP) considera a variável observável Y , a temperatura média mensal do ar durante 114 anos, tendo cada ano 12 *estações* (meses). Assim, denotamos $Y_t \equiv Y_{s,n}$ com $t = 1, 2, \dots, 1368$, $n = 1, 2, \dots, 114$ e $s = 1, 2, \dots, 12$, onde n é o ano associado com o mês t e s é o respetivo mês. Com essa notação, quando t corresponde a um janeiro do ano n , o mês anterior, que é o mês 12 do ano $n - 1$, pode ser indicado, por simplicidade, como o mês 0 do ano n , ou seja, $Y_{0,n} \equiv Y_{S,n-1}$.

O modelo é definido através das seguintes equações:

$$Y_{s,n} = [1 \quad S(n-1) + s] \begin{bmatrix} a_{s,n} \\ X_{s,n} \end{bmatrix} + D_{s,n}\beta + e_{s,n} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} a_{s,n} \\ X_{s,n} - \mu_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_a & 0 \\ 0 & \phi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{s-1,n} \\ X_{s-1,n} - \mu_{s-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{s,n} \\ \varepsilon_{s,n} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A matriz linha $\mathbf{H}_{s,n} = [1 \quad S(n-1) + s]$ representa a matriz de planeamento onde, em particular $S(n-1) + s$ representa o tempo. O vetor aleatório $\mathbf{X}_{s,n} = [a_{s,n} \quad X_{s,n}]'$ tem uma estrutura de um Vetor Autorregressivo Periódico (PVAR) de ordem 1 que inclui: um processo autorregressivo não-periódico, $a_{s,n} \equiv a_t$, que representa a correlação mês-a-mês; e

um processo periódico autorregressivo de ordem 1, PAR(1), $\{X_{s,n}\}$ que representa os declives estocásticos.

O modelo incorpora efeitos sazonais fixos representados pelo vetor $\beta = [\beta_1 \beta_2 \dots \beta_{12}]'$. A matriz de planeamento $D_{s,n}$ contém 0's and 1's, através de funções indicatrizes para associar β_s ao respetivo mês da variável $Y_{s,n}$. O erro de observação $e_{s,n}$ é um ruído branco gaussiano com variância $\text{Var}(e_{s,n}) = \sigma_e^2$.

Na equação de estado, Eq. 2, o *estado* $\mathbf{X}_{s,n}$ segue um PVAR(1) com média $\mu_{\mathbf{X}_{s,n}} = [0 \ \mu_s]'$, onde μ_s é a média do declive do mês s ; Φ_s é a matriz de parâmetros autorregressivos $\Phi_s = \text{diag}\{\phi_a, \phi_s\}$, onde ϕ_a é o coeficiente autorregressivo do processo AR(1), $\{a_{s,n}\}$, e ϕ_s é o coeficiente autorregressivo associado ao declive do mês s . O vetor de erros $\zeta_{s,n} = [\omega_{s,n} \ \varepsilon_{s,n}]'$ segue uma distribuição normal multivariada com matriz de covariâncias $\Sigma_{\zeta_{s,n}} = \text{diag}\{\sigma_\omega^2, \sigma_{\varepsilon,s}^2\}$, tal que,

$$\text{Cov}(\varepsilon_{s,n}, \varepsilon_{s-i,n}) = \begin{cases} \sigma_{\varepsilon,s}^2, & i = 0 \\ 0, & i \neq 0 \text{ for } i = 1, 2, \dots, 12 \end{cases}$$

e os processos $\{\omega_{s,n}\}$ e $\{\varepsilon_{s,m}\}$ são não-correlacionados, tais que $E(\omega_{s,n}\varepsilon_{r,m}) = 0, \forall s, r, n, m$. Esta abordagem permite a incorporação de algumas características que tornam o modelo versátil. No contexto da modelação da temperatura do ar, a abordagem de efeitos mistos associada à sazonalidade intra-anual é uma maneira simples de modelar a sazonalidade que naturalmente existe neste tipo de dados. O modelo de espaço de estados tem na sua estrutura um processo latente, o estado, que não é observável e precisa ser estimado. O procedimento mais comum para fazer esta previsão é o algoritmo do filtro de Kalman. Este algoritmo calcula, a cada momento, o estimador ótimo do vetor de estado baseado na informação disponível até ao instante t e o seu sucesso está no facto de que é um procedimento de estimação em tempo-real. Quando os erros e o estado inicial são gaussianos, os preditores do filtro de Kalman são os melhores estimadores não-viesados, no sentido do erro quadrático médio mínimo.

No entanto, as propriedades ótimas somente podem ser garantidas quando todos os parâmetros do modelo Θ forem conhecidos ([8]). Quando parâmetros do modelo de espaço de estados são estimados, a incerteza associada aos os estimadores de filtro de Kalman são subestimados e alguns procedimentos podem ser implementados ([4]).

4. ALGUNS RESULTADOS

Antes da discussão e interpretação dos resultados, foram realizados vários procedimentos para validar o modelo e avaliar os respetivos pressupostos. Numa análise global, todo o modelo ajustou-se bem aos dados, uma vez que todos os pressupostos são verificados e também tem associado um elevado coeficiente de determinação ($R^2 = 0,9189$).

As inovações (erros de previsão a 1 passo), $\eta_{s,n}$, foram consideradas como tendo uma distribuição gaussiana condicional $\eta_{s,n} = Y_{s,n} - \hat{Y}_{s|s-1,n} \sim N(0, \omega_{s,n})$.

A normalidade da série das inovações foi testada considerando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e o teste Jarque-Bera (JB). Em ambos os testes, a normalidade não foi rejeitada, considerando os usuais 5% para a significância, sendo ambos os valores-p superiores a 0,20. Além disso, o histograma e o gráfico QQ com envelopes de confiança de 95 % das inovações padronizadas indicam que a distribuição empírica é concordante com a curva de normal. A série das inovações não apresenta correlação temporal, uma vez que a função de autocorrelação e autocorrelação parcial empíricas, FAC e FACP indicaram que as inovações são compatíveis com um processo de ruído branco. Os principais resultados obtidos estão apresentados na Fig. 2.

5. CONCLUSÕES

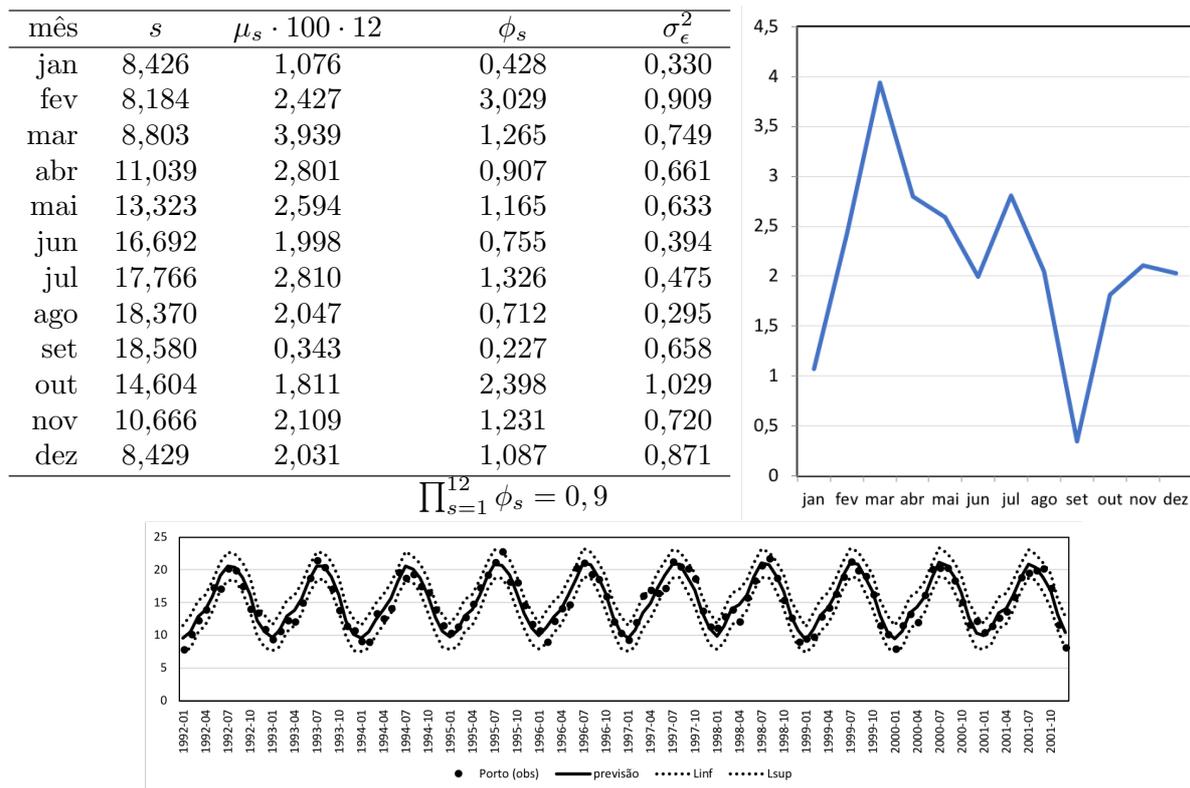


Figura 2: Estimativas dos parâmetros do modelo e previsões a 1 passo de 1991 a 2001.

O modelo proposto foi ajustado à série temporal de longo-prazo da temperatura média mensal do ar do Porto, verificando-se os respetivos pressupostos. Os principais resultados mostraram que se estima que no Porto o aumento da temperatura média mensal foi 2.1655°C , por século, no período analisado. Contudo, o aumento foi diferenciado para cada mês do ano.

AGRADECIMENTOS

Os autores foram parcialmente financiados por fundos portugueses através do CIDMA e da FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia), através do projeto UID/MAT/04106/2013.

Referências

- [1] Abbasnia, M., Toros, H. (2016). Future changes in maximum temperature using the statistical downscaling model (SDSM) at selected stations of Iran. *Modeling Earth Systems and Environment*, 2(68), doi:10.1007/s40808-016-0112-z
- [2] Alpuim, T., El-Shaarawi, A. (2009). Modeling monthly temperature data in Lisbon and Prague. *Environmetrics*, 20: 835–852.
- [3] Bengtsson, T., Cavanaugh, J.E. (2008). State-space discrimination and clustering of atmospheric time series data based on Kullback information measures. *Environmetrics*, 19, 103–121.
- [4] Costa, M. & Monteiro, M. (2016). Bias-correction of Kalman filter estimators associated to a linear state space model with estimated parameters. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 176, 22–32.
- [5] European Environment Agency (2017). Global and European temperatures, disponível no sítio web em <https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/indicators/global-and-european-temperature-4/assessment>