



José Luís Sá Nogueira

Plataforma de teste de técnicas avançadas de
controlo





José Luís Sá Nogueira

**Plataforma de teste de técnicas avançadas de
controlo**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Doutor Telmo Reis Cunha, Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro e do Doutor Alexandre Manuel Moutela Nunes da Mota, Professor Associado do mesmo departamento.

o júri / the jury

presidente / president

Prof. Dr. Tomás António Mendes Oliveira e Silva
Professor Associado da Universidade de Aveiro

vogais / examiners committee

Prof. Dr. Paulo Jorge de Azevedo Lopes dos Santos
Professor Auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Prof. Dr. Telmo Reis Cunha
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro (orientador)

**agradecimentos /
acknowledgements**

Agradeço ao meu orientador Prof. Doutor Telmo Cunha pelos conhecimentos transmitidos, disponibilidade, e distinta competência no acompanhamento do trabalho que desenvolvi.

Agradeço aos meus pais e irmã pelo apoio constante e incondicional durante a realização deste trabalho, assim como em todo o restante percurso académico.

A estes, muito obrigado.

Resumo

Em engenharia, como noutros ramos da ciência, os conhecimentos teóricos desenvolvidos com recurso à matemática e técnicas científicas afins carecem de demonstração prática. Qualquer potencial método encontrado para solucionar ou colmatar um dado problema deve ser validado de uma forma experimental directa, ou, quando esta se assume de alguma forma inviável, através de um simulador que permita recriar as condições originais. No contexto do ensino, possuir ferramentas de experimentação de conceitos teóricos a nível do sistema físico deve ser um aspecto chave na formação do aluno, e em particular de um engenheiro.

No âmbito desta dissertação, é proposta uma plataforma de hardware de posicionamento linear que permite a realização experimental de testes de técnicas de controlo digital. São apresentados a estrutura mecânica, o projecto dos circuitos electrónicos, os sensores, o actuador, a unidade de processamento e o software desenvolvido. Em particular, é apresentado o projecto de um amplificador de potência para accionamento de um motor dc que, por não ser ideal, tem características não lineares que levaram ao desenvolvimento de um pré-distorçor. Após realizada a identificação do sistema, através do método dos mínimos quadrados, foi estudado e testado o desempenho de controladores PID e de posicionamento de pólos utilizando a plataforma desenvolvida.

Abstract

In engineering, as in other branches of science, developing theoretical knowledge using mathematical and scientific techniques requires physical demonstration. Any potential method found to address a given problem must be validated in a direct experimental way, or, when it is somehow impracticable, through a simulator that allows to recreate the original conditions. In the context of education, having tools to experiment the theoretical concepts in a practical way, should be a key aspect in the student's education, and in particular of an engineer.

In this dissertation, a linear positioning system platform, that allows the realization of experimental tests in digital control is proposed. The mechanical structure, the design of the electronic circuits, the selection of sensors, the actuator, the processing unit and the software are presented. In particular, the design of a power amplifier driving the dc motor is described. Because of its non-linear characteristics, a pre-distorting method was conceived and implemented. After performing system identification, through the least squares method, the performance of PID and pole placement controllers was studied using the developed platform.

Conteúdo

Conteúdo	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vii
Lista de Acrónimos	ix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento e objectivos	1
1.2 Estrutura do documento	3
2 Controlo digital	5
2.1 Sistemas de controlo digital	5
2.2 Conceitos matemáticos	6
2.2.1 Sistemas lineares e invariantes no tempo (<i>Linear Time Invariant</i> , LTI)	7
2.2.2 Transformada Z	7
2.2.3 Modelo matemático de um sistema	8
2.3 Etapas importantes no projecto de um sistema de controlo digital	9
2.3.1 Selecção do período de amostragem	9
2.3.2 Modelação do sistema	9
Método dos mínimos desvios quadrados (LS) - implementação não recursiva (ou <i>off-line</i>)	10
2.3.3 Selecção de sensores e actuadores	12
2.3.4 Selecção do computador	12
2.4 Vantagens e desvantagens do controlo digital	13
Vantagens	13
Desvantagens	14
3 Controladores Digitais	15
3.1 Controladores PID	15
3.1.1 Controlador P	16
3.1.2 Controlador PI	16
3.1.3 Controlador PID	17

3.2	Controladores por posicionamento de pólos	18
3.2.1	Controlador RST	19
	Modelos	19
	Função de Controlo	19
	Critérios de Causalidade	19
	Polinómio Observador	20
	Coeficientes dos polinómios $B_m(q)$ e $A_m(q)$	21
	Resolução da equação de Diophantine	21
3.3	Controlador por realimentação de estado	21
4	Plataforma de teste	27
4.1	Estrutura mecânica	27
4.2	Retificador de onda completa	29
4.3	Amplificador de potência	29
4.3.1	Pré-distorçor	32
4.4	<i>Encoder</i>	34
4.5	Microcontrolador (μC)	36
4.6	Software	37
4.6.1	Sistema de desenvolvimento	37
4.6.2	Código implementado	38
5	Identificação do sistema	43
5.1	Equações do sistema	43
5.2	Determinação dos parâmetros do sistema pelo método LS	45
5.3	Resultados experimentais	45
5.3.1	Cursor com massa adicionada	49
6	Resultados experimentais com controladores	53
6.1	Controlador proporcional	53
6.2	Controlador proporcional diferencial	59
6.3	Controlador RST	66
6.4	Controlador por realimentação de estado	74
6.5	Adição de massa ao sistema	76
7	Conclusões e trabalho futuro	83
7.1	Trabalho futuro	84
A	DETPIC32 - Esquema eléctrico	87
B	Ligações eléctricas efectuadas à DETPIC32	88
	Bibliografia	89

Lista de Figuras

1.1	Plataforma RT030 [1]	2
1.2	Plataforma RT050 [1]	2
1.3	Plataforma RT060 [1]	2
2.1	Sistema de controlo digital	6
2.2	Sistema desconhecido	10
2.3	Actuador com saturação	12
2.4	Típico algoritmo de controlo	13
3.1	Controlador proporcional	16
3.2	Controlador proporcional integral	16
3.3	Controlador proporcional integral diferencial	17
3.4	Controlador RST	20
3.5	Controlo por espaço de estados	22
3.6	Controlo por espaço de estados - diagrama de blocos completo	24
4.1	Esquema geral da plataforma desenvolvida	27
4.2	Plataforma desenvolvida	28
4.3	Transformador e respectivo esquema de simulação do circuito retificador	29
4.4	Circuito do amplificador de potência - <i>Spice</i>	30
4.5	Característica de tensão do amplificador obtida no spice	31
4.6	Característica de tensão experimental do amplificador, e a respectiva curva ideal	33
4.7	Tensões virtuais em função das tensões reais desejadas aos terminais do motor, com a aproximação de 3 polinómios	33
4.8	Características de tensão com e sem aplicação do pré-distorçor	34
4.9	Diagrama de blocos do <i>encoder</i> e respectivos sinais de saída [15]	35
4.10	Sinais do <i>encoder</i> em quadratura	35
4.11	Diagrama de blocos do sistema	37
4.12	Fluxograma do sistema	39
4.13	Experiências com o tempo de resposta das funções de envio e recepção de informação	41
5.1	Esquema do sistema a controlar	43

5.2	Sinal de entrada	46
5.3	Sinais de saída estimado e real	47
5.4	Sinais de saída real e estimado por um modelo de 3ª ordem e respectivo sinal de entrada	48
5.5	Sinais de saída real e estimado por um modelo de 2ª ordem	50
5.6	Lugar das raízes do sistema numa malha de realimentação com controlador proporcional	50
5.7	Sinais de saída real e estimado para o sistema com massa adicionada	51
6.1	Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$	54
6.2	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.5$	55
6.3	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.05$	55
6.4	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.01$	56
6.5	Sinais de controlo correspondentes aos gráficos das figuras 6.1 a 6.4	57
6.6	Sinais de saída e de controlo para $K_p = 0.05$ #2	58
6.7	Sinal de controlo para $K_p = 0.05$ #2	59
6.8	Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.01$	61
6.9	Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.002$	61
6.10	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$	62
6.11	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.02$	62
6.12	Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.005$	63
6.13	Sinais de referência	64
6.14	Sinais de saída e de controlo para $K_p = 0.3$, $T_d = 0.01$	65
6.15	Sinal de controlo para $K_p = 0.3$, $T_d = 0.01$	66
6.16	Sinais de referência e saída para $p_1 = -181$ e $p_2 = -160$	67
6.17	Sinais de referência e saída para $p_1 = -1070$ e $p_2 = -104$	68
6.18	Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -180$	69
6.19	Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -180 \pm j200$	70
6.20	Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -80$	71
6.21	Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -80 \pm j100$	72
6.22	Sinais de controlo para o controlador RST	73
6.23	Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -185 \pm j332$	74
6.24	Sinais de referência e de saída para $p_{1,2} = -180$	75
6.25	Sinais de controlo para o controlador por realimentação de estado	76
6.26	Sinais de referência e saída para um controlador proporcional	77
6.27	Sinais de referência e saída para um controlador proporcional #2	77
6.28	Sinais de referência e saída para um controlador proporcional diferencial	78
6.29	Sinais de referência e de saída para um controlador proporcional diferencial #2	79
6.30	Sinais de referência e de saída para um controlador RST	80
6.31	Sinais de referência e de saída para um controlador de realimentação de estado	81
6.32	Sinais de controlo para o sistema com massa adicionada	82

7.1	Plataforma com pêndulo adicionado	85
7.2	Plataforma com pêndulo adicionado - pormenores	85

Lista de Tabelas

4.1	Principais funções implementadas no <i>MATLAB</i>	40
5.1	Parâmetros do sistema	44
5.2	Parâmetros estimados do modelo de 3 ^a ordem, $(\hat{\theta})$	46
5.3	Parâmetros estimados do modelo de 2 ^a ordem $(\hat{\theta})$	49
5.4	Parâmetros estimados do modelo de 2 ^a ordem com massa adicionada $(\hat{\theta})$.	51

Lista de Acrónimos

- ADC** Analog to Digital Converter. 5, 6, 12, 14
- DAC** Digital to Analog Converter. 5, 6, 12–14
- LS** Least Squares. i, ii, 10, 45
- LTI** Linear Time Invariant. i, 7, 8
- PD** Proportional Differential. 40, 59, 60, 66, 74, 76, 83
- PI** Proportional Integral. i, 15–17, 53, 54
- PID** Proportional Integral Differential. i, 1, 3, 15, 17, 18, 59, 84
- PWM** Pulse Width Modulation. 31, 32, 38
- RTC** Real Time Clock. 6
- SISO** Single Input Single Output. 21
- UART** Universal Asynchronous Receiver Transmitter. 38
- USB** Universal Serial Bus. 1, 37
- ZOH** Zero Order Hold. 6, 8, 45, 48

Capítulo 1

Introdução

Pretendeu-se, com este trabalho, desenvolver uma plataforma de hardware que, enquanto ferramenta didática, permitisse testar, de uma forma realista e prática, técnicas de controlo digital. Nesse sentido, poderá servir de apoio à formação dos alunos do curso de engenharia electrónica e telecomunicações, onde são ministradas disciplinas de controlo analógico e digital. O projecto envolve a concepção completa da respectiva plataforma mecânica, bem como da componente electrónica e de software que permite a interacção do utilizador com a mesma.

Neste capítulo começa-se por fazer um enquadramento do trabalho, introduzindo uma breve descrição das plataformas actualmente existentes e fazendo uma síntese dos principais objectivos. No final, é apresentada a estrutura deste documento.

1.1 Enquadramento e objectivos

Actualmente, o laboratório de controlo do departamento de electrónica, telecomunicações e informática possui três plataformas desenvolvidas por uma empresa alemã de ferramentas didáticas, *GUNT*, e que são ferramentas de auxílio no ensino do controlo digital - figuras 1.1 a 1.3. São três módulos fechados, constituídos pelo sistema a controlar e respectivos sensores e actuadores, podendo ser conectados a um computador por cabo USB. Usando funções *MATLAB* pré-desenvolvidas, bem como uma interface gráfica de ajuste dos parâmetros de um controlador PID, é possível criar sistemas de controlo para estes módulos, enviando comandos e recebendo informação de estado. A plataforma RT030 é um sistema de controlo de pressão. É constituída essencialmente por um compressor que comprime o ar para dentro de uma câmara metálica cilíndrica, e por duas válvulas, uma manual que pode ser usada para simular uma fuga contínua de ar, e uma electrónica que pode simular uma fuga esporádica de ar. Um sensor piezoeléctrico é usado para medir a pressão dentro da câmara. A plataforma RT050 representa um sistema de controlo de velocidade de rotação de um motor dc. É composta por um motor eléctrico dc com o veio acoplado a uma massa cilíndrica, acrescentando-lhe inércia, e cuja velocidade de rotação é medida por um sensor indutivo. Acoplado ao veio está também um gerador,



Figura 1.1: Plataforma RT030 [1]



Figura 1.2: Plataforma RT050 [1]



Figura 1.3: Plataforma RT060 [1]

que, ligado a uma resistência de carga variável, simula uma carga dinâmica adicional. Por fim, a plataforma RT060 implementa um sistema de controlo de posição linear. Um motor eléctrico dc permite, através de uma correia dentada, posicionar um cursor em qualquer posição de um percurso com 30cm. Um potenciômetro a funcionar como *encoder* rotativo

permite medir a posição do cursor, gerando uma tensão em função da sua posição absoluta. A plataforma desenvolvida neste trabalho é semelhante a esta última e visa colmatar alguns aspectos que se pretende melhorar, resumidos nos pontos seguintes:

- **Controlo de tempo real.** Actualmente, o controlo das plataformas do laboratório é realizado com base num computador com sistema operativo Windows que não tem características de tempo real. A este facto acresce a não desprezável latência na troca de comandos entre o PC e a plataforma, impedindo frequências de amostragem e actuação mais elevadas;
- **Velocidade.** O cursor da plataforma RT060 não se pode deslocar a uma velocidade superior a 45mm/s num percurso que é também limitado a apenas 30cm ;
- **Versatilidade.** A plataforma RT060 é um bloco fechado que não permite, por exemplo, alterar as condições do sistema a controlar;

Assim, com este trabalho pretendeu-se essencialmente alcançar os seguintes objectivos:

1. Projectar e implementar a plataforma de hardware de controlo da posição horizontal de um cursor sobre uma calha, movido por um motor dc e controlado por um computador ou microcontrolador;
2. Caracterizar e modelar a plataforma de hardware;
3. Implementar no *MATLAB* e na unidade de processamento que gere o hardware várias técnicas de controlo digital, controlando a plataforma desenvolvida e comparando desempenhos;

1.2 Estrutura do documento

Este documento está dividido em sete capítulos, aos quais se seguem os apêndices.

No capítulo 2 é feita uma breve introdução ao controlo digital, e são introduzidos conceitos teóricos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 3 apresentam-se os fundamentos teóricos por detrás dos controladores PID e controladores baseados em posicionamento de pólos, e que serão desenvolvidos posteriormente.

O capítulo 4 descreve a plataforma desenvolvida, começando pela apresentação da sua estrutura mecânica, seguindo-se a componente electrónica e software implementado.

No capítulo 5 apresentam-se os resultados obtidos com a identificação do sistema;

No capítulo 6 expõem-se todos os resultados relacionados com a implementação dos controladores digitais na plataforma desenvolvida, e é feita uma comparação de desempenhos.

No sétimo e último capítulo são apresentadas as principais conclusões obtidas bem como propostas de trabalho futuro.

Capítulo 2

Controlo digital

2.1 Sistemas de controlo digital

Praticamente todos os sistemas de controlo implementados actualmente são baseados em controlo por computador. Em qualquer sector duma indústria moderna automatizada e competitiva são utilizados controladores digitais que permitem aumentar o desempenho económico em termos de maximização de produtividade, redução de custos e aumento de lucros. Mais recentemente, a aplicação do controlo por computador tornou possível a locomoção "inteligente" de robôs industriais, a optimização do consumo de combustíveis nos transportes e refinarias e a operação de aplicações e máquinas domésticas, como fornos microondas, máquinas de costura, entre outros [2].

O controlo de processos com recurso a computadores digitais emergiu em meados dos anos 50, quando a companhia Thomson Ramo Woodridge (TRW) desenvolveu um sistema de controlo para uma refinaria da Texaco. Em causa estava a monitorização e controlo de 26 fluxos, 72 temperaturas, 3 pressões e 3 composições químicas com recurso ao computador RW-300. Após este trabalho pioneiro inicial surge naturalmente um inovador mercado, sendo conduzidos estudos de aplicabilidade para qualquer ramo da indústria. A este período inicial seguiram-se os designados períodos de controlo digital directo, de minicomputadores e microcomputadores, até à actualidade com o uso generalizado do controlo digital e do desenvolvimento de sistemas de controlo distribuídos [3] p1-p11. Toda esta evolução esteve naturalmente dependente da evolução da tecnologia utilizada em sensores, actuadores e, em particular, nos computadores. O seu elevado custo aliado à elevada taxa de falhas inibiam o seu uso generalizado, entraves que iriam sendo fortemente reduzidos à medida que os computadores se iam tornando cada vez mais rápidos, robustos e baratos.

Na figura 2.1 encontra-se o diagrama do que pode ser um sistema de controlo digital. O computador digital calcula o sinal de controlo $u(k)$ que é função do algoritmo de controlo utilizado e do sinal de erro, $e(k)$, que é a diferença entre o sinal de referência, $r(k)$, e o sinal de saída do sistema amostrado, $y(k)$. Os blocos DAC (*Digital-to-Analog Converter*) e ADC (*Analog-to-Digital Converter*) são, respectivamente, conversores digital-analógico e analógico-digital. O DAC é responsável pela conversão do sinal digital num sinal analógico

que será aplicado ao sistema físico - representado pelo modelo matemático no domínio de Laplace, $G(s)$, enquanto que o ADC é responsável pela conversão de um sinal eléctrico analógico (proveniente do sensor) num sinal digital a ser lido pelo computador. Considera-se no diagrama que o sensor não tem qualquer tipo de dinâmica. O bloco RTC (*Real-Time Clock*) representa o sinal de relógio de tempo real que impõe o período de amostragem, h . Com uma frequência $1/h$ é calculado o novo valor $u(t)$ com base no valor de $y(t)$ e $r(k)$, sendo que $u(t)$ mantém-se fixo entre intervalos de amostragem até que surja um novo sinal $u(k)$. Isto é possível utilizando um circuito de retenção (sistema de ordem zero - ZOH - *Zero Order Hold*) [4] p96. A sua função de transferência é dada pela expressão 2.1. Assim, um conversor DAC pode na verdade ser representado por um amostrador ideal seguido de um sistema ZOH.

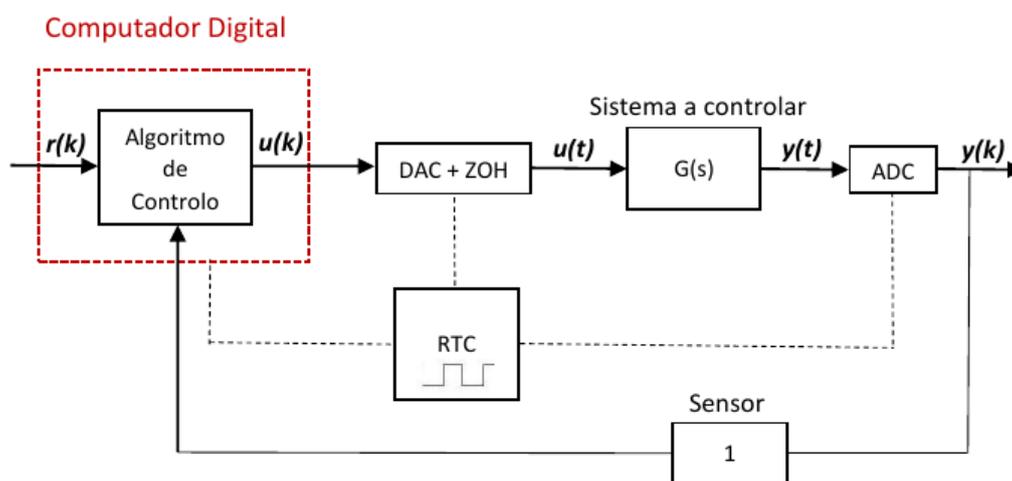


Figura 2.1: Sistema de controlo digital

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-sh}}{s} \quad (2.1)$$

Por fim, de referir que se torna necessário que o tempo de cálculo da amostra $y(k)$ a partir da amostra $u(k)$ seja inferior a h para que não haja degradação do controlo efectuado.

2.2 Conceitos matemáticos

Nesta secção serão introduzidos alguns conceitos matemáticos importantes utilizados no desenvolvimento do trabalho. Todas as variáveis matriciais encontram-se representadas por símbolos a negrito.

2.2.1 Sistemas lineares e invariantes no tempo (*Linear Time Invariant, LTI*)

Os sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI) formam a mais importante classe de sistemas dinâmicos abordados na prática, mas geralmente representam uma aproximação de processos reais a modelos ideais. Na prática, as não linearidades e a variância temporal tendem a estar presentes em muitas situações. Ainda assim, as aproximações envolvidas são geralmente justificáveis, já que esta análise conduz muitas vezes a bons resultados e tira partido de todo o conhecimento que se tem sobre sistemas LTI. Um sistema é dito invariante no tempo se a sua resposta, $y(t)$, a um determinado sinal de entrada, $u(t)$, não depender do tempo absoluto. Na prática, pode-se pensar em qualquer sistema que não altere o seu comportamento ao longo do tempo. Um sistema electromecânico, por exemplo, que sofra de variações de carga durante o processo de controlo e que alteram a sua dinâmica não será invariante no tempo. Um sistema é dito linear se a sua resposta a uma combinação linear de sinais de entrada é a mesma que é obtida pela mesma combinação linear das respostas às entradas individuais. Um sistema não linear não verifica as propriedades de sobreposição e/ou homogeneidade, sendo modelado por funções não lineares que frequentemente são aproximadas por combinações lineares de funções de base, que, em muitos casos, são polinomiais. Para um sistema discreto LTI com resposta a um impulso de Dirac (resposta impulsional) representada por h , a saída será dada pela expressão 2.2 (convolução entre o sinal de entrada e a resposta impulsional do sistema) [5] cap.2, p65-68.

$$y(k) = \sum_{n=0}^k h(n)u(k-n) \quad (2.2)$$

2.2.2 Transformada Z

No domínio do tempo contínuo, a transformada de Laplace desempenha um papel importante ao transformar equações diferenciais em equações algébricas, ao introduzir o conceito de função de transferência, bem como a interpretação do sistema no domínio da frequência. Por sua vez, no domínio discreto é a transformada Z que desempenha esse papel, constituindo uma ferramenta para o estudo de equações diferença lineares. A transformada Z unilateral de um sinal $f(n)$ ($n \geq 0$), tendo em conta um sinal amostrado com período h , é dada pela expressão 2.3 [5] cap.2, p65-p68.

$$F(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} f(kh)z^{-k} \quad (2.3)$$

Usando a definição de transformada Z e a propriedade de convolução [3] p57, obtém-se a relação 2.4. $G(z)$ é a transformada Z da resposta impulsional do sistema, conhecida como função de transferência, e $U(z)$ e $Y(z)$ são as transformadas dos sinais $u(k)$ e $y(k)$,

respectivamente.

$$Y(z) = G(z)U(z) \quad (2.4)$$

Por sua vez, se o modelo do sistema em tempo contínuo, $G(s)$, for conhecido, $G(z)$ é obtida tendo em conta o dispositivo ZOH (expressão 2.1) pela relação 2.5 [6].

$$\begin{aligned} G(z) &= G_{ZOH}(z)Z \left[\frac{G(s)}{s} \right] \\ &= \frac{z-1}{z}Z \left[\frac{G(s)}{s} \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde $Z \left[\frac{G(s)}{s} \right]$ é uma forma abreviada de $Z \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \right\}$.

Uma vez que $z = e^{sh}$, a variável z pode ser encarada como o operador avanço, da mesma forma que z^{-1} pode ser considerado o operador atraso, ou seja, $Z^{-1} \{zX(z)\} = x(k+1)$ da mesma forma que $Z^{-1} \{z^{-1}X(z)\} = x(k-1)$ [6] (cap.3). No entanto, a utilização da variável z nas equações com sinais no domínio do tempo discreto estaria formalmente incorrecta, pelo que é utilizado o operador q (expressões 2.5 e 2.6) que permite a representação do avanço/atraso temporal (de um intervalo de amostragem) nas equações e que será utilizado ao longo deste trabalho.

$$qx(k) = x(k+1) \quad (2.6)$$

$$q^{-1}x(k) = x(k-1) \quad (2.7)$$

2.2.3 Modelo matemático de um sistema

Apresenta-se, de seguida, a notação utilizada para representar, através de funções de transferência, sistemas e controladores em tempo contínuo e respectivas versões discretas, partindo das equações diferenciais e equações diferenças, respectivamente.

Para um sistema LTI em tempo contínuo de ordem n , tem-se como modelo a equação diferencial de coeficientes constantes 2.8. A função de transferência correspondente é dada pela equação 2.9, obtida de 2.8 pela aplicação das transformadas de Laplace [7] p562-p566.

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) \\ = b_1 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_2 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx(t)}{dt} + b_m x(t), n \geq m \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \Rightarrow Y(s) \equiv \frac{B(s)}{A(s)} U(s) \quad (2.9)$$

O equivalente discreto é apresentado na equação de diferenças 2.10. A respectiva função de transferência é dada pela expressão 2.11, obtida aplicando o operador atraso/avanço anteriormente introduzido à equação 2.10.

$$\begin{aligned} y(k+n) + a_1y(k+n-1) + \dots + a_{n-1}y(k+1) + a_ny(k) \\ = b_1u(k+m) + b_2u(k+m-1) + \dots + b_{m-1}u(k+1) + b_mu(k) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$G(q) = \frac{Y(q)}{U(q)} = \frac{b_1q^m + b_2q^{m-1} + \dots + b_{m-1}q + b_m}{q^n + a_1q^{n-1} + \dots + a_{n-1}q + a_n} \Rightarrow y(k) \equiv \frac{B(q)}{A(q)}u(k) \quad (2.11)$$

2.3 Etapas importantes no projecto de um sistema de controlo digital

2.3.1 Selecção do período de amostragem

A amostragem constitui uma etapa fundamental no processo de controlo digital. Nesta operação, um conjunto discreto (no tempo e na amplitude) de amostras é registado, com o objectivo de ser tratado por um computador para o cálculo do sinal de controlo (figura 2.1). A escolha do intervalo de amostragem, h , deverá estar relacionada com o conteúdo espectral do respectivo sinal a amostrar. Pelo teorema de Niquist, sabe-se que a frequência de amostragem, $F_s = 1/h$, deverá ser superior ao dobro da máxima componente de frequência contida nesse sinal. Noutra abordagem, pode-se analisar as(s) constante(s) de tempo dominante(s) do sistema que são equivalentes ao inverso da componente real do(s) polo(s) dominante(s). Existem algumas regras empíricas na literatura que definem gamas de valores adequadas para h em função das constantes de tempo do sistema.

Como nota final, de referir que um valor demasiado elevado para h fará com que a reconstrução do sinal contínuo seja impossível, em contrapartida um valor demasiado baixo poderá constituir uma carga demasiado elevada para o sistema computacional. Para além disso, é conhecido que a escolha do intervalo de amostragem tem influência na localização dos zeros do sistema discreto com efeitos pouco previsíveis [3] p63-65.

2.3.2 Modelação do sistema

A primeira interrogação que surge no processo de controlo é, naturalmente, qual o modelo do sistema que se pretende efectivamente controlar, para posteriormente escolher uma estratégia de controlo adequada.

O modelo do sistema desconhecido (figura 2.2) pode ser obtido de duas formas diferentes: por modelação matemática das leis físicas envolvidas ou por experimentação. A primeira abordagem é na maioria dos casos muito difícil ou impossível. Basta pensar em parâmetros do sistema desconhecidos ou cuja determinação pode ser impraticável, como

por exemplo grandezas mecânicas e/ou eléctricas - coeficientes de atrito, momentos de inércia, capacidades, entre outros. Estas limitações levam geralmente à identificação por experimentação ou uma combinação das duas metodologias. O grau de precisão do modelo que se pretende obter deverá estar relacionado com a necessidade de se ter um controlo mais grosseiro ou mais refinado do sistema em causa, estabelecendo-se relações de compromisso. Um método de estimação de parâmetros muito utilizado é o dos mínimos quadrados, *least squares* (LS), inicialmente desenvolvido por Gauss e Legendre e introduzido de seguida.

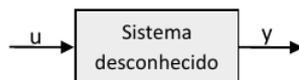


Figura 2.2: Sistema desconhecido

Método dos mínimos desvios quadrados (LS) - implementação não recursiva (ou *off-line*)

O método dos mínimos quadrados aqui apresentado [8] assume que o sistema a identificar é invariante no tempo. Para sistemas variantes no tempo, pode utilizar-se uma versão recursiva deste método no qual se procede a uma identificação contínua do sistema e em paralelo com a atuação do controlador.

Um pressuposto a ter em conta é o conhecimento da ordem do modelo, para que desta forma o número de parâmetros a identificar seja conhecido. É então introduzido o modelo com n parâmetros a identificar na equação 2.12.

$$y(k) = \varphi_1(k)\theta_1 + \varphi_2(k)\theta_2 + \dots + \varphi_n(k)\theta_n \quad (2.12)$$

Nesta equação y é a variável observada, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ são os parâmetros a determinar, e $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ são os designados regressores - combinações das variáveis conhecidas (em geral, versões atrasadas dos sinais de entrada e saída).

Para ambas as variantes do método *LS*, o critério utilizado na medição da qualidade do modelo baseia-se na minimização de uma função de custo, J , dada pela expressão 2.13.

$$J = J(\hat{\boldsymbol{\theta}}, N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i) \quad (2.13)$$

O erro de estimação, ε , é dado pelas expressões 2.14 e 2.15, onde $y(i)$ é a variável observada, $\hat{y}(i)$ é o valor estimado correspondente, $\boldsymbol{\varphi}$ o vetor dos regressores e $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ o vector dos parâmetros estimados. N é o número de amostras, obtidas com igual precisão. De notar que a função de custo é quadrática, pelo que erros de magnitude elevada são fortemente penalizados.

$$\varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) \quad (2.14)$$

$$\varepsilon(i) = y(i) - \boldsymbol{\varphi}^T \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.15)$$

O problema dos mínimos quadrados baseia-se assim na minimização na função de custo 2.13. Para tal definem-se os vectores representados nas equações seguintes, e por esta ordem: vector dos parâmetros estimados, vector das saídas, vector das saídas estimadas, vector dos erros e matriz dos dados:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \dots \ \hat{\theta}_n]^T \quad (2.16)$$

$$\mathbf{Y} = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]^T \quad (2.17)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{y}_1 \ \hat{y}_2 \ \dots \ \hat{y}_n]^T \quad (2.18)$$

$$\mathbf{E} = [\varepsilon(1) \ \varepsilon(2) \ \dots \ \varepsilon(N)]^T \quad (2.19)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^T(1) \\ \boldsymbol{\varphi}^T(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}^T(N) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Reescrevendo a função de custo (2.13) obtém-se a expressão 2.21:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{E} = \frac{1}{2} \|\mathbf{E}\|^2 \quad (2.21)$$

Partindo das relações

$$\mathbf{E} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{Y} - \boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.24)$$

obtém-se (não demonstrado aqui [8]) o vector de parâmetros estimados, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, através da expressão 2.25:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{Y} \quad (2.25)$$

Numa última nota, de referir que é necessário escolher um sinal de excitação adequado que permita a obtenção dos parâmetros pretendidos. Em muitos processos industriais é difícil e dispendioso realizar experimentações. Nesse sentido, será desejável que o método de identificação não necessite de sinais de entrada especiais. Existem técnicas que teoricamente são capazes de realizar a identificação sem a necessidade de se ter sinais de excitação

com características bem definidas, com a contrapartida de acarretarem um maior esforço computacional. Uma característica desejável ao sinal de entrada é que este tenha a capacidade de excitar suficientemente todos os modos do processo [3] p506-p507. Um sinal vulgar nos processos de identificação é o degrau, que possui um conteúdo espectral alargado.

2.3.3 Selecção de sensores e actuadores

Os sensores são responsáveis pela conversão de uma grandeza física numa grandeza eléctrica. São indispensáveis em qualquer sistema de controlo que funcione com uma malha de realimentação. O sinal analógico proveniente do sensor é posteriormente convertido para o domínio digital pelo ADC. A selecção dos sensores necessários para o sistema de controlo recairá sobre aspectos essenciais tais como frequência máxima de amostragem, nível de exactidão exigido, robustez necessária para o meio em que irão operar e custo.

Os actuadores são normalmente dispositivos electromecânicos que convertem o sinal de saída do módulo DAC no sinal a ser aplicado à entrada do sistema a controlar. Normalmente, a principal preocupação com estes dispositivos reside na avaliação das suas zonas de funcionamento (aproximadamente) lineares, bem como o efeito de saturação que lhes é característico. Esta última característica está representada na figura 2.3, onde a saída do actuador com saturação é a entrada do sistema a controlar. Este facto introduz não linearidades no sistema que devem ser tidas em conta. Como o controlador é um sistema dinâmico, há que garantir que o mesmo tenha um comportamento adequado com as limitações referidas. Uma situação comum relacionada com este problema é o efeito do *integral wind-up* nos controladores com integrador [3] p331-p336.

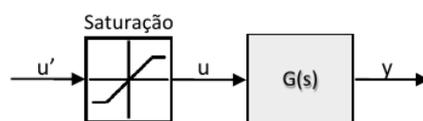


Figura 2.3: Actuador com saturação

2.3.4 Selecção do computador

O computador é o componente essencial no controlo digital, sendo responsável pelo cálculo do sinal de controlo. A evolução tecnológica das últimas décadas relacionada com o seu hardware conduziu a que este não constituísse mais, na generalidade das situações, um fator limitativo. A tecnologia actual permite desenvolver processadores com frequências de relógio na ordem do GHz e que suplantam muitas vezes as necessidades, ao contrário do que se verificava no passado. O problema não está assim no hardware mas na forma como o *Kernel*, núcleo do sistema operativo, faz a gestão dos recursos, entre eles o CPU. A nível de qualquer um dos sistemas operativos mais usados (Windows, Linux e Mac OS) não há qualquer garantia de cumprimento temporal na execução de uma dada tarefa. Em particular, para tarefas periódicas, não é possível garantir que haja uma instanciação

exactamente de h em h segundos e que essa mesma instanciação tenha um tempo de término fixo e determinístico. Isto não é obviamente conveniente em qualquer sistema de controlo. A solução passa por, em praticamente todos os casos, usar sistemas operativos de tempo real [3] p360-p363. Alguns exemplos deste tipo de sistema são VxWorks, freeRTOS, QNX, LynxOS, eCos, entre outros [14].

A figura 2.4 apresenta um algoritmo a ser seguido num esquema de controlo digital. Assume-se que o computador tem um mecanismo de interrupções activo e que o atendimento à interrupção desencadeada pelo algoritmo de controlo é sempre prioritário a qualquer outro. Após cada instanciação (de h em h segundos) da tarefa responsável pelo algoritmo de controlo, as interrupções são inibidas. É então calculado o novo sinal de controlo com base no sinal de saída actual, escrito no DAC e activadas as interrupções de novo, sendo o fluxo de execução retomado.

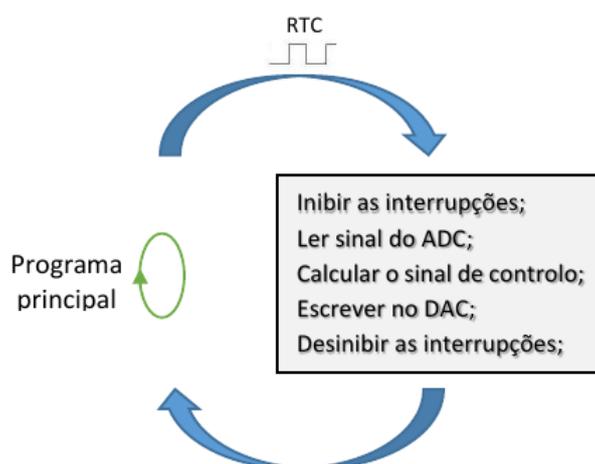


Figura 2.4: Típico algoritmo de controlo

2.4 Vantagens e desvantagens do controlo digital

Enumeram-se nesta secção algumas vantagens consideradas relevantes da utilização de controlo digital em detrimento do analógico, bem como alguns potenciais inconvenientes [4], p11.

Vantagens

- **Robustez e precisão.** O controlo digital permite o uso de elementos de controlo sensíveis para sinais de relativamente baixa energia. Isto é conseguido graças a transdutores digitais relativamente imunes a distorção por ruído e não-linearidades e à sua elevada precisão e resolução quando comparados com transdutores analógicos;

- **Conjunto alargado de soluções de controlo.** O emprego de sinais digitais ou discretos permite o desenvolvimento de sistemas de controlo mais complexos e sofisticados, graças à capacidade de armazenar informação discreta por intervalos de tempo alargados, bem como processar algoritmos complicados e transmitir informação discreta com alta precisão, usando microcomputadores de baixo custo e baixo consumo;
- **Flexibilidade.** A alteração de controladores e respectivos parâmetros é realizada por *software*, ao contrário dos sistemas analógicos onde geralmente o *hardware* teria de ser modificado. O controlo adaptativo, que se baseia em ajustes de parâmetros do respectivo controlador ao longo do tempo, é desta forma bastante beneficiado;

Desvantagens

- **Complexidade acrescida.** A análise matemática e o projecto do sistema de controlo discreto são por vezes mais complexos em comparação com a respectiva abordagem analógica. Em geral, a conversão para modelo discreto provoca degradação da margem de estabilidade do sistema;
- **Atrasos acrescidos.** Os conversores ADC e DAC não ideais, bem como o próprio computador digital, atrasam o sinal de controlo e os objectivos de *performance* podem ser mais difíceis de alcançar;

Capítulo 3

Controladores Digitais

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos teóricos referentes aos controladores PID (Proporcional, Integral e Diferencial) e controladores por posicionamento de pólos, presentes no decorrer deste trabalho. Para os controladores PID, o projecto será feito por emulação, isto é, conhecido o modelo em Laplace do sistema a controlar, é projectado o controlador contínuo, também no domínio dos tempos, sendo que, só no final este é aproximado por um modelo discreto. Nos últimos será realizado projecto directo, isto é, após se conhecer o modelo discreto (obtido do modelo contínuo por amostragem), projecta-se o controlador discreto. Em todo o caso, consideram-se os modelos sem termos que descrevam a presença de ruído.

Para o caso de projecto por emulação, os operadores derivada e integrador são aproximados pelo método das diferenças para trás [3] p293-295.

3.1 Controladores PID

Com base numa pesquisa de Desborough e R.Miller em 2002, em mais de 11 mil malhas de controlo da indústria petrolífera, química e de papel, 97% dos controladores eram do tipo PID. Na verdade, grande parte era efectivamente do tipo PI (Proporcional Integral), dado a acção derivativa estar frequentemente desligada [10]. Estes factos destacam o peso que este tipo de controladores têm no controlo industrial.

Nesta secção será dada uma introdução aos controladores PID, analisando individualmente cada componente do controlador: proporcional, diferencial e integral. Será explicado o princípio base de funcionamento e serão apresentados o sinal de controlo e a função de transferência do modelo discreto, sendo que as deduções dos resultados podem ser encontrados na bibliografia [6]. Embora os resultados sejam apresentados para o domínio de tempo discreto, apresentam-se os diagramas de blocos representando os sistemas em malha fechada no domínio de tempo contínuo, por se considerar mais simples e intuitivo.

3.1.1 Controlador P

O controlador P encontra-se representado na figura 3.1. Neste controlador, o sinal de controlo, $U(s)$, é função do sinal de erro, $E(s)$, multiplicado por um factor constante, K_p .

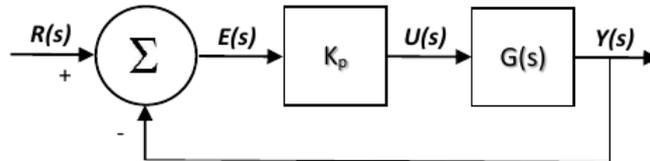


Figura 3.1: Controlador proporcional

No domínio discreto, tem-se a função de transferência do controlador (expressão 3.1), e o sinal de controlo (expressão 3.2):

$$G_C(q) = K_p \quad (3.1)$$

$$u(k) = K_p(r(k) - y(k)) \quad (3.2)$$

Se o sistema $G(s)$ for de tipo 0, ou seja, se não tiver qualquer pólo na origem, o sistema realimentado terá sempre erro em regime estacionário não nulo para um sinal de referência em degrau. [7] p169-175.

3.1.2 Controlador PI

Apresenta-se na figura 3.2 o diagrama de blocos do controlador PI. A ideia deste controlador é eliminar o erro em regime estacionário da resposta ao degrau, por integração do sinal de erro, sempre que o sistema a controlar não tenha um pólo na origem. Em termos matemáticos, esta operação adiciona à função de transferência da malha um pólo na origem, formando um sistema do tipo 1.

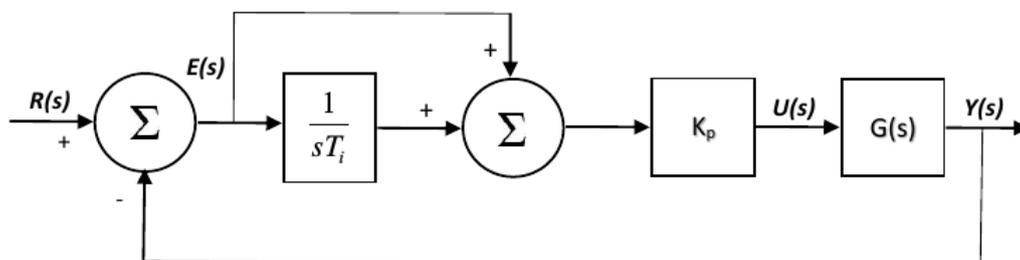


Figura 3.2: Controlador proporcional integral

No domínio de tempo discreto tem-se a função de transferência do controlador e o sinal de controlo dados pelas expressões 3.3 e 3.4, respectivamente.

$$\begin{cases} s_0 = K \left(1 + \frac{h}{T_i} \right) \\ s_1 = -K \\ G_R(q) = \frac{s_0 + s_1 q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$u(k) = u(k-1) + s_0 r(k) + s_1 r(k-1) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) \quad (3.4)$$

3.1.3 Controlador PID

O controlador PI elimina o erro em regime estacionário na resposta ao degrau mas não tira partido da informação da variação do sinal de erro ao longo do tempo. Introduzindo a componente derivativa sT_d (figura 3.3), o sinal de controlo passa a ter uma componente proporcional à taxa de variação do erro, melhorando o seu desempenho. Além do pólo introduzido pela componente integral, são introduzidos dois zeros responsáveis pela resposta transitória e que são função dos parâmetros T_i e T_d . Um dos benefícios é que para sistemas sub-amortecidos, um controlador PID é capaz de reduzir a sobrelevação em malha fechada, consequência dos zeros adicionados.

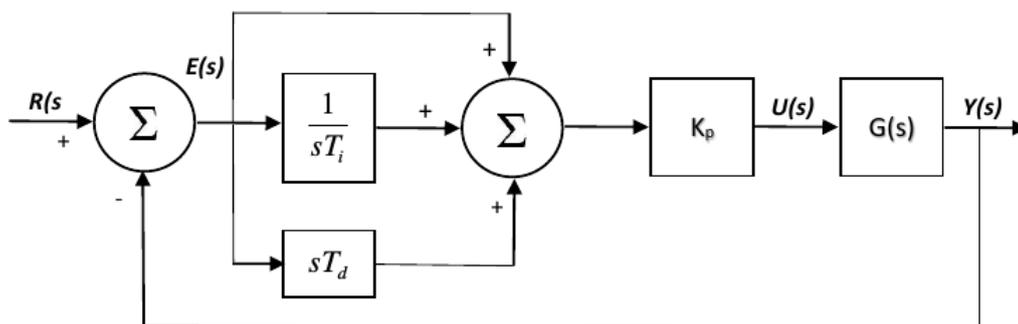


Figura 3.3: Controlador proporcional integral diferencial

No domínio de tempo discreto tem-se a função de transferência do controlador PID e

o sinal de controlo dados pelas expressões 3.5 e 3.6, respectivamente.

$$\begin{cases} s_0 = K \left(1 + \frac{h}{T_i} + \frac{T_d}{h} \right) \\ s_1 = -K \left(1 + \frac{2T_d}{h} \right) \\ s_2 = \frac{KT_d}{h} \\ G_R(q) = \frac{s_0 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2}}{1 - q^{-1}} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$u(k) = u(k-1) + s_0r(k) + s_1r(k-1) + s_2r(k-2) - s_0y(k) - s_1y(k-1) - s_2y(k-2) \quad (3.6)$$

3.2 Controladores por posicionamento de pólos

Os controladores PID analisados na secção anterior têm em comum o facto de apresentarem um conjunto limitado de soluções possíveis para o processo de controlo. Em cada um desses controladores, a posição dos pólos do sistema em malha fechada é sempre definida pelo lugar das raízes do sistema. Dado que os pólos do sistema em malha fechada definem as características da resposta do sistema, será vantajoso usar uma abordagem em que se possa posicioná-los em posições arbitrárias do plano complexo. Nesse sentido, surgem os métodos de controlo por posicionamento de pólos, podendo-se adoptar uma abordagem polinomial através dos controladores RST (designação resultante da definição de 3 polinómios - $R(q)$, $S(q)$ e $T(q)$), ou com o controlo por realimentação de estado através da descrição do sistema pelas suas variáveis internas. Em qualquer dos casos, a solução tomada deve, em princípio, cumprir um de dois objectivos que se costumam distinguir nos problemas de controlo: regulação e seguimento. No primeiro caso, procura-se essencialmente criar um compromisso entre redução de perturbações na carga e desvios criados pelo ruído de medição que é injectado no sistema pela malha de realimentação. No segundo caso, a preocupação é o seguimento de um sinal de referência. Assim, os objectivos de um controlador podem ser [3] p120-121:

- Atenuação de variações de carga;
- Redução do efeito do ruído de medida;
- Seguimento de sinais de referência;
- Acomodação de variações e incertezas do comportamento do processo;

Neste trabalho será dada especial atenção ao controlo no contexto dos servomecanismos, sendo o seguimento de sinais de referência o principal objectivo dos controladores implementados.

3.2.1 Controlador RST

Modelos

De acordo com a notação introduzida na equação 2.11, definem-se os modelos de malha aberta e malha fechada do sistema nas equações 3.7 e 3.8.

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) = G(q)u(k) \quad (3.7)$$

$$y(k) = \frac{B_m(q)}{A_m(q)}r(k) = G_m(q)r(k) \quad (3.8)$$

No modelo de malha fechada os coeficientes de $B_m(q)$ e $A_m(q)$ designam-se $b_{1_m} \dots b_{m_m}$ e $a_{1_m} \dots a_{m_m}$, respectivamente, para haver distinção para os coeficientes do sistema de malha aberta.

Função de Controlo

Para se obter a resposta pretendida em malha fechada, o controlador RST considera como função de controlo a expressão 3.9.

$$R(q)u(k) = T(q)r(k) - S(q)y(k) \quad (3.9)$$

Os polinómios $R(q)$, $S(q)$ e $T(q)$ estão definidos nas expressões 3.10-3.12.

$$R(q) = q^{n_r} + r_1q^{n_r-1} + r_2q^{n_r-2} + \dots + r_{n_r} \quad (3.10)$$

$$S(q) = s_0q^{n_s} + s_1q^{n_s-1} + s_2q^{n_s-2} + \dots + s_{n_s} \quad (3.11)$$

$$T(q) = t_0q^{n_t} + t_1q^{n_t-1} + t_2q^{n_t-2} + \dots + t_{n_t} \quad (3.12)$$

Reescrevendo a equação 3.9 obtém-se a expressão 3.13. Na figura 3.4 encontra-se o respectivo diagrama de blocos do controlador RST.

$$u(k) = \frac{T(q)}{R(q)}r(k) - \frac{S(q)}{R(q)}y(k) \quad (3.13)$$

Crítérios de Causalidade

Para que o sistema de controlo seja fisicamente implementável é necessário garantir que as funções de transferência em malha aberta e malha fechada, bem como a função de transferência do controlador, sejam causais. Impõem-se assim, respectivamente, as condições 3.14-3.16.

$$\text{grau}(A(s)) \geq \text{grau}(B(s)) \quad (3.14)$$

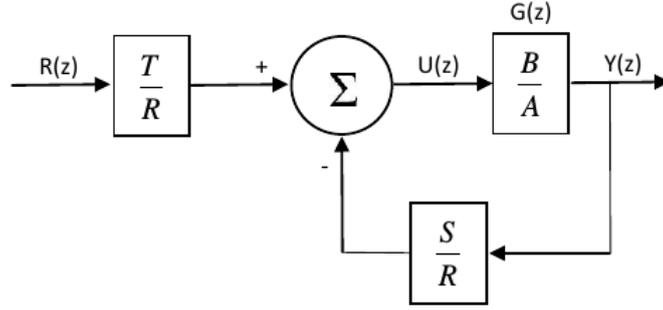


Figura 3.4: Controlador RST

$$\text{grau}(A_m(s)) \geq \text{grau}(B_m(s)) \quad (3.15)$$

$$\text{grau}(A_m(s)) - \text{grau}(B_m(s)) \geq \text{grau}(A(s)) - \text{grau}(B(s)) \quad (3.16)$$

Pelo mesmo motivo, é necessário impor que as funções de transferência definidas pelos polinómios $R(q)$, $S(q)$ e $T(q)$ (figura 3.4) sejam também causais, pelo que se impõem as condições 3.17 e 3.18.

$$\text{grau}(R(q)) \geq \text{grau}(T(q)) \quad (3.17)$$

$$\text{grau}(R(q)) \geq \text{grau}(S(q)) \quad (3.18)$$

Polinómio Observador

Para que se possa obter um conjunto de soluções geral para o sistema em malha fechada é usualmente necessário definir um polinómio observador - equação 3.19.

$$A_o(q) = q^{n_{obs}} + a_{obs1}q^{n_{obs}-1} + a_{obs2}q^{n_{obs}-2} + \dots + a_{obsn} \quad (3.19)$$

O polinómio observador, multiplicando simultaneamente o numerador e denominador da função de transferência pretendida para o sistema compensado, $G_m(q)$, visa flexibilizar o projecto dos polinómios $R(q)$, $S(q)$ e $T(q)$, permitindo adequar o grau destes polinómios, atendendo às condições de causalidade. O polinómio T é obtido em função do polinómio observador pela expressão 3.20 de forma a que o numerador da função de transferência coincida com $B_m(q)$. O projecto deste polinómio deverá também garantir que a sua constante de tempo dominante seja razoavelmente inferior à constante de tempo dominante do sistema compensado, de tal forma que a sua influência neste mesmo seja desprezável.

$$T = \frac{A_o B_m}{B} \quad (3.20)$$

Coefficientes dos polinómios $B_m(q)$ e $A_m(q)$

Os coeficientes do polinómio $A_m(q)$ são obtidos com base nos pólos que se deseja para o sistema em malha fechada. Os coeficientes de $B_m(q)$ são obtidos escolhendo com precaução a posição dos zeros de malha fechada. Se houver em malha aberta zeros de fase não mínima, o seu cancelamento com pólos pode tornar o sistema instável. Optando por manter os zeros de malha aberta no modelo de malha fechada, a única condição a impor é a que se apresenta na expressão 3.21 (teorema do valor final), para garantir um ganho unitário em regime estacionário, se tal for o desejado.

$$\lim_{q \rightarrow 1} \left(\frac{B_m(q)}{A_m(q)} \right) = 1 \quad (3.21)$$

Resolução da equação de Diophantine

Com todos os polinómios anteriormente definidos, o problema resume-se a encontrar os coeficientes dos polinómios $R(q)$ e $S(q)$ (expressões 3.10 e 3.11). Para tal é necessário resolver a equação algébrica 3.22, que deriva da igualdade dos denominadores de $G_m(q)$ e do sistema da figura 3.4.

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_{obs}(q)A_m(q) \quad (3.22)$$

Esta equação é conhecida como a equação de Diophantine.

3.3 Controlador por realimentação de estado

Outra forma de realizar controlo por posicionamento de pólos é, no contexto da representação por espaço de estados, fazer com que o sinal de realimentação seja função das variáveis de estado do sistema - ver figura 3.5. Ao contrário do controlo clássico, em que num sistema SISO (*Single-Input Single-Output*), apenas o sinal de saída é realimentado, este método de controlo tira partido da informação das variáveis de estado do sistema para produzir o novo sinal de controlo.

Os conceitos descritos de seguida e que estão por detrás do projecto do controlador por realimentação de estado não são aqui aprofundados e podem ser consultados na bibliografia [11], [12], [13] e [3] (cap.3 e cap.4).

O sistema discreto a ser compensado é representado em termos de variáveis de estado pelas equações 3.23:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k) \end{cases} \quad (3.23)$$

O sistema compensado passa assim a ser descrito pelas equações 3.24:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{\Phi} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{K})\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}r(k) \\ y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k) \end{cases} \quad (3.24)$$

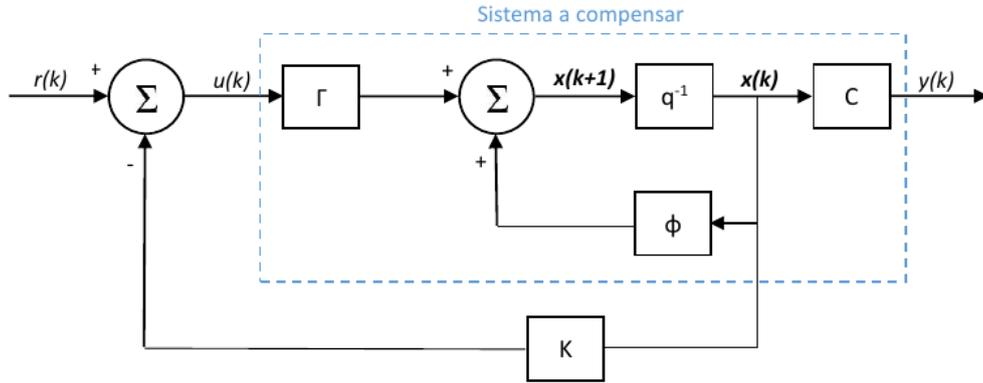


Figura 3.5: Controle por espaço de estados

Sendo que \mathbf{K} é a respectiva matriz de realimentação de estado a determinar:

$$\mathbf{K} = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] \quad (3.25)$$

O problema está então em encontrar a matriz \mathbf{K} por forma a que as raízes da equação característica do sistema em malha fechada adquiram as posições pré-determinadas. A equação característica é dada pela expressão 3.26 (pois os pólos do sistema coincidem com os valores próprios da matriz da dinâmica):

$$|\lambda \mathbf{I} - (\Phi - \Gamma \mathbf{K})| = 0 \quad (3.26)$$

Uma forma de obter as matrizes Φ , Γ e \mathbf{C} é utilizar uma representação do sistema na forma canónica controlável. A representação do sistema é então dada pelas equações 3.27, considerando a notação da equação 2.10 (outras formas são naturalmente possíveis para a representação em espaço de estados).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [b_m \quad \dots \quad b_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \mathbf{x}(k) + [0] u(k) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Por fim, há que garantir uma condição essencial para que o posicionamento dos pólos do sistema compensado seja arbitrária. É necessário garantir que o sistema é acessível, surgindo daqui o conceito de acessibilidade:

Acessibilidade - Um sistema é dito acessível se for possível encontrar uma sequência de controlo tal que qualquer estado arbitrário possa ser atingido em tempo finito, a partir

de um certo estado inicial.

Um conceito semelhante é o de controlabilidade:

Controlabilidade - Um sistema é dito controlável se for possível transferir um vector de estado inicial arbitrário para a origem desse vector num período finito de tempo.

No entanto, a definição apresentada assume que o estado do sistema pode ser determinado de alguma forma, mesmo nas situações em que uma ou mais variáveis de estado não é directamente mensurável no sistema real. A solução para estes casos é utilizar um observador de estado, mas para tal é necessário garantir que o sistema é observável, implicando a definição do conceito de observabilidade.

Observabilidade - Um sistema é dito observável se qualquer estado inicial puder ser determinado a partir da observação do vector de saída. Em particular, será completamente observável se o intervalo de tempo de identificação dos estados for arbitrário.

O observador de estado permite então determinar uma estimativa do vector de estado, $\hat{\mathbf{x}}$, de acordo com a expressão 3.28:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\Phi - \mathbf{GC})\hat{\mathbf{x}}(k) + \Gamma u(k) + \mathbf{G}y(k) \quad (3.28)$$

que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \Phi\hat{\mathbf{x}}(k) + \Gamma u(k) + \mathbf{G}\hat{\varepsilon}(k) \quad (3.29)$$

onde

$$\hat{\varepsilon}(k) = [y(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (3.30)$$

A equação 3.29 é equivalente à equação 3.28, mas agora escrita de forma causal tendo em vista a sua implementação (k é o instante actual) e fazendo $\mathbf{M} = (\Phi - \mathbf{GC})$.

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(k-1) + \Gamma u(k-1) + \mathbf{G}y(k-1) \quad (3.31)$$

\mathbf{G} é um vector, designado por ganho do observador (expressão 3.30), que deve ser escolhido de tal forma que as constantes de tempo do observador sejam pequenas relativamente às constantes de tempo dominantes do sistema cujo estado se pretende determinar. Desta forma, o observador será capaz de acompanhar a mudança de estado do sistema real. Isto equivale a escolher devidamente os pólos do observador, dados pela expressão 3.31.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$|\lambda I - (\Phi - \mathbf{G}\mathbf{C})| = 0 \quad (3.33)$$

Finalmente, o sinal de controlo será dado pela expressão 3.32

$$u(k) = r(k) - \mathbf{K}\hat{x}(k) \quad (3.34)$$

A figura 3.6 apresenta o diagrama de blocos do sistema completo, já incluindo um observador de estado.

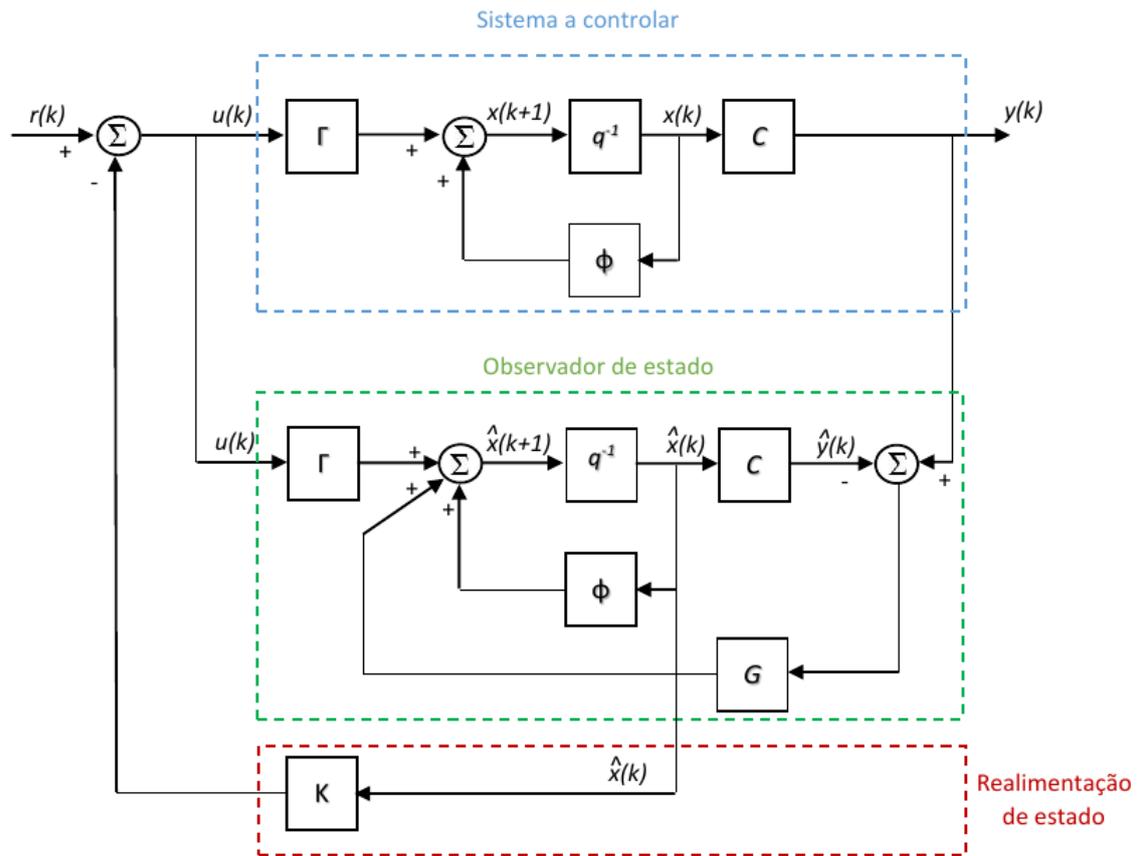


Figura 3.6: Controlo por espaço de estados - diagrama de blocos completo

De seguida descreve-se o processo de determinação das matrizes \mathbf{K} e \mathbf{G} utilizado o método de Ackermann.

Determinação da matriz \mathbf{K}

1. Considerar o sistema a ser compensado modelado pelas equações 3.23;

2. Construir a matriz de acessibilidade do sistema compensado:

$$\mathbf{W}_c = [\mathbf{\Gamma} \mid \mathbf{\Phi}\mathbf{\Gamma} \mid \mathbf{\Phi}^2\mathbf{\Gamma} \mid \dots \mid \mathbf{\Phi}^{n-1}\mathbf{\Gamma}] \quad (3.35)$$

O sistema será acessível se a matriz \mathbf{W}_c possuir característica (*rank*) n , onde n é a dimensão do vector de estado.

3. Com base no conjunto de pólos pré-definidos para o sistema compensado, construir o respectivo polinómio característico:

$$P(z) = z^n + \alpha_{n-1}z^{n-1} + \dots + \alpha_1z + \alpha_0 \quad (3.36)$$

4. Calcular a matriz \mathbf{K} da seguinte forma (fórmula de Ackermann):

$$\mathbf{K} = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{\Phi}) \quad (3.37)$$

Determinação da matriz \mathbf{G}

1. Considerar o sistema a ser compensado modelado pelas equações 3.23;
2. Construir a matriz de observabilidade:

$$\mathbf{W}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \text{---} \\ \mathbf{C}\mathbf{\Phi} \\ \text{---} \\ \mathbf{C}\mathbf{\Phi}^2 \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \\ \mathbf{C}\mathbf{\Phi}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

O sistema a controlar será observável se a matriz \mathbf{W}_o tiver *rank* n .

3. Definir o polinómio característico do observador (com base nos valores dos pólos arbitrados para o observador de estado):

$$P_o(\lambda) = \lambda^n + \nu_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \nu_1\lambda + \nu_0 \quad (3.39)$$

4. Determinar a matriz \mathbf{G} da seguinte forma:

$$\mathbf{G} = P_o(\mathbf{\Phi}) \mathbf{W}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Capítulo 4

Plataforma de teste

Neste capítulo será apresentada a plataforma desenvolvida no âmbito deste trabalho, incluindo os componentes mecânicos utilizados na sua construção bem como os circuitos electrónicos e respectivos componentes. Na última secção será apresentada a estrutura do software utilizado para controlar todo o sistema.

O esquema geral da plataforma apresenta-se na figura 4.1, servindo este esquema para permitir enquadrar a descrição detalhada de cada um dos seus módulos, descrição essa que será efectuada ao longo deste capítulo.

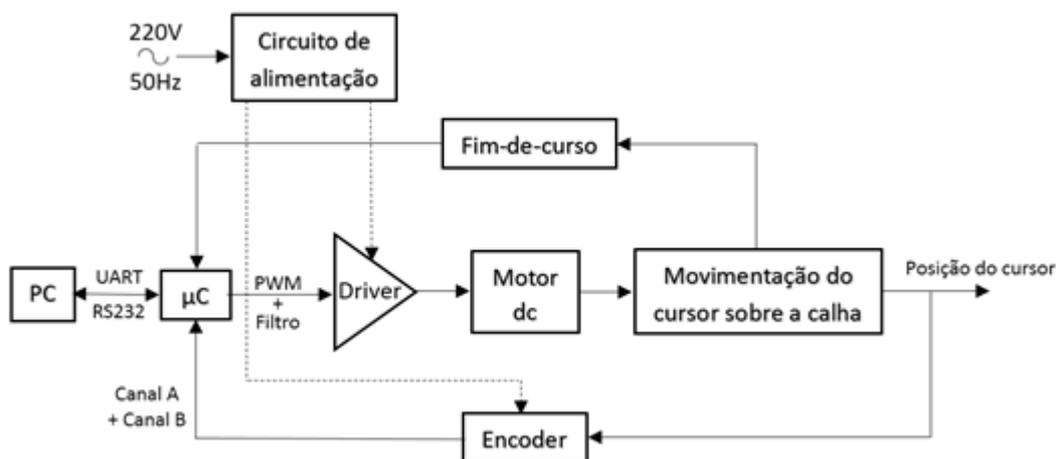
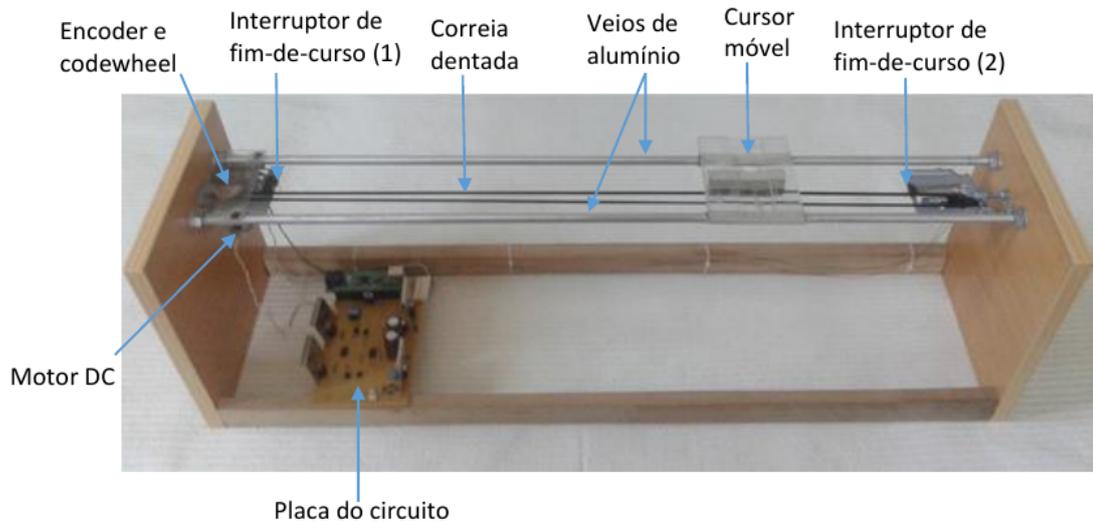


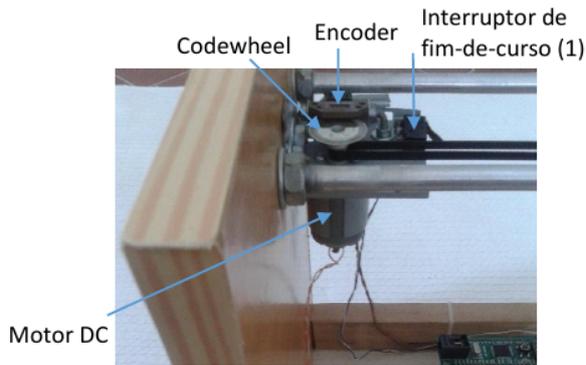
Figura 4.1: Esquema geral da plataforma desenvolvida

4.1 Estrutura mecânica

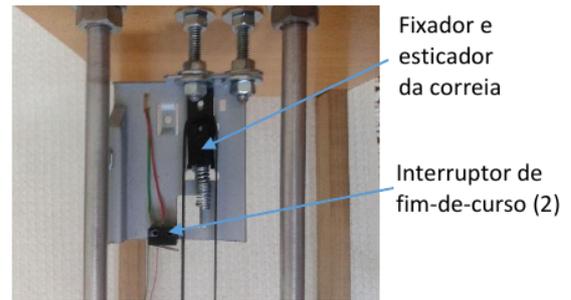
A figura 4.2 mostra a plataforma física. É constituída por uma estrutura de madeira que suporta dois veios maciços de alumínio onde se desloca um cursor leve de acrílico. Um motor dc fixo à estrutura é utilizado para fazer deslocar o cursor por meio de uma correia



(a) Plataforma de testes



(b) Módulo do *encoder*, motor e interruptor de fim-de-curso



(c) Interruptor de fim-de-curso e polia para movimentação da correia dentada (com mola para manter a correia esticada)



(d) Placa do circuito

Figura 4.2: Plataforma desenvolvida

dentada. O percurso permitido para o deslocamento do cursor é de aproximadamente 580 *mm*. Dois interruptores de fim-de-curso em cada extremidade permitem fazê-lo parar para prevenir a colisão com as extremidades. Um *encoder*, em conjunto com uma *codewheel* acoplada ao veio do motor, permite a medição da posição do cursor. A placa do circuito contém a electrónica necessária para o controlo do sistema.

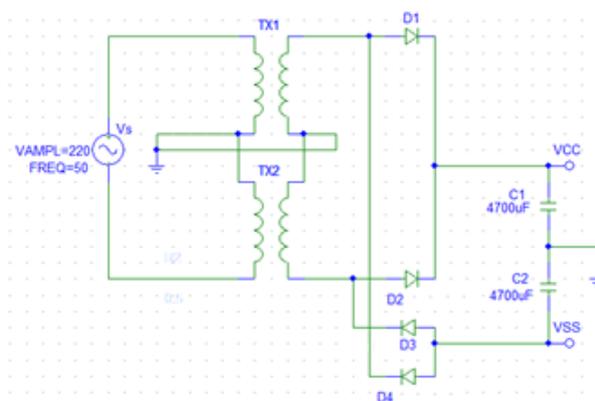
De seguida, procede-se à descrição do circuito electrónico implementado, soldado a estanho numa placa de circuitos pré-perfurada.

4.2 Retificador de onda completa

Com base na especificação do motor dc seleccionado, definiu-se que o circuito de drive do motor deveria ser alimentado por tensões simétricas, $V_{CC} = +15V$ e $V_{SS} = -15V$, não podendo a corrente fornecida ser superior a 1A. Para tal utilizou-se um transformador com uma potência de 60VA com entrada 230V, saídas $+/- 15V_{rms}$, com ponto central para o qual se projectou um retificador de onda completa (figura 4.3). Neste utilizaram-se díodos 1N4007 capazes de suportar o valor de corrente a entregar ao circuito, e reguladores LM7815 e LM7915 para obter as tensões de saída positiva e negativa reguladas.



(a) Transformador



(b) Retificador de onda completa

Figura 4.3: Transformador e respectivo esquema de simulação do circuito retificador

4.3 Amplificador de potência

Um circuito de amplificação de potência foi desenvolvido para efectuar o drive do motor dc (o único actuador do sistema). Descreve-se, em seguida, o projecto do referido amplificador de potência.

Inicialmente, pretendeu-se que o respectivo amplificador alimentasse o motor com uma tensão na gama $[-12 \dots 12]V$ com uma corrente que não deveria exceder 1A, a partir de

uma tensão de controlo, V_{in} , na gama $[0 \dots 3.3]V$. Para tal foi desenvolvido o circuito da figura 4.4. Neste circuito, os transístores Q_1 a Q_4 são transístores bipolares npn e pnp BC547C e BC557C, respectivamente. Os transístores Q_5 e Q_6 são transístores bipolares npn e pnp TIP31A e TIP32A, respectivamente. No esquema de simulação *SPICE* são usados transístores diferentes, devido às bibliotecas do *SPICE* da versão utilizada não possuírem os modelos dos BC547 e BC557. No entanto, as diferenças entre as características de transístores simulados e os transístores reais não é muito significativa, pelo que a simulação poderá indicar que o circuito operará conforme esperado na prática. As resistências utilizadas no circuito real têm 5% de precisão.

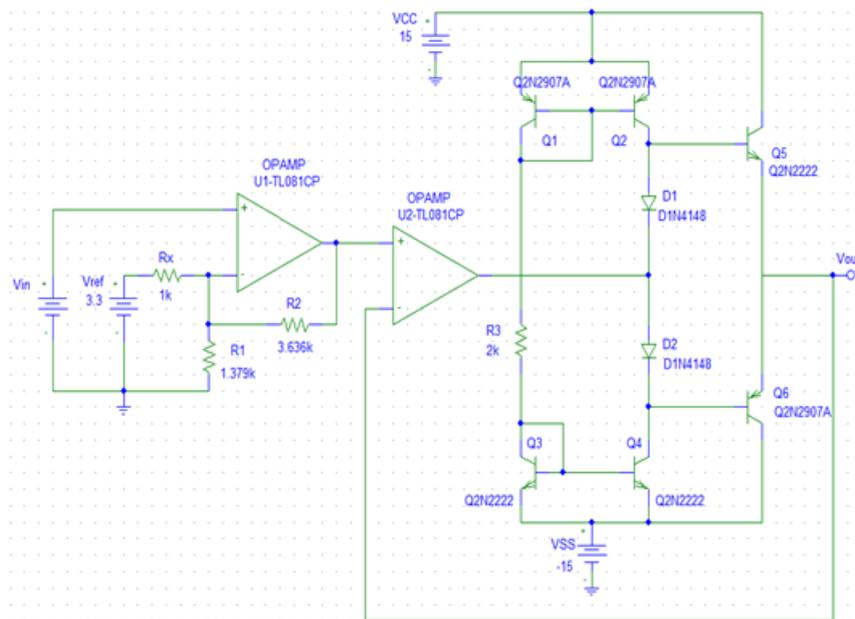


Figura 4.4: Circuito do amplificador de potência - *Spice*

O OpAmp U1 em conjunto com as resistências R_x , R_1 e R_2 formam um subtrator de offset com amplificação, transformando a gama de tensões $[0 \dots 3.3]V$ na gama $[-12 \dots 12]V$ (ainda em baixa potência). A tensão de saída do OpAmp U1 é assim dada pela expressão 4.1:

$$V_{o,U1} = \frac{R_1 // R_x + R_2}{R_1 // R_x} V_{in} - \frac{R_2}{R_x} V_{ref} \quad (4.1)$$

Impondo $R_x = 1K\Omega$, $V_{ref} = 3.3V$ e a característica $V_{o,U1}/V_{in}$, obtém-se $R_2 = 3.636K\Omega$ e $R_1 = 1.379K\Omega$. Estes valores são posteriormente aproximados (por combinação de valores de resistências existentes) para $R_1 = 1.3K\Omega$ e $R_2 = 3.74K\Omega$.

Os transístores Q_1 a Q_4 em conjunto com a resistência R_3 formam uma fonte de corrente que polariza os díodos D_1 e D_2 que por sua vez são responsáveis pela polarização dos transístores Q_5 e Q_6 por imposição de um V_{BE} constante de $\approx 0.66V$. O valor de R_3 foi calculado tendo em conta a corrente necessária para polarizar os 2 díodos com $5mA$ mais a

corrente de $10mA$ que se considera necessária fornecer às bases de Q_5 e Q_6 (considerando a corrente máxima de saída necessária e o ganho de corrente destes componentes). Será então necessária uma corrente de polarização $I_p = 15mA$. Pela expressão 4.2, obtém-se $R_3 = 2K\Omega$.

$$R_5 = \frac{V_{CC} - V_{SS}}{I_p} \quad (4.2)$$

Por fim, o andar de saída constituído pelos transístores bipolares TIP é o conhecido andar *push-pull*, responsável pelo fornecimento de tensão e corrente ao motor. Estes transístores podem dissipar uma potência de $40W$ (para uma temperatura de $25^\circ C$) e admitem uma corrente de colector máxima de $3A$. O OpAmp U2 fecha a malha de realimentação negativa. A sua entrada inversora está ligada à saída do circuito e a entrada não inversora à tensão real pretendida (saída de U1), pelo que o curto-circuito virtual existente entre as duas entradas fará com que a tensão de saída se aproxime da tensão pretendida. A característica de tensão V_{out}/V_{in} obtida na simulação *SPICE* encontra-se na figura 4.5 e corresponde ao esperado.

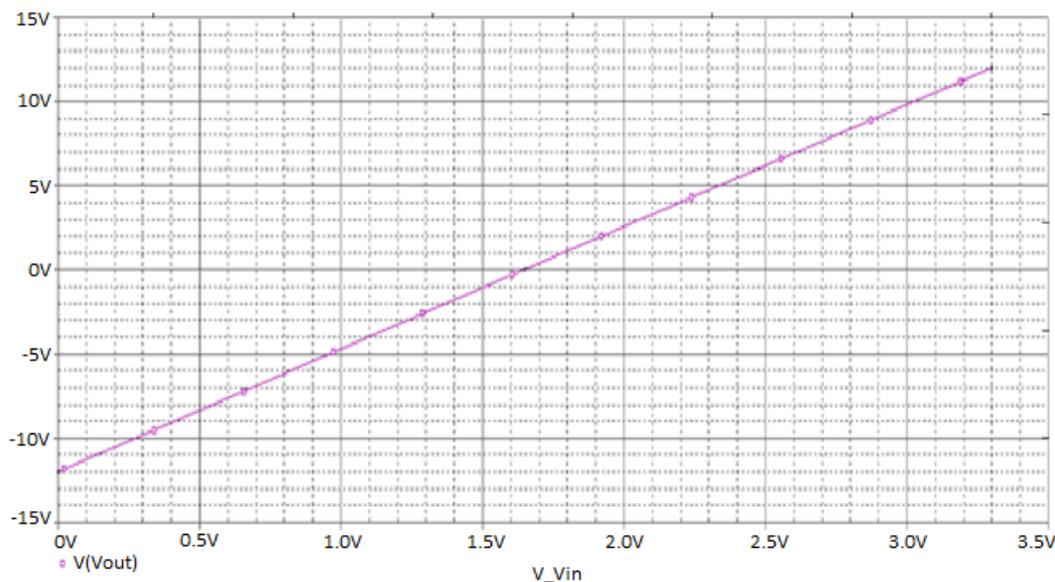


Figura 4.5: Característica de tensão do amplificador obtida no spice

A tensão de entrada do circuito, V_{in} , na figura 4.4 representada por uma fonte de tensão constante, é obtida na realidade através de um gerador de PWM (*Pulse-Width Modulation*) em conjunto com um filtro. É gerado um sinal PWM com uma frequência elevada ($156.5KHz$) por um microcontrolador (apresentado mais à frente) que usa um timer como base de tempo para geração deste sinal. Este é posteriormente filtrado por um filtro RC passa baixo dimensionado para ter uma frequência de corte de aproximadamente $1KHz$, um valor significativamente inferior ao da frequência do sinal PWM, mas significativamente

superior à largura de banda do motor. Outra solução alternativa seria utilizar um conversor DA. No entanto, como se irá ver mais à frente, este não está disponível na placa do controlador utilizado pelo que se optou por utilizar o gerador de PWM.

4.3.1 Pré-distorçor

Na prática, o circuito amplificador de potência apresentou alguns problemas de funcionamento. Em particular, houve necessidade de incluir resistências de valor reduzido (10Ω) nos emissores dos transístores Q_2 e Q_4 , já que estes eram destruídos por sobreaquecimento quase imediatamente após o circuito ser ligado. Este fenómeno pode estar relacionado com o efeito de embalamento térmico provocado pelo progressivo aumento de temperatura dos transístores que faz aumentar a sua condutividade que, por sua vez, ainda eleva mais a temperatura, sendo este um fenómeno de realimentação positiva. De forma a prevenir este fenómeno, nos transístores Q_5 e Q_6 são também incluídas resistências de baixo valor (0.5Ω) e com potência de dissipação de $1W$ nos seus emissores. As resistências nos emissores introduzem realimentação negativa que provoca diminuição de V_{BE} e a consequente diminuição da corrente de colectador. Para além deste problema, observou-se uma forte não-linearidade no valor de tensões de saída superiores a $10V$, pelo que se restringiu a operação do circuito à gama de tensões $[-10 \dots 10]V$. Também para tensões de módulo inferior a aproximadamente $2.5V$, o cursor não se movia devido ao inevitável atrito estático. Verificou-se também, através de medições, que a característica de tensão do amplificador é não linear - figura 4.6. Este problema foi colmatado implementando um pré-distorçor para aproximação da curva real à curva ideal. Designando os valores de tensão que deveriam ser aplicados ao motor por V_M e os valores efectivamente aplicados por V_R , pretende-se determinar V_M em função de qualquer valor de V_R . Para tal, os pontos experimentais do gráfico da figura 4.6 são aproximados por uma função seccionalmente polinomial constituída por 3 polinómios de ordem 5 através da função *MATLAB polyfit* que é baseada no método dos mínimos quadrados. Na figura 4.7 pode-se observar a estimativa das tensões a serem enviadas para que se obtenha o valor real de tensão pretendido. Usar 3 polinómios em vez de 1 permite reduzir a ordem do polinómio que aproxima os pontos experimentais sem degradar a aproximação, além de evitar problemas de mal condicionamento que por vezes surgem com polinómios de ordem elevada.

Na figura 4.8 encontram-se as medições efectuadas, já com a aplicação do pré distorçor, onde se observa uma boa aproximação à curva ideal, em contraste com a curva obtida sem compensação.

Por fim, de referir que as medições de tensão foram feitas na gama $[-10 \dots 10]V$ com um espaçamento de $0.5V$. Por sua vez, calcularam-se as tensões V_M em função de V_R para um espaçamento de $0.1V$ na mesma gama, correspondendo a um *array* de 201 valores de tensão. Um dado valor de tensão a ser aplicado e que não está presente neste *array* é arredondado para o valor mais próximo, sendo desta forma $50mV$ o máximo erro cometido. Outra solução seria calcular os respectivos valores de tensão a partir dos pretendidos em tempo de execução, mas tal abordagem traria maior esforço computacional dado o conjunto acrescido de operações a efectuar para determinar os respectivos valores a partir de polinómios de

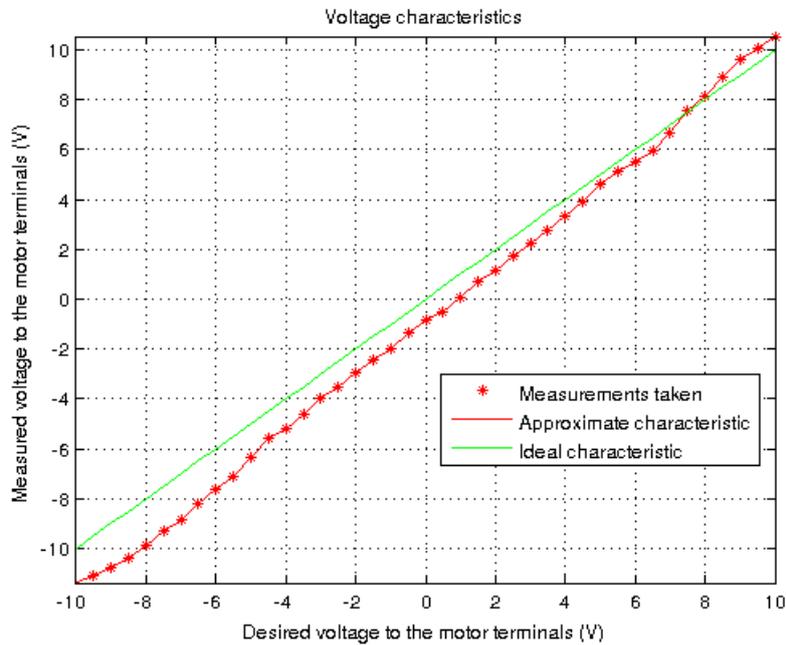


Figura 4.6: Característica de tensão experimental do amplificador, e a respectiva curva ideal

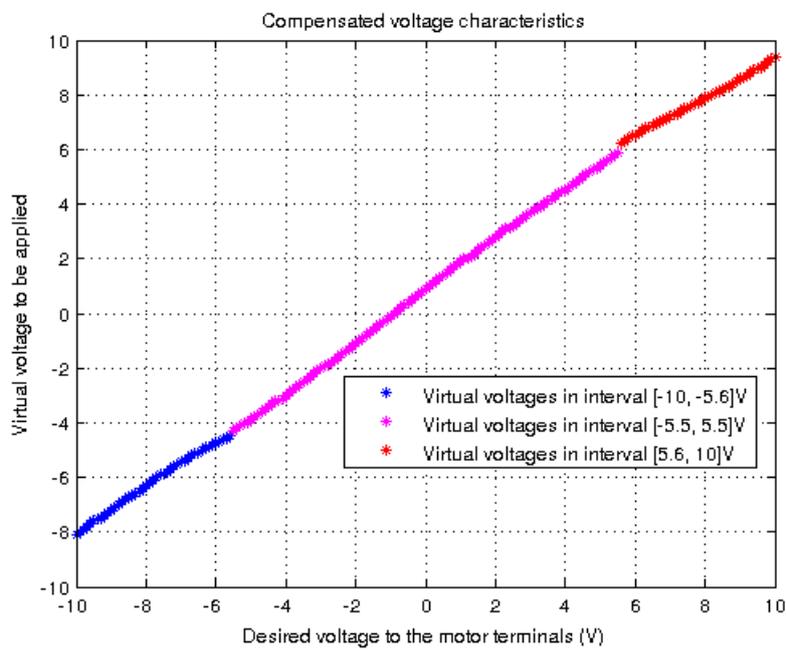


Figura 4.7: Tensões virtuais em função das tensões reais desejadas aos terminais do motor, com a aproximação de 3 polinómios

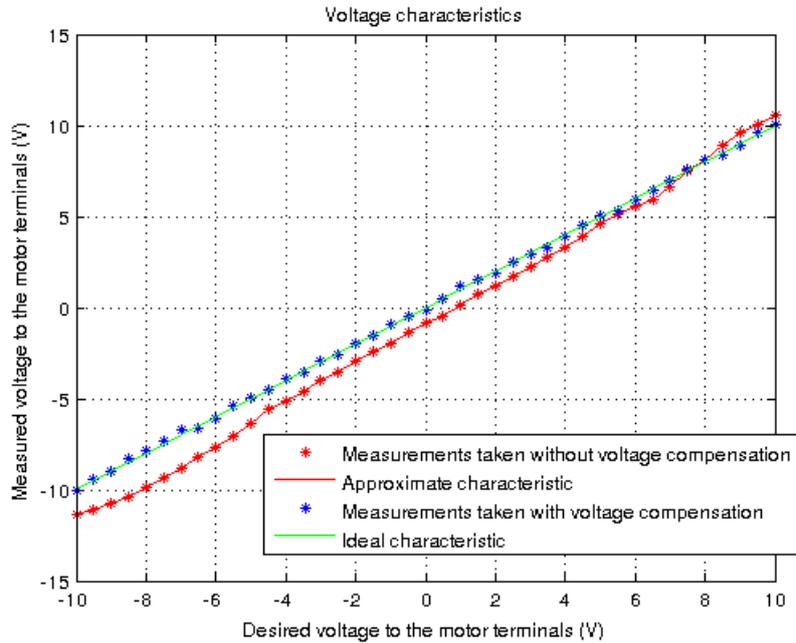


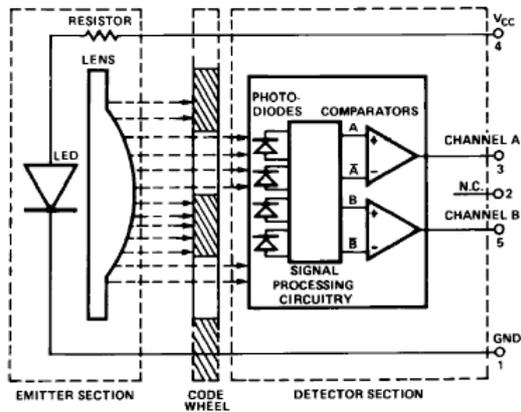
Figura 4.8: Características de tensão com e sem aplicação do pré-distorçor

5ª ordem. No caso do *array*, basta usar uma operação simples de cálculo do índice que corresponde ao valor procurado.

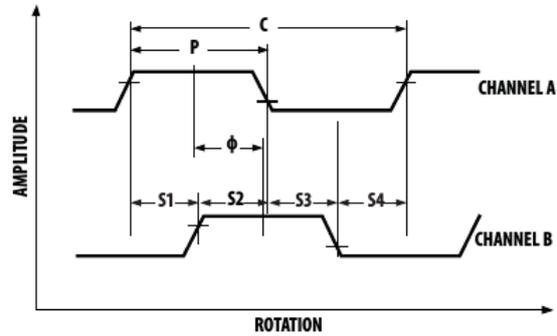
4.4 Encoder

O sensor utilizado para detecção de posição do cursor é o *encoder* HEDS-9100#A00 a funcionar em conjunto com a *codewheel* HEDS-5120#A06. Trata-se de um *encoder* óptico incremental constituído essencialmente por um LED e um circuito electrónico fotodetector, e opera com uma tensão de alimentação de 5V - figura 4.9 (a). A *codewheel* mencionada possui segmentos opacos que não deixam passar a luz ("barras") alternados com segmentos que permitem a passagem da luz ("janelas"). No caso da *codewheel* mencionada, são exactamente $N = 500$ pares janela/barra para os 360° . O *encoder*, funcionando em conjunto com a *codewheel*, gera dois sinais (idealmente ondas quadradas) que alternam entre um nível baixo de tensão, V_{OL} , e o nível alto de tensão, V_{OH} , em função do movimento da *codewheel*. Os dois sinais mencionados designam-se por "canal A" e "canal B" e ambos estão em quadratura, ou seja, com uma diferença de fase de 90° - figura 4.9 (b). Esta última característica é essencial, já que permite a detecção do sentido de rotação e consequentemente irá permitir a detecção da posição absoluta do cursor, bastando para isso conhecer a sua posição inicial.

O *encoder* mencionado tem uma frequência máxima de operação de $f_{max} = 100\text{KHz}$, considerando uma montagem perfeita sem desalinhamentos. Portanto, o número máximo



(a) Diagrama de blocos



(b) Sinais de saída: canal A e canal B

Figura 4.9: Diagrama de blocos do *encoder* e respectivos sinais de saída [15]

de rotações por minuto, rpm , (sem degradação da contagem) é dado pela expressão 4.3:

$$rpm = \frac{60f_{max}}{N} \quad (4.3)$$

Obtém-se $12000rpm$, o que será mais que suficiente tendo em conta a velocidade com que o motor permitirá que o cursor se desloque.

Na plataforma, define-se o zero como sendo a posição do cursor no extremo da calha oposto ao do motor. Por experimentação, sabe-se que a deslocação do cursor no sentido positivo (em direcção ao motor) permite que o sinal do canal A esteja em avanço relativamente ao canal B. Desta forma, definem-se dois eventos de contagem crescente, e que indicam deslocamento no sentido positivo (ver figura 4.10): o canal A transita para o nível alto, estando B no nível baixo, ou o canal B transita para o nível alto, estando A no nível alto.

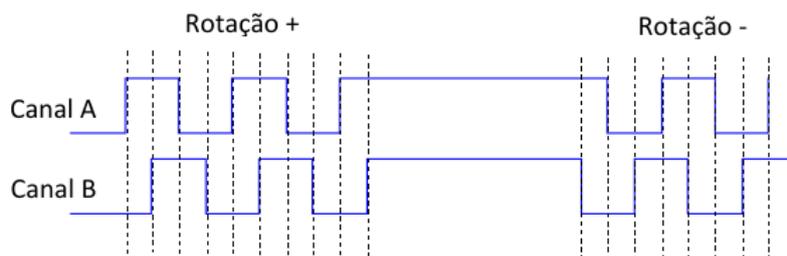


Figura 4.10: Sinais do *encoder* em quadratura

Por sua vez, eventos que indicam deslocamento negativo serão: o canal A transita para nível alto estando B no nível alto, ou o canal B transita para nível alto estando A no nível baixo.

Os dois sinais do *encoder* (canal A e canal B) foram ligados a linhas de interrupção do microcontrolador cujas rotinas de atendimento são responsáveis por efectuar a contagem

de segmentos, correspondendo à posição absoluta do cursor sobre a calha. Salienta-se que a montagem da *codewheel* no veio do motor de foi muito delicada dadas as restrições exigentes que o *encoder* impõe relativamente à centragem da *codewheel* face ao seu sensor óptico. O encoder constitui desta forma o componente de hardware do sistema mais delicado.

4.5 Microcontrolador (μC)

Na secção 2.3.4 discutiu-se o problema da implementação de um controlador digital por um computador com um sistema operativo sem características de tempo real. A solução passaria obviamente pela implementação do respectivo esquema de controlo numa máquina com sistema de tempo real. Outra alternativa será usar um microcontrolador dedicado e sem sistema operativo para ultrapassar este problema. Para além disto, é necessário realizar processamento dos sinais vindos dos sensores (interruptores de fim-de-curso e *encoder*), bem como gerar o respectivo sinal de controlo analógico a partir do sinal de controlo digital, pelo que nestas circunstâncias será vantajoso usar um microcontrolador. Nas experiências efectuadas com os controladores ao longo deste trabalho admite-se a possibilidade de, ainda que o sistema operativo do pc não seja de tempo real, controlar o sistema directamente a partir deste, com a possibilidade do sinal de controlo ser degradado pela existência de um intervalo de amostragem/actuação não constante. No entanto, será com o algoritmo de controlo directamente implementado no μC que se farão as experiências com o objectivo de comparar o desempenho das diferentes técnicas. O sistema, tal como desenvolvido, permite assim que o algoritmo de controlo seja implementado no PC (numa função *MATLAB*, por exemplo) ou directamente no microcontrolador (sendo esta solução de tempo-real). Na figura 4.11 apresenta-se a arquitectura base do sistema implementado.

O μC utilizado é o PIC32MX795F512H da Microchip, na versão de 64 pinos, e está integrado na placa de desenvolvimento DETPIC32, a qual é utilizada nas disciplinas de Arquitectura de Computadores e Electrónica IV do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática. A placa DETPIC32 facilita o acesso aos pinos do μC , possuindo dois barramentos paralelos de 28 pinos, um botão de reset, um cristal que constitui o oscilador, leds de sinalização e um conversor USB-RS232 que permite a comunicação com um PC. No μC , o protocolo de comunicação RS232 é configurado pelo *bootloader* para uma taxa de transmissão de 115200bps, 8 *data bits*, 1 *stop bit* e sem bits de paridade. A selecção desta placa de desenvolvimento para o presente trabalho deve-se ao facto desta possuir as características necessárias ao sistema a desenvolver, nomeadamente, frequência de relógio, pinos I/O necessários disponíveis e suporte a interrupções internas e externas. Resumem-se nos pontos seguintes as principais características do μC :

- CPU MIPS32 M4K (core 32 bits e 5 níveis de *pipeline*);
- 32 registos de 32 bits;
- Espaço de endereçamento de 32 bits;
- Máxima frequência de relógio: 80MHz;

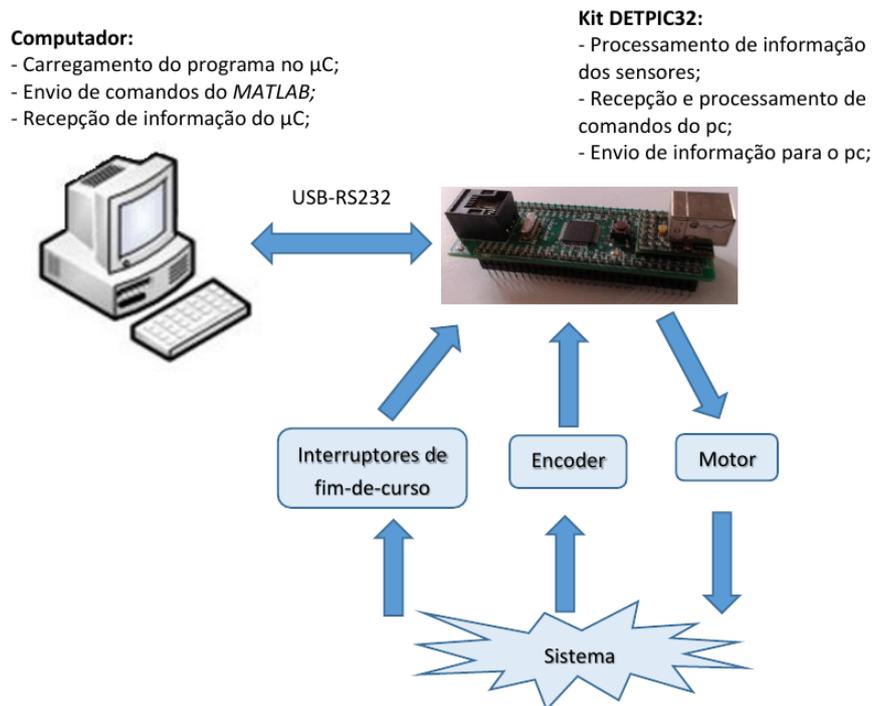


Figura 4.11: Diagrama de blocos do sistema

- Memória: 512KB (flash) + 12KB (Boot flash) + 128KB (RAM);
- 5 timers;
- 6 portos de I/O (8 e 16 bits);
- Interrupções vectorizadas;

No Apêndice A encontra-se o esquema eléctrico da placa DETPIC32, e no Apêndice B as ligações efectuadas.

4.6 Software

Nesta secção procede-se à descrição do software implementado, quer a nível do código *MATLAB* quer a nível do código em linguagem C a ser executado no μC .

4.6.1 Sistema de desenvolvimento

O software a ser carregado na DETPIC32 foi desenvolvido usando a *toolchain* da Microchip (MPLAB IDE X e compilador XC32). Para carregamento do programa, o PC deve estar ligado à DETPIC32 por um cabo USB. Do lado do PC, executa-se um programa *bootloader* baseado no que é fornecido pela Microchip mas a funcionar por linha de comandos

em Linux [14]. O programa é então carregado para a memória flash do μC por intermédio de um *bootloader* que reside permanentemente na sua *boot flash*.

4.6.2 Código implementado

Na figura 4.12 é apresentado um fluxograma que sintetiza a operação do sistema, após o programa ter sido carregado.

A principais configurações efectuadas na DETPIC32 são as seguintes:

- **Gerador de PWM.** O módulo OCM (*output compare module*) é configurado para gerar um sinal PWM com uma frequência superior a 100KHz ;
- **UART.** Para o caso em que o controlo é feito por computador, a UART (*universal asynchronous receiver transmitter*) é configurada para gerar interrupções na recepção de cada carácter (1 byte) da porta série. Caso contrário, a execução bloqueia na recepção de cada byte.
- **Módulo de interrupções externas.** São configuradas 2 fontes de interrupção externas associadas aos dois canais do *encoder*. Uma interrupção é gerada no flanco ascendente do sinal que está aplicado aos respectivos pinos de I/O, permitindo assim a detecção de eventos de contagem crescente e decrescente do *encoder*.
- **Pinos de notificação.** São configurados dois pinos de I/O para gerarem uma interrupção quando o nível lógico à entrada destes pinos se alterar. Para isso são activadas, por software, resistências de *pull-up* que mantêm cada pino no nível lógico alto. Quando um dos interruptores de fim-de-curso é accionado, o nível lógico é alterado e uma interrupção é gerada, sendo-lhes atribuído o nível mais elevado de prioridade no atendimento à respectiva interrupção;

Realizadas as configurações e, em função do controlador a implementar, a DETPIC32 aguarda a recepção oriundo do PC, via a UART, dos parâmetros correspondentes do controlador bem como o sinal de referência. Considera-se também a opção de não implementar qualquer controlador directamente no μC , sendo que nesse caso há apenas execução dos comandos enviados pelo PC. Para ambos os casos é feita a operação de referenciação, que consiste no alinhamento do cursor da plataforma a uma das extremidades, para que a partir desse momento a sua posição absoluta possa ser determinada. No caso do controlador implementado directamente na DETPIC32, no final do processo de controlo, são enviados os dados resultantes para o PC - o sinal de controlo e o sinal de saída (durante a experiência o μC armazena em memória as respectivas amostras).

No que respeita à programação no PC, as principais funções implementadas no *MATLAB*, encontram-se resumidas na tabela 4.1.

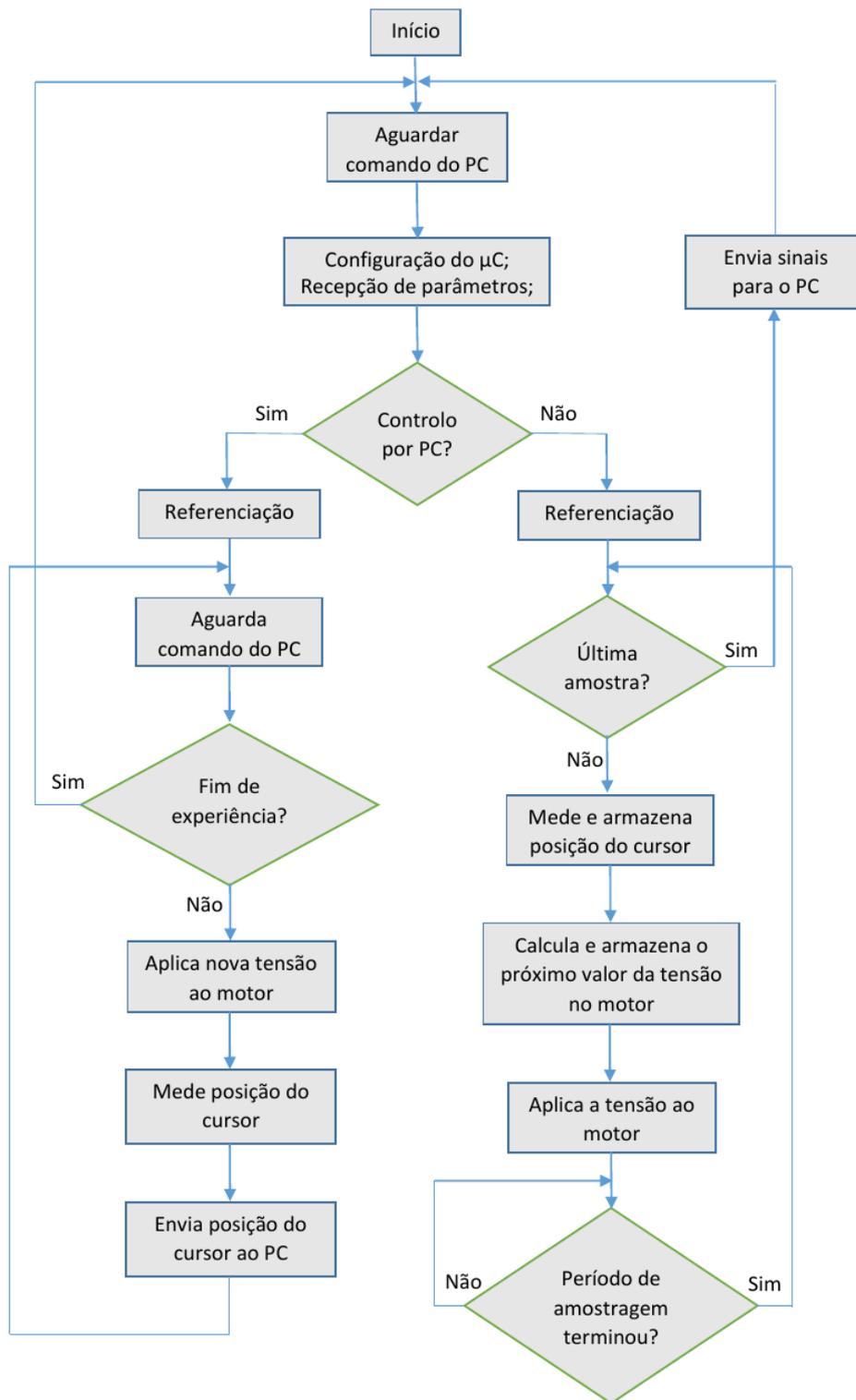
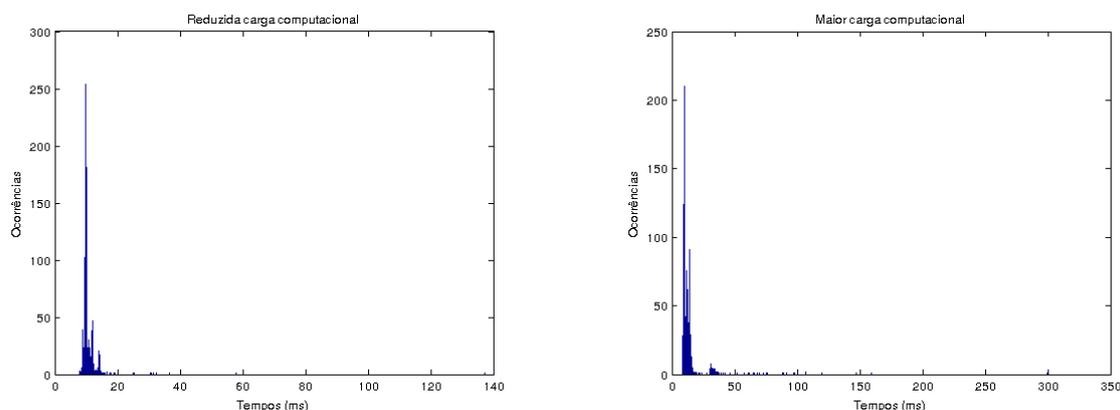


Figura 4.12: Fluxograma do sistema

Função <i>MATLAB</i>	Descrição
$function[sp] = init()$	Cria um objecto (<i>sp</i>) para a porta série com a função <i>serial</i> do <i>MATLAB</i> , permitindo assim a comunicação com o μC via RS232. Entre outras configurações, define o <i>baudrate</i> para 115000bps, inicializa o tamanho pretendido para os <i>buffers</i> de recepção e transmissão de informação e inicializa a variável inteira que contém a posição absoluta do cursor.
$function[] = send(Command2Send, Voltage, sp)$	Em função do parâmetro <i>Command2Send</i> , a DETPIC32 envia para o <i>MATLAB</i> o valor da posição absoluta do cursor ou finaliza a recepção de comandos. Em qualquer dos casos, é enviada para a DETPIC32 o valor da tensão pretendida no motor (<i>Voltage</i>);
$function[ME] = ME_Read(sp)$	Lê o valor recebido no <i>MATLAB</i> correspondente à posição absoluta do cursor;
$function[] = set_P(sp, R, K_p)$	Envia para a DETPIC32 o único parâmetro do controlador proporcional (K_p) e o vector com o sinal de referência (<i>R</i>);
$function[] = set_PD(sp, R, K, T_d)$	Envia para a DETPIC32 os parâmetros do controlador PD (K e T_d) e o vector com o sinal de referência (<i>R</i>);
$function[] = set_RST(sp, R, p_1, p_2)$	Projecta o controlador RST de forma a que o sistema compensado tenha os pólos localizados no plano complexo em p_1 e p_2 . Envia para a DETPIC32 os respectivos parâmetros obtidos e o vector com o sinal de referência (<i>R</i>);
$function[] = set_SS(sp, R, p_1, p_2)$	Projecta o controlador de realimentação de estado de forma a que o sistema compensado tenha os pólos localizados no plano complexo em p_1 e p_2 . Envia para a DETPIC32 os respectivos parâmetros obtidos e o vector com o sinal de referência (<i>R</i>);

Tabela 4.1: Principais funções implementadas no *MATLAB*

Com o objectivo de mostrar o impacto da utilização do *MATLAB* para controlo do sistema (a funcionar num sistema baseado em Linux que não é de tempo real), simulou-se durante 2 minutos o envio consecutivo de informação pela porta série seguido de leitura da resposta recebida com as funções *send()* e *ME_Read()*. Na figura 4.12 encontram-se os histogramas resultantes desta experiência para a situação em que não se impõe elevada carga computacional ao computador e para o caso em que essa carga é mais significativa. No primeiro caso, obtêve-se um tempo médio de resposta de $\approx 10.3ms$ com uma variância $\sigma^2 \approx 3.2 \times 10^{-6}$, e no segundo caso um tempo médio de resposta de $\approx 12.4ms$ com uma variância $\sigma^2 \approx 3.9 \times 10^{-5}$. Verifica-se portanto maior tempo de resposta (associado a uma maior dispersão) para o segundo caso, em concordância com o que seria de esperar num sistema que não é de tempo real. No entanto, em qualquer dos casos, há uma latência elevada com estas funções que não permite obter um tempo médio de resposta inferior a $10ms$, um factor bastante limitativo que impossibilita o controlo do sistema com períodos de amostragem inferiores a este valor.



(a) Distribuição de tempos de resposta conjunta das funções *send()* e *ME_Read()* em 2 minutos de simulação, sem carga computacional significativa

(b) Distribuição de tempos de resposta conjunta das funções *send()* e *ME_Read()* em 2 minutos de simulação na presença de maior carga computacional

Figura 4.13: Experiências com o tempo de resposta das funções de envio e recepção de informação

Capítulo 5

Identificação do sistema

Neste capítulo são apresentados os resultados relacionados com a identificação do sistema a controlar. Numa primeira fase, escrevem-se as equações que modelam o sistema em causa e obtém-se a função de transferência em função dos parâmetros físicos desconhecidos. Numa segunda fase, determinam-se os parâmetros do modelo do sistema pelo método dos mínimos quadrados descrito na secção 2.3. É também realizada a identificação do sistema quando ao cursor é adicionada uma massa (simulando a adição de elementos adicionais, tal como um tinteiro numa impressora).

5.1 Equações do sistema

O motor utilizado para fazer movimentar o cursor é um motor dc de ímanes permanentes, controlado pelo induzido (ou armadura). A figura 5.1 apresenta o esquema representativo do sistema electromecânico a modelar. A entrada do sistema é a tensão V_a que se pretende aplicar ao motor (i.e, é a tensão de entrada do pré-distorçor descrito na secção 2.3.1) e a saída é, para já, a velocidade angular ω [rad/s] do veio do motor. Na tabela 5.1 encontram-se os parâmetros do sistema da figura 5.1 descrito pelas equações 5.1.

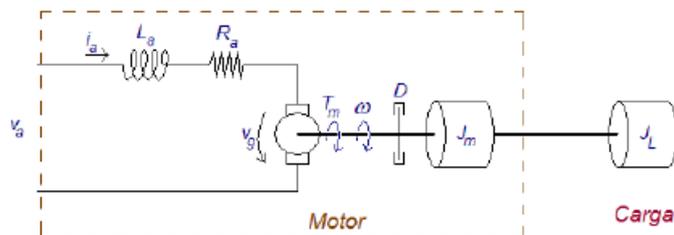


Figura 5.1: Esquema do sistema a controlar

Parâmetro	Descrição
R_a	Resistência da armadura [Ω]
L_a	Indutância da armadura [H]
K_m	Constante do motor [Nm/A]
K_g	Constante de força contra-electromotriz, v_g , tal que $v_g = K_g\omega$ [$V/(rad/s)$]
J_m	Momento de inércia do motor [$Nm/(rad/s^2)$]
J_L	Momento de inércia da carga: cursor + correia dentada [$Nm/(rad/s^2)$]
J	Momento de inércia total do sistema, $J = J_m + J_L$ [$Nm/(rad/s^2)$]
T_m	Binário do motor, $T_m = K_m i_a$ [Nm]
D	Coefficiente de atrito dinâmico de rotação [$Nm/(rad/s)$]

Tabela 5.1: Parâmetros do sistema

$$\begin{cases} v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + v_g(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m - D\omega(t) \\ v_g(t) = K_g \omega(t) \\ T_m = K_m i(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

Usando a definição da transformada de Laplace, representa-se o motor por uma função de transferência dada pela expressão 5.2.

$$\Omega(s) = \frac{K_m}{JL_a s^2 + (JR_a + DL_a)s + (DR_a + K_g K_m)} V_a(s) \quad (5.2)$$

Para obter a posição basta integrar a expressão 5.2, o que equivale em Laplace a dividir por s . Como se irá considerar que a posição é dada pela contagem do *encoder* e, como já foi referido, cada volta da *codewheel* corresponde a uma contagem de 500, a função de transferência fica dada pela expressão 5.3 (onde a posição angular do motor é expressa em

número de segmentos da *codewheel*):

$$X(s) = \frac{K_m \frac{500}{2\pi}}{JL_a s^3 + (JR_a + DL_a)s^2 + (DR_a + K_g K_m)s} V_a(s) \quad (5.3)$$

Tem-se portanto um sistema de 3ª ordem. Considerando o motor precedido por um ZOH, o respectivo modelo discreto vem descrito pela expressão 5.4:

$$Y(q) = G(q)U(q) = \frac{b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + b_3 q^{-3}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3 q^{-3}} U(q) \quad (5.4)$$

sendo os parâmetros b_i e a_i , $i = 1, 2, 3$, relacionáveis analiticamente com os parâmetros físicos da expressão 5.2.

5.2 Determinação dos parâmetros do sistema pelo método LS

A partir da função de transferência 5.4 é possível escrever a equação 5.5, onde N é o número de amostras da saída do sistema.

$$\begin{bmatrix} u(3) & u(2) & u(1) & -y(3) & -y(2) & -y(1) \\ u(4) & u(3) & u(2) & -y(4) & -y(3) & -y(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(N-1) & u(N-2) & u(N-3) & -y(N-1) & -y(N-2) & -y(N-3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(4) \\ y(5) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \Phi \hat{\theta} = Y \quad (5.5)$$

Usando o método de eliminação Gaussiana no *MATLAB*, é possível obter a estimativa dos parâmetros desconhecidos, $\hat{\theta}$.

5.3 Resultados experimentais

Apresentam-se na tabela 5.2 os valores dos 6 parâmetros estimados e respectiva variância. Estes são o resultado da média de 5 experiências de identificação tendo como sinal de entrada o sinal rectangular da figura 5.2. A velocidade máxima do cursor é de cerca de 95cm/s , que corresponde, na contagem do *encoder*, a aproximadamente 19200 contagens por segundo. Em função deste aspecto e do nível de controlo desejado (precisão na ordem do *mm*) considerou-se o intervalo de amostragem $h = 1\text{ms}$ como sendo adequado, e é o valor que será usado durante todas as experiências. De referir também que o comprimento total útil de deslocamento do cursor medido em termos da contagem do *encoder* é de aproximadamente $y = 11800$ unidades, que corresponde à posição máxima de 580mm . Os

gráficos que serão apresentados da sua posição em função do tempo foram obtidos com a variável posição igual a essa contagem.

	\hat{b}_1	\hat{b}_2	\hat{b}_3	\hat{a}_1	\hat{a}_2	\hat{a}_3
$\hat{\theta}$	0.0987	0.0118	0.0103	-1.4284	-0.0887	0.5171
σ^2	6.6×10^{-4}	1.7×10^{-3}	2.3×10^{-4}	1.0×10^{-4}	4.5×10^{-4}	1.3×10^{-4}

Tabela 5.2: Parâmetros estimados do modelo de 3ª ordem, ($\hat{\theta}$)

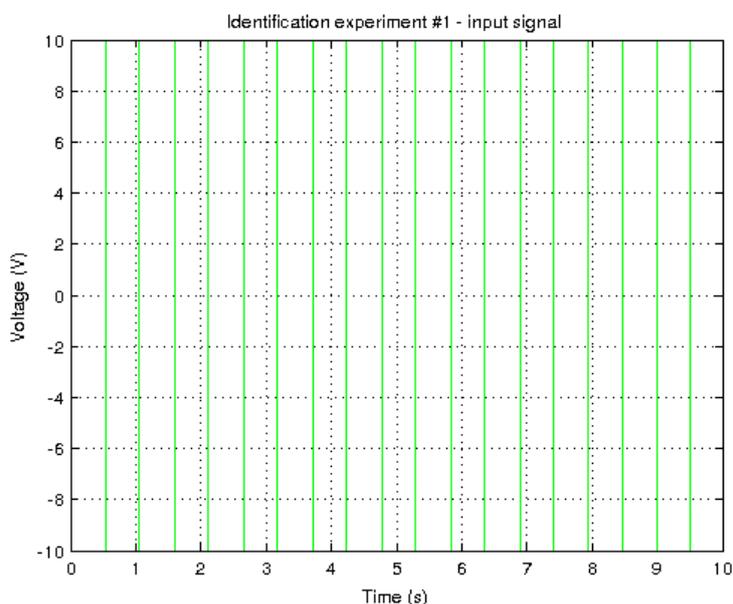
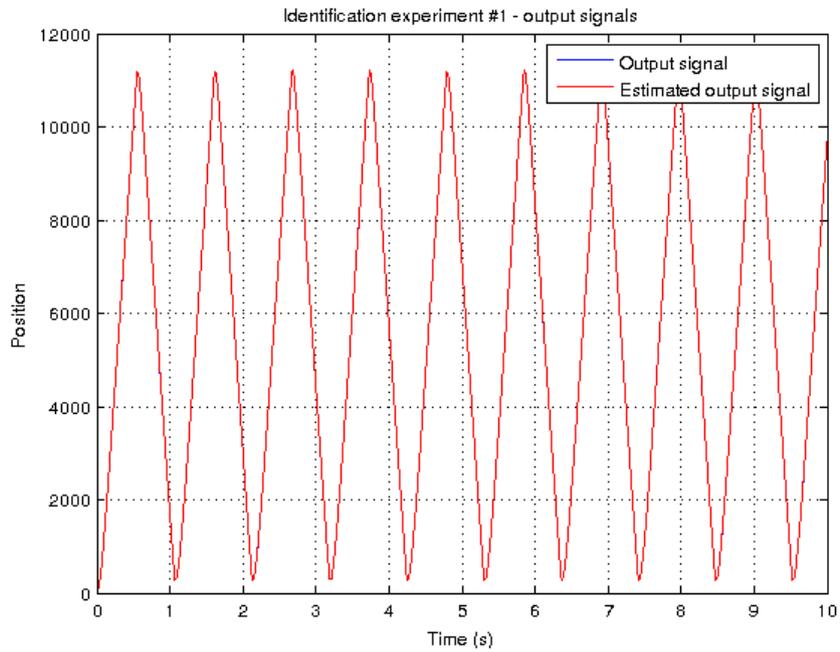


Figura 5.2: Sinal de entrada

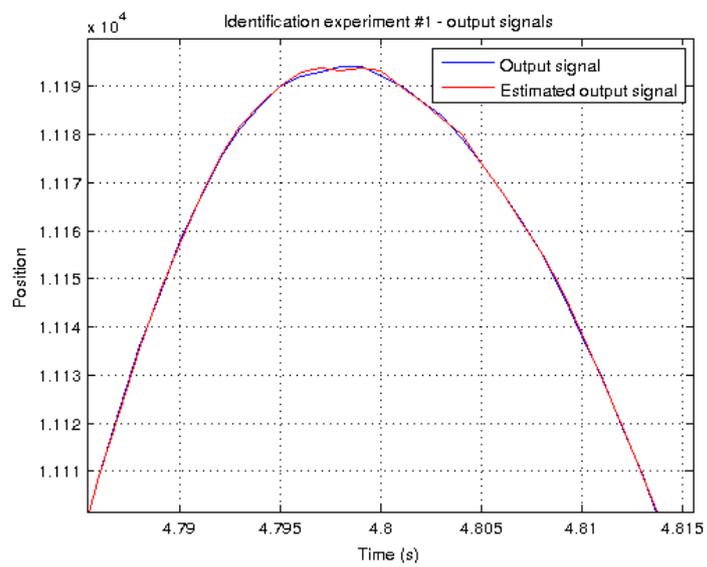
Os gráficos da figura 5.3 são o resultado da estimação do sinal de saída a partir dos parâmetros do sistema determinados. Sobreposto está também o sinal de saída observado. As duas curvas encontram-se praticamente sobrepostas, sendo apenas visíveis diferenças ampliando os sinais - figura 5.3 b), onde se observa neste caso em maior detalhe os sinais num determinado período, com diferenças relativamente pouco significativas.

A figura 5.4 a) apresenta os resultados para a mesma experiência, mas agora para o sinal de controlo da figura 5.4 c). Mais uma vez, os sinais estimado e real encontram-se relativamente próximos, indicando que os parâmetros estimados deverão estar próximos dos reais.

Embora os controladores a projectar sejam discretos, analisar a localização dos pólos para o modelo do sistema realimentado com acção proporcional no domínio de tempo contínuo permite analisar informação qualitativa sobre o sistema. Nesse sentido, obtêve-se no *MATLAB* a função de transferência do sistema contínuo, $G(s)$, em função do modelo

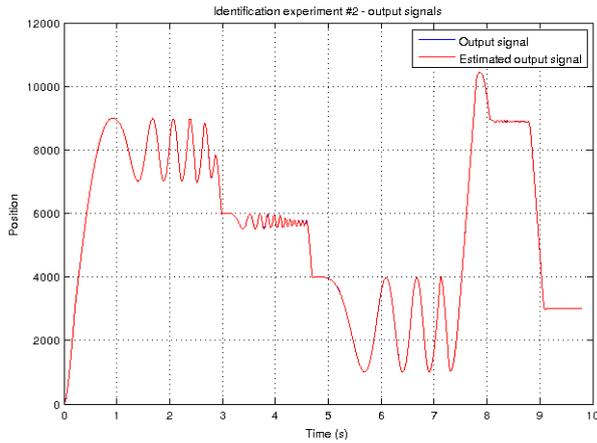


(a) Sinal de saída real (a azul) e sinal de saída estimado (a vermelho)

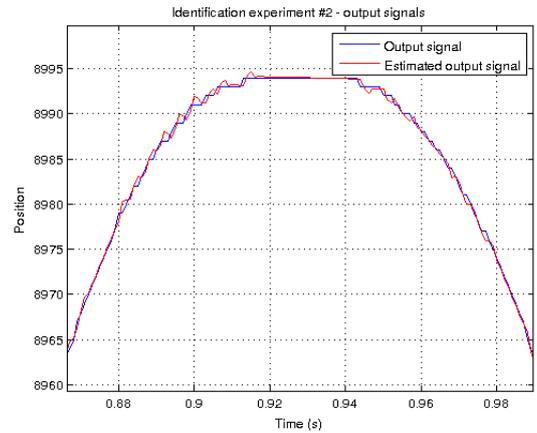


(b) Sinais de saída ampliados

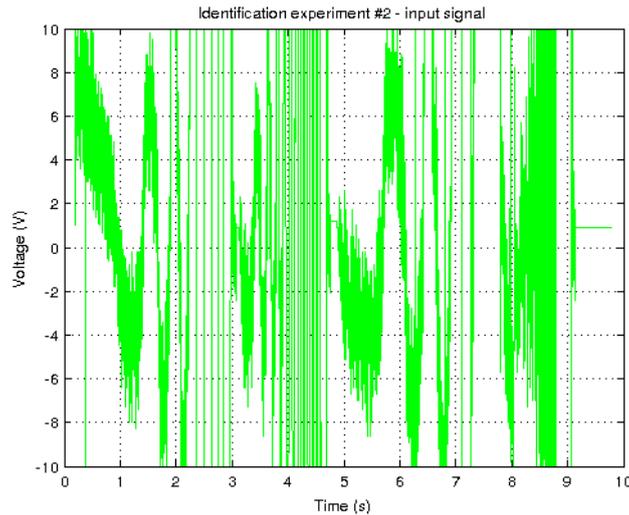
Figura 5.3: Sinais de saída estimado e real



(a) Sinal de saída real (a azul) e sinal de saída estimado (a vermelho)



(b) Sinais de saída ampliados



(c) Sinal de entrada

Figura 5.4: Sinais de saída real e estimado por um modelo de 3^a ordem e respectivo sinal de entrada

discreto obtido, $G(q)$, considerando-o precedido por um ZOH e o intervalo de amostragem $h = 1ms$. São, então, obtidos 4 pólos e não 3 como era suposto (tem-se um sistema de 3^a ordem). Isto acontece porque o *MATLAB* tem necessidade de aumentar a ordem do sistema contínuo porque o modelo do sistema discreto apresenta um pólo real negativo, ao qual corresponde, no modelo contínuo, a um par de pólos complexos. Verifica-se que o sistema $G(s)$ possui dois pólos dominantes em $p_1 \approx -36$ e $p_2 = 0$ e um par de pólos complexos conjugados não dominantes em $p_{3,4} \approx -623 \pm 3142i$. Os pólos não dominantes estão a aproximadamente 1.24 décadas dos pólos dominantes, pelo que se pode concluir

que o sistema poderia ser modelado por um modelo de apenas 2ª ordem. Desta forma, define-se agora a nova função de transferência discreta de 2ª ordem - equação 5.6.

$$y(k) = G(q)u(k) = \frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}u(k) \quad (5.6)$$

Os 4 parâmetros são obtidos no *MATLAB* de acordo com a expressão 5.7 e mais uma vez com base na média de 5 experiências de identificação. De notar que a variância das estimativas dos parâmetros de denominador da função de transferência discreta (\hat{a}_1 e \hat{a}_2) é agora mais reduzida quando comparada com a identificação do modelo de 3ª ordem.

$$\begin{bmatrix} u(2) & u(1) & -y(2) & -y(1) \\ u(3) & u(2) & -y(3) & -y(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(N-1) & u(N-2) & -y(N-1) & -y(N-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(3) \\ y(4) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \quad (5.7)$$

$$\Leftrightarrow \Phi \hat{\theta} = Y$$

	\hat{b}_1	\hat{b}_2	\hat{a}_1	\hat{a}_2
$\hat{\theta}$	0.0769	0.0245	-1.9531	0.9531
σ^2	4.8×10^{-4}	7.3×10^{-4}	2.2×10^{-5}	2.2×10^{-5}

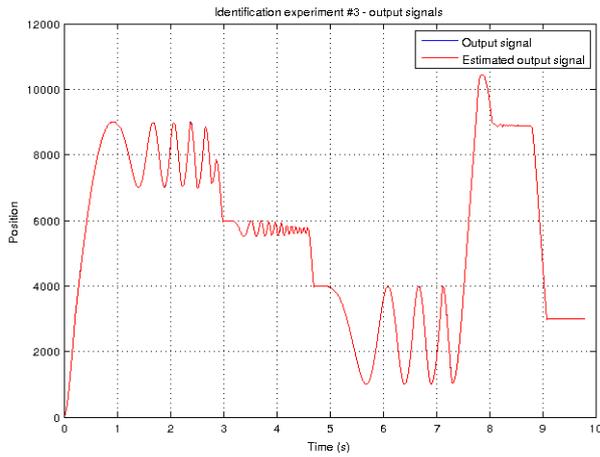
Tabela 5.3: Parâmetros estimados do modelo de 2ª ordem ($\hat{\theta}$)

Recorrendo agora ao mesmo sinal de entrada na figura 5.4 c), obtêm-se os sinais de saída estimado e observado na figura 5.5. Mais uma vez, ambos os sinais aparecem praticamente sobrepostos, concluindo-se assim que a redução da ordem do respectivo modelo não teve qualquer impacto na sua descrição.

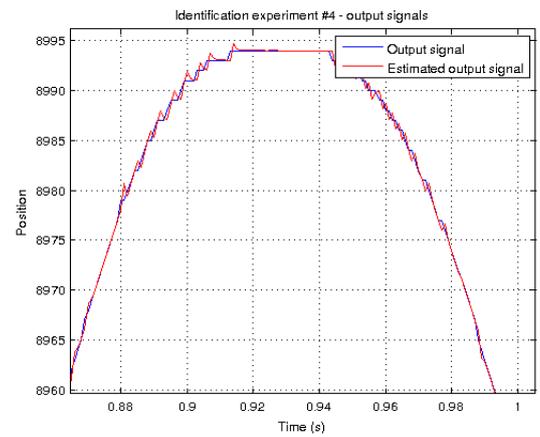
Determinando-se novamente os pólos no domínio de Laplace correspondentes ao modelo do domínio de Z obtido, obtêm-se os dois pólos $p_1 \approx -48$ e $p_2 = 0$. Na figura 5.6 encontra-se o lugar das raízes considerando o sistema inserido numa malha com controlador proporcional. Os pontos a vermelho representam os pólos do sistema compensado para $K_p = 1$. Um aspecto a reter é o facto de o sistema possuir, como esperado, um pólo na origem do plano complexo, sendo inerentemente um sistema integrador (a posição do cursor cresce ou decresce linearmente para uma tensão constante aplicada ao motor).

5.3.1 Cursor com massa adicionada

Adicionando uma massa de 120g ao cursor e repetindo o processo de identificação do modelo do sistema, obtêm-se os parâmetros presentes na tabela 5.4. A estes correspondem os pólos no domínio de Laplace $p_1 \approx -20.2$ e $p_2 = 0$. O pólo p_1 está agora mais próximo do eixo imaginário, já que o sistema está agora mais lento em relação à situação em que não



(a) Sinal de saída real (a azul) e sinal de saída estimado (a vermelho)



(b) Sinais de saída ampliados

Figura 5.5: Sinais de saída real e estimado por um modelo de 2ª ordem

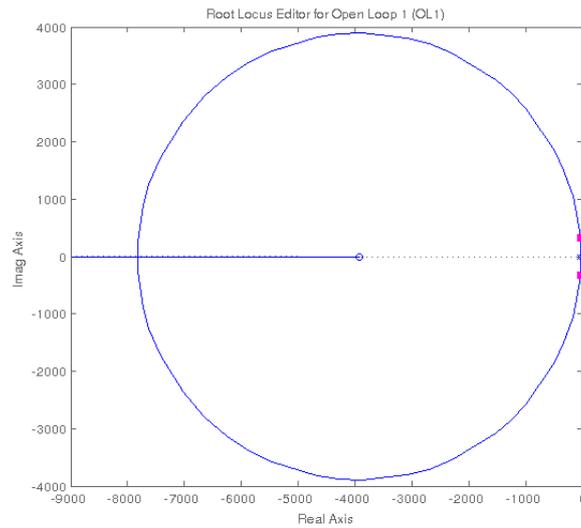
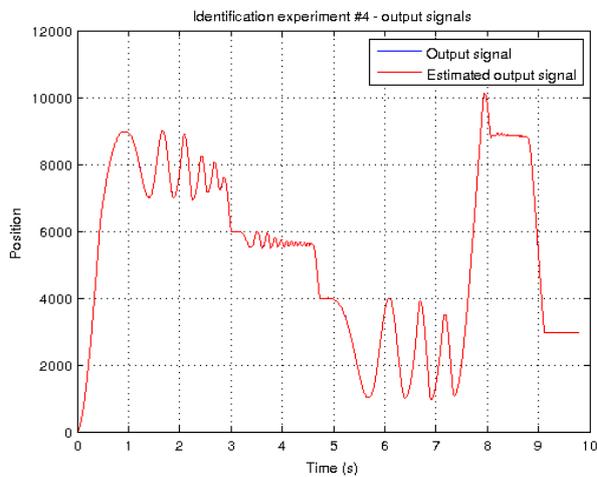


Figura 5.6: Lugar das raízes do sistema numa malha de realimentação com controlador proporcional

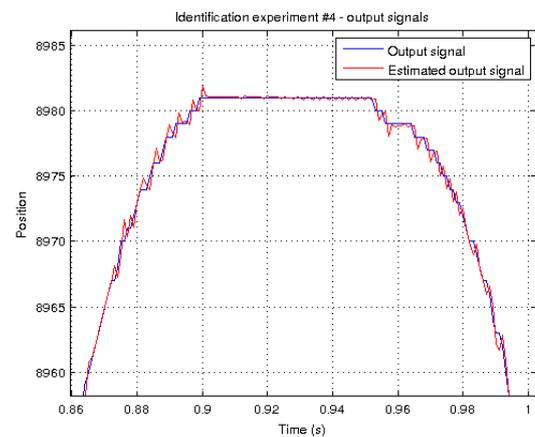
tem qualquer massa adicionada. Os sinais de saída real e estimado, para o sinal de entrada da figura 5.4 c), encontram-se na figura 5.7, continuando a verificar-se boa aproximação entre ambos.

	\hat{b}_1	\hat{b}_2	\hat{a}_1	\hat{a}_2
$\hat{\theta}$	0.0773	-0.0394	-1.9799	0.9799
σ^2	2.6×10^{-5}	1.8×10^{-5}	1.2×10^{-6}	1.2×10^{-6}

Tabela 5.4: Parâmetros estimados do modelo de 2ª ordem com massa adicionada ($\hat{\theta}$)



(a) Sinal de saída real (a azul) e sinal de saída estimado (a vermelho)



(b) Sinais de saída ampliados

Figura 5.7: Sinais de saída real e estimado para o sistema com massa adicionada

Capítulo 6

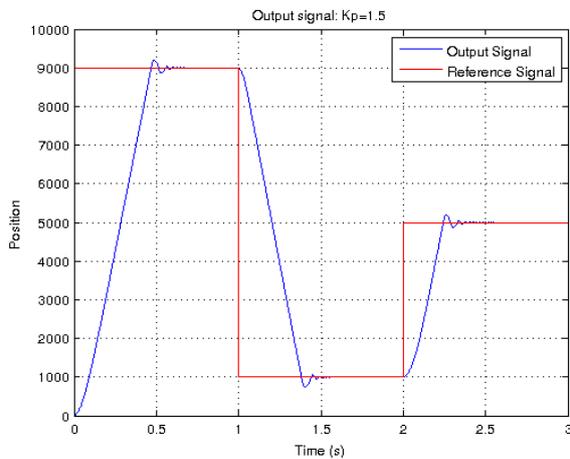
Resultados experimentais com controladores

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a experimentação dos vários controladores no sistema real. Em cada secção, são apresentadas várias figuras que procuram evidenciar as principais características de cada um dos controladores, bem como potenciais vantagens de uns em detrimento de outros. No final, serão apresentados resultados do funcionamento dos controladores com o acrescento de uma massa ao cursor do sistema original. Na análise de resultados, refere-se o final do período transitório no momento a partir do qual o sinal de saída está a $\pm 2\%$ do valor final.

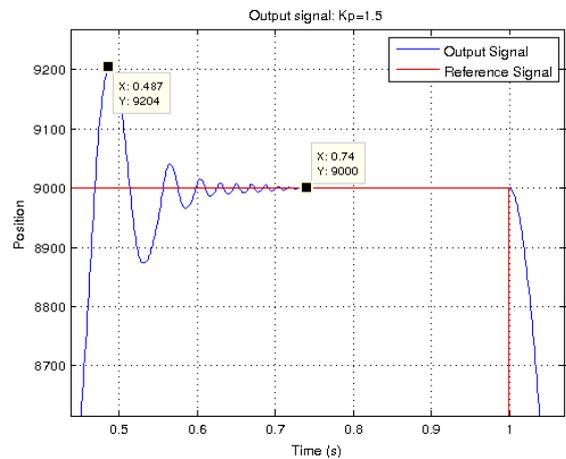
6.1 Controlador proporcional

Apresentam-se de seguida os principais resultados obtidos com o controlador proporcional. Nas figuras 6.1 a 6.4 apresentam-se, para um mesmo sinal de referência, diferentes respostas em função do valor da constante proporcional do controlador. À medida que o valor de K_p diminui, o sinal de saída vai tendo menos sobrelevação e atinge mais cedo o regime estacionário. Para cada subfigura ampliada, apresenta-se sempre um primeiro marcador com o valor máximo atingido pelo sinal de saída e um segundo marcador com o instante em que é atingido o valor final. Na figura 6.4 têm-se um valor de K_p suficientemente baixo para que a resposta seja sobreamortecida, ao contrário dos outros casos em que se tem um sinal subamortecido. Para estes últimos, de notar que o erro em regime estacionário é nulo ou quase nulo, consequência do sistema em malha aberta possuir um pólo na origem que lhe confere propriedades integradoras (de referir que um desvio de 20 unidades de posição nos gráficos corresponde a $\approx 1mm$ de desvio). Pelo que foi referido, não haverá portanto qualquer vantagem em implementar-se um controlador PI, para sinais de referência em degrau. Note-se, no entanto, um erro em regime estacionário mais significativo para o caso de $K_p = 0.01$ (figura 6.4). Este erro mais elevado deve-se a um valor demasiado baixo para K_p e ao qual corresponde, para o nível de erro observado, a um sinal de controlo de valor insuficiente para vencer o atrito estático do cursor e corrigir

a sua posição. Nestas condições, seria de considerar um controlador PI para redução deste erro. Na figura 6.5 observa-se que quanto mais elevado o valor da constante proporcional, mais oscilatório o sinal de controlo se torna. Por fim, apresenta-se na figura 6.6 a resposta a um segundo sinal de referência. Este novo sinal é composto essencialmente por partes de sinusóides de diferentes amplitudes e frequências, intercaladas com transições em degrau. Trata-se de um sinal mais "exigente" do que o anterior, com o objectivo de mostrar os limites do controlador e do próprio sistema a controlar. Este sinal visa, também, evitar transições de posição abruptas de elevado valor (ao contrário do sinal de referência das figuras 6.1 a 6.5) que rapidamente conduziriam à saturação do actuador (drive) do motor. Da mesma forma, um sinal de referência baseado em rampas seria, por este motivo, igualmente adequado. O sinal de saída foi obtido para $K_p = 0.05$, que, como já se viu para o caso do sinal de referência anterior, leva a uma resposta com reduzida sobre-elevação e baixo erro em regime estacionário. Mostra-se também o gráfico ampliado em zonas onde há maiores desvios do sinal de saída em relação ao sinal de referência. Claramente, para zonas onde as sinusóides apresentam maiores frequências as discrepâncias são maiores, bem como na situação em que a amplitude é de tal forma reduzida que o controlador é ineficaz, já que para um sinal de erro reduzido o sinal de controlo é também reduzido. Aumentar o valor de K_p para aumentar a reacção do controlador a sinais de erro mais baixos não é solução, já que tal provocará muita oscilação do sinal de controlo e, conseqüentemente, do sinal de saída.

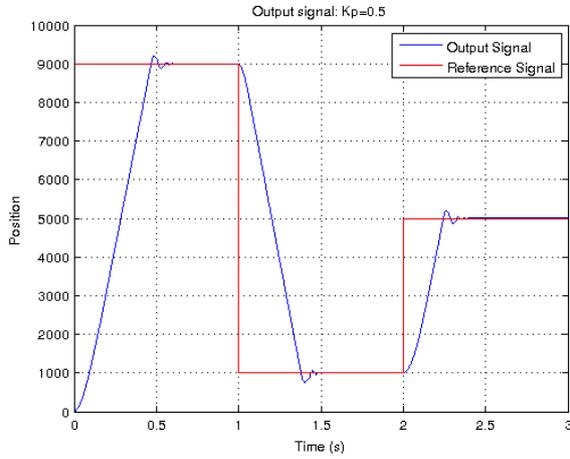


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 1.5$.

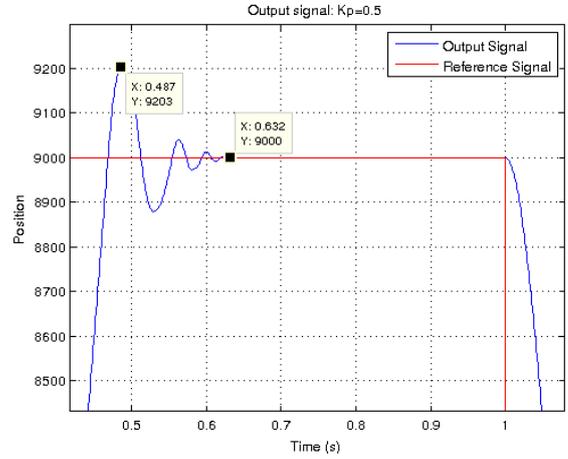


(b) Sinais ampliados

Figura 6.1: Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$

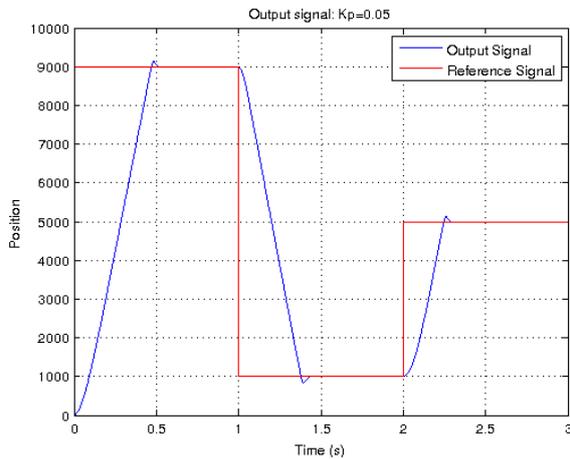


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.5$.

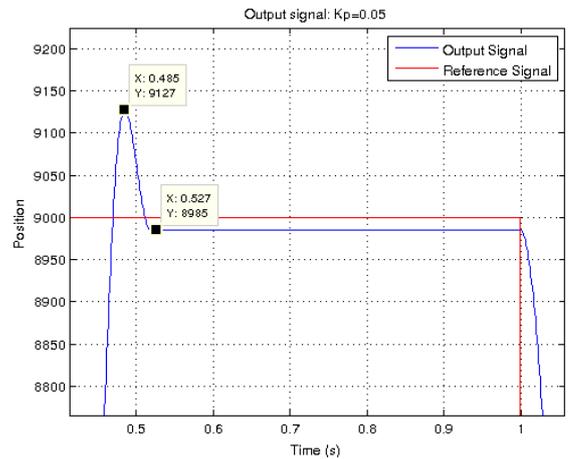


(b) Sinais ampliados

Figura 6.2: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.5$

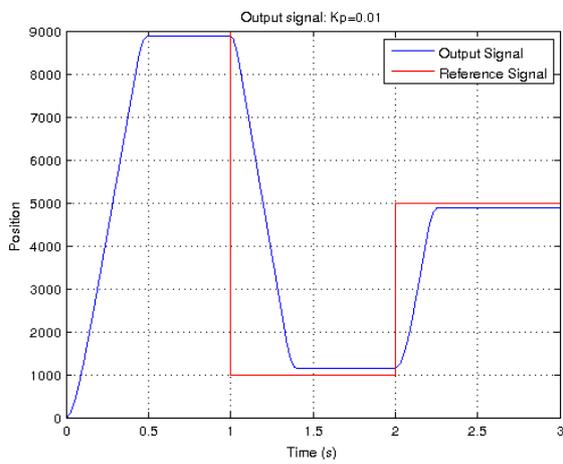


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.05$.

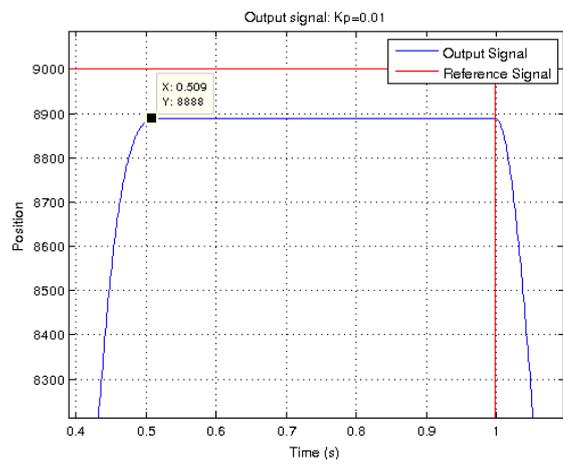


(b) Sinais ampliados

Figura 6.3: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.05$

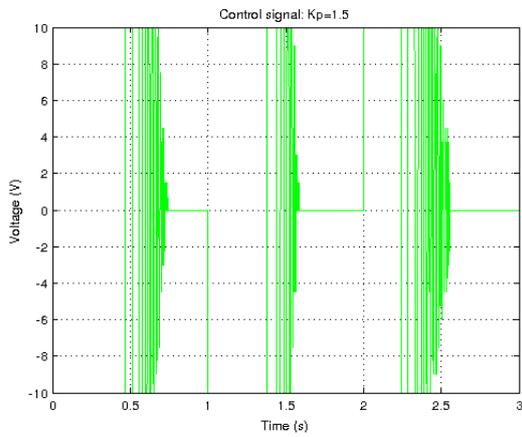


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.01$.

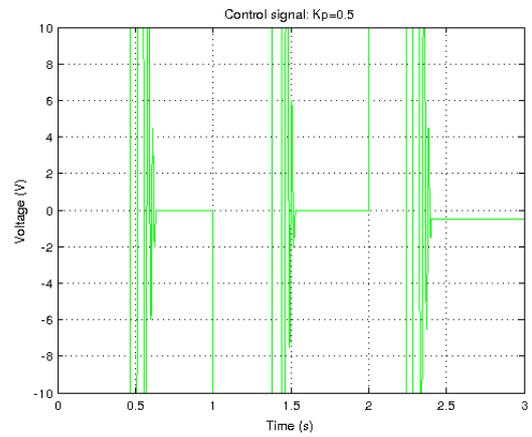


(b) Sinais ampliados

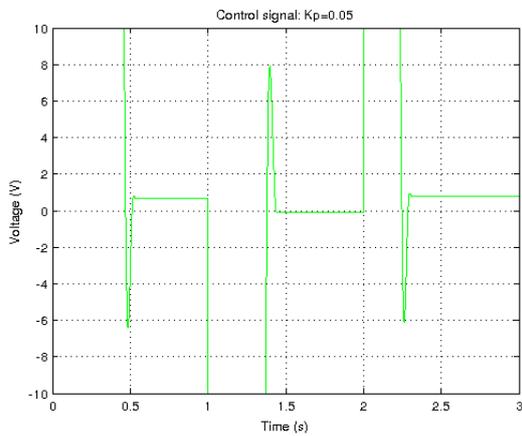
Figura 6.4: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.01$



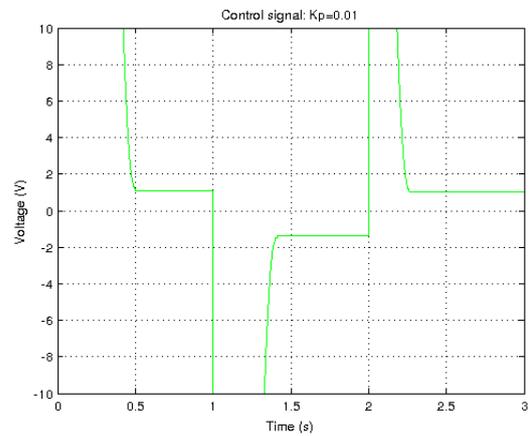
(a) $K_p = 1.5$



(b) $K_p = 0.5$

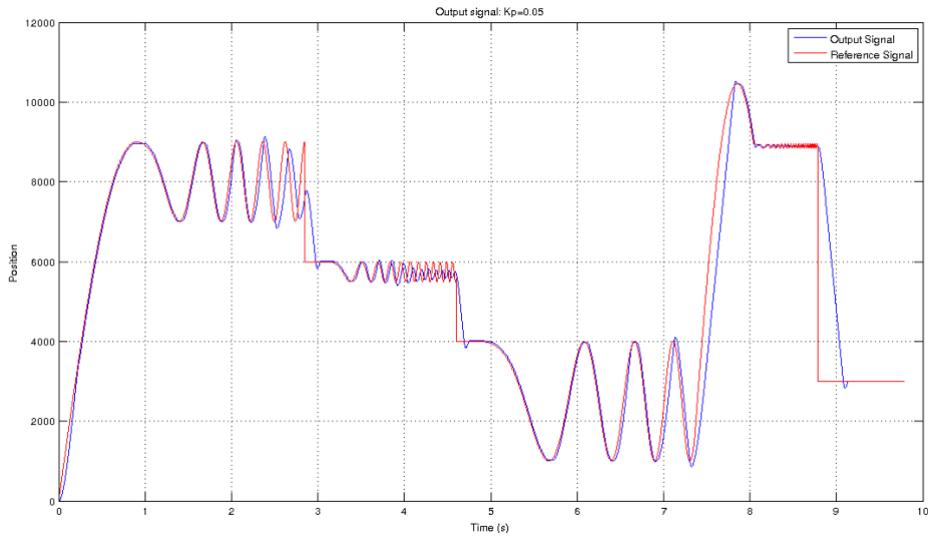


(c) $K_p = 0.05$

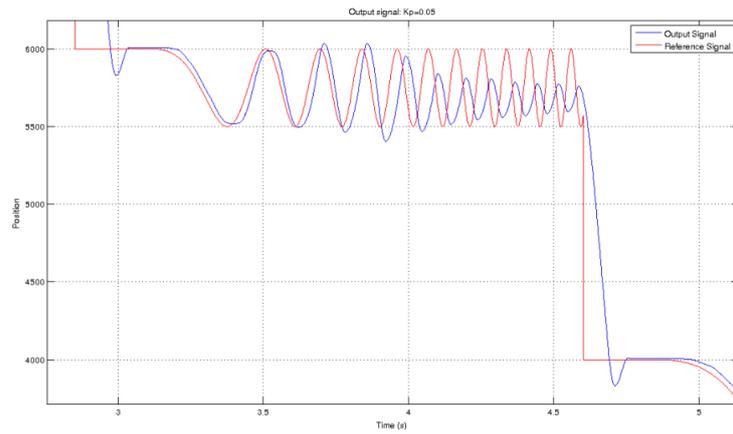


(d) $K_p = 0.01$

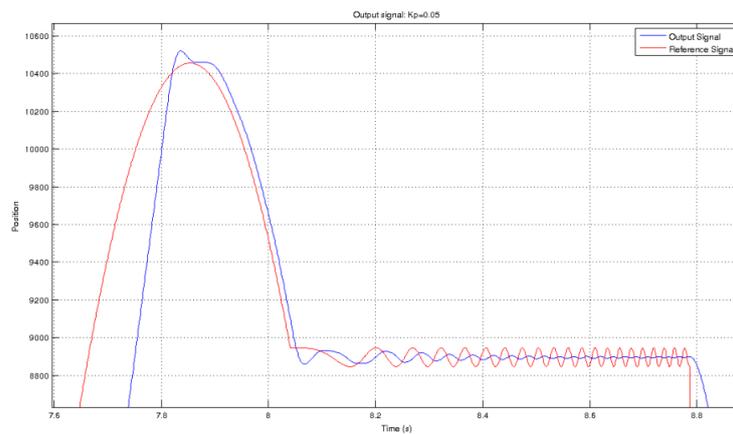
Figura 6.5: Sinais de controlo correspondentes aos gráficos das figuras 6.1 a 6.4



(a) Sinais de referência e saída para $K_p = 0.05$



(b) Sinais ampliados, $K_p = 0.05$



(c) Sinais ampliados, $K_p = 0.05$

Figura 6.6: Sinais de saída e de controlo para $K_p = 0.05$ #2

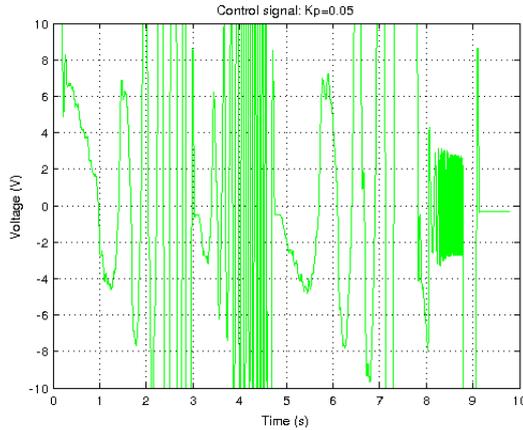


Figura 6.7: Sinal de controlo para $K_p = 0.05$ #2

6.2 Controlador proporcional diferencial

Ao controlador proporcional acrescenta-se agora a componente diferencial (o controlador PD mais o pólo na origem do motor implementam, assim, um controlo equivalente ao de um PID). No domínio de Laplace, o controlador PD é descrito pela expressão 6.1.

$$G_R(s) = K(1 + sT_d) \quad (6.1)$$

A função de transferência do sistema em malha fechada é então dada pela expressão 6.2 (onde $G(s)$ é a respectiva função de transferência do motor):

$$G_m(s) = \frac{G_R(s)G(s)}{1 + G_R(s)G(s)} \quad (6.2)$$

O controlador PD adiciona ao sistema compensado um zero localizado em $-\frac{1}{T_d}$ e altera os seus pólos de acordo com a solução da equação característica de $G_m(s)$.

Mais uma vez aproximando o controlador pelo método das diferenças para trás, o sinal de controlo é obtido no domínio discreto pela expressão 6.3:

$$u(k) = Kr(k) + Cr(k) - Cr(k-1) - Ky(k) - Cy(k) + Cy(k-1) \quad (6.3)$$

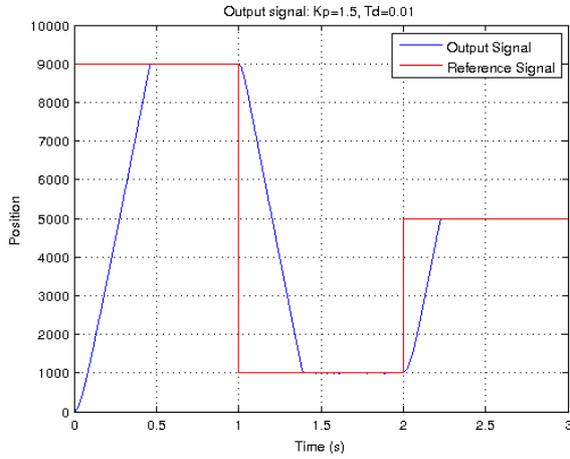
onde $C = \frac{KT_d}{h}$.

Nas figuras 6.8 a 6.12 apresentam-se as respostas do sistema para o mesmo sinal de controlo, fazendo variar os valores de K e T_d . Na primeira figura tem-se os resultados para $K_p = 1.5$, valor que foi experimentado no controlador P e que conduzia a bastante oscilação do sinal de saída e um período transitório mais demorado. A aplicação da componente

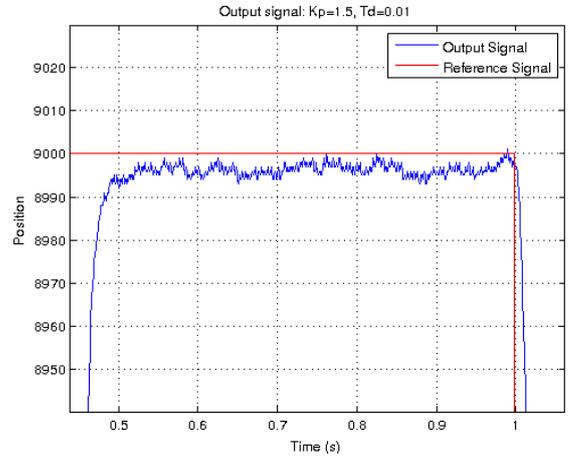
diferencial $T_d = 0.01$ no controlador PD permitiu eliminar toda a sobre-elevação mas pode ver-se na figura 6.8 b) uma oscilação que é de baixa amplitude mas que não estabiliza num valor final, consequência de um sinal de controlo demasiado oscilatório (figura 6.13 a)). Esta oscilação pode ser explicada com base numa análise atenta à equação 6.3. Como se pode constatar, para um valor relativamente baixo do intervalo de amostragem, h , a constante C pode assumir valores muito elevados que, multiplicando os sinais de referência e de saída, pode amplificar significativamente o ruído presente nestes sinais. Baixando o valor da componente diferencial para $T_d = 0.002$ o valor de C reduz-se e já é possível atingir o valor final (figura 6.9), agora com um sistema compensado com uma resposta subamortecida. Ainda assim, o tempo para atingir o valor final é agora inferior quando comparado com o controlador proporcional.

Reduzindo o valor da constante proporcional para 0.3 conseguem-se melhores resultados, com períodos transitórios mais reduzidos. Com $T_d = 0.01$ (figura 6.10) consegue-se uma resposta sobreamortecida e com erro em regime estacionário muito baixo, aproximando-se do sinal de referência. Para o mesmo valor da constante proporcional mas aumentando a componente diferencial (figura 6.11), o sistema fica mais lento e o sinal de referência substancialmente mais oscilatório (figura 6.13 d)). Baixando o valor de T_d para além de um certo ponto (figura 6.12), a resposta passa a ser subamortecida. Verifica-se assim que terá de existir um compromisso entre os valores de K e T_d , aliado a uma análise da posição das raízes do sistema compensado para prever o tipo de resposta. Um dos problemas que costuma estar associado a este tipo de controlador é o ruído de alta frequência que vem da medição do sinal de saída por parte do sensor. Este efeito foi já observado na figura 6.8 com um elevado nível de oscilação no sinal de saída. A equação 6.3 mostra que o produto de K com T_d terá de ser baixo o suficiente (em relação ao intervalo de amostragem) para que o efeito do ruído seja minimizado. Outra solução seria a implementação de um filtro passa baixo que reduzisse o ruído de alta frequência. No entanto, atendendo à elevada qualidade do *encoder* e elevada resolução da *codewheel* seleccionada, o nível de ruído verificado na medida do sinal de saída não é muito elevado para uma gama alargada de valores de K e T_d , pelo que se dispensou a realização da respectiva filtragem.

Finalmente, apresenta-se na figura 6.14 a resposta ao segundo sinal de referência, para os parâmetros do controlador $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$, valores que como se viu antes conduziam a uma resposta com um regime transitório curto e a um erro praticamente nulo em regime estacionário. Comparativamente aos resultados obtidos com o controlador proporcional para o mesmo sinal de referência, tem-se agora uma aproximação do sinal de saída ao sinal de referência bastante melhor. Apenas nas zonas do sinal com sinusóides de frequência elevada ou amplitude demasiado reduzida se começam a notar diferenças significativas.

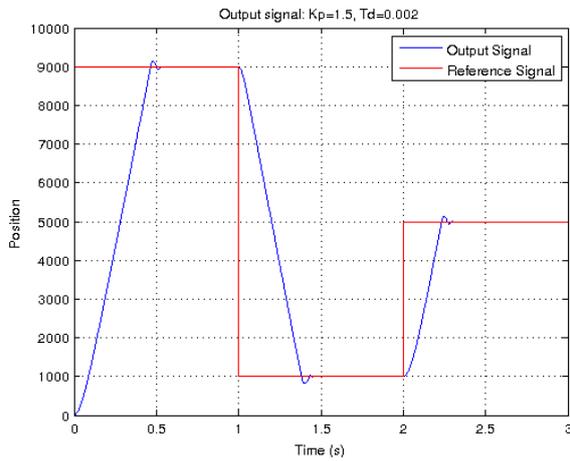


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.01$.

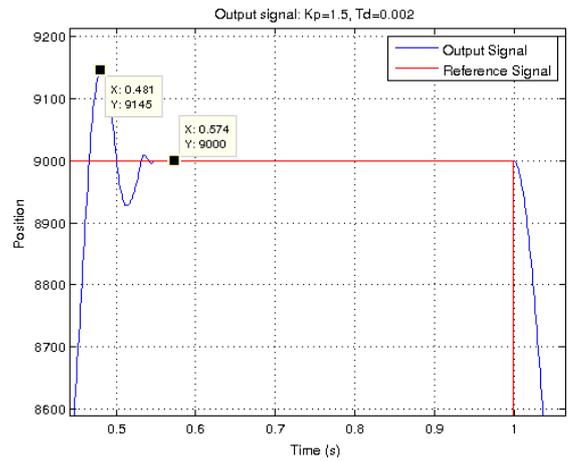


(b) Sinais ampliados

Figura 6.8: Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.01$

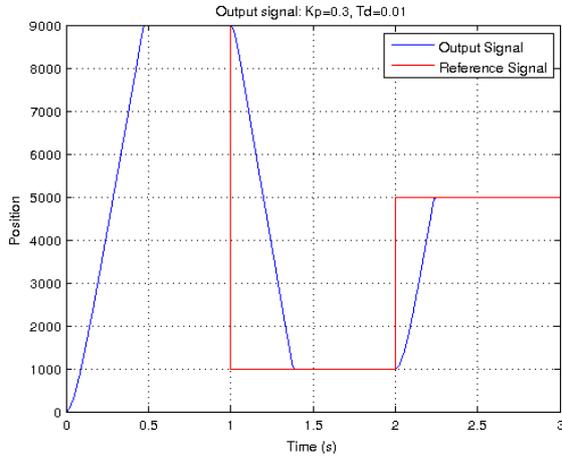


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.002$.

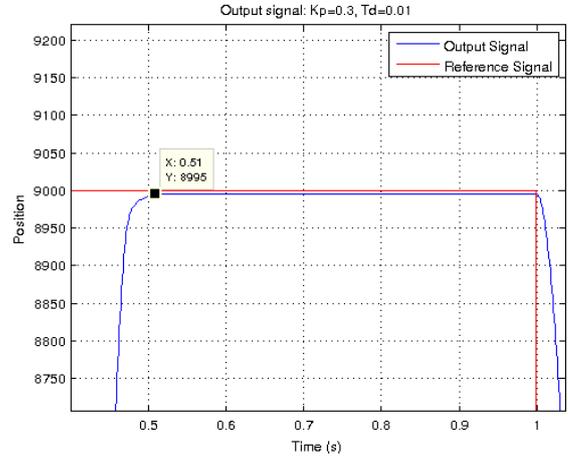


(b) Sinais ampliados

Figura 6.9: Sinais de referência e saída para $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.002$

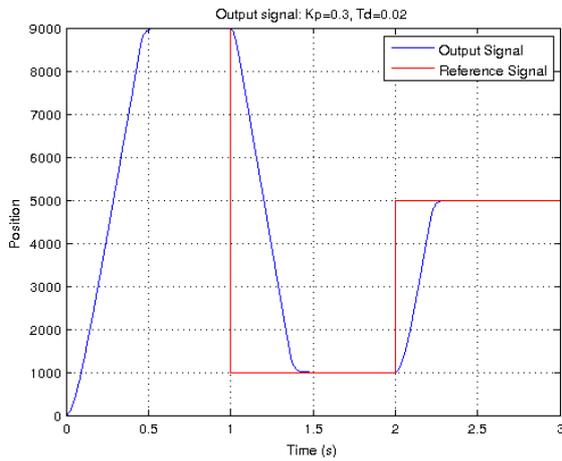


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$.

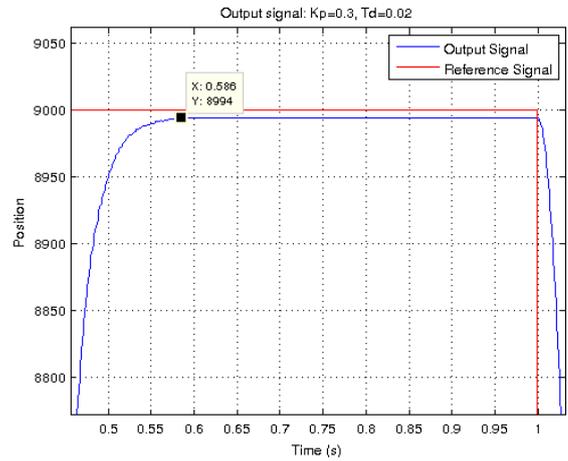


(b) Sinais ampliados

Figura 6.10: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$

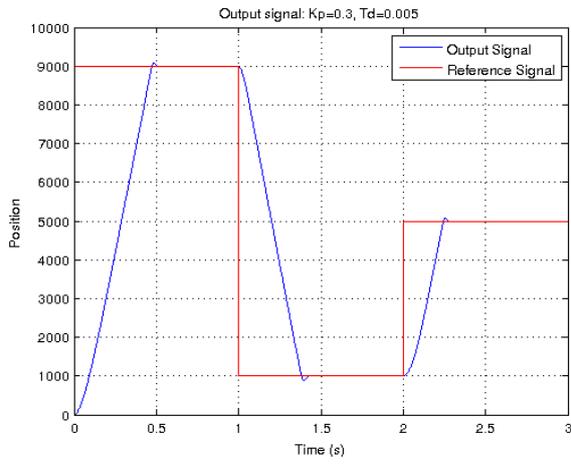


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.02$.

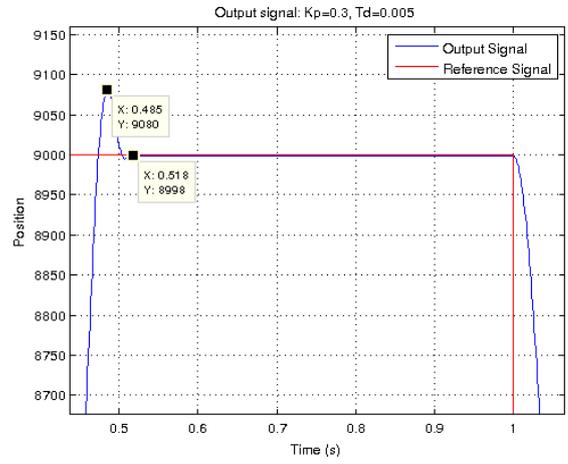


(b) Sinais ampliados

Figura 6.11: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.02$

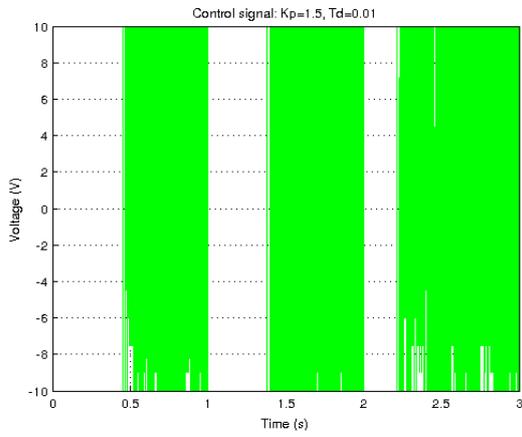


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul) para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.005$.

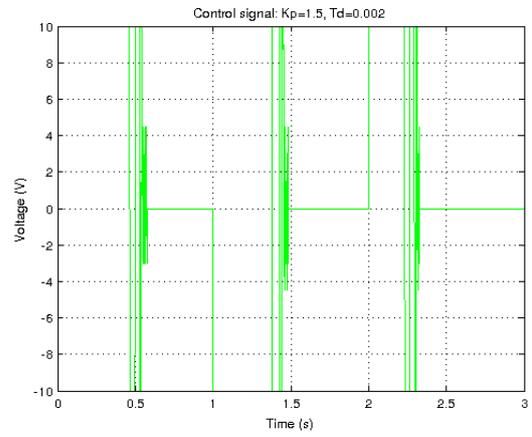


(b) Sinais ampliados

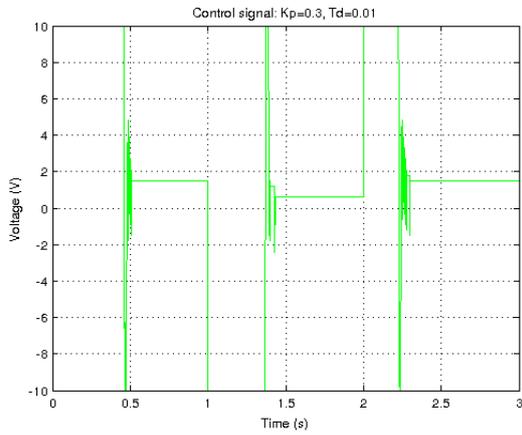
Figura 6.12: Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.005$



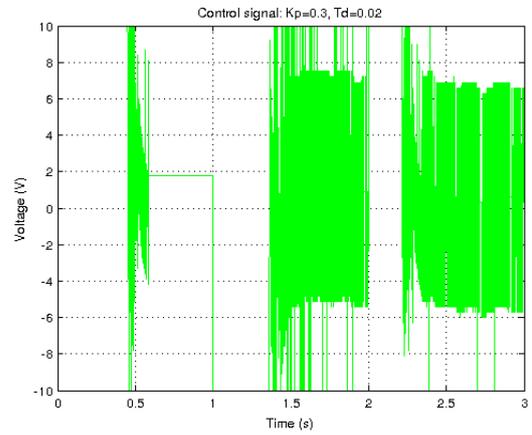
(a) Sinal de controle, $K_p = 1.5$, $T_d = 0.01$



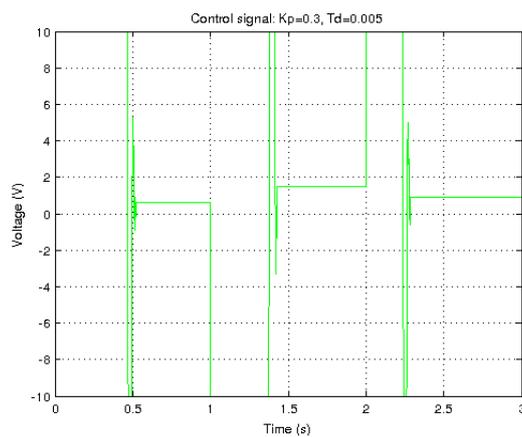
(b) Sinal de controle, $K_p = 1.5$, $T_d = 0.002$



(c) Sinal de controle, $K_p = 0.3$, $T_d = 0.01$

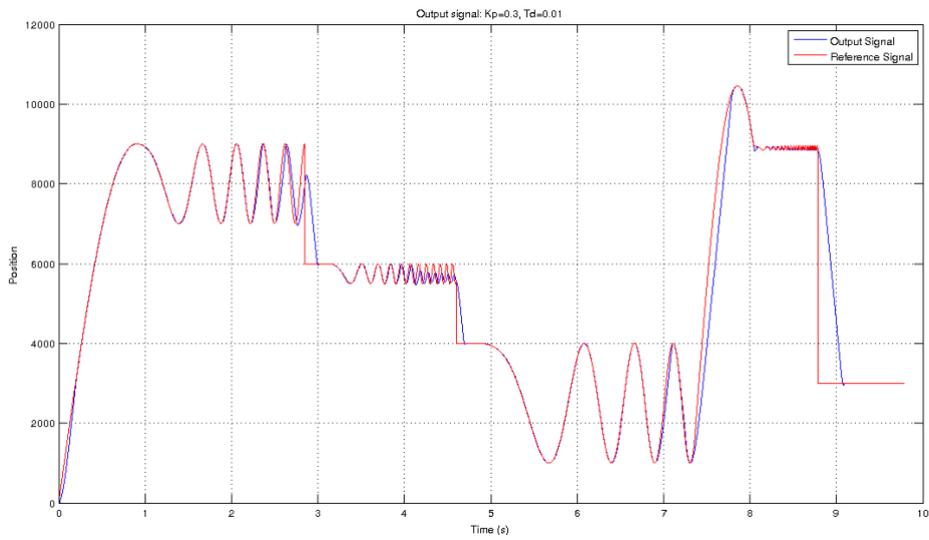


(d) Sinal de controle, $K_p = 0.3$, $T_d = 0.02$

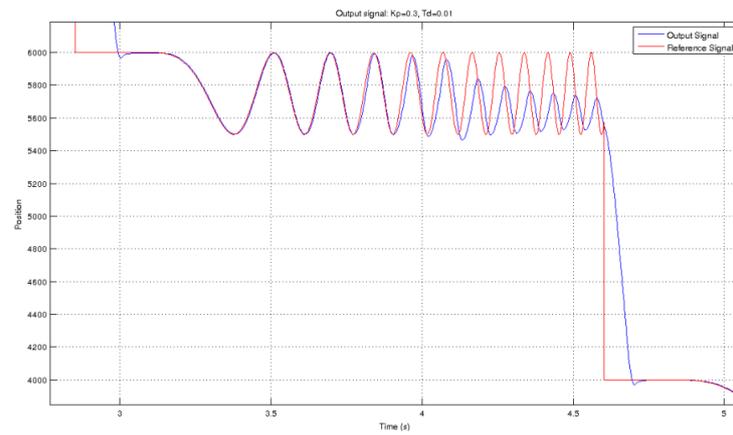


(e) Sinal de controle, $K_p = 0.3$, $T_d = 0.005$

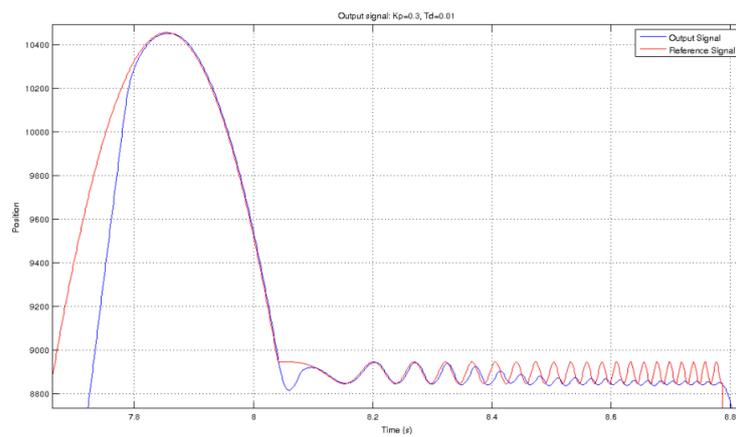
Figura 6.13: Sinais de referência



(a) Sinais de referência e saída para $K_p = 0.3, T_d = 0.01$



(b) Sinais ampliados



(c) Sinais ampliados

Figura 6.14: Sinais de saída e de controlo para $K_p = 0.3, T_d = 0.01$

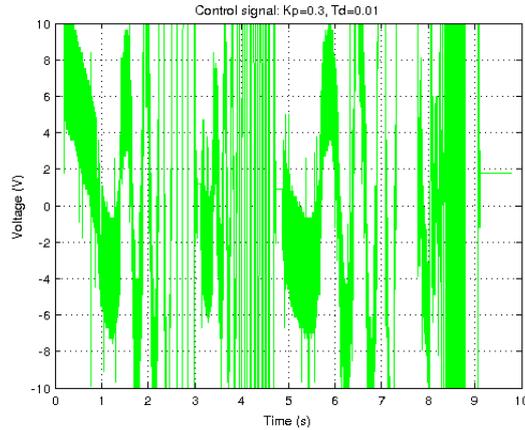


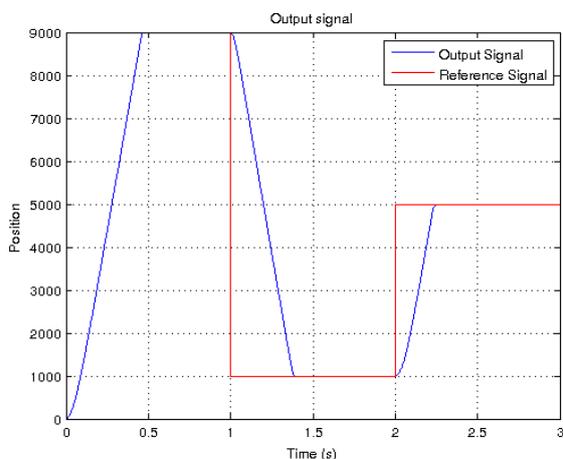
Figura 6.15: Sinal de controlo para $K_p = 0.3$, $T_d = 0.01$

6.3 Controlador RST

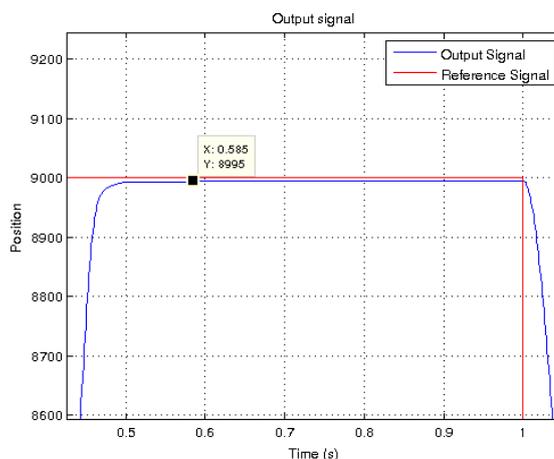
Apresentam-se nesta secção os resultados obtidos com o controlador RST. Este foi projectado de acordo com a metodologia introduzida na secção 3.2.1, considerando agora o modelo discreto do sistema em malha aberta de 2ª ordem obtido na secção 5.3. O modelo discreto de malha fechada é obtido através dos pólos desejados para o modelo do sistema compensado. Os parâmetros do controlador a determinar são r_1 , s_0 , s_1 , t_0 e t_1 obtidos pela resolução da equação de Diophantine. Considera-se um polinómio observador de primeira ordem com uma constante de tempo 5 vezes superior à equivalente ao pólo dominante desejado para o sistema em malha fechada, de modo a que este tenha uma interferência desprezável na dinâmica do sistema compensado.

Na figura 6.16 apresenta-se a resposta do sistema compensado em que os pólos são os mesmos que os usados numa das experiências do controlador PD com $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$ (figura 6.10). Como se pode observar nas duas figuras, obtêm-se respostas sobreamortecidas bastante idênticas. Já na figura 6.17, que corresponde aos resultados obtidos com os mesmos pólos do controlador PD com $K_p = 1.5$ $T_d = 0.01$ (figura 6.8), observa-se um comportamento semelhante em ambos os casos mas agora com o sinal de saída a atingir o regime estacionário, ao contrário do que acontecia antes. Estas diferenças baseiam-se no facto de que o controlador RST é um controlador por posicionamento de pólos, onde não se modifica ou acrescenta qualquer zero como acontecia no controlador PD. Se num dado sistema os zeros refletem essencialmente o modo como o mesmo reage ao sinal de entrada, não se deve ignorar os seus efeitos no seguimento de um sinal de referência considerando apenas o efeito da localização dos pólos. Na figura 6.18 apresenta-se a resposta ao segundo sinal de referência com o sistema possuindo um pólo duplo em -180 . Este valor está próximo do valor dos dois pólos reais do controlador PD com $K_p = 0.3$ e $T_d = 0.01$ (figura 6.14). Comparando as duas figuras correspondentes a cada controlador, observa-se uma aproximação semelhante, mas mais precisa no caso do controlador PD. Neste caso,

embora as discrepâncias não sejam muito grandes, observa-se claramente o benefício da inclusão de um zero no caso desse controlador com um seguimento mais fiel do sinal de referência. Mantendo ainda a parte real dos pólos em -180 mas adicionando agora uma parte complexa (figura 6.19), observa-se um melhor seguimento do sinal de referência, mas à custa do aumento da sobrelevação especialmente nas regiões de transição em degrau, bem como um sinal de controlo um pouco mais oscilatório (figura 6.22). Em todo o caso, uma análise atenta dos sinais de controlo mostra que, para as regiões do sinal de saída passível de melhorias, o sinal de controlo está já saturado superior ou inferiormente. Está-se já portanto em controlo do género *on-off*, onde se deixa de ter um controlador RST a actuar de forma linear. Neste sentido, dadas as limitações do hardware, não será possível ir muito mais além na aproximação do sinal de saída ao sinal de referência. Para concluir, mostra-se na figura 6.20 a resposta no caso de um pólo duplo em -80 e na figura 6.21 o caso em que os pólos são os mesmos mas com uma componente complexa. No primeiro caso observa-se claramente um sistema mais lento, já que os pólos estão agora mais próximos do eixo imaginário. Na segunda figura, observa-se que os pólos complexos permitem um sistema mais rápido mas mais oscilatório. Pelo que se observa, verifica-se ser vantajoso ter ambos os pólos reais puros o mais afastados possível do eixo imaginário, mas obviamente dentro das possibilidades físicas do sistema.

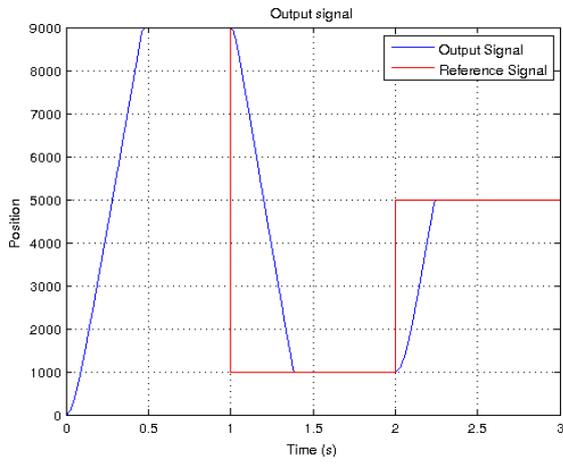


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul).
Pólos: $p_1 = -181$, $p_2 = -160$

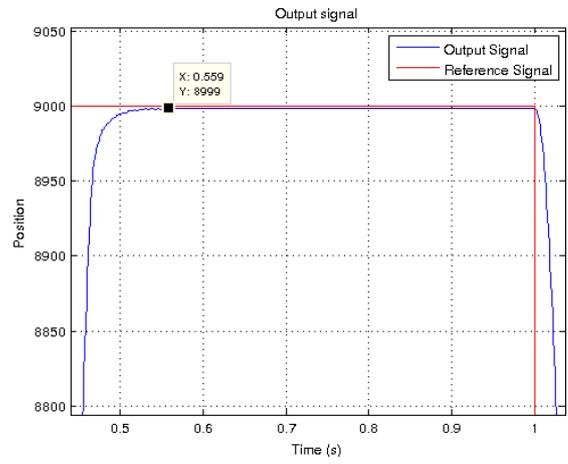


(b) Sinais ampliados

Figura 6.16: Sinais de referência e saída para $p_1 = -181$ e $p_2 = -160$

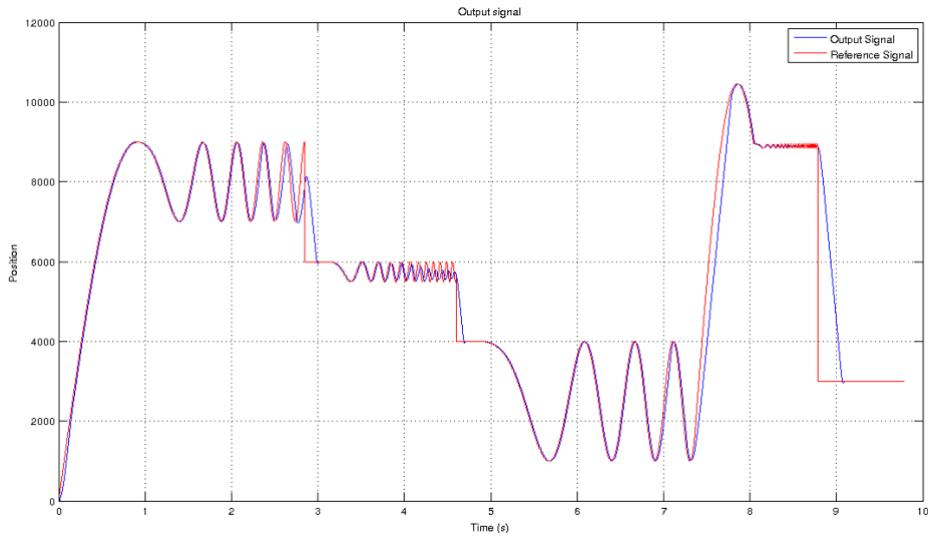


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul).
 Pólos: $p_1 = -1070$, $p_2 = -104$

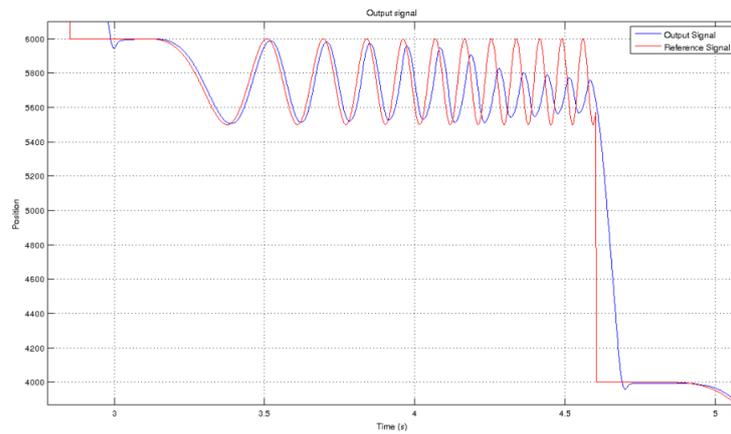


(b) Sinais ampliados

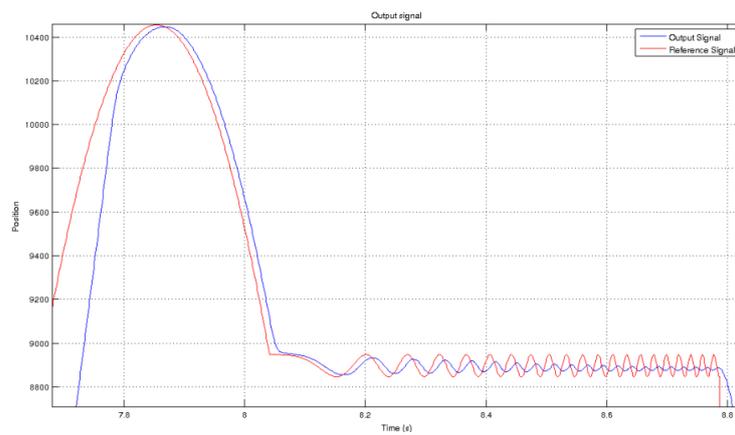
Figura 6.17: Sinais de referência e saída para $p_1 = -1070$ e $p_2 = -104$



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -180$

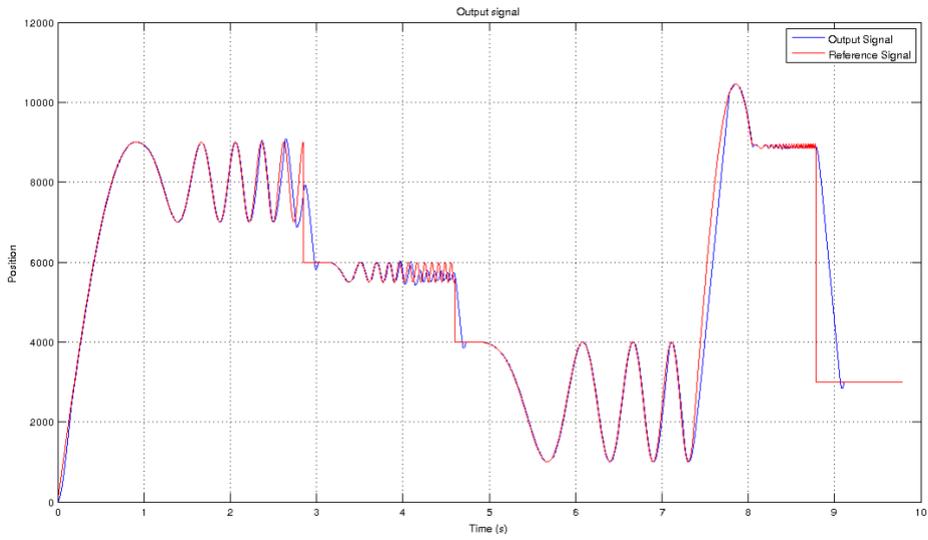


(b) Sinais ampliados

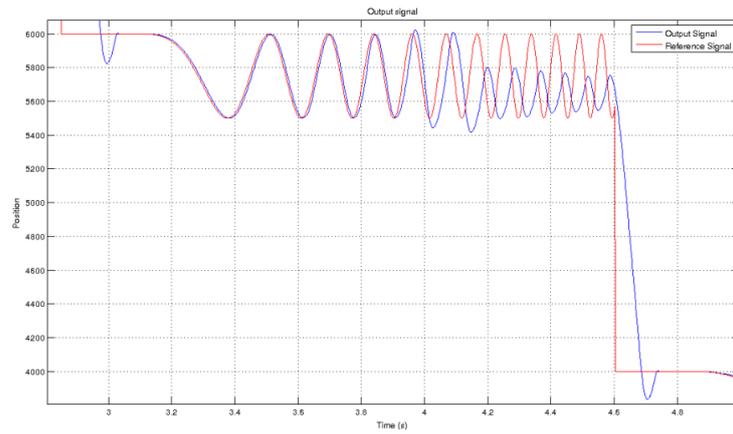


(c) Sinais ampliados

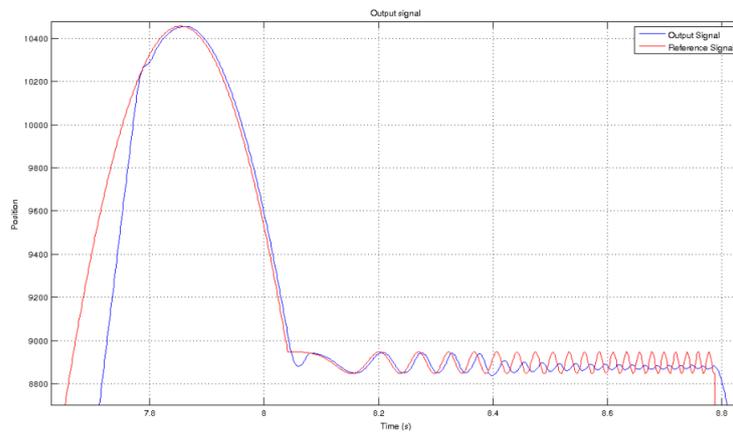
Figura 6.18: Sinais de saída e de controle para $p_{1,2} = -180$



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -180 \pm j200$

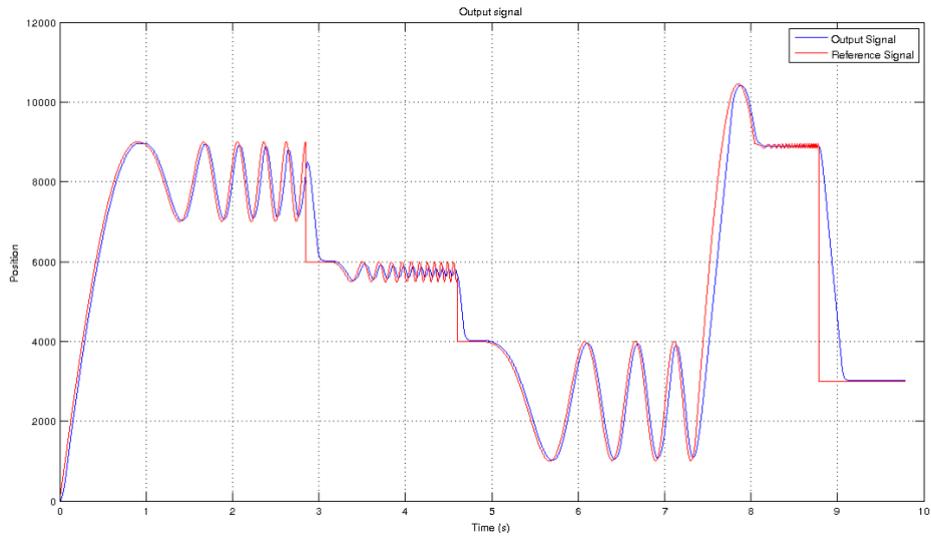


(b) Sinais ampliados

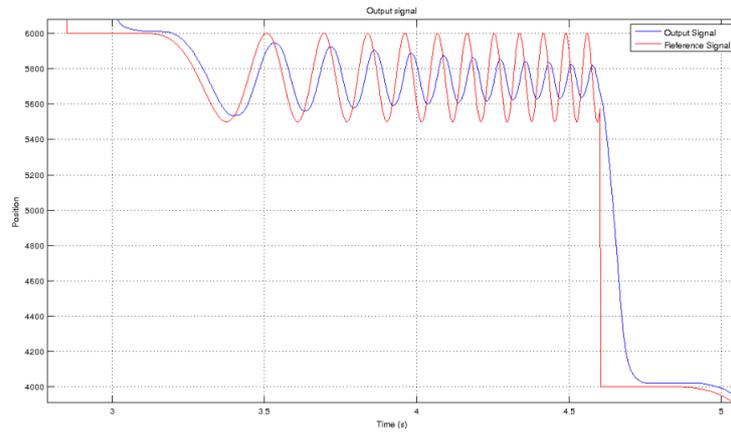


(c) Sinais ampliados

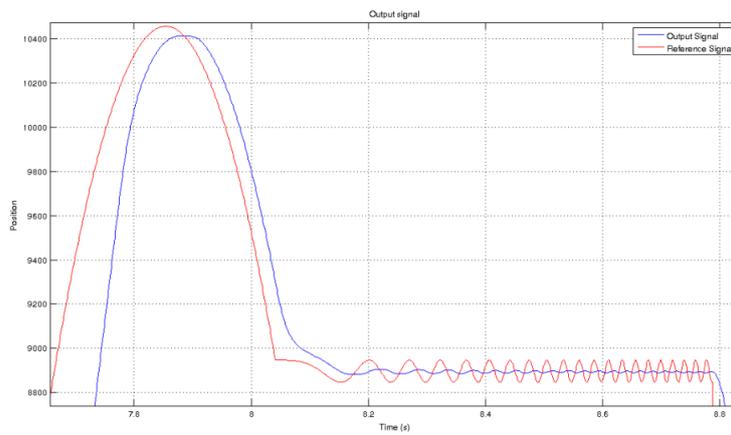
Figura 6.19: Sinais de saída e de controle para $p_{1,2} = -180 \pm j200$



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -80$

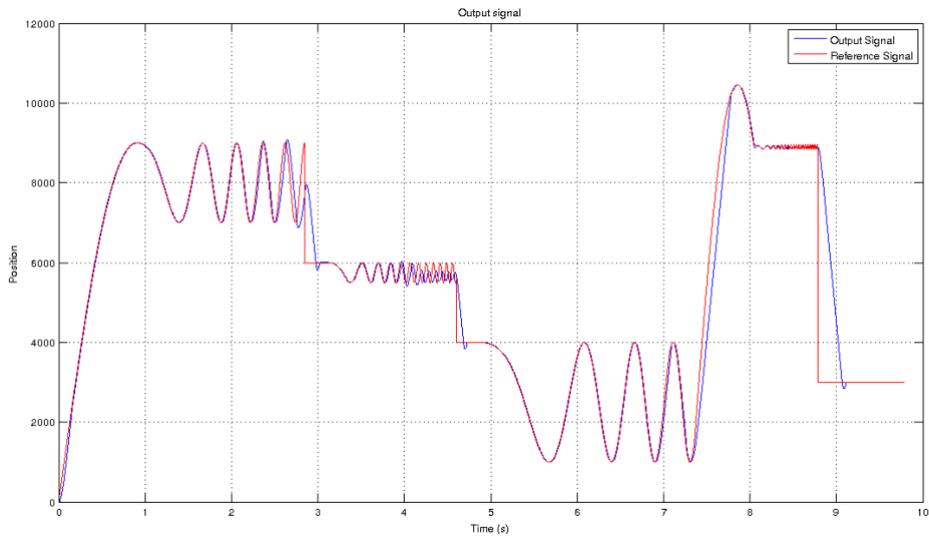


(b) Sinais ampliados

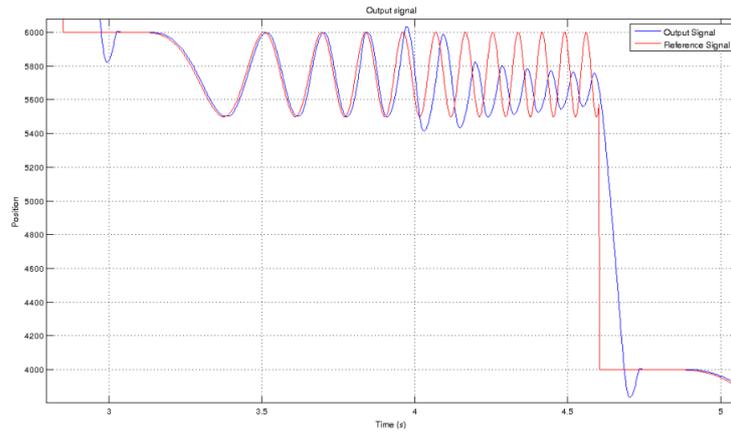


(c) Sinais ampliados

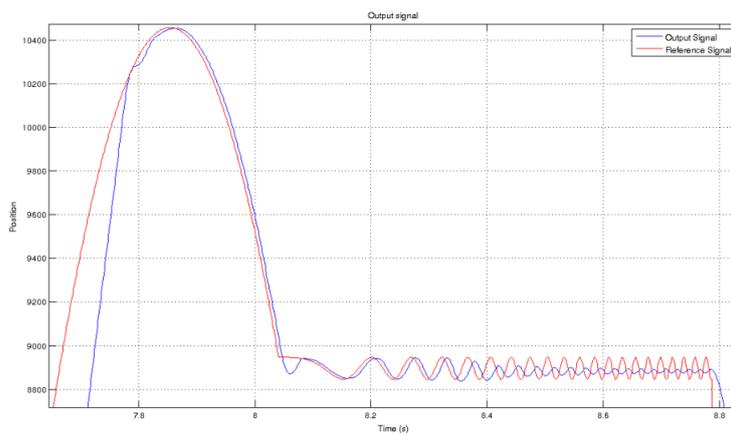
Figura 6.20: Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -80$



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -80 \pm j150$

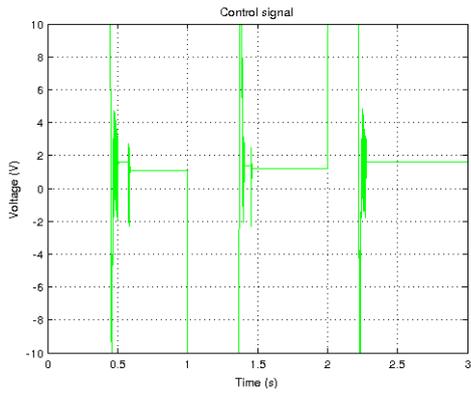


(b) Sinais ampliados

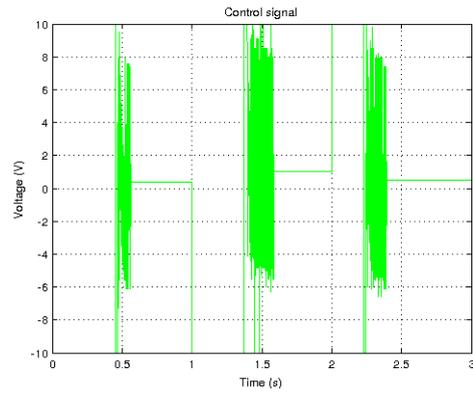


(c) Sinais ampliados

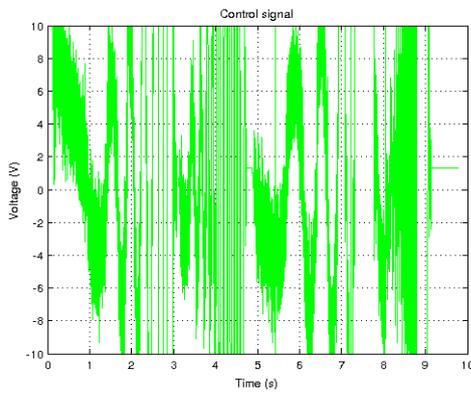
Figura 6.21: Sinais de saída e de controlo para $p_{1,2} = -80 \pm j100$



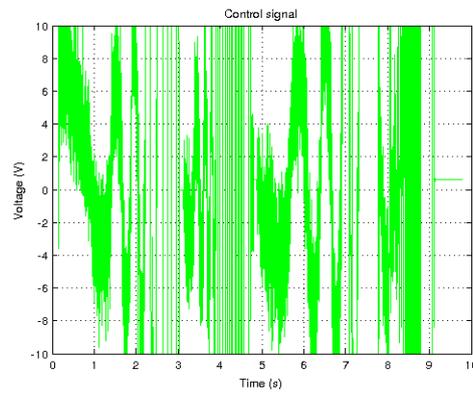
(a) Pólos: $p_1 = -181$, $p_2 = -160$



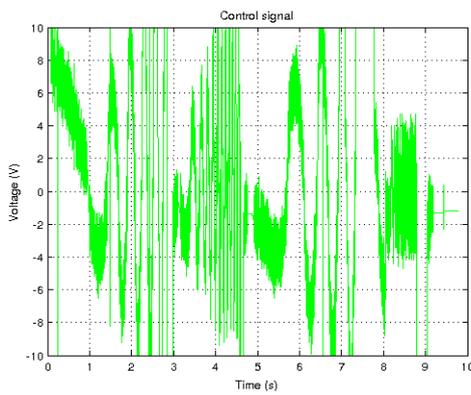
(b) Pólos: $p_1 = -1070$, $p_2 = -104$



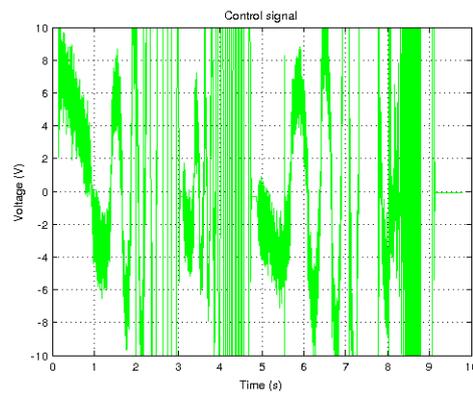
(c) Pólos: $p_{1,2} = -180$



(d) Pólos: $p_{1,2} = -180 \pm j200$



(e) Pólos: $p_{1,2} = -80$



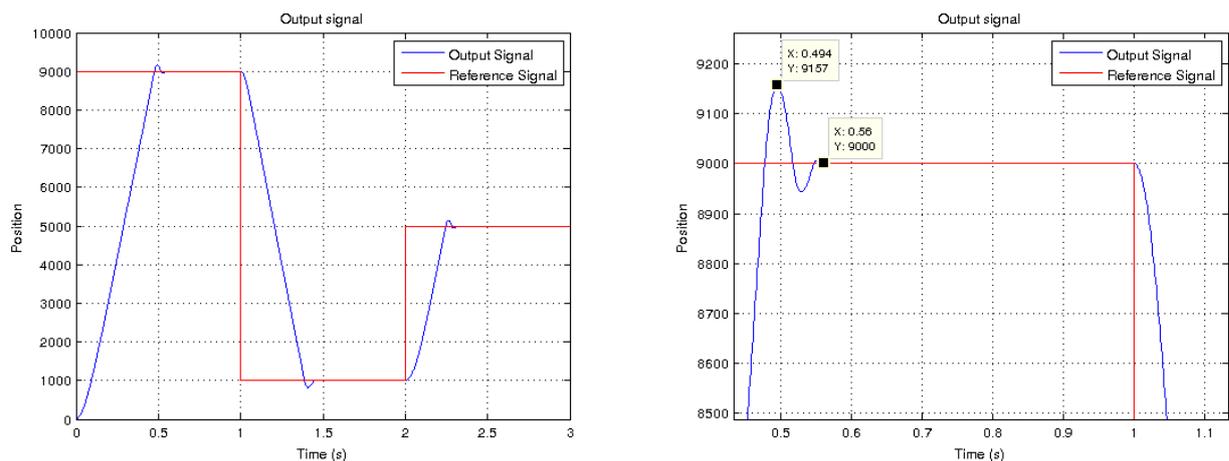
(f) Pólos: $p_{1,2} = -80 \pm j150$

Figura 6.22: Sinais de controlo para o controlador RST

6.4 Controlador por realimentação de estado

O controlador por realimentação de estado foi projectado de acordo com o método exposto na secção 3.3, considerando o modelo de 2ª ordem obtido para o sistema na secção 5.3. À semelhança do controlador RST, sendo este também um controlador por posicionamento de pólos, é esperado que os resultados obtidos sejam idênticos. Nesse sentido, será desnecessário fazer uma análise mais detalhada ao comportamento do sistema compensado em função da posição dos respectivos pólos. Assim, apresenta-se este controlador apenas como uma alternativa ao controlador RST.

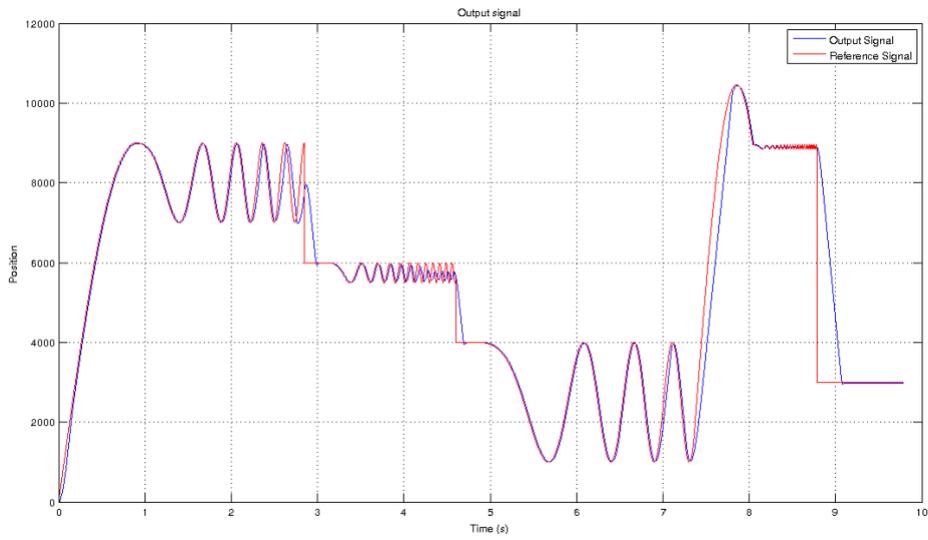
Nas figuras 6.23 e 6.24 encontram-se as respostas do sistema com localizações dos pólos já experimentadas em controladores anteriores. O primeiro caso corresponde ao controlador PD com $K_p = 1.5$ e $T_d = 0.002$ e o segundo caso ao controlador RST com um pólo duplo em -180 . Como seria de esperar, comparando com os gráficos respectivos nas figuras 6.9 e 6.18 notam-se respostas bastante semelhantes. Finalmente, na figura 6.25 encontram-se os respectivos sinais de controlo.



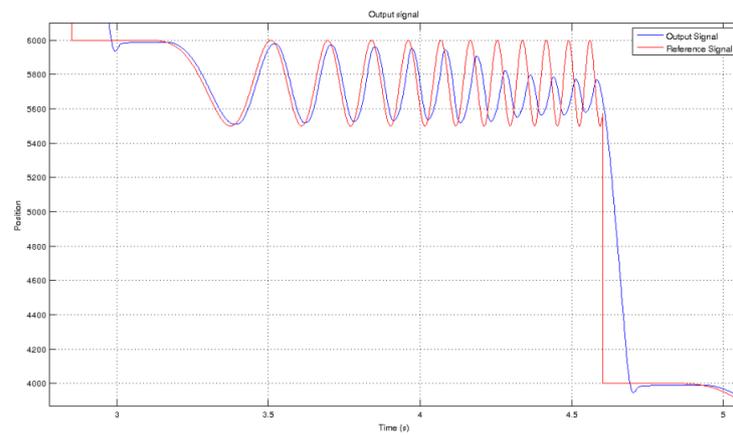
(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul).
Pólos: $p_{1,2} = -185 \pm j332$

(b) Sinais ampliados

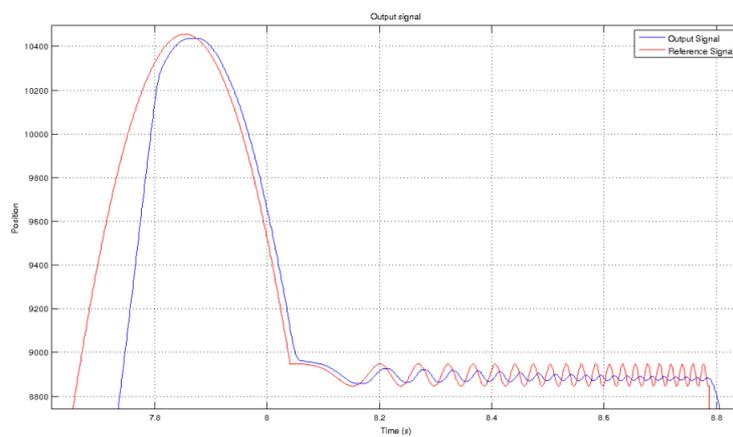
Figura 6.23: Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -185 \pm j332$



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -180$

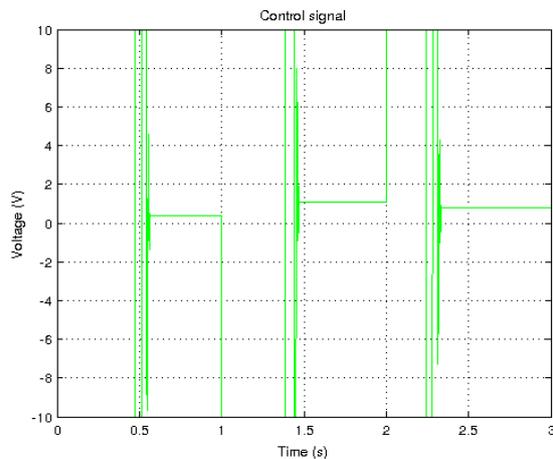


(b) Sinais ampliados

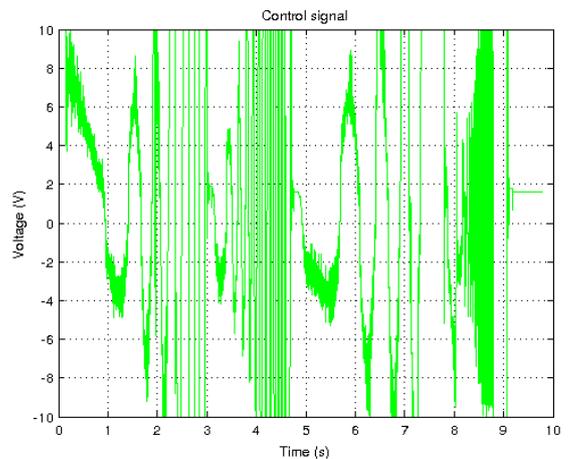


(c) Sinais ampliados

Figura 6.24: Sinais de referência e de saída para $p_{1,2} = -180$



(a) $p_{1,2} = -185 \pm j332$



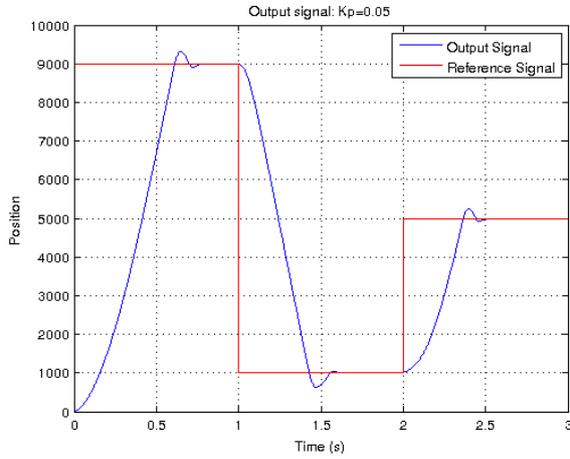
(b) $p_{1,2} = -180$

Figura 6.25: Sinais de controlo para o controlador por realimentação de estado

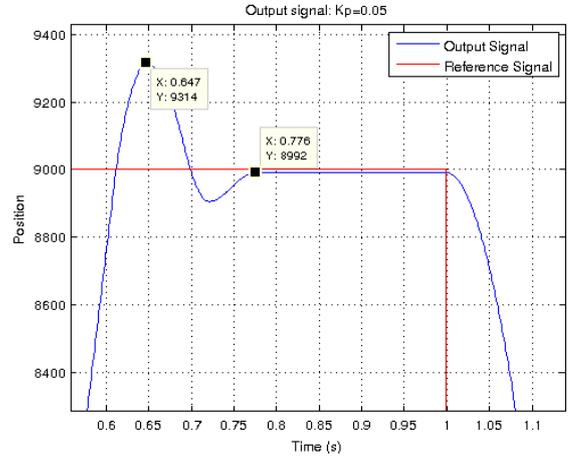
6.5 Adição de massa ao sistema

Apresentam-se agora alguns resultados obtidos com os controladores estudados anteriormente para o sistema com uma massa adicionada ao cursor. O respectivo modelo foi determinado na secção 5.3.1.

Nas figuras 6.26 e 6.27 encontram-se os resultados para um controlador proporcional. No segundo caso a oscilação é maior que no primeiro, naturalmente devido a um maior valor da constante proporcional. Adicionando uma componente derivativa (figura 6.28), a resposta passa a ser sobreamortecida e com menor tempo de estabelecimento. A figura 6.29 contém a mesma experiência mas agora para o segundo sinal de referência. Verifica-se um bom seguimento do mesmo mas até ao ponto em que a frequência ou amplitude das sinusóides ultrapassa as capacidades do próprio sistema. A característica passa baixo inerente é agora acentuada com a adição de massa, com limitações claras no seguimento de sinais de referência com frequência para além da sua própria frequência de corte. As figuras 6.30 e 6.31 apresentam os resultados obtidos com os controladores por posicionamento de pólos, que impõem, em malha fechada, os mesmos pólos que o controlador PD aplicado antes. Mais uma vez, há algumas discrepâncias no seguimento do sinal de referência, destacando-se uma vez mais a importância do zero adicional no controlador PD. Pelo que foi dito na secção anterior, não será possível ir muito mais além no que toca a um controlo mais preciso com os controladores por posicionamento de pólos, dadas as limitações do sistema. Por fim, apresenta-se na figura 6.32 os sinais de controlo correspondentes aos controladores anteriores.

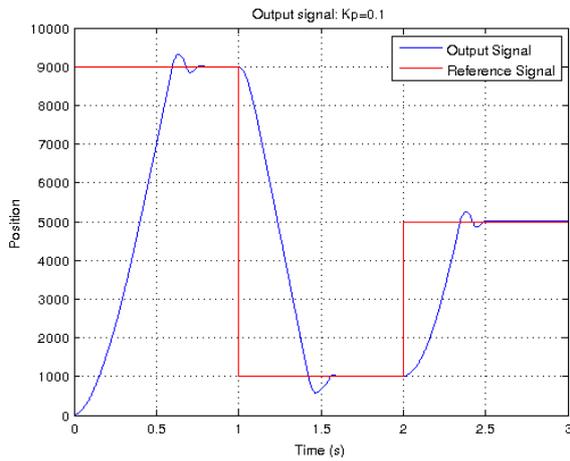


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul). $K_p = 0.05$

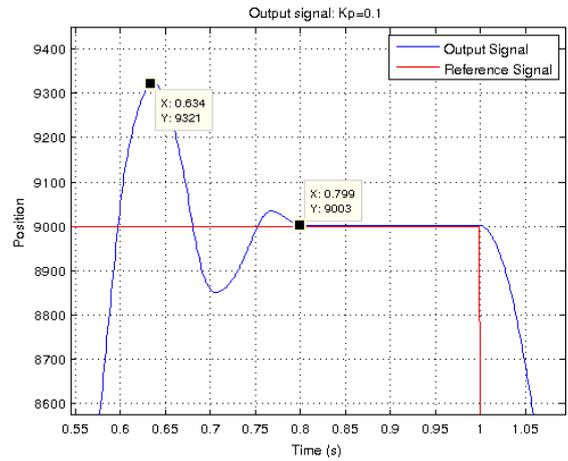


(b) Sinais ampliados

Figura 6.26: Sinais de referência e saída para um controlador proporcional

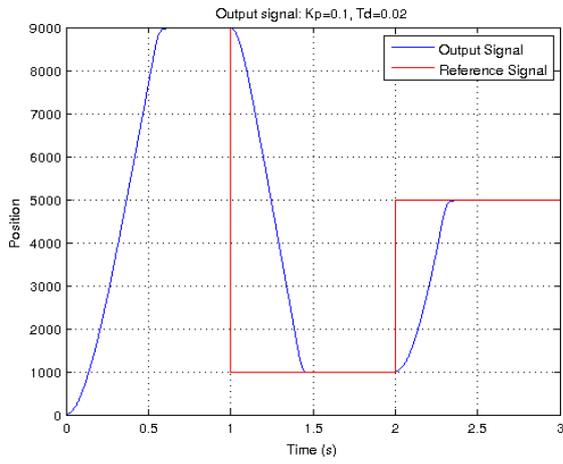


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul). $K_p = 0.1$

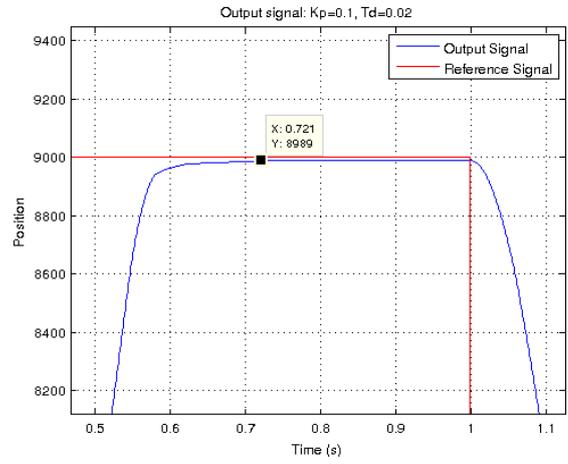


(b) Sinais ampliados

Figura 6.27: Sinais de referência e saída para um controlador proporcional #2

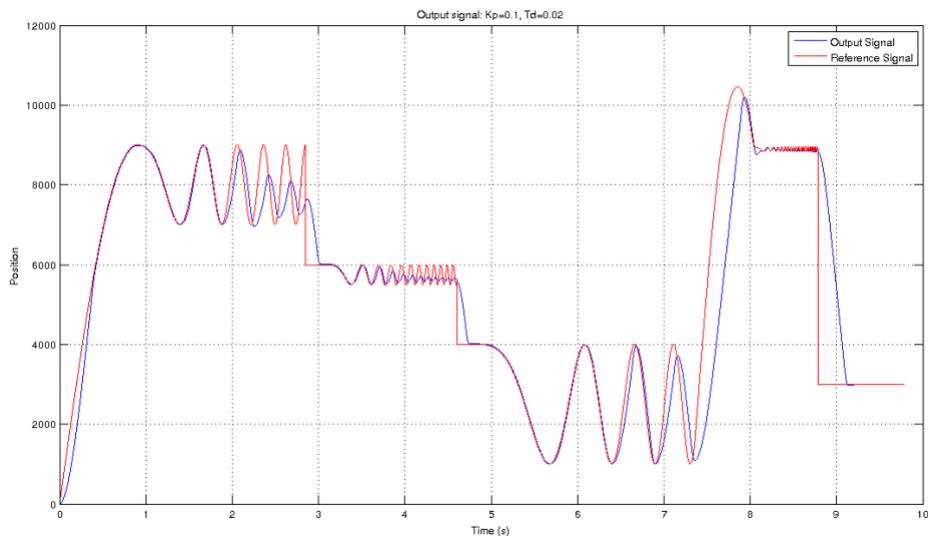


(a) Sinal de referência (vermelho) e de saída (azul). $K = 0.1, T_d = 0.02$

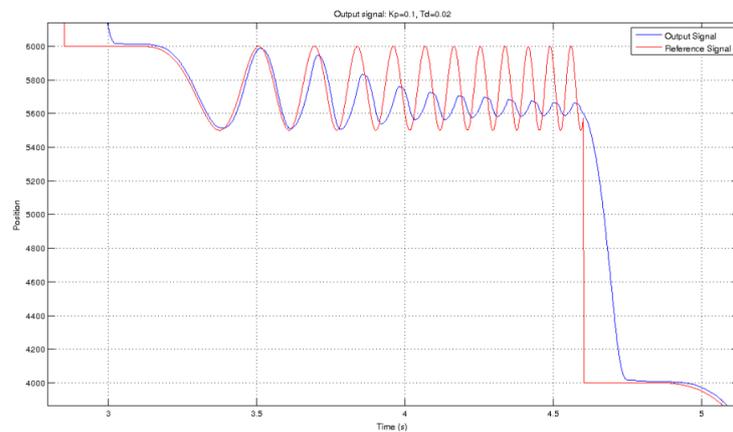


(b) Sinais ampliados

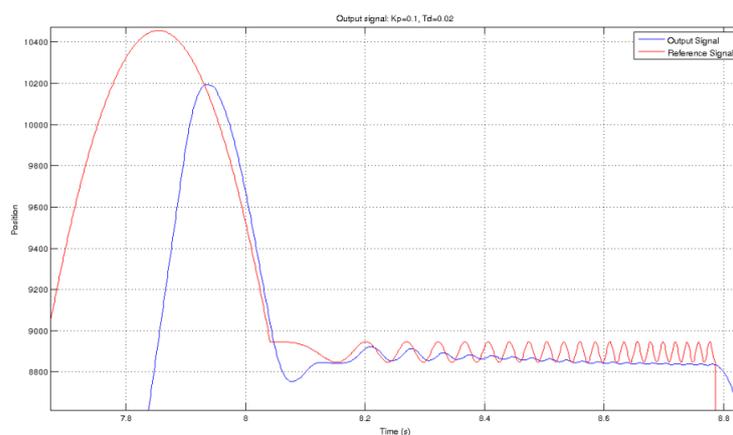
Figura 6.28: Sinais de referência e saída para um controlador proporcional diferencial



(a) Sinais de referência e saída para $K = 0.1, T_d = 0.02$

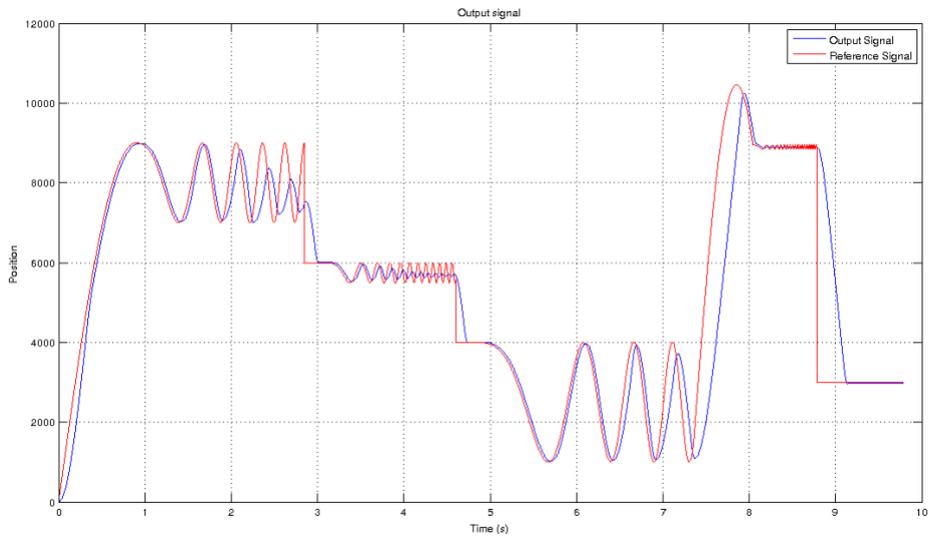


(b) Sinais ampliados

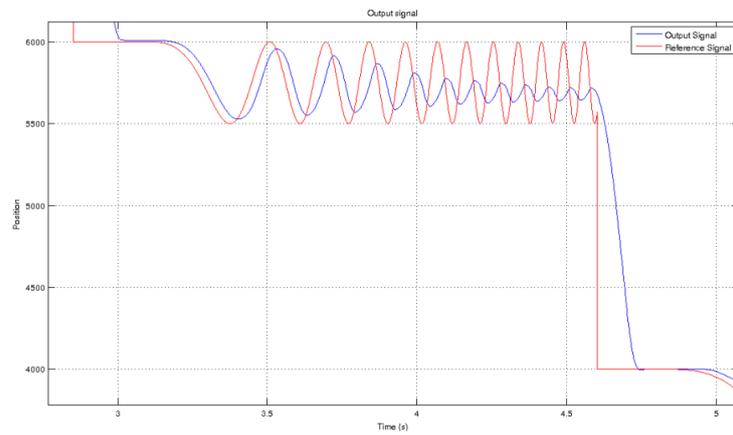


(c) Sinais ampliados

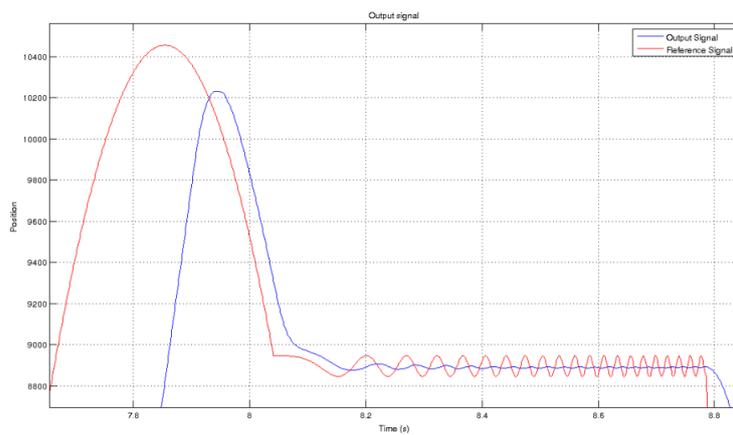
Figura 6.29: Sinais de referência e de saída para um controlador proporcional diferencial #2



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -45.9 \pm j36.2$

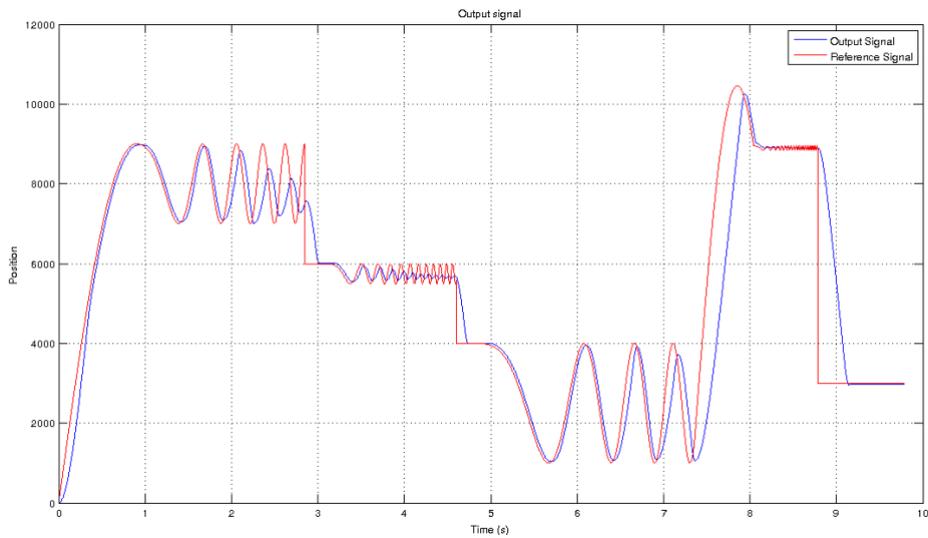


(b) Sinais ampliados

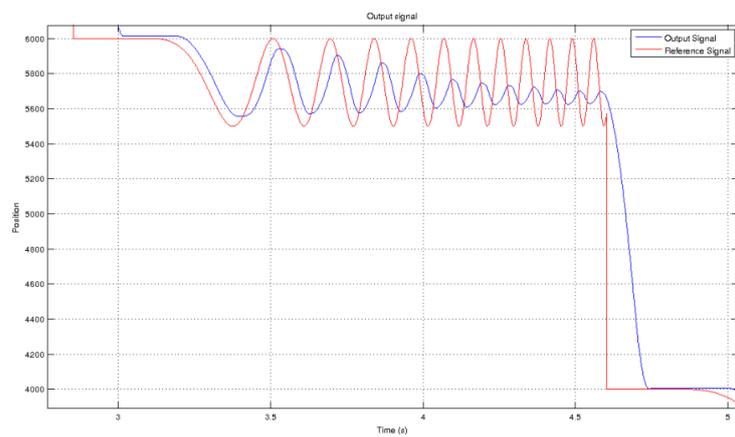


(c) Sinais ampliados

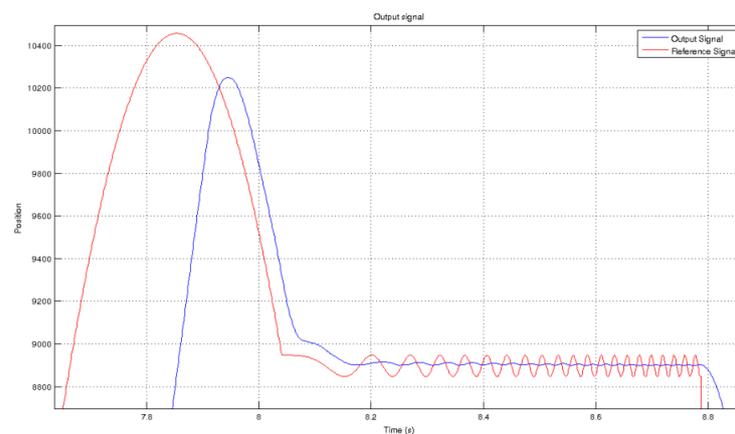
Figura 6.30: Sinais de referência e de saída para um controlador RST



(a) Sinais de referência e saída para $p_{1,2} = -45.9 \pm j36.2$

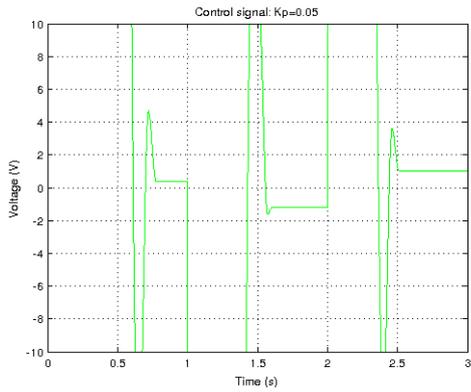


(b) Sinais ampliados

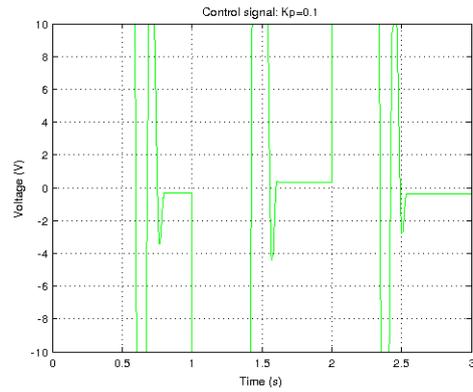


(c) Sinais ampliados

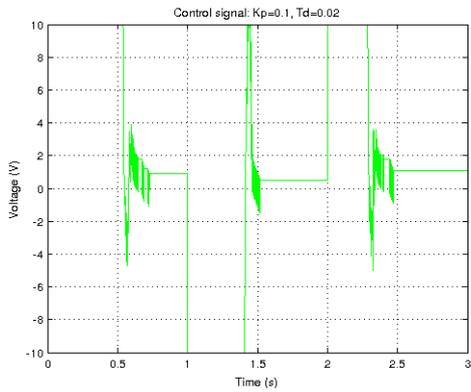
Figura 6.31: Sinais de referência e de saída para um controlador de realimentação de estado



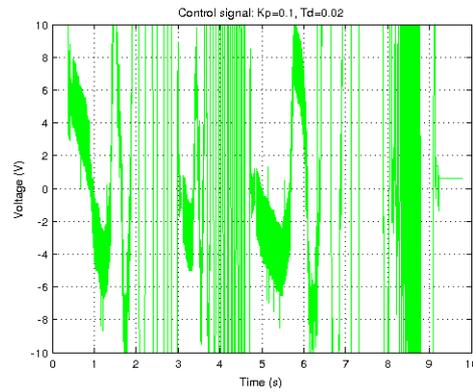
(a) Controlador P, $K_p = 0.05$



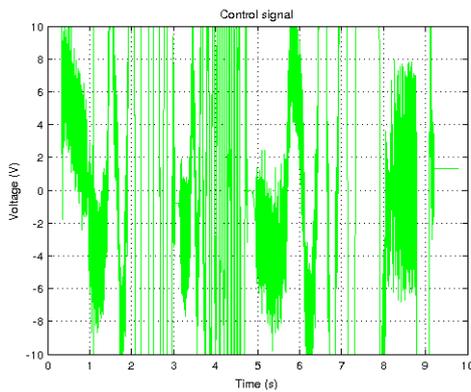
(b) Controlador P, $K_p = 0.1$



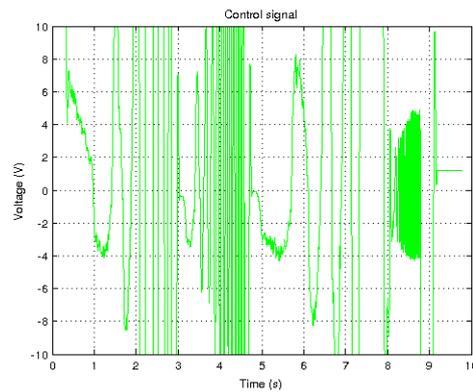
(c) Controlador PD, $K = 0.1$, $T_d = 0.02$



(d) Controlador PD, $K = 0.1$, $T_d = 0.02$



(e) Controlador RST, $p_{1,2} = -45.9 \pm j36.2$



(f) Controlador por realimentação de estado, $p_{1,2} = -45.9 \pm j36.2$

Figura 6.32: Sinais de controlo para o sistema com massa adicionada

Capítulo 7

Conclusões e trabalho futuro

Apresentam-se neste capítulo as principais conclusões obtidas com este trabalho e algumas propostas para trabalho futuro.

A plataforma contruída permitiu cumprir os principais objectivos que se tinham colocado inicialmente. Com esta foi possível estudar o desempenho de algoritmos de controlo digital, mudando facilmente os parâmetros de controlo através das funções desenvolvidas em *MATLAB*. O sensor, montado na plataforma para medição de deslocamento, permitiu, após processamento digital dos seus sinais de saída, obter uma posição absoluta do cursor com elevada precisão. O projecto e a aplicação de um pré-distorçor ao amplificador de potência permitiu, de uma forma eficaz, reduzir significativamente as suas não linearidades para que a tensão aplicada aos terminais do motor fosse proporcional ao sinal de controlo. A identificação matemática do sistema partindo das equações físicas que o regem pode ser um bom ponto de partida para o seu conhecimento, nomeadamente da ordem do respectivo modelo. No entanto, concluiu-se pelos resultados experimentais que o modelo obtido desta forma incorporava um número de parâmetros superior ao necessário. A modelação do sistema por um modelo de 2ª ordem, que inicialmente se previa ser descrito por um modelo de 3ª ordem, revelou-se assim igualmente eficaz e tornou o respectivo modelo mais simples. No que respeita ao elemento de processamento do sistema, verificou-se que o controlo realizado por computador não permitia a operação com frequências de amostragem elevadas. Verificou-se, neste caso, que a latência das funções *MATLAB* de envio e recepção de comandos para a plataforma pela porta série constituía um factor limitativo, impossibilitando a operação de controladores com um período de amostragem inferior a $\approx 10ms$. Adicionalmente verificou-se que o período de amostragem não se mantinha constante ao longo de uma experiência. Programando o microcontrolador para implementação do algoritmo de controlo permitiu o controlo do sistema com frequência de amostragem mais elevada e constante, a $1KHz$, sendo ainda possível aumentá-la dadas as suas capacidades. Os resultados obtidos com os controladores PD e por posicionamento de pólos, no seguimento de sinais de referência, revelaram uma plataforma funcional. Foi possível encontrar diferenças na actuação dos respectivos algoritmos de controlo, sendo que, para o sistema em causa, o PD foi o mais eficaz. A diferença para os controladores por posiciona-

mento de pólos não foi muito significativa, mas a presença de um zero no caso do primeiro marcou essas diferenças. No entanto, verifica-se que, para o caso dos controladores por posicionamento de pólos, a vantagem principal de poder definir a equação característica do sistema compensado de uma forma arbitrária é, também, limitada dadas as limitações do próprio actuador e do sistema. Pelo que foi dito, a vantagem da utilização de um controlador por posicionamento de pólos em detrimento de um controlador PID é inegável, mas claro que isto é válido partindo do pressuposto que se tem actuadores ilimitados, já que a saturação do sinal de controlo torna-o um sistema não-linear (operando em malha aberta nos instantes em que o actuador está saturado).

7.1 Trabalho futuro

A plataforma desenvolvida pode ainda ser alvo de melhoramentos, tornando-a um sistema mais completo e que permita, por exemplo, testar algoritmos de controlo para sistemas não lineares. Em particular, propõe-se a continuação do trabalho já iniciado que consta no acoplamento de um pêndulo invertido no cursor móvel - figuras 7.1 e 7.2. Nesta montagem, um segundo *encoder* (em conjunto com uma *codewheel*) permite a detecção da sua posição angular, sendo os sinais do sensor enviados para o microcontrolador através de um cabo flexível. Como é conhecido, o exercício clássico do pêndulo invertido é um problema de controlo de um sistema não linear dinâmico, pelo que será um bom exercício para o teste de técnicas de controlo avançado.

A plataforma implementada demonstrou ser um instrumento muito útil para o estudo prático de algoritmos de controlo, permitindo efectuar análises comparativas de desempenho de diferentes estruturas de controlo, e do impacto (e sensibilidade) dos vários parâmetros dos controladores. Mostrou, também, ser uma plataforma muito flexível pois permite não só a implementação de diferentes controladores no próprio microcontrolador que gere o sistema (operando, nesta forma, com um sistema de amostragem totalmente controlado, de tempo-real, com período de amostragem muito baixo e constante, de amostra em amostra), como permite que os algoritmos de controlo sejam implementados num computador (em *MATLAB*, por exemplo) onde o sistema e o computador são ambos colocados na mesma malha de controlo.

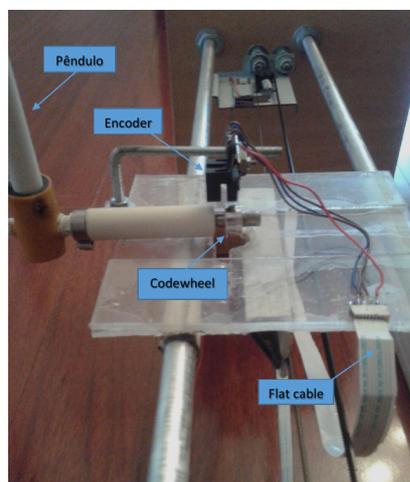
Os testes realizados permitem afirmar que esta plataforma, que apresenta uma dinâmica muito rápida face aos equipamentos presentes no laboratório de controlo do DETI, está apta a contribuir positivamente para a consolidação dos conhecimentos a ser adquiridos pelos alunos das próximas edições das disciplinas da área de Controlo, bem como no estudo e teste de controlo de sistemas não-lineares (como é o caso do pêndulo invertido).



Figura 7.1: Plataforma com pêndulo adicionado



(a) Pêndulo

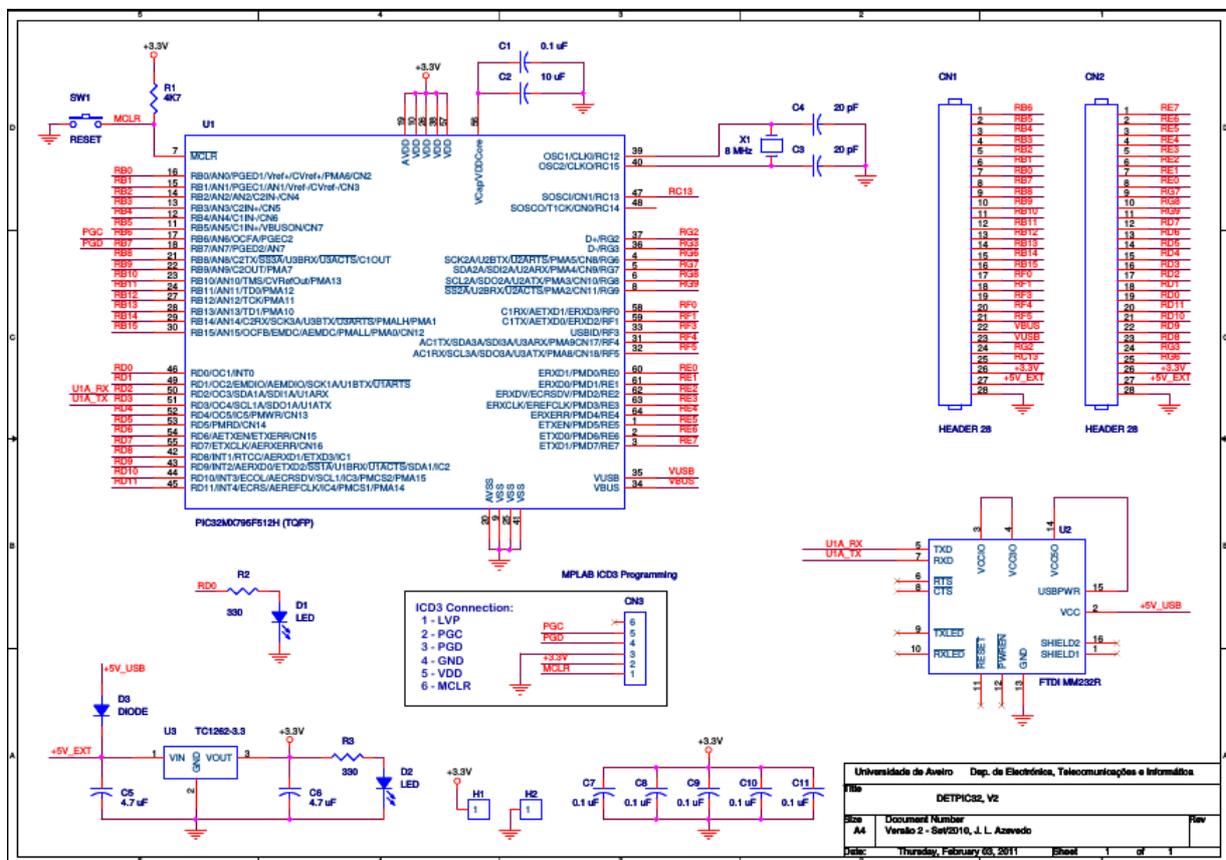


(b) Montagem feita em cima do cursor

Figura 7.2: Plataforma com pêndulo adicionado - pormenores

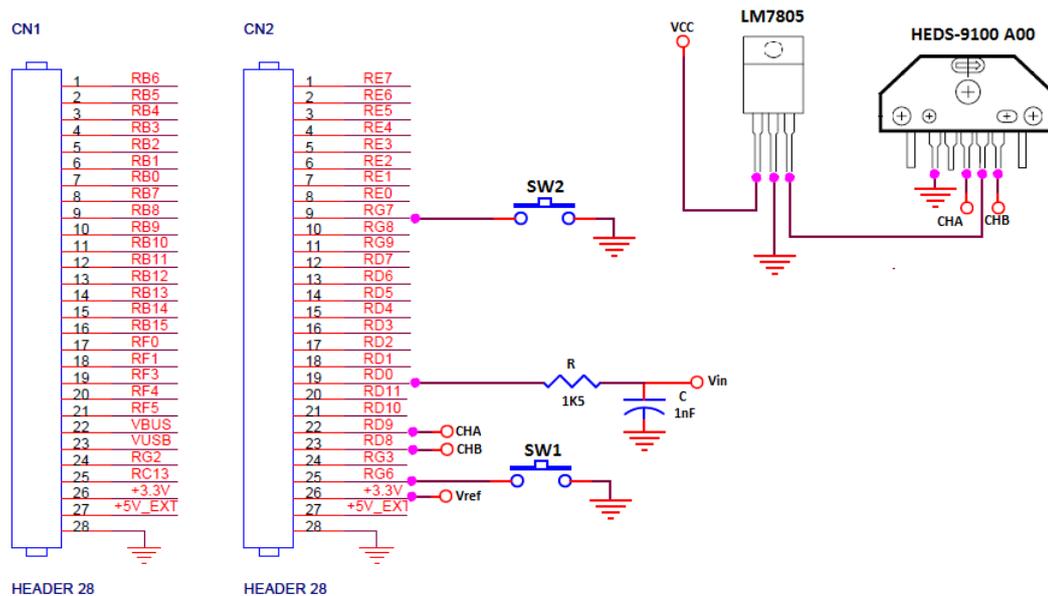
Apêndice A

DETPIC32 - Esquema eléctrico



Apêndice B

Ligações eléctricas efectuadas à DETPIC32



Bibliografia

- [1] http://www.gunt.de/static/s1_1.php?p1=&p2=&pN= (acedido a 1 de Junho de 2014)
- [2] Ogata, Katsuhiko. Discrete-Time Control Systems. Second Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1995. ISBN 0-13-328642-8
- [3] J. Åström, Karl; Wittenmark, Björn. Computer Controlled Systems: Theory And Design. Third Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1997. ISBN 0-13-314899-8
- [4] Houpis, Constantine H.; Lamont, Gary B. Digital Control Systems: Theory, Hardware, Software. Second Edition. McGraw-Hill International Editions, 1992. ISBN 0-07-112637-8
- [5] Tomás Oliveira e Silva. Apontamentos de Processamento Digital de Sinal, 2009-2010
- [6] Alexandre Manuel Mota. Sistemas de controlo 2: Introdução ao Controlo por Computador, 1 de Abril de 2013.
- [7] Melo, António Pereira de. Teoria dos Sistemas de Controlo Lineares
- [8] Alexandre Manuel Mota. Sistemas de controlo 2: Identificação de Modelos Discretos através do Método dos Mínimos Quadrados, 29 de Abril de 2013.
- [9] Paulo Pedreiras. Sistemas Tempo-Real - Ano letivo 2013/2014. <http://ppedreiras.av.it.pt/resources/str1314/index.htm> (Acedido a 11 Maio de 2014)
- [10] L.Desborough; R.Miller. Increasing customer value of industrial control performance monitoring - Honeywell's experience. In Sixth International Conference on Chemical Process Control. AIChE Symposium Series Number 326 (Vol 98), 2002.
- [11] Alexandre Manuel Mota, Telmo Reis Cunha. Controlo Digital: State Space, Controllability, and Observability, 2013.
- [12] Alexandre Manuel Mota, Telmo Reis Cunha. Controlo Digital: Pole Placement Control in State Space, 2013.

- [13] Alexandre Manuel Mota, Telmo Reis Cunha. Controlo Digital: State Observer, 2013.
- [14] Paulo Pedreiras. Resources-Software. <http://ppedreiras.av.it.pt/resources.htm> (Acedido a 10 Fevereiro de 2014)
- [15] <http://www.farnell.com/datasheets/1818805.pdf> (Acedido a 25 de Maio de 2014)