



**SÍLVIA MARIA
GOUVEIA
RODRIGUES**

**FIBRAS ÓTICAS MICROESTRUTURADAS E
GERAÇÃO DO SUPERCONTÍNUO**



**SÍLVIA MARIA
GOUVEIA
RODRIGUES**

**FIBRAS ÓTICAS MICROESTRUTURADAS E
GERAÇÃO DO SUPERCONTÍNUO**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Física, realizada sob a orientação científica do Doutor Mário Ferreira, Professor associado com agregação do Departamento de Física da Universidade de Aveiro e da Doutora Margarida Facão, Professora auxiliar do Departamento de Física da Universidade de Aveiro

Apoio financeiro da FCT e do programa
COMPETE, participado pelo fundo
comunitário europeu FEDER.

o júri

presidente

Prof. Doutor Ricardo Assis Guimarães Dias

professor auxiliar do Departamento de Física da Universidade de Aveiro

vogais

Prof. Doutora Maria Inês Barbosa de Carvalho

professora associada da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Prof. Doutor Mário Fernando dos Santos Ferreira

professor associado com agregação do Departamento de Física da Universidade de Aveiro (orientador)

Prof. Doutora Margarida Maria Resende Vieira Facão

professora auxiliar do Departamento de Física da Universidade de Aveiro (coorientadora)

Agradecimentos

Agradeço à minha família e ao meu namorado pela compreensão e pelo apoio emocional que me deram ao longo deste ano letivo em que fui desenvolvendo esta dissertação de mestrado. Agradeço também ao meu orientador e à minha coorientadora pela troca de ideias relativamente a este trabalho e pela orientação e pelo apoio que me deram.

palavras-chave

fibras óticas, fibras óticas microestruturadas, geração do supercontínuo, efeitos não-lineares.

resumo

Ao longo desta dissertação de mestrado apresentam-se as fibras óticas microestruturadas (MOFs - *microstructured optical fibers*), sendo discutidas e caracterizadas as suas principais propriedades.

Com vista à geração eficiente do efeito supercontínuo é conveniente que a fibra ótica utilizada tenha propriedades dispersivas e não-lineares específicas, nomeadamente que haja um bom controlo dos zeros de dispersão e que haja alta não linearidade. Com o objetivo de se conceber uma MOF com propriedades ideais para a geração do efeito supercontínuo criou-se uma nova configuração: a LS-MOF (*layered spiral MOF*), cujas propriedades dispersivas e não-lineares são aqui caracterizadas com detalhe. Posteriormente, procedeu-se à modelação e simulação da geração do efeito supercontínuo em MOFs, o que permitiu obter espectros largos a partir de espectros relativamente estreitos, com bombeamento por exemplo em $0.780\mu\text{m}$, $1.060\mu\text{m}$ ou $1.550\mu\text{m}$.

keywords

optical fibres, microstructured optical fibres, supercontinuum generation, nonlinear effects.

abstract

In this master's degree dissertation, we present the microstructured optical fibres (MOFs), whose main properties are discussed and characterized.

For an efficient supercontinuum generation, it is convenient to use an optical fiber with specific dispersive and nonlinear properties, namely, there should be a good control of the dispersion zeros and a high nonlinearity. In order to conceive a MOF with ideal properties for the supercontinuum generation, we have created a new design: the LS-MOF (layered spiral MOF), whose dispersive and nonlinear properties are characterized here in detail. Then, we have worked on the modeling and simulation of the supercontinuum effect in MOFs; this has led to large output spectrums starting from narrow-band signals, pumped, for instance, at $0.780\mu\text{m}$, $1.060\mu\text{m}$ or $1.550\mu\text{m}$.

Conteúdo

Conteúdo	i
Lista de acrónimos	iii
1 Introdução	1
2 Fibras óticas - caraterísticas básicas	5
2.1 Efeito TIR	5
2.2 Modos de propagação	6
2.3 Propriedades	7
2.3.1 Dispersão	7
2.3.2 Área modal efetiva e parâmetro não-linear	8
2.3.3 Perdas	8
2.3.4 Birrefringência	9
2.4 Efeitos não-lineares	9
3 Fibras óticas microestruturadas - modelação e simulação	11
3.1 MOFs - mecanismos de guiagem	11
3.2 MOFs - propriedades lineares	13
3.2.1 Dispersão	13
3.2.2 Área modal efetiva	15
3.2.3 Perdas por confinamento	16
3.2.4 Índice de refração máximo	17
3.2.5 Número de modos de propagação	18
3.3 MOF com espirais em camadas	18
3.3.1 Design e equações	19
3.3.2 Dependência das propriedades com r_i	20
3.3.3 Limites da LS-MOF	22
3.3.4 Otimização de parâmetros para ZDs em $1.55\mu\text{m}$	24
3.3.5 ZD com primeira derivada nula	25
3.3.6 Perdas por confinamento	26
3.3.7 Birrefringência	27
3.4 MOFs com materiais de não-linearidade elevada	27

4	Geração do efeito supercontínuo	29
4.1	Equação não-linear de Schrödinger generalizada	29
4.2	Resultados da geração do supercontínuo	30
4.2.1	SCG em MOFs com geometria hexagonal	30
4.2.2	SCG em LS-MOFs	33
5	Conclusões	39
A	Apêndice - derivações	41
A.1	Modos guiados	41
A.2	Equação de Helmholtz	42
A.3	Espiral equiangular no design da LS-MOF	43
A.4	Equação não-linear de Schrödinger	43
A.5	Método pseudo-espectral	45
	Bibliografia	47

Lista de acrónimos

- AFF** – *Air filling fraction* (Fração de ar que preenche a bainha)
- AS** – *Archimedean spiral* (Espiral arquimediana)
- ES** – *Equiangular spiral* (Espiral equiangular)
- ESM** – *Endlessly single mode* (Fibra completamente mono-modo)
- FWHM** – *Full width at half maximum* (Largura a meia altura)
- FWM** – *Four wave mixing* (Mistura de quatro ondas)
- GNLSE** – *Generalized nonlinear Schrödinger equation* (Equação não-linear de Schrödinger generalizada)
- IRS** – *Intrapulse Raman scattering* (Espalhamento de Raman intrapulso)
- JASR** – *Jacket air suspend rod* (Fibra de núcleo suspenso com envolvente de ar)
- LS-MOF** – *Layered spiral microstructured optical fiber* (Fibra ótica microestruturada com espirais em camadas)
- MOF** – *Microstructured optical fiber* (Fibra ótica microestruturada)
- NLSE** – *Nonlinear Schrödinger equation* (Equação não-linear de Schrödinger)
- PBG** – *Photonic band gap* (Band-gap fotónico)
- PCF** – *Photonic crystal fiber* (Fibra de cristais fotónicos)
- SBS** – *Stimulated Brillouin scattering* (Dispersão estimulada de Brillouin)
- SCG** – *Supercontinuum generation* (Geração do supercontínuo)
- SMF** – *Single mode fiber* (Fibra mono-modo)
- SPM** – *Self-phase modulation* (Auto-modulação de fase)
- SRS** – *Stimulated Raman scattering* (Dispersão estimulada de Raman)
- TIR** – *Total internal reflection* (Reflexão interna total)
- WDM** – *Wavelength division multiplexing* (Multiplexação por divisão de comprimento de onda)

XPM – *Cross-phase modulation* (Modulação de fase cruzada)

ZD – *Zero dispersion* (Zero de dispersão)

ZDW – *Zero dispersion wavelength* (Comprimento de onda do zero de dispersão)

Introdução

As fibras óticas vieram permitir a circulação de informação sob a forma de impulsos óticos, tendo vindo a revolucionar as telecomunicações, com um grande impacto na sociedade atual. As fibras óticas são mais vantajosas do que os cabos elétricos pois permitem transportar uma maior quantidade de informação, tendo imunidade às interferências eletromagnéticas e sofrendo atenuações muito reduzidas.

O fenómeno físico que permite a guiagem de luz em fibras óticas convencionais é o efeito de reflexão interna total (TIR - *total internal reflection*), que é conhecido desde 1854 [1, 2]. As primeiras fibras óticas de vidro foram fabricadas nos anos 1920's [3], mas devido às suas impurezas que causavam grandes perdas, só bem mais tarde é que foram aplicadas com sucesso nas telecomunicações.

Os primeiros sistemas de comunicação por fibras óticas surgiram nos anos 1980s, os quais, na altura, tinham quer taxas de transferência de dados muito reduzidas, quer distâncias muito curtas. Entretanto, com a evolução tecnológica, nos anos 1990's atingem-se taxas de transferência de 1Tb/s para sistemas multi-canal - WDM.

Em 1996, foram fabricadas pela primeira vez fibras óticas pertencentes a uma nova classe: as chamadas fibras óticas microestruturadas (MOFs - *microstructured optical fibers*) ou fibras de cristais fotónicos (PCFs - *photonic crystal fibers*) [4, 5, 6], que são um novo tipo de fibras óticas cuja geometria da sua secção transversal é desenhada à nano- ou micro-escala. Desde que surgiram, tem havido um enorme interesse em estudar as MOFs na comunidade científica, pois com elas é possível manipular a luz de maneiras dantes inimagináveis [7, cap.1][8, cap.1]. Por exemplo, consegue-se um maior controlo das várias propriedades das MOFs, tais como a dispersão e a não-linearidade, ou guiar ondas de luz num núcleo oco. As fibras óticas microestruturadas podem guiar luz através de dois efeitos: o efeito de reflexão interna total modificado e o efeito de bandgap fotónico [4, 9].

A ideia inicial que levou à tentativa de criar MOFs [4], baseou-se no conhecimento da existência do efeito de bandgap fotónico em 3D, conhecido desde 1987 [10, 11], que ocorre nos cristais fotónicos e que leva à existência de bandas de comprimentos de onda com propagação proibida. O núcleo das MOFs constitui um defeito da rede cristalina da bainha, o que permite a propagação confinada de sinais que têm propagação proibida na bainha.

A criação de MOFs com estruturas periódicas em 2D [12], permitiu não só a observação do efeito de bandgap fotónico, mas também a observação do efeito de reflexão interna total modificado.

Com a invenção do laser, em 1960, surgiram sinais com maior intensidade, que eviden-

ciaram muitos efeitos óticos não-lineares. Por um lado, os efeitos não-lineares quando não controlados podem prejudicar a qualidade da propagação dos sinais óticos, mas, por outro lado, quando devidamente controlados podem permitir a manipulação e o processamento ótico de sinais, na perspectiva de se alcançar uma rede totalmente ótica [13].

Os efeitos não-lineares em fibras óticas têm sido alvo de bastantes estudos científicos. Os efeitos não-lineares podem dividir-se em dois grupos: por um lado, temos os efeitos de dispersão inelástica estimulada, SBS (*stimulated Brillouin scattering*) e SRS (*stimulated Raman scattering*), nos quais um fóton incidente se aniquila para formar outro fóton, de maior ou menor frequência, e um fonão, de modo que se conserve a energia do sistema e o momento linear; por outro lado, temos os efeitos não-lineares que ocorrem devido ao fenómeno de refração não-linear, segundo o qual o índice de refração do meio varia com a intensidade da luz incidente, o que dá origem aos fenómenos SPM (*self-phase modulation*), XPM (*cross-phase modulation*) e FWM (*four wave mixing*).

De entre os vários fenómenos relacionados com a ótica não-linear, iremos focar-nos no efeito da geração do supercontínuo (SCG), o qual ocorre quando um impulso curto sofre um grande alargamento espectral devido à cooperação entre vários fenómenos dispersivos e não-lineares.

O alargamento espectral de sinais óticos devido a fenómenos não-lineares tem vindo a ser estudado desde os anos 1960's. É em 1970 que se observa um alargamento espectral com largura suficientemente elevada - cobrindo toda a gama de luz visível: indo desde os 400nm até aos 700nm, - de modo que é hoje considerado a primeira geração do efeito supercontínuo [14, cap.1], na história da ciência. As fontes de supercontínuo têm várias aplicações, nomeadamente em tomografia por coerência ótica, espectroscopia, metrologia por frequências óticas e sistemas WDM (*wavelength division multiplexing*) [15].

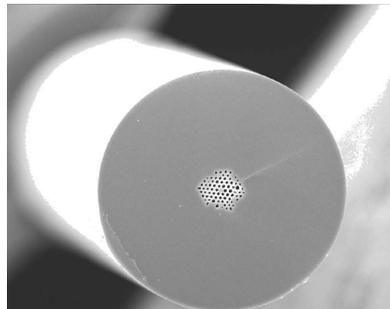


Fig. 1.1: Imagem por microscopia eletrónica da primeira fibra ótica microestruturada na qual se observou experimentalmente o efeito supercontínuo. (ref.[16])

Com o surgimento das MOFs, na década de 1990, houve um renovado interesse em estudar o efeito supercontínuo, pois, para uma dada luz de bombeamento, a ocorrência do efeito supercontínuo tem uma forte dependência nas propriedades dispersivas e não-lineares do meio, as quais podem ser controladas com esta nova classe de fibras óticas. Com as MOFs o efeito supercontínuo pode ser observado em condições diferentes das usadas em materiais puros ou fibras convencionais, podendo ocorrer SCG em vários regimes: com impulsos de fentossegundos, pico-segundos, nano-segundos, ou mesmo com ondas contínuas. A primeira observação experimental do efeito supercontínuo numa MOF utilizou uma fibra com rede hexagonal, cuja imagem por microscopia eletrónica encontra-se na fig. 1.1. As fontes de supercontínuo têm maior intensidade do que as outras fontes de luz de espectro largo, o que

se mostra na fig. 1.2.

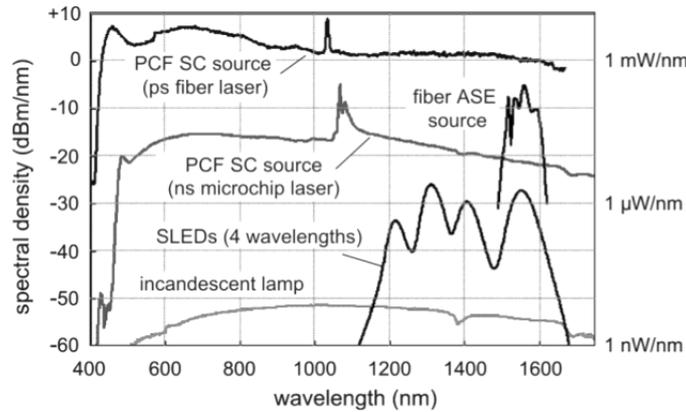


Fig. 1.2: Comparação do brilho de várias fontes de luz (SLED — *superluminescent light-emitting diode*; ASE — *amplified spontaneous emission*; SC — *supercontinuum*). (ref.[4])

Recentemente, e no sentido de aumentar a não-linearidade, têm sido utilizadas MOFs constituídas por outros materiais com um coeficiente não-linear superior ao da sílica, tais como calcogenato, telurite, óxido de bismuto e silicato de chumbo. Com estes novos materiais consegue-se um maior parâmetro não-linear, e, conseqüentemente, uma redução do comprimento da fibra ótica microestruturada necessário para gerar o efeito supercontínuo.

Esta tese encontra-se estruturada em 5 capítulos. No capítulo 2 desta dissertação faremos uma introdução às fibras óticas, sendo apresentado o efeito TIR que é o mecanismo de guiagem das fibras óticas convencionais. Indica-se como calcular os modos de propagação numa fibra ótica, e apresentam-se algumas das suas propriedades principais (dispersão cromática, área modal efetiva, parâmetro não-linear, perdas e birrefringência). Também faremos uma breve introdução aos efeitos não-lineares que podem ocorrer em fibras óticas, de entre os quais se salienta a existência de solitões óticos.

No capítulo 3 serão abordadas características específicas de fibras óticas microestruturadas, tais como a dispersão e não-linearidade, o número de modos de propagação, a atenuação, a birrefringência, entre outras. Neste capítulo será também apresentado uma nova configuração: LS-MOF, que será analisado com algum detalhe. No final é apresentada a possibilidade de criar MOFs com materiais de não linearidade elevada.

No capítulo 4 iremos abordar a geração do efeito supercontínuo, sendo apresentados e interpretados vários resultados de simulações do supercontínuo, quer em fibras óticas microestruturadas de rede hexagonal quer em LS-MOFs.

No capítulo 5, nas conclusões, faremos um breve resumo e comentários globais acerca deste trabalho.

2

Fibras óticas - características básicas

Uma fibra ótica convencional é composta por um núcleo, onde se propaga a luz, e uma bainha que é a zona que envolve o núcleo. Nas fibras óticas convencionais o mecanismo de guiagem da luz é o efeito de reflexão interna total (TIR), o qual será visto na próxima secção.

2.1 Efeito TIR

Numa fibra ótica com índice em degrau, que é a configuração mais simples para fibras óticas, o índice de refração varia com o raio, r , tal como esquematizado na fig. 2.1. Este gráfico justifica a utilização da expressão “em degrau”.

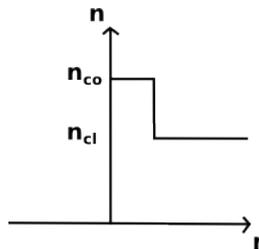


Fig. 2.1: Variação do índice de refração em função do raio, r , numa fibra ótica com índice em degrau, onde n_{co} é o índice de refração do núcleo (*core*) e n_{cl} é o índice de refração da bainha (*cladding*).

O efeito TIR deriva-se da lei de Snell, também conhecida como a lei da refração, a qual nos diz que:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad (2.1)$$

onde n_i é o índice de refração do material onde se propaga o raio incidente, θ_i é o ângulo de incidência, n_r é o índice de refração do material onde se propaga o raio refratado e θ_r é ângulo de refração.

Se tivermos $n_i > n_r$, e $\theta_i \geq \theta_c$, não há luz refratada, ocorrendo então o fenómeno TIR. θ_c é o ângulo crítico, que é o ângulo de incidência mínimo para o qual não há luz refratada, dado por:

$$\theta_c = \arcsin(n_r/n_i).$$

Numa fibra ótica, define-se a constante de propagação, $\beta \equiv k_{\parallel}$, como a componente longitudinal do número de onda, k . Para que ocorra TIR é necessário que (ver apêndice):

$$n_{cl} < \frac{\beta}{k_0} < n_{co}, \quad (2.2)$$

onde n_{co} é o índice de refração do núcleo da fibra ótica, n_{cl} é o índice de refração da bainha, e $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ é o número de onda.

2.2 Modos de propagação

A descrição da propagação de luz pode ser feita na perspectiva da ótica geométrica, no entanto essa descrição é mais rigorosa quando resolvemos as equações de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho; \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (2.6)$$

onde \mathbf{E} é o campo elétrico, \mathbf{H} é o campo magnético, \mathbf{D} é o deslocamento elétrico, \mathbf{B} é a indução magnética, ρ é a densidade de carga e \mathbf{J} é o vetor densidade de corrente, com $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, onde ε é a permissividade elétrica do meio, e $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, onde μ é a permeabilidade magnética.

Considerando ρ e \mathbf{J} nulos e assumindo-se campos monocromáticos de frequência ω , pode obter-se a seguinte equação de valores próprios (ver apêndice):

$$\begin{cases} \nabla \times \left[\frac{1}{n(\lambda, \mathbf{r})^2} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] = k_0^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}); & \text{(a)} \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}); & \text{(b)} \end{cases} \quad (2.7)$$

A equação 2.7.a) é conhecida como a eq. de Helmholtz, onde $n(\lambda, \mathbf{r})$ é o índice de refração no ponto r para o comprimento de onda λ , e k_0 é o número de onda. O campo elétrico correspondente é obtido através da equação 2.7.b). A resolução da equação de valores próprios 2.7.a), para uma geometria específica, devolve-nos os modos de propagação na fibra ótica da forma $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(x, y)e^{-i\beta z}$, onde β é a constante de propagação. Tendo a constante de propagação, β , e a distribuição do campo ótico correspondentes a cada modo de propagação, é possível calcular as propriedades dispersivas e não-lineares da respetiva fibra ótica.

Neste trabalho, as soluções para os modos de propagação são calculadas com um software comercial de elementos finitos - COMSOL Multiphysics, que resolve as eqs. (2.7), depois de termos definido a geometria das fibras em análise (com as respetivas equações no caso das estruturas mais complexas como a LS-MOF) e os valores dos índices de refração dos materiais constituintes da fibra.

2.3 Propriedades

Nesta secção iremos caracterizar várias propriedades de fibras óticas, tais como a dispersão, a área modal efetiva, o parâmetro não-linear, a birrefringência e as perdas da fibra.

2.3.1 Dispersão

A dispersão cromática é o nome dado ao efeito da variação da velocidade da luz nos materiais com o comprimento de onda. Este efeito deve-se às ressonâncias de oscilações dos eletrões no meio, devido às quais o meio absorve energia das ondas eletromagnéticas incidentes[17, cap.2][18, cap.1]. Assim, o índice de refração, $n(\lambda)$, tem uma dependência no comprimento de onda, de acordo com a equação de Sellmeier:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \sum_i \frac{a_i \lambda^2}{\lambda^2 - b_i}}. \quad (2.8)$$

cujos coeficientes a_i e b_i para a sílica se encontram na tabela 2.1.

sílica (ref. [19, cap.3])	
a_i	b_i [μm^2]
0.6965325	0.004368309
0.4083099	0.01394999
0.8968766	97.93399

Tabela 2.1: Coeficientes de Sellmeier para a sílica pura.

A dispersão que ocorre num guia de ondas é a soma de duas parcelas: i) a dispersão do material, usualmente dada pela eq. 2.8; ii) a dispersão do guia de ondas. Os efeitos dispersivos, quer devido ao material, quer devido ao guia de ondas, estão incluídos na função $\beta(\omega)$, a qual pode ser escrita numa série de Taylor:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n!} \beta_n (\omega - \omega_0)^n \quad (2.9)$$

onde se usou a notação $\beta_n = \left. \frac{d^n \beta(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0}$. Um impulso quase-monocromático viaja à velocidade $1/\beta_1$, a que se dá o nome de velocidade de grupo. A β_2 dá-se o nome de dispersão da velocidade de grupo. Quando $\beta_2 > 0$ estamos perante o regime de dispersão normal, no qual os componentes com frequência menor chegam em primeiro lugar, e quando $\beta_2 < 0$ estamos perante o regime de dispersão anómala, no qual se verifica o oposto.

Um parâmetro bastante usado que descreve a dispersão da velocidade de grupo numa fibra ótica define-se como o tempo de atraso, Δt , em ps, na chegada entre dois impulsos com comprimentos de onda centrais separados por $\Delta\lambda = 1\text{nm}$, que tenham percorrido uma distância $z=1\text{km}$:

$$D = \frac{\Delta t}{z\Delta\lambda}, \quad (2.10)$$

o que leva à seguinte expressão [17]:

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2}; \quad (2.11)$$

No caso da sílica pura, a respetiva curva de dispersão encontra-se representada na fig. 2.2. O comprimento de onda do zero de dispersão (ZDW - *zero dispersion wavelength*) da sílica pura é em $1.31\mu\text{m}$. Na mesma figura observa-se a curva de dispersão para uma fibra de sílica com índice em degrau standard.

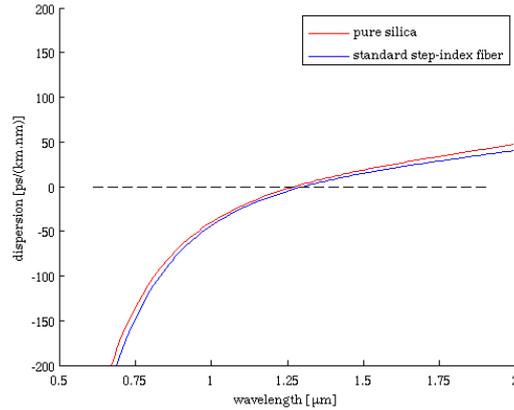


Fig. 2.2: Curvas de dispersão: i) para a sílica pura; ii) para uma fibra ótica *standard* com sílica dopada com dióxido de germânio a 6,3 mol% no núcleo, e sílica pura na bainha.

2.3.2 Área modal efetiva e parâmetro não-linear

A área modal efetiva é um parâmetro que caracteriza a distribuição espacial do campo ótico, definindo-se como[20, cap.2]:

$$A_{\text{eff}} = \frac{(\int \int |f(x, y)|^2 dx dy)^2}{\int \int |f(x, y)|^4 dx dy}; \quad (2.12)$$

onde $f(x, y)$ é a componente transversal do campo ótico. Se assumirmos que o modo fundamental tem um perfil gaussiano, a área modal efetiva corresponde à área dentro da qual a intensidade é superior a $1/e^2$ do seu valor no centro.

O parâmetro não-linear depende da área efetiva, do coeficiente não-linear, e do comprimento de onda, segundo a relação:

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}, \quad (2.13)$$

onde n_2 é o coeficiente não-linear do material.

2.3.3 Perdas

Quando se lança um feixe de luz numa fibra ótica, ao fim de uma certa distância a sua potência será menor do que a potência inicial de acordo com as perdas na fibra:

$$P = P_0 e^{-\alpha l}, \quad (2.14)$$

onde P_0 é a potência inicial, P é a potência do feixe de luz após percorrer uma distância l e α é a constante de atenuação. É mais comum medir as perdas em dB/km, pelo que se usa a seguinte relação:

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{l} \log(P/P_0) = 4.343\alpha. \quad (2.15)$$

As perdas óticas variam com o comprimento de onda da luz. A sílica apresenta perdas cujos mínimos são em $1.30\mu\text{m}$ e $1.55\mu\text{m}$ [20, cap.1], pelo que estes têm sido os comprimentos de onda utilizados nas telecomunicações. O mínimo das perdas em sílica é de 0.2dB/km, para o comprimento de onda $1.55\mu\text{m}$.

As perdas por confinamento devem-se a deficiências no confinamento do sinal nas fibras óticas. Podemos avaliá-las através da parte imaginária do índice de refração efetivo [21]:

$$\text{conf. loss[dB/m]} = \frac{20 \times 10^6}{\ln 10} \frac{2\pi}{\lambda[\mu\text{m}]} \text{Im}(n_{\text{eff}}). \quad (2.16)$$

onde $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$.

2.3.4 Birrefringência

Nas fibras monomodo apenas é guiado o modo fundamental, enquanto que os modos de maior energia escapam e não ficam confinados. No entanto, o modo fundamental das chamadas fibras monomodo é degenerado, pois corresponde a dois modos com polarizações ortogonais e constantes de propagação iguais. É possível desdobrar esse modo fundamental em dois modos de constantes de propagação ligeiramente diferentes e com polarizações perpendiculares entre si, se o núcleo da fibra ótica não tiver simetria perfeita. É ainda possível criar fibras que guiam apenas um modo de polarização devido à birrefringência da fibra, i.e. fibras com manutenção da polarização [22].

Um parâmetro que caracteriza a birrefringência é:

$$b = n_s - n_f,$$

onde n_s corresponde ao índice de refração do eixo lento de polarização (*slow axis*) e n_f corresponde ao índice de refração do eixo rápido de polarização (*fast axis*).

2.4 Efeitos não-lineares

Os efeitos não-lineares que ocorrem em fibras óticas podem dividir-se em dois grupos:

- i) os fenómenos de dispersão estimulada: SRS, SBS;
- ii) os fenómenos causados pela refração não-linear: SPM, XPM, FWM, que ocorrem devido ao índice de refração do meio variar conforme a intensidade do campo ótico que nele se propaga:

$$n = n_0 + n_2 I, \quad (2.17)$$

onde n_0 é o índice de refração linear, n_2 é o coeficiente não-linear e I é a intensidade do feixe de luz. Estes efeitos são observáveis para n_2 elevado e/ou intensidades elevadas.

Quer no fenómeno SRS, quer no fenómeno SBS, ocorre uma alteração na energia da onda incidente, devido à sua troca de energia com o meio: o fóton de onda incidente é aniquilado originando um fóton com outra frequência, superior ou inferior, e um fonão, havendo conservação do momento linear e da energia no sistema. A principal diferença entre estes dois fenómenos é que, no fenómeno SRS, os fótons trocam energia com um fonão ótico, enquanto que, no fenómeno SBS, os fótons trocam energia com um fonão acústico.

A automodulação de fase, a modulação de fase cruzada e a mistura de quatro ondas são fenómenos que ocorrem devido à refração não-linear, na qual o índice de refração do meio depende da intensidade dos impulsos que nele se propagam. Como a intensidade de um impulso varia ao longo do seu perfil temporal, existe uma modulação do índice de refração vista pelo impulso, que pode afetar o mesmo impulso - SPM, ou afetar outros impulsos - XPM.

O efeito mistura de ondas ocorre quando ondas que se propagam num meio interagem não-linearmente formando novas ondas com frequências diferentes, tendo que verificar-se conservação de energia, e concordância na fase para que o processo seja eficiente. O efeito FWM ocorre quando duas ondas interagem, formando um novo par de ondas com frequências quer à esquerda quer à direita.

Os solitões são soluções da equação não linear de Schrödinger (eq. 4.5), que descreve a propagação de impulsos, considerando apenas a dispersão da velocidade de grupo (sem considerar termos de dispersão de ordem superior) e SPM, no regime de dispersão anómala [23]. Os solitões à entrada, para $z=0$, são dados por:

$$a(0, t) = n \operatorname{sech} \left(\frac{t}{t_0} \right) \quad (2.18)$$

onde n é a ordem do solitão, $n = \sqrt{L_D/L_{NL}}$, com o comprimento de dispersão $L_D = \frac{t_0^2}{|\beta_2|}$, e o comprimento de não-linearidade $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$; t_0 é um parâmetro que se relaciona com a largura a meia altura, de modo que no caso de uma secante hiperbólica se tem que: $\text{FWHM} = 2 \ln(1 + \sqrt{2}) t_0$. Com $n=1$ temos o solitão fundamental, o qual se propaga sem distorção ao longo da fibra ótica, devido ao cancelamento entre os efeitos dispersivos e o efeito SPM (fig. 2.3). Por outro lado, os solitões de ordem superior, i.e. com $n > 1$, variam a sua forma periodicamente.

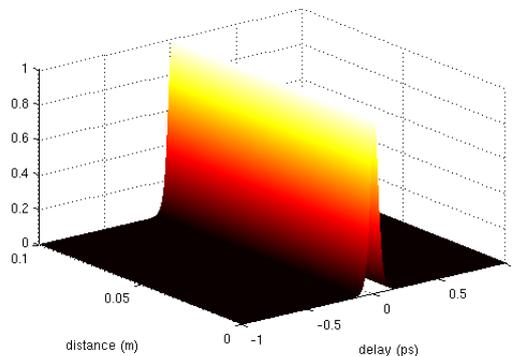


Fig. 2.3: Solitão fundamental a propagar-se ao longo de uma fibra ótica.

Fibras óticas microestruturadas - modelação e simulação

As fibras óticas microestruturadas (MOFs) apresentam várias vantagens relativamente às fibras convencionais. Com as MOF é possível ajustar vários parâmetros da fibra (como, por exemplo: a dispersão, a não-linearidade, a birrefringência, o confinamento dos modos, as perdas óticas, etc.), através da manipulação do desenho das micro- ou nano-estruturas que compõem a secção da MOF.

Em particular, neste trabalho, mostrar-se-á que se consegue atingir um melhor confinamento do campo ótico, uma não-linearidade elevada, e simultaneamente se obtêm curvas de dispersão com ZDs (zeros de dispersão) nos comprimentos de onda desejados, como $1.06\mu\text{m}$ ou $1.55\mu\text{m}$, com um novo modelo: a fibra microestruturada com espirais em camadas - LS-MOF (*layered spiral microstructured optical fiber*).

3.1 MOFs - mecanismos de guiagem

Tal como se disse anteriormente, nas fibras óticas microestruturadas podem ocorrer dois mecanismos para a guiagem da luz:

- i) efeito de reflexão interna total modificado [24];
- ii) efeito de bandgap fotónico (PBG - *photonic band gap*) [25].

Para que o efeito TIR modificado se verifique é necessário que:

$$\bar{n}_{cl} < n_{\text{eff}} < n_{co}, \quad (3.1)$$

onde \bar{n}_{cl} é um valor médio do índice de refração na bainha que neste caso é composta por vários materiais.

Para que o efeito bandgap fotónico ocorra é necessário ter-se uma geometria com uma certa periodicidade que bloqueie determinadas frequências, o qual é um fenómeno que se manifesta nos cristais fotónicos [26]. Também se podem criar fibras óticas que guiam a luz por este mesmo mecanismo. Ocorre que, quando luz de frequência da banda proibida de um certo material incide nesse material, essa luz é refletida e não consegue passar através do material. Como tal, para se confinar a luz com uma fibra ótica microestruturada por efeito de bandgap, cria-se um defeito no núcleo (região com material diferente ou geometria diferente) rodeado por material periódico que contenha a frequência que se pretende confinar na sua banda proibida, e assim, os sinais com essa frequência ficam confinados na zona do núcleo.

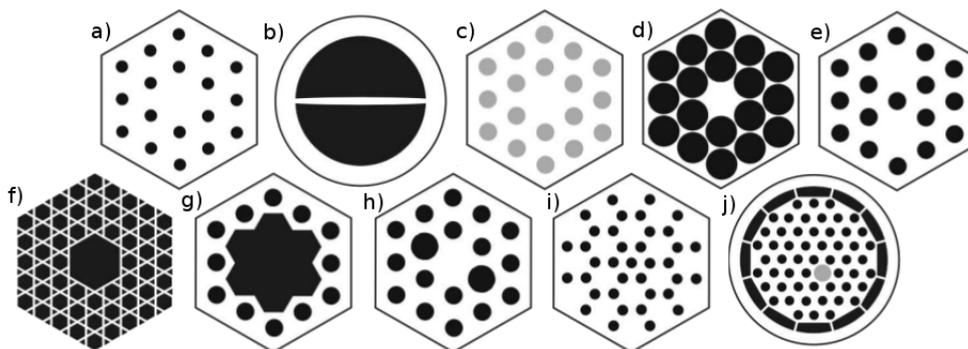


Fig. 3.1: Estrutura de várias MOFs; as regiões a preto são buracos de ar, as regiões a branco são vidro e as regiões a cinzento são vidro dopado; a) “endlessly single-mode” MOF de núcleo sólido; b) fibra *nano-web*; c) MOF totalmente sólida com vidro de índice de refração aumentado por dopagem, na bainha; d) MOF de núcleo pequeno com elevada não-linearidade; e) MOF com núcleo duplo; f) MOF de núcleo oco com rede kagomé na bainha; g) MOF de núcleo oco com sete células; h) MOF birrefringente i) rede de buracos “carbon-ring” com um buraco extra no núcleo, para guiagem por PBG; j) MOF com bainha dupla, com núcleo desviado e dopado. (ref.[4])

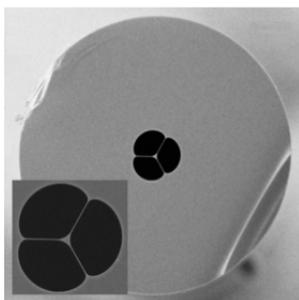


Fig. 3.2: Imagem SEM de uma ASC-HF (*air suspended core - holey fiber*) (ref.[27]).

As fibras óticas microestruturadas podem subdividir-se em dois grupos: i) com diferença no índice de refração núcleo-bainha positiva; ii) com diferença no índice de refração núcleo-bainha negativa.

No caso i), no limite de comprimentos de onda longos, a média do índice de refração da bainha é inferior ao índice de refração do núcleo, enquanto que no caso ii), no limite de comprimentos de onda longos, a média do índice de refração da bainha é superior ao índice de refração do núcleo.

Nas fibras do grupo i), as quais costumam ter núcleo sólido, predomina como mecanismo de guiagem o efeito TIR modificado, podendo também ocorrer o efeito de bandgap fotônico. Como exemplos de geometrias deste tipo de fibras óticas microestruturadas temos os esquemas na fig. 3.1.a),d),e),h),j): a fibra representada em a) é do género ESM, isto é, consegue guiar apenas um modo de propagação em toda a gama de comprimentos de onda (o que será discutido na subsecção 3.1.5); a fibra d) tem uma fração de ar muito elevada, pelo que é muito utilizada na geração do efeito supercontínuo; a fibra e) é um exemplo de uma fibra com múltiplos núcleos; a fibra h) tem birrefringência elevada devido à assimetria introduzida pelos buracos de diferentes dimensões; a fibra j) tem uma bainha dupla e núcleo desviado e dopado para guiagem por TIR.

Há também um outro modelo muito utilizado na geração do efeito supercontínuo por ter uma fração de ar muito elevada, que é a fibra de núcleo suspenso ASC (fig. 3.2). Este modelo é uma aproximação para o modelo teórico JASR (*jacket air suspended rod*), o qual é uma fibra com índice em degrau, com vidro no núcleo e ar na bainha.

Por outro lado, nas fibras do grupo ii) o efeito TIR modificado não pode ocorrer, pelo que o único mecanismo de guiagem que pode ocorrer é o efeito de bandgap fotônico. Os esquemas 3.1.c),f),g),i) são de fibras deste grupo: a fibra c) é toda constituída por vidro, mas foi feita uma dopagem para aumentar o índice de refração da bainha de modo que nela só pode ocorrer efeito de bandgap; na fibra f), com rede kagomé pode ocorrer um mecanismo de guiagem denominado por baixa densidade de estados, pois apesar de não ocorrer um bandgap completo há uma menor densidade de estados possíveis na bainha, o que impede a luz de ir para lá; a figura g) mostra uma fibra de núcleo oco típica em que foram removidos os sete buracos de centro e ocorre guiagem por efeito PBG; a fibra i) guia luz por efeito PBG, mas ao invés de ter estrutura hexagonal tem estrutura como uma rede de carbono, tendo sido introduzido um defeito no núcleo.

3.2 MOFs - propriedades lineares

As primeiras MOFs que surgiram tinham geometria em rede hexagonal, as quais têm sido as mais utilizadas e mais estudadas. Esta geometria tem dois parâmetros principais: o diâmetro dos buracos, d , e o espaçamento entre os centros dos buracos, Λ (além do parâmetro secundário que é o número de anéis, aqui designado por n_{rings}), tal como esquematizado na fig. 3.3. Além das MOFs com geometria em rede hexagonal, entretanto surgiram várias MOFs que são variantes dessas primeiras fibras óticas microestruturadas.

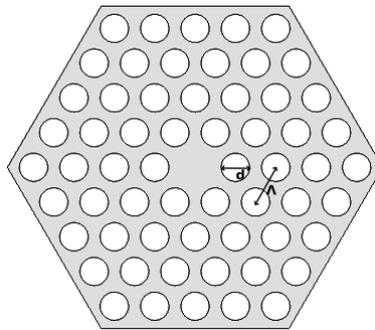


Fig. 3.3: Design de uma MOF com rede hexagonal, com indicação dos dois parâmetros principais que são: d , e Λ ; o outro parâmetro é n_{rings} ; a cinzento encontra-se a região de vidro e a branco as regiões de ar.

3.2.1 Dispersão

Nas figuras seguintes apresentam-se vários resultados que mostram propriedades distintas, para fibras com rede hexagonal com diferentes valores para os parâmetros característicos.

Na fig. 3.4, que reproduz resultados de ref.[28], mostram-se curvas de dispersão para certos valores de d e Λ (com $n_{rings} = 6$), notando-se que a dispersão pode ser controlada variando os parâmetros da fibra ótica microestruturada. Nesta figura mostram-se também casos em que se atinge uma dispersão quase plana numa larga gama de comprimentos de onda, no entanto

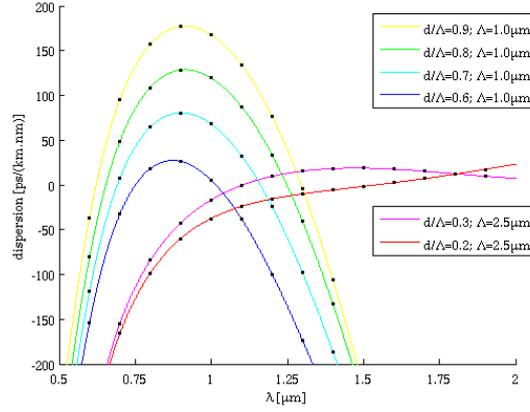


Fig. 3.4: Curvas de dispersão para vários valores de Λ e d/Λ .

estes casos têm pouca percentagem de ar, o que leva a que, quer a dispersão seja menor, quer a que, por outro lado, a não-linearidade seja menor.

K. Saitoh e M. Koshiba[28] fizeram um rigoroso ajuste das propriedades dispersivas de uma MOF, usando geometrias com buracos de diferentes diâmetros em cada anel. O melhor resultado que foi obtido para uma dispersão plana é aqui reproduzido na fig. 3.5, onde se nota uma grande região com dispersão aproximadamente nula (com valores entre 0.1 e 0.3ps/(km.nm)), desde 1.41 até 1.68 μm . Este resultado mostra que com o uso de um modelo adequado de MOF se consegue controlar muito bem a dispersão. No entanto neste caso a área efetiva e o respetivo parâmetro não-linear não são controlados simultaneamente.

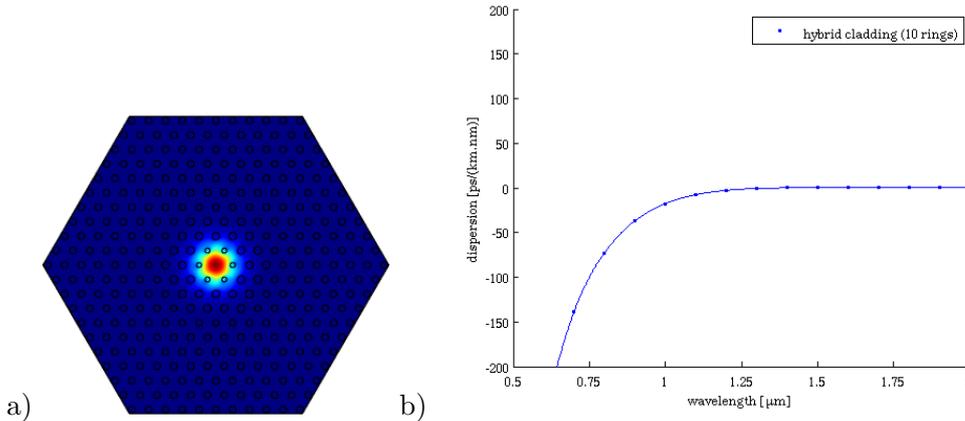


Fig. 3.5: a) Geometria considerada para obter a curva em b) e respetivo campo ótico; os diâmetros dos buracos, do centro para a periferia, são dados por: $d_1 = 0.47\mu\text{m}$, $d_2 = 0.71\mu\text{m}$, $d_3 = 0.74\mu\text{m}$, $d_4 = 0.62\mu\text{m}$, $d_5 = \dots = d_{10} = 0.65\mu\text{m}$. b) Curva de dispersão para uma situação em que se obtém dispersão plana numa grande gama de comprimentos de onda.

A fig. 3.6, que reproduz resultados de ref.[21], mostra a variação da dispersão com a variação da escala da MOF, pois considera-se d/Λ fixo e varia-se Λ , o que corresponde a variar apenas a escala da fibra. Observa-se que para uma fibra com rede hexagonal de $d/\Lambda = 0.9$ e $n_{\text{rings}} = 4$, a dispersão para $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ é nula quando $\Lambda \sim 1.2\mu\text{m}$, o que corresponde a um raio do núcleo de $\sim 0.6\mu\text{m}$.

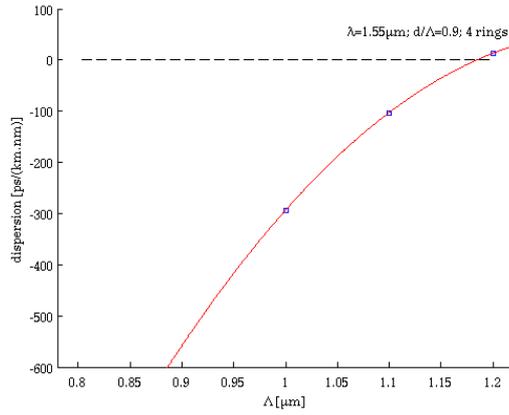


Fig. 3.6: Dispersão em função de Λ , para uma fibra hexagonal com $d/\Lambda = 0.9$ e 4 anéis em $\lambda = 1.55\mu\text{m}$.

3.2.2 Área modal efetiva

Nas curvas apresentadas na fig. 3.7, nota-se claramente que, considerando um determinado Λ , ao variar d/Λ isso provoca uma alteração na área modal efetiva: ao aumentar d/Λ , a fração de ar na bainha aumenta e conseqüentemente a área efetiva é menor. Por outro lado nota-se que nas curvas em que se tem uma dispersão mais plana (fig. 3.4), a área efetiva é também maior, o que não é desejável para a geração do efeito supercontínuo, no qual se quer minimizar a área modal efetiva, para se maximizar o parâmetro não-linear. Este facto deve-se a que, para se ter dispersão plana, é necessário que o contraste entre o índice de refração médio da bainha e o índice de refração do núcleo seja pequeno, enquanto que para se ter alta não-linearidade esse contraste deve ser elevado.

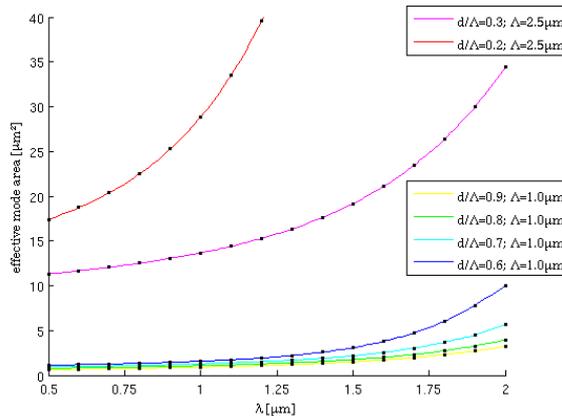


Fig. 3.7: Curvas para a área modal efetiva em função de λ , para os mesmos parâmetros considerados nas curvas de dispersão apresentadas na fig. 3.4.

Na fig. 3.8, que reproduz resultados de ref.[21], é apresentada, a traço contínuo, a área efetiva de uma MOF em função de Λ , para vários valores de d/Λ , com comprimento de onda fixo em $1.55\mu\text{m}$; por outro lado, a tracejado tem-se a área efetiva de uma fibra JASR. Nesta figura observa-se que quanto maior for d/Λ , e respetivamente a percentagem de ar, então a área efetiva é menor, o que é esperado, pois com maior percentagem de ar o campo óptico fica

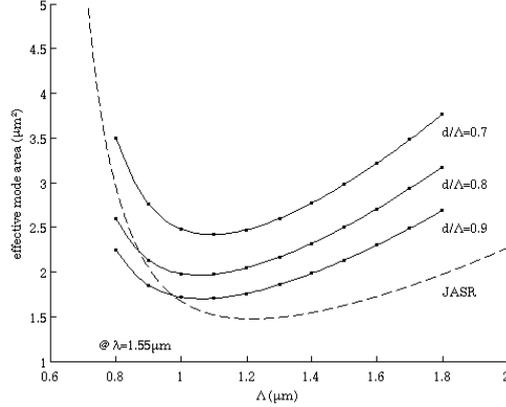


Fig. 3.8: A traço contínuo mostra-se a área efetiva em função de Λ para vários valores de d/Λ ; a tracejado mostra-se a área efetiva para uma JASR em função do diâmetro do núcleo.

mais localizado no centro. Nota-se também que existe um valor ideal para o diâmetro do núcleo que minimiza a área efetiva, o que numa JASR ocorre em $\sim 1.2\mu\text{m}$.

3.2.3 Perdas por confinamento

As perdas por confinamento são sempre não nulas, pois há sempre uma pequena probabilidade de a luz escapar da fibra ótica, visto que a região da bainha nunca pode ser vista como uma parede de potencial infinito. Com a fig. 3.9, que reproduz resultados de ref.[21], nota-se que as perdas por confinamento de uma fibra ótica microestruturada variam com a percentagem de ar (i.e. variando d/Λ), assim como com a escala da fibra (i.e. variando Λ). Quanto maior for a percentagem de ar, mais o modo fica confinado e assim há menos perdas por confinamento.

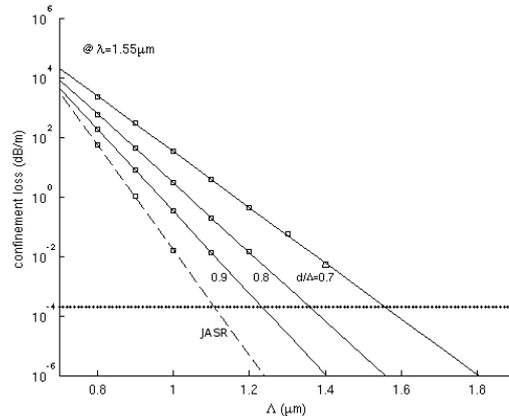


Fig. 3.9: Perdas por confinamento, em $\lambda = 1.55\mu\text{m}$: a traço contínuo - MOFs com diferentes valores para os parâmetros para a geometria; a tracejado - JASR em função do diâmetro do seu núcleo; o traço horizontal a ponteados mostra as perdas para uma SMF (*single mode fiber*).

Com as MOFs de núcleo oco, onde a guiagem é feita por efeito de bandgap fotônico, é possível atingirem-se perdas muito reduzidas, cujo valor da atenuação é limitado pela rugosidade da superfície que separa o núcleo oco e a bainha. É mostrada na fig. 3.10 uma imagem

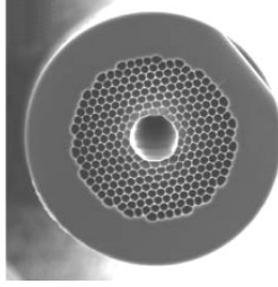


Fig. 3.10: Imagem por microscopia eletrônica de uma MOF com núcleo oco, cuja atenuação é de aproximadamente 1dB/km em $1.55\mu\text{m}$; o diâmetro do núcleo desta fibra é de $20.4\mu\text{m}$. (ref.[29])

por microscopia eletrônica de uma MOF com atenuação de apenas 1dB/km em $1.55\mu\text{m}$ [29].

3.2.4 Índice de refração máximo

O índice de refração máximo, $n_{\text{max}} = \beta_{\text{max}}/k$, corresponde ao modo de propagação fundamental numa fibra ótica. O seu valor depende fortemente do comprimento de onda da luz, e está compreendido no intervalo:

$$n_a < n_{\text{max}} < n_g \quad (3.2)$$

onde n_g é o índice de refração do vidro.

No limite para comprimentos de onda longos, n_{max} depende da fração de ar na bainha e dos índices de refração dos materiais que a compõem, segundo a relação [4]:

$$n_{\text{max}} \rightarrow n_{\text{max}}^{\infty} = \sqrt{(1 - \text{AFF})n_g^2 + \text{AFF}n_a^2} \quad (3.3)$$

onde AFF é a fração de ar na bainha, e n_a é o índice de refração do ar. Por outro lado, no limite para comprimentos de onda curtos tem-se que:

$$n_{\text{max}} \rightarrow n_{\text{max}}^0 = n_g, \quad (3.4)$$

pois a luz consegue distinguir melhor as zonas de ar e de vidro e é repelida das zonas de ar através do efeito TIR.

Na fig. 3.11 mostra-se o valor de n_{max} em função da frequência normalizada, v , dada por:

$$v := k\Lambda\sqrt{n_g^2 - 1}, \quad (3.5)$$

para uma fibra com $d/\Lambda = 0.4$, à qual corresponde uma fração de ar de 14.5%.

Nota-se que o valor de n_{max} , o índice de refração do modo fundamental, no limite de comprimentos de onda longos, i.e. $v \rightarrow 0$, está de acordo com a eq. 3.3, cujo resultado nestas condições é 1.388; por outro lado, n_{max} no limite de comprimentos de onda curtos tende assintoticamente para n_g , de acordo com a eq. 3.4. Com esta figura, e considerando a expressão 3.5, vê-se também que n_{max} varia com a escala da MOF, através da variável Λ , de modo que quanto menor for a escala, mais n_{max} se aproxima do limite dado pela eq. 3.3.

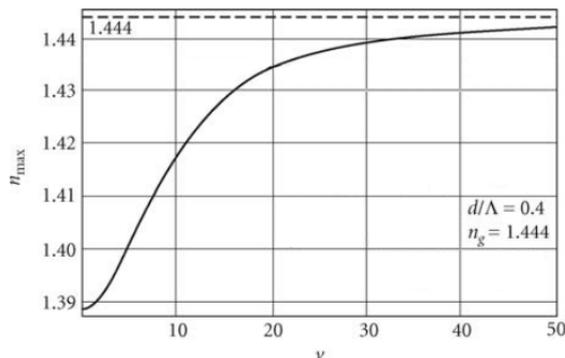


Fig. 3.11: Índice de refração máximo em função da frequência normalizada para uma MOF com $d/\Lambda = 0.4$ e $n_g = 1.444$ (o índice de refração da sílica em $1.55\mu\text{m}$); a percentagem de ar correspondente a esta situação é 14.5% (ref.[4]).

3.2.5 Número de modos de propagação

Uma característica importante das MOFs é a possibilidade de serem “*endlessly single-mode*” (ESM), ou seja, terem apenas um único modo de propagação para qualquer comprimento de onda da luz incidente [30]. Esta situação, que se encontra esquematizada na fig. 3.12, pode ser entendida tendo em conta que os modos não-fundamentais têm uma frequência superior e portanto um comprimento de onda menor, o que facilita a fuga desses modos através dos espaços entre buracos.

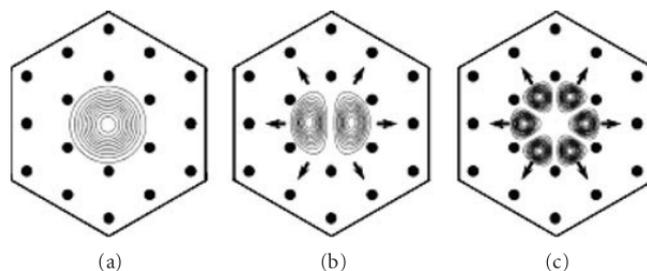


Fig. 3.12: Esquema exemplificativo dos modos confinados e não-confinados numa fibra ESM; a) modo fundamental para o qual luz é guiada no centro da fibra; b) e c) os modos de maior energia escapam e não ficam confinados no centro (ref.[31, vol. 5, cap.11]).

Através de modelação numérica, provou-se que esta característica ocorre em fibras óticas microestruturadas com rede hexagonal com $d/\Lambda < 0.43$ [4]. Este facto é relevante para várias aplicações, no entanto no caso da geração do efeito supercontínuo costumam usar-se fibras com maior percentagem de ar na bainha, as quais já não são fibras ESM.

3.3 MOF com espirais em camadas

Para uma geração eficiente do efeito supercontínuo é conveniente ter-se: i) zero de dispersão em certos comprimentos de onda específicos; ii) não-linearidade elevada; iii) um bom confinamento do campo ótico. Com vista a obter-se estes requisitos foi criada uma nova geometria designada como fibra ótica microestruturada com espirais em camadas (*layered spiral MOF* - LS-MOF), a qual permite um bom ajuste dos ZDWs (comprimentos de onda dos zeros de dispersão) e simultaneamente pode ter uma elevada não-linearidade [32].

Esta geometria, num dos limites, é igual à fibra JASR, o que permite minimizar a área efetiva e consequentemente maximizar o parâmetro não-linear. Por outro lado, com esta geometria é possível controlar a dispersão devido a ter zonas de ar bem localizadas na bainha.

Para que ocorra o efeito TIR modificado não é necessário que haja uma periodicidade na disposição dos buracos de ar (ao contrário do que sucede no efeito de bandgap fotónico) [33]. Como tal optou-se por criar um modelo que guia luz com uma geometria diferente das habituais.

3.3.1 Design e equações

Os parâmetros da LS-MOF encontram-se esquematizados na fig. 3.13, sendo eles: r_i que é o raio do círculo incluído no núcleo da LS-MOF, d_{air}/Δ que é aproximadamente igual à fração de ar na bainha, e Δ que controla a localização das zonas de ar e de sílica. Uma vantagem da LS-MOF comparativamente com outras MOFs, é que recorrendo a uma variação adequada dos parâmetros que definem a sua geometria é possível controlar várias das suas propriedades, tendo um bom confinamento do campo ótico. Com os três parâmetros da LS-MOF podemos variar independentemente o raio do núcleo (com r_i), a percentagem de ar na bainha (com d_{air}/Δ), e ainda a localização das zonas de ar (com Δ), o que nos permite controlar a dispersão e a não-linearidade de um modo mais flexível do que com uma fibra de rede hexagonal. O facto de haver várias vantagens no conjunto das propriedades de uma LS-MOF deve-se ao seu design, pois com uma LS-MOF é possível ter um confinamento teórico ótimo quando $AFF = 100\%$, limite não atingível com uma rede hexagonal standard. Além disso, quando $AFF \leq 90\%$ conseguem-se controlar as propriedades dispersivas e não-lineares da LS-MOF, variando os seus parâmetros.

O design da LS-MOF faz uso de duas espirais arquimedeanas e uma espiral equiangular à volta do centro.

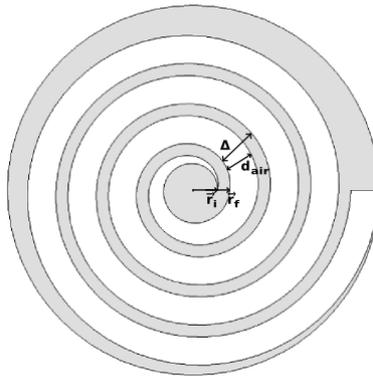


Fig. 3.13: Design de uma LS-MOF com indicação dos três parâmetros principais que são: r_i , d_{air} , e Δ ; o outro parâmetro é n_{rings} ; a cinzento encontra-se a região de vidro e a branco a região de ar.

No centro, a primeira volta interna é uma espiral equiangular (ES - *equiangular spiral*) que começa no ponto r_i (fig. 3.13.a)) e acaba no ponto r_f . Esta curva foi escolhida como uma espiral equiangular porque o raio desta classe de espirais aumenta exponencialmente com o ângulo θ , em coordenadas polares. Assim, com este design, o raio varia devagar perto de r_i e varia depressa perto de r_f , tal como se pretende, tendo-se uma curva que difere mais de um

círculo apenas na sua parte final. O raio do círculo incluído no núcleo é igual a r_i , que é o valor mínimo para o raio desta ES. A espiral equiangular que está de acordo com as condições fronteira da ES deste design, i.e. passar através de r_i e r_f dando apenas uma volta, é dada por (ver apêndice):

$$r(\theta) = r_i \left(\frac{r_f}{r_i} \right)^{\theta/2\pi}. \quad (3.6)$$

A ES desta fibra tem apenas uma volta, portanto: $\theta \in [0; 2\pi]$.

As outras espirais neste modelo são espirais arquimedeanas (AS - *archimedean spirals*), pelo que são denominadas por AS_{in} e AS_{out} , respetivamente de acordo com a sua posição. As espirais para a bainha são espirais arquimedeanas pois a distância entre sucessivas voltas de 2π desta classe de espirais é constante, a qual aqui se designa por Δ . O facto do deslocamento numa destas AS ser constante é uma consequência do raio variar linearmente com θ , em coordenadas polares. Deve-se notar que a primeira volta da AS interna foi substituída pela ES previamente mencionada.

As curvas quer da espiral arquimedeanas interna quer da espiral arquimedeanas externa são expressas pela seguinte equação:

$$r(\theta) = r_0 + \frac{\Delta}{2\pi}\theta; \quad (3.7)$$

onde Δ é igual a:

$$\Delta \equiv d_{air} + d_{silica}, \quad (3.8)$$

e r_0 é o raio para θ igual a zero. Para a AS_{in} , $r_0 = r_f$ e $\theta_{AS_{in}} \in [0; (n_{rings}-1).2\pi]$; para a AS_{out} , $r_0 = r_i$ e $\theta_{AS_{out}} \in [0; n_{rings}.2\pi]$.

Estas curvas em forma de espiral todas juntas dividem a região da secção da fibra em duas regiões: a região de ar e a região de vidro (ex.: sílica), de tal modo que se pode notar que aparece uma figura com uma única espiral resultante.

É mais conveniente variar d_{air}/Δ , do que d_{air} , porque d_{air}/Δ relaciona-se com a percentagem de ar, considerando-se, portanto, os seguintes parâmetros: r_i ; d_{air}/Δ , (ou d_{silica}/Δ); e Δ .

Devido ao contraste entre o índice de refração do núcleo e o da bainha e à forma da geometria da LS-MOF consegue-se obter um excelente confinamento do campo ótico no centro da fibra ótica, o que se observa na fig. 3.14.

3.3.2 Dependência das propriedades com r_i

Nesta subsecção analisam-se várias propriedades da LS-MOF quando se varia o parâmetro r_i .

Na fig. 3.15 apresentam-se curvas de dispersão para um grupo de parâmetros que leva a ZDW em $1.55\mu\text{m}$, e também se mostra a variação das curvas para vários r_i . Observa-se que variando r_i temos vários ZDWs, e, em particular, há um ZDW em $1.546\mu\text{m} \sim 1.55\mu\text{m}$ para os parâmetros da curva de $r_i = 0.6\mu\text{m}$. Neste gráfico foi escolhido $r_i = 0.6\mu\text{m}$, pois esse é o valor em torno do qual se encontram soluções para ZDW em $1.55\mu\text{m}$ e alta não-linearidade com fibras de sílica e ar (cf. figs. 3.6 e 3.8). Por outro lado, d_{air}/Δ foi escolhido com valor

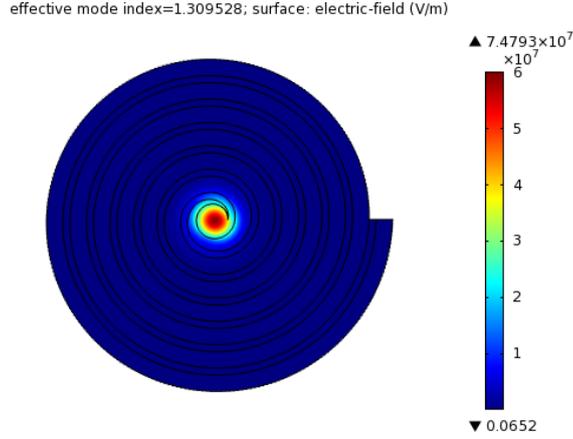


Fig. 3.14: Norma do campo ótico para o modo fundamental de uma LS-MOF com ZDW em $1.55\mu\text{m}$.

0.7 para que a fibra tenha percentagem de ar 70%, e $\Delta = 1.0\mu\text{m}$ é um valor escolhido devido ao arredondamento do resultado obtido com um ajuste que irá ser indicado posteriormente (subsecção 3.3.4). Na figura 3.15, observa-se também que com r_i mais elevado a curva de dispersão é mais semelhante à da sílica pura, e que à medida que se diminui r_i a curva torna-se diferente: há um desvio dos zeros de dispersão para comprimentos de onda menores, e vai-se desde uma situação em que temos só um ZD, para r_i maior, até se terem dois ZD, para r_i menor.

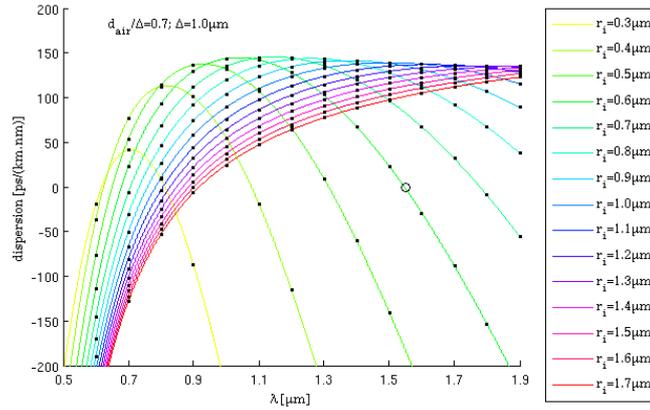


Fig. 3.15: Curvas de dispersão para $d_{air}/\Delta=0.7$, $\Delta = 1.0\mu\text{m}$, com vários valores de r_i ; o círculo em $(1.55, 0)$ indica um ZDW em $\sim 1.55\mu\text{m}$.

Na fig. 3.16 nota-se que, na maioria das situações, a área efetiva aumenta com o aumento de r_i , no entanto se r_i for muito pequeno tal já não se verifica para comprimentos de onda superiores, pois o modo já não fica tão confinado. Por outro lado nota-se que a área efetiva aumenta com λ , o que é natural.

As figuras 3.15 e 3.16 têm uma forma semelhante a figuras encontradas com outras configurações, como a fibra ASC [34], pois o único parâmetro que aqui estamos a variar é r_i , e os outros parâmetros tomam aqui valores fixos.

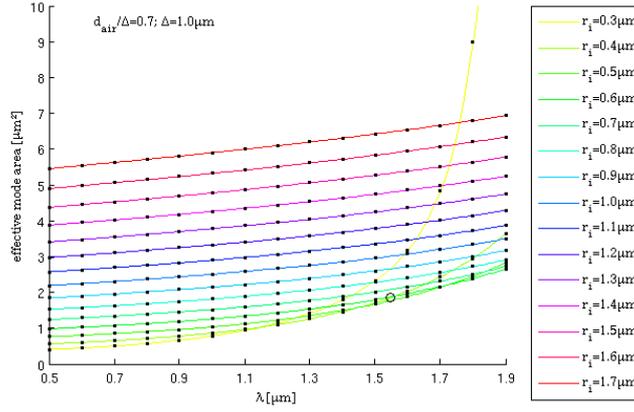


Fig. 3.16: Curvas para a área efetiva com os parâmetros correspondentes às curvas de dispersão anteriores; o círculo indica a área efetiva correspondente ao ZD em $1.55\mu\text{m}$ da figura anterior.

3.3.3 Limites da LS-MOF

Com o modelo LS-MOF temos a possibilidade de atingir dois casos limite: quando $d_{air}/\Delta \rightarrow 1$ obtem-se uma JASR, que é uma fibra já estudada por outros autores [21], e para a qual há várias aproximações [35]; por outro lado, quando $d_{air}/\Delta \rightarrow 0$ obtem-se aproximadamente uma micro-fibra de sílica com uma pequeníssima região de ar perto do centro, que tem percentagem de ar $\approx 0\%$.

As figuras 3.17 e 3.18 ilustram as duas situações limite da geometria com espirais em camadas para, respetivamente, $d_{air}/\Delta=1$ – JASR, e $d_{air}/\Delta=0$ – micro-fibra.

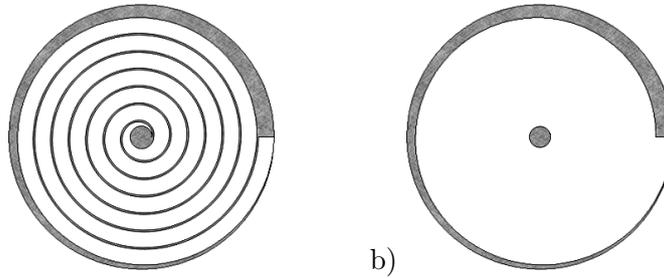


Fig. 3.17: a) LS-MOF com $d_{air}/\Delta = 0.9$; b) limite de uma LS-MOF quando $d_{air}/\Delta \rightarrow 1$, que é uma JASR.

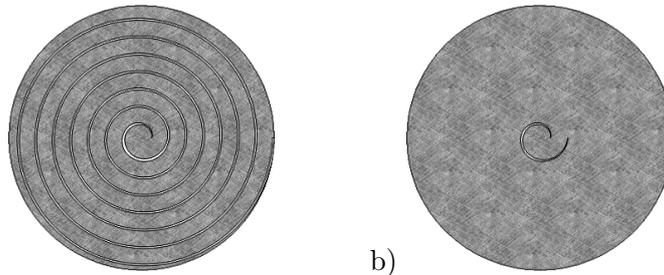


Fig. 3.18: a) LS-MOF com $d_{air}/\Delta = 0.1$; b) limite de uma LS-MOF quando $d_{air}/\Delta \rightarrow 0$, que é aproximadamente uma micro-fibra de vidro.

É conveniente analisarmos estes limites, pois permitem, por um lado comparar com a sílica

pura ou com uma JASR, e por outro lado estudar o que acontece à medida que variamos a percentagem de ar desde 0% até 100%. O limite JASR é importante pois é um modelo teórico que serve como comparativo e com o qual se maximiza a não-linearidade devido ao contraste entre o índice de refração do ar e o da sílica. No entanto com uma JASR não se consegue controlar a dispersão variando a geometria da bainha, pois nesse modelo a bainha não tem micro-estruturas.

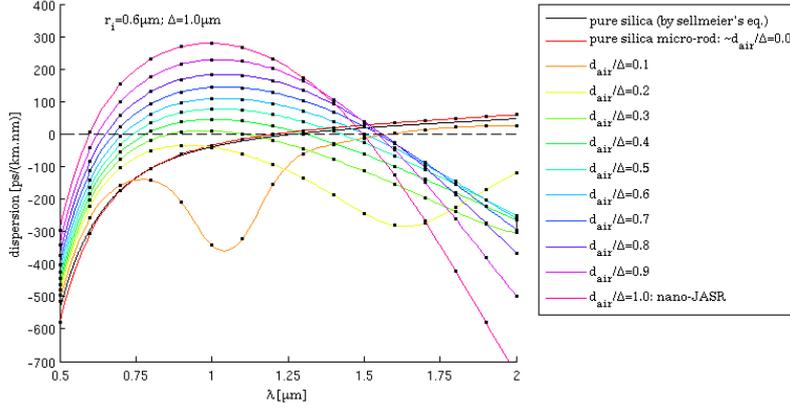


Fig. 3.19: Dispersão em função do comprimento de onda, para vários valores de d_{air}/Δ da fibra LS-MOF ($n_{rings} = 7$).

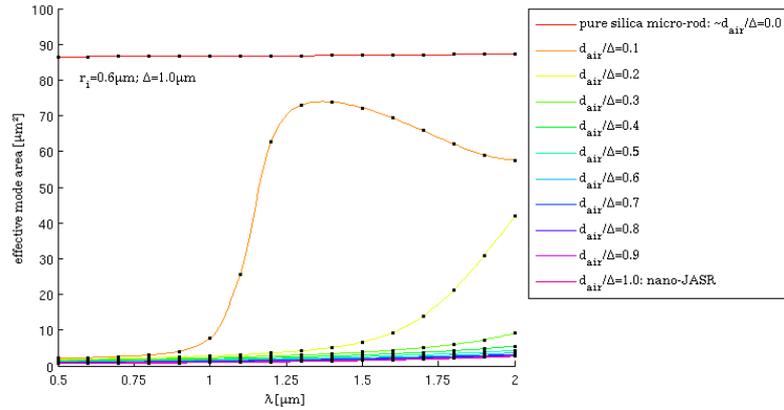


Fig. 3.20: Área efetiva em função do comprimento de onda, λ , para vários valores de d_{air}/Δ .

Na fig. 3.19 pode notar-se que quanto maior for o d_{air}/Δ (e, respetivamente, a não-linearidade), que a dispersão correspondente também é maior numa grande zona desse gráfico. Nota-se que a variação da percentagem de ar afeta menos a localização do segundo zero de dispersão do que a localização do primeiro zero de dispersão, pelo que, como uma das curvas tem parâmetros particulares, [$r_i = 0.6\mu\text{m}$, $\Delta = 1.0\mu\text{m}$ e $d_{air}/\Delta = 0.7\mu\text{m}$], escolhidos para darem zero de dispersão em $1.55\mu\text{m}$, as outras curvas também têm um zero de dispersão próximo de $1.55\mu\text{m}$.

É interessante notar a progressão até se chegar a cada um dos limites. A curva a vermelho corresponde a um fio de sílica pura de raio $r = r_i + n_{rings}\Delta = 7.6\mu\text{m}$, que é aproximadamente igual a uma LS-MOF com os parâmetros indicados na legenda e $d_{air}/\Delta = 0$; estas duas curvas que se diz serem aproximadamente iguais (*pure silica micro-rod: ~d_{air}/Δ = 0.0*)

ficariam sobrepostas, o que se deve ao facto de a pequena região de ar na fig. 3.18 ser pouco significativa. A curva a cor-de-rosa é para uma fibra do tipo JASR, que corresponde à LS-MOF com $r_{co} = r_i = 0.6\mu\text{m}$, e $r_{cl} = r_i + n_{rings}\Delta = 7.6\mu\text{m}$; este é o limite teórico que maximiza o parâmetro não-linear, pois minimiza a área efetiva (cf. fig. 3.8), no entanto os valores de dispersão para uma JASR também são, em geral, superiores aos de outras fibras, com exceção dos valores de dispersão na zona próxima dos ZDs.

Na fig. 3.20 observa-se que quanto maior d_{air}/Δ e consequentemente a percentagem de ar, menor é a área efetiva, o que se deve ao facto de que com maior percentagem de ar o campo ótico fica mais localizado.

3.3.4 Otimização de parâmetros para ZDs em $1.55\mu\text{m}$

Atendendo a que há lasers comercialmente disponíveis no comprimento de onda $1.55\mu\text{m}$, e que esse é o valor central da janela mais usada atualmente nas telecomunicações, pretendemos gerar o efeito SCG à volta deste comprimento de onda, o que é um dos motivos que levam à importância de se ter ZD em $\sim 1.55\mu\text{m}$.

É possível obter ZD em $1.55\mu\text{m}$ para variadas percentagens de ar, com LS-MOFs com diferentes parâmetros, tal como se mostrará em seguida. Para tal fixou-se o valor $r_i = 0.6\mu\text{m}$, consideraram-se $d_{air}/\Delta = [0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.0]$, e variou-se o parâmetro Δ . Os ZDWs em $1.55\mu\text{m}$ ocorrem quando a dispersão na fig. 3.21 é nula, e assim se determinam os parâmetros correspondentes a cada ZDW. De seguida, calcularam-se as propriedades dispersivas e não-lineares das fibras óticas correspondentes, com base na análise dos valores numéricos correspondentes às curvas para a dispersão e às curvas para as áreas efetivas (figs. 3.21, 3.22). Na fig. 3.21 observa-se que é possível obter ZDW para as várias curvas apresentadas, exceto aquela em que $d_{air}/\Delta = 1$. Na fig. 3.22 observam-se os valores da área efetiva correspondentes às curvas de dispersão anteriores, e aos respetivos zeros de dispersão em $1.55\mu\text{m}$.

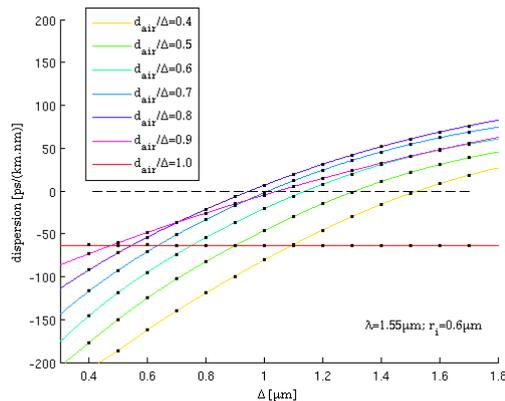


Fig. 3.21: Dispersão em LS-MOFs em função de Δ para $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ com $r_i = 0.6\mu\text{m}$ e vários d_{air}/Δ .

A tabela 3.1. sintetiza os resultados obtidos para zeros de dispersão em $1.55\mu\text{m}$ com a LS-MOF: note-se a situação em que para uma fibra de sílica e ar, com uma fração de ar de 90.0%, obteve-se um ZD em $1.55\mu\text{m}$, a que corresponde uma área efetiva $1.50\mu\text{m}^2$ e parâmetro não-linear $70.0\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$. Este valor obtido com a LS-MOF para o parâmetro não-linear é superior ao que se encontra com outros modelos de MOFs de sílica e ar, para

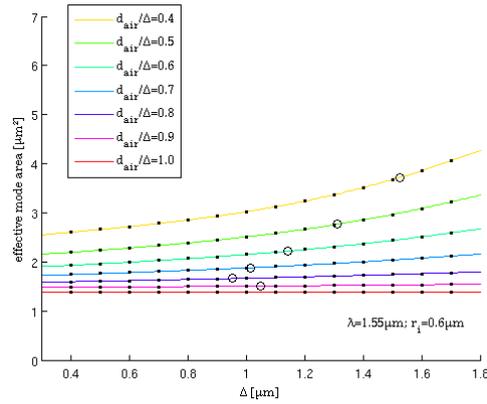


Fig. 3.22: Curvas para a área efetiva em função de Δ ; círculos marcam pontos para os quais se tem ZDW em $1.55\mu\text{m}$, de acordo com a fig. anterior.

ZDWs em $1.55\mu\text{m}$, pois, nesta geometria consegue-se uma percentagem de ar muito elevada (ex: 90.0%) e as zonas de sílica e ar estão bem localizadas de modo a conseguir obter-se um bom confinamento e um bom controlo da dispersão, simultaneamente, através do ajuste dos vários parâmetros.

parâmetros da geometria	percentagem de ar	dispersão em $1.55\mu\text{m}$ [ps/(km.nm)]	área efectiva em $1.55\mu\text{m}$ [μm^2]	parâmetro não-linear em $1.55\mu\text{m}$ [$\text{W}^{-1}.\text{km}^{-1}$]
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.4$; $\Delta=1.525\mu\text{m}$	40.0%	0.0	3.72	28.3
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.5$; $\Delta=1.311\mu\text{m}$	50.0%	0.0	2.77	38.1
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.6$; $\Delta=1.014\mu\text{m}$	60.0%	0.0	2.22	47.4
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.7$; $\Delta=1.01\mu\text{m}$	70.0%	0.0	1.88	56.0
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.8$; $\Delta=0.950\mu\text{m}$	80.0%	0.0	1.66	63.5
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=0.9$; $\Delta=1.048\mu\text{m}$	90.0%	0.0	1.50	70.0
$x_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{ait}/\Delta=1.0$; $\Delta=0.400\mu\text{m}$ [JASR]	100.0%	-63.4	1.39	76.0

Tabela 3.1: Valores detalhados relativos às situações de ZD apresentadas nos gráficos anteriores (figs. 3.21, 3.22), e o caso não-ZD para $\text{AFF}=100\%$.

3.3.5 ZD com primeira derivada nula

Com o objetivo de se obter um ZD com primeira derivada nula, os vários parâmetros foram ajustados de modo a se obter as fig. 3.23 e 3.24 para a dispersão e para a área efetiva, respetivamente.

Observa-se que a dispersão pode tomar diferentes valores conforme o parâmetro Δ , o que permitiu que se tenha encontrado um ZD com 1ª derivada nula, quando $r_i = 0.3\mu\text{m}$,

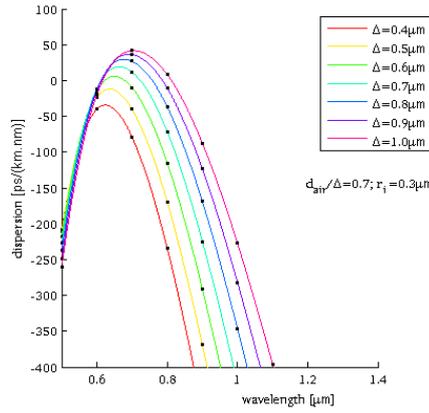


Fig. 3.23: Curvas de dispersão para $r_i = 0.3\mu\text{m}$ e $d_{\text{air}}/\Delta = 0.7$; na curva a verde tem-se um zero de dispersão com 1ª derivada nula e alta não-linearidade em $\lambda \sim 0.65\mu\text{m}$.

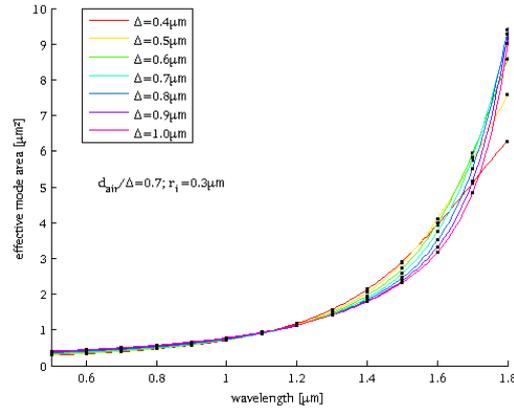


Fig. 3.24: Área efetiva em função do comprimento de onda para os mesmos parâmetros que na figura anterior.

$d_{\text{air}}/\Delta = 0.7$ e $\Delta \approx 0.6\mu\text{m}$. Na fig. 3.24, para a área efetiva, nota-se que para comprimentos de onda pequenos, nos quais se tem um melhor confinamento, a área efetiva depende pouco do Δ , mas entretanto para comprimentos de onda maiores essa dependência aumenta, pois nesse caso o campo ótico fica menos localizado no centro e a luz sente mais as propriedades da bainha, nomeadamente a distância a que estão localizados os sucessivos braços de ar, que é determinada pelo parâmetro Δ .

Na situação em que se tem $\Delta = 0.6\mu\text{m}$ (i.e. próximo do ZD com 1ª derivada nula), para $\lambda = 0.651\mu\text{m}$, obtém-se uma área efetiva de $0.396\mu\text{m}^2$, ao que corresponde um parâmetro não linear de $633.7\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$.

3.3.6 Perdas por confinamento

A fibra LS-MOF consegue confinar bem o campo ótico, tendo perdas por confinamento bastante reduzidas, e até mesmo inferiores às perdas da sílica, em $1.55\mu\text{m}$. Esta característica é mostrada na fig. 3.25, para uma situação em que $d_{\text{air}}/\Delta = 0.9$, $\Delta = 1.0\mu\text{m}$, and $r_i = 0.6\mu\text{m}$.

O facto de as perdas por confinamento serem tão reduzidas é justificado tendo em conta o design desta fibra, pois o efeito TIR modificado é mais eficaz na LS-MOF, do que noutras

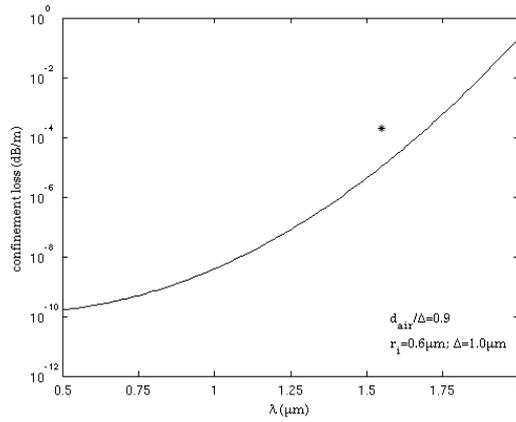


Fig. 3.25: Perdas por confinamento para uma LS-MOF com parâmetros: $d_{air}/\Delta = 0.9$, $r_i = 0.6\mu\text{m}$, $\Delta = 1.0\mu\text{m}$ e $n_{rings} = 7$; a estrela marca as perdas da sílica pura.

fibras, devido à presença dos vários braços sucessivos da espiral.

3.3.7 Birrefringência

A LS-MOF não tem simetria em relação ao centro, pois pretende-se que neste design só haja uma zona de ligação de sílica que vai desde o núcleo até à periferia da bainha, para se ter um melhor confinamento. Consequentemente surge uma certa birrefringência associada a esta assimetria, pelo que o modo fundamental é desdobrado em dois modos com polarizações perpendiculares, aos quais correspondem dois índices de refração efetivos ligeiramente diferentes.

Na fig. 3.26 apresenta-se um caso para uma LS-MOF com parâmetros que levam a um ZD em $1.55\mu\text{m}$: $r_i = 0.6\mu\text{m}$, $d_{air}/\Delta = 0.7$, $\Delta = 1.0\mu\text{m}$, tendo-se obtido $n_{\text{eff},x} = 1.309528$, e $n_{\text{eff},y} = 1.308259$, o que confirma que a fibra é birrefringente.

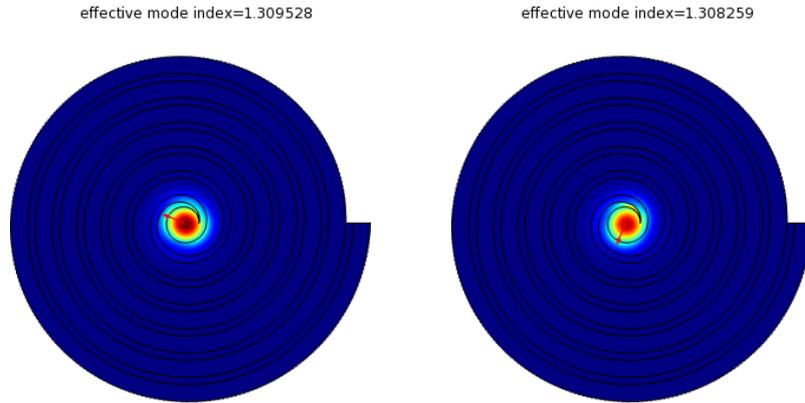


Fig. 3.26: Dois modos com polarizações perpendiculares, cujos n_{eff} são ligeiramente diferentes.

3.4 MOFs com materiais de não-linearidade elevada

Nas fibras SMF comuns de sílica o parâmetro não-linear é de apenas $1.3\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, o que faz com que os efeitos não lineares só se notem ao fim de vários quilómetros. Para certas

aplicações não-lineares, como a geração do efeito supercontínuo, é conveniente encurtar a distância na qual se desenrolam os processos não-lineares. Para tal pode-se atuar de dois modos: alterando a geometria da fibra, tal como se fez na secção anterior, ou usando um material mais não-linear (ou ambos).

Existem vários vidros com um índice de refração não-linear superior ao da sílica, os chamados vidros macios. Ultimamente têm sido estudados vários vidros macios de não-linearidade elevada tais como: calcogenato [36], telurite [37], óxido de bismuto [27], e silicato de chumbo [38, 35]. Com estes materiais podem-se fabricar MOFs com a técnica extrusão, pois a sua temperatura de amolecimento é mais reduzida, enquanto que com fibras de sílica, cuja temperatura de amolecimento é maior, tem que se usar a técnica *stacking*. O facto de estes materiais possuírem um índice de refração linear superior ao da sílica, i.e. terem um maior contraste n_{glass}/n_{air} , permite também confinar o campo ótico numa menor área efetiva, o que é mais um fator que leva a que se atinja um parâmetro não linear muito mais elevado.

Assim, têm sido desenvolvidas novas fibras óticas de não-linearidade elevada, com as quais a manifestação de fenómenos não-lineares pode ocorrer em comprimentos de fibra de apenas alguns centímetros [17].

As curvas de dispersão dos vidros macios apresentam os zeros em comprimentos de onda superiores aos ZD da sílica, pelo que estes vidros podem ser utilizados para a geração do efeito supercontínuo na gama do infravermelho intermédio [39].

Na ref.[40], X. Feng *et. al* calcularam que para se obter ZDW em $1.55\mu\text{m}$ para uma fibra com geometria ASC usando o material SF57, que é um material que pertence à classe dos vidros com silicato de chumbo, o diâmetro tem que ser $4.4\mu\text{m}$ ou $0.74\mu\text{m}$ (fig. 3.27). Enquanto que para o diâmetro $4.4\mu\text{m}$ a fibra seria multi-modo, o que não é desejável, para o diâmetro $0.74\mu\text{m}$ a fibra é mono-modo.

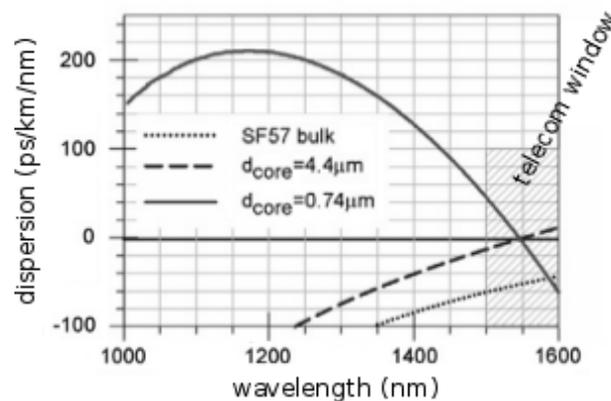


Fig. 3.27: Curvas de dispersão para ASCs de SF57 com zero de dispersão em $1.55\mu\text{m}$ e curva de dispersão para o material puro (ref.[40]).

Ultimamente estes materiais de maior não-linearidade têm sido bastante utilizados para a geração do efeito supercontínuo, pois com eles consegue-se encurtar a distância necessária para que os efeitos não lineares sejam notórios. Na ref.[35], foi atingido um valor para o parâmetro não-linear de $1860\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ em $1.55\mu\text{m}$, com uma fibra ASC de SF57.

Geração do efeito supercontínuo

O efeito supercontínuo é um fenómeno no qual um sinal ótico sofre um grande alargamento espectral devido à interação entre vários fenómenos dispersivos e não-lineares. Este efeito pode ocorrer em dois regimes de bombeamento diferentes: com impulsos ultra-curtos (i.e. fentossegundos) ou com impulsos longos (i.e. picossegundos, nanossegundos ou ondas contínuas) [14]. Há um interesse particular em estudar o “supercontínuo para as telecomunicações”, pois pretende-se, neste caso, gerar espectros largos e aproximadamente uniformes na banda de comprimentos de onda das telecomunicações para aplicações no âmbito de sistemas WDM.

4.1 Equação não-linear de Schrödinger generalizada

Em geral, num meio não-linear,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL}, \quad (4.1)$$

onde P_L é a polarização linear e P_{NL} é a polarização não-linear do meio. Usando a eq. 4.1 e manipulando as eq. 2.3-2.6 é possível obter-se a seguinte equação [20]:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\varepsilon_0 (1 + \chi^{(1)}) \mathbf{E} + \mathbf{P}_{NL}] = 0. \quad (4.2)$$

Considerando-se $\mu = \mu_0$, o que é válido para materiais não-magnéticos, e usando as relações $n^2 = 1 + \chi^{(1)}$, e $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, vem que:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}_{NL}, \quad (4.3)$$

que é a equação de onda não-linear. Esta equação, numa fibra ótica, tem soluções do tipo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = f(x, y) a(z, t) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)}. \quad (4.4)$$

Considerando dispersão até à 2ª ordem e índice de refração não linear, a amplitude normalizada, $U(z, t) \propto a(z, t)$, obedece à equação não linear de Schrödinger (NLSE) (ver apêndice):

$$\frac{\partial U(z)}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} U(z) = i\gamma |U|^2 U. \quad (4.5)$$

Para a modelação do efeito supercontínuo é necessário ter também em conta a dispersão de ordem superior, o efeito SRS e as perdas, pelo que a equação generalizada que descreve a evolução do efeito SCG é [20]:

$$\frac{\partial U}{\partial z} - i \left[\sum_{k \geq 2} \frac{1}{k!} \beta_k i^k \frac{\partial^k}{\partial \tau^k} U \right] + \frac{\alpha(\omega)}{2} U = i\gamma U(z, t) \int_{-\infty}^{+t} R(t') |U(z, t - t')|^2 dt', \quad (4.6)$$

onde β_k são os coeficientes de dispersão em torno da frequência central, $\alpha(\omega)$ corresponde às perdas da fibra, e $R(t)$ é a resposta não linear do meio dada por: $R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)$ que contém a refração não linear $(1 - f_R)\delta(t)$ e a resposta de Raman não instantânea $f_R h_R(t)$. $f_R=0.18$ representa a contribuição fraccional da resposta de Raman, δ representa a função delta de Dirac, e $h_R(t)$ é dado por [14]:

$$\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} e^{-t/\tau_2} \sin(t/\tau_1) \Theta(t), \quad (4.7)$$

onde $\tau_1 = 12.2\text{fs}$, $\tau_2 = 32.0\text{fs}$, e $\Theta(t)$ é a função degrau de Heaviside.

Para se resolver numericamente a equação 4.6, que se chama a equação não-linear de Schrödinger generalizada (GNLSE), é utilizado um método pseudo-espectral (ver apêndice), com o código apresentado em [14].

4.2 Resultados da geração do supercontínuo

Nesta secção serão obtidos diversos resultados para a geração do supercontínuo no regime de bombeamento com impulsos ultra-curtos (fs). Serão consideradas fibras óticas microestruturadas com rede hexagonal e LS-MOFs.

4.2.1 SCG em MOFs com geometria hexagonal

Analisaremos nesta subsecção a geração do supercontínuo para o caso de uma MOF com rede hexagonal. Consideraremos para o efeito os mesmos valores que na ref.[15] para os parâmetros da fibra ótica e da luz de bombeamento: diâmetro dos buracos $d=1.4\mu\text{m}$, espaçamento entre os centros dos buracos $\Lambda=1.6\mu\text{m}$, com zero de dispersão em $\sim 780\text{nm}$; a fibra tem $\gamma=0.11\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$ no comprimento de onda de bombeamento, e os termos para a expansão de β encontram-se na tabela 4.1. O impulso de bombeamento tem a forma de uma secante hiperbólica com $\lambda=835\text{nm}$, potência $P_0=10\text{kW}$ e FWHM $\Delta\tau = 2 \ln(1 + \sqrt{2})t_0 = 50\text{fs}$, o que corresponde a $t_0 = 28.4\text{fs}$.

Sendo o bombeamento feito na região de dispersão anómala, em que se pode verificar a formação de solitões de ordem superior, a ordem dos solitões gerados depende não só da potência de pico e largura dos impulsos, mas também da fibra ótica, através da equação:

$$n = \sqrt{L_D/L_{NL}} = t_0 \sqrt{\gamma P_0 / |\beta_2|}. \quad (4.8)$$

Para esta fibra, com esta luz de bombeamento, temos $n = 8.66$.

Na fig. 4.1.a) observa-se que há um alargamento espectral, quer para a esquerda, quer para a direita, relativamente ao comprimento de onda inicial central; o espetro resultante

β_2	$-11.830 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$
β_3	$8.1038 \times 10^{-5} \text{ ps}^3/\text{m}$
β_4	$-9.5205 \times 10^{-8} \text{ ps}^4/\text{m}$
β_5	$2.0737 \times 10^{-10} \text{ ps}^5/\text{m}$
β_6	$-5.3943 \times 10^{-13} \text{ ps}^6/\text{m}$
β_7	$1.3486 \times 10^{-15} \text{ ps}^7/\text{m}$
β_8	$-2.5495 \times 10^{-18} \text{ ps}^8/\text{m}$
β_9	$3.0524 \times 10^{-21} \text{ ps}^9/\text{m}$
β_{10}	$-1.7140 \times 10^{-24} \text{ ps}^{10}/\text{m}$

Tabela 4.1: Coeficientes da expansão de $\beta(\omega)$ em série de Taylor para a situação apresentada na fig. 4.1.

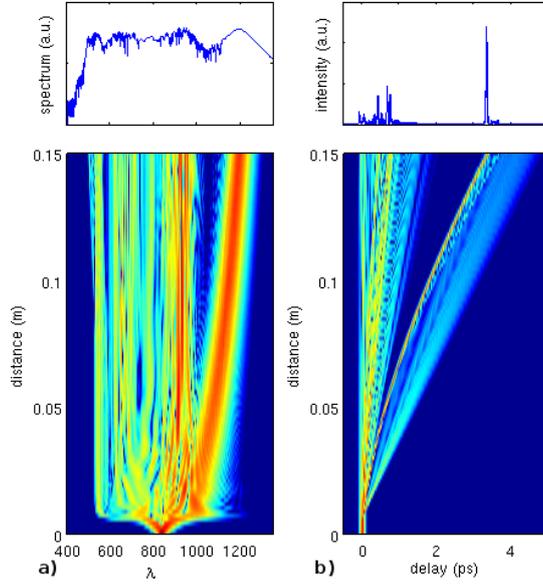


Fig. 4.1: Geração do efeito supercontínuo numa fibra com rede hexagonal, com os parâmetros referidos no texto.

não é simétrico pois há diferentes processos envolvidos. Na fig. 4.1.b) observa-se o tempo de atraso (*delay*) de chegada dos impulsos relativamente à componente que se propaga com a velocidade de grupo.

A geração do supercontínuo no regime de fentossegundos apresenta dinâmica característica de solitões. Os solitões de ordem superior, como é o caso deste impulso inicial, são instáveis na presença de termos de ordem superior aos da NLSE, ocorrendo fissão. Uma aproximação para a distância de fissão do solitão é [15]:

$$L_{\text{fiss}} \approx L_D/n = t_0 \sqrt{\frac{1}{|\beta_2| \gamma P_0}}. \quad (4.9)$$

Para a situação apresentada na figura 4.1 L_{fiss} toma o valor de $\sim 0.0079\text{m}$, o que está de acordo com o que se observa no gráfico.

Na geração do efeito supercontínuo ocorrem vários processos em simultâneo, o que dificulta a sua compreensão. É então conveniente identificar os diferentes processos envolvidos

e distingui-los entre si.

Para simular os diferentes processos relacionados com a dinâmica de solitões, vão considerar-se apenas alguns dos parâmetros ou termos na eq. GNLSE, utilizando sempre a mesma fibra e variando certos parâmetros da luz de bombeamento.

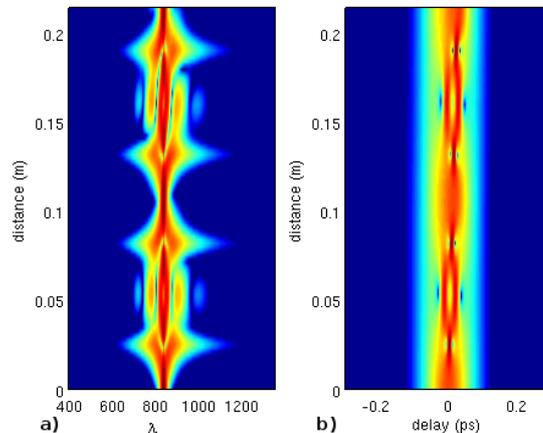


Fig. 4.2: Evolução espectral e temporal da propagação de um solitão de ordem $n=3$, ao longo de dois períodos; aqui $z_{sol} = 10.6\text{cm}$.

Inicialmente, mostra-se, na fig. 4.2, a evolução espectral e temporal de um solitão de ordem 3 de acordo com a NLSE (4.4). Para tal considera-se apenas o termo não-linear e β_2 , e ignoram-se os termos de dispersão de ordem superior e o efeito SRS. Os impulsos lançados na fibra têm uma potência de pico $P_0=1.25\text{kW}$, mantendo-se os restantes parâmetros da luz de bombeamento como os utilizados para a simulação da fig. 4.1. Observa-se que este solitão tem uma evolução espectral e temporal periódica, a qual tem período $z_{sol} = \frac{\pi}{2}L_D$, que, neste caso, toma o valor $z_{sol}=10.6\text{cm}$.

O solitão da fig. 4.2 pode sofrer fissão devido à ação de um dos seguintes efeitos: i) o espalhamento de Raman intrapulso (IRS - *intrapulse Raman scattering*), o qual ocorre quando há efeito Raman entre diferentes frequências do mesmo impulso; ii) o efeito de dispersão de ordem superior.

Vamos isolar primeiro o efeito IRS, considerando como impulso um solitão de ordem 3 (com os mesmos parâmetros que os da fig. 4.2), ao longo de uma MOF com 50cm, ignorando os termos de dispersão de ordem superior. Observa-se na fig. 4.3 que os solitões vão sendo ejetados um a um, como resultado da fissão do solitão original. Por outro lado nota-se que ocorre um desvio dos comprimentos de onda para comprimentos de onda superiores, o que é um traço característico do efeito IRS em solitões ultracurtos e ao que se dá o nome de auto-desvio em frequência do solitão (SSFS - *soliton self frequency shift*)[41, 42].

Na fig. 4.4, considera-se a propagação de um solitão fundamental com potência de pico $P_0=4.48\text{kW}$ e $\Delta\tau=10\text{fs}$, com bombeamento em 835nm, incluindo os vários termos de dispersão de ordem superior, mas sem inserir o efeito SRS. Neste caso há um acoplamento da fase do solitão com a fase de ondas contínuas com frequência na região normal que permite a transferência de energia do solitão para ondas de baixa amplitude que dispersam e daí se designarem ondas dispersivas. Na fig. 4.4, este fenómeno é evidente na componente espectral permanente a $\sim 650\text{nm}$.

Na fig. 4.1, onde vemos a geração do efeito supercontínuo, temos o efeito da dispersão de ordem superior e o efeito IRS a atuarem em simultâneo, o que leva a um alargamento

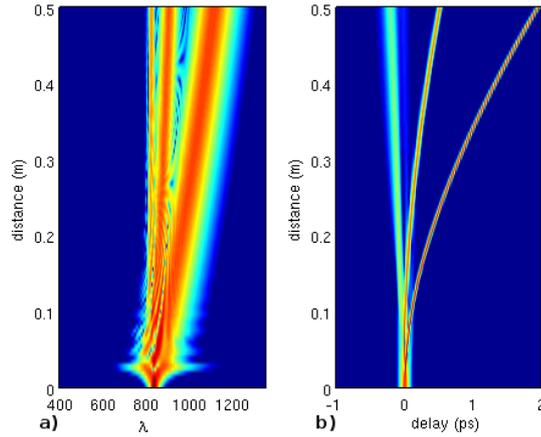


Fig. 4.3: Simulação do efeito IRS isolado, ou seja, sem considerar os termos de dispersão de ordem superior a β_2 .

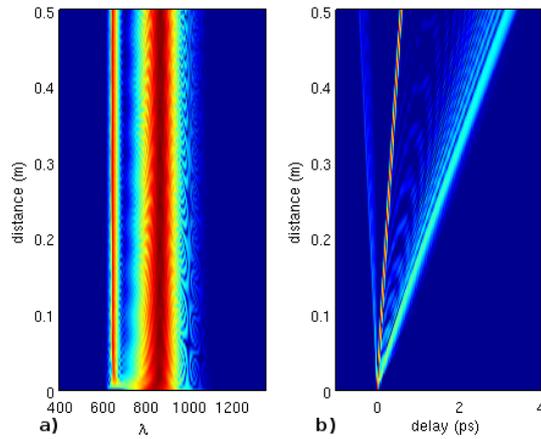


Fig. 4.4: Simulação da geração de ondas dispersivas, sem considerar o efeito IRS, para um solitão fundamental.

espectral com a criação de comprimentos de onda quer inferiores quer superiores ao da luz de bombeamento. Na zona de comprimentos de onda superiores nota-se claramente que vai havendo um desvio para a direita, o qual se deve ao fenómeno SSFS, tal como se pode entender pela comparação com a fig. 4.3. Por outro lado, na zona de comprimentos de onda inferiores vemos a assinatura da geração de ondas dispersivas[43] que se deve à dispersão de ordem superior, o que se pode perceber pela comparação com a fig. 4.4. Como há vários solitões originados pela fissão, cada um deles vai acoplar com uma dada frequência das ondas dispersivas. Na fig. 4.1.b) observa-se que após a fissão do solitão original os impulsos chegam atrasados, devido ao efeito SSFS que os leva para comprimentos de onda superiores. Além dos efeitos já referidos, podem ainda ocorrer os efeitos FWM e XPM, os quais, sendo menos evidentes neste caso, também contribuem geralmente para o alargamento espectral.

4.2.2 SCG em LS-MOFs

Nesta subsecção mostram-se resultados numéricos de SCG numa LS-MOF, para vários valores do comprimento de onda de bombeamento, nomeadamente, $\lambda=780\text{nm}$, $\lambda=1060\text{nm}$ e $\lambda=1550\text{nm}$, para os quais há lasers comercialmente disponíveis. A LS-MOF considerada

tem os parâmetros $r_i=0.6\mu\text{m}$, $d_{\text{air}}/\Delta=0.7$ e $\Delta=1.0\mu\text{m}$, para a qual a curva de dispersão e área efetiva se encontram, respetivamente, nas figs. 3.15 e 3.16. Os seus zeros de dispersão ocorrem em $0.679\mu\text{m}$ e $1.546\mu\text{m}$.

i) Bombeamento na região de dispersão anômala

Na fig. 4.5 observa-se a evolução espectral e temporal de um impulso de luz ultra-curto. Nesta situação foi utilizada uma luz de bombeamento de 780nm , o que, nas condições da respetiva fibra, leva a um parâmetro não linear $\gamma=187.1\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$. No gráfico da evolução temporal desta figura nota-se que o impulso inicial, ao qual corresponde $n=7.10$, está a ser quebrado em vários solitões, que chegam atrasados. Através da observação do gráfico pode constatar-se que este supercontínuo vai desde $\sim 700\text{nm}$ até $\sim 1200\text{nm}$.

β_2	$-0.0299 \text{ ps}^2/\text{m}$
β_3	$6.8123 \times 10^{-5} \text{ ps}^3/\text{m}$
β_4	$2.2147 \times 10^{-8} \text{ ps}^4/\text{m}$
β_5	$3.4886 \times 10^{-10} \text{ ps}^5/\text{m}$
β_6	$-2.1159 \times 10^{-12} \text{ ps}^6/\text{m}$
β_7	$-7.8962 \times 10^{-15} \text{ ps}^7/\text{m}$

Tabela 4.2: Coeficientes da expansão de $\beta(\omega)$ em série de Taylor para a situação apresentada na fig. 4.5, onde se tem $\lambda=0.780\mu\text{m}$.

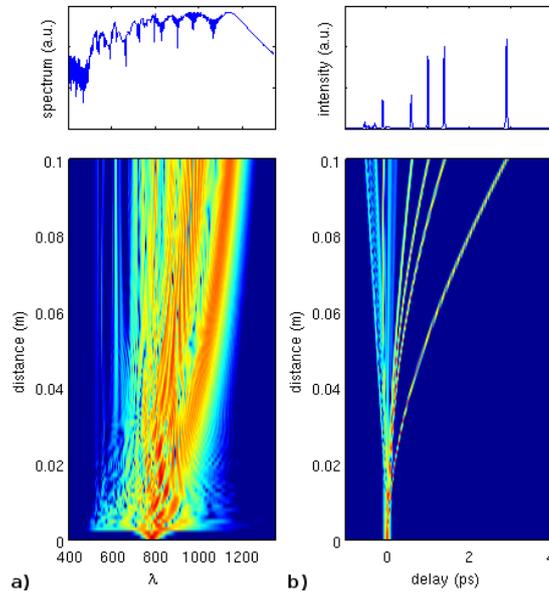


Fig. 4.5: Geração do efeito supercontínuo numa LS-MOF, usando uma luz de bombeamento com $\lambda=780\text{nm}$, $\Delta\tau=0.05\text{ps}$, e $P_0=10\text{kW}$, e considerando os parâmetros da fibra referidos no texto.

Foi efetuado um isolamento dos efeitos SRS (fig. 4.6) e dos efeitos de dispersão de ordem superior (fig. 4.7). Optou-se por se manter, nas fig. 4.6 e fig. 4.7, exatamente os mesmos parâmetros, quer da fibra, quer da luz de bombeamento, que na fig. 4.5, tendo como única diferença os termos considerados na equação, para uma melhor compreensão da relação entre

essas figuras.

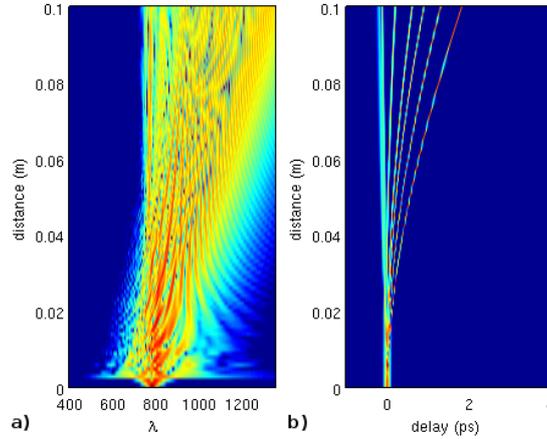


Fig. 4.6: Isolamento do efeito SRS, considerando os mesmos parâmetros para a luz de bombeamento e para a fibra que na fig. 4.5.

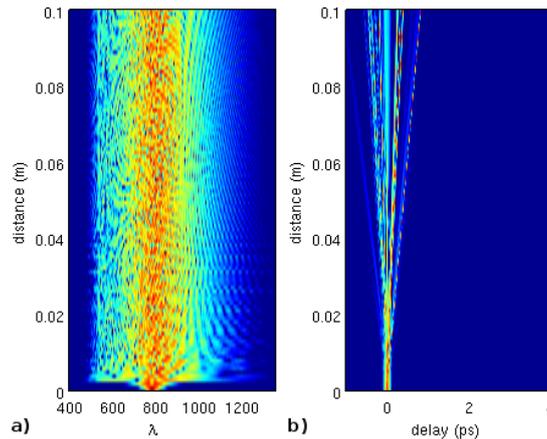


Fig. 4.7: Isolamento do fenómeno de geração de ondas dispersivas, considerando os mesmos parâmetros para a luz de bombeamento e para a fibra que na fig. 4.5.

Nota-se na fig. 4.6, que devido ao fenómeno IRS, ocorre um desvio e alargamento espectral do impulso inicial para comprimentos de onda mais longos. Também se nota que nestas condições o fenómeno IRS é o principal responsável pela fissão do solitão.

Na fig. 4.7 observa-se os efeitos dos termos de dispersão de ordem superiores, o que leva a um aparecimento de novos comprimentos de onda quer à esquerda quer à direita do comprimento de onda de bombeamento. Contudo, observa-se que as componentes com comprimentos de onda mais curtos têm maior intensidade do que as componentes com comprimentos de onda mais longos. A dispersão de ordem superior leva à geração de ondas dispersivas e afeta a propagação dos solitões. Neste caso, ocorre fissão mas os solitões viajam com velocidade constante tanto para baixo como para cima da velocidade de grupo.

Estes fenómenos não-lineares e dispersivos interagem entre si levando ao comportamento apresentado na fig. 4.5, que mostra a geração do efeito supercontínuo, onde o aparecimento de novos comprimentos de onda à esquerda do comprimento de onda de bombeamento se devem principalmente à dispersão de ordem superior e o aparecimento de novos comprimentos de

onda à direita se devem principalmente ao efeito IRS. Há uma analogia entre o comportamento observado nas figs. 4.1 e 4.5, pois temos os mesmos processos envolvidos e com condições ligeiramente semelhantes.

Supondo outro comprimento de onda de bombeamento, em 1060nm, considerando-se a mesma fibra LS-MOF que na situação anterior, gerou-se a fig. 4.8. Para a fibra considerada, esse comprimento de onda localiza-se na zona de dispersão anômala, entre dois zeros de dispersão, numa zona perto do pico. Nesta situação γ toma o valor de $118.1\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, para o comprimento de onda do respetivo laser. Através da análise da fig. 4.8.a) vemos que neste caso há uma clara predominância do efeito IRS, o qual provoca um desvio para comprimentos de onda superiores. Também se nota a fissão em três solitões, o que está de acordo com a ordem do impulso inicial, que é $n=3.31$. Observa-se que o espectro deste supercontínuo vai desde $\sim 1000\text{nm}$ até $\sim 1500\text{nm}$. Ao chegar à região vizinha do segundo zero de dispersão desta fibra (em $1.546\mu\text{m}$), verifica-se o cancelamento do SSFS, pois há conservação do momento linear e acoplamento com ondas lineares para comprimentos de onda mais longos. Assim, ocorre um efeito de recuo por parte dos solitões, os quais não chegam a atingir o zero de dispersão.

β_2	$-0.0867 \text{ ps}^2/\text{m}$
β_3	$1.1471 \times 10^{-4} \text{ ps}^3/\text{m}$
β_4	$9.1554 \times 10^{-8} \text{ ps}^4/\text{m}$
β_5	$-2.2398 \times 10^{-9} \text{ ps}^5/\text{m}$
β_6	$1.4182 \times 10^{-11} \text{ ps}^6/\text{m}$
β_7	$-4.2658 \times 10^{-14} \text{ ps}^7/\text{m}$

Tabela 4.3: Coeficientes da expansão de $\beta(\omega)$ em série de Taylor para a situação apresentada na fig. 4.8, onde se tem $\lambda=1.060\mu\text{m}$.

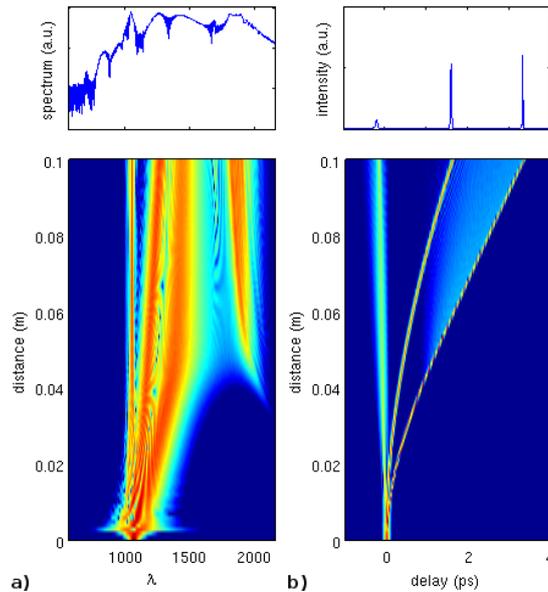


Fig. 4.8: Geração do efeito supercontínuo numa LS-MOF, com um laser de bombeamento com $\lambda=1060\text{nm}$; a fibra utilizada é a mesma que nas figuras anteriores desta subsecção.

ii) Bombeamento na região de dispersão normal

Considerando um laser de 1550nm e a potência anterior, também se efetuou a simulação da propagação de um feixe de luz com geração do efeito supercontínuo na mesma fibra ótica (fig. 4.9). Neste caso estamos perto de um dos zeros de dispersão da fibra (o que se localiza em $1.546\mu\text{m}$), de modo que o bombeamento é feito na região de dispersão normal. Nesta situação γ toma o valor de $56.1\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, para o comprimento de onda do respetivo laser. Observa-se que foram gerados vários comprimentos de onda novos, quer à esquerda, quer à direita, na janela das telecomunicações, o que provocou um alargamento espectral desde $\sim 1300\text{nm}$ a $\sim 1800\text{nm}$. Através da observação das bandas laterais nota-se que ocorre o efeito FWM [20, cap.10], pois há uma certa simetria. Na fig. 4.9.b), verifica-se que, por um lado, o valor absoluto máximo do tempo de atraso aumenta com o comprimento da fibra, tal como esperado; por outro lado, os impulsos óticos chegam adiantados e nota-se que já não ocorre a fissão do solitão, visto que se fez o bombeamento na região de dispersão normal. Na banda lateral de comprimentos de onda inferiores, na qual se está perante dispersão anómala, observam-se efeitos solitónicos, vendo-se que há um quebrar da simetria relativamente à outra banda.

β_2	$0.0130 \text{ ps}^2/\text{m}$
β_3	$-8.9881 \times 10^{-4} \text{ ps}^3/\text{m}$
β_4	$5.1217 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m}$
β_5	$-1.8428 \times 10^{-8} \text{ ps}^5/\text{m}$
β_6	$4.6898 \times 10^{-11} \text{ ps}^6/\text{m}$
β_7	$-7.3271 \times 10^{-14} \text{ ps}^7/\text{m}$

Tabela 4.4: Coeficientes da expansão de $\beta(\omega)$ em série de Taylor para a situação apresentada na fig. 4.9, onde se tem $\lambda=1.550\mu\text{m}$.

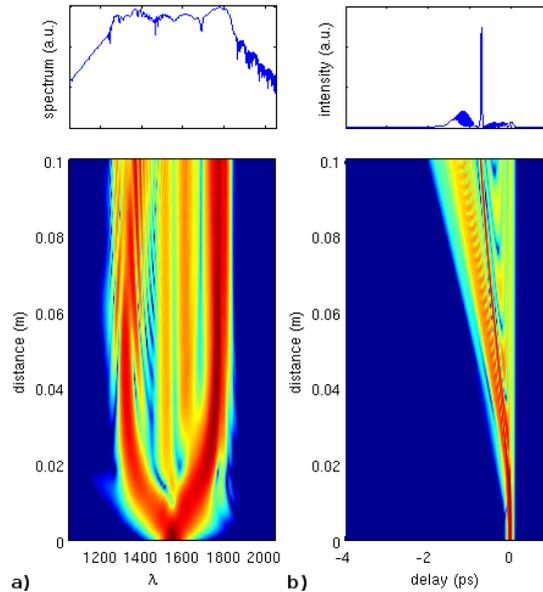


Fig. 4.9: Geração do efeito supercontínuo numa LS-MOF, com um laser de bombeamento com $\lambda=1550\text{nm}$; a fibra utilizada é a mesma que nas figuras anteriores.

Conclusões

Ao longo deste trabalho foram apresentados as propriedades de MOFs e os fundamentos para a propagação de impulsos óticos não lineares em fibras óticas microestruturadas, com geração do efeito supercontínuo. Com as fibras óticas microestruturadas tem-se uma estrutura que pode ser flexível, o que traz várias vantagens na manipulação da dispersão e da não-linearidade do meio. Para a resolução numérica da eq. (2.7) que nos dá os modos de propagação e respectivas propriedades da fibra utilizou-se o software comercial “COMSOL Multiphysics”; por outro lado, para a resolução numérica da eq. (4.6), com a qual se obtém a evolução espectral e temporal dos impulsos à medida que percorrem a fibra, utilizou-se um código BPM (*beam propagation method*).

Neste trabalho apresentou-se uma nova configuração de uma fibra ótica microestruturada que tem espirais em camadas (LS-MOF). Devido à sua estrutura e aos parâmetros que a caracterizam, esta nova configuração tem vantagens significativas relativamente às outras MOFs no que diz respeito às suas propriedades dispersivas e não-lineares. A LS-MOF pode ser de difícil fabrico, no entanto é uma configuração que interessa estudar teoricamente e, se possível, realizar na prática. Com um ajuste cuidadoso dos seus parâmetros consegue-se controlar várias das suas propriedades. Com vista à geração do efeito supercontínuo, fez-se um ajuste das propriedades dispersivas e não-lineares da LS-MOF, tendo sido obtidos bons resultados: é de salientar o caso em que se obtém ZDW em $1.55\mu\text{m}$ com uma não-linearidade de $70.0\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ para uma LS-MOF de sílica com percentagem de ar de 90%. Este resultado é particularmente importante pois mostra a flexibilidade com que se consegue controlar a posição dos zeros de dispersão numa LS-MOF, obtendo simultaneamente elevada não-linearidade.

O efeito supercontínuo ocorre quando um impulso estreito sofre um grande alargamento espectral devido à cooperação entre fenómenos dispersivos e não-lineares. Há vários regimes nos quais se pode observar o efeito supercontínuo: com impulsos ultra-curtos, impulsos longos, e até mesmo com ondas contínuas. A geração do supercontínuo, a qual depende da luz de bombeamento e das características do meio, já foi observada em fibras convencionais, fibras *tapered*, e fibras óticas microestruturadas.

Neste trabalho foi feito um estudo da geração do supercontínuo no regime de bombeamento com impulsos ultra-curtos (fentossegundos). Observou-se que com os parâmetros adequados é possível ocorrer a geração do efeito supercontínuo, no qual um impulso ultra-curto sofre um grande alargamento espectral. Foi feita a decomposição do efeito supercontínuo, efetuando-se uma análise do impacto dos efeitos SRS e da dispersão de ordem superior na propagação dos impulsos. Mostrou-se também que se consegue gerar o efeito supercontínuo

em LS-MOFs com resultados de boa qualidade: conseguiram-se obter espectros largos centrados em $0.780\mu\text{m}$, $1.060\mu\text{m}$, com bombeamento na região anômala, nos quais os efeitos solitônicos se fazem sentir desde o início; por outro lado, fez-se a simulação para a evolução do supercontínuo considerando um laser centrado em $1.550\mu\text{m}$, com bombeamento na região normal, observando-se que neste caso o efeito predominante é a mistura de quatro ondas.

A

Apêndice - derivações

A.1 Modos guiados

Para haver TIR é necessário que:

$\theta_i > \theta_c$, com $\theta_i, \theta_c \in [0, \pi/2]$, ou seja:

$$\sin(\theta_i) > \sin(\theta_c) \quad (\text{A.1})$$

$$k_{||}/k > \frac{n_r}{n_i} \sin(\pi/2) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\beta}{k} > \frac{n_{cl}}{n_{co}}, \quad (\text{A.3})$$

onde se considera $n_{cl} = n_r$, e $n_{co} = n_i$, onde n_{co} é o índice de refração do núcleo da fibra ótica e n_{cl} é o índice de refração da bainha. Sabendo-se que $k = n_{co}k_0$, vem que:

$$\frac{\beta}{k_0} > n_{cl}; \quad (\text{A.4})$$

por outro lado, é necessário que:

$\theta_i < \pi/2$, pelo que se tem que:

$$\sin(\theta_i) < \sin(\pi/2) \quad (\text{A.5})$$

$$k_{||}/k < 1, \quad (\text{A.6})$$

o que leva a que:

$$\frac{\beta}{k_0} < n_{co}, \quad (\text{A.7})$$

obtendo-se assim a seguinte inequação:

$$n_{cl} < \frac{\beta}{k_0} < n_{co}. \quad (\text{A.8})$$

A.2 Equação de Helmholtz

Num meio livre de cargas e de correntes elétricas as equações de Maxwell tomam a forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0; \quad (\text{A.9})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0; \quad (\text{A.10})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0; \quad (\text{A.11})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0. \quad (\text{A.12})$$

Se considerarmos feixes de luz contínuos a uma frequência ω podemos efetuar uma separação de variáveis da parte espacial e da parte temporal quer do campo elétrico, quer do campo magnético:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}; \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.14})$$

Usando esta separação de variáveis, vem que:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\text{A.15})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\text{A.16})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) + i\omega\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\text{A.17})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] + i\omega\varepsilon_0(i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r})) = 0, \quad (\text{A.18})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left[\frac{1}{n(\mathbf{r})^2}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] - \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{A.19})$$

Por fim, das equações A.16 e A.19 vem que:

$$\begin{cases} \nabla \times \left[\frac{1}{n(\mathbf{r})^2}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] = k_0^2\mathbf{H}(\mathbf{r}); \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega\varepsilon(\mathbf{r})}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}); \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

A.3 Espiral equiangular no design da LS-MOF

Numa espiral equiangular tem-se que:

$$r = ae^{b\varphi}, \quad (\text{A.21})$$

onde a e b são duas constantes da espiral, e r e φ são as coordenadas polares.

Em particular queremos determinar a espiral equiangular (ES - *equiangular spiral*) que cumpre as condições fronteira da geometria pretendida. Assim, queremos que ângulo φ varie entre os valores: $\varphi_i = k2\pi$, que corresponde ao ponto inicial, r_i , da ES e $\varphi_f = (k+1)2\pi$, que corresponde ao ponto final, r_f , da ES, onde k é uma constante inteira para se determinar, que representa o número da volta da ES. Assim temos o seguinte sistema de equações, em coordenadas polares:

$$\begin{cases} r_i = ae^{k2\pi b}; \\ r_f = ae^{(k+1)2\pi b}. \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

de onde se pretende obter os parâmetros reais a e b , e o parâmetro inteiro k .

Para se resolver este sistema de equações calculam-se os parâmetros reais a e b em função de r_i , de r_f e do parâmetro inteiro k , obtendo-se:

$$\begin{cases} a = r_i \left(\frac{r_f}{r_i} \right)^{-k}; \\ b = \frac{\ln(r_f/r_i)}{2\pi}. \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

Verifica-se que o parâmetro k pode tomar qualquer valor inteiro, de modo que há uma compensação entre os outros parâmetros e os valores limites de φ , determinados por k . Nota-se que a solução para o parâmetro b , que se relaciona com ângulo característico da espiral, i.e. o ângulo entre a tangente e o raio em cada ponto da curva, é única, no entanto o parâmetro a da escala pode tomar valores relacionados com k (o n.º da volta), o qual se insere nos valores do intervalo para φ . Assim, para simplificação escolhe-se $k=0$, tendo-se:

$$\begin{cases} a = r_i; \\ b = \frac{\ln(r_f/r_i)}{2\pi}. \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Usando a eq.A.21, com estas funções para a e para b , e $k = 0$, obtêm-se a eq. (3.6).

A.4 Equação não-linear de Schrödinger

Para se obter a GNLSE parte-se da equação de onda não-linear (eq.4.3). A polarização não-linear do meio é dada por:

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(r, t) \quad (\text{A.25})$$

onde ε_{NL} é a contribuição não linear para a permitividade elétrica relativa, a qual depende do material e do campo ótico. No caso da sílica não há efeitos não-lineares de 2ª ordem por ser uma molécula com simetria, pelo que apenas se consideram efeitos não lineares de 3ª ordem, de modo que: $\varepsilon_{NL} \approx \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |E(\mathbf{r}, t)|^2$.

Usando a eq.A.25 na eq.4.3 vem que:

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E, \quad (\text{A.26})$$

onde se assume que a dependência da permitividade elétrica com o tempo é desprezável, e de seguida passa-se para a equação:

$$\nabla^2 E - \frac{n^2 + \varepsilon_{NL}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = 0, \quad (\text{A.27})$$

Assume-se um impulso cujo campo ótico é da forma:

$$E(\mathbf{r}, t) = f(x, y) a(z, t) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)}, \quad (\text{A.28})$$

onde $f(x, y)$ representa a distribuição transversal do campo, $a(z, t)$ representa a amplitude com variação lenta em z , ω_0 é a frequência central e β_0 é a constante de propagação.

Assim, o primeiro termo da eq.A.27 fica:

$$\nabla^2 E = e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} \left[a \nabla_t^2 f(x, y) + f(x, y) \left(\frac{\partial^2 a(z)}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial a(z)}{\partial z} - \beta_0^2 a(z) \right) \right], \quad (\text{A.29})$$

onde ∇_t^2 é o operador laplaciano transversal.

Na aproximação da variação lenta da envolvente pode desprezar-se o termo $\frac{\partial^2 a(z)}{\partial z^2}$, obtendo-se:

$$e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} \left[a \nabla_t^2 f(x, y) + f(x, y) \left(2i\beta_0 \frac{\partial a(z)}{\partial z} - \beta_0^2 a(z) \right) \right] - \frac{n^2 + \varepsilon_{NL}}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0; \quad (\text{A.30})$$

esta equação pode ser reescrita no domínio de Fourier:

$$\tilde{a} \nabla_t^2 f(x, y) + f(x, y) \left(2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{a}(z)}{\partial z} - \beta_0^2 \tilde{a}(z) \right) + \frac{n^2 + \varepsilon_{NL}}{c^2} \omega^2 f(x, y) \tilde{a} = 0, \quad (\text{A.31})$$

onde \tilde{a} é a transformada de Fourier de a . Dividindo tudo por $\tilde{a} f(x, y)$, vem que:

$$\left[\frac{1}{f(x, y)} \nabla_t^2 f(x, y) + k^2 \varepsilon_r(\omega) \right] + \left[\frac{1}{\tilde{a}} \left(2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{a}(z)}{\partial z} - \beta_0^2 \tilde{a}(z) \right) \right] = 0, \quad (\text{A.32})$$

onde $\varepsilon_r(\omega) = n^2 + \varepsilon_{NL}$.

O primeiro termo na eq.A.32 só depende de x e y , e o segundo termo só depende de z , pelo que cada termo terá que ser igual a uma constante, e então podemos escrever:

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{a}(z)}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{a}(z) = 0. \quad (\text{A.33})$$

Podemos considerar a parte não linear como uma pequena perturbação:

$$\varepsilon_r(\omega) = (n + \Delta n)^2 \quad (\text{A.34})$$

fazendo-se, de seguida, a correspondente correcção para $\beta(\omega)$:

$$\Delta\beta = k_0 \frac{\int \int \Delta n |f(x, y)|^2 dx dy}{\int \int |f(x, y)|^2 dx dy} \quad (\text{A.35})$$

Assim, obtém-se que:

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{a}}{\partial z} + ((\beta(\omega) + \Delta\beta)^2 - \beta_0^2) \tilde{a} = 0. \quad (\text{A.36})$$

o que, fazendo uma aproximação, se pode reescrever como:

$$i \frac{\partial \tilde{a}}{\partial z} + (\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0) \tilde{a} = 0. \quad (\text{A.37})$$

Fazendo uma expansão em série de Taylor para $\beta(\omega)$:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n!} \beta_n (\omega - \omega_0)^n \quad (\text{A.38})$$

vem que:

$$i \frac{\partial \tilde{a}}{\partial z} + \left(\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n!} \beta_n (\omega - \omega_0)^n \right) \tilde{a} + \Delta\beta \tilde{a} = 0. \quad (\text{A.39})$$

Voltando ao espaço real, e usando a correspondência $\Delta\omega \leftrightarrow i \frac{\partial}{\partial t}$, tem-se que:

$$i \frac{\partial a}{\partial z} + \left(\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n!} \beta_n i^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) a + \Delta\beta a = 0. \quad (\text{A.40})$$

Fazendo uma mudança de variável:

$$U(z, t) = \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon_0 c n} \left(\int \int |f(x, y)|^2 dx dy \right)^{1/2} a(z, t), \quad (\text{A.41})$$

de modo que $U(z, t)$ seja tal que $|U|^2$ represente a potência ótica, e usando um referencial de tempo que viaje à velocidade de grupo, com $\tau = t - z/v_g$, obtém-se a equação não-linear de Schrödinger (eq.4.5):

$$\frac{\partial U(z)}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} U(z) = i\gamma |U|^2 U. \quad (\text{A.42})$$

A.5 Método pseudo-espectral

Para se resolver a eq. (4.6) numericamente, utiliza-se um método pseudo-espectral, para o qual temos que reescrever essa equação de uma nova forma - no domínio de Fourier:

$$\frac{\partial \tilde{U}(z)}{\partial z} - i(\beta - \beta_0 - \beta_1(\omega - \omega_0)) \tilde{U}(z) = i\gamma \mathcal{F} \left\{ U(z, t) \int_{-\infty}^t R(t') |U(z, t - t')|^2 dt' \right\}, \quad (\text{A.43})$$

onde $\mathcal{F}\{f\}$ representa a transformada de Fourier da função f .

De seguida, multiplicando tudo por $e^{-i(\beta - \beta_0 - \beta_1(\omega - \omega_0))z}$, pode reconhecer-se a derivada do produto e reescrever a eq. (A.43) na forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{U}(z) e^{-\hat{L}z} \right) = i\gamma \mathcal{F} \left\{ U(z, t) \int_{-\infty}^t R(t') |U(z, t - t')|^2 dt' \right\} e^{-\hat{L}z}, \quad (\text{A.44})$$

onde se insere o operador $\hat{L} = i(\beta - \beta_0 - \beta_1(\omega - \omega_0))$.

Com vista a resolver a eq. (A.44) define-se $v = i\gamma \left(U(z, t) \int_{-\infty}^t R(t') |U(z, t - t')|^2 dt' \right)$, e de seguida seguem-se os seguintes passos:

- fazer a transformada de Fourier de U e de v em $z_0 = 0$;
- resolver a equação ordinária diferencial, eq. (A.44), por um método de valor inicial, obtendo $\tilde{U} = \mathcal{F}\{U\}$ e $\mathcal{F}\{v\}$, em $z = z_j$.
- voltar ao espaço inicial, fazendo transformadas de Fourier inversas, de modo a obter-se U e v em $z = z_j$.

Bibliografia

- [1] J. Tyndall. On some phenomena connected with the motion of liquids. *Proc. R. Inst.*, vol. 1: pp. 446–448, 1854.
- [2] J. Crisp and B. Elliott. *Introduction to fiber optics*. Newnes; 3rd edition, 2005.
- [3] J. Hecht. *City of light: the story of fiber optics*. Oxford University Press, 1999.
- [4] P.St.J. Russell. Photonic-crystal fibers. *JLT*, vol. 24(12): pp. 4729–4749, 2006.
- [5] J.C. Knight. Photonic crystal fibres. *Nature*, vol. 424: pp. 847–851, 2003.
- [6] J. Broeng, D. Mogilevstev, S.E. Barkou, and A. Bjarklev. Photonic crystal fibers: a new class of optical waveguides. *Optical Fiber Technology*, vol. 5(3): pp. 305–330, 1999.
- [7] F. Zolla, G. Renversez, Nicolet, Kuhlmeiy, Guenneau, and D. Felbacq. *Foundations of photonic crystal fibres*. Imperial College Press, 2005.
- [8] A. Bjarklev, J. Broeng, and A.S. Bjarklev. *Photonic crystal fibres*. Springer; 1st edition, 2003.
- [9] T.M. Monro and D.J. Richardson. Holey optical fibres: fundamental properties and device applications. *Dossier of Optical Telecommunications*, vol. 4(1): pp. 175–186, 2003.
- [10] E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58(20): pp. 2059–2062, 1987.
- [11] S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58(23): pp. 2486–2489, 1987.
- [12] T.A Birks, P.J. Roberts, P.St.J. Russell, D.M. Atkin, and T.J. Shepherd. Full 2-d photonic bandgaps in silica/air structures. *Electronics Letters*, vol. 31: pp. 1941–1943, 1995.
- [13] M. Saruwatari. All-optical signal processing for terabit/second optical transmission. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 6(6): pp. 1363–1374, 2000.
- [14] J.M. Dudley and J.R. Taylor. *Supercontinuum generation in optical fibers*. Cambridge University Press; 1st edition, 2010.
- [15] J.M. Dudley, G. Genty, and S. Coen. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Reviews of Modern Physics*, vol. 78(4): pp. 1135–1184, 2006.

- [16] J.K. Ranka, R.S. Windeler, and A.J. Stentz. Visible continuum generation in air–silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm. *Optics Letters*, vol. 25(1): pp. 25–27, 2000.
- [17] M.F.S. Ferreira. *Nonlinear effects in optical fibers*. Wiley-OSA; 1st edition, 2011.
- [18] J.A. Buck. *Fundamentals of optical fibers*. Wiley-Interscience; 2nd edition, 2004.
- [19] K. Okamoto. *Fundamentals of optical waveguides*. Academic Press; 2nd edition, 2005.
- [20] G.P. Agrawal. *Nonlinear fiber optics*. Academic Press; 3rd edition, 2001.
- [21] V. Finazzi, T.M. Monro, and D.J. Richardson. Small-core silica holey fibers: nonlinearity and confinement loss trade-offs. *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 20(7): pp. 1427–1436, 2003.
- [22] H. Kubota, S. Kawanishi, S. Koyanagi, M. Tanaka, and S. Yamaguchi. Absolutely single polarization photonic crystal fiber. *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 16(1): pp. 182–184, 2004.
- [23] H.A. Haus. Optical fiber solitons, their properties and uses. *Proceedings of the IEEE*, vol. 81(7): pp. 970–983, 1993.
- [24] J.C. Knight, T.A. Birks, P.St.J. Russell, and J.P. de Sandro. Properties of photonic crystal fiber and the effective index model. *JOSA A*, vol. 15(3): pp. 748–752, 1998.
- [25] J.C. Knight, J. Broeng, T.A. Birks, and P.St.J. Russell. Photonic band gap guidance in optical fibers. *Science*, vol. 282(5393): pp. 1476–1478, 1998.
- [26] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade. *Photonic crystals: molding the flow of light*. Princeton University Press, 2nd edition, 2008.
- [27] H. Ebendorff-Heidepriem, P. Petropoulos, S. Asimakis, V. Finazzi, R.C. Moore, K. Frampton, F. Koizumi, D.J. Richardson, and T.M. Monro. Bismuth glass holey fibers with high nonlinearity. *Optics Express*, vol. 12(21): pp. 5082–5087, 2004.
- [28] K. Saitoh and M. Koshiba. Numerical modeling of photonic crystal fibers. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23(11): pp. 3580–3590, 2005.
- [29] P.J. Roberts, F. Couny, H. Sabert, B.J. Mangan, D.P. Williams, L. Farr, M.W. Mason, A. Tomlinson, T.A. Birks, J.C. Knight, and P.St.J. Russell. Ultimate low loss of hollow-core photonic crystal fibres. *Optics Express*, vol. 13(1): pp. 236–244, 2005.
- [30] H.P. Uranus, H.J.W.M. Hoekstra, and E. Groesen van. Modes of an endlessly single-mode photonic crystal fiber: a finite element investigation. In *Proc. of the 9th Annual Symp. IEEE/LEOS Benelux - 2004*, pages 311–314, 2004.
- [31] M. Bass (editor-in-chief) et al. *Handbook of optics*. McGraw-Hill; 3rd edition, 2009.
- [32] S.M.G. Rodrigues, M.M.V. Facão, and M.F.S. Ferreira. Highly nonlinear layered spiral microstructured optical fiber. – submitted.
- [33] T.M. Monro, P.J. Bennett, N.G.R. Broderick, and D.J. Richardson. Holey fibers with random cladding distributions. *Optics Letters*, vol. 25(4): pp. 206–208, 2000.

- [34] L. Dong, B.K. Thomas, and L. Fu. Highly nonlinear silica suspended core fibers. *Optics Express*, vol. 16(21): pp. 16423–16430, 2008.
- [35] J.Y.Y. Leong, P. Petropoulos, J.H.V. Price, H. Ebendorff-Heidepriem, S. Asimakis, R.C. Moore, K.E. Frampton, V. Finazzi, X. Feng, T.M. Monro, and D.J. Richardson. High-nonlinearity dispersion-shifted lead-silicate holey fibers for efficient 1- μm pumped supercontinuum generation. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24(1): pp. 183–190, 2006.
- [36] T.M. Monro, Y.D. West, D.W. Hewak, N.G.R. Broderick, and D.J. Richardson. Chalcogenide holey fibres. *Electronics Letters*, vol. 36(24): pp. 1998–2000, 2000.
- [37] V.V.R. Kanth Kumar, A.K. George, J.C. Knight, and P.St.J. Russell. Tellurite photonic crystal fiber. *Optics Express*, vol. 11(20): pp. 2641–2645, 2003.
- [38] P. Petropoulos, H. Ebendorff-Heidepriem, V. Finazzi, R.C. Moore, K. Frampton, D.J. Richardson, and T.M. Monro. Highly nonlinear and anomalously dispersive lead silicate glass holey fibers. *Optics Express*, vol. 11(26): pp. 3568–3573, 2003.
- [39] J.H.V. Price, T.M. Monro, H. Ebendorff-Heidepriem, F. Poletti, P. Horak, V. Finazzi, J.Y.Y. Leong, P. Petropoulos, J.C. Flanagan, G. Brambilla, X. Feng, and D.J. Richardson. Mid-ir supercontinuum generation from nonsilica microstructured optical fibers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 13(3): pp. 738–749, 2007.
- [40] X. Feng, F. Poletti, A. Camerlingo, F. Parmigiani, P. Petropoulos, P. Horak, G.M. Ponzio, M. Petrovich, J. Shi, W.H. Loh, and D.J. Richardson. Dispersion controlled highly nonlinear fibers for all-optical processing at telecoms wavelengths. *Optical Fiber Technology*, vol. 16(6): pp. 378–391, 2010.
- [41] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Discovery of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, vol. 11(10): pp. 659–661, 1986.
- [42] J. P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, vol. 11(10): pp. 662–664, 1986.
- [43] Ilaria Cristiani, Riccardo Tediosi, Luca Tartara, and Vittorio Degiorgio. Dispersive wave generation by solitons in microstructured optical fibers. *Opt. Express*, vol. 12(1): pp. 124–135, 2004.