A Matemática na Formação do Professor

2004

# A Matemática na Formação do Professor


Organização de

António Borralho
Cecília Monteiro
Rui Espadeiro



Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação
Secção de Educação e Matemática

# 8

# Significados de Referência Histórica e Cultural dos Decimais

Isabel Vizinho
*Escola EB1 da Cale da Vila, Gafanha da Nazaré*
isavizinho@netpaginas.pt

Isabel Cabrita
*Universidade de Aveiro*
icabrita@dte.ua.pt

## Introdução

No sentido de enquadrar o surgimento dos decimais, muito recente na longa história dos números e de abordarmos a sua psicogénese, far-se-á uma breve alusão ao percurso que o homem desenvolveu neste domínio, francamente marcado pelas suas necessidades sócio-culturais, até à introdução dos mesmos, na Europa, em 1582, pelo belga Simon Stévin (Ifrah 1987; Estrada et al., 2000).

Não cabendo nos limites deste trabalho desenvolver a história do pensamento numérico e da utilização do número[1] parece, no entanto, importante perceber alguns passos da sua evolução, para melhor compreendermos as questões que lhe subjazem e lhe conferem uma importância determinante na evolução da matemática e doutras ciências, projectando-se na necessidade do seu ensino e aprendizagem, tornando-se simultaneamente causa e consequência das vivências sociais e culturais dos povos, já que, como diz Rico, "o conhecimento matemático, como todas as formas de conhecimento, representa as experiências materiais de pessoas que interactuam em contextos particulares, culturas e períodos históricos" (1996: 147)

## Os Números não Foram Sempre o que são Hoje nem são Iguais em Todas as Culturas

No que respeita aos números e reportando-nos novamente a Luís Rico, "estão entre as ferramentas culturais básicas da mulher e do homem, dão canal e expressão às suas capacidades de classificar, contar e ordenar.(...) a sua presença detecta-se nos primeiros rastos de actuação reflexiva localizados em aglomerados humanos pré-históricos" (1996: 145).

Entretanto, os números não foram sempre o que são hoje nem são iguais em todas as culturas. Diversas civilizações da Antiguidade, além da egípcia, desenvolveram seus próprios sistemas de numeração. Alguns deles deixaram vestígios, apesar de terem sido abandonados (cf. Estrada et al., 2000).

Segundo Rico (1996) e Estrada (2000a), na antiga Mesopotâmia - *"entre rios"*, Tigre e Eufrates –, actual Iraque, os especialistas (arqueólogos e antropólogos) estabeleceram que desde o nono milénio até ao quarto a.C. uma grande variedade de fichas de argila (o barro era muito abundante na região) serviram para designar números, medidas e categorias de objectos; os restos conhecidos de notação numérica são anteriores, em vários milénios, às primeiras formas conhecidas de escrita.

Característica comum aos textos matemáticos da antiguidade que remontam aos períodos babilónicos é o uso de um sistema de numeração em que aparece, pela primeira vez, a noção de base. Esta noção estabelece um princípio de agrupamento de quantidades. Assim, cada n unidades de uma ordem constituem uma unidade de ordem superior, por exemplo: na base 10, o número 24 refere uma quantidade de 2 x 10 + 4. Mas o mesmo número na base 5 refere uma quantidade de 2 x 5 + 4, ou seja 14.

Por vezes, recorrem a uma base ou combinam bases distintas — "Em geral, os sistemas de numeração usados dependiam do contexto e diferentes bases eram utilizadas nas necessidades do dia a dia" (Estrda, 2000a: 70).

Embora também aparecessem as bases 20 e 5, a base dez e a base sexagesimal eram as mais usadas. Temos ainda hoje reflexo desta base, por exemplo, na contagem do tempo, agrupamos de 60 em 60 — sessenta segundos compõem um minuto e sessenta minutos compõem uma hora. Isto é consequência da numeração desenvolvida na Mesopotâmia, há mais de 4000 anos. Lá era usada a base sessenta, por influência do sistema balilónico.

## Revoluções Sócio-Culturais Importantes na Evolução dos Números na Antiguidade

Refere Rico (1996) que "os sistemas numéricos das três grandes civilizações fluviais - Mesopotâmia, Egípcia e Indostânica - que exemplificam a revolução urbana que teve lugar por volta do ano 4000 a.C. são estruturalmente equivalentes como o são em muitos outros âmbitos da cultura" (ibid).



Tal patenteia a ideia da construção cultural e social dos números e do seu uso, assim como o é o conhecimento científico — "O conhecimento científico é constitutivamente social dado que a ciência está socialmente orientada e os objectivos da ciência estão socialmente sustentados (Restivo (1992), citado por Rico id: 147).

Por volta de 1000 a.C., surge uma nova revolução importante que se traduz pelo aparecimento da escrita alfabética nos povos semitas do Próximo Oriente, transmitida aos gregos, por volta de 800 a. C., dando origem aos sistemas numéricos alfabéticos, cujos exemplos são as numerações alfabéticas romana e a etrusca, a grega, a hebraica, a fenícia e a árabe, que vieram, como sabemos, a ter muita influência no nosso sistema de numeração actual.

O autor destaca três contributos gregos para o desenvolvimento do conceito de número natural:

- a escola pitagórica, que via o número não como uma simples etiqueta para uma colecção, o símbolo de uma quantidade ou uma construção intelectual, mas algo que tinha consistência em si mesmo, uma espécie de átomo, tendo como ideia base considerar cada número como um agregado de pontos sobre figuras geométricas, dando origem aos números figurados;
- a conceptualização do processo de contar como processo indefinido (que nunca mais acaba) da qual Aristóteles é obreiro e;
- a escola de Euclides que estabelece um conceito de número exclusivamente centrado na noção de número natural, tratando os racionais como proporções entre números ou entre longitudes[2].(cf. Rico, 1996).

Para um maior desenvolvimento deste assunto ver também Sá (2000).

## Génese e Importância dos Decimais

Um sinal específico para o zero parece ter surgido no norte da Índia pelo século V d.C., dando origem à numeração posicional. O zero denominou-se "sunya" que significa "vazio" em hindú, dando origem ao termo árabe "sifr" de onde surge o termo "zephirum" em latim, ou seja, o nosso actual zero (Rico, 1996:159). Segundo Silva (2000) "No que respeita ao zero (...) Brahmagupta define-o como resultado da diferença de duas quantidades iguais e usa-o, de forma correcta na soma, na subtracção e na multiplicação. Relativamente à divisão, diz que: 'um número positivo ou negativo dividido por zero é uma fracção com zero no denominador', mas considera 0/0=0. Isto mostra que Brahmagupta, apesar de ter definido zero de forma correcta, não foi sensível ao seu valor matemático" (383). É curioso notar ainda que os números negativos também foram introduzidos pelos indianos e devido à necessidade de representar débitos, enquanto os positivos representaram haveres (id: 382).

Entre os árabes, e por divulgação dos hindús das suas tábuas astronómicas, o princípio posicional e o uso do zero passa a ser utilizado, tendo sido consolidado e divulgado o seu uso, dada a grande "expansão da cultura islâmica, o grande desenvolvimento económico que a acompanhou junto com os interesses científicos e administrativos" (Rico, 1996: 159).

O sistema decimal de numeração árabe, cuja única diferença importante em relação ao nosso actual se traduz na forma dos seus algarismos, considera-se ter sido construído na Europa, ao longo da baixa Idade Média, em competição com o sistema de numeração romana que era utilizado pelas classes de mais alto nível cultural e económico.

Entretanto, e conforme refere Ifrah (1987)

> *"a descoberta do princípio de posição não veio apenas satisfazer os apaixonados pelas curiosidades matemáticas. Ela permitiu também, e sobretudo, que os matemáticos dos tempos modernos precisassem e unificassem determinados conceitos aparentemente distintos e edificassem teorias gerais até então inimagináveis. Por exemplo: as fracções foram conhecidas na antiguidade, mas, na falta de numerações bem constituídas, suas notações foram durante muito tempo mal fixadas, não homogéneas e inadaptadas às aplicações práticas. (...) A notação moderna das fracções ordinárias se deve aos hindus, que, devido a sua numeração decimal de posição, chegaram a simbolizar mais ou menos como nós urna fracção como 34/1.265: 34 (numerador) e 1.265 (denominador)"* (326)

Citando o mesmo autor (idib) "As fracções não foram consideradas desde a sua origem como números; nem se concebia a noção de fracção geral $m/n$, como $m$ vezes o inverso de $n$. Os egípcios, por exemplo, só conheciam as fracções denominadas unitárias" (as de denominador igual a 1) e só exprimiam as fracções ordinárias através das somas de fracções desse tipo (por exemplo: $7/12 = 1/3 + 1/4$) .

Com o desenvolvimento do cálculo e da aritmética, ficou claro que as fracções se submetiam às mesmas regras que os inteiros e que eram, portanto, assimiláveis aos números (sendo um inteiro uma fracção de denominador igual a 1). Graças a esta extensão, os números, que outrora serviam apenas para recenseamento, tornaram-se marcas adaptadas a inúmeros usos. De agora em diante, não só se podia comparar duas grandezas "por estimação", mas era possível dividi-las em parcelas ou pelo menos supô-las divididas em partes iguais de uma grandeza da mesma espécie escolhida como padrão. Mas, apesar desse progresso, por causa de suas notações imperfeitas os antigos não foram capazes nem de unificar a noção de fracção, nem de construir um sistema coerente para suas unidades de medida.



A partir da interpretação da 'placa de Larsa', pode concluir-se que os babilónios usavam um sistema de numeração posicional de base sessenta. Segundo Estrada (2000b) "Este sistema estaria já em uso no fim do 3º milénio a.C. e supõe-se que estava em íntima relação com notações metrológicas. (...) O sistema sexagesimal terá, naturalmente, aparecido para facilitar os cálculos com certas unidades de medidas de capacidade, de peso e de área" (71).

Os babilónios foram os primeiros a atribuir às fracções uma notação racional, convertendo-as em fracções sexagesimais (fracções cujo denominador é igual a uma potência de 60) e exprimindo-as mais ou menos como se exprimem as fracções de horas em minutos e segundos: 33 min 45s (33/60h + 45/3.600h). Mas os babilónios não chegaram ao uso da "vírgula" para diferenciar os inteiros das fracções sexagesimais da unidade. A expressão (33 ; 45) tanto podia significar 33 h 45 min quanto O h 33 mm 45s. Era urna notação "flutuante" que só o contexto podia precisar.

Depois deles, os gregos tentaram atribuir uma notação geral às fracções ordinárias, mas a sua numeração alfabética prestava-se dificilmente a esta simbolização, o que os levou a desistir de qualquer tentativa para adoptar a notação sexagesimal de origem babilónica nos seus cálculos".(Ifrah,1987: 326, 327).

As notações antigas foram depois adoptadas e aperfeiçoadas pelo árabes, que inventaram a famosa barra horizontal. Inicialmente, só a parte inteira do número era representada no sistema de base 10; as fracções utilizadas eram fracções sexagesimais, com excepção do chamado sistema dos astrónomos que usava o sistema sexagesimal para inteiros e fracções (cf Estrada. 2000b).

Em seguida, graças à descoberta das fracções denominadas "decimais" (aquelas cujo denominador é uma potência de 10)[3], foi pouco a pouco transparecendo o interesse em prolongar a numeração decimal de posição no outro sentido, isto é, em termos modernos, na representação dos números "depois da vírgula" (cf. Ifrah, 1987). O sistema de representação pelas fracções decimais surgiu da necessidade de garantir uma divisão equitativa dos bens, numa sociedade em que a retribuição do trabalho era feita dessa forma (cf. Estrada: 2000b).

Passou, então, a ser possível representar numericamente todas as fracções, inclusivamente os números inteiros, como fracções particulares, ou seja, aquelas que não apresentavam nenhum algarismo depois da vírgula (pensando na actual representação).

## Passos Decisivos para a Notação Actual dos Decimais

Segundo a mesma fonte, (Ifrah, 1987) "na Europa, foi o belga Simon Stévin que, em 1582, deu o passo decisivo rumo a nossa notação actual, ao anotar do seguinte modo os nossos 679,567: 679(0) 5(1) 6(2) 7(3) (simbolizando deste modo: 679 unidades inteiras, 5 'unidades decimais da primeira ordem' ou décimos, 6 'unidades decimais da segunda ordem' ou centésimos e 7 'unidades decimais da terceira ordem' ou milésimos) " (328), ou seja, na linguagem actual, uma decomposição do numeral em parte inteira e nas ordens da parte decimal, ou partes da unidade.

Desde então, tal como refere Rico "(...) o sistema de numeração converte-se num instrumento essencial, não só para contar e ordenar, mas também para medir e exprimir dados científicos (...) está preparado para suster o conceito de número real; o estudo de valores aproximados e a teoria dos erros tem aqui a sua origem)" (id. 159).

Dez anos depois, o suíço Jost Búrgi simplificou a notação ao eliminar a menção inútil da ordem das fracções decimais consecutivas, colocando no alto das unidades simples o signo$^0$: 679$^0$ 567.

No mesmo ano, o italiano Magini substituiu este símbolo por um ponto colocado entre o algarismo das unidades e o das décimas. Foi assim que nasceu a notação usada até hoje nos países anglo-saxões: 679.567. Quanto à nossa *vírgula*, segundo o mesmo autor, foi o neerlandês Wilbord Snellius que a inventou, no início do século XVII, passando o mesmo número a ser assim representado: 679,567 (cf.ibid).

Esta representação está presente nas práticas quotidianas da grande maioria dos cidadãos de vários países, quer no sistema de preços e uso da moeda, quer na utilização das diferentes medidas (cf. Rico: 1996)

## Considerações Finais

Conforme refere o mesmo autor "as consequências desta racionalização da notação e da representação das fracções foram incalculáveis em todos os domínios, a começar pela invenção do sistema métrico (...)". O autor refere-se ao sistema metrológico fundado sobre a base dez, totalmente coerente e perfeitamente adaptado ao cálculo numérico, inventado pelos franceses e que "a Revolução Francesa ofertou, em 1792, a todos os tempos e a todos os povos para seu maior proveito"(id: 328), em substituição aos velhos sistemas de unidades arbitrárias, incoerentes e variáveis.

Assim, porque consideramos que saber Matemática e saber ensinar Matemática são, do ponto de vista educativo, indissociáveis, julgamos de capital importância a inclusão do estudo deste tema no plano de formação inicial de professores, por dois níveis de razões, relacionadas com o seu conhecimento profissional:

- Ao nível do conhecimento do objecto. Para se conhecer o objecto matemático (*como se pode avaliar o que se desconhece?*), é necessário ter em conta os seguintes aspectos: conhecimento das etapas da sua génese e psicogénese; articulação da sua psicogénese com os conhecimentos já existentes; reconhecimento da sua importância científica; reconhecimento da sua importância social e cultural
- Ao nível do conhecimento do objecto a ensinar. Considera-se que se reconhece a importância didáctica e pedagógica de determinado objecto de estudo, quando existem as seguintes condições: reconhecimento da diferença entre o "saber sábio" e o "saber a ensinar"; planificação da transposição didáctica do tema; análise dos passos da construção do seu significado pelos alunos; comparação das fases da construção "filogénica" do conceito com possíveis fases de construção do mesmo pelos alunos; promoção de uma epistemologia da avaliação - perceber os significados pessoais dos alunos e valorizá-los, como ponto de partida, para a construção da sua coincidência com os significados institucionais pretendidos.



## Notas

[1] Para uma melhor abordagem deste assunto, ver Rico (1996: 145-181) e Viznho (2002).

[2] O conceito de número de Euclides, junto com a sistematização da teoria dos números conhecida até ao momento, encontram-se nos Livros VII, VIII, e IX dos Elementos, em cuja base conceptual trabalharam os matemáticos durante dois mil anos (op. Cit.: 158)

[3] Ou seja, por exemplo $\frac{2}{10}$ ; $\frac{20}{10^2} = \frac{20}{100}$ ; $\frac{200}{10^3} = \frac{200}{1000}$

## Referências Bibliográficas


Estrada, M. Fernanda et al. (2000). *História da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Estrada, M. Fernanda (2000a). A Matemática no Antigo Egipto. Em M. Fernanda Estrada et al. (Eds.), *História da matemática* (pp. 19-60). Lisboa: Universidade Aberta.

Estrada, M. Fernanda (2000b). A Matemática na Mesopotâmia. Em M. Fernanda Estrada et al. (Eds.), *História da matemática* (pp. 61-105). Lisboa: Universidade Aberta.

Ifrah, Georges, (1987). *Os números: A história de uma grande invenção*. Brasil: Edição Globo.

Rico, Luís, (1996). Pensamento numérico. Em H Guimarães (Org.), *Dez anos de ProfMat – Intervenções* (pp. 145-181). Lisboa: APM..

Sá, Carlos (2000). A Matemática na Grécia Antiga. Em M. Fernanda Estrada et al. (Eds.), *História da matemática* (pp. 219-367). Lisboa: Universidade Aberta.

Silva, Mª Céu. (2000). A Matemática na Índia Medieval. Em M. Fernanda Estrada et al. (Eds.), História da matemática (pp. 369-401). Lisboa: Universidade Aberta.

Vizinho, Isabel (2002). *A Abordagem dos Numerais Decimais no 1º Ciclo do Ensino Básico e a construção duma (nova) cultura matemática* (Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro). Aveiro: Universidade de Aveiro.