Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
Ano 2016

Irina Raquel Afonso de Oliveira

PENSAMENTO CRÍTICO E LITERACIA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NUMA TURMA NO 8.º ANO DE ESCOLARIDADE

Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
Ano 2016

Irina Raquel Afonso de Oliveira

PENSAMENTO CRÍTICO E LITERACIA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NUMA TURMA NO 8.º ANO DE ESCOLARIDADE

Relatório de estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do ensino básico e no ensino secundário, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Isabel Alexandra Vieira Brás, Professora Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Aos meus pais...

o júri

presidente

Prof.ª Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
Professora auxiliar da Universidade de Aveiro

Prof.ª Doutora Maria Helena Silva Sousa Martinho
Professora auxiliar do Instituto de Educação da Universidade do Minho

Prof.ª Doutora Isabel Alexandra Vieira Brás
Professora auxiliar da Universidade de Aveiro

agradecimentos

À Professora Doutora Isabel Brás por ter aceite o desafio de orientar este trabalho e por nunca ter desistido de procurar e sugerir alternativas que viabilizassem as ideias iniciais.

À Professora Maria João Naia pela sabedoria partilhada, quer a nível profissional, quer a nível pessoal e pela sua disponibilidade inesgotável.

Ao Professor Doutor Rui Vieira pelo incentivo ao desenvolvimento do tema, pelos conselhos e, sobretudo, por todo os momentos disponibilizados, mesmo quando os seus compromissos faziam prever que não haveria tempo disponível.

À Professora Doutora Isabel Cabrita pelas sugestões que permitiram tornar este projeto mais realista e exequível.

Aos meus pais e ao João por compreenderem a minha indisponibilidade emocional e pelo tempo que muitas vezes ficou por dedicar.

Aos alunos e a todos aqueles que, de alguma forma, participaram e contribuíram para a realização deste estudo.

palavras-chave

Educação, matemática, pensamento crítico, literacia matemática, capacidades de pensamento, PISA, TIMSS.

resumo

O presente trabalho propõe-se explorar as interrelações e coexistências entre as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Numa era caracterizada pelas suas mutações súbitas e sistemáticas, emerge a necessidade de desenvolver currículos que preparem os alunos para um futuro incerto. Vários autores defendem que indivíduos dotados de pensamento crítico terão maior facilidade em adaptar-se às inúmeras exigências do mundo atual e, como tal, serão mais bem-sucedidos ao nível pessoal, social e profissional. Para além disso, diariamente são partilhadas informações repletas de conteúdos impossíveis de compreender, de forma plena, se o individuo não for matematicamente literado. Com este trabalho procura-se, por isso, compreender em que medida a inclusão de tarefas de avaliação do nível de desempenho no domínio da literacia matemática, incluídas em estudos internacionais, nomeadamente TIMSS e PISA, nos planos de aula é favorável à mobilização de capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

Dada a natureza da investigação, este trabalho foi elaborado segundo uma abordagem de natureza qualitativa, com um leve suporte quantitativo, assente num paradigma construtivista e com design de estudo de caso múltiplo. A realização do estudo requereu a construção de uma sequência didática que contempla uma bateria de tarefas de avaliação do nível de desempenho no domínio da literacia matemática. A sua implementação decorreu numa turma do 8.º ano do ensino básico, tendo-se recolhido todas as produções escritas dos alunos. Para além disso, foram ainda recolhidos dados através do preenchimento de grelhas de observação e da elaboração de notas de campo.

Os resultados do estudo revelam que uma inclusão estruturada, progressiva e metódica de tarefas de avaliação do nível de desempenho no domínio da literacia matemática parece favorecer a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

keywords

Education, mathematics, critical thinking, mathematical literacy, thinking skills, PISA, TIMSS.

abstract

This study aims to explore the intersection between critical thinking abilities and mathematical literacy skills. In an era characterized by its sudden and systematic mutation emerges the need to develop curricula to prepare students for an uncertain future. Several authors argue that individuals endowed with critical thinking will be easier to adapt to the many demands of today's world. Therefore, they will be more likely to archive high levels of success – personally, socially, and professionally. Besides, every day we have to deal with a lot of information which it's full content impossible to understand fully, if the individual is not mathematically literate. This investigation seeks to understand if the inclusion of assessment tasks, included in international surveys such as TIMSS and PISA, in the lesson plans is in favor of mobilization capabilities critical thinking and mathematical literacy.

This project was done according to a qualitative approach with a minor quantitative support, based on a constructivist paradigm and multiple case study design. To full fill the purpose of the study, it was essential to develop a didactic sequence that included level of performance assessment tasks in the field of mathematical literacy. This sequence was tested out in a class of 8th grade. The written productions of students were collected. Moreover, data gathering was completed with observation grids and field notes.

The study results reveal that a structured, progressive and methodical inclusion of level of performance assessment tasks in the field of mathematical literacy may facilitate the mobilization of critical thinking skills and mathematical literacy.

Índice

Índice de figuras

Índice de quadros

Acrónimos

IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement

NCTM – National Council of Teachers os Mathematics

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

PES – Prática em Ensino Supervisionada

PISA – Programme for International Student Assessment

PMCMEB – Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico

TIMSS – Trends in International Mathematics and Science Study

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

Introdução

Nesta introdução procura-se contextualizar o estudo, mostrar a sua importância e explicitar as razões que motivaram a sua realização. Além disso, apresentam-se os seus principais objetivos e as questões do estudo. Por último, descreve-se a organização deste relatório.

Contextualização do estudo

De acordo com dados da UNESCO, em 2008 cerca de 16% da população mundial não possuía capacidades de leitura nem de escrita, estando a maior percentagem de população analfabeta residente em países do continente asiático e africano. Como tal, vários têm sido os esforços reunidos nas últimas décadas no sentido de promover o acesso de todas as crianças a uma educação de qualidade.

Ainda assim, possuir apenas capacidades de leitura e escrita tem-se revelado insuficiente na atual sociedade. As tecnologias abriram portas à partilha de dados e o acesso à informação passou a ser quase instantâneo, proporcionando uma evolução da sociedade cada vez mais acelerada. Desenvolver e partilhar conteúdos tornou-se tão acessível a todos que, hoje em dia, não é apenas necessário saber ler e escrever. Na verdade, a quantidade de desinformação existente tornou-se um dos graves problemas que o indivíduo social enfrenta diariamente, levando a que este tenha que desenvolver competências que lhe permitam decidir no que acreditar. Deste modo, torna-se vital a integração de abordagens na formação escolar que fomentem no aluno capacidades de pensamento crítico, como é apontado por vários autores, entre os quais Tenreiro-Vieira e Vieira.

> A explicação da importância e necessidade crescentes do ensino do pensamento crítico reside sobretudo na constatação de que o pensamento crítico é uma pedra basilar na formação de indivíduos capazes de enfrentarem e lidarem com a alteração contínua dos cada vez mais complexos sistemas que caracterizam o mundo atual. [...] o pensamento crítico desempenha um papel fundamental na adaptação, com êxito, às exigências pessoais, sociais e profissionais do século XXI.

> Face ao progresso atual, a grande maioria dos conhecimentos válidos hoje estarão obsoletos num curto intervalo de tempo. Além disso, dada a multiplicação galopante do conhecimento disponível no mundo, é difícil, se não impossível, prever qual a informação de que os indivíduos irão necessitar no futuro.
>
> (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 14)

Consequentemente, emerge a necessidade de realizar constantes adaptações aos programas escolares por forma a dar resposta às exigentes e contínuas mudanças da sociedade.

Tenreiro-Vieira e Vieira (2000, p. 17) reforçam ainda que “o empreendimento educativo não pode existir divorciado da realidade social, política, económica e cultural circundante, sob pena de se hipotecar o futuro das crianças e dos jovens de hoje”. Neste enquadramento, emerge o desenvolvimento de práticas educativas capazes de promover o desenvolvimento de capacidades de pensamento, nomeadamente, as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

Segundo Kennedy et al. (1990) o pensamento crítico pode ser definido de várias formas, dependendo do autor de referência utilizado. O estudo que aqui se apresenta foi desenvolvido à luz da Taxonomia de Ennis e será a definição deste autor que deverá ser considerada sempre que ao longo do texto se referir o pensamento crítico. De acordo com este autor, o pensamento crítico é uma forma de pensar racional, reflexiva e sensata que envolve a resolução de problemas e a tomada de decisão sobre o que acreditar ou fazer (Kennedy et al., 1990; Miranda, 2009; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000).

Por sua vez, a literacia matemática inclui, para além do conhecimento matemático, a capacidade de um indivíduo saber e ser capaz de compreender e de se ocupar da matemática (Tenreiro-Vieira, 2010, p. 8) e de identificar e compreender o papel que a matemática desempenha na sociedade, para fazer julgamentos de valor matemático bem fundamentados e para se envolver com a matemática de maneiras que vão de encontro às suas necessidades, presentes e futuras, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (GAVE, 2004; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013; Vieira & Tenreiro-Vieira, 2003).

Em linha com o supramencionado, Tenreiro-Vieira e Vieira (2013, p. 21) afirmam que

> no mundo contemporâneo, e em particular nas sociedades democráticas, a literacia científica, a literacia matemática e o pensamento crítico afiguram-se como cruciais para a autonomia e qualidade de vida de cada pessoa, para o desenvolvimento do país, assim como para fomentar a responsabilidade social e melhorar a participação dos cidadãos na

tomada de decisões e na resolução de problemas de âmbito local, regional, nacional ou mundial.

Deste modo, torna-se evidente a existência de uma interligação entre o pensamento crítico e a literacia matemática. Para além disso, tal como será explanado na subsecção seguinte, é clara a necessidade de promover as capacidades de pensamento inerentes a estes dois conceitos por forma a garantir que a escola forma cidadãos completos e capazes de lidar e compreender as informações com que são confrontados diariamente.

Motivação e pertinência do estudo

O percurso académico e a escassa experiência profissional da estagiária permitiram observar que a maioria dos alunos não revelam espírito crítico perante o seu trabalho ou o de outros colegas. Ou seja, é bastante frequente encontrar uma proposta de resolução de um aluno da qual é possível retirar evidências claras de que este, por exemplo, não reviu o seu processo de resolução. Mais ainda, os baixos níveis de resiliência levam a que uma parte significativa dos alunos evitem a resolução de problemas e desistam à mínima dificuldade, o que os impede de elaborarem e testarem estratégias de resolução até obterem uma conclusão. Estas e outras situações levaram a que a investigadora se começasse a interessar pelas temáticas relacionadas com pensamento crítico e literacia matemática. Nomeadamente, despertaram-lhe a atenção em procurar, de uma forma informal e autodidata, possíveis estratégias que alterassem as tendências dos alunos observadas e acima mencionadas.

Resultados de estudos internacionais e nacionais têm revelado que os alunos, não obstante de serem capazes de aplicar as regras e propriedades matemáticas para solucionar questões cujo grau de desafio seja reduzido, não se encontram, em geral, habilitados para compreender a aplicabilidade da matemática nas situações do quotidiano. A título de exemplo, o facto de um aluno conhecer as operações matemáticas e saber como as aplicar para simplificar uma expressão algébrica, não significa que esteja capacitado para interpretar e formular uma estratégia de resolução para um problema que envolva a simplificação da mesma expressão algébrica. De facto, vários alunos revelam dificuldades em interpretar enunciados e em esquematizar dados que permitam a resolução de problemas matemáticos. Estes (e outros) sinais revelam os baixos níveis de literacia e a falta de desenvolvimento de capacidades de pensamento crítico dos discentes.

Como tal, é pertinente promover as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática dos alunos e é pertinente a investigação de metodologias que conduzam ao desenvolvimento de recursos didáticos e linhas orientadoras que permitam uma maior compreensão das ideias matemáticas e, simultaneamente, promover o desenvolvimento de atitudes e de capacidades de pensamento necessárias para que um indivíduo possa participar de forma plena na sociedade (Tenreiro-Vieira, 2010).

Questão e objetivos de investigação

Este estudo procura analisar a relação entre o tipo de atividades realizadas na disciplina de Matemática e a mobilização das capacidades do pensamento crítico e de literacia matemática dos alunos de uma turma do 8.º ano do 3.º Ciclo do Ensino Básico.

Como tal, este estudo procura dar resposta à seguinte questão de investigação:

Em que medida a inclusão de tarefas de avaliação de capacidades de literacia matemática usadas por organismos internacionais, nomeadamente TIMSS e PISA, nos planos de aula é favorável à mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática?

Para responder à questão de investigação serão tidos em consideração os seguintes objetivos:

- Verificar se a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática se evidencia nos trabalhos desenvolvidos pelos alunos;
- Identificar as dificuldades sentidas pelos alunos durante todo o processo de realização das tarefas;
- Analisar em que medida a implementação de uma sequência didática desenvolvida com base numa bateria de tarefas avaliadoras das capacidades de literacia matemática pode contribuir para a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

Organização do relatório

O corpo fundamental deste relatório é constituído, para além da Introdução, por quatro capítulos e as Notas Finais. Nesta introdução procurou-se contextualizar e motivar o estudo, bem como mostrar a pertinência para a sua realização. Estabeleceram-se, ainda, a questão e os objetivos de investigação. O Capítulo 1 é o capítulo de contextualização e apresentação de conceitos e teorias que serviram de base ao desenvolvimento da investigação. O Capítulo 2 diz respeito à contextualização do estudo na prática em ensino supervisionada (PES) e, como tal, é neste momento que são apresentados os princípios gerais do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (PMCMEB), descrita a sequência didática desenvolvida para a abordagem ao tema *Equações Literais* e, ainda, os problemas selecionados para posterior análise. O Capítulo 3 diz respeito ao enquadramento metodológico e, por isso, neste apresentam-se as opções metodológicas, a caracterização dos participantes, as fases de estudo, os instrumentos de recolha de dados e os processos de análise utilizados. O Capítulo 4 é dedicado à apresentação e análise dos dados recolhidos. Nas Notas Finais sintetiza-se alguns dos resultados obtidos ao longo do trabalho e as dificuldades e limitações sentidas, terminando com algumas sugestões para investigações futuras. No final do relatório podem, ainda, encontrar-se as referências bibliográficas consultadas, dois apêndices (um com os indicadores de análise e o outro com a apresentação global de resultados) e vários anexos (onde se incluem os planos de aula, a grelha de observação, o questionário aplicado após conclusão da sequência didática e o questionário biográfico que apoiou a descrição da turma participante neste estudo).

Capítulo 1 – Enquadramento Teórico

> *To be competent and motivated to "know how you know" puts one in charge of one's own knowing, of deciding what to believe and why and of updating and revising those beliefs as one deems warranted. To achieve this control of their own thinking is arguably the most important way in which people both individually and collectively take control of their lives.*
>
> (Kuhn, 1999)

Este capítulo é dedicado à revisão teórica que antecedeu e acompanhou o desenvolvimento do estudo. Por isso, serão aqui contextualizados e explanados os conceitos à luz dos quais este foi realizado.

1.1. Pensamento crítico

1.1.1. O conceito e a sua contextualização histórica

A preocupação com o ato de pensar de forma crítica surgiu com os primeiros filósofos. Segundo Almeida (2012), foi Sócrates quem, pela primeira vez, procurou desenvolver um modelo de ensino e aprendizagem com o objetivo de ensinar a pensar de forma crítica, designado atualmente por "Questionamento Socrático". Contudo, esta abordagem não se encontrava diretamente ligada às Ciências da Educação. John Dewey (1859-1952, EUA) e Matthew Lipman (1922-2010, EUA) são considerados os pioneiros na defesa desta forma de encarar a Educação, ao procurarem uma transformação global da escola que permitisse superar a profunda crise na qual se encontrava (Santos, 1995).

> Na história do pensamento, inúmeros antecedentes conceptuais, mais ou menos claros, foram sendo expressos desde a Antiguidade grega à Escola de Frankfurt. Se atentarmos nas linhas orientadoras que

> lhes subjazem, seremos capazes de distinguir duas posições basais no que concerne à abordagem do Pensamento Crítico: (i) uma perspetiva ligada à filosofia, cuja pedra de toque se prende com a lógica, a argumentação e a retórica e (ii) uma outra, decorrente da psicologia cognitiva, que se debruça primordialmente sobre as competências e capacidades do pensamento.
>
> (Costa et al., 2014, p. 1)

Por conseguinte, o pensamento crítico é usualmente analisado segundo duas diferentes perspetivas: a filosófica e a da Psicologia Cognitiva.

A Filosofia, conhecida como a ciência do pensamento e da arte de pensar, surgiu no século VI a.C. com Pitágoras e Tales de Mileto, a quem devemos também a ciência como hoje a conhecemos que, à data, constituíam parte da Filosofia. Segundo a Filosofia, ser crítico é avaliar cuidadosamente todas as ideias (próprias ou de outrem) numa busca incessante pela verdade de forma imparcial. Em consonância,

> afirmamos ter sido a Filosofia o chão próprio para o desenvolvimento de um pensamento crítico que se quer claro, argumentativo e fundamentante. Essa foi a atitude de Sócrates, de Platão, de Aristóteles, de Tomás de Aquino, de Descarte e de tantos, tantos outros pensadores que o que fizeram foi exatamente utilizar o pensamento crítico de modo a pensarem os grandes problemas filosóficos no seu tempo, dando, por vezes, lugar a novas teorias. Isto é Filosofia.
>
> (Castro, 2014, p. 3)

Deste modo, segundo a abordagem filosófica o pensamento crítico foca-se num pensador crítico hipotético, enumerando as qualidades e caraterísticas deste tipo de indivíduo em vez das atitudes ou ações que este poderia ter. Para Sternberg (1986) esta linha de pensamento aborda o pensador crítico como um indivíduo ideal, focando-se no que as pessoas são capazes de fazer em circunstâncias ideais; Bailin (2002) define pensamento crítico como sendo o ato de pensar com uma qualidade particular, ou seja, é a formulação de bons pensamentos através de critérios específicos ou padrões de adequação e precisão. Esta abordagem centra-se, tradicionalmente, na aplicação de regras formais da Lógica.

A Psicologia Cognitiva, ao contrário da Filosofia, atenta no mecanismo real de pensamento dos seres humanos e não na forma como estes poderiam e deveriam pensar (Sternberg, 1986). Aplicada ao desenvolvimento escolar, esta abordagem procura compreender e interpretar de que forma os estudantes desenvolvem capacidades de ordem elevada, como as capacidades de pensamento crítico (Miranda, 2009). As teorias do desenvolvimento cognitivo, como a teoria de Piaget (1964), Perry (1981) e Kitchener e King (1984), estabelecem uma relação entre a faixa etária dos indivíduos e o nível de maturidade intelectual dos mesmos, concluindo que a partir de determinado estádio os indivíduos deverão ser capazes de formular hipóteses, analisar ideias e refletir conhecimentos e crenças (Miranda, 2009). Assim, de acordo com a Psicologia Cognitiva, a definição de pensamento crítico está relacionada com o tipo de atos e/ou comportamentos que os indivíduos dotados deste tipo de pensamento podem ter (Lewis & Smith, 1993).

A taxonomia para a proficiência no processamento de informação de Benjamim Bloom e dos seus associados é uma das fontes mais citadas por profissionais educativos no que diz respeito a ensinar e avaliar capacidades de pensamento superior. Esta taxonomia, que está organizada de forma hierárquica, possui três níveis superiores representativos do pensamento crítico: avaliar, sintetizar e analisar. Apesar desta abordagem ter sido idealizada tendo por base dados recolhidos ao longo de vários anos, quer pela experiência letiva, quer pela observação de várias turmas, alguns investigadores consideraram que esta abordagem se encontrava limitada devido à sua imprecisão e falta de clareza das diretrizes educativas.

Da revisão de literatura efetuada tornou-se claro que o pensamento crítico não possui uma definição consensual no meio académico. De facto, “existem inúmeras definições de pensamento crítico, provavelmente tantas quantas os autores a escrever sobre o tema” (Almeida, 2012, p.25) e, por isso, “na contemporaneidade, uma miríade de definições procura delimitar o vasto campo designado por pensamento crítico” (Costa et al., 2014, p. 58).

Contudo, independentemente da abordagem selecionada, conclui-se que o pensador crítico se destaca por ser um indivíduo que possui certas caraterísticas e capacidades. Raymond S. Nickerson (1987), citado por Miranda (2009), defende que o pensador crítico:

i. usa imparcialidade e total evidência de competências;
ii. organiza pensamentos e articula-os de forma coerente e concisa;
iii. distingue entre validade lógica e inferência inválida;
iv. suspende julgamentos perante uma ausência de evidências em número suficiente para suportar uma decisão;
v. compreende a diferença entre raciocínio e racionalização;

vi. tenta antecipar as prováveis consequências de ações alternativas;
vii. compreende a ideia de graus de crença;
viii. vê semelhanças e analogias que não são superficialmente aparentes;
ix. pode auto-aprender e tem particular gozo nisso;
x. aplica técnicas de resolução de problemas em domínios diferentes daqueles em que aprendeu;
xi. pode estruturar informalmente problemas representativos do mesmo modo que técnicas formais, tais como a matemática, são usadas para os resolver;
xii. pode eliminar de um argumento verbal as irrelevâncias e reduzir frases nos seus termos essenciais;
xiii. usualmente questiona os seus próprios pontos de vista numa tentativa de compreender igualmente assunções que são críticas para aqueles pontos de vista e as implicações desses pontos de vista;
xiv. é sensível às diferenças entre a validade de uma crença e a intensidade em que esta se apoia;
xv. está consciente de que o conhecimento de cada um é sempre limitado, frequentemente muito mais que o que pode aparentar para aqueles que não têm atitudes de questionamento;
xvi. reconhece a falibilidade das suas próprias opiniões, a probabilidade de parcialidade nessas opiniões, e o perigo de ponderar evidências de acordo com as suas preferências pessoais.

Assim, o pensamento crítico carateriza-se como uma forma de pensar racional e reflexiva com vista a uma tomada de decisão sobre o que acreditar ou fazer (Ennis, 1993; Miranda, 2009; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000).

1.1.2. Formação de professores para o pensamento crítico

Ao longo das últimas décadas várias iniciativas têm sido desenvolvidas com a finalidade de promover o nível de literacia dos alunos, que têm passado desde a reestruturação dos programas curriculares, à elaboração de provas de avaliação ao nível nacional e internacional, como os exames nacionais e as provas PISA e TIMSS. Contudo, a análise dos resultados tem evidenciado que a generalidade dos alunos não desenvolvem as capacidades de pensamento de ordem superior e, consequentemente, possuem baixos níveis de literacia matemática e científica (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013). Analisando especificamente o caso português, para além dos resultados médios se terem fixado abaixo da média da OCDE, cerca de 25% dos alunos que realizaram a prova em 2012 não obtiveram mais de 420 pontos (OCDE, 2014), o que significa que possuíam fracas competências de literacia matemática e, por isso, obtiveram nível 1 numa escala que se encontra dividida em 6 categorias.

Contudo, estudos desenvolvidos transparecem que antes de frequentarem uma formação especificamente focada no ensino do pensamento crítico, os professores não revelavam os indicadores que posteriormente seriam exigidos aos alunos no uso das capacidades do pensamento crítico (Magalhães & Tenreiro-Vieira, 2006; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013), pelo que, a inversão destes resultados obriga a perspetivar a formação de professores num quadro de promoção da literacia crítica em matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013).

Na mesma linha, Vieira (2003) e Magalhães e Tenreiro-Vieira (2006) apontam a formação de professores como ponto inicial e fulcral para a promoção do pensamento crítico nas escolas, apontando para uma necessidade crescente do investimento na formação inicial e continuada de professores, procurando compreender o seu desenvolvimento profissional, pessoal e social. De facto, não será possível fomentar a literacia matemática crítica dos alunos se os próprios docentes não os possuírem nem expectarem atingir maiores níveis de literacia matemática e de pensamento crítico (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013).

É prioritário destacar vertentes de formação para a promoção do pensamento crítico e que estas devem assentar em três pilares: (1) construção de conhecimentos sobre o pensamento crítico, (2) apropriação de uma metodologia que permita o desenvolvimento de materiais curriculares e/ou atividades de aprendizagem que exijam o uso de capacidades de pensamento crítico; (3) promoção das capacidades de pensamento crítico dos próprios professores (Tenreiro-Vieira, 2004, p. 6). A adoção destes referenciais e sua integração ao longo da formação didática dos professores, ao permitir a promoção do desenvolvimento das capacidades do pensamento crítico dos docentes irá, consequentemente, transportá-las para as salas de aula. As ações de formação dirigidas para a promoção do pensamento crítico, cuja duração poderá variar desde dois dias até um a dois anos, têm-se revelado mais eficazes quando integram a formação numa base regular e não em formações e seminários de curta duração (Vieira, 2003).

1.1.3. Promover as capacidades de pensamento crítico

> O propósito do ensino específico de pensamento crítico nas ciências, ou em outra disciplina qualquer, é o desenvolvimento de competências de pensamento dos alunos e deste modo prepará-los melhor para obterem sucesso no mundo. Pode perguntar-se se quando se ensinam conteúdos, em particular de matemática ou de ciências, não se ensina automaticamente pensamento crítico? A resposta, infelizmente, é quase nunca.
>
> (Miranda, 2009, p. 28)

A emergência de promover o pensamento crítico tem originado várias investigações sobre como, quando e de que forma se pode promover o desenvolvimento das capacidades críticas de um indivíduo. Contudo, o ensino do pensamento crítico requer formação por parte de "instrutores treinados e conhecedores para dar a informação e desenvolver competências adequadas" (Miranda, 2009, p. 28). Assim, o ensino do pensamento crítico poderá ser realizado segundo duas abordagens: perspetiva independente, que pressupõe a existência de um curso ou uma disciplina independente das restantes e que possui um currículo próprio; perspetiva de infusão nas diferentes disciplinas do currículo escolar que "preconiza que o ensino do pensamento crítico deve ser inserido no contexto de cada uma das disciplinas do currículo de forma que as capacidades de pensamento crítico sejam infundidas ou entrosadas nos conteúdos da disciplina" (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 31). Segundo os autores, ambas as abordagens possuem razões para a sua aplicação. A primeira abordagem, ao estar centrada no desenvolvimento das capacidades do pensamento crítico, permite alertar os alunos para a sua aplicabilidade nas restantes áreas curriculares e em vários domínios. Por outro lado, a segunda abordagem permite que os alunos tenham maior compreensão dos conhecimentos adquiridos ao desenvolverem em simultâneo as capacidades do pensamento crítico dada a sua contextualização (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 32).

Uma das formas mais recorrentes em contexto de sala de aula para promover a participação dos alunos é o questionamento – capacidade que se relaciona com a curiosidade e com o entusiasmo pelo processo de aprendizagem. Contudo, para que este questionamento seja promotor do pensamento crítico deverá ser realizado de forma organizada e ponderada, sob pena de não ser dado aos alunos tempo suficiente para que estes possam pensar antes de verbalizarem a sua resposta (Almeida & Neri de Souza, 2010; Vieira & Tenreiro-Vieira, 2003). Mais ainda, “aprender a questionar é uma competência que o Currículo Nacional do Ensino Básico (Departamento de Educação Básica, 2001) considera relevante, pois é um indicador da realização de pensamento crítico, competência desejável em qualquer cidadão” (Dourado & Leite, 2010, p. 2).

Estimular o desenvolvimento de competências essenciais para a aprendizagem ao longo da vida requer a utilização de abordagens didáticas inovadoras, como a Aprendizagem Baseada em Resolução de Problemas para estimular os alunos a desenvolver conhecimentos duradouros e habilidades metacognitivas (Leite & Esteves, 2005; João, Afonso, & Pedrosa, 2014). Esta abordagem poderá ainda propiciar uma maior autonomia na aprendizagem e promover o trabalho cooperativo se for desenvolvida por pequenos grupos orientados pelo docente (Leite & Esteves, 2005).

Os métodos construtivistas são um exemplo de métodos de ensino que poderão favorecer a promoção das capacidades de pensamento crítico, uma vez que estes são menos estruturados que os métodos tradicionais, amplificam o papel do aluno e atenuam o papel do professor (D’Ambrosio, 1989; Miranda, 2009; Tenreiro-Vieira, 2010; Coelho & Silva, 2014). Os docentes devem tornar visível para os alunos o seu próprio processo de pensamento crítico, conduzindo-os, por exemplo, a verbalizar os seus pensamentos por forma a que os alunos entendam a utilização de argumentos lógicos que suportam as suas suposições (Vieira, 2003). Contudo, para que os alunos possam mobilizar e desenvolver, de facto, as capacidades de pensamento crítico, as atividades propostas deverão ser estruturadas e planeadas para o efeito. Neste sentido, “um dos potenciais meios para delinear e estabelecer metodologias emerge do uso de taxonomias de pensamento crítico” (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 36).

Apesar do pensamento crítico possuir cerca de dois milénios de história, a maioria dos estudos dedicados ao tema surgem a partir da década de 80 quando várias instituições académicas alertaram para a necessidade de incluir o Pensamento Crítico em todos os níveis de ensino (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000), dando origem à realização de diversas investigações na área e, consequentemente, ao surgimento de diversos referenciais teóricos com vista à promoção das capacidades de pensamento crítico dos alunos. Consequentemente, têm surgido nas últimas décadas várias taxonomias ligadas à promoção do pensamento crítico, contudo, até à data nenhuma se impôs verdadeiramente (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000). De facto, cada taxonomia segue a definição de pensamento crítico desenvolvida por quem a criou e, por isso, “apresentam também uma variação conceptual que reenvia para as posições teóricas dos investigadores relativamente à natureza específica do pensamento crítico” (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 29).

Destacam-se, de seguida, alguns autores que se consideram merecedores de serem mencionados pela forma como as suas definições de pensamento crítico têm vindo a influenciar o universo das Ciências da Educação.

Taxonomia de Bloom (1956)

A taxonomia para a proficiência no processamento de informação de Benjamim Bloom e dos seus associados, também conhecida como a taxonomia dos objetivos, é uma das fontes mais citadas por profissionais ligados às áreas da Educação no que diz respeito a ensinar e avaliar capacidades de pensamento superior. Esta taxonomia segue uma estrutura hierárquica, onde os três níveis superiores representam as capacidades de pensamento crítico: avaliar, sintetizar e analisar. Apesar desta abordagem ser baseada em vários anos de experiência letiva e na observação estudantil, alguns críticos consideram-na limitada pela imprecisão das suas instruções (Lai, 2011, p. 10, citando Ennis, 1985; Sternberg, 1986).

Taxonomia de Beyer (1985, 1988)

Beyer sintetiza a definição de pensamento crítico caraterizando-o como a capacidade de realizar apreciações bem fundamentadas (Beyer, 1985) e, por isso, na sua conceção o pensamento crítico é essencialmente avaliativo (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 26). Nesta perspetiva, em *Developing a Scope and Sequence for Thinking Skills Instruction* (Beyer, 1988) é apresentado um modelo de estratégias e capacidades de pensamento onde são listadas estratégias de pensamento, capacidades de pensamento crítico e capacidades elementares de pensamento.

Taxonomia de Lipman (1988)

Na perspetiva de Lipman (1988) o pensamento crítico é um pensamento de ordem superior que se baseia em critérios, facilita o processo de tomada de decisão baseada em fundamentos e carateriza-se por ser uma forma de pensar habilidosa, sensível ao contexto e autocorretiva. O autor distingue, ainda, as capacidades elementares de pensamento das capacidades de pensamento crítico, englobando nas primeiras ações como adivinhar, preferir, acreditar, associar conceitos, inferir, supor, conceber opiniões e tomar decisões sem fundamentação; em oposição, a lista de capacidades de pensamento crítico conglomera ações como estimar, avaliar, classificar, assumir, inferir de forma lógica, formular e testar hipóteses, formular opiniões e tomar decisões fundamentadas.

Taxonomia de Presseisen (1991)

Presseisen estabelece uma divisão caraterizando as capacidades do pensamento como básicas, complexas e metacognitivas. De acordo com a autora, os processos básicos como qualificar, classificar, estabelecer relações, transformar e concluir, devem ser usados para desenvolver capacidades de raciocínio mais complexas como processos de resolução de problemas, tomada de decisão, pensamento crítico e pensamento criativo (Moseley, 2005, p. 94). Para além disso, a autora apresenta ainda um modelo de capacidades do pensamento metacognitivas, estruturado em duas dimensões, verificação de desempenho e seleção e compreensão de uma estratégia, e que integra capacidades como: detetar e corrigir erros, focar a atenção no essencial e testar a veracidade de uma estratégia (Moseley, 2005, p. 97)

Taxonomia de Paul (1992)

De acordo com a visão de Paul (1992), o pensamento crítico reflete uma forma de pensar disciplinada e autodirigida que leva o individuo à imposição de critérios de pensamento como clareza, precisão, relevância, consistência, entre outros. O autor distingue, ainda, o pensamento crítico em dois domínios, considerando-o fraco se for disciplinado para servir os interesses de um indivíduo ou grupo particular, ou forte se essa disciplina tiver em consideração os interesses de diversas pessoas ou grupos. Na senda desta definição são listadas várias estratégias afetivas, cognitivas elementares e de nível elevado que deverão ser utilizadas no sentido de promover o pensamento crítico dos alunos.

Taxonomia de Halpern (1999)

Para Halpern (1999), o pensamento crítico refere-se ao uso de estratégias e capacidades cognitivas que visam aumentar a probabilidade de obter resultados favoráveis. Neste sentido, carateriza-se por ser uma forma de pensar fundamentada e direcionada para um objetivo e que, por isso, se foca na resolução de problemas, na formulação de inferências, no cálculo de probabilidades e na tomada de decisões. Em suma, quando se pensa criticamente está-se a avaliar propositadamente o próprio processo de pensamento.

Taxonomia de Ennis (1993)

Um autor de referência cuja taxonomia se tem destacado no que respeita à promoção do pensamento crítico em contexto de sala de aula é Robert Ennis. De acordo com Piette (1996), Ennis representa o teórico mais influente e cuja teorização se tem vindo a impor na educação (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000). Segundo Ennis (1993), o pensamento crítico é uma forma de pensamento reflexivo e razoável que visa a tomada de decisão sobre em que acreditar ou fazer. Contudo, este autor considera que a definição assim apresentada é imprecisa, tal como a definição formulada por Bloom. Por isso, considera que o pensamento crítico envolve disposições e capacidades (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000), estando a primeira ligada a aspetos mais afetivos e a segunda a aspetos mais cognitivos (Almeida, 2012, p. 26) e que, deste modo, permitem a especificação de critérios de avaliação do pensamento crítico (Ennis, 1993).

Dado o reconhecimento atribuído ao trabalho desenvolvido por Ennis e os vários trabalhos que têm vindo a ser desenvolvidos à luz da sua taxonomia, nomeadamente em Portugal, considerou-se pertinente a sua utilização na realização deste estudo. No seguimento, apresenta-se esta taxonomia, retirada de Tenreiro-Vieira e Vieira (2000, p. 105).

Definições de pensamento crítico de Ennis
I. O pensamento crítico é uma forma de pensar reflexiva e sensata com o objetivo de decidir em que se deve acreditar ou fazer. II. Assim definido, o pensamento crítico envolve tanto disposições como capacidades (designadas no original por *dispositions* e *abilities*, respetivamente).
Disposições
1. Procurar um enunciado claro da questão ou tese 2. Procurar razões 3. Tentar estar bem informado 4. Utilizar e mencionar fontes credíveis 5. Tomar em consideração a situação na sua globalidade 6. Tentar não se desviar do cerne da questão 7. Ter em mente a preocupação original e/ou básica 8. Procurar alternativas 9. Ter abertura de espírito a. Considerar seriamente outros pontos de vista além do seu próprio

<table>
<tr><td colspan="2">b. Raciocinar a partir de premissas de que os outros discordam sem deixar que a discordância interfira com o seu próprio raciocínio
c. Suspender juízos sempre que a evidência e as razões não sejam suficientes
10. Tomar uma posição (e modificá-la) sempre que a evidência e as razões sejam suficientes para o fazer
11. Procurar tanta precisão quanta o assunto o permitir
12. Lidar de forma ordenada com as partes de um todo complexo
13. Usar as suas próprias capacidades para pensar de forma crítica
14. Ser sensível aos sentimentos, níveis de conhecimento e grau de elaboração dos outros</td></tr>
<tr><th colspan="2">Capacidades</th></tr>
<tr><td>Clarificação Elementar</td><td>1. Focar uma questão
a. Identificar ou formular uma questão
b. Identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas

2. Analisar argumentos
a. Identificar conclusões
b. Identificar as razões enunciadas
c. Identificar as razões não enunciadas
d. Procurar semelhanças e diferenças
e. Identificar e lidar com irrelevâncias
f. Procurar a estrutura de um argumento
g. Resumir

3. Fazer e responder a questões de clarificação e desafio; por exemplo:
a. Porquê?
b. Qual é a sua questão principal?
c. O que quer dizer com "..."?
d. O que seria um exemplo?
e. O que é que não seria um exemplo (apesar de ser quase um)?
f. Como é que esse caso, que parece estar a oferecer como contraexemplo, se aplica a esta situação?
g. Que diferença é que isto faz?
h. Quais são os factos?</td></tr>
</table>

	i. É isto que quer dizer: "..."? j. Diria mais alguma coisa sobre isto?
Suporte Básico	4. Avaliar a credibilidade de uma fonte — critérios: a. Perita/Conhecedora/Versada b. Conflito de interesses c. Acordo entre as fontes d. Reputação e. Utilização de procedimentos já estabelecidos f. Risco conhecido sobre a reputação g. Capacidade para indicar razões 5. Fazer e avaliar observações — considerações importantes: a. Caraterísticas do observador; por exemplo: vigilância, sentidos sãos, não demasiadamente emocional b. Caraterísticas das condições de observação; por exemplo: qualidade de acesso, tempo para observar, oportunidade de observar mais do que uma vez, instrumentação c. Características do relato da observação; por exemplo: proximidade no tempo com o momento de observação, feito pelo observador, baseado em registos precisos
Inferência	6. Fazer e avaliar deduções a. Lógica de classes b. Lógica condicional c. Interpretação de enunciados — Dupla negação — Condições necessárias e suficientes — Outras palavras e frases lógicas: só, se e só se, ou, etc. 7. Fazer e avaliar induções a. Generalizar — preocupações em relação a: — Tipificação de dados — Limitação do campo-abrangência — Constituição da amostra

	— Tabelas e gráficos b. Explicar e formular hipóteses — critérios: — Explicar a evidência — Ser consistente com os factos conhecidos — Eliminar conclusões alternativas — Ser plausível c. Investigar — Delinear investigações, incluindo o planeamento do controlo efetivo de variáveis — Procurar evidências e contra evidências — Procurar outras conclusões possíveis 8. Fazer e avaliar juízos de valor — considerações sobre: a. Relevância de factos antecedentes b. Consequências de ações propostas c. Dependência de princípios de valor amplamente aceitáveis d. Considerar e pesar alternativas
Clarificação Elaborada	9. Definir termos e avaliar definições a. Forma da definição — Sinónimo — Classificação — Gama — Expressão equivalente — Operacional — Exemplo – não exemplo b. Estratégia de definição — Atos de definir • Relatar um significado • Estipular um significado • Expressar uma posição sobre uma questão — Identificar e lidar com equívocos • Ter em atenção o contexto

	• Formular respostas apropriadas 10. Identificar assunções a. Assunções não enunciadas b. Assunções necessárias
Estratégias e táticas	11. Decidir sobre uma ação a. Definir o problema b. Selecionar critérios para avaliar possíveis soluções c. Formular soluções alternativas d. Decidir, por tentativas, o que fazer e. Rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir f. Controlar o processo de tomada de decisão 12. Interatuar com os outros a. Empregar e reagir a denominações falaciosas – por exemplo: "circularidade" "apelo à autoridade" "equivocação" "apelo à tradição" "seguir a posição mais em voga" b. Usar estratégias retóricas c. Apresentar uma posição a uma audiência particular

Quadro 1.1. Taxonomia de Ennis (fonte: Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000, p. 105)

Neste trabalho tem-se como referência a definição de pensamento crítico de Ennis e, como tal, a análise de dados será realizada à luz das capacidades de pensamento definidas por esse autor.

1.2. Literacia matemática

Ao longo da vida um indivíduo é confrontado com situações, como a necessidade de ler formulários, interpretar horários, analisar propostas de compra ou venda, que envolvem uma tomada de decisão (Tenreiro-Vieira, 2010). Por isso, “a necessidade de compreender e de usar a matemática na vida quotidiana, e no local de trabalho, nunca foi tão premente e continuará a crescer” (NCTM, 2007, p. 4).

A importância da alfabetização da população é uma questão inegável que levou à imposição da idade escolar obrigatória a nível mundial. Contudo, saber ler e escrever, hoje em dia, deixou de ser suficiente. É necessário que os indivíduos sejam capazes de compreender de forma integral as informações que lhes são apresentadas, sob pena de tomarem decisões desfavoráveis aos seus interesses e objetivos. O desenvolvimento da literacia matemática surge, desta forma, como uma capacidade fundamental a ser desenvolvida pelos alunos e que pode ser definida como a capacidade de um indivíduo saber e ser capaz de compreender e de se ocupar da matemática (Tenreiro-Vieira, 2010) e, ainda, de identificar e compreender o papel que a matemática desempenha na sociedade, para fazer julgamentos de valor matemático bem fundamentados e para se envolver com a matemática de maneiras que vão de encontro às suas necessidades, presentes e futuras, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (GAVE, 2004; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013; Vieira & Tenreiro-Vieira, 2003).

Segundo a OCDE (2013), a literacia matemática pode ser definida como a capacidade de um indivíduo formular, empregar e interpretar aprendizagens matemáticas nos mais variados contextos. Na literatura, a referência à matemática como sendo capaz de apoiar a formação de indivíduos informados capazes de participar de forma plena na resolução de problemas pessoais, profissionais e sociais (Tenreiro-Vieira, 2010) tem desenvolvido um campo lexical que abrange termos como: “literacia matemática”, “literacia quantitativa”, “literacia numérica”, “numeracia” e “competência matemática” (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013). É recorrendo a essas terminologias que vários investigadores e educadores, bem como documentos de referência internacional têm defendido uma formação que seja capaz de promover a literacia matemática (Tenreiro-Vieira, 2010; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013). Consequentemente, a Conferência Internacional sobre Ensino das Ciências, Tecnologia e Matemática (UNESCO, 2001) reforçou que a educação nestes âmbitos deve

i. procurar que todos possuam um conhecimento fundado acerca da natureza destas áreas;
ii. fomentar um pensamento aberto e crítico, ajudando todos a fazer frente às exigências e necessidades da sociedade moderna;
iii. assegurar que todos possuem conhecimentos base que lhes permitam tomar decisões válidas sobre assuntos que envolvem as áreas supramencionadas, bem como fazer escolhas acertadas;

iv. contribuir para desenvolver nos indivíduos as competências necessárias ao exercício de uma cidadania responsável e o desempenho pelo seu papel na sociedade

(Tenreiro-Vieira, 2010, p. 6).

Visando obter dados numéricos relativos ao nível de literacia matemática dos cidadãos do mundo, têm-se vindo a incrementar modelos de avaliação internacionais como as provas PISA e as provas TIMSS. As primeiras, desenvolvidas pela OCDE, visam avaliar se os indivíduos de 15 anos de idade estão preparados para enfrentar e resolver os problemas do quotidiano, examinando as capacidades de análise, raciocínio e comunicação de ideias matemáticas. Dentro desta perspetiva, "o domínio da literacia matemática no PISA diz respeito à capacidade de analisar, raciocinar e comunicar ideias com eficiência quando se colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos numa variedade de situações" (GAVE, 2004, p. 7). Tendo como base as investigações de Niss (1999, 2003), a OCDE, através das provas PISA, reconhece e detalha oito competências matemáticas:

1. Pensamento e raciocínio, que inclui: a colocação de questões caraterísticas da matemática («Haverá...?», «Se há, quantos?», «Como encontramos...?»); o conhecimento de tipos de respostas que a matemática oferece a estas questões; a distinção entre diferentes tipos de afirmações (definições, teoremas, conjeturas, hipóteses, exemplos, proposições condicionadas); e a compreensão e a utilização dos limites dos conceitos matemáticos.
2. Argumentação, que inclui: o conhecimento do que são demonstrações matemáticas e de como é que diferem de outros tipos de raciocínio matemático; o seguimento e a avaliação de cadeias de argumentos matemáticos de tipos diferentes; a existência de um sentido heurístico (o que pode e o que não pode acontecer, e porquê); e a criação de argumentos matemáticos.
3. Comunicação, que inclui: a expressão do sujeito numa variedade de modos, em assuntos com conteúdo matemático, sob forma oral e escrita; e a compreensão de afirmações escritas ou orais de outros sujeitos acerca desses assuntos.
4. Modelação, que inclui: a estruturação do campo ou da situação a serem modelados; a tradução da «realidade» em estruturas matemáticas; a

interpretação de modelos matemáticos em termos da «realidade»; o trabalho com um modelo matemático; a validação do modelo; a reflexão, a análise e a crítica de um modelo e dos seus resultados; a comunicação acerca do modelo e dos seus resultados (incluindo as limitações desses resultados); e a monitorização e o controlo do processo de modelação.

5. Colocação e resolução de problemas, que inclui: a colocação, a formulação e a definição de diferentes tipos de problemas matemáticos (por exemplo, de matemática pura, de matemática aplicada, de resposta aberta e fechada); e a resolução de diferentes espécies de problemas matemáticos, numa variedade de modos.
6. Representação, que inclui: a descodificação e a codificação, a tradução, a interpretação e a distinção entre formas diferentes de representação de objetos e de situações matemáticas, e das relações entre as várias representações; e a escolha e a mudança de formas distintas de representação, de acordo com a situação e a intenção.
7. Uso da linguagem e de operações simbólicas, formais e técnicas, que inclui: a descodificação e a interpretação de linguagem simbólica e formal, e a compreensão da sua relação com a linguagem natural; a tradução da linguagem natural para a linguagem simbólica/formal; a utilização de afirmações e de expressões que contêm símbolos e fórmulas; e o uso de variáveis, a resolução de equações e o cálculo.
8. Uso de auxiliares e de instrumentos, que inclui: conhecer e ser capaz de usar vários materiais de apoio e instrumentos (incluindo tecnologias de informação) que podem ajudar a atividade matemática; e o conhecimento das limitações desses materiais de apoio e instrumentos.

(GAVE, 2004, p. 23)

Por sua vez, o TIMSS é um instrumento de avaliação desenvolvido pela IEA, associação internacional independente dedicada à melhoria dos sistemas educativos, que visa aferir o desempenho dos alunos do 4.º e do 8.º ano do Ensino Básico nas áreas de matemática e ciências. Esta prova é construída com base em duas dimensões: conteúdo, no qual se incorporam os domínios de álgebra, geometria e análise de dados; cognitivo, no qual são determinadas as capacidades matemáticas mobilizadas – conhecer, aplicar e raciocinar.

Estas dimensões e domínios são a base das provas dos anos escolares supramencionados, contudo, as proporções da prova dedicadas a cada domínio diferem de acordo com o nível de escolaridade dos alunos (Mullis et al., 2009). A IEA apresenta, ainda, uma lista de capacidades associadas a cada domínio:

1. Conhecer, que envolve: recordar definições, terminologias, propriedades numéricas e geométricas e notações; reconhecer objetos matemáticos como formas, números, expressões e quantidades, equivalências entre números decimais, faccionários e percentagens e, ainda, figuras semelhantes; operar números racionais simplificando expressões numéricas que envolvam operações básicas e estimar resultados; recolher informações de gráficos, tabelas ou outras formas de representação de dados; medir usando instrumentos de medição e escolhendo as unidades de medida adequadas; e classificar e ordenar formas matemáticas e números.
2. Aplicar, que envolve: selecionar as operações, métodos ou estratégias que permitem a resolução de problemas de forma eficiente e apropriada; representar dados em diagramas, tabelas e gráficos; modelar de forma apropriada um problema, recorrendo a equações, figuras geométricas e diagramas no processo de resolução; e seguir e implementar instruções matemáticas; resolver problemas que podem ou não descrever situações da vida quotidiana.
3. Raciocinar, que envolve: analisar determinando, descrevendo ou estabelecendo relações entre variáveis e objetos matemáticos e realizar inferências válidas sobre os dados analisados; generalizar e particularizar estendendo resultados a outros domínios aplicáveis; integrar e sintetizar estabelecendo relações entre conceitos matemáticos e combinando processos de resolução para produzir resultados; justificar com base em resultados e propriedades matemáticas; e resolver problemas complexos com recurso a factos, conceitos e processos matemáticos.

O enquadramento teórico relativo ao pensamento crítico e à literacia matemática que aqui se apresentou deixa antever a existência de uma relação de proximidade entre as duas vertentes. De facto, tal como afirmam Tenreiro-Vieira e Vieira (2014, p. 17), “focando a atenção em particular nas dimensões relativas a capacidades e a disposições, denota-se que muitas das capacidades e disposições inerentes a conceptualizações de literacia científica correspondem a capacidades e disposições de pensamento crítico". Por conseguinte, na secção que se segue será aprofundada a inter-relação entre as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

1.3. Pensamento Crítico e Literacia Matemática – uma relação simbiótica

De acordo com a alínea 4, do artigo 2.º da Lei de Bases do Sistema Educativo, "o sistema educativo responde às necessidades resultantes da realidade social, contribuindo para o desenvolvimento pleno e harmonioso da personalidade dos indivíduos, incentivando a formação de cidadãos livres, responsáveis, autónomos e solidários e valorizando a dimensão humana do trabalho".

> Mas, uma atuação no sentido desejado – o bem da humanidade, isto é, da cultura da paz, da tolerância e do desenvolvimento das pessoas e dos povos que permita melhor qualidade de vida para todos e um ambiente sustentável para as gerações atuais e futuras – requer, em simultâneo, outras ferramentas, entre as quais se encontram as capacidades de pensamento e as disposições/atitudes.
>
> (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 181)

Por outro lado, "ser matematicamente competente envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática" (Ministério da Educação e Ciência, 2011, p. 57) e, por conseguinte, a aplicação de conhecimentos matemáticos a par com o desenvolvimento do sentido crítico e da autonomia dos alunos tornam-se pontos fulcrais na formação de cidadãos capazes de lidar com as diversas situações da realidade (Ministério da Educação e Ciência, 2011).

A revisão de literatura apresentada relativa ao pensamento crítico e à literacia matemática demonstra que estes dois conceitos se encontram umbilicalmente ligados pelo que a promoção do espírito crítico dos alunos deverá levar ao desenvolvimento do seu nível de literacia matemática e científica, tese defendida por Tenreiro-Vieira e Vieira (2013, 2014) .

Segundo Tenreiro-Vieira e Vieira (2013), várias capacidades de pensamento crítico correspondem às capacidades de pensamento intrínsecas e, deste modo, da sua interseção emergem capacidades como: argumentar, avaliar a credibilidade das fontes, avaliar a evidência disponível e ir além do seu imediato e aparente valor, adotando uma perspetiva questionadora, analisar e avaliar argumentos, identificar falácias e assunções subjacentes a uma dada posição, considerar, comparar e pesar alternativas. O quadro que se segue evidência a inter-relação existente entre o pensamento crítico e a literacia matemática e, como tal, considera-se pertinente a sua utilização na construção dos critérios de análise de dados. Contudo, dada a sua extensão, a ausência de eventuais evidências e a inexperiência da investigadora, os critérios irão apenas considerar algumas destas capacidades.

Processos e capacidades de pensamento	
Literacia Matemática	**Pensamento Crítico**
– tomar decisões; – resolver problemas, incluindo formular problemas, planear e testar diferentes estratégias, justificar soluções e processos de resolução; – construir e expressar argumentos matemáticos; – analisar e avaliar argumentos matemáticos; – explicar, justificar e refletir sobre argumentos matemáticos; – comunicar informação numérica; – expressar-se, de diferentes formas, sobre assuntos com conteúdo matemático; – fazer juízos de valor matemáticos bem fundamentados; – interpretar informação apresentada de diferentes formas; – recolher e analisar evidência;	– tomar decisões; – formular, de forma clara e precisa, a questão ou problema a resolver; – estabelecer razões apropriadas (em virtude de normas epistemológicas); – avaliar razões (com base em princípios racionais); – analisar e avaliar argumentos; – argumentar e contra-argumentar; – procurar diferentes pontos de vista e identificar as suas potencialidades e limitações; – avaliar imparcialmente todos os pontos de vista; – identificar assunções e avaliar a sua provável validade; – identificar falácias; – avaliar a credibilidade de uma fonte (com base em critérios como:

– identificar padrões e relações; – detetar falácias; – questionar assunções; – fazer conjecturas; – fazer generalizações com rigor; – formular e testar hipóteses; – tirar conclusões lógicas a partir de dados; – reconhecer níveis de rigor usados em inferências; – construir e alternar entre diferentes tipos de representação; – manipular variáveis; – executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz.	versada, reputação, conflito de interesses); – fazer generalizações (tendo em conta, nomeadamente, a constituição da amostra); – formular hipóteses; – tirar conclusões (tendo em conta critérios como explicar a evidência, ser consistente com factos conhecidos, ser plausível e eliminar conclusões alternativas); – procurar inferências que são profundas, consistentes e lógicas; – identificar as potencialidades relativas de uma inferência; – ligar as inferências, forte e diretamente, da evidência às conclusões; – investigar, incluindo o planeamento do controlo efetivo de variáveis); – fazer juízos de valor (tendo em consideração, por exemplo, consequências de ações propostas, soluções alternativas); – analisar e avaliar crenças e cursos de ação; – avaliar o processo de pensamento (por exemplo: quão bem foi um problema resolvido, quão boa é uma decisão).

Quadro 1.2. Pensamento crítico e literacia matemática: processos e capacidades de pensamento (fonte: Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180).

Da simbiose entre o pensamento crítico e a literacia matemática resultam, ainda, disposições comuns como: procurar estar bem informado, respeito pelo uso da evidência, ceticismo na avaliação de asserções, honestidade intelectual e abertura de espírito, tal como se pode verificar no quadro apresentado por Tenreiro-Vieira e Vieira (2013, p. 182). Dadas as caraterísticas do estudo em causa, as disposições que se seguem não irão ser contempladas nos critérios de análise. No entanto, considerou-se que a sua inclusão enriquece o enquadramento teórico, facilitando também a compreensão do leitor.

<table>
<tr><th colspan="2">Disposições/Atitudes e Valores</th></tr>
<tr><th>Literacia Matemática</th><th>Pensamento Crítico</th></tr>
<tr><td>– apreciar e gostar da matemática;
– disposição para ver a matemática como uma disciplina sensível e útil em múltiplos contextos;
– confiança para fazer matemática;
– à vontade com a matemática;
– envolver-se com a matemática (fazer e usar a matemática numa variedade de contextos e situações).</td><td>– autoconfiança no uso das capacidades para pensar de forma crítica;
– atitude inquiridora;
– abertura de espírito;
– procurar estar bem informado;
– procurar tanta precisão quanta o assunto o permitir;
– confiança e respeito pelas razões;
– humildade intelectual;
– coragem intelectual;
– empatia intelectual;
– integridade intelectual;
– perseverança intelectual;
– imparcialidade ou equidade.</td></tr>
</table>

Quadro 1.3. Pensamento crítico e literacia matemática: disposições/atitudes e valores (fonte: Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 181)

A compreensão das ideias matemáticas poderá ser modelada ao longo dos anos de escolaridade através de um envolvimento ativo dos alunos em tarefas e experiências concebidas para aprofundar e relacionar os diversos conhecimentos que vão adquirindo, a partir de uma construção realizada por eles próprios. Segundo Ponte (2005), estas tarefas podem ser classificadas em exercícios, problemas, explorações ou investigações, dependendo do grau de desafio matemático, que resulta da perceção da dificuldade da questão colocada ao aluno, e do grau de estruturação que se relaciona com a explicitação daquilo que é dado relativamente ao que é pedido.

"Resolver problemas e investigar têm vários pontos em comum: requerem a mobilização de ideias matemáticas, de capacidades de pensamento e de atitudes" (Tenreiro-Vieira, 2010, p. 16). Pode-se, assim, concluir que apesar das tarefas mais usadas nas aulas de matemática serem os exercícios, estas não são as atividades mais favoráveis à mobilização e promoção das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Segundo Rocha e Ponte (2006), o tipo de tarefas a propor aos alunos é muito importante para a construção da sua aprendizagem. Além disso, "[a] APM salienta a importância das tarefas a propor, referindo, em especial, a resolução de problemas, os projetos e as atividades de exploração e descoberta" (Rocha & Ponte, 2006, p. 2). Ponte, Nunes e Quaresma (2012, p. 8) indicam que "a aprendizagem dos alunos pode ser promovida através de um trabalho de cunho exploratório e investigativo". Neste tipo de metodologia, as tarefas anteriores constituem "o ponto de partida para o desenvolvimento e formalização de novos conceitos e representações" (Ponte, Nunes, & Quaresma, 2012, p. 8). Assim, esta abordagem visa a construção dinâmica de conceitos matemáticos pelo aluno, através de situações que estimulem a sua curiosidade, envolvendo-o com o "fazer matemática", no sentido de lhe ser permitida a criação de hipóteses e conjeturas, tal como a oportunidade de as investigar a partir da situação problema proposta.

Seguindo esta linha de pensamento, a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas é uma estratégia de ensino aprendizagem que se revela mais promotora das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática (João et al., 2014; Pereira, 2012; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2001; Tenreiro-Vieira, 2010; Tenreiro-Vieira & Vieira, 2014a) por visar novas aprendizagens ou a aplicação de conhecimentos já adquiridos a novas situações (Dourado & Leite, 2010).

A resolução de problemas "tem subjacente uma visão […] como um percurso composto por vários momentos ou etapas, cada uma das quais envolve o uso de determinados processos cognitivos ou capacidades de pensamento" (Tenreiro-Vieira, 2010, p. 19). Existem várias propostas modelos de resolução de problemas, podendo-se destacar Polya como um dos autores mais influentes. O modelo de resolução de Problemas de Polya (1957/1985) (que, segundo Tenreiro-Vieira (2010), é a base de outros modelos de resolução de problemas como Bransford e Stein – 1984, Pizzini Shepardson e Abell –

1989, Kiong, Yong e Hoe – 2007 e Alberta Education – 2007) é composto por quatro fases que se encontram detalhadas na tabela que se segue.

Modelo de resolução de problemas de Polya	
Etapas	**Processos cognitivos/capacidades**
Compreensão do problema	– identificar os dados e as condições da situação; – identificar os dados relevantes; – clarificar termos e expressões; – fazer e responder a questões sobre o problema de modo a precisar o que se pretende.
Elaboração de um plano	– estabelecer conexões com problemas já revolvidos, identificando semelhanças e diferenças; – organizar a informação relevante para a resolução de um problema; – procurar e avaliar várias estratégias e selecionar a que se afigura mais adequada e eficaz.
Execução do plano	– implementar a estratégia selecionada e tentar resolver o problema.
Avaliação	– rever e avaliar a razoabilidade e adequação da solução ao contexto e procurar estratégias alternativas de resolver o problema.

Quadro 1.4. Relação entre cada momento do modelo de resolução de problemas de Polya e processos cognitivos/capacidades envolvidas (fonte: Tenreiro-Vieira, 2010, p. 19).

Mediante o exposto, pode então concluir-se que a combinação dos quadros teóricos anteriormente apresentados se afigura adequada na resolução de problemas que apelem à mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Por isso, será a partir destes que serão construídos os critérios de análise de dados necessários para dar resposta à questão de investigação do estudo.

Capítulo 2 – Contextualização do Estudo na Prática em Ensino Supervisionada

[…] a abstração desempenha um papel fundamental na atividade Matemática, permitindo agregar e unificar objetos, conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos contextos.

(Bivar, et al., 2013, p. 1).

Neste capítulo, encontra-se a planificação do tema lecionado no contexto da prática em ensino supervisionada (PES): Equações Literais. Por isso, serão aqui apresentados os princípios gerais do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (PMCMEB), descrita a trajetória didática delineada e, ainda, apresentados os problemas selecionados para análise no Capítulo 4.

2.1. Princípios gerais do programa de matemática do ensino básico

Não obstante da citação que inaugura este capítulo, de acordo com OCDE (2016), a percentagem de estudantes que afirmam serem frequentemente confrontados com a resolução de problemas que envolvem a manipulação de expressões algébricas durante as suas aulas de matemática não chega a 30%. De facto, ao longo das últimas décadas têm surgido várias investigações que reforçam a importância dos alunos realizarem atividades de modelação matemática. Contudo, estas pouco são trabalhados em contexto de sala de aula dada a sua dificuldade de implementação quando comparadas com a realização de atividades de mecanização, como por exemplo os exercícios ou os problemas de baixo grau de dificuldade (OCDE, 2016).

Portanto, é necessário que o docente planeie as suas aulas e desenvolva materiais a pensar nas caraterísticas das suas turmas e do contexto na qual estas se inserem, de forma a que os alunos possam atingir as três grandes finalidades descritas no Programa de Matemática para o Ensino Básico. Estas três grandes finalidades são:

i. A estruturação do pensamento – a apreensão e hierarquização de conceitos matemáticos, o estudo sistemático das suas propriedades e a argumentação clara e precisa, própria desta disciplina, têm um papel primordial na organização do pensamento, constituindo-se como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo. O trabalho desta gramática contribui para alicerçar a capacidade de elaborar análises objetivas, coerentes e comunicáveis. Contribui ainda para melhorar a capacidade de argumentar, de justificar adequadamente uma dada posição e de detetar falácias e raciocínios falsos em geral.

ii. A análise do mundo natural – a Matemática é indispensável a uma compreensão adequada de grande parte dos fenómenos do mundo que nos rodeia, isto é, a uma modelação dos sistemas naturais que permita prever o seu comportamento e evolução. Em particular, o domínio de certos instrumentos matemáticos revela-se essencial ao estudo de fenómenos que constituem objeto de atenção em outras disciplinas do currículo do Ensino Básico (Física, Química, Ciências da Terra e da Vida, Ciências Naturais, Geografia…).

iii. A interpretação da sociedade – ainda que a aplicabilidade da Matemática ao quotidiano dos alunos se concentre, em larga medida, em utilizações simples das quatro operações, da proporcionalidade e, esporadicamente, no cálculo de algumas medidas de grandezas (comprimento, área, volume, capacidade, …) associadas em geral a figuras geométricas elementares, o método matemático constitui-se como um instrumento de eleição para a análise e compreensão do funcionamento da sociedade. É indispensável ao estudo de diversas áreas da atividade humana, como sejam os mecanismos da economia global ou da evolução demográfica, os sistemas eleitorais que presidem à Democracia, ou mesmo campanhas de venda e promoção de produtos de consumo. O Ensino da Matemática contribui assim para o exercício de uma cidadania plena, informada e responsável

(Bivar et al., 2013, p. 2)

Porém, “estas finalidades só podem ser atingidas se os alunos forem apreendendo adequadamente os métodos próprios da Matemática” (Bivar et al., 2013, p. 2)

Segundo Machado e Cristóvão (2006), as sequências didáticas são um conjunto de atividades progressivas, planificadas, guiadas, divididas por tema ou por objetivo geral. Como tal, a sua construção pode orientar o trabalho docente e facilitar o cumprimento das finalidades referidas, uma vez que:

i. permitem um trabalho global e integrado;

ii. ao longo da sua construção, são tidos em consideração tanto os conteúdos de ensino fixados pelas instruções oficiais, como os objetivos de aprendizagem específicos;

iii. contemplam a necessidade de se trabalhar com atividades e suportes de exercícios variados;

iv. facilitam a construção de programas em continuidade uns com os outros;

v. propiciariam a motivação dos alunos, uma vez que permitiria a explicitação dos objetivos das diferentes atividades e do objetivo geral que as guia.

(Machado & Cristóvão, 2006, p. 554)

Pode-se, então, concluir que uma sequência didática, quando bem delineada, deve permitir aos alunos a aquisição de novas aprendizagens com base na mobilização de capacidades e de conhecimentos previamente consolidados. Contudo, é essencial que o processo em torno da realização da sequência didática seja orientado por forma a garantir o cumprimento dos objetivos previamente definidos.

Para além disso, a aprendizagem deve ser vista como um processo de (re)construção de conhecimentos, onde o aluno assume o papel principal. Neste sentido, uma abordagem sócio-construtivista requer que sejam tidas em consideração implicações como:

i. identificar e atuar considerando as ideias dos alunos sobre temáticas a abordar;

ii. encorajar os alunos a explicitarem o que pensam acerca de questões ou situações sob consideração, veiculando a mensagem de que as suas ideias são valorizadas, aceites e tidas em linha de conta;

iii. fomentar um ambiente que estimule os alunos a explorarem e a refletirem sobre as suas ideias;

iv. criar múltiplas oportunidades de interação, o trabalho cooperativo e o questionamento mútuo;

v. fomentar e alimentar a partilha e a discussão;

vi. ajudar os alunos a relacionarem nova informação com a que já possuem e a sistematizarem o que aprenderem;

vii. decidir o apoio a fornecer aos alunos sem coartar a sua responsabilidade primeira pela procura de uma solução ou pela exploração da situação. Mais do que responder diretamente às questões do aluno ou pedidos de confirmação das suas ideias, o professor deve formular questões provocativas do pensamento que os ajudem a, nomeadamente, clarificar, aprofundar, testar e avaliar ideias. Embora os alunos exijam, muitas vezes, mais explicações e informação, de modo a poderem realizar as suas tarefas o mais facilmente possível, quase todos sentem um mal-estar perante os professores que se apressam a dar as respostas para as questões.

(Tenreiro-Vieira & Vieira, 2014, p. 20)

Torna-se, assim, clara a importância e necessidade de incluir nas aulas momentos que promovam o trabalho de pares e/ou grupos, onde se possam confrontar ideias e pontos de vista e, ainda, a supervisão do docente, mostrando-se disponível para guiar, questionar e auxiliar os alunos sempre que necessário.

Tendo em atenção este enquadramento, desenvolveu-se a sequência didática que foi implementada no segundo período do ano letivo 2015/2016, numa turma do 8.º ano de escolaridade, no contexto da prática em ensino supervisionada (PES).

2.2. Sequência didática: equações literais

A construção da sequência didática, que se encontra dividida em três aulas (anexos A. B. e C.), teve como base dois grandes objetivos: (1) desenvolvimento do tema *Equações Literais* numa turma do 8.º ano de escolaridade; (2) recolha de dados úteis cuja análise permitisse dar resposta à questão de investigação deste estudo. Como tal, a preparação das atividades a realizar em contexto de sala de aula requereu uma análise profunda das tarefas que compõem as provas PISA e TIMSS, tendo-se selecionado e adaptado as que se consideram adequadas tendo em conta o nível de escolaridade, os objetivos da aula e os da investigação.

Dadas as dificuldades que os alunos, em geral, costumam revelar no que diz respeito à manipulação de variáveis, optou-se por desenvolver uma sequência que lhes permitisse ir construindo alguma confiança e à-vontade, não só no trabalho com expressões algébricas, mas também, na interpretação de problemas e na construção de estratégias de resolução. Pretendia-se que os discentes construíssem as suas próprias respostas e que desfizessem, na medida do possível, os medos de errar. Por isso, foi-lhes sugerido que procurassem sempre esclarecer as suas dúvidas junto dos seus pares ou das professoras presentes, reforçando a necessidade de transcreverem para o papel os seus raciocínios para que, posteriormente, pudessem ser partilhados e discutidos com os restantes colegas de turma.

2.2.1. Implementação e desenvolvimento

Tal como referido anteriormente, esta sequência didática é composta por três planos de aula, dois com uma duração prevista de 90 minutos e o último com a duração prevista de 45 minutos.

Para a primeira aula (Anexo A.), com uma duração prevista de 90 minutos, tinha como principal objetivo introduzir as Equações Literais e motivar os alunos para o tema supramencionado. Por isso, foram selecionadas tarefas com baixo grau de dificuldade. Em geral, os alunos procuraram resolver as tarefas com o colega do lado e com os companheiros das carteiras adjacentes. A correção das tarefas foi realizada, no quadro, por vários alunos voluntários, tendo-se seguido uma análise e discussão das propostas apresentadas. Por último, foi formalizado o tema sumariado, tendo-se concluído a aula com uma interação verbal para sintetização da mesma.

A segunda aula (Anexo B.) foi dedicada à consolidação de aprendizagens e, por isso, foram selecionadas tarefas com maior grau de dificuldade. Talvez por isso, estas tenham sido marcadas pela prevalência do trabalho colaborativo e cooperativo, tendo-se assistido a vários momentos de partilha de ideias e opiniões relativamente às propostas de resolução e, consequentemente, levando a que os discentes procurassem, tanto quanto possível, esclarecer as suas dúvidas e/ou incertezas com os seus pares. Assim, e apesar do nível de dificuldade das tarefas propostas (tarefas 1, 2 e 3, adaptadas das compilações PISA e TIMSS e incluídas no segundo plano de aula, Anexo B), a maioria dos alunos foi capaz de realizar na íntegra os problemas propostos. Tal como na primeira aula, também nesta a correção das tarefas foi realizada pelos discentes, tendo sido reservados vários espaços para a análise e discussão das propostas apresentadas, o que dificultou o cumprimento do plano de aula previsto. Como tal, surgiu a necessidade de alargar a sequência didática, de forma a garantir que a correção da última tarefa proposta era, tal como as anteriores, complementada pela análise e discussão das propostas apresentadas pelos alunos.

Desta forma, a terceira, e última, lição (Anexo C.) foi preparada com vista à conclusão da aula anterior, bem como à correção e discussão das propostas de resolução dos trabalhos de casa sugeridos.

As três aulas acima descritas foram iniciadas com uma revisão das aprendizagens anteriormente adquiridas. Este processo foi realizado com base na participação oral de vários alunos, revelando que a generalidade da turma possuía os conhecimentos necessários para dar início à implementação de cada plano de aula e, posteriormente, permitindo a recolha de evidências de que a maioria dos alunos tinha conseguido cumprir os objetivos de aula para aula.

2.2.2. Dificuldades dos alunos e considerações pertinentes

Dada a natureza das tarefas selecionadas, ao longo da preparação dos planos de aula foram sendo identificadas algumas situações que poderiam vir a ser observadas (dificuldades na interpretação de enunciados e na exibição de justificações completas e corretas; apresentação de diversos processos de resolução para a mesma questão, entre outras), tendo essa lista sido alargada durante as reuniões com a professora orientadora e após algumas conversas informais com a professora titular da turma e com as colegas do núcleo de estágio. Após resolução, análise e discussão com a turma das várias tarefas, considera-se importante salientar que:

i. segundo os alunos, em geral, estes não tendem a realizar pontes entre os conhecimentos adquiridos nas diversas disciplinas porque "não se lembram desses pormenores quando estão a pensar no problema" (afirmação de um aluno registada nas grelhas de observação). A título de exemplo, embora a segunda tarefa pudesse ter sido resolvida com recurso à fórmula para o cálculo da velocidade média, tal não aconteceu;

ii. a dupla interpretação da primeira questão da terceira tarefa permitiu mostrar aos alunos, de uma forma evidente, clara e precisa, a importância de apresentarem e justificarem todos os seus raciocínios e cálculos efetuados durante o processo de resolução das tarefas matemáticas (e não só);

iii. de acordo com o feedback dado pelos alunos, as tarefas selecionadas tinham enunciados mais complexos do que as que habitualmente trabalham. Embora a maioria dos alunos tenha afirmado que o nível de dificuldade não era significativamente maior, consideraram que estas eram claramente "mais trabalhosas" (afirmação dos alunos registadas nas notas de campo).

2.3. Tarefas implementadas e problemas selecionados

Tal como referido anteriormente, as tarefas foram realizadas em contexto de sala de aula. Tendo em conta o estudo em causa e a extensão destas tarefas, nunca foi ponderada a análise na integra das mesmas. Os excertos selecionados serão designados por problemas, uma vez que, dada a sua natureza e de acordo com a classificação de Ponte (2005) podem ser incluídos nessa categoria.

A seleção dos problemas foi realizada de acordo com a quantidade e qualidade dos dados recolhidos, de forma a enriquecer, tanto a análise de dados como a discussão dos resultados.

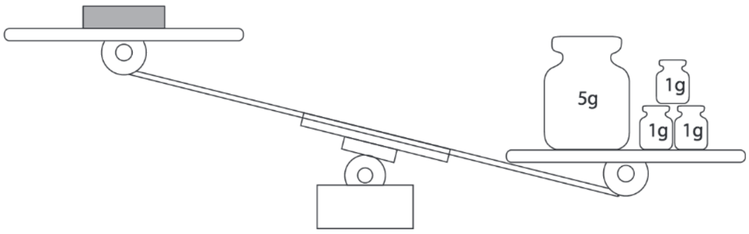
Em seguida, apresentam-se os problemas selecionados, bem como algumas observações consideradas pertinentes. As tarefas podem ser consultadas nos anexos indicados.

2.3.1. Problema 1

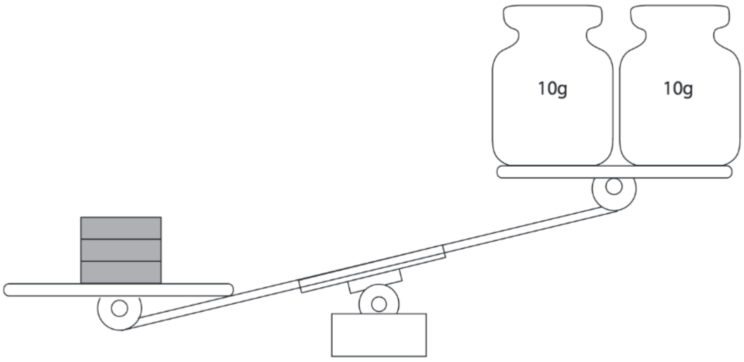
O problema que se segue foi uma adaptação da questão M032424, inserido em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items e foi o primeiro problema a ser realizado pelos alunos no contexto da sequência didática em causa (tarefa 1 da primeira aula da sequência didática, Anexo A.).

A Ana tem três blocos de metal com o mesmo peso.

A imagem seguinte representa o que acontece se a Ana colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 8 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se a Ana colocar os três blocos de metal num prato da balança e no outro 20 gramas.



Qual das opções seguintes representa o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

A. 6 gramas B. 5 gramas C. 7 gramas D. 8 gramas

Figura 2.1. Problema 1

Na versão original da tarefa, as opções de resposta surgem por ordem crescente (isto é, A. 5 gramas; B. 6 gramas; C. 7 gramas; D. 8 gramas). Porém, aquando da preparação da sequência didática, considerou-se pertinente inverter as duas primeiras opções, na expectativa de se poderem obter dados que permitissem uma maior recolha de evidências relativamente à possível mobilização da capacidade de literacia matemática “tirar conclusões lógicas a partir dos dados”.

Com a realização deste problema pretendia-se realizar um diagnóstico, a grosso modo, que permitisse obter mais informações sobre a turma em causa, nomeadamente, analisar as estratégias de resolução propostas e a forma como os alunos transcreviam os seus raciocínios (em particular a utilização de variáveis nas suas produções escritas).

De acordo com as notas de campo da investigadora e com as grelhas de observação preenchidas pela professora titular e pelas duas colegas do núcleo de estágio, em geral, os alunos não revelaram dificuldades na interpretação do enunciado ou na resolução.

2.3.2. Problema 2

O problema com a referência PM957Q01 foi adaptado de Pisa Itens Libertos 2012, e foi retirado da segunda tarefa incluída no plano da primeira aula, Anexo A.

A Helena acabou de receber uma bicicleta nova. A bicicleta tem um velocímetro no guiador. O velocímetro indica, à Helena, a distância que ela percorre e a velocidade média no percurso.

Num percurso, a Helena percorreu 4 km nos 10 primeiros minutos e 2 km nos 5 minutos seguintes. Qual das seguintes afirmações é a correta? Explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a concluir que as restantes três afirmações são falsas.

A. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi superior à dos 5 minutos seguintes.
B. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi a mesma que nos 5 minutos seguintes.
C. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi inferior à dos 5 minutos seguintes.
D. Não é possível dizer nada acerca da velocidade média da Helena, a partir das informações dadas.

Figura 2.2. Problema 2

A resolução da tarefa da qual foi retirado este problema visava, essencialmente, recolher informações sobre a forma como os discentes procuravam, ou não, mobilizar e relacionar conhecimentos e aprendizagens obtidas nas diversas disciplinas, em particular na disciplina de Matemática e Físico-Química.

Durante o processo de planificação da tarefa em causa, houve oportunidade para obter algumas informações, junto do docente de Físico-Química, sobre as aprendizagens dos alunos na sua disciplina, tendo sido possível concluir que os discentes já tinham tido contacto com a fórmula para a velocidade média $V = \frac{d}{\Delta t}$ e, segundo o mesmo, não tinham revelado dificuldades na sua manipulação. Como tal, expectava-se os alunos desenvolvessem estratégias de resolução que envolvessem o cálculo dessa mesma fórmula. Não obstante do seu conhecimento da fórmula para a velocidade média, os discentes afirmaram que como se encontravam na aula de matemática não consideraram a possibilidade de recorrer a aprendizagens obtidas noutras disciplinas.

À semelhança da questão anterior, também nesta não houve evidências de que os discentes tivessem tido dificuldades na sua interpretação.

2.3.3. Problema 3

O problema abaixo foi adaptado de Pisa Itens Libertos 2012 (referência PM994Q03).

Na Nova Zelândia há dois jornais que estão a recrutar vendedores. Os cartazes abaixo apresentam as condições de pagamento aos vendedores.

ESTRELA DA ZEDLÂNDIA

PRECISA DE DINHEIRO EXTRA?

VENDA O NOSSO JORNAL

Receberá:
0,20 zeds por jornal para os primeiros 240 jornais que vender por semana, mais 0,40 zeds por cada jornal extra que vender.

DIÁRIO DA ZEDLÂNDIA

EMPREGO BEM PAGO QUE OCUPA POUCO TEMPO!

Venda o *Diário da Zedlândia* e ganhe 60 zeds por semana mais 0,05 zeds extra por cada jornal que vender.

O João decidiu candidatar-se a vendedor de jornais. Ele tem de escolher o Estrela da Zedlândia ou o Diário da Zedlândia. Qual destes gráficos corresponde a uma representação correta da forma de pagamento, dos dois jornais, aos seus vendedores? Rodeia a resposta correta e explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a excluir os restantes três gráficos.

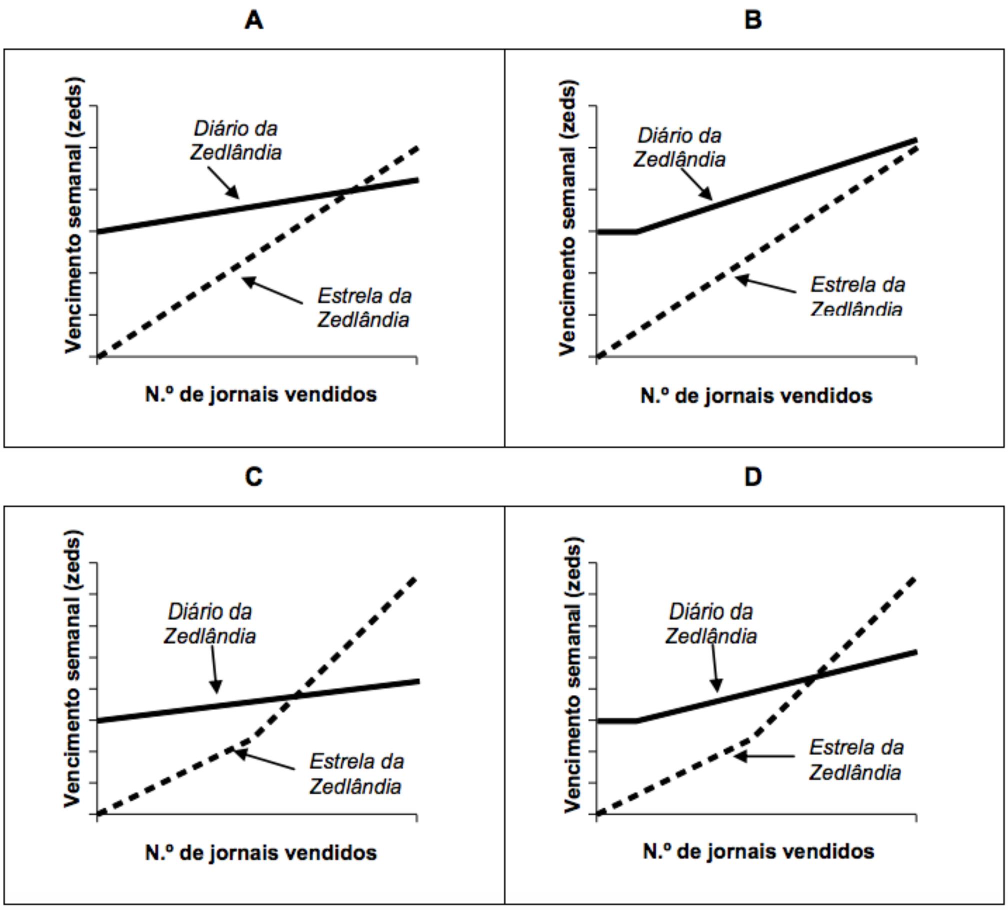


Figura 2.3. Problema 3

A seleção da tarefa na qual se encontra incluído o problema apresentado (primeira tarefa do plano da segunda aula, Anexo B.) prendeu-se com a complexidade da mesma. Com a sua aplicação procurava-se obter informações relativamente à forma como os alunos interpretam os dados apresentados sob diversas formas e, ainda, como tratam a informação na construção e implementação das estratégias de resolução.

A interpretação do enunciado da terceira tarefa levantou bastantes dúvidas na maioria dos alunos. Inicialmente, levantaram questões sobre o pagamento realizado pelo jornal *Estrela da Zedlândia* após ser completada a venda de 240 jornais, levando vários alunos a considerar que o pagamento extra seria de 0,40 zeds e não de 0,20 zeds (a possibilidade de isto acontecer foi discutida com a orientadora do estudo, bem como com a professora titular antes da aula, pelo que se considerou plausível a aceitação das duas propostas de resolução desde que bem justificadas). Relativamente ao problema selecionado (figura 2.3.) vários discentes revelaram dificuldades na interpretação da representação gráfica da forma de pagamento do jornal *Diário da Zedlândia*.

2.3.4. Problema 4

O problema com a referência PM994Q03 pode ser encontrado em PISA Itens Libertos 2012 e é parte constituinte da última tarefa resolvida pelos alunos no âmbito da sequência didática (última tarefa da segunda aula, Anexo B.).

> As perfusões intravenosas são usadas para administrar líquidos ou medicamentos aos doentes. As enfermeiras têm de calcular o débito, $\boldsymbol{D}$, de uma perfusão, em gotas por minuto.
>
> Elas usam a fórmula $D = \frac{fv}{60n}$, em que
>
> f é o fator de queda, medido em gotas por mililitro (ml);
>
> v é o volume da infusão em ml;
>
> n é o número de horas que a perfusão deve demorar.
>
> Uma enfermeira quer duplicar o tempo de duração de uma perfusão. Descreve, com precisão, de que maneira D muda, se n duplicar e se f e v se mantiverem constantes.

Figura 2.4. Problema 4

A resolução da tarefa supramencionada e deste problema, em particular, procurava realizar um encerramento ao tema. Considerou-se, por isso, pertinente a seleção de uma tarefa com maior grau de dificuldade que fomentasse as discussões entre os alunos e, simultaneamente, promovesse a consolidação de aprendizagens.

Durante a sua realização, vários alunos demonstraram dificuldades na interpretação e manipulação de expressões algébricas com duas ou mais variáveis. A título de exemplo, vários discentes desenvolveram estratégias de resolução que envolviam a substituição das variáveis por valores (como por exemplo, a partir do processo de resolução realizado para a alínea que se seguia), permitindo-lhes responder corretamente à questão colocada. Não obstante, a partilha de ideias e explicações de processos de raciocínio que surgiam, espontaneamente, em vários grupos de discussão permitiram que algumas dúvidas fossem esclarecidas.

Capítulo 3 – Enquadramento Metodológico

> *A investigação científica realiza-se sempre no interior de um diálogo (convergente ou divergente) com a produção do respetivo campo. Sinais disso mesmo são as referências teóricas que se convocam, as citações que se inscrevem no texto, as seleções e as exclusões de autores, de obras e de palavras-chave que caracterizam todo o texto científico.*
>
> (Sarmento, 2011)

Este capítulo é dedicado à apresentação da metodologia de investigação do estudo. O mesmo encontra-se inserido numa abordagem de natureza qualitativa, com um leve suporte quantitativo, assente num paradigma construtivista e com design de estudo de caso múltiplo. Em seguida são caraterizados os participantes, apresentadas as fases de estudo e, por último, identificados os instrumentos de recolha de dados e os processos de análise utilizados.

3.1. Opções metodológicas

> O estudo holístico de uma organização concreta pode ser feito a partir de uma perspetiva funcionalista ou de uma abordagem interpretativa ou crítica, fundamentar-se em métodos predominantemente quantitativos ou basear-se exclusivamente em métodos qualitativos, adotar uma estratégia investigativa dedutiva ou indutiva.
>
> (Sarmento, 2011).

Ainda nas palavras do autor supramencionado, “as condições do diálogo são possibilitadas pela linguagem comum dos paradigmas [...]: eles enunciam os códigos nos quais se constroem as perguntas e se propõem as respostas da investigação” (Sarmento, 2011, p. 141). Portanto, a primeira opção metodológica a tomar prende-se com o paradigma, pois é este que demarca as regras sob as quais será desenvolvido o estudo, unificando conceitos, pontos de vista e definindo uma identidade comum com as questões teóricas e metodológicas (Coutinho, 2014).

Não havendo unanimidade na definição dos paradigmas existentes (Coutinho, 2014), há três paradigmas na investigação ligada à educação que se destacam na revisão de literatura: o paradigma positivista, o paradigma construtivista interpretativo e o paradigma sociocrítico (Costa, 2005; Coutinho, 2014; Sarmento, 2011).

Os paradigmas positivista e construtivista interpretativo objetivam conhecer, mas distinguem-se pelos métodos e axiomas que pressupõem (Costa, 2005). O paradigma positivista, por pressupor uma distinção radical entre o sujeito e o objeto de conhecimento "baseia-se fundamentalmente em métodos quantitativos e prescreve uma orientação normativa da ciência" (Sarmento, 2011, p. 142) e, por isso, "o investigador deve levantar hipóteses e submetê-las à confrontação empírica (falsificação) sob rigoroso controlo experimental" (Coutinho, 2014, p. 12, entre parênteses no original). O método privilegiado pelo paradigma positivista é o quantitativo, uma vez que este "se situa nas conceções objetivistas, sendo um método de procura de saber que admite que se podem descobrir as causas das coisas e, consequentemente, fazer predições de acontecimentos/comportamentos futuros com base em acontecimentos/comportamentos atuais" (Costa, 2005, p. 175).

Em oposição surge o paradigma construtivista interpretativo na perspetiva de que cada indivíduo desenvolve diferentes significados com base nas suas experiências (Costa, 2005; Coutinho, 2014; Sarmento, 2011). Tal como sugere a própria denominação, à luz deste paradigma investigar implica interpretar (Coutinho, 2014) pelo que "as conceções subjetivistas estão na origem do paradigma interpretativo, habitualmente considerada uma alternativa ao positivista" (Costa, 2005, p. 186). O método privilegiado pelo paradigma construtivista interpretativo é, por isso, o qualitativo onde a análise depende tanto do investigador como do meio e do objeto de estudo, existindo "uma interdependência entre conhecer e agir que é homóloga da interdependência de sujeito e objeto de conhecimento" (Sarmento, 2011, p. 143) se designa por círculo hermenêutico da interpretação (Coutinho, 2014). Consequentemente, este estudo qualitativo desenvolve-se "numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada" (Lüdke & André, 1986, p. 18).

Por último, o paradigma sociocrítico "trata-se de uma abordagem "crítica" na medida em que desafia tanto o reducionismo do paradigma positivista como o conservadorismo do paradigma qualitativo/interpretativo na investigação em ciências sociais e educação" (Coutinho, 2014, p. 22, entre aspas no original). As investigações à luz deste paradigma procuram uma vinculação entre a interpretação empírica dos dados sociais e os contextos políticos e ideológicos em que se geram as condições da ação social (Sarmento, 2011). Tal como no paradigma construtivista interpretativo, o paradigma sociocrítico também privilegia o método qualitativo, contudo, o investigador não procura apenas compreender a realidade, mas antes provocar mudanças na mesma. Isto é,

> o cientista não apenas pretende recolher dados quantitativos sobre a realidade educativa (que submete a interpretação); nem pretende apenas descobrir de que modos as pessoas interpretam a realidade; o investigador também apoia aqueles que tentam investigar as suas próprias realidades com a finalidade de promover a mudança social e acaba por ser, por vezes, um instrumento valioso na compreensão e resolução de conflitos.
>
> (Costa, 2005, p. 197)

O estudo de caso prende-se com a compreensão de uma realidade e, por isso, o seu principal objetivo visa identificar a identidade e as caraterísticas dessa realidade por forma a responder ao "como" e aos "porquês" que suscitam o interesse do investigador (Ponte, 2006; Yin, 2005). Consequentemente, "a clara necessidade pelos estudos de caso surge do desejo de se compreender fenómenos sociais complexos" (Yin, 2005, p. 20).

"A característica que melhor identifica e distingue esta abordagem metodológica é o facto de se tratar de um plano de investigação que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o "caso" " (Coutinho & Chaves, 2002, p. 223, entre aspas no original). Na mesma linha, "o estudo de caso é o estudo de *um* caso, seja ele simples e específico [...] ou complexo e abstrato" (Lüdke & André, 1986, p. 17, itálico no original). Revela-se, portanto, imprescindível compreender o que é um caso que, na perspetiva de Coutinho e Chaves (2002, p. 223), pode ser quase tudo, desde um indivíduo até uma nação.

Desta forma um estudo de caso,

> é uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspetos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse.
>
> (Ponte, 2006, p. 106)

Esta particularidade que carateriza os estudos de caso tem sido uma das grandes preocupações destas investigações. Segundo as vozes mais críticas, não é possível estabelecer generalizações a partir de um caso. Contudo, os estudos de caso poderão ser generalizados a proposições teóricas (Yin, 2005). Nas palavras de Lüdke e André (1986, p. 23): "o estudo de caso parte do princípio que o leitor vai usar esse conhecimento tácito para fazer as generalizações e desenvolver novas ideias, novos significados, novas compreensões".

"Na investigação educacional, as unidades que originam os estudos de caso são, normalmente, as organizações escolares ou um ou vários(as) alunos(as) ou um ou vários(as) professores(as)" (Sarmento, 2011, p. 138), portanto, pode-se concluir que um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica não experimental (Ponte, 2006) assente numa pesquisa abrangente (Yin, 2005) e que tem revelado um grande potencial no que diz respeito ao estudo dos problemas da escola por oferecer uma melhor compreensão do seu papel e das suas relações com outras instituições da sociedade (Lüdke & André, 1986).

Para Yin (2005), os estudos de caso podem ser classificados como únicos ou múltiplos, quando o mesmo estudo contém mais do que um caso único. Muito embora cada tipo de projeto possua vantagens e desvantagens distintas, o autor considera que as conclusões resultantes de casos múltiplos são mais convincentes e tornam o estudo mais sólido (Yin, 2005). Mas para garantir esta robustez, a escolha dos casos deve ser feita de forma cuidada onde "cada caso deve servir um propósito dentro do escopo global da investigação" (Yin, 2005, p. 68).

De acordo com os objetivos da investigação, considerou-se pertinente que o estudo seguisse uma abordagem de natureza qualitativa, com um leve suporte quantitativo, assente num paradigma construtivista e com design de estudo de caso múltiplo.

3.2. Participantes

A realização deste estudo requereu a participação direta da professora estagiária (autora do trabalho que aqui se apresenta) e dos alunos de uma das turmas do 8.º ano onde foram realizadas as PES I e II, numa escola do 3.º ciclo do ensino básico e secundário do conselho de Aveiro.

A turma era constituída por 28 alunos, 12 do sexo masculino e os restantes do sexo feminino e todos provenientes da mesma turma do ano letivo anterior.

A fim de serem obtidas informações para a caraterização da turma, considerou-se pertinente a aplicação de um questionário biográfico (Anexo F.). Aquando da sua aplicação, todos os alunos afirmaram ter 13 anos, não havendo registo de retenções. De igual modo, todos estes alunos são portugueses e naturais de Portugal. Quanto ao seu local de residência, apenas dois afirmaram não morar no conselho de Aveiro.

De acordo com as informações recolhidas aquando do Primeiro Conselho de Turma do ano letivo 2015/2016 e por observação dos alunos durante as aulas, é possível caraterizar esta turma como muito unida, simpática, amorosa, e que adere muito a todas as atividades que lhes são propostas.

No questionário biográfico, todos os alunos indicaram ter por hábito estudarem em casa, sendo que dois referenciaram também estudarem num centro de explicações e oito na escola. Quanto ao seu acompanhamento neste processo de estudo, nove indicaram que costumam fazê-lo sozinhos. Dos restantes, nove indicaram estudar com familiares (pais ou irmãos), nove com os seus amigos e sete com um explicador. Relativamente aos níveis de dificuldade das diversas disciplinas que compõem o plano curricular do 8.º ano de escolaridade, de acordo com os resultados dos questionários biográficos, 50% dos alunos afirmou que a Matemática é a disciplina onde sentem maiores dificuldades. Não obstante, as informações recolhidas junto da docente titular da turma e a observação dos alunos permitiu concluir que, em geral e durante o desenvolvimento do estudo, os discentes revelavam elevados níveis de motivação e interesse na disciplina, procurando participar ativamente nas atividades desenvolvidas em contexto de sala de aula. Todos revelaram interesse em continuar os seus estudos após conclusão da escolaridade obrigatória, ingressando no Ensino Superior, contudo oito deles afirmaram que ainda não possuíam qualquer ideia relativamente à profissão que pretendiam exercer. Dos que já possuíam aspirações profissionais, constatou-se que estas são bastante diversas: médico, engenheiro, designer, advogado, jornalista, farmacêutica e futebolista.

Relativamente à professora estagiária (e simultaneamente investigadora responsável pelo estudo realizado), concluiu a Licenciatura em Matemática pela Universidade de Aveiro. Antes de ingressar no Mestrado em Educação Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, decidiu realizar um estágio profissional, com duração de um ano letivo, como professora de Matemática tendo no seu decorrer sido convidada a coordenar o Departamento de Matemática do Ensino Primário. Este estágio foi realizado através de uma associação que promove, junto de estudantes universitários, a realização de estágios internacionais. Após conclusão do período de estágio, optou por permanecer mais um ano, tendo regressado a Portugal para concluir o segundo ciclo de estudos universitários.

Aquando da aplicação da sequência didática que permitiu a realização de uma parte significativa da recolha documental, encontravam-se ainda presentes duas colegas do núcleo de estágio e a professora titular da turma que apoiaram a concretização deste estudo através do preenchimento das grelhas de observação e, como tal, consideram-se participantes indiretas.

3.3. Fases do estudo

O estudo aqui apresentado decorreu durante o ano letivo 2015/2016, integrando as unidades curriculares de prática em ensino supervisionado I e II e, como tal, a sua calendarização esteve subjacente à planificação desenvolvida pela docente titular da turma.

Em primeiro lugar foi concretizada a escolha do tema, tendo-se dado início à revisão de literatura que suporta a fundamentação teórica da investigação e que permitiu, posteriormente, a definição da questão de investigação e os respetivos objetivos. Em seguida, deu-se início à seleção, construção dos instrumentos de recolha de dados da qual resultou a sequência didática para abordagem do tema selecionado (equações literais). Por último, foi realizada a análise geral dos dados recolhidos, selecionados os casos a estudar e retiradas as devidas conclusões que permitissem cumprir os objetivos de investigação e, consequentemente, responder à questão que guiou a construção de todo o trabalho.

	2015				2016									
Tarefa	09	10	11	12	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
Escolha do tema														
Revisão de literatura														
Definição da questão e dos objetivos de investigação														
Seleção e construção dos instrumentos de recolha de dados														
Implementação da sequência didática e recolha de dados														
Construção dos critérios de análise														
Análise de dados														
Discussão e resposta à questão de investigação														
Revisão do trabalho														

Quadro 3.1. Calendarização do estudo

3.4. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

O presente estudo foi concretizado em contexto de sala de aula onde a investigadora, não sendo professora titular da turma da qual constavam os casos analisados, foi responsável pela lecionação de um tema – equações literais. Assim, a sequência didática foi desenvolvida com vista à recolha de dados que permitissem responder à questão de investigação.

Segundo Yin (2005, p. 125), um dos pontos fortes da recolha de dados num estudo de caso prende-se com a oportunidade de obter evidências a partir de diversas fontes, ressaltando ainda que

> a vantagem mais importante que se apresenta no uso de fontes múltiplas de evidências […] é o desenvolvimento de linhas *convergentes de investigação*. […]. Assim, qualquer descoberta ou conclusão em um estudo de caso provavelmente será muito mais convincente e acurada se baseada em várias fontes distintas de informação, obedecendo a um estilo corroborativo de pesquisa.
>
> (Yin, 2005, p. 126)

Desta forma, a recolha de dados para a realização da investigação assentou: (1) nas produções escritas dos alunos (problemas 1, 2, 3 e 4 realizados durante a implementação da sequência didática); (2) nas notas de campo da investigadora que incluem várias observações sobre a forma como decorreram as aulas, desde as questões e/ou dúvidas dos alunos, às suas interações interpessoais, passando pelo ambiente de sala de aula; (3) grelhas de observação (Anexo D.) que foram preenchidas pela professora titular da turma e pelas duas colegas do núcleo de estágio; (4) questionários (Anexo E.) aplicados aos alunos após conclusão da sequência didática para que fosse possível apurar a sua opinião sobre o modo como o tema foi desenvolvido e à forma como estes interagiram entre si durante a realização das tarefas, bem como obter informações relevantes que pudessem ter escapado aos registos das grelhas de observação e das notas de campo; (5) questionários biográficos (Anexo F.) realizados com vista à recolha de informações que permitissem caracterizar a turma.

3.5. Análise de dados

De acordo com Yin (2005, p. 137), "a análise dos dados consiste em examinar, categorizar, classificar tabelas, testar ou, do contrário, recombinar evidências quantitativas e qualitativas para tratar as proposições inicias do estudo".

A análise de dados incidiu sobre as produções elaboradas pelos alunos para os problemas selecionados, as notas de campo realizadas pela investigadora (e simultaneamente professora estagiária), as grelhas de observação preenchidas pelas colegas do núcleo de estágio e pela professora titular da turma e, ainda, sobre os questionários realizados.

Com vista à sintetização dos dados recolhidos e seleção dos casos, foi realizada uma análise e confrontação de todos os dados para que, desta forma, se pudessem tomar as decisões necessárias de forma sustentada, sensata e coerente.

Para contextualizar o leitor e para apoiar a condução da análise, considerou-se pertinente a apresentação de uma descrição sumária da análise das produções escritas recolhidas uma vez que, tal como mencionado no parágrafo anterior, foi a partir destas que se deu inicio ao processo de seleção dos casos.

Posto isto, no capítulo que se segue serão apresentados os dados e a respetiva análise geral e, ainda, expostos e discutidos os casos selecionados. Aproveita-se o momento para recordar a questão de investigação:

Em que medida a inclusão de tarefas de avaliação de capacidades de literacia matemática usadas por organismos internacionais, nomeadamente TIMSS e PISA, nos planos de aula é favorável à mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática?

Para responder à questão de investigação serão tidos em consideração os seguintes objetivos:

- Verificar se a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática se evidencia nos trabalhos desenvolvidos pelos alunos;
- Analisar em que medida a implementação de uma sequência didática desenvolvida com base numa bateria de tarefas avaliadoras das capacidades de literacia matemática pode contribuir para a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática;
- Identificar as dificuldades sentidas pelos alunos durante todo o processo de realização das tarefas.

Capítulo 4 – Apresentação e Análise dos Dados

Este capítulo é dedicado à apresentação e análise dos principais resultados obtidos. Este processo resultou do cruzamento das informações obtidas a partir dos instrumentos de recolha de dados identificados anteriormente: produções escritas dos alunos, notas de campo da investigadora, grelhas de observação preenchidas pelas docentes presentes (professora titular e duas professoras estagiárias) e questionários.

4.1. Descrição sumária da análise das produções escritas dos alunos

Tal como referido anteriormente, a sequência didática foi elaborada com vista à lecionação do tema Equações Literais e, simultaneamente, à recolha de dados para a elaboração do estudo em causa. Como tal, após implementação dos planos de aula, foi realizada uma análise cuidada dos dados recolhidos para que fosse possível organizá-los e catalogá-los em busca de respostas possíveis à questão de investigação.

A primeira fase da análise geral passou pela construção dos critérios de análise, tendo por base a Taxonomia de Ennis (quadro 1.1.) e os processos e as capacidades de literacia matemática (quadro 1.2) inumeradas por Tenreiro-Vieira e Vieira (2013, p. 180).

Dada a inexperiência da investigadora e para facilitar o processo de análise, os critérios de análise foram comuns a todas as produções escritas, independentemente da tarefa em causa. Mais ainda, dado o elevado número de disposições e capacidades existentes não era expectável que fosse possível analisar todas as capacidades elencadas nos quadros 1.1. e 1.2. apresentados no Capítulo 1, tendo sido selecionadas as que poderiam eventualmente conter evidências para as quais a recolha documental pudesse sustentar uma análise fiável. Deste modo, e dado que as tarefas selecionadas são consideradas problemas, considerou-se pertinente apresentar as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática selecionadas, associando-as à etapa de resolução de problemas de Polya correspondente, tal como se poderá verificar no quadro que se segue.

<table>
<tr><th></th><th>Capacidades de pensamento crítico (Ennis, citado por Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000)</th><th>Etapas de resolução de problemas de Polya</th><th>Capacidades de literacia matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180)</th><th></th></tr>
<tr><td>PC1</td><td>Focar uma questão: identificar uma questão</td><td rowspan="2">Compreensão do problema</td><td rowspan="2">Interpretar informação apresentada de diferentes formas</td><td rowspan="2">LM1</td></tr>
<tr><td>PC2</td><td>Identificar assunções: assunções não enunciadas</td></tr>
<tr><td>PC3</td><td>Focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas</td><td>Elaboração de um plano</td><td>Resolver problemas: planear diferentes estratégias</td><td>LM2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">PC4</td><td rowspan="2">Decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer</td><td rowspan="4">Execução do plano</td><td>Tirar conclusões lógicas a partir de dados</td><td>LM3</td></tr>
<tr><td>Resolver problemas: testar diferentes estratégias</td><td>LM4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">PC5</td><td rowspan="2">Decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão</td><td>Manipular variáveis</td><td>LM5</td></tr>
<tr><td>Executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz</td><td>LM6</td></tr>
<tr><td>PC6</td><td>Decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir</td><td>Verificação de resultados</td><td>Resolver problemas, incluindo justificar soluções e processos de resolução</td><td>LM7</td></tr>
</table>

Quadro 4.1. Capacidades de pensamento crítico e literacia matemática em análise.

Tendo como referência o quadro 4.1., analisaram-se os problemas selecionados com vista a estabelecer indicadores (Apêndice 1.) que facilitassem, nomeadamente, a análise das produções escritas dos alunos. Chama-se especial atenção às colunas laterais onde se encontram destacadas as siglas que se irão utilizar na referência a cada uma das capacidades em análise.

A análise, a grosso modo, das produções escritas dos alunos permitiu registar a existência ou ausência de evidências que pudessem sustentar a hipótese de mobilização das capacidades de pensamento e de literacia matemática sendo que, em caso de existência de evidência, houve necessidade de as classificar em evidências fortes e evidências ténues. Esta necessidade deveu-se ao facto de existirem produções escritas onde os alunos não explicitam completamente o processo de raciocínio podendo, contudo, verificar-se a existência de outros dados (recolhidos através das notas de campo ou das grelhas de observação) que indiciem a mobilização da capacidade em causa.

Considera-se ainda pertinente referir que os dados numéricos que se seguem foram obtidos da seguinte forma:

i. número de produções escritas analisadas, ou seja, número de alunos que realizou o problema e apresentou uma (ou várias) justificação(ões) para a decisão tomada. Deste modo, não foram considerados os alunos que não responderam ou que, no caso de se tratar de uma questão de escolha múltipla, selecionaram uma opção sem apresentarem qualquer justificação;
ii. número de evidências recolhidas, isto é, frequência absoluta do número de alunos cuja produção escrita possui evidências que possam sustentar a possível mobilização das capacidades de pensamento (neste trabalho considera-se que uma evidência corresponde a uma produção escrita da qual se pode recolher dados relevantes ao estudo em causa);
iii. percentagens de evidências recolhidas: $\frac{\text{número de evidências}}{\text{número de produções escritas analisadas}}$;
iv. percentagens de evidências fortes: $\frac{\text{número de evidências consideradas fortes}}{\text{número de evidências}}$.

Por sua vez, as percentagens de evidências ténues poderão ser obtidas através do cálculo $100\% - percentagens\ de\ evidências\ fortes$.

Tendo em conta a contabilização de evidências obtidas após análise do Problema 1 (quadro A.9.), foi possível concluir que, em geral, os alunos não revelaram dificuldades na interpretação do enunciado ou na construção de estratégias, tendo a sua maioria optado por um processo de resolução misto. Ou seja, cerca de 63% dos alunos compreendeu que, considerando que as balanças estavam calibradas, a opção D não poderia representar o peso de um bloco de metal (partindo da análise da primeira imagem), contudo, a exclusão das restantes hipóteses foi feita testando cada uma das restantes opções.

Apesar da questão na sua versão original apresentar os possíveis pesos de um bloco em ordem crescente (A. 5 gramas; B. 6 gramas; C. 7 gramas; D. 8 gramas), aquando da preparação da sequência didática considerou-se adequada a troca entre as duas primeiras opções. Dessa forma, tornar-se-ia mais provável a obtenção de dados que pudessem sustentar a possível mobilização da capacidade de literacia matemática “tirar conclusões lógicas a partir dos dados”. De facto, com essa alteração, procurava-se perceber até que ponto os alunos conseguiriam compreender que se o peso de um bloco de metal não pudesse ser 6 gramas (admitindo que testariam as hipóteses na sequência apresentada), então 5 gramas também não poderia representar o peso de um bloco. Da análise de dados, não foi possível recolher evidências de que algum discente tivesse retirado essa conclusão. Antes pelo contrário, de acordo com a análise dos dados recolhidos, há fortes indícios de que os alunos não terão reconhecido esta situação, uma vez que, muito embora tenham realizado a exclusão das opções de forma sequencial (isto é, avaliaram as opções pela ordem em que estas surgem), para além de não haver qualquer conclusão após rejeição da opção A., todos os alunos que “decidiram por tentativas o que fazer”, realizaram os cálculos necessários que lhes permitiram rejeitar a opção B.

Relativamente aos resultados gerais do Problema 2 (quadro A.10.), tal como no anterior, os alunos não revelaram, na generalidade, dificuldades na interpretação do enunciado.

A análise dos processos de resolução dos alunos revelou que, na sua maioria (cerca de 72%) procurou verificar a existência de proporcionalidade direta entre a distância e o tempo utilizado para a percorrer, em vez de recorrer à fórmula para o cálculo da velocidade média (tema abordado na disciplina de Físico-Química). Quando questionados durante o processo de correção e discussão em grupo, os discentes afirmaram conhecer a fórmula em causa, contudo como se encontravam numa aula de Matemática não consideraram a possibilidade de recorrer a aprendizagens obtidas noutras disciplinas. Isto pode indiciar a dificuldade dos alunos em estabelecer pontes entre as aprendizagens adquiridas nas diversas disciplinas, talvez pela escassez de momentos onde a multidisciplinaridade seja exigida.

Importa aqui salientar que, muito embora fosse pedido no enunciado que os alunos justificassem detalhadamente a decisão tomada e os motivos pelos quais excluíram as restantes opções, apenas 24% dos trabalhos analisados responderam de forma completa. Esta situação pode ter-se devido a vários fatores: (1) o enunciado aponta para a existência de apenas uma solução válida; (2) tendo em consideração as hipóteses apresentadas, apenas uma poderia ser a correta, podendo ter levado os alunos a não sentir a necessidade de registar a rejeição das restantes opções.

A interpretação do enunciado do Problema 3 (resultados gerais no quadro A.11.) levantou bastantes dúvidas na maioria dos alunos. Inicialmente, levantaram questões sobre o pagamento realizado pelo jornal *Estrela da Zedlândia* após ser completada a venda de 240 jornais, levando vários alunos a considerar que o pagamento extra seria de 0,40 zeds e não de 0,20 zeds (a possibilidade de isto acontecer já tinha sido discutida com a Professora Orientadora antes da aula, pelo que se considerou plausível a aceitação das duas propostas de resolução desde que bem justificadas). No seguimento, vários discentes colocaram dúvidas relacionadas com a representação gráfica da forma de pagamento do jornal *Diário da Zedlândia*. Ou seja, muito embora parecessem capazes de compreender que a situação descrita para o jornal era modelada por uma função afim (tema lecionado anteriormente), revelaram-se incapazes de compreender a informação gráfica dada pelas opções C e D. Consequentemente, apesar de haver evidências que permitam concluir que 42% reconheceram que a forma de pagamento do jornal *Estrela da Zedlândia* não era modelada por uma função afim e que a forma de pagamento do *Diário da Zedlândia* era modelada por uma função afim, apenas 27% dos alunos apresentou uma proposta de resolução correta e completa na qual fosse evidente os motivos pelos quais excluíam as opções A, B e D.

Da análise de dados relativa a esta tarefa pode-se ainda concluir que, em geral, os alunos não têm por hábito elaborar estratégias de resolução que requeiram a modelação de situações escritas por funções, tendo havido apenas um aluno cuja proposta de resolução incluía a modelação da forma de pagamento do *Diário da Zedlância* e um outro cujo trabalho analisado revelava fortes evidências da modelação das duas situações descritas, na qual se pode verificar uma utilização ingénua das funções definidas por ramos (tema que apenas é abordado ao nível do ensino secundário).

No que diz respeito à análise a grosso modo do Problema 4 (quadro A.12.), a observação da sua realização revelou que, na sua maioria, os alunos terão sentido dificuldades na manipulação de variáveis. Durante todo o processo os discentes puderam solucionar as suas dúvidas e confrontar ideias com os restantes colegas e com as professoras presentes. No entanto, cinco alunos optaram por não apesentar qualquer proposta de resolução. Tal poderá ter sido motivado por: (1) procuraram compreender a questão com o apoio de um colega ou um professor, mas mesmo assim não foram capazes de compreender o objetivo do problema; (2) consideraram que o nível de dificuldade da questão colocada era elevado e nem sequer ponderaram procurar ajuda para o compreender.

Embora a maioria dos alunos (61%) tenha procurado uma estratégia de resolução que envolvesse a manipulação das variáveis, apenas 36% desses alunos concluiu que a duplicação do tempo levaria a uma redução do fator de queda e apenas 21% indicou que essa redução seria de 50%. Por outro lado, dos alunos que optaram por desenvolver uma estratégia de resolução que envolvesse a substituição das variáveis por valores (como por exemplo, a partir do processo de resolução realizado para a alínea que se seguia), todos foram capazes de responder correta e completamente à questão colocada.

As descrições acima apresentadas parecem evidenciar a dificuldade que os alunos possuem em obter conclusões a partir de abstrações.

Durante a primeira aula, foram visíveis as dificuldades dos alunos em elaborar justificações que sustentassem a decisão tomada. Contudo, à medida que as tarefas foram sendo realizadas, analisadas e discutidas em grupo, foi-se tornando cada vez mais claro o que deveriam referir e de que forma o deveriam fazer. Como evidência dessa situação, as notas de campo e as grelhas de observação preenchidas pelas restantes professoras presentes revelam que, ao contrário da primeira aula, na segunda não foram colocadas questões relativamente à forma e ao conteúdo das justificações a apresentar.

4.2. Os casos

A seleção dos casos teve por base os seguintes critérios: (1) existência de evidências (fortes ou ténues) que permitissem uma análise profunda, coerente e apropriada; (2) diversificação das evidências recolhidas na expectativa de que os casos apresentados pudessem enriquecer a investigação e fornecer dados úteis aos leitores e à comunidade educativa, em particular.

Após análise das produções escritas dos alunos, das notas de campo, das grelhas de observação e dos questionários aplicados, selecionaram-se quatro casos que representam quatro perfis distintos, tal como se pode observar no quadro 4.2.

	Caraterísticas dos casos selecionados
Caso 1	Elevado número de evidências fortes, obtidas essencialmente a partir da análise das produções escritas, e apresentadas, quase exclusivamente, sob a forma de texto (no qual se encontram os cálculos para justificação da ideia exposta).
Caso 2	Elevado número de evidências fortes, recolhidas a partir da análise das produções escritas do aluno, das notas de campo, das grelhas de observação e do questionário.
Caso 3	Menor número de evidências (parte classificadas como ténues) extraídas a partir da análise das produções escritas, complementadas pelos dados recolhidos a partir das grelhas de observação e das notas de campo.
Caso 4	Número significativo de evidências ténues obtidas após análise das respostas do aluno e cuja interpretação dependeu, sobretudo, do cruzamento com os dados recolhidos através das grelhas de observação e das notas de campo.

Quadro 4.2. Caraterização dos casos.

A análise dos casos irá incidir, essencialmente, nas produções escritas de quatro alunos da turma, nas notas de campo da investigadora e nas observações realizadas pelas três professoras presentes, podendo ser complementada com dados recolhidos através dos questionários.

Importa referir que, após apresentação das tarefas à turma, foi dada total liberdade aos alunos durante o seu processo de resolução, tendo sido solicitada a apresentação de todos os processos que levaram à resposta final e à justificação de todas as decisões tomadas. Consequentemente, várias das evidências encontram-se na resposta elaborada pelo aluno (geralmente, em forma de texto e cálculos) e, como tal, nem sempre foi possível encontrar evidências que sustentassem de forma assertiva se o discente tinha, ou não, mobilizado a capacidade em análise.

Na apresentação e análise dos casos selecionados, que se inclui em seguida, deve ter-se em consideração as abreviaturas definidas no quadro 4.1. Como conclusão ao estudo de cada caso será apresentado um quadro de análise global onde se procura sintetizar os resultados relativos à mobilização das capacidades de pensamento. Nestes quadros, a presença de evidências fortes que sustentem a hipótese de mobilização será assinalada com o símbolo $+$, na presença de evidências ténues será atribuído $\sim$ e a ausência de evidências será representada por 0. Sempre que a capacidade não tenha sido incluída na análise do problema será usada a sigla NA, não se aplica.

4.2.1. Caso 1

Tal como indiciado no quadro 4.2., o aluno responsável pelas produções escritas que se irão apresentar optou por elaborar uma resposta escrita em linguagem natural, na qual incorporou todas as justificações que terá considerado necessárias. Mais ainda, partindo das observações realizadas durante o período de estágio e com base nas respostas do aluno ao questionário realizado após aplicação da sequência didática, este poderá ser caraterizado como sendo reservado e pouco comunicativo com os colegas durante as aulas (mesmo em momentos nos quais lhes era dada a oportunidade para o fazer). Por este motivo, os momentos em que este procurou confrontar ideias com os seus pares foram quase inexistentes e, como tal, não foram recolhidas evidências relativamente à análise crítica que este poderá ter feito ao trabalho desenvolvido pelos restantes elementos da turma.

As notas de campo e as grelhas de observação revelam que o aluno não manifestou dificuldades na compreensão dos enunciados ou na resolução das tarefas.

Relativamente à análise do Problema 1, a resposta do aluno (ver figura 4.1.), as notas de campo e as grelhas de observação constituem evidências de que o aluno compreendeu claramente o objetivo da questão e todos os conceitos a esta inerentes, não questionando a calibragem das balanças.

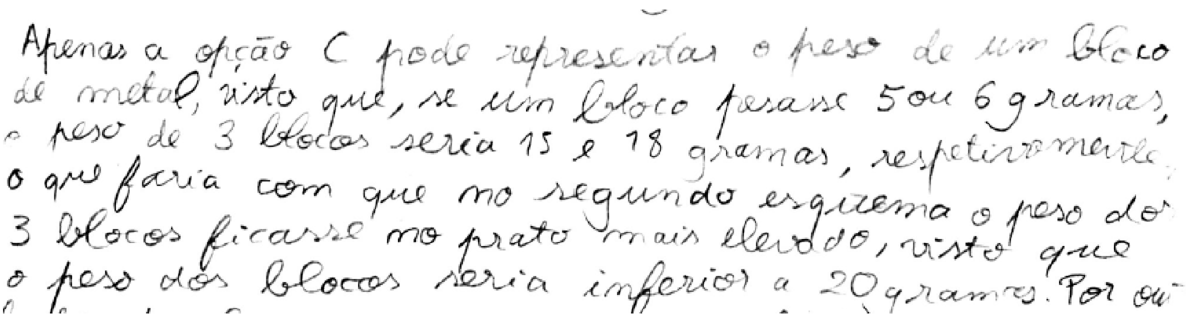

Apenas a opção C pode representar o peso de um bloco de metal, visto que, se um bloco pesasse 5 ou 6 gramas, o peso de 3 blocos seria 15 e 18 gramas, respetivamente, o que faria com que no segundo esquema o peso dos 3 blocos ficasse no prato mais elevado, visto que o peso dos blocos seria inferior a 20 gramas. Por ou

Figura 4.1. Caso 1: parte 1 da resposta ao Problema 1.

Assim, existem evidências fortes que permitem afirmar que o aluno poderá ter mobilizado as capacidades PC1, PC2 e, simultaneamente, LM1.

Mais ainda, no seguimento da proposta de resolução, o aluno afirma que:

o peso dos blocos seria inferior a 20 gramas. Por outro lado, também não seria possível que o peso de um bloco fosse 8 gramas, dado que no 1º esquema o peso de 1 bloco é inferior ao de 8 gramas e não igual, como seria se o peso de um bloco fosse 8 gramas.

Figura 4.2. Caso 1: parte 2 da resposta ao Problema 1.

apresentando os motivos que lhe levaram a concluir que as opções A. e B. estariam erradas e justificando, sem que fosse apresentado qualquer cálculo, a razão pela qual excluiu da opção D.

Deste modo, pode-se asseverar que existem fortes evidências relativamente à mobilização das capacidades PC3, PC4, PC5, LM2, LM3, LM4 e LM6 (quadro 4.1.).

Para concluir a resposta, o aluno referiu que:

* resta-nos apenas a opção C (7 gramas) que é a correta, porque no 1º esquema o seu peso é inferior a 8g, logo o seu prato fica mais elevado e no segundo esquema o peso de 3 blocos é 21 gramas e superior a 20g, logo o prato que contém os 3 blocos é o prato inferior. Recorrendo aos esquemas podemos comprovar que se um bloco pesasse 7g tudo isto poderia ser comprovado

Figura 4.3. Caso 1: parte 3 da resposta ao Problema 1.

Assim, considera-se que há indícios que o aluno terá procurado reanalisar o seu processo de resolução e, por isso, constituem evidências da mobilização das capacidades PC6 e LM7.

No que diz respeito ao Problema 2, a produção escrita recolhida após a realização desta tarefa, permite observar que o aluno não recorreu aos conhecimentos adquiridos na disciplina de Físico-Química para analisar as opções dadas.

4 Km —— 10 min
2 Km —— 5 min

$2 \times 10 = 4 \times 5$
$20 = 20$

Figura 4.4. Caso 1: parte 1 da resposta ao Problema 2.

Partindo dos cálculos apresentados na figura 4.4., o aluno conclui que a velocidade média foi a mesma nos dois percursos, justificando a decisão tomada com base na existência de uma constante de proporcionalidade direta.

R:. A velocidade média da Helena foi igual nos primei
10 minutos e nos 5 minutos seguintes, visto que
podemos verificar que há uma constante de
proporcionalidade direta que é 2 e nos indica
os Km – 2Km – que a Helena percorre em 5 minutos

Figura 4.5. Caso 1: parte 2 da resposta ao Problema 2.

Assim, o conteúdo da figura 4.5. revela que o aluno reconheceu que a distância percorrida e o tempo necessário para a percorrer são diretamente proporcionais. Deste modo, pode-se afirmar que existem fortes evidências de que terá mobilização as capacidades: PC1, PC3, PC5, LM1, LM2, LM3, LM4 e LM6.

Na mesma produção escrita (ver figura 4.6.), pode ainda ler-se que a conclusão obtida, para além de indicar a resposta ao problema, permite ainda excluir as restantes opções. Considera-se, portanto, que o conteúdo da figura 4.6. constitui evidência de mobilização das capacidades PC6 e LM7.

Podemos também chegar à esta conclusão,
excluindo as restantes opções, dado que
a velocidade média da Helena nos primeiros
10 minutos não é superior (A) nem inferior
(C) nos 5 minutos restantes, contudo podemos
chegar a uma conclusão (D), a velocidade
média é igual (B).

Figura 4.6. Caso 1: parte 3 da resposta ao Problema 2.

A proposta de resolução do Problema 3 revela que o aluno compreendeu, não só a informação dada no enunciado apresentado no início da tarefa, como também a informação apresentada nos quatro gráficos que constituem as opções de resposta.

R: A opção C está correta, visto que na Estrela da Zedlândia ganha-se 0,20 zeds por cada jornal vendido dos primeiros 240, mas depois a partir dos 240 ganha-se 0,40 zeds extra, logo o gráfico desta função tem uma "quebra" logo ou é a C ou a D. No Diário da Zedlândia recebe-se sempre 60 zeds sem vender nenhum jornal e depois recebe-se mais 0,05 zeds por cada jornal vendido, logo há uma "quebra", por isso só nos resta a opção C.

Figura 4.7. Caso 1: resposta ao Problema 3.

Tal como se pode observar, não há evidências de que o aluno tenha tentado modelar as situações descritas utilizando, de forma consciente, uma linguagem natural para justificar a sua tomada de decisão (tal como se poderá verificar pelas aspas utilizadas no conteúdo da figura 4.7.), apesar de, à data de aplicação da sequencia didática, a turma já ter tido contacto com a função afim.

À semelhança das tarefas anteriores, verifica-se que existem evidências fortes para concluir que o discente terá mobilizado as capacidades: PC1, PC3, PC5, PC6, LM1, LM2, LM3, LM4, LM6 e LM7.

Em relação ao Problema 4, a proposta de resolução apresentada evidencia que o discente compreendeu o enunciado e os conceitos envolvidos.

$$D=\frac{fv}{120n}$$

Figura 4.8. Caso 1: parte 1 da resposta ao Problema 4.

Ou seja, o conteúdo da figura 4.8. constitui evidência de que o aluno compreendeu que a duplicação da variável n era equivalente à duplicação do denominador ou à multiplicação da fração por $\frac{1}{2}$. Considera-se, por isso, que existem evidências fortes de que o aluno tenha mobilizado as capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 e, simultaneamente, as capacidades de literacia matemática LM2, LM4, LM5 e LM6.

R: O débito vai ser menor, porque vamos aumentar o denominador da fração, mas o numerador vai ser o mesmo, logo o resultado da fração vai ser menor.

Figura 4.9. Caso 1: parte 2 da resposta ao Problema 4.

Contudo, a conclusão (conteúdo da figura 4.9.) revela-se incompleta ao não referir a magnitude da variação. Como tal, não se poderá afirmar que existem evidências da mobilização da capacidade de literacia matemática LM1. Mais precisamente, não existem dados (nem na produção escrita do aluno, nem nas notas de campo ou nas grelhas de observação) que permitam concluir que o facto de o aluno não ter respondido de forma completa à questão signifique que este não tenha compreendido que o débito seria reduzido em 50%. Não obstante, considera-se que a conclusão apresentada pelo aluno poderá eventualmente constituir evidência ténue de mobilização das capacidades de pensamento PC6 e LM7.

Em conclusão, apresenta-se um quadro com a análise global do Caso 1 onde se poderá observar, de forma sintetizada, quais as capacidades de pensamento que o aluno terá mobilizado, de acordo com as evidências recolhidas.

	capacidades de pensamento crítico						**capacidades de literacia matemática**						
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	LM1	LM2	LM3	LM4	LM5	LM6	LM7
Problema 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	NA	+	+
Problema 2	+	NA	+	NA	+	+	+	+	+	+	NA	+	+
Problema 3	+	NA	+	NA	+	+	+	+	+	+	0	+	+
Problema 4	+	NA	+	0	+	~	0	+	NA	+	+	+	~
Legenda: + evidências fortes; ~ evidências ténues; 0 ausência de evidências; NA não se aplica.													

Quadro 4.3. Caso 1: análise sumária.

Analisando o quadro 4.3., pode-se concluir que existem evidências, na sua maioria fortes, obtidas essencialmente a partir da análise das produções escritas, de mobilização de quase todas as capacidades em análise.

4.2.2. Caso 2

O caso que aqui se apresenta carateriza-se pela existência de um elevado número de evidências, maioritariamente fortes, apresentadas sob a forma de esquemas, cálculos auxiliares e texto. Para além disso, as notas de campo e as grelhas de observação revelam que o aluno procurou constantemente expor as suas ideias e debater com os colegas que se encontravam nas mesas adjacentes, partilhando opiniões de forma respeitosa e respeitando os pontos de vista distintos do seu. Mais ainda, de acordo com os dados recolhidos a partir do questionário, o discente desenvolveu uma maior interação com o colega de carteira, tendo liderado a maioria das discussões.

Deste modo, o aluno poderá ser caraterizado como sendo muito participativo e comunicativo, havendo dados que sustentam que este procurou esclarecer as suas dúvidas com os seus pares e, quando estas permaneciam, com o apoio da professora estagiária responsável pelo desenvolvimento da sequência didática (que assumia, simultaneamente, o papel de investigadora).

A confrontação da resolução do Problema 1 com as notas de campo e as grelhas de observação indicia que este não revelou dificuldades na interpretação do enunciado ou dos conceitos envolvidos, não tendo sido colocada a possibilidade das balanças não estarem calibradas, tal como se poderá verificar na figura 4.10.

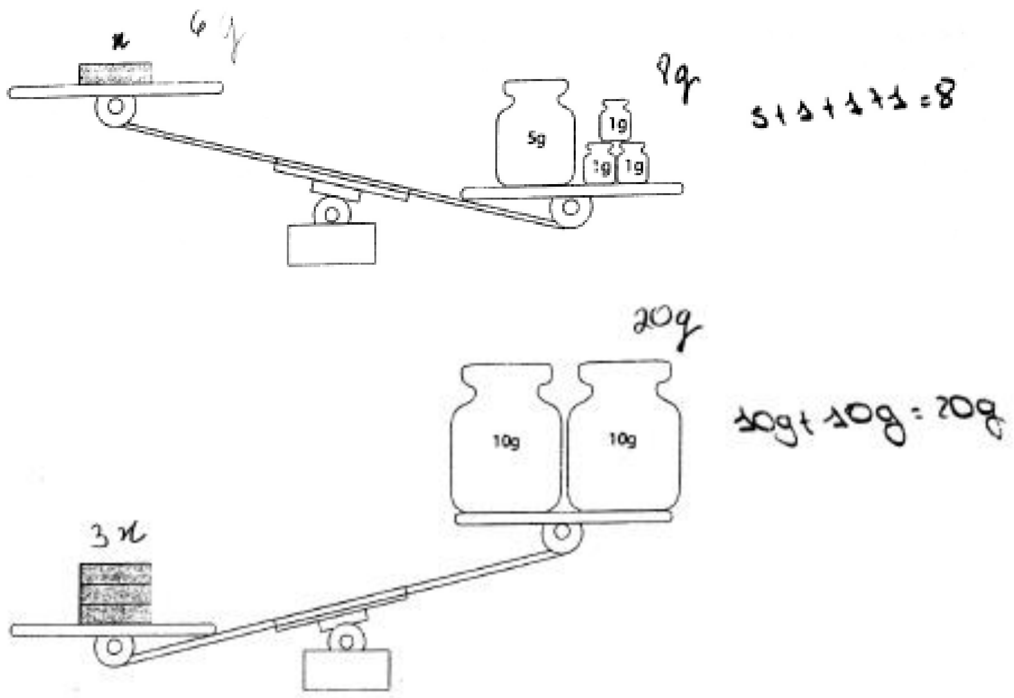


Figura 4.10. Caso 2: parte 1 da resposta ao Problema 1.

Considera-se, portanto, que existem fortes indícios que corroborem a mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC2 e, simultaneamente, a capacidade de literacia matemática LM1.

Na proposta de resolução, podem ainda observar-se os cálculos auxiliares que apoiaram a tomada de decisão (ver figura 4.11.) sendo evidentes os motivos pelos quais excluiu a opção D.

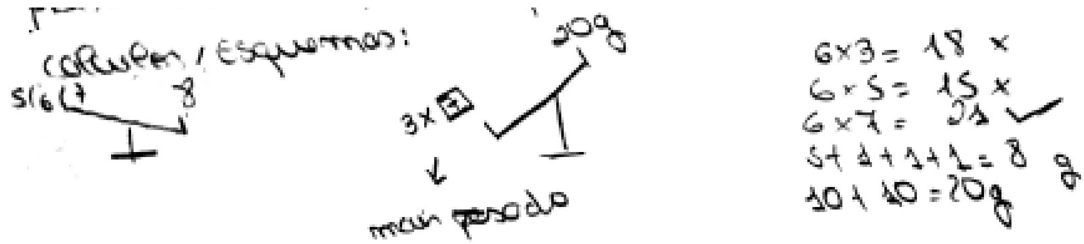


Figura 4.11. Caso 2: parte 2 da resposta ao Problema 1.

Deste modo, julga-se pertinente concluir que existem fortes evidências relativamente à mobilização das capacidades de pensamento PC3, PC4, PC5, LM2, LM3, LM4 e LM6.

Como conclusão, o aluno apresenta uma descrição dos passos que o levaram à conclusão final, referindo os motivos pelos quais foi excluindo cada uma das restantes opções, tal como se pode observar analisando o conteúdo da figura 4.12.

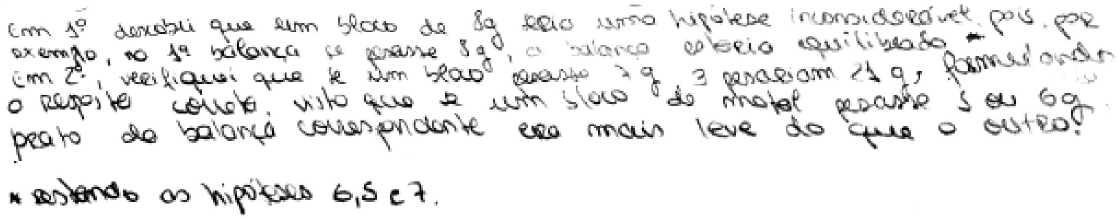


Figura 4.12. Caso 2: parte 3 da resposta ao Problema 1.

Portanto, pode-se concluir que existem fortes indícios de mobilização das capacidades PC6 e LM7.

No que concerne ao Problema 2, a partir dos cálculos realizados e que se podem observar na figura 4.13., o discente reconheceu que a distância percorrida e o tempo necessário para a percorrer são grandezas diretamente proporcionais.

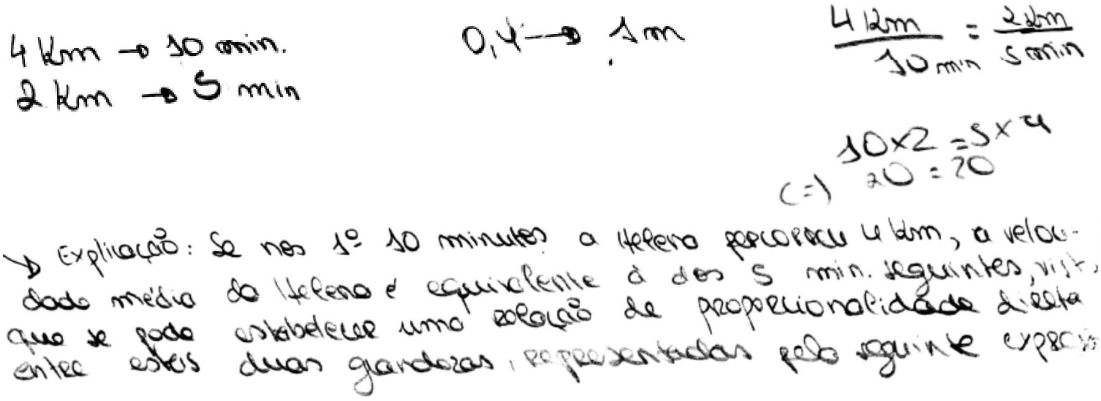


Figura 4.13. Caso 2: parte 1 da resposta ao Problema 2.

Desta forma, pode-se afirmar que existem fortes evidências de mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 e, ainda, as capacidades de literacia matemática LM1, LM2, LM3, LM4 e LM6.

No seguimento, justificou que as conclusões anteriores lhe permitiram afirmar que a velocidade média tinha sido a mesma em ambos percursos (ver figura 4.14.) e, por isso, considera-se que existem evidências da mobilização das capacidades de pensamento PC6 e LM7.

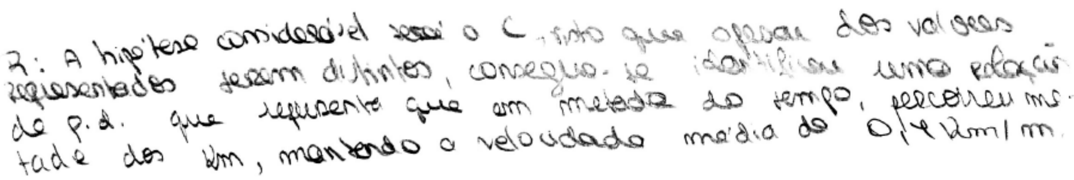
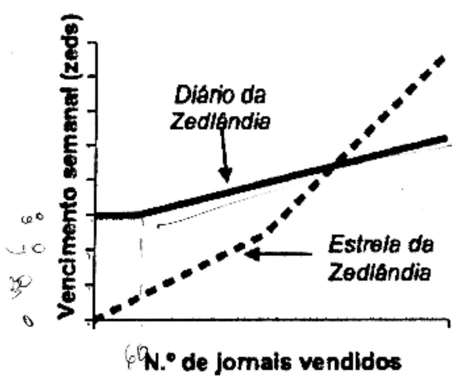

2: A hipótese considerável será o C, visto que apesar dos valores representados serem distintos, consegue-se identificar uma relação de p.d. que representa que em metade do tempo, percorreu metade dos km, mantendo a velocidade média de 0/4 km/m.

Figura 4.14. Caso 2: parte 2 da resposta ao Problema 2.

Considera-se ainda relevante referir que, apesar do aluno ter utilizado os conhecimentos adquiridos na disciplina de Matemática para desenvolver e colocar em prática a sua estratégia de resolução, foi também capaz de compreender que o significado do resultado obtido, afirmando que este representava a velocidade média de cada um dos percursos, tal como se poderá verificar pela resposta apresentada na figura 4.14.

A análise da produção escrita recolhida após resolução do Problema 3, juntamente com as notas de campo e as grelhas de observação, permite concluir que o aluno terá sido capaz de compreender a informação dada pelo enunciado apresentado no início da tarefa, porém não terá conseguido interpretar corretamente a informação, representada graficamente, relativa à forma de pagamento realizada pelo jornal *Diário da Zedlândia*, tal como se pode analisar na imagem que se segue (chama-se especial atenção aos apontamentos realizados pelo aluno no gráfico, figura 4.15.).



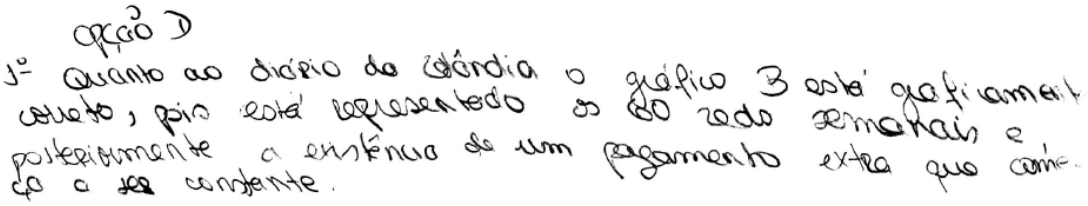

opção D
1º Quanto ao diário da Zedlândia o gráfico B está graficamente correto, pois está representado os 60 zeds semanais e posteriormente a existência de um pagamento extra que começa a ser constante.

Figura 4.15. Caso 2: parte 1 da resposta ao Problema 3.

Relativamente à forma de pagamento do outro jornal, o aluno não demonstrou ter tido dificuldades na correta interpretação das informações dadas, justificando a existência de uma alteração na forma de pagamento após ser vendido um determinado número de jornais (ver figura 4.16.).

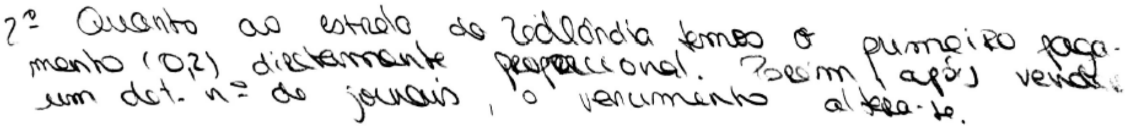

2º Quanto ao estrela da Zedlândia temos o primeiro pagamento (0,2) diretamente proporcional. Porém, após vender um det. nº de jornais, o vencimento altera-se.

Figura 4.16. Caso 2: parte 2 da resposta ao Problema 3.

Não existem evidências de que o discente responsável pela proposta de resolução apresentada tenha procurado modelar as situações descritas.

Portanto, pode-se afirmar que existem indícios de mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 (ténue) e PC6 e, simultaneamente, as capacidades de literacia matemática LM1 (ténue), LM2, LM3 (ténue), LM4, LM6 (ténue) e LM7.

A produção escrita do discente para o Problema 4 constitui evidência de que este terá compreendido de forma clara o objetivo da questão e todos os conceitos a esta inerentes. Não obstante, as notas de campo e as grelhas de observação revelam que, antes de idealizar e implementar a sua estratégia de resolução, o aluno questionou a professora estagiária sobre o significado do número 60 na fórmula apresentada no enunciado.

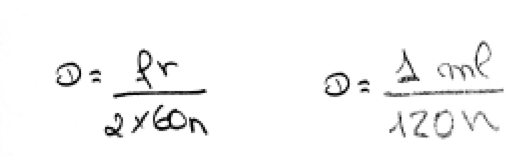

$D = \frac{fr}{2 \times 60n}$ $\quad D = \frac{1\ ml}{120n}$

Figura 4.17. Caso 2: parte 1 da resposta ao Problema 4.

Tal como se pode verificar na figura 4.17., existem indícios de que o aluno reconheceu que a duplicação da variável n era equivalente à duplicação do denominador ou à multiplicação da fração por $\frac{1}{2}$. Portanto, considera-se pertinente concluir que existem evidências fortes de mobilização das capacidades de pensamento PC1, PC3, PC5, LM1, LM2, LM4, LM5 e LM6. Considera-se, também, importante salientar a substituição das variáveis do numerador por uma constante. Assim, o conteúdo da figura 4.17. poderá constituir evidência ténue de mobilização da capacidade PC4.

Como conclusão, o aluno referiu que a duplicação do número de horas que a perfusão deve demorar resultaria na redução para metade do débito da mesma (ver figura 4.18.). De acordo com as notas de campo e com as grelhas de observação, o discente participou ativamente nas discussões relacionadas com este problema, tendo partilhado e explicado aos seus pares a conclusão obtida. Pode-se, por isso, afirmar que existem evidências da mobilização da capacidade de pensamento crítico PC6 e de literacia matemática LM7.

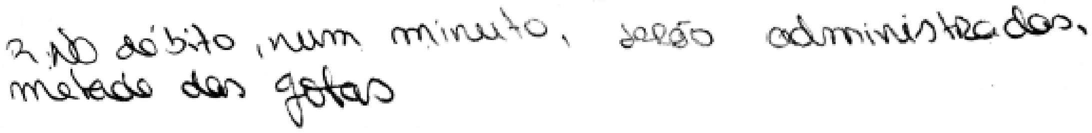

2. No débito, num minuto, serão administrados metade das gotas

Figura 4.18. Caso 2: parte 2 da resposta ao Problema 4.

O quadro 4.4. apresenta a síntese dos resultados obtidos após a análise do Caso 2.

	capacidades de pensamento crítico						**capacidades de literacia matemática**						
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	LM1	LM2	LM3	LM4	LM5	LM6	LM7
Problema 1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	NA	+	+
Problema 2	+	NA	+	NA	+	+	+	+	+	+	NA	+	+
Problema 3	+	NA	+	NA	~	+	~	+	~	+	0	~	+
Problema 4	+	NA	+	~	+	+	+	+	NA	+	+	+	+
Legenda: + evidências fortes; ~ evidências ténues; 0 ausência de evidências; NA não se aplica.													

Quadro 4.4. Caso 2: análise sumária.

A análise sumária do Caso 2 revela que existem evidências fortes de mobilização de quase todas as capacidades em análise. Estas evidências foram obtidas a partir da análise das produções escritas do aluno, das notas de campo e das grelhas de observação.

4.2.3. Caso 3

A seleção do Caso 3 destaca-se pela presença de evidências fortes e ténues, apresentadas sob a forma de esquemas, cálculos auxiliares e texto. Os dados recolhidos através das notas de campo, das grelhas de observação e do questionário aplicado permitem concluir que o discente dinamizou e participou, ativamente e respeitosamente, em discussões com os seus pares, com vista ao esclarecimento de dúvidas suas e dos seus colegas. De acordo com as respostas do aluno ao questionário, as discussões foram realizadas, maioritariamente, com o seu colega de mesa tendo os dois colaborado de forma idêntica.

Assim, o aluno poderá ser descrito como sendo bastante participativo e comunicativo. Existe ainda dados que indicam que este procurou esclarecer algumas das suas dúvidas com a professora estagiária.

A resposta elaborada, a par das notas de campo e das grelhas de observação, permite concluir que o aluno foi capaz de interpretar, corretamente, o enunciado e os conceitos envolvidos, não havendo evidências de que tenha questionado a calibragem das balanças (ver figura 4.20.). Desta forma, pode-se afirmar que o discente terá mobilizado as capacidades de pensamento PC1, PC2 e LM1.

Figura 4.19. Caso 3: parte 1 da resposta ao Problema 1.

No seguimento da resposta, o discente procura expor a estratégia utilizada para a exclusão das opções. Não obstante da informação apresentada na figura 4.19. e apesar de ser possível extrapolar os motivos pelos quais o aluno excluiu a opção D, não se considera que este tenha justificado, claramente, a sua tomada de decisão (ver figura 4.20.).

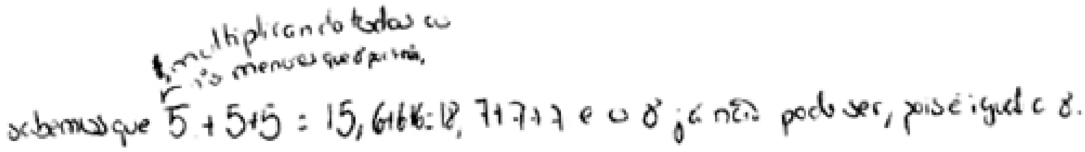


Figura 4.20. Caso 3: parte 2 da resposta ao Problema 1.

Deste modo, pode-se concluir que poderão existir evidências relativamente à mobilização das capacidades de pensamento crítico PC3, PC4, PC5 (ténue) e, ainda, das capacidades de literacia matemática LM2, LM3 (ténue), LM4, LM6 (ténue).

Em conclusão, o discente acrescenta que a resposta ao problema é a opção C, uma vez que, é a única que respeita as condições referidas na figura 4.19. Considera-se, assim, que o conteúdo da figura 4.21. poderá constituir evidência de mobilização das capacidades de pensamento PC6 e LM7.

Logo, o único nº menor que 8 e que x3 dá mais que 20 é o 7. A resposta é a C.

Figura 4.21. Caso 3: parte 3 da resposta ao Problema 1.

Atentando à produção escrita do Problema 2 e às notas de campo, concluiu-se que o aluno não recorreu às aprendizagens adquiridas na disciplina de Físico-Química durante a conceção e implementação da sua estratégia de resolução.

Quando dizemos que 4 → 10 e que 2 → 5, temos uma proporcionalidade direta, pois $\frac{10}{4} = 2,5$ e $\frac{5}{2} = 2,5$

Figura 4.22. Caso 3: parte 1 da resposta ao Problema 2.

Tal como se pode observar pelo conteúdo da figura 4.22., o discente identificou que a distância percorrida e o tempo gasto eram grandezas diretamente proporcionais, apresentando os cálculos necessários para justificar a afirmação. Deste modo, pode-se concluir que existem evidências de que terá mobilizado as capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 e, simultaneamente, as capacidades de literacia matemática LM1, LM2, LM3, LM4 e LM6.

Para concluir, o aluno refere que os cálculos anteriores permitiam verificar que a velocidade média nos dois percursos tinha sido a mesma e, portanto, a velocidade média no primeiro percurso não poderia ser maior ou menor que no segundo (ver figura 4.23.).

Sabendo que é uma proporcionalidade direta, uma velocidade não é maior/menor que a outra, são a mesma velocidade. Podemos então concluir que a resposta correta é a (B).

Figura 4.23. Caso 3: parte 2 da resposta ao Problema 2.

Como se pode verificar, apesar do enunciado solicitar a indicação dos motivos pelos quais as restantes opções são falsas, nada é mencionado relativamente à opção D. Ainda assim, uma vez que refere que "são a mesma velocidade" (figura 4.23.), poderá eventualmente concluir-se que o aluno não sentiu necessidade de referir que esta opção não poderia ser considerada válida. Portanto, a produção escrita poderá, eventualmente, constituir evidência ténue de mobilização das capacidades de pensamento PC6 e LM7.

De acordo com as notas de campo e com os dados recolhidos pelas grelhas de observação, o aluno sentiu necessidade de discutir a interpretação do enunciado do Problema 3 com os seus pares. Durante este momento, tornou-se evidente a existência de dúvidas na interpretação do enunciado apresentado no início da tarefa e das representações gráficas que são dadas como possíveis opções de resposta. A par disso, a análise de dados indica que, após a discussão, o aluno terá sido capaz de compreender, corretamente, a forma de pagamento de cada um dos jornais, mas o mesmo não terá acontecido relativamente à interpretação de cada um dos gráficos.

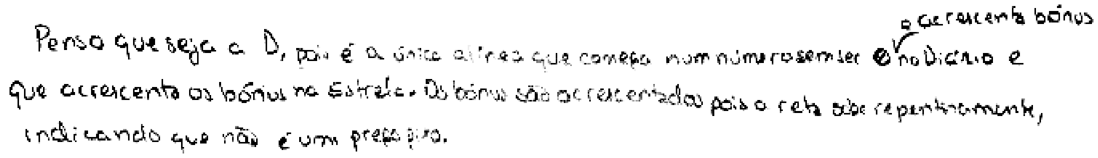

Penso que seja a D, pois é a única alínea que começa num número sem ser 0 o acrescenta bónus no Diário e que acrescenta os bónus na Estrela. Os bónus são acrescentados pois a reta sobe repentinamente, indicando que não é um preço fixo.

Figura 4.24. Caso 3: resposta ao Problema 3.

O conteúdo da figura 4.24. apresenta, numa linguagem natural ("acrescenta os bónus", figura 4.24) os motivos pelos quais os gráficos A. e B. não poderiam representar a forma de pagamento do *Estrela da Zedlândia*. No entanto, para a excluir da opção C justifica que o pagamento inicia num valor diferente de zero ao qual se acrescenta o pagamento extra por jornal vendido, o que evidencia as dificuldades já mencionadas. Para além disso, não existem evidências de que o discente tenha procurado modelar as situações descritas.

Deste modo, pode-se concluir que poderão existir evidências que sustentem a possível mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 (ténue) e, simultaneamente, as capacidades de literacia matemática LM1 (ténue), LM2, LM3 (ténue), LM4, LM6 (ténue).

A justificação relativa à forma de pagamento do jornal *Estrela da Zedlândia* poderá indiciar que o aluno terá mobilizado as capacidades PC6 e PC7, contudo não há dados que permitam retirar conclusões para a restante parte da questão em causa. Assim, considera-se que poderão eventualmente existir evidências ténues de mobilização destas capacidades.

No que diz respeito ao Problema 4, segundo as notas de campo e as grelhas de observação, o aluno revelou algumas dificuldades em desenvolver uma estratégia que lhe permitisse responder à questão colocada. Contudo, após discutir com os seus pares, terá sido capaz de compreender o objetivo da mesma, apresentando uma resposta onde se pode ler que a duplicação da variável n leva a que a fórmula apresentada seja alterada para $\frac{fv}{120n}$ (figura 4.25.).

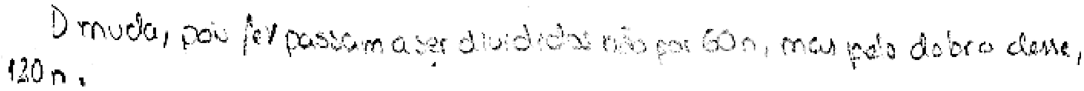

D muda, pois fv passam a ser divididas não por 60n, mas pelo dobro desse, 120 n.

Figura 4.25. Caso 3: parte 1 da resposta ao Problema 4.

Assim, poderão eventualmente existir evidências da mobilização das capacidades de pensamento PC1, PC3, PC5, LM1, LM2, LM4, LM5, LM6.

Por último, o aluno justifica que o valor correspondente ao débito será metade, tal como se pode verificar na figura 4.26.)


Logo, D fica mais pequeno (metade).

Figura 4.26. Caso 3: parte 2 da resposta ao Problema 4.

Pode-se, assim, concluir que poderá ter ocorrido a mobilização das capacidades PC6 e LM 7.

De seguida, encontra-se o quadro com a análise global do Caso 3 para que se possam observar as capacidades que terão sido mobilizadas de acordo com as evidências recolhidas.

	capacidades de pensamento crítico						**capacidades de literacia matemática**						
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	LM1	LM2	LM3	LM4	LM5	LM6	LM7
Problema 1	+	+	+	+	~	+	+	+	~	+	NA	~	+
Problema 2	+	NA	+	NA	+	~	+	+	+	+	NA	+	~
Problema 3	+	NA	+	NA	~	~	~	+	~	+	0	~	~
Problema 4	+	NA	+	0	+	+	+	+	NA	+	+	+	+
Legenda: + evidências fortes; ~ evidências ténues; 0 ausência de evidências; NA não se aplica.													

Quadro 4.5. Caso 3: análise sumária.

A análise do quadro 4.5. revela que a maioria das evidências ténues se encontram relacionadas com a mobilização das capacidades de pensamento crítico decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão (PC5) e decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir (PC6) e, também, com a mobilização das capacidades de literacia matemática tirar conclusões lógicas a partir de dados (LM3), executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz (LM6) e resolver problemas, incluindo justificar soluções e processos de resolução (LM7).

4.2.4. Caso 4

Tal como referido no quadro 4.2., o Caso 4 destaca-se pelo número reduzido de evidências consideradas fortes recolhidas nas produções escritas. A análise das propostas de resolução revelou que o aluno nem sempre justificou completamente as decisões tomadas. Não obstante disso, partes das produções escritas recolhidas, que poderão apresentar-se sob a forma de esquemas, cálculos auxiliares e texto, quando cruzadas com as notas de campo e as grelhas de observação poderão constituir evidências da possível mobilização das capacidades de pensamento crítico e literacia matemática em análise.

Mais ainda, as observações realizadas durante o período de estágio e as respostas do aluno ao questionário realizado após conclusão da sequência didática permitem caraterizá-lo como sendo extrovertido e participativo durante as aulas, tendo procurado estabelecer diversas linhas de comunicação com vários colegas. Deste modo, destaca-se pelos variados momentos onde se pode observar a partilha de ideias com os seus pares.

As notas de campo e as grelhas de observação revelam que o aluno manifestou dificuldades na compreensão de alguns enunciados, contudo terá procurado, com relativa frequência, solucioná-las com os colegas e com as professoras presentes.

A análise da produção escrita para o Problema 1 permite concluir que não existem evidências fortes sobre a correta interpretação do enunciado. Contudo, as notas de campo e as grelhas de observação revelam que o discente analisou de forma crítica as propostas de resolução apresentadas pelos seus pares. Pode-se, portanto, concluir que, à partida, este terá compreendido claramente o objetivo da questão e todos os conceitos a esta inerentes, sem questionar a calibragem das balanças (figura 4.27.). Neste sentido, considera-se que existem evidências de que o aluno poderá, possivelmente, ter mobilizado as capacidades de pensamento PC1, PC2 e LM1.

Penso que seja 7 pois ao retirarmos um peso de 1g do frasco 1 irá ficar equilibrado a seguir 3 pesos, é 7+[illegible]=[illegible] este é o número mais aproximado do escolhi mais próximo do 20.

Figura 4.27. Caso 4: parte 1 da resposta ao Problema 1.

Muito embora não se possa afirmar com total certeza, pode-se considerar que o aluno poderá ter elaborado uma estratégia de resolução a partir da análise das imagens e das opções apresentadas (figura 4.27). Assim, considera-se que poderão existir evidências relativamente à mobilização das capacidades de pensamento crítico PC3 (ténue) e PC5 (ténue) e, ainda, as capacidades de literacia matemática LM2 (ténue), LM3, LM4 (ténue), LM6 (ténue). Apesar de não se verificar a existência de evidências que permitam atestar a mobilização da capacidade de pensamento crítico PC4, o aluno poderá, eventualmente, ter realizado algum processo de raciocínio que lhe tenha permitido concluir que as opções A e B não poderiam constituir resposta ao problema apresentado, pelo que não se poderá afirmar que a sua mobilização também não se verificou.

Para concluir a resposta, o aluno referiu que:

Assim fazemos uma aproximação do número mais próximo que é o 7.

Figura 4.28. Caso 4: parte 2 da resposta ao Problema 1.

Muito embora a análise da produção escrita não permita concluir que o discente procurou analisar a sua proposta de resolução, o conteúdo da figura 4.28. poderá indiciar que esta revisão poderá ter sido realizada. Mais ainda, as notas de campo e as grelhas de observação indicam que o aluno analisou criticamente as propostas de resolução dos seus pares tendo, inclusive, referido alguns detalhes onde seria possível verificar os motivos pelos quais a resposta apresentada por um colega de turma não poderia estar correta. Assim, considera-se que existem fortes evidências da mobilização das capacidades PC6 e LM7.

Em relação à análise do Problema 2, não há evidências de que o discente responsável pelas produções que se irão apresentar tenha recorrido aos conhecimentos adquiridos na disciplina de Físico-Química para analisar as opções dadas.

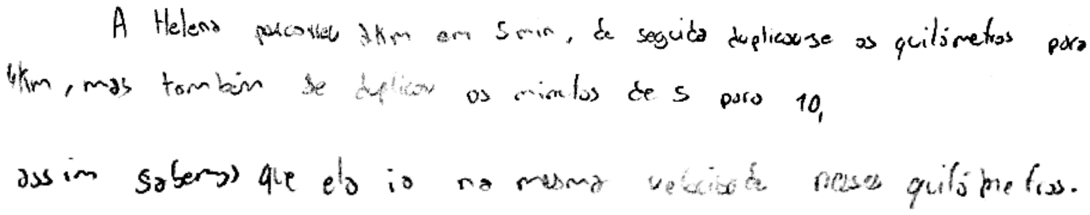

A Helena percorreu 2Km em 5min, de seguida duplicou-se os quilómetros para 4Km, mas também se duplicou os minutos de 5 para 10,
assim sabemos que ela ia na mesma velocidade nesses quilómetros.

Figura 4.29. Caso 4: resposta ao Problema 2.

A análise do conteúdo da imagem 4.29. permite verificar que o aluno terá reconhecido a existência de proporcionalidade direta entre grandezas em causa, concluindo que a velocidade média nos dois percursos tinha sido a mesma.

Muito embora a produção escrita não tenha permitido a recolha de mais informações, as notas de campo e as grelhas de observação revelam que o discente participou ativamente em várias discussões sobre a resolução do problema em causa. Num destes momentos de partilhas de informação, este procurou esclarecer as dúvidas do seu colega de carteira, explicando-lhe detalhadamente o seu processo de resolução. Como tal, considera-se que terá ocorrido mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC3, PC5 e PC6 e, simultaneamente, das capacidades de literacia matemática LM1, LM2, LM3, LM4, LM6 e LM7.

A proposta de resolução para o Problema 3 e os dados obtidos através dos restantes instrumentos de recolha de dados indiciam que o aluno revelou dificuldades na interpretação das várias informações que compõem o enunciado da questão. Essas dúvidas foram expostas a uma das docentes presentes, que procurou esclarecê-las sem indicar a opção correta ou influenciar a sua resposta, e também com alguns colegas da turma.

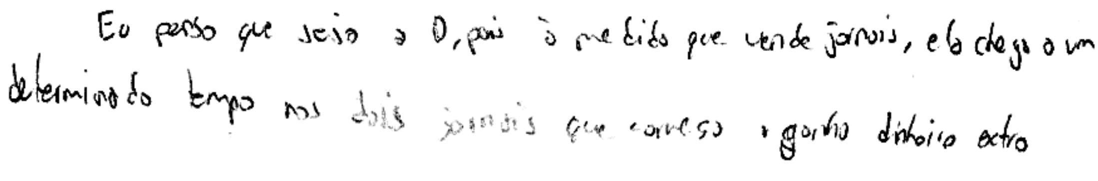

Eu penso que seja a D, pois à medida que vende jornais, ela chega a um determinado tempo nos dois jornais que carrega o ganho dinheiro extra

Figura 4.30. Caso 4: parte 1 da resposta ao Problema 3.

De acordo com os dados recolhidos, não há evidências de que o aluno tenha procurado modelar as situações descritas. No entanto, a linguagem utilizada (nomeadamente a palavra “declive”, figura 4.31.) na construção da resposta poderá indicar que o aluno reconheceu que a alteração na forma de pagamento tem consequências na representação gráfica.

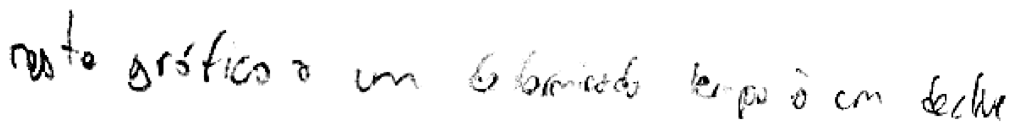


Figura 4.31. Caso 4: parte 2 da resposta ao Problema 3.

Pode-se, portanto, concluir que o discente terá interpretado corretamente os enunciados relativos à forma de pagamento de ambos jornais, mas o mesmo não se terá verificado na interpretação gráfica. De facto, segundo as grelhas de observação, o discente concluiu, com relativa facilidade, que as opções A e B não poderiam representar a opção correta devido à representação gráfica do jornal *Estrela da Zedlândia* (informação que o discente não registou na sua folha de resposta). Para além disso, os dados recolhidos através das notas de campo indicam que discente participou (de forma passiva) em discussões sobre a representação gráfica do *Diário da Zedlândia*. Contudo, não terá sido capaz de interpretar a informação gráfica relativa a esse jornal, situação também indiciada pela ausência de justificação para a exclusão da opção C. Desta forma, considera-se que poderão, eventualmente, existir indícios (na sua maioria ténues, dada a incompletude da resposta) de mobilização das capacidades de pensamento crítico PC1, PC3 (ténue), PC5 (ténue) e, simultaneamente, as capacidades de literacia matemática LM1 (ténue), LM2 (ténue), LM3 (ténue), LM4 (ténue), LM6 (ténue) e LM7 (ténue).

Por último, no que concerne ao Problema 4, o cruzamento dos dados permite concluir que o discente compreendeu o enunciado da questão e, como tal, compreendeu que a duplicação da variável n era equivalente à duplicação do denominador, tal como se poderá observar na figura 4.32. Consequentemente, pode-se verificar que, em princípio, o aluno terá mobilizado as capacidades de pensamento crítico PC1, PC3 e PC5 e, ainda, as capacidades de literacia matemática LM2, LM4, LM5 e LM6.

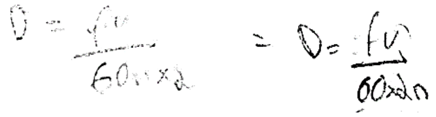


Figura 4.32. Caso 4: parte 1 da resposta ao Problema 4.

Contudo, a análise da figura 4.33., das grelhas de observação e das notas de campo reflete que, apesar de ter partilhado opiniões com vários colegas e de ter participado ativamente nos grupos de discussão, o aluno não foi capaz de compreender o objetivo da questão. Como consequência, também não terá sido capaz de averiguar o significado do resultado obtido, não apresentando qualquer resposta relativamente à magnitude da variação da variável D, tal como se pode verificar na figura 4.33. Assim, considera-se que não há evidências que sustentem que o aluno tenha mobilizado as capacidades de pensamento PC6, LM1 e LM7.

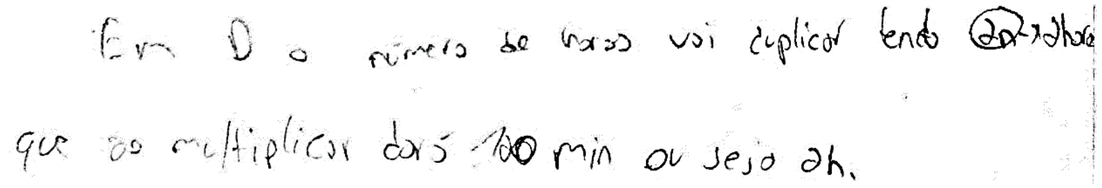


Figura 4.33. Caso 4: parte 2 da resposta ao Problema 4.

Tal como nos casos anteriores, segue-se um quadro síntese onde se apresentam os resultados obtidos após a análise do último caso deste estudo.

	capacidades de pensamento crítico						capacidades de literacia matemática						
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	LM1	LM2	LM3	LM4	LM5	LM6	LM7
Problema 1	+	+	~	0	~	+	+	~	+	~	NA	~	+
Problema 2	+	NA	+	NA	+	+	+	+	+	+	NA	+	+
Problema 3	+	NA	~	NA	~	0	~	~	~	~	0	~	~
Problema 4	+	NA	+	0	+	0	0	+	NA	+	+	+	0
Legenda: + evidências fortes; ~ evidências ténues; 0 ausência de evidências; NA não se aplica.													

Quadro 4.6. Caso 4: análise sumária.

Por último, o quadro 4.6. revela que existe um número significativo de evidências ténues relativas à mobilização das capacidades em análise, particularmente das capacidades: focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas (PC3), decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão (PC5), resolver problemas: planear diferentes estratégias (LM2), resolver problemas: testar diferentes estratégias (LM4) e executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz (LM6). Para além disso, no que respeita aos últimos dois problemas existem apenas evidências ténues ou não existem sequer evidências de mobilização das capacidades decidir sobre uma ação: rever tendo em conta a situação no seu todo, e decidir (PC6) e resolver problemas, incluindo justificar soluções e processos de resolução (LM7). Deste modo, pode-se concluir que o aluno revela dificuldades em verbalizar o seu pensamento e em retirar conclusões após concluída a terceira etapa de resolução de problemas de Polya.

Notas Finais

O texto que se segue é dedicado à síntese e discussão dos principais resultados do estudo realizado. Consequentemente, procura-se dar resposta à questão que guiou a realização da investigação. Por último, e não menos importante, será feita uma reflexão sobre todo o processo evidenciando algumas dificuldades e limitações sentidas durante todo o desenvolvimento deste trabalho e apresentadas sugestões para investigações futuras.

Antes de dar início à apresentação dos resultados, considera-se pertinente recordar que este estudo tinha como questão de investigação o seguinte:

Em que medida a inclusão de tarefas de avaliação de capacidades de literacia matemática usadas por organismos internacionais, nomeadamente TIMSS e PISA, nos planos de aula é favorável à mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática?

Para responder a esta questão, foram tidos em consideração os seguintes objetivos:

- Verificar se a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática se evidencia nos trabalhos desenvolvidos pelos alunos;
- Identificar as dificuldades sentidas pelos alunos durante todo o processo de realização das tarefas;
- Analisar em que medida a implementação de uma sequência didática desenvolvida com base numa bateria de tarefas avaliadoras das capacidades de literacia matemática pode contribuir para a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

Posto isto, e dado que este estudo foi desenvolvido a par da unidade curricular PES, a investigadora (e simultaneamente professora estagiária) começou por definir qual o tema a ser explorado tendo em consideração o ano de escolaridade dos participantes e os documentos legais vigentes (nomeadamente o PMCMEB e o plano curricular da disciplina de Matemática). Em seguida, procedeu-se à planificação e implementação da sequência didática da unidade Equações Literais. Esta planificação envolveu uma análise e seleção de tarefas elaboradas por organismos internacionais (TIMSS e PISA) de forma a que o nível de dificuldade das mesmas fosse aumentando de forma gradual.

Dada a natureza da investigação, pode-se afirmar que este trabalho foi elaborado segundo uma abordagem de natureza qualitativa, com um leve suporte quantitativo, assente num paradigma construtivista e com design de estudo de caso múltiplo. A recolha de dados foi realizada a partir das produções escritas dos alunos, das grelhas de observação preenchidas pelas docentes presentes, das notas de campo da investigadora e, ainda, dos questionários aplicados aos alunos no final da sequência didática.

Relativamente ao primeiro objetivo de investigação – verificar se a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática se evidencia nos trabalhos desenvolvidos pelos alunos – pode-se afirmar que, de acordo com os dados recolhidos, nem sempre foi possível verificar a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática dos alunos a partir das suas produções escritas. O cruzamento de dados permitiu completar a análise destes trabalhos, mas nem sempre foi suficiente para verificar se a mobilização das capacidades em análise tinha ocorrido. A existência destas dificuldades de verificação levou à necessidade de classificar as evidências como fortes, ou ténues, de acordo com quantidade e qualidade dos dados recolhidos. Assim, no que respeita aos casos selecionados, o cruzamento dos dados recolhidos, e que se resumem nos quadros 4.3., 4.4., 4.5. e 4.6., permitiu verificar que existem evidências, maioritariamente fortes, de que os alunos terão mobilizado as capacidades de pensamento crítico: focar uma questão: identificar uma questão (PC1), identificar assunções: assunções não enunciadas (PC2), focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas (PC3) e decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer (PC4); e de literacia matemática: resolver problemas: planear diferentes estratégias (LM2) e resolver problemas: testar diferentes estratégias (LM4). Mas, existe um número significativo de evidências ténues (ou inclusive ausência de evidências) relativamente à mobilização das capacidades de pensamento crítico: decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão (PC5) e decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir (PC6); e de literacia matemática: interpretar informação apresentada de diferentes formas (LM1), tirar conclusões lógicas a partir de dados (LM3), manipular variáveis (LM5), executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz (LM6) e resolver problemas: justificar soluções e processos de resolução (LM7). Esta situação poderá dever-se a dois motivos: (1) inexperiência da investigadora; (2) a inclusão pouco frequente deste tipo de tarefas em contexto de sala de aula. Segundo Vieira (2003), o ensino e aprendizagem do pensamento crítico deve ser um processo explícito, sistemático e promovido nas diversas disciplinas que compõem os níveis de ensino obrigatório. Contudo, uma análise cuidada dos materiais didáticos utilizados, atualmente, na lecionação dos mais diversos temas permite concluir que a presença de tarefas idealizadas a partir de referências teóricas sobre pensamento crítico e literacia matemática é reduzida, situação também descrita por Tenreiro-Vieira e Vieira (2000) e Pinto (2011). Mais ainda, muito embora se reconheça a importância das diretrizes socio-construtivistas, os materiais utilizados pelos docentes "parecem estar sobretudo em consonância com uma abordagem centrada na explicação do professor" (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2014, p. 24).

Este trabalho tinha, também, como objetivo averiguar quais as dificuldades sentidas pelos alunos, durante a realização dos problemas selecionados. Durante a primeira aula da sequência didática (Anexo A.), vários alunos revelaram hesitações na segunda fase da resolução de problemas de Polya procurando, junto das docentes presentes, saber qual ou quais as estratégias que deveriam utilizar. A título de exemplo, durante a realização da segunda tarefa (incluída no plano da primeira aula, Anexo A.), a maioria dos alunos da turma em causa desenvolveu estratégias de resolução que implicavam a utilização da proporcionalidade direta, à semelhança do que se verificou nos quatro casos analisados. Não obstante do seu conhecimento da fórmula para o cálculo da velocidade média, vários alunos (inclusive os casos 2 e 3) afirmaram que, como se encontravam na aula de matemática, não consideraram a possibilidade de mobilizar conhecimentos adquiridos noutras disciplinas. Durante a realização do Problema 3, foi possível identificar várias dificuldades relacionadas com a interpretação gráfica. A partir das observações feitas pelos alunos (com as docentes presentes ou entre eles, registadas nas notas de campo e nas grelhas de observação), pode-se concluir que estes tinham, na sua maioria, compreendido os enunciados e as descrições das formas de pagamento relativas a cada jornal. Contudo, muito embora tivessem compreendido a forma de pagamento do *Diário da Zedlândia*, demonstraram dificuldades na interpretação da informação dada pelos gráficos. Esta situação levou os alunos a assinalar uma opção errada apesar de terem sido capazes de compreender a informação dada sob a forma de texto (caso 2 e 3) ou, ainda, a responderem sem justificarem completamente a sua tomada de decisão (Caso 4). Após realização e análise do Problema 4, foi possível concluir que, em geral, os alunos revelam dificuldades na interpretação e manipulação de expressões algébricas com duas ou mais variáveis, motivo que os levou a procurar esclarecer as suas incertezas e debater as suas ideias com os seus pares e/ou com as professoras presentes (casos 2, 3 e 4).

Em suma, com o decorrer da primeira aula, foram-se destacando as dúvidas e os obstáculos que os alunos iam sentindo, tendo sido possível concluir que, de um modo geral, os alunos revelavam sentir bastantes dificuldades em desenvolver estratégias de resolução. Mas, acima de tudo, transpareciam preocupação na verbalização dos seus pensamentos e das suas conclusões. Consequentemente, as suas justificações revelavam-se por vezes incompletas e/ou incoerentes. As grelhas de observação e as notas de campo revelaram que de tarefa para tarefa os alunos foram procurando cada vez mais respostas às suas próprias perguntas através da exposição e discussão de diferentes pontos de vista. A título de exemplo, os casos 2, 3 e 4, a par de outros alunos da turma, permitiram constatar que, apesar das dificuldades demonstradas nos instantes seguintes à primeira leitura das tarefas, apresentaram respostas que revelam que, no geral, compreenderam as questões colocadas e foram capazes de desenvolver estratégias de resolução para dar resposta às mesmas. Assim, à medida que a sequência didática foi sendo implementada, a generalidade dos alunos foi-se adaptando à metodologia de trabalho, observando-se uma crescente partilha de opiniões, confrontação de ideias e explicação de raciocínios, situação observada na análise dos casos 2, 3 e 4. Portanto, considera-se que existem indícios de que o desconforto da primeira aula em relação às tarefas colocadas se foi dissipando, ao mesmo tempo que os discentes se familiarizavam cada vez mais com o tipo de tarefas propostas.

Por último, procurou-se analisar em que medida a implementação de uma sequência didática desenvolvida com base numa bateria de tarefas avaliadoras das capacidades de literacia matemática podia contribuir para a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Dada por concluída a sequência didática, houve oportunidade para questionar os alunos relativamente a alguns aspetos da sequência didática, nomeadamente as dificuldades sentidas. De um modo geral, e apesar das dificuldades já mencionadas, os discentes consideraram que o nível de dificuldade das tarefas propostas não era significativamente superior ao nível das que tinham vindo a realizar desde o início do ano letivo, contudo, afirmaram que estas eram bastante mais trabalhosas. Neste sentido, as produções dos alunos e os dados recolhidos através das grelhas de observação e das notas de campo revelaram que os discentes não têm, de forma geral, contacto com este tipo de tarefas. Esta situação que tem-se verificado frequente no contexto da realidade nacional, tal como se pode analisar no relatório *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All,* publicado pela OCDE, em 2016.

Para além das dificuldades ao nível da interpretação dos problemas já mencionados, na primeira aula, os quatro alunos que constituem os casos selecionados (entre outros alunos) revelaram dúvidas sobre a forma como deveriam apresentar as suas justificações, tendo sido, inclusivamente, necessário esclarecer que justificar completamente era distinto de justificar exaustivamente (situação evidente no Caso 1). No seguimento da sequência didática, de acordo com a análise dos dados, aparenta ter existido uma ligeira melhoria, a grosso modo, das produções escritas, tal como se pode verificar pelas respostas aos problemas dos casos 3 e 4. Deste modo, apesar das limitações temporais do estudo, a análise dos casos e os resultados gerais (Apêndice 2.) aparenta indicar que, com o decorrer da sequência didática e à medida que iam sendo apresentadas e discutidas algumas propostas de resolução com a participação de toda a turma, registou-se uma evolução, generalizada, na verbalização do pensamento dos alunos.

À semelhança dos trabalhos desenvolvidos vários autores como Tenreiro-Vieira e Vieira (2000), Costa (2007) e Fiúza (2010) com este trabalho somos levados a concordar que a mobilização (e consequente promoção) das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática apenas será possível se houver uma prática intencional, constante e consistente, apoiada pelo desenvolvimento de documentos orientados para o efeito. Na verdade, o estudo efetuado permite defender que a inclusão de tarefas elaboradas por organismos internacionais nas aulas de matemática se pode tornar uma mais valia, na medida em que coloca os alunos perante tarefas desafiadoras, forçando-os a procurar estratégias de resolução inovadoras e distintas das que utilizam de forma mais recorrente. Assim, a implementação de uma sequência didática desenvolvida com base numa bateria de tarefas avaliadoras das capacidades de literacia matemática desenvolvidas por organismos internacionais parece contribuir para a mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática.

Neste ponto, considera-se pertinente mencionar que a promoção das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática requerem o investimento na formação docente. Pois, só assim poderão elaborar e adotar recursos orientados na promoção das capacidades de pensamento e, simultaneamente, sentirem-se capacitados para o fazer, uma vez que, “para os professores conseguirem promover o pensamento crítico dos seus alunos têm, eles próprios, de desenvolver o seu próprio potencial” (Vieira, 2003, p. 86). Mas requerem, sobretudo, o investimento temporal, quer na fase de construção das atividades, quer na fase de implementação das mesmas. Tempo esse que, atualmente, se encontra limitado dado o reduzido número de horas letivas disponíveis destinadas ao cumprimento dos extensos programas e metas curriculares estabelecidos.

Dificuldades, limitações e sugestões para o futuro

A promoção das capacidades do pensamento de ordem superior dos alunos em contexto de sala de aula, tais como as capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática, requerem a existência de disponibilidade temporal que, atualmente, se encontra bastante limitada. Dado o espaço temporal disponível foi necessário realizar constantes alterações ao projeto inicialmente idealizado, tornando-o num trabalho mais exequível e adaptado à realidade circundante. Exemplo disso, foi a necessidade de alargar a sequência didática inicialmente delineada para se poder concluir a aplicação da mesma.

A autora deste estudo sentiu dificuldades no desenvolvimento dos indicadores de análise e no tratamento das evidências recolhidas (talvez devido à sua já mencionada inexperiência). De facto, os trabalhos desenvolvidos na área do pensamento crítico (centrado no ensino da matemática) e da literacia matemática, para o 3.º ciclo do ensino básico, são escassos o que dificultou a consulta de documentos que pudessem servir de inspiração em momentos de crise. A par das anteriores, o processo de seleção dos casos foi outra das etapas mais difíceis de ultrapassar. De facto, os projetos de casos múltiplos caraterizam-se pela complexidade de todo o processo de análise e desenvolvimento de critérios e requerem que a seleção seja realizada cuidadosamente, de forma a que cada caso tenha um propósito específico (Yin, 2005).

Aquando da fase de tratamento de dados, a investigadora considerou que a realização de entrevistas aos alunos que constituíram os casos poderia ter facilitado a interpretação dos trabalhos por estes elaborados. Isto porque os dados recolhidos a partir das produções escritas, mesmo quando confrontados com os dados recolhidos a partir das notas de campo e das grelhas de observação, não permitiram analisar de forma completa todas as etapas de resolução dos problemas. Para além disso, a possibilidade dos alunos partilharem abertamente as suas ideias e opiniões com os seus pares poderá ter facilitado a mobilização das capacidades de pensamento. Mas poderá, ao mesmo tempo, ter conduzido alguns discentes a apresentar respostas sem que tivessem compreendido, completamente, o que lhes tinha sido partilhado. Por isso, acredita-se que a inclusão deste instrumento de recolha de dados teria facilitado a análise e interpretação das etapas de resolução e, consequentemente, a verificação da mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Esta análise poderia também ter sido facilitada se tivesse havido uma adaptação dos problemas. Isto é, procurando manter a finalidade de cada uma das tarefas selecionadas, poder-se-ia ter acrescentado questões que espelhassem de forma mais clara os processos de pensamento, à semelhança da proposta apresentada pelos autores Tenreiro-Vieira e Vieira (2001), na revista Educação e Matemática, e que procura ilustrar como a taxonomia de Ennis e o modelo de resolução de problemas de Polya podem ser usados para desenvolver atividades orientadas para o pensamento crítico.

Além das questões abordadas neste trabalho, existem várias outras questões relacionadas, cuja complexidade de investigação colide com a inexperiência da investigadora e a limitação temporal e, portanto, não foram consideradas. Por exemplo, se a inclusão de tarefas avaliadoras do nível de literacia matemática contribui (e em que medida) para a promoção das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Outra questão diz respeito à forma como devem as tarefas matemáticas ser desenvolvidas para que a promoção das capacidades seja efetiva. De facto, tal como mencionado anteriormente, as investigações relacionadas com a promoção das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática são, até à data, escassas, especialmente no que diz respeito ao 3.º ciclo do ensino básico e ao ensino secundário. Como tal, considera-se importante que sejam desenvolvidos mais estudos nestas áreas com vista à obtenção de resultados que beneficiem a formação de jovens cidadãos responsáveis e capazes de desempenhar, de forma plena, o seu papel numa sociedade cada vez mais exigente.

Referências Bibliográficas

Aires, L. (2011). Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional (1.ª Edição). Universidade Aberta.

Almeida, A. C. H. (2012). Raciocínio matemático e pensamento crítico - um estudo correlacional. Universidade de Aveiro. Disponível em http://hdl.handle.net/10773/10005

Almeida, P., & Neri de Souza, F. (2010). Questioning profiles in secondary science classrooms. International Journal Learning and Change, 4(3), 237–251.

Bailin, S. (2002). Critical thinking and science education. Science & Education, 11, 361–375.

Beyer, B. K. (1985). Critical thinking: what is it. Social Education, 49(4), 270–276.

Beyer, B. K. (1988). Developing a scope and sequence for thinking skills instruction. Educational Leadership, 45, 26–30.

Castro, G. (2014). Pensamento crítico é Filosofia. In A. Ribeiro, M. J. Pinheiro, & S. Gomes (Eds.), Pensamento crítico na educação: perspetivas atuais no panorama internacional / orgs. Rui Marques Vieira... [et al.] (pp. 25–28). Aveiro: UA Editora.

Coelho, K. S., Silva, R. M.G. (2014). O ensino na área de ciências da natureza no Proeja: uma formação crítica ou alienante? In A. Ribeiro, M. J. Pinheiro, & S. Gomes (Eds.), Pensamento crítico na educação: perspetivas atuais no panorama internacional / orgs. Rui Marques Vieira... [et al.] (pp. 179–194). Aveiro: UA Editora.

Côrte, R. S. P. (2014). Atividades investigativas: abordagem investigativa na aprendizagem da matemática. Universidade da Madeira. Disponível em http://hdl.handle.net/10400.13/561

Costa, H. G. D., Andrade, A., Fernandes, A., Soares, C., Pereira, H. M., Amado, J. C., … Teixeira, V. (2014). O pensamento crítico na Universidade Católica do Porto, um projeto em construção. In A. Ribeiro, M. J. Pinheiro, & S. Gomes (Eds.), Pensamento crítico na educação: perspetivas atuais no panorama internacional / orgs. Rui Marques Vieira... [et al.] (pp. 57–69). Aveiro: UA Editora.

Costa, M. I. B. M. (2005). Percursos de cientificidade em educação: uma abordagem aos textos normativos. OLD - Teses de Doutoramento. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. Disponível em http://hdl.handle.net/10348/23

Coutinho, C. P. (2014). Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: teoria e prática. Coimbra: Edições Almedina, S.A.

Coutinho, C. P., & Chaves, J. H. (2002). O estudo de caso na investigação em tecnologia educativa em Portugal. Revista Portuguesa de Educação, 15(1), 221–243. Disponível em http://hdl.handle.net/1822/492

D'Ambrosio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje. Temas e Debates, 2(2), 15–19.

Dourado, L., & Leite, L. (2010). Questionamento em manuais escolares de ciências: que contributos para a aprendizagem baseada na resolução de problemas da "sustentabilidade na terra"? Boletín Das Ciencias – XXIII Congreso de ENCIGA. A Coruña: ENCIGA (Ensinantes de Ciencias de Galicia).

Ennis, R. H. (1993). Critical thinking assessment. Theory into Practice, 32(3), 179–186.

Fartura, S. G. (2007). Aprendizagem baseada em problemas orientada para o pensamento crítico. Universidade de Aveiro. Disponível em http://hdl.handle.net/10773/1289

Fiúza, E. M. P. F. (2010). Papel do contexto de aprendizagem na resolução de problemas em ciência. Universidade de Lisboa. Disponível em http://hdl.handle.net/10451/3044

GAVE. (2004). PISA 2003 - Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática. (E. do M. da Educação, Ed.) (1.ª Edição). Lisboa.

Gouveia, M.F.B.P. (2012). Gestão flexível do currículo rumo à diferenciação pedagógica. Contributos para a promoção de aprendizagens significativas. Um estudo numa escola do 1.º CEB da RAM. Universidade da Madeira. Disponível em http://hdl.handle.net/10400.13/568

Halpern, D. F. (1999). Teaching for critical thinking: helping college students develop the skills and dispositions of a critical thinker. New Directions for Teaching and Learning, Winter (80), 67–74.

João, P. M. N., Afonso, C. M. R. P. da S., & Pedrosa, M. A. (2014). Aprendizagem baseada em resolução de problemas e literacia científica. In A. Ribeiro, M. J. Pinheiro, & S. Gomes (Eds.), Pensamento crítico na educação: perspetivas atuais no panorama internacional / orgs. Rui Marques Vieira... [et al.] (pp. 251–264). Aveiro: UA Editora.

Kennedy, M., Fisher, M. B., & Ennis, R. (1990). Critical thinking: literature review and needed reseach. In Educational Values and Cognitive Instruction: Implications for Reform (1st edition, p. 482). New York: Routledge.

Ku, K. Y. L., & Ho, I. T. (2010). Metacognitive strategies that enhance critical thinking. Metacognition and Learning, 5(3), 251–267.

Kuhn, D. (1999). Developmental model of critical thinking. Educational Researcher, 28(2), 16–25+46.

Lai, E. R. (2011). Critical thinking: a literature review. Disponível em http://www.pearsonassessments.com/research

Lei de Bases do Sistema Educativo (1986). I série, Nº 237, Artigo 7º i). pág. 3070.

Leite, L., & Esteves, E. (2005). Ensino orientado para a aprendizagem baseada na resolução de problemas na licenciatura em ensino de física e química. In B. Silva & L. Almeida (Eds.). Actas do Congresso Galaico-Português de Psico-Pedagogia (pp. 1751-1768). Braga: Universidade do Minho.

Lewis, A., & Smith, D. (1993). Defining higher order thinking. Theory Into Practice, 32(3), 131–137.

Lipman, M. (1988). Critical thinking – what can it be? Educational Leadership, 38–43.

Lüdke, M., & André, M. E. (1986). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.

Machado, A.R., & Cristóvão, V.L.L. (2006). A construção de modelos didáticos de gêneros: aportes e questionamentos para o ensino de gêneros. Linguagem em (Dis)curso, 6(3), 547-573.

Magalhães, I., & Tenreiro-Vieira, C. (2006). Educação em ciências para uma articulação ciência, tecnologia, sociedade e pensamento crítico. Um programa de formação de professores. Revista Portuguesa de Educação, 19(2), 85–110. Disponível em http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37419205

Martins, M. L. de A. A. (2011). Pontes para o sucesso em matemática: o pensamento crítico como potenciador da capacidade de resolução de problemas. Universidade Católica Portuguesa. http://hdl.handle.net/10400.14/13408

Ministério da Educação e Ciência. (2011). Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais. Departamento de Educação Básica.

Miranda, R. J. P. (2009). Qual a relação entre o pensamento crítico e a aprendizagem de conteúdos de ciências por via experimental?: um estudo no 1o Ciclo. Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa. Disponível em http://hdl.handle.net/10451/5489

Moseley, D. (2005). Frameworks for thinking: a handbook for teaching and learning. Cambridge University Press.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., Sullivan, C. Y. O., & Preuschoff, C. (2009). TIMSS 2011 assessment frameworks. (IEA, Ed.). Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College. Disponível em http://timss.bc.edu/timss2011/frameworks.html

NCTM. (2007). Princípios e normas para a matemática escolar. Lisboa: APM.

OECD (2013), PISA 2012 assessment and analytical framework: mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Paris: OECD Publishing. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

OCDE (2014), PISA 2012 results: what students know and can do (volume I, revised edition, February 2014): student performance in mathematics, reading and science. Paris: OECD Publishing, Paris. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1787/9789264208780-en

OCDE. (2016). Equations and inequalities: making mathematics accessible to all. Paris: OECD Publishing. Disponível em http://dx.doi.org/10.1787/9789264258495-en

Paul, R. (1992). Critical thinking: What, why, and how. New Directions for Community Colleges.

Pereira, C. A. A. (2012). Atividades de ciências no 2o CEB promotoras do pensamento crítico. Universidade de Aveiro. Disponível em http://hdl.handle.net/10773/10381

Pinto, I. R. F. (2011). Atividades promotoras de pensamento crítico : sua eficácia em alunos de ciências da natureza do 5.º ano de escolaridade. Instituto Politécnico de Lisboa - Escola Superior de Educação de Lisboa. Disponível em http://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/1789

Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical method.* Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. O professor e o desenvolvimento curricular, 11–34. Disponível em http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. Bolema, 25(2006), 105–132.

Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de matemática – elementos fundamentais para a aprendizagem. Ensinar Matemática: Formação, Investigação E Práticas Docentes, 49–74. Disponível em http://www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs/1/334366.PDF.

Rocha, A., & Ponte, J. P. da. (2006). Aprender matemática investigando. Zetetiké, 14(26), 29– 54. Disponível em http://hdl.handle.net/10451/3409.

Santos, A. (1995). Filosofia e educação para o pensamento crítico. Philosophica 6, 71–79.

Sarmento, M. J. (2011). O estudo de caso etnográfico em educação. In N. Zago; M. Pinto de Carvalho; R. A. T. Vilela (Org.) Itinerários de Pesquisa - Perspectivas Qualitativas em Sociologia da Educação (2.ª ed., pp. 137–179). Rio de Janeiro.

Sternberg, R. J. (1986). A triangular theory of love. Psychological Review, 93(2), 119.

Tenreiro-Vieira, C. (2000). Ciências para promover o pensamento crítico dos alunos. Revista Iberoamericana, 1–18.

Tenreiro-Vieira, C. (2004). Formação em pensamento crítico de professores de ciências: impacte nas práticas de sala de aula e no nível de pensamento crítico dos alunos. Revista Electrónica de Enseñanza de Las Ciencias, 3(3), 228–256.

Tenreiro-Vieira, C. (2010). Promover a literacia matemática dos alunos: resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade. Porto: Editora Educação Nacional.

Tenreiro-Vieira, C., & Vieira, R. M. (2000). Promover o pensamento crítico dos alunos. Porto: Porto Editora.

Tenreiro-Vieira, C., & Vieira, R. M. (2001). Resolução de problemas e pensamento crítico: em torno da(s) possibilidade(s) de articulação. Educação e Matemática, (62), 34–37.

Tenreiro-Vieira, C., & Vieira, R. M. (2013). Literacia e pensamento crítico : um referencial para a educação em ciências e em matemática. Revista Brasileira de Educação, 18(52), 163–242.

Tenreiro-Vieira, C., & Vieira, R. M. (2014). Construindo práticas didático-pedagógicas promotoras da literacia científica e do pensamento crítico. Documento de Trabajo de Iberciencia, (2).

Vieira, R. M. (2003). Formação continuada de professores do 1º e 2º ciclos do ensino básico para uma educação em ciências com orientação CTS/PC. Disponível em https://ria.ua.pt/handle/10773/1458

Vieira, R. M., & Tenreiro-Vieira, C. (2003). A formação inicial de professores e a Didáctica das Ciências como contexto de utilização do questionamento orientado para a promoção de capacidades de pensamento crítico Rui Marques Vieira e Celina Tenreiro Vieira. Revista Portuguesa de Educação, 16(1), 231–252.

Yin, R. K. (2005). Estudo de caso - planejamento e métodos. (Bookman, Ed.) (3.ª Edição). Porto Alegre.

Apêndice 1. Indicadores de análise

Dada por concluída a construção do quadro 4.1., analisaram-se os problemas selecionados para que fossem identificados indicadores que facilitassem a análise das produções escritas dos alunos e a organização dos dados recolhidos.

Os quadros que se apresentam nesta secção foram elaborados a partir dos quadros teóricos 1.1. e 1.2. apresentados no primeiro capítulo deste trabalho. Dada a extensão das duas referências e as caraterísticas dos problemas em análise, foi necessário selecionar apenas algumas das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática. Para além disso, a falta de experiência da investigadora e a limitação temporal para a realização do estudo, levaram a que fosse necessário tomar decisões que tornassem o projeto idealizado exequível. Como tal, considerou-se pertinente que a construção destes quadros de análise tivesse em consideração os seguintes aspetos:

i. inclusão das etapas de resolução de problemas de Polya para facilitar o processo de análise;
ii. seleção das capacidades com vista à análise dos quatro problemas. Ou seja, sempre e quando se considerou que a recolha de evidências relativas à possível mobilização de uma capacidade não fosse possível ou não fizesse sentido, dado o contexto do problema, foi identificado que "não se aplica";
iii. seleção de capacidades cuja recolha de evidências, através dos instrumentos de recolha de dados selecionados, permitisse uma análise coerente, correta e precisa.

Tendo em conta os parâmetros anteriores, foram construídos dois quadros, para cada problema selecionado, a partir da qual se realizou a análise e nos quais se englobam as etapas de resolução de problemas de Polya. O primeiro inclui as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e os respetivos indicadores de análise. O segundo engloba as capacidades de literacia matemática selecionadas e, à semelhança do primeiro, os respetivos indicadores que suportaram o tratamento e análise de dados. O processo de construção dos indicadores teve em consideração os documentos legais à data vigentes (nomeadamente o PMCMEB e os documentos orientadores da prática docente considerados na escola onde os dados foram recolhidos) e o conhecimento da turma adquirido ao longo da PES (construído quer pela observação direta participante e não participante, quer através de conversas informais com a docente titular da turma). Por isso, os quadros seguintes englobam vários indicadores, por vezes associados a uma mesma capacidade, que não deverão ser considerados mutuamente exclusivos. Isto é, o cruzamento dos dados obtidos através dos diferentes instrumentos revelou que alguns alunos elaboraram vários planos e, consequentemente, colocaram-nos em prática de forma a obterem informações que suportassem o processo de tomada de decisão.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Pensamento Crítico (Ennis, citado por Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000)	Indicadores
Compreensão do problema	Focar uma questão: identificar uma questão	Compreende que a questão implica obter informação relativa ao peso de um bloco de metal.
	Identificar assunções: assunções não enunciadas	Assume que, se o bloco pesasse oito gramas, então a balança estaria em equilíbrio, ou seja, a balança estaria calibrada.
Elaboração de um plano	Focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas	Reconhece que o peso de um bloco terá que ser inferior a oito gramas e que o peso de três blocos terá que ser superior a 20 gramas.
Execução do plano	Decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer	Testa cada opção dada, realizando todos os cálculos necessários com vista à tomada de decisão.
	Decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão	Pela informação dada na primeira imagem, conclui que a opção D não poderá representar o peso de um bloco de metal;
		Pela informação dada na segunda imagem, conclui que o peso de cada bloco de metal terá que ser superior a $\frac{20}{3}$, ou seja, a 6.
Verificação de resultados	Decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir	Identifica que a opção correta é a C, justificando que $7 < 8$ e que $7 \times 3 > 20$.

Quadro A.1. Problema 1: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Literacia Matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180)	Indicadores
Compreensão do problema	Interpretar informação apresentada de diferentes formas	Interpreta corretamente a informação dada pelas duas imagens e pelo enunciado.
Elaboração de um plano	Resolver problemas: planear diferentes estratégias	1) Analisa as opções de resposta por tentativa-erro;
		2) Indica que o peso de cada bloco está compreendido entre 6 e 8 gramas.
Execução do plano	Tirar conclusões lógicas a partir de dados	1) Pela informação dada na primeira imagem, a opção D não poderá representar o peso de um bloco de metal.
		2) Se a opção A. não pode representar o peso de um bloco, então a opção B. também não.
	Resolver problemas: testar diferentes estratégias	Implementa a estratégia delineada.
	Manipular variáveis	Não se aplica.
	Executar procedimentos de forma flexível, apropriada e eficaz	Realiza e apresenta todos os cálculos necessários de forma correta e devidamente organizada.
Verificação de resultados	Resolver problemas: justificar soluções e processos de resolução	Identifica que a opção correta é a C, justificando que $7 < 8$ e que $7\times3 > 20$.

Quadro A.2. Problema 1: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de literacia matemática e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Pensamento Crítico (Ennis, citado por Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000)	Indicadores
Compreensão do problema	Focar uma questão: identificar uma questão	Compreende que a questão implica obter informação relativa à velocidade média de cada um dos percursos.
	Identificar assunções: assunções não enunciadas	Não se aplica.
Elaboração de um plano	Focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas	1) Indica que $Velocidade\ média = \frac{distância}{tempo}$;
		2) Considera que a distância percorrida e o tempo gasto são grandezas diretamente proporcionais.
Execução do plano	Decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer	Não se aplica.
	Decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão	1) Calcula, de forma intencional, a velocidade média de cada um dos percursos.
		2) Verifica a existência de proporcionalidade direta.
Verificação de resultados	Decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir	Identifica que a opção correta é a B, justificando corretamente a tomada de decisão.

Quadro A.3. Problema 2: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Literacia Matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180)	Indicadores
Compreensão do problema	Interpretar informação apresentada de diferentes formas	Interpreta corretamente a informação dada pelo enunciado e pelas opções apresentadas
Elaboração de um plano	Resolver problemas: planear diferentes estratégias	1) Indica que $Velocidade\ média = \frac{distância}{tempo}$;
		2) Considera que distância percorrida e o tempo gasto são grandezas diretamente proporcionais.
Execução do plano	Tirar conclusões lógicas a partir de dados	1) Indica que é possível calcular a velocidade média e que, portanto, a opção D não poderá representar a opção correta.
		2) Conclui que se a opção B (ou qualquer outra assinalada de forma errada) é verdadeira, então as restantes são necessariamente falsas. Isto é, se a velocidade média foi a mesma, então não poderá ser superior nem inferior.
	Resolver problemas: testar diferentes estratégias	Implementa a estratégia delineada.
	Manipular variáveis	Não se aplica.
	Executar procedimentos de forma flexível, apropriada e eficaz	Realiza e apresenta todos os cálculos necessários de forma correta e devidamente organizada.
Verificação de resultados	Resolver problemas: justificar soluções e processos de resolução	Identifica que a opção correta é a B, justificando correta e completamente.

Quadro A.4. Problema 2: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de literacia matemática e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Pensamento Crítico (Ennis, citado por Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000)	Indicadores
Compreensão do problema	Focar uma questão: identificar uma questão	Compreende que a questão implica relacionar o número de jornais vendidos e o salário pago por cada entidade
	Identificar assunções: assunções não enunciadas	Não se aplica.
Elaboração de um plano	Focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas	1) Verifica que gráficos poderão representar a formas de pagamento realizada pelo jornal *Estrela da Zedlândia.*
		2) Verifica que gráficos poderão representar a formas de pagamento realizada pelo jornal *Diário da Zedlândia.*
Execução do plano	Decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer	Não se aplica.
	Decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão	1) Justifica, devidamente, a exclusão das opções A e B.
		2) Justifica, devidamente, a exclusão das opções B e D.
Verificação de resultados	Decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir	Justifica, correta e completamente, a opção tomada

Quadro A.5. Problema 3: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	**Capacidades de Literacia Matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180)**	**Indicadores**
Compreensão do problema	Interpretar informação apresentada de diferentes formas	1) Interpreta, corretamente, a informação relativa às formas de pagamento dos jornais *Estrela da Zedlândia*.e *Diária da Zedlândia*.
		2) Interpreta, corretamente, a informação dada pelos gráficos.
Elaboração de um plano	Resolver problemas: planear diferentes estratégias	1) Compara os diferentes gráficos e as distintas formas de pagamento relativas a cada um dos jornais.
		2) Modela as formas de pagamento descritas.
Execução do plano	Tirar conclusões lógicas a partir de dados	1) Reconhece que a forma de pagamento do jornal *Estrela da Zedlândia* não é modelada por uma função afim.
		2) Reconhece que a forma de pagamento do jornal *Diária da Zedlândia* é modelada por uma função afim.
	Resolver problemas: testar diferentes estratégias	Implementa a estratégia delineada.
	Manipular variáveis	1) Modela a forma de pagamento do jornal E*strela da Zedlândia.*
		2) Modela a forma de pagamento do jornal *Diária da Zedlândia.*
	Executar procedimentos de forma flexível, apropriada e eficaz	Realiza e apresenta todos os cálculos necessários de forma correta e devidamente organizada

Verificação de resultados	Resolver problemas: justificar soluções e processos de resolução	Justifica correta e completamente a opção tomada

Quadro A.6. Problema 3: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de literacia matemática e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Pensamento Crítico (Ennis, citado por Tenreiro-Vieira & Vieira, 2000)	Indicadores
Compreensão do problema	Focar uma questão: identificar uma questão	Compreende que a questão requer a análise da variação de D em função da variação de n, mais precisamente, da duplicação de n quando todas as restantes variáveis permanecem inalteráveis.
	Identificar assunções: assunções não enunciadas	Não se aplica
Elaboração de um plano	Focar uma questão: identificar ou formular critérios para avaliar possíveis respostas	1) Reconhece que a duplicação da variável n é equivalente à divisão de D por 2 ou à multiplicação por $\frac{1}{2}$.
		2) Analisa a variação de D a partir de um ou vários exemplos concretos nos quais irá duplicar o valor de n e manter inalteráveis os restantes valores.
Execução do plano	Decidir sobre uma ação: decidir por tentativas o que fazer	Resolve com recurso à segunda questão da tarefa em causa ou com recurso a outros exemplos
	Decidir sobre uma ação: controlar o processo de tomada de decisão	Realiza a duplicação de n mantendo tudo o restante constante
Verificação de resultados	Decidir sobre uma ação: rever, tendo em conta a situação no seu todo, e decidir	Responde e justifica que a duplicação de n é equivalente à divisão de D por 2 ou à multiplicação por 1/2. Portanto, D sofrerá uma redução de 50%

Quadro A.7. Problema 4: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e respetivos indicadores.

Etapas de resolução de problemas de Polya	Capacidades de Literacia Matemática (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 180)	Indicadores
Compreensão do problema	Interpretar informação apresentada de diferentes formas	Interpreta corretamente a informação dada pelo enunciado
Elaboração de um plano	Resolver problemas: planear diferentes estratégias	1) Duplica o valor do denominador, independentemente do valor de n, mantendo o numerador inalterável.
		2) Subtitui n por valores e pelo seu dobro, mantendo os restantes valores inalteráveis
Execução do plano	Tirar conclusões lógicas a partir de dados	Não se aplica
	Resolver problemas: testar diferentes estratégias	Implementa a estratégia delineada
	Manipular variáveis	Manipula a fórmula com base no enunciado: $\frac{fv}{120n}$
	Executar procedimentos de forma flexível, apropriada e eficaz	Realiza e apresenta todos os cálculos necessários de forma correta e devidamente organizada
Verificação de resultados	Resolver problemas: justificar soluções e processos de resolução	Responde e justifica correta e completamente

Quadro A.8. Problema 4: Relação entre o modelo de resolução de Polya e as capacidades de pensamento crítico segundo Ennis e respetivos indicadores.

Apêndice 2. Apresentação de resultados gerais

A construção dos quadros que se seguem foi realizada com o intuito de facilitar o processo de seleção dos casos, de forma a que este fosse tão consistente e coerente quanto possível. Como tal, a análise global da qual resultaram estes quadros foi feita a grosso modo e está muito longe da profundidade usada na análise dos casos. Não obstante, considerou-se que seria uma mais valia utilizar alguns dados neles existentes para, de alguma forma, contextualizar e orientar o leitor.

A análise das produções escritas recolhidas permitiu registar a existência ou ausência de evidências que pudessem sustentar a hipótese de mobilização das capacidades de pensamento crítico e de literacia matemática sendo que, em caso de existência de evidência, houve a necessidade de as subdividir em fortes evidências e ténues. Esta necessidade deveu-se ao facto de existirem produções escritas onde os alunos não explicitam completamente o processo de raciocínio podendo, contudo, verificar-se a existência de dados (obtidos através de outros instrumentos de recolha de dados) que indiciem a mobilização da capacidade em causa.

Neste sentido, serão apresentados quatro quadros de apresentação de resultados (um por cada problema em análise), cuja construção dependeu dos seguintes dados:

i. número de produções escritas analisadas, ou seja, número de alunos que realizou o problema e apresentou uma (ou várias) justificação(ões) para a decisão tomada. Deste modo, não foram considerados os alunos que não responderam ou que, no caso de se tratar de uma questão de escolha múltipla, selecionaram uma opção sem apresentarem qualquer justificação;
ii. número de evidências recolhidas, isto é, frequência absoluta do número de alunos cuja produção escrita possui evidências que possam sustentar a possível mobilização das capacidades de pensamento (neste trabalho considera-se que uma evidência corresponde a uma produção escrita da qual se pode recolher dados relevantes ao estudo em causa);
iii. percentagens de evidências recolhidas: $\frac{\text{número de evidências recolhidas}}{\text{número produções escritas analisadas}}$;
iv. percentagens de evidências fortes: $\frac{\text{número de evidências consideradas fortes}}{\text{número de evidências recolhidas}}$;

<table>
<tr><th></th><th colspan="6">Capacidades de Pensamento Crítico</th><th colspan="7">Capacidades de Literacia Matemática</th></tr>
<tr><th></th><th>PC1</th><th>PC2</th><th>PC3</th><th>PC4</th><th>PC5</th><th>PC6</th><th>LM1</th><th>LM2</th><th>LM3</th><th>LM4</th><th>LM5</th><th>LM6</th><th>LM7</th></tr>
<tr><td>produções escritas analisadas</td><td colspan="13">27</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidências recolhidas</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">93%</td><td rowspan="3">63%</td><td>(1)
63%</td><td rowspan="3">85%</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1)
48%</td><td>(1)
81%</td><td rowspan="3">81%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td rowspan="3">78%</td><td rowspan="3">85%</td></tr>
<tr><td>(2)
0%</td><td>(2)
30%</td><td>(2)
0%</td></tr>
<tr><td>(1)(2)
15%</td><td>(1)(2)
7%</td><td>(1)(2)
0%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidencias fortes</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">88%</td><td rowspan="3">94%</td><td>(1)
94%</td><td rowspan="3">91%</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1)
100%</td><td>(1)
86%</td><td rowspan="3">95%</td><td rowspan="3">90%</td><td rowspan="3">96%</td></tr>
<tr><td>(2)
NA</td><td>(2)
63%</td><td>(2)
NA</td></tr>
<tr><td>(1)(2)
100%</td><td>(1)(2)
50%</td><td>(1)(2)
NA</td></tr>
</table>

Quadro A.9. Resultados da análise das produções escritas do Problema 1.

<table>
<tr><th></th><th colspan="6">Capacidades de Pensamento Crítico</th><th colspan="7">Capacidades de Literacia Matemática</th></tr>
<tr><th></th><th>PC1</th><th>PC2</th><th>PC3</th><th>PC4</th><th>PC5</th><th>PC6</th><th>LM1</th><th>LM2</th><th>LM3</th><th>LM4</th><th>LM5</th><th>LM6</th><th>LM7</th></tr>
<tr><td>produções escritas analisadas</td><td colspan="13">25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidências recolhidas</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td>(1)
8%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td>(1)
8%</td><td rowspan="3">80%</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1)
8%</td><td>(1)
4%</td><td rowspan="3">80%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td rowspan="3">80%</td><td rowspan="3">80%</td></tr>
<tr><td>(2)
72%</td><td>(2)
72%</td><td>(2)
72%</td><td>(2)
64%</td></tr>
<tr><td>(1)(2)
8%</td><td>(1)(2)
8%</td><td>(1)(2)
8%</td><td>(1)(2)
24%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidencias fortes</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1)
100%</td><td>(1)
100%</td><td rowspan="3">90%</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1)
100%</td><td>(1)
100%</td><td rowspan="3">90%</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">90%</td></tr>
<tr><td>(2)
94%</td><td>(2)
72%</td><td>(2)
94%</td><td>(2)
100%</td></tr>
<tr><td>(1)(2)
100%</td><td>(1)(2)
50%</td><td>(1)(2)
50%</td><td>(1)(2)
100%</td></tr>
</table>

Quadro A.10. Resultados da análise das produções escritas do Problema 2.

<table>
<tr><th></th><th colspan="6">Capacidades de Pensamento Crítico</th><th colspan="7">Capacidades de Literacia Matemática</th></tr>
<tr><th></th><th>PC1</th><th>PC2</th><th>PC3</th><th>PC4</th><th>PC5</th><th>PC6</th><th>LM1</th><th>LM2</th><th>LM3</th><th>LM4</th><th>LM5</th><th>LM6</th><th>LM7</th></tr>
<tr><td>produções escritas analisadas</td><td colspan="13">26</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidências recolhidas</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td>(1) 50%</td><td rowspan="6">Não se aplica</td><td>(1) 65%</td><td rowspan="3">96%</td><td>(1) 73%</td><td>(1) 96%</td><td>(1) 50%</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1) 0%</td><td rowspan="3">27%</td><td rowspan="3">96%</td></tr>
<tr><td>(2) 0%</td><td>(2) 4%</td><td>(2) 0%</td><td>(2) 0%</td><td>(2) 8%</td><td>(2) 1%</td></tr>
<tr><td>(1)(2) 50%</td><td>(1)(2) 27%</td><td>(1)(2) 27%</td><td>(1)(2) 4%</td><td>(1)(2) 42%</td><td>(1)(2) 1%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">percentagem de evidencias fortes</td><td rowspan="3">100%</td><td>(1) 96%</td><td>(1) 88%</td><td rowspan="3">68%</td><td>(1) 100%</td><td>(1) 100%</td><td>(1) 100%</td><td rowspan="3">58%</td><td>(1) NA</td><td rowspan="3">100%</td><td rowspan="3">68%</td></tr>
<tr><td>(2) NA</td><td>(2) 100%</td><td>(2) NA</td><td>(2) NA</td><td>(2) 100%</td><td>(2) 100%</td></tr>
<tr><td>(1)(2) 100%</td><td>(1)(2) 100%</td><td>(1)(2) 100%</td><td>(1)(2) 100%</td><td>(1)(2) 100%</td><td>(1)(2) 100%</td></tr>
</table>

Quadro A.11. Resultados da análise das produções escritas do Problema 3.

	Capacidades de Pensamento Crítico						Capacidades de Literacia Matemática						
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	LM1	LM2	LM3	LM4	LM5	LM6	LM7
produções escritas analisadas	26												
percentagem de evidências recolhidas	100%	Não se aplica	(1) 61% (2) 39% (1)(2) 0%	39%	100%	61%	91%	(1) 61% (2) 39% (1)(2) 0%	Não se aplica	100%	61%	83%	61%
percentagem de evidencias fortes	100%		(1) 93% (2) 100% (1)(2) NA	100%	100%	86%	90%	(1) 93% (2) 100% (1)(2) NA		100%	100%	100%	86%

Quadro A.12. Resultados da análise das produções escritas do Problema 4.

Anexos

Anexo A. Plano da primeira aula da sequência didática

DISCIPLINA: Matemática **ANO:** 8.º Ano

Data: 05/04/2016 **Horário:** 08h35 – 09h55 **Sala:** 19

SUMÁRIO
• Equações literais.
DOMÍNIO/ SUBDOMÍNIO/ TEMA
• Álgebra; • Equações literais;
CONTEÚDOS
• Equações literais; • Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais.
DESCRITORES
ALG 8 – 7. Reconhecer e resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas. **7.1.** Designar por “equação literal” uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma a que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras. **7.2.** Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes.
OBJETIVOS
• Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução. • Resolver equações literais em ordem a uma das letras. • Efetuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação • Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. • Analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respetiva solução. • Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos. • Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa. • Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios. • Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.
MOMENTOS/ FASES DA AULA (Estratégias a implementar)
• Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações); • Resolução da Tarefa 1 (Anexo 2):

- 1.ª fase: individualmente ou em pequenos grupos (mediante decisão de cada aluno) para revisão de aprendizagens adquiridas anteriormente;
- 2.ª fase: no quadro seguida da discussão da mesma em grupo.

- Resolução da Tarefa 2 (Anexo 3) para introdução ao tema sumariado:
  - 1.ª fase: individualmente ou em pequenos grupos (mediante decisão de cada aluno);
  - 2.ª fase: no quadro seguida da discussão da mesma em grupo.
- Generalização da situação apresentada na 3.ª proposta da Tarefa 2 para exemplificação e formalização do tema sumariado.
- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

MATERIAIS/ RECURSOS

- Manual adotado – Matematicamente Falando 8, Parte 1, Alexandra Conceição e Matilde Almeida, Areal Editores;
- Caderno diário;
- Material de escrita.

ALUNOS COM NECESSIDADES EDUCATIVAS ESPECIAIS

- Não se verifica.

OBSERVAÇÕES

- Caso o plano de aula se dê por concluído antes do final da aula, ou caso existam alunos a terminar todas as tarefas propostas, será também sugerida a resolução da tarefa 5 da página 189:

Manual adotado, página 189, tarefa 5:

A escala térmica usada, por exemplo, em Inglaterra é a escala Fahrenheit.

Quando a água gela, os termómetros ingleses marcam 32℉.

Quando a água ferve, esses termómetros marcam 212℉.

A relação entre os graus Celsius (C) e os graus Fahrenheit (F) é a seguinte.

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

1. Quantos graus Celsius correspondem a 32℉?

2. E 32℃ a quantos graus Fahrenheit correspondem?

4. Resolve a equação:

$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$

a) Em ordem a F (ou seja, considerando F como a incógnita e C como uma constante);

b) Em ordem a C.

5. Qual é a vantagem de cada uma das fórmulas obtidas na alínea 4.?

ANEXOS

- Anexo 1: Momentos/fases da aula (descrição detalhada)
- Anexo 2: Tarefa 1 de Matemática – 8.º Ano

• Anexo 3: Tarefa 2 de Matemática – 8.º Ano
BIBLIOGRAFIA
• Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Programa e Metas Curriculares, Matemática, Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt • Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Caderno de Apoio 3.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt • Conceição, A., Almeida, M. (2014). *Matematicamente Falando 8*. Porto: Areal Editores. 188 – 190. • Costa, B., Rodrigues, E. (2014). *Novo Espaço 8. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 90 – 92. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor. • Neves, M. A. F., Silva, A. P. (2014a). *Matemática 8º Ano. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 96 – 99. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor. • Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Martins, M. E. G., Martins, M. E. G. Menezes, L. Oliveira, P. & H. Sousa, H. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Disponível em http://www.dge.mec.pt

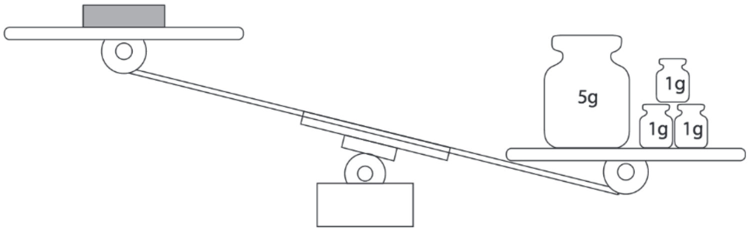
Anexo 1

MOMENTOS/ FASES DA AULA (Descrição detalhada)

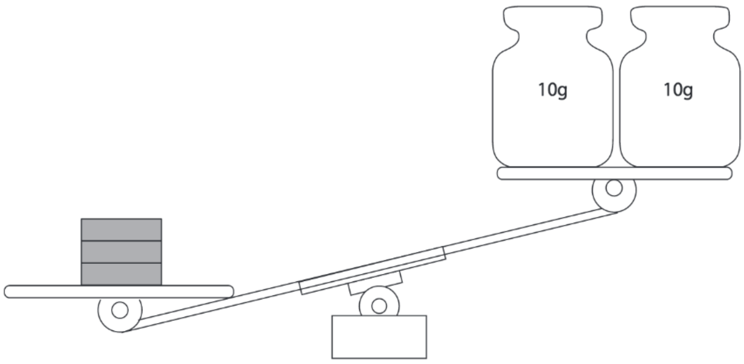
- Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações);
- Resolução da Tarefa 1 (Anexo 2):

A Ana tem três blocos de metal com o mesmo peso.

A imagem seguinte representa o que acontece se a Ana colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 8 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se a Ana colocar os três blocos de metal num prato da balança e no outro 20 gramas.



Qual das opções seguintes representa o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

A. 6 gramas B. 5 gramas C. 7 gramas D. 8 gramas

Analisando as opções e a primeira imagem apresentada, conclui-se que cada bloco terá que pesar menos de 8 gramas.

Se o peso de um bloco for 6 gramas:

$6 < 8$, mas $6 \times 3 < 20$, portanto o peso de cada bloco terá que ser superior a 6 gramas.

Se o peso de um bloco for 7 gramas:

$7 < 8$, e $7 \times 3 > 20$, portanto a opção correta será a C.

- Resolução da Tarefa 2 (Anexo 3) para introdução ao tema sumariado:

A Helena acabou de receber uma bicicleta nova. A bicicleta tem um velocímetro no guiador. O velocímetro indica, à Helena, a distancia que ela percorre e a velocidade média no percurso.

1. Num percurso, a Helena percorreu 4 km nos 10 primeiros minutos e 2 km nos 5 minutos seguintes. Qual das seguintes afirmações é a correta? Explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a concluir que as restantes três afirmações são falsas.

A. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi superior à dos 5 minutos seguintes.
B. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi a mesma que nos 5 minutos seguintes.
C. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi inferior à dos 5 minutos seguintes.
D. Não é possível dizer nada acerca da velocidade média da Helena, a partir das informações dadas.

Recorrendo à fórmula para o cálculo da velocidade média: $v = \frac{d}{t}$, onde v representa a velocidade média, d a distância e t o tempo necessário para a percorrer.

Assim: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ km/h, ou seja, a Helena percorreu, em média, 400 metros num minuto.

Portanto a opção correta é a B.

2. A Helena percorreu 6 km até à casa da tia. O velocímetro indicou que neste percurso a velocidade média foi de 18 km/h. Qual das seguintes afirmações é a correta? Explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a concluir que as restantes três afirmações são falsas.

A. A Helena demorou 20 minutos a chegar a casa da tia.
B. A Helena demorou 30 minutos a chegar a casa da tia.
C. A Helena demorou 3 horas a chegar a casa da tia.
D. Não é possível dizer quanto tempo a Helena demorou a chegar a casa da tia.

Recorrendo à fórmula para o cálculo da velocidade média: $v = \frac{d}{t}$, onde v representa a velocidade média, d a distância e t o tempo necessário para a percorrer.

Assim: $18 = \frac{6}{t} \Leftrightarrow t = 0,(3)$ horas, permitindo-nos concluir que a opção C não está correta.

Para analisar as restantes opções é necessário converter o resultado obtido. Dado que uma hora tem 60 minutos, então $\frac{1}{60} = \frac{0,(3)}{m} \Leftrightarrow m = 20$ minutos.

Portanto a opção correta é a A.

3. A Helena foi de bicicleta de casa até ao rio, que fica a 4 km de distância. Demorou 9 minutos. Regressou a casa por um atalho que tem 3 km. No regresso, demorou apenas 6 minutos. Qual

foi a velocidade média da Helena, em km/h, neste percurso de ida e volta ao rio? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

No total, a Helena percorreu 7 km em 15 minutos.

Dado que, no enunciado, é-nos pedido que a resposta seja dada em km/h, é necessário converter o tempo gasto pela Helena nas deslocações. Como uma hora tem 60 minutos, então: $\frac{1}{60} = \frac{h}{15} \Leftrightarrow h = 0{,}25$ horas.

Recorrendo à fórmula para o cálculo da velocidade média: $v = \frac{d}{t}$, onde v representa a velocidade média, d a distância e t o tempo necessário para a percorrer. Assim, $v = \frac{7}{0{,}25} = 28$km/h.

Portanto a velocidade média do percurso foi de 28 km/h.

- Generalização da situação apresentada na 3.ª proposta da Tarefa 2 para exemplificação e formalização do tema sumariado:
  - Representar v por velocidade média, d por distância percorrida em km e t tempo necessário para percorrer a distância em horas;
  - Concluir que $v = \frac{d}{t}$, $t = \frac{d}{v}$ e que $d = v \times t$;
  - Formalização: designa-se por equação literal uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras.
- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

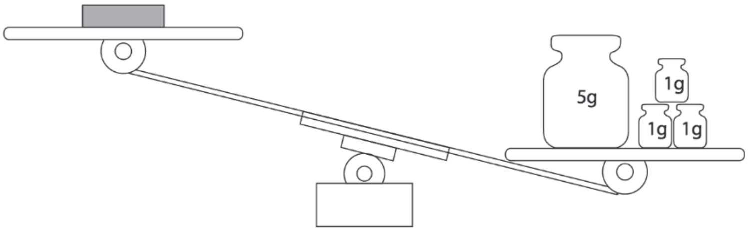
Anexo 2

TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/__/__
NOME:____ Nº:____ Turma:___

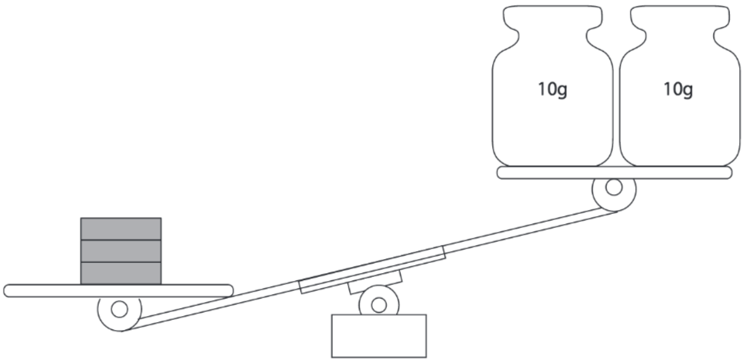
Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A Ana tem três blocos de metal com o mesmo peso.

A imagem seguinte representa o que acontece se a Ana colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 8 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se a Ana colocar os três blocos de metal num prato da balança e no outro 20 gramas.



Qual das opções seguintes representa o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

A. 6 gramas B. 5 gramas C. 7 gramas D. 8 gramas

Adaptado de TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M032424. Tradução livre.

Anexo 3

TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/__/__
NOME:____ Nº:____ Turma:__

Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A Helena acabou de receber uma bicicleta nova. A bicicleta tem um velocímetro no guiador. O velocímetro indica, à Helena, a distância que ela percorre e a velocidade média no percurso.

1. Num percurso, a Helena percorreu 4 km nos 10 primeiros minutos e 2 km nos 5 minutos seguintes. Qual das seguintes afirmações é a correta? Explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a concluir que as restantes três afirmações são falsas.

   A. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi superior à dos 5 minutos seguintes.
   B. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi a mesma que nos 5 minutos seguintes.
   C. A velocidade média da Helena nos primeiros 10 minutos foi inferior à dos 5 minutos seguintes.
   D. Não é possível dizer nada acerca da velocidade média da Helena, a partir das informações dadas.

2. A Helena percorreu 6 km até à casa da tia. O velocímetro indicou que neste percurso a velocidade média foi de 18 km/h. Qual das seguintes afirmações é a correta? Explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a concluir que as restantes três afirmações são falsas.

   A. A Helena demorou 20 minutos a chegar a casa da tia.
   B. A Helena demorou 30 minutos a chegar a casa da tia.
   C. A Helena demorou 3 horas a chegar a casa da tia.
   D. Não é possível dizer quanto tempo a Helena demorou a chegar a casa da tia.

3. A Helena foi de bicicleta de casa até ao rio, que fica a 4 km de distância. Demorou 9 minutos. Regressou a casa por um atalho que tem 3 km. No regresso, demorou apenas 6 minutos. Qual foi a velocidade média da Helena, em km/h, neste percurso de ida e volta ao rio? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

Adaptado de PISA Itens Libertos 2012. Questões: PM957Q01, PM957Q02, PM957Q03 – 0 1 9.

Anexo B. Plano da segunda aula da sequência didática

DISCIPLINA: Matemática **ANO:** 8.º

Data: 06/04/2016 **Horário:** 10h10 – 11h40 **Sala:** 02

SUMÁRIO
• Equações literais.
DOMÍNIO/ SUBDOMÍNIO/ TEMA
• Álgebra; • Equações literais;
CONTEÚDOS
• Equações literais; • Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais.
DESCRITORES
ALG 8 – 7. Reconhecer e resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas. **7.1.** Designar por "equação literal" uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras. **7.2.** Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes.
OBJETIVOS
• Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução. • Resolver equações literais em ordem a uma das letras. • Efetuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação • Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. • Analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respetiva solução. • Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos. • Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa. • Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios. • Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.
MOMENTOS/ FASES DA AULA (Estratégias a implementar)
• Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações literais);

- Resolução das Tarefas 3, 4 e 5 (anexos 2, 3 e 4, respetivamente):
  - 1.ª fase: individualmente ou em pequenos grupos (mediante decisão de cada aluno);
  - 2.ª fase: no quadro seguida da discussão da mesma em grupo.
- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

MATERIAIS/ RECURSOS

- Manual adotado – Matematicamente Falando 8, Parte 1, Alexandra Conceição e Matilde Almeida, Areal Editores;
- Caderno diário;
- Material de escrita.

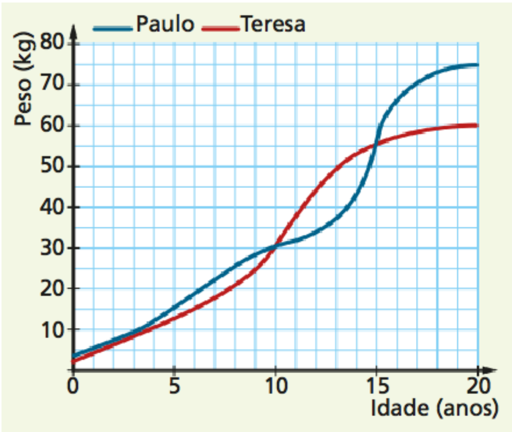
ALUNOS COM NECESSIDADES EDUCATIVAS ESPECIAIS

- Não se verifica.

OBSERVAÇÕES

- Caso o plano de aula se dê por concluído antes do final da aula, ou caso existam alunos a terminar todas as tarefas propostas, será também sugerida a resolução da alínea 4.3. da proposta 4 da página 190:

4. Os seguintes gráficos permitem comparar a evolução dos pesos do Paulo e da Teresa, ao longo dos seus anos de vida.



4.3. Para avaliar se uma pessoa é obesa, calcula-se o seu índice de massa corporal (IMC):

$$IMC = \frac{P}{a^2}$$

onde P é a massa, em quilogramas e a é a altura, em metros.

Segundo a Organização Mundial de Saúde, consideram-se de peso normal as pessoas em que o índice de massa corporal está no intervalo 18,5 a 24,9.

a) O Paulo tem 20 anos e mede 1,82 metros, pode ser considerado uma pessoa de peso normal? Justifica a tua resposta.

b) Entre que valores se deve situar o peso de um adulto com 1,70m para que seja considerado uma pessoa de peso normal? Apresenta os cálculos que efetuares.

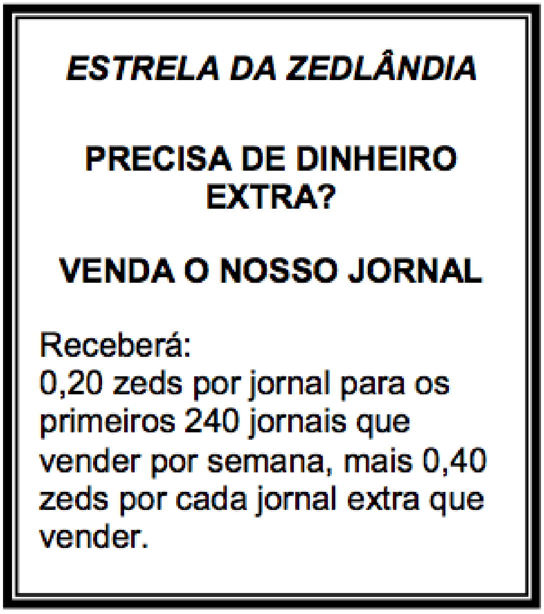
ANEXOS
• Anexo 1: Momentos/fases da aula (descrição detalhada) • Anexo 2: Tarefa 3 de Matemática – 8.º Ano • Anexo 3: Tarefa 4 de Matemática – 8.º Ano • Anexo 4: Tarefa 5 de Matemática – 8.º Ano
BIBLIOGRAFIA
• Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Programa e Metas Curriculares, Matemática, Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt • Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Caderno de Apoio 3.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt • Conceição, A., Almeida, M. (2014). *Matematicamente Falando 8*. Porto: Areal Editores. 188 – 190. • Costa, B., Rodrigues, E. (2014). *Novo Espaço 8. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 90 – 92. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor. • Neves, M. A. F., Silva, A. P. (2014a). *Matemática 8º Ano. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 96 – 99. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor. • Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Martins, M. E. G., Martins, M. E. G. Menezes, L. Oliveira, P. & H. Sousa, H. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Disponível em http://www.dge.mec.pt

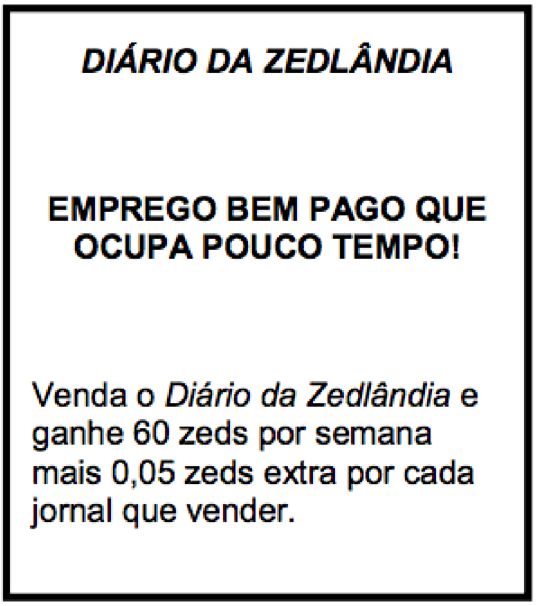
Anexo 1

MOMENTOS/ FASES DA AULA (Descrição detalhada)

- Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações);
- Resolução das tarefas 3, 4 e 5 (anexos 2, 3 e 4, respetivamente):
  - Tarefa 3

    Na Nova Zelândia há dois jornais que estão a recrutar vendedores. Os cartazes abaixo apresentam as condições de pagamento aos vendedores.





1. Em média, o Frederico vende 350 exemplares do *Estrela da Zedlândia* por semana. Quanto é que ele ganha, em média, por semana? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

   De acordo com o enunciado, o Estrela da *Zedlândia* paga 0,20 zeds por jornal para os primeiros 240 jornais e 0,40 zeds por cada jornal vendido para além dos 240 primeiros.

   Então as expressões que representam o que o Frederico ganha, em média, por semana, são $0.20x$, se $x \leq 240$ e $0.20\times 240 + 0{,}40(x-240)$, se $x > 240$, onde x representa o número de jornais vendidos, em média, por semana. Deste modo: $0{,}20\times 240 + 0{,}40\times(350-240) = 92$.

   Portanto, o Frederico ganha, em média 92 zeds por semana.

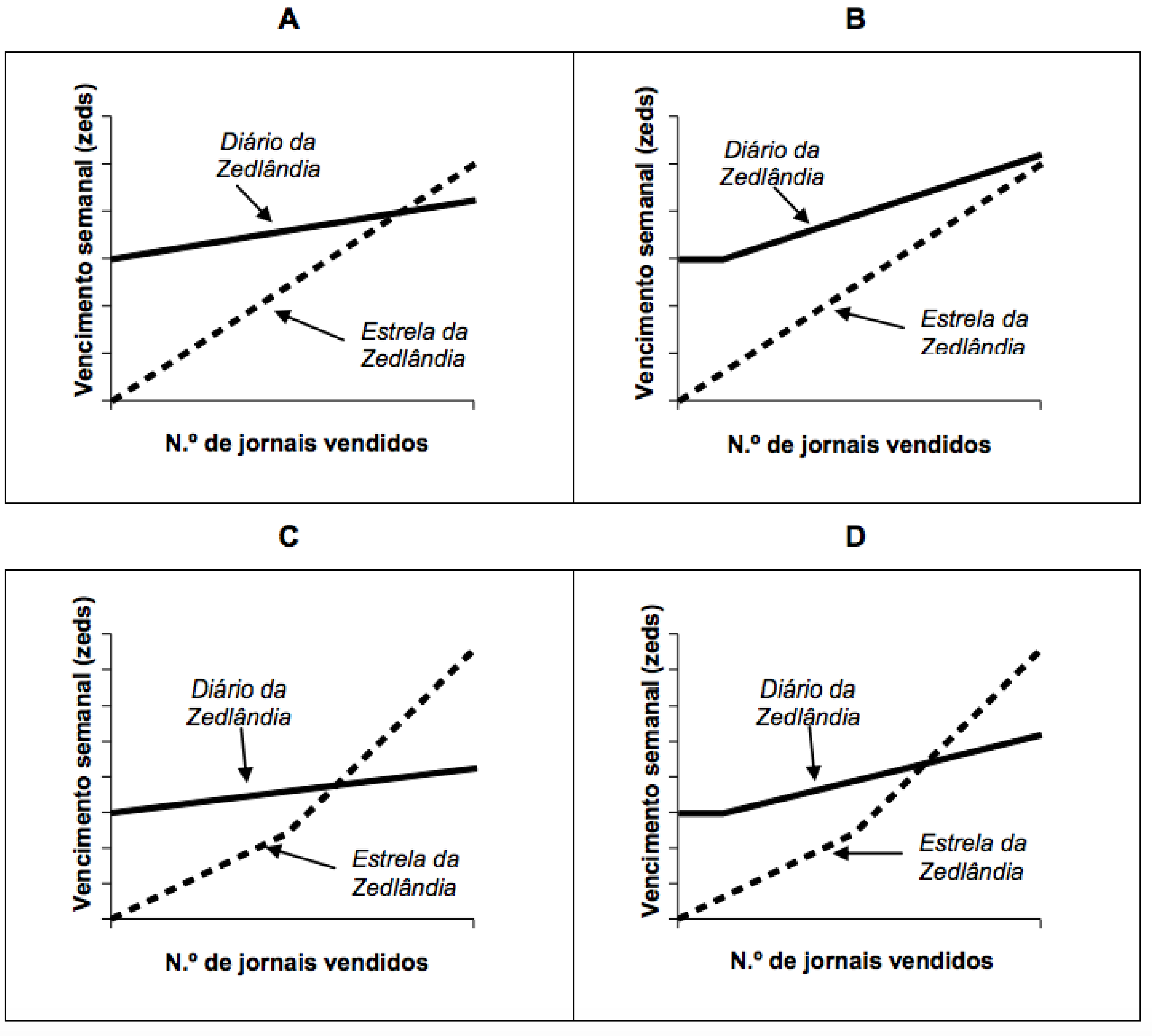
2. A Cristina vende o *Diário da Zedlândia*. Numa semana ganhou 74 zeds. Quantos jornais é que ela vendeu nessa semana? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

   De acordo com o enunciado, a Cristina recebe 60 zeds por semana mais 0,05 zeds por cada jornal vendido.

Então, a expressão que representa o que a Cristina ganha é $60 + 0{,}05x$, onde x representa o número de jornais vendidos nessa semana. Deste modo: $60 + 0{,}05x = 74 \Leftrightarrow x = \frac{74-60}{0{,}05} \Leftrightarrow x = 280$.

Portanto a Cristina vendeu 280 jornais nessa semana.

3. O João decidiu candidatar-se a vendedor de jornais. Ele tem de escolher o Estrela da Zedlândia ou o Diário da Zedlândia. Qual destes gráficos corresponde a uma representação correta da forma de pagamento, dos dois jornais, aos seus vendedores? Rodeia a resposta correta e explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a excluir os restantes três gráficos.



De acordo com os enunciados, sendo x a variável que represente o número de jornais vendidos numa determinada semana, a função que representa o salário semanal pago pelo *Estrela da Zedlândia* é $0.20x$, se $x \leq 240$ e $0.20 \times 240 + 0{,}40(x - 240)$, se $x > 240$ (que não é uma função afim) e a função que representa o salário semanal pago pelo *Diário da Zedlândia* $60 + 0{,}05x$ (que é uma função afim).

Deste modo, podemos concluir que os gráfios A e B não poderão representar a situação descrita, pois consideram que o salário semanal pago aos vendedores do *Estrela da Zedlândia* é diretamente proporcional ao número de jornais vendidos.

Por outro lado, podemos também concluir que o gráfico B e D não poderão representar as condições de pagamento por indicarem que o salário semanal dos vendedores do *Diário da Zedlândia* não é modelado por uma função afim.

Portanto, a única opção correta será a C.

- Tarefa 4

Sabendo que $x + y = 12$ e que $2x + 5y = 36$, quais são os valores de x e y? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

A. $x = 2, y = 10$ B. $x = 4, y = 8$ C. $x = 6, y = 6$ D. $x = 8, y = 4$

Recorrendo ao método de substituição:

- Se $x = 2$ e $y = 10$: $2 + 10 = 12$ e $2\times2 + 5\times10 = 54 \neq 36$
- Se $x = 4$ e $y = 8$: $4 + 8 = 12$ e $2\times4 + 5\times8 = 48 \neq 36$
- Se $x = 6$ e $y = 6$: $6 + 6 = 12$ e $2\times6 + 5\times6 = 42 \neq 36$
- Se $x = 8$ e $y = 4$: $2 + 10 = 12$ e $2\times8 + 5\times4 = 36$

Portanto, a opção correta será a D.

- Tarefa 5

As perfusões intravenosas são usadas para administrar líquidos ou medicamentos aos doentes. As enfermeiras têm de calcular o débito, D, de uma perfusão, em gotas por minuto.

Elas usam a fórmula $D = \frac{fv}{60n}$, em que

f é o fator de queda, medido em gotas por mililitro (ml);
v é o volume da infusão em ml;
n é o número de horas que a perfusão deve demorar.

1. Uma enfermeira quer duplicar o tempo de duração de uma perfusão. Descreve, com precisão, de que maneira D muda, se n duplicar e se f e v se mantiverem constantes.

Seja $n = 2n'$.

Partindo da igualdade anterior e se f e v se mantiverem constantes: $D = \frac{fv}{60\times2n\prime} \Leftrightarrow D = \frac{1}{2}\times\frac{fv}{60\times n'}$

Portanto, podemos concluir que o débito da perfusão sofrerá uma redução de 50%.

2. As enfermeiras também precisam de calcular o volume da perfusão, v, a partir do débito, D. Tem que ser administrada a um doente uma perfusão com um débito de 50 gotas por minuto durante 3 horas. Para esta infusão o fator de queda é de 25 gotas por mililitro. Qual o volume desta perfusão, em ml? Explica, detalhadamente o teu raciocínio.

   Resolvendo a equação literal em ordem a v: $D = \frac{fv}{60n} \Leftrightarrow v = \frac{60nD}{f}$.
   Assim, $v = \frac{60\times3\times50}{25} = 360$.

   Portanto, o volume desta perfusão será de 360 mililitros.

- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

Anexo 2

TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/__/__
NOME:____ Nº:____ Turma:__

Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

Na Nova Zelândia há dois jornais que estão a recrutar vendedores. Os cartazes abaixo apresentam as condições de pagamento aos vendedores.

ESTRELA DA ZEDLÂNDIA

PRECISA DE DINHEIRO EXTRA?

VENDA O NOSSO JORNAL

Receberá:
0,20 zeds por jornal para os primeiros 240 jornais que vender por semana, mais 0,40 zeds por cada jornal extra que vender.

DIÁRIO DA ZEDLÂNDIA

EMPREGO BEM PAGO QUE OCUPA POUCO TEMPO!

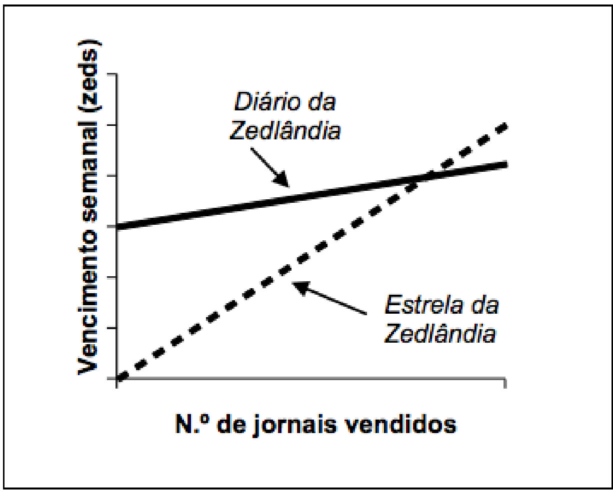
Venda o *Diário da Zedlândia* e ganhe 60 zeds por semana mais 0,05 zeds extra por cada jornal que vender.

1. Em média, o Frederico vende 350 exemplares do *Estrela da Zedlândia* por semana. Quanto é que ele ganha, em média, por semana? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

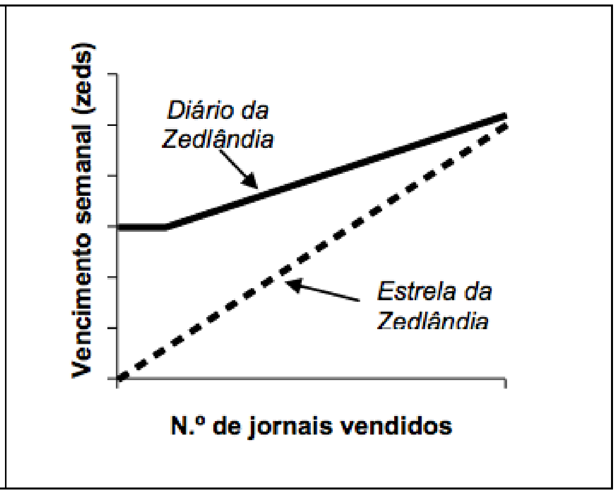
2. A Cristina vende o *Diário da Zedlândia*. Numa semana ganhou 74 zeds. Quantos jornais é que ela vendeu nessa semana? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

3. O João decidiu candidatar-se a vendedor de jornais. Ele tem de escolher o Estrela da Zedlândia ou o Diário da Zedlândia. Qual destes gráficos corresponde a uma representação correta da forma de pagamento, dos dois jornais, aos seus vendedores? Rodeia a resposta correta e explica, detalhadamente, os motivos que te levaram a excluir os restantes três gráficos.

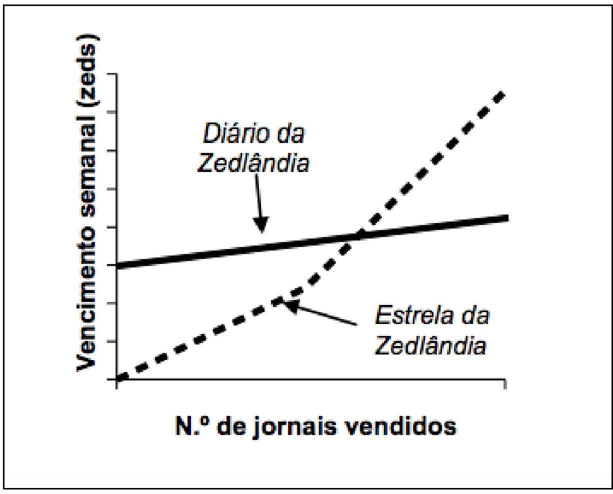
A



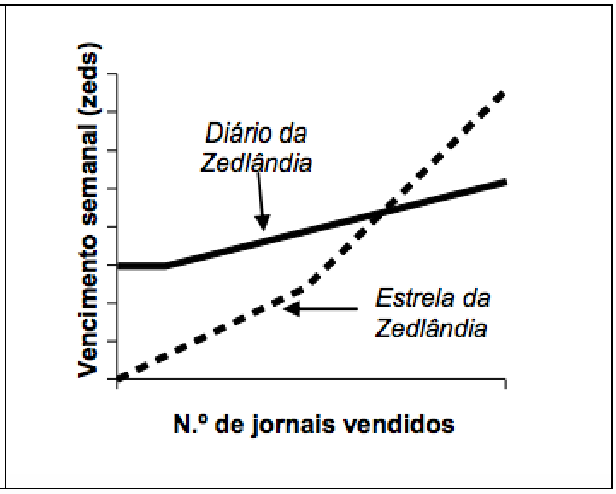
B



C



D



Adaptado de PISA Itens Libertos 2012. Questões: PM994Q01 – 0 1 9, PM994Q02 – 0 1 9, PM994Q03.

Anexo 4

TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/__/__
NOME:____ Nº:____ Turma:__

Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

Sabendo que $x + y = 12$ e que $2x + 5y = 36$, quais são os valores de x e y? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

A. $x = 2, y = 10$ B. $x = 4, y = 8$ C. $x = 6, y = 6$ D. $x = 8, y = 4$

Adaptado de TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M042235. Tradução livre

Anexo 5

TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/__/__
NOME:____ Nº:____ Turma:__

Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

As perfusões intravenosas são usadas para administrar líquidos ou medicamentos aos doentes. As enfermeiras têm de calcular o débito, D, de uma perfusão, em gotas por minuto.

Elas usam a fórmula $D = \frac{fv}{60n}$, em que

f é o fator de queda, medido em gotas por mililitro (ml);
v é o volume da infusão em ml;
n é o número de horas que a perfusão deve demorar.

1. Uma enfermeira pretende duplicar o tempo de duração de uma perfuração. Descreve, com precisão, de que maneira D muda, se n duplicar e se f e v se mantiverem constantes.

2. As enfermeiras também precisam de calcular o volume da perfuração, v, a partir do débito, D. Tem que ser administrada a um doente uma perfuração com um débito de 50 gotas por minuto durante 3 horas. Para esta infusão o fator de queda é de 25 gotas por mililitro. Qual o volume desta perfuração, em ml? Explica, detalhadamente o teu raciocínio.

Adaptado de PISA Itens Libertos 2012. Questões: PM903Q01 – 0 1 2 9, PM903Q03 – 0 1 9.

Anexo C. Plano da terceira aula da sequência didática

DISCIPLINA: Matemática **ANO:** 8.º

Data: 11/04/2016 **Horário:** 14h20 – 15h05 **Sala:** 18

SUMÁRIO

- Equações literais: análise e discussão da Tarefa 5.

DOMÍNIO/ SUBDOMÍNIO/ TEMA

- Álgebra;
- Equações literais.

CONTEÚDOS

- Equações literais;
- Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais.

DESCRITORES

ALG 8 – 7. Reconhecer e resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas.

7.1. Designar por "equação literal" uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras.

7.2. Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes.

OBJETIVOS

- Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução.
- Resolver equações literais em ordem a uma das letras.
- Efetuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respetiva solução.
- Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos.
- Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa.
- Exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

MOMENTOS/ FASES DA AULA (Estratégias a implementar)

- Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações literais);
- Conclusão da 2.ª fase da resolução da tarefa 5 (Anexo 2):

- 2.ª fase: no quadro seguida da discussão da mesma em grupo.

- Correção do trabalho de casa;
- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

MATERIAIS/ RECURSOS

- Manual adotado – Matematicamente Falando 8, Parte 1, Alexandra Conceição e Matilde Almeida, Areal Editores;
- Caderno diário;
- Material de escrita.

ALUNOS COM NECESSIDADES EDUCATIVAS ESPECIAIS

- Não se verifica.

OBSERVAÇÕES

NA

ANEXOS

- Anexo 1: Momentos/fases da aula (descrição detalhada)
- Anexo 2: Tarefa 5 de Matemática – 8.º Ano

BIBLIOGRAFIA

- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Programa e Metas Curriculares, Matemática, Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M.C. (2013). *Caderno de Apoio 3.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt
- Conceição, A., Almeida, M. (2014). *Matematicamente Falando 8*. Porto: Areal Editores. 188 – 190.
- Costa, B., Rodrigues, E. (2014). *Novo Espaço 8. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 90 – 92. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor.
- Neves, M. A. F. , Silva, A. P. (2014a). *Matemática 8º Ano. Parte 2.* Porto: Porto Editora. 96 – 99. Disponível em http://www.escolavirtual.pt/entrada-professor.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Martins, M. E. G., Martins, M. E. G. Menezes, L. Oliveira, P. & H. Sousa, H. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Disponível em http://www.dge.mec.pt

Anexo 1

MOMENTOS/ FASES DA AULA (Descrição detalhada)

- Interação verbal com a turma com o objetivo de rever aprendizagens de aulas anteriores (equações);
- Conclusão da 2.ª fase da resolução da tarefa 5 (Anexo 2):
  - Tarefa 5

    As perfusões intravenosas são usadas para administrar líquidos ou medicamentos aos doentes. As enfermeiras têm de calcular o débito, D, de uma perfusão, em gotas por minuto.

    Elas usam a fórmula $D = \frac{fv}{60n}$, em que

    f é o fator de queda, medido em gotas por mililitro (ml);
    v é o volume da infusão em ml;
    n é o número de horas que a perfusão deve demorar.

1. Uma enfermeira quer duplicar o tempo de duração de uma perfusão. Descreve, com precisão, de que maneira D muda, se n duplicar e se f e v se mantiverem constantes.

   Seja $n = 2n'$.

   Partindo da igualdade anterior e se f e v se mantiverem constantes: $D = \frac{fv}{60\times 2n'} \Leftrightarrow D = \frac{1}{2}\times\frac{fv}{60\times n'}$

   Portanto, podemos concluir que o débito da perfusão sofrerá uma redução de 50%.

2. As enfermeiras também precisam de calcular o volume da perfusão, v, a partir do débito, D. Tem que ser administrada a um doente uma perfusão com um débito de 50 gotas por minuto durante 3 horas. Para esta infusão o fator de queda é de 25 gotas por mililitro. Qual o volume desta perfusão, em ml? Explica, detalhadamente o teu raciocínio.

   Resolvendo a equação literal em ordem a v: $D = \frac{fv}{60n} \Leftrightarrow v = \frac{60nD}{f}$.

   Assim, $v = \frac{60\times 3\times 50}{25} = 360$.

   Portanto, o volume desta perfusão será de 360 mililitros.

- Correção dos trabalhos de casa:

  Manual adotado, página 189, tarefa 5:

  A escala térmica usada, por exemplo, em Inglaterra é a escala Fahrenheit.

  Quando a água gela, os termómetros ingleses marcam 32°F.

  Quando a água ferve, esses termómetros marcam 212°F.

A relação entre os graus Celsius (C) e os graus Fahrenheit (F) é a seguinte.

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

1. Quantos graus Celsius correspondem a 32°F?

Substituindo $F=32$:

$$\frac{32-32}{9}=\frac{C}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{0}{9}=\frac{C}{5}$$

$$\Leftrightarrow C=0$$

R: 32°F correspondem a 0°C

2. E 32°C a quantos graus Fahrenheit correspondem?

Substituindo $C=32$:

$$\frac{F-32}{9}=\frac{32}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5F-160=288$$

$$\Leftrightarrow F=89{,}6$$

R: 32°C correspondem a 89,6°C

4. Resolve a equação:

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

c) Em ordem a F (ou seja, considerando F como a incógnita e C como uma constante).

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

$$\Leftrightarrow F=\frac{9C}{5}+32$$

d) Em ordem a C.

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

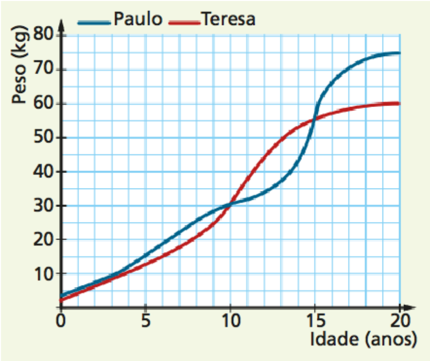
$$\Leftrightarrow C=\frac{5F-160}{9}$$

5. Qual é a vantagem de cada uma das fórmulas obtidas na alínea 4.?

As equações revolvidas em ordem a cada uma das variáveis permite-nos, mais facilmente, obter a correspondência entre graus Celsius e graus Fahrenheit.

Manual adotado, página 190, proposta 4:

4. Os seguintes gráficos permitem comparar a evolução dos pesos do Paulo e da Teresa, ao longo dos seus anos de vida.



4.3. Para avaliar se uma pessoa é obesa, calcula-se o seu índice de massa corporal (IMC):

$$IMC = \frac{P}{a^2}$$

onde P é a massa, em quilogramas e a é a altura, em metros.

Segundo a Organização Mundial de Saúde, consideram-se de peso normal as pessoas em que o índice de massa corporal está no intervalo 18,5 a 24,9.

c) O Paulo tem 20 anos e mede 1,82 metros, pode ser considerado uma pessoa de peso normal? Justifica a tua resposta.

Analisando o gráfico, o Paulo pesa 75 kg, então

$$IMC = \frac{75}{1{,}82^2}$$

$$= \frac{75}{1{,}82}$$

$$= \frac{75}{1{,}82}$$

$$= 22{,}6\%$$

Desta forma, o Paulo pode ser considerado uma pessoa de peso normal.

d) Entre que valores se deve situar o peso de um adulto com 1,70m para que seja considerado uma pessoa de peso normal? Apresenta os cálculos que efetuares.

Se $IMC = 18{,}5$

$$18{,}5 = \frac{P}{1{,}70^2}$$

$$\Leftrightarrow P = 18{,}5 \times 1{,}70^2$$

$\Leftrightarrow P = 18{,}5 \times 1{,}70^2$

$\Leftrightarrow P = 53{,}465$ kg

Se $IMC = 24{,}9$

$$24{,}9 = \frac{P}{1{,}70^2}$$

$\Leftrightarrow P = 24{,}9 \times 1{,}70^2$

$\Leftrightarrow P = 24{,}9 \times 1{,}70^2$

$\Leftrightarrow P = 71{,}961$ kg

Portanto, um adulto deverá pesar entre 53,465 kg e 71,961 km para que seja considerado uma pessoa de peso normal.

- Interação verbal com a turma para sintetizar aprendizagens e concluir a aula.

Anexo 2

TAREFA 5 DE MATEMÁTICA – 8ºANO
Data: 2016/04/06
NOME:____ Nº:___ Turma:__

Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

As perfusões intravenosas são usadas para administrar líquidos ou medicamentos aos doentes. As enfermeiras têm de calcular o débito, $\boldsymbol{D}$, de uma perfusão, em gotas por minuto.

Elas usam a fórmula $D = \frac{fv}{60n}$, em que

f é o fator de queda, medido em gotas por mililitro (ml);
v é o volume da infusão em ml;
n é o número de horas que a perfusão deve demorar.

1. Uma enfermeira quer duplicar o tempo de duração de uma perfusão. Descreve, com precisão, de que maneira D muda, se n duplicar e se f e v se mantiverem constantes.

2. As enfermeiras também precisam de calcular o volume da perfusão, v, a partir do débito, D. Tem que ser administrada a um doente uma perfusão com um débito de 50 gotas por minuto durante 3 horas. Para esta infusão o fator de queda é de 25 gotas por mililitro. Qual o volume desta perfusão, em ml? Explica, detalhadamente o teu raciocínio.

Adaptado de PISA Itens Libertos 2012. Questões: PM994Q01 – 0 1 9, PM994Q02 – 0 1 9, PM994Q03.

Anexo D. Grelha de observação

Disciplina: Matemática	**Aluno(a)(s) observado(a)(s):**
Data: ___/abril/2016	
Observador	

Indicadores	Nada Evidente	Algo Evidente	Bem Evidente	Não Observado
O(a)(s) aluno(a)(s)				
1. Revela(m) motivação para a resolução das tarefas (há evidências de entusiasmo, empenho, …)				
2. Mostra(m)-se insatisfeito(a)(s) com as tarefas propostas (por exemplo, demora(m) a começar a resolução das tarefas, mostra(m)-se desatento(a)(s), …)				
3. Revela(m) dificuldades na compreensão e resolução das tarefas				
4. Coloca(m) questões pertinentes durante a realização das tarefas				
5. Procura(m) confrontar ideias (discute(m) com o(a)(s) colega(s) da turma, participa(m) e envolvem-se na discussão de grupo, …)				
6. Analisa(m) criticamente as propostas de resolução apresentadas				
7. Respeitam os diferentes pontos de vista				

Evidências observadas para os pontos…

Aluno	**2** **(Registar o(s) motivos, por exemplo: não compreende os enunciados, não sabe o que fazer, …)**	**3** **(Registar a(s) dificuldade(s) observada(s))**	**4** **(Registar a(s) observação(ões) feita(s) pelo(s) aluno(s))**	**6** **(Registar a(s) observação(ões) feita(s) pelo(s) aluno(s))**

Anexo E. Questionário

No âmbito da Prática em Ensino Supervisionada do 2.º ano de mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do ensino básico e no ensino secundário da Universidade de Aveiro, gostaria de recolher algumas informações relativas ao desenvolvimento do tema Equações Literais.

Deste modo, peço que respondas, com sinceridade, às questões que se seguem.

Desde já agradeço a tua atenção,
Irina de Oliveira

Nome: Número:

1. Considerando as afirmações seguintes, indica o grau de concordância que mais se adequa ao trabalho desenvolvido ao longo das aulas dedicadas ao tema Equações Literais.

   Escala: 1 – discordo totalmente; 2 – discordo parcialmente; 3 – não concordo nem discordo; 4 – concordo parcialmente; 5 – concordo totalmente

	1	2	3	4	5
Realizei as tarefas propostas com entusiasmo e interesse.					
O trabalho realizado contribuiu para a minha aprendizagem.					
Procurei esclarecer as minhas dúvidas com os meus colegas					
Procurei, sempre que necessário, esclarecer as minhas dúvidas com o docente					
Partilhei, de forma respeitosa, as minhas opiniões e aceitei as diversas opiniões dos meus colegas.					
Procurei promover o trabalho colaborativo, colaborando com os meus colegas e esclarecendo as suas dúvidas de acordo com os meus conhecimentos.					

2. Seleciona a opção que mais se adequa à forma como foi desenvolvido o trabalho de pares/grupo, caso tenha existido.
   a. Durante a realização das tarefas propostas trabalhei, maioritariamente,
      - ☐ Sozinho
      - ☐ Com o meu colega de mesa
      - ☐ Com vários colegas da turma

   b. A discussão foi liderada
      - ☐ Por mim
      - ☐ Pelo meu colega de mesa
      - ☐ Por outro colega da turma. Quem? _________________________

Anexo F. Questionário biográfico

No âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, do 2º ano de Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário da Universidade de Aveiro, gostaríamos de recolher algumas informações biográficas dos alunos que compõem as turmas que estamos a acompanhar ao longo deste ano.

Deste modo, pedimos que respondas, com sinceridade, às questões que colocamos a seguir.

Desde já agradecemos a tua atenção,

Irina de Oliveira, xxx e xxx.

Ano de escolaridade: ____________________ Turma: ________________

Idade: _____ anos

Nacionalidade: ____________________ Naturalidade: ________________________

Resides no conselho de Aveiro? Sim ☐ Não ☐

Já repetiste algum ano? Sim ☐ Não ☐

Se sim, em que ano(s)? ____

Onde costumas estudar? Em casa ☐ Na escola ☐

Outro local ☐ Qual? ____

Costumas estudar acompanhado? Sim ☐ Não ☐

Se sim, com quem? Amigos ☐ Pais ☐ Outro ☐ Quem? ___________

O que gostas de fazer nos teus tempos livres: _______________________________________

Disciplina(s) em que sentes mais dificuldades: _______________________________________

Disciplina(s) em que sentes menos dificuldades: _____________________________________

Pretendes frequentar o ensino superior? Sim ☐ Não ☐

Que profissão gostarias de ter no futuro? ____

Obrigada pela tua colaboração!