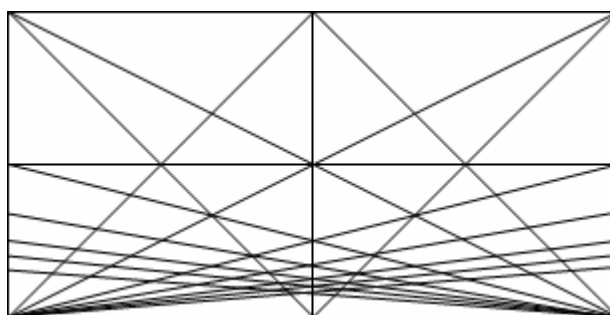




Lino Fernandes Pinto Sucessões e isometrias rítmicas em Anton Webern





Lino Fernandes Pinto Sucessões e isometrias rítmicas em Anton Webern

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestrado em Música na Área de Composição, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Isabel Soveral, Professora do Departamento de Comunicação e Arte da Universidade de Aveiro.

o júri

presidente

Doutor João Pedro Paiva de Oliveira
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

vogais

Doutor José Tomás Henriques
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa

Doutora Isabel Maria Machado Abranches Soveral
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro. (Orientadora)

Doutor Evgueni Zoudilkine
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

resumo

O presente trabalho tem como objectivo demonstrar a aplicabilidade das sucessões matemáticas e das isometrias geométricas, quer na análise rítmica da obra de Anton Webern, quer na composição musical. Esta dissertação é constituída por duas partes – uma de carácter teórico e outra de carácter prático. Na parte teórica a nossa investigação vai compreender três estudos: um estudo sobre a estruturação das durações; outro sobre as sucessões matemáticas aplicadas à sucessão dos valores rítmicos; e por fim, um estudo sobre as isometrias rítmicas. Na parte prática será elaborada uma peça musical, ou seja, um concerto para marimba e orquestra de cordas que se intitula Reflexos. Aqui serão aplicados os princípios teóricos estudados na primeira parte.

abstract

The present work has as objective demonstrated the applicability of the mathematics successions and the geometricals isometrics, in the rhythmic analysis of the Anton Webern work and in the musical composition. This dissertation is constituted by two parts – one with theoretic character and the other with practical character. In the theoretics our investigation goes to comprehend three studies: one study about the structure of the durations; another about the diligent mathematics in the successions of rhythmic values; and in the end a study about the isometrics rhythmic. In the practical part will be elaborated a musical piece, or mean a concert for marimba and stings orchestra entitle REFLEXOS. Here will be diligents the theoretic rudiments studied in the first part.

ÍNDICE

o júri

resumo

abstract

INTRODUÇÃO	1
1. ESTRUTURAÇÃO DAS DURAÇÕES	6
1.1. Definições.....	9
1.1.1. Unidade de tempo. Unidade rítmica.....	9
1.1.2. Sucessão e classificação das durações	10
1.1.3. Relação de equivalência.....	13
1.2. Metodologia de análise e estruturação.....	15
1.2.1. Definição do objecto musical	15
1.2.2. Definição e evolução da unidade rítmica	16
1.2.3. Conclusões.....	16
2. SUCESSÕES RÍTMICAS.....	17
2.1. Termo geral.....	17
2.2. Sucessão dos números naturais	18
2.3. Sucessão dos números pares e múltiplos de dois	19
2.4. Sucessão dos números múltiplos de três.....	20
2.5. Sucessão dos números ímpares	21
2.6. Sucessão das potências de um dado número.....	22
2.7. Sucessão por recorrência	23
2.8. Subsucessão.....	24
2.9. Progressões aritméticas	26
2.10. Progressões geométricas	28
2.11. Sucessão resultante da adição de sucessões.....	29
3. ISOMETRIAS RÍTMICAS.....	31
3.1. Translação.....	31

3.2. Reflexão.....	35
3.3. Escalamento.....	37
3.4. Processo de escalamento entre unidades rítmicas.....	40
3.4.1. Por aumentação.....	41
3.4.2. Por diminuição.....	41
3.4.3. Escalamento global.....	42
3.5. Resumo das isometrias.....	47
4. APLICAÇÕES NA ANÁLISE MUSICAL: Sinfonia op. 21.....	48
4.1. 1º Andamento (Forma Binária).....	49
4.1.1. 1ª Secção.....	50
4.1.2. 2ª Secção.....	51
4.2. 2º Andamento (Tema e Variações).....	52
4.2.1. Tema e Coda.....	52
4.2.2. Variação I e Variação VII.....	55
4.2.3. Variação II e Variação VI.....	58
4.2.4. Variação III e Variação V.....	59
4.2.5. Variação IV.....	62
5. APLICAÇÕES NA COMPOSIÇÃO MUSICAL: Estruturas de Reflexos..	64
5.1. Organização das alturas.....	64
5.2. Organização das durações.....	66
5.3. 1º Andamento.....	68
5.3.1. Evolução rítmica.....	68
5.3.2. Evolução melódico-harmónica.....	69
5.3.3. Evolução formal.....	70
5.4. 2º Andamento.....	72
5.4.1. Evolução rítmica.....	72
5.4.2. Evolução melódico-harmónica.....	73
5.5. 3º Andamento.....	74
5.5.1. Evolução rítmica.....	74
5.5.2. Evolução melódico-harmónica.....	75

CONCLUSÃO..... 76

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 77

Bibliografia de Música 77

Bibliografia de Matemática 81

Partituras de A. Webern 82

ANEXO

I. Matrizes: op. 21, 24, 27 e 28..... I – II

APÊNDICE

I. Partitura do Concerto para marimba e orquestra de cordas III (1-55)

INTRODUÇÃO

A investigação intitulada ***Sucessões e Isometrias Rítmicas em Anton Webern***, tem como objectivo demonstrar por analogia a aplicabilidade do estudo sobre sucessões e isometrias na análise e na composição musical. Tanto as sucessões como as isometrias consistem em operações capazes de se identificarem com um determinado processo de organização dos elementos estruturais de uma obra musical. As formas daí resultantes, quer das operações aritméticas, quer das operações geométricas, suscitaram-nos, para a aplicação na análise musical, a escolha da obra de Anton Webern. Este compositor faz uma aplicação sistemática desse tipo de estruturas, especialmente as relacionadas com as isometrias. Quanto às sucessões, Webern provavelmente não as idealizou tal como aqui serão estudadas, no entanto constituem uma ferramenta determinante para desenvolvermos neste estudo uma análise mais adequada e com um discurso mais rigoroso na abordagem das sucessões e isometrias rítmicas na obra de Webern. Este trabalho mostra-se também interessante na criação de estruturas para aplicação na composição musical porque, por exemplo, podemos definir a evolução do ritmo no seu todo sem o recurso ao desenvolvimento temático.

As isometrias desempenharam sempre um papel importante na retórica musical. Por exemplo, a periodicidade da música pós-barroca tende, em conformidade com o domínio da harmonia tonal, para a isometria. Em quase toda a música clássica verifica-se a formação de períodos isométricos de dois em dois compassos, de quatro em quatro, etc. Os principais esquemas formais também evoluem para a isometria, quer seja harmónica, temática ou formal. Nas secções: do *Lied* (A-B-A), entre o A e a sua reexposição é enquadrada uma parte central B contrastante; o mesmo se passa com o *Rondó* (A-B-A-C-A-D-A etc.), em que o A se repete periodicamente como um “refrão”; o mesmo acontece com a “forma-sonata”, em que a exposição e a reexposição estão separadas por um desenvolvimento central. As *translações* e as *reflexões* são operações que sustentam parte do processo composicional desde Bach a Brahms e tornadas incontornáveis no serialismo.

Em Webern podemos distinguir dois períodos, o pré-serial até ao opus 16 e o serial a partir do opus 17. De um período ao outro pode verificar-se a passagem de uma escrita que explora o total cromático para uma escrita com recurso à técnica dodecafónica. Mormente, o Webern do período serial é de uma importância de maior monta, não tanto por razões de coerência ou de controlo mais rigoroso da sua escrita musical, mas pelas condições de abstracção que o compositor impõe na concretização da série, a qual é concebida como uma estrutura abstracta, onde a realização sonora e formal são produtos consequentes da série. Além disso, Webern faz uma utilização muito subtil das durações, apesar de ter tido uma predilecção especial pela desenvoltura da morfologia da série em detrimento aparente da estruturação rítmica.

Assim, neste trabalho serão apresentados apenas alguns exemplos da obra de Webern, sobretudo das composições instrumentais do segundo período compostas entre 1926 e 1940, porque diferem das do período anterior fundamentalmente pela aplicação mais sistematizada de operações isométricas, onde as variações, os cânones e os palíndromos surgem como estruturas principais. A forma como Webern trabalha a série a partir dos *Textos Populares* op. 17, originou, entre outros aspectos, uma certa cristalização rítmica e aboliu as características estilísticas das obras precedentes. O processo composicional de Webern foi conciso e proporcionou texturas rarefeitas na busca do equilíbrio e da harmonia, como o demonstram as suas séries simplificadas e derivadas de combinações internas e simétricas de três ou quatro sons, o que tornam mais perceptíveis o conjunto dos intervalos que geraram a série. Na complexidade estrutural resultante podemos constatar uma inerência sistemática da série com o ritmo e respectivas isometrias, como podemos verificar desde as micro-estruturas na concepção da série às macro-estruturas na articulação dos andamentos, sendo a forma ABA a predilecta

Este trabalho abrange duas componentes – uma de carácter teórico e outra de carácter prático. A componente teórica vai compreender três estudos: um sobre a estruturação das durações; outro sobre as sucessões matemáticas aplicadas à sucessão dos valores rítmicos; e por fim, um estudo sobre as isometrias rítmicas. Na componente prática será elaborada uma peça musical, ou

seja, um concerto para marimba e orquestra de cordas que se intitula *Reflexos*, onde serão aplicados os princípios teóricos estudados na componente teórica.

O conteúdo da componente teórica está organizado em cinco capítulos. No primeiro será desenvolvido um estudo sobre a estruturação das durações e respectivas relações em função de uma unidade rítmica, sendo o principal objectivo encontrar uma forma de classificar e representar através do número a estruturação das durações. Um dos problemas será, por exemplo, colocar no mesmo plano de análise unidades de subdivisão rítmica provenientes de unidades de tempo simples ou composta, ou então, relacionar as figuras racionais com as figuras irracionais. Esta ideia foi estimulada pelos estudos realizados em relação à estruturação das alturas e das durações na teoria de alguns autores do século XX. Por exemplo, Allen Forte, em *The Structure of Atonal Music*, representa o conjunto das classes de alturas (*pitch-class sets*) com os números de zero a onze, que correspondem às doze notas diferentes da escala temperada, tendo por axiomas a equivalência de oitava e a equivalência por enarmonia. Arbitrariamente, atribuiu à nota *dó* o número zero, e desenvolve a partir daí a sua teoria. Por sua vez, Pierre Boulez, em *Penser la musique aujourd'hui*, também nos oferece um importante contributo para o nosso estudo porque, tanto no domínio das alturas como no das durações, são definidas as relações fundamentais destes dois domínios.

No segundo capítulo iremos desenvolver um estudo sobre sucessões matemáticas e associá-las às sucessões de durações. O objectivo é estabelecer uma relação das definições e conceitos das sucessões com a estruturação musical. O conceito de *sucessão* vai ser determinante neste estudo rítmico porque nos vai proporcionar o estabelecimento de relações numéricas e a dedução de fórmulas para abordarmos o processo criativo da sucessão das durações, quer na análise quer na composição. Pois, qualquer *sucessão* de acontecimentos rítmicos é quantificável e susceptível de ser trabalhada a partir do *número* e dos diversos operadores canónicos, aritméticos e geométricos.

No terceiro capítulo o objectivo é estudar as isometrias realizadas no fraseado rítmico. A projecção de uma imagem de uma determinada entidade resulta, na maioria das vezes, num processo geométrico aplicável na composição

musical. Assim, poderemos potenciar uma qualquer sucessão de durações, e posteriormente transformá-las geometricamente com recurso às operações isométricas. Por exemplo, algumas das técnicas contrapontísticas tornaram-se mais claras pela utilização da linguagem e dos conceitos matemáticos e geométricos (inverso, retrógrado, retrógrado do inverso). A intuição visual que se exercita, em particular, na geometria, pode ser colocada ao serviço da compreensão musical com excelentes resultados. Parte dos aspectos estruturais dos cânones de Webern, e já utilizados por Bach ou mesmo Machaut (veja-se, por exemplo, o cânone do *rondó* “Ma Fin Est Mon Commencement”) são reveladores da importância das transformações geométricas adaptadas à música. Esta simbiose, desde a sucessão dos valores rítmicos aos operadores isométricos, irá revelar-nos uma outra perspectiva sobre a importância e sobre as possibilidades de tratamento do elemento isométrico.

O quarto e quinto capítulo têm como objectivo mostrar as aplicações quer na análise, quer na composição musical. No plano analítico, e no âmbito do estudo anterior, o objectivo é descodificar as estruturas rítmicas e métricas na *Sinfonia* op. 21 de Webern. No plano da composição musical, o objectivo é fazer uma apresentação dos diferentes materiais rítmicos, melódicos, harmónicos e respectiva evolução no concerto para marimba e orquestra de cordas já atrás denominado.

Nos capítulos anteriores, outras obras serão abordadas, essencialmente as do grupo de sete obras instrumentais do segundo período weberniano, para objecto de análise e apresentação de exemplos demonstrativos das virtudes do estudo teórico efectuado, como por exemplo, o *Concerto* op. 24, as *Variações para Piano* op. 27 e o *Quarteto de Cordas* op. 28.

O *Concerto para Nove Instrumentos* op. 24 (1934), tal como o *Quarteto* op. 22 (1930) (para violino, clarinete, saxofone tenor e piano), são as obras do período de afirmação da técnica dodecafónica a que Pierre Boulez apelida de didáctico. Em diferentes contextos, cada obra explora as propriedades de uma série particular cuja organização tem implícitas as estruturas da obra, por exemplo, o *Concerto* op. 24 constitui um verdadeiro retrato destes princípios, inspirado no célebre palíndromo latino conhecido por “quadrado mágico”. A

utilização da série nas suas diferentes formas e sentidos de leitura (original – O; inverso – I; retrógrado do original – R; retrógrado do inverso – RI) proporciona um elevado grau de simetria na sucessão das diferentes versões da série:

S A T O R
 A R E P O
 T E N E T
 O P E R A
 R O T A S

As célebres *Variações para Piano* op. 27 (1936), estão articuladas em três andamentos que seguem respectivamente os esquemas tradicionais da forma tripartida ABA', do *scherzo* e da forma *variação*. A mesma ideia de variação afecta mais a série que um elemento temático propriamente dito, mas proporciona ao material temático uma forma particular de multiplicar as formas em espelhos e numa escrita estritamente canónica, tal como acontece no fim do 1º andamento ou no *scherzo*. Webern utiliza cada vez menos uma escrita determinada, *a priori*, pela linguagem idiomática do instrumento, tratando-os a todos de igual forma, ou seja, o timbre instrumental é como uma cor pura colocada individualmente sobre cada nota. Outra das grandes obras deste período é o *Quarteto de Cordas* op.28 (1936-1938), onde Webern atinge a plena maturidade no género. Esta obra, em três andamentos, apresenta cada um sob a forma ABA. O primeiro e o último são correspondentes, no entanto, estão intercalados por um andamento intermédio onde é explorado o timbre, proporcionado essencialmente por *pizzicatos*. Além disso, Webern aplica princípios muito particulares do serialismo ao escolher para o primeiro tetracorde da série uma sucessão de intervalos correspondentes ao nome B-A-C-H, mas transpostos uma terceira menor inferior (sol-fá#-lá-sol#).

Por fim, há dois apêndices, um com as matrizes das séries utilizadas por Webern nas obras que analisámos, o outro, com a partitura da peça musical já referida.

1. ESTRUTURAÇÃO DAS DURAÇÕES

As durações como as alturas têm um processamento comum que consiste na evolução das suas entidades em proporções contínuas ou descontínuas. Iremos ver que, quando se verifica **uma evolução contínua** a relação numérica é **logarítmica**, e quando se verifica **uma evolução descontínua** a relação numérica já tem a possibilidade de ser **aritmética**. Assim, nós vamos desenvolver no presente trabalho um estudo sobre a evolução descontínua das durações para haver uma concordância com as operações aritméticas. Na sua generalidade, os sistemas musicais são baseados em conjuntos de alturas definidos ou predefinidos, compatibilizados com conjuntos de durações relativamente livres, embora na maioria dos casos condicionados por uma tradição estética. Além disso, quer o ritmo da obra de Webern, quer o ritmo que vamos utilizar na composição, não justificam um estudo em função de entidades que evoluam de forma contínua. Se, por exemplo, no domínio das alturas, a teoria do serialismo estabelece uma relação em função de uma unidade intervalar (o meio-tom), e consequentemente um conjunto de doze meios-tons temperados, filtrados de um todo contínuo, porque não, no domínio das durações, fazer também uma filtragem de um conjunto de durações gerado a partir de uma unidade rítmica, e estabelecer as relações em função desse conjunto? Porém, deparamos com algumas diferenças entre a utilização do domínio das alturas e a utilização do domínio das durações. Já vimos que, no caso do serialismo, a classificação das alturas é efectuada em função de uma unidade intervalar, o que proporciona a realização de operações aritméticas. O mesmo já não sucede com as durações, porque numa mesma obra são utilizadas diferentes unidades rítmicas, o que pode fazer despoletar uma escala logarítmica nas relações dessas unidades, ou seja, sucessões com razão variável entre os seus valores, o que nos coloca alguns problemas de foro concepcional para representar pelo número a estruturação das durações. Contudo, é viável a possibilidade de se realizarem as referidas operações na combinação dos valores de diferentes unidades rítmicas, desde que esses valores sejam provenientes de uma unidade rítmica comum, porque só essa unidade poderá gerar a totalidade das durações com uma razão uniforme

entre os seus valores. Por exemplo, no 2º andamento da *Sinfonia* op. 21 (variação IV e V) e no 1º andamento do *Concerto* op. 24, de Anton Webern, podemos constatar a coabitação de figuras rítmicas racionais com irracionais. Em ambos os casos temos duas unidades rítmicas diferentes quanto ao tipo de subdivisão – a semicolcheia (1/4 da semínima, subdivisão par) e a colcheia da tercina de colcheias (1/3 da semínima, subdivisão ímpar). Como a unidade rítmica que compatibiliza estas duas unidades só pode ser determinada a partir do mínimo múltiplo comum entre elas, o resultado é uma unidade rítmica que corresponde a 1/12 da unidade de tempo entre as referidas figuras.

No fragmento seguinte, 2º andamento da *Sinfonia* op. 21, podemos observar que a evolução das figuras é realizada por aglutinação entre figuras irracionais, e por sobreposição entre figuras racionais e irracionais. Nesta última relação já se percepção com bastante clareza a unidade rítmica (1/12) que é proveniente da resultante entre os dois motivos rítmicos.

V. Var.

The musical score shows the following details:

- Tempo and Meter:** 3/4 time, marked *rit.* and *sehr lebhaft* (♩ = 84).
- Instrumentation:** C1. Cl. bx., Trpa I, Trpa II, Harpa, Vln I, Vln II, Vla, Vc.
- Dynamic Markings:** *pp*, *p*, *ppp*.
- Rhythmic Features:** Extensive use of triplets (indicated by '3' and brackets) and slurs across all staves.
- Tempo Change:** The string parts (Vln I, Vln II, Vla, Vc.) transition to *Alle (geteilt)* in the latter part of the fragment.

Sinfonia op. 21, 2º andamento-Variação IV-V (cc53-57)

Nos compassos iniciais do *Concerto* op. 24, a evolução acontece por aglutinação entre figuras racionais e irracionais, observando-se também vários graus de transformação (aumentação e diminuição) entre as diferentes tríades, que serão objecto de estudo posteriormente.

Concerto op. 24, 1º andamento - (redução, cc1-5)

O facto de na estruturação das durações serem utilizadas diferentes unidades rítmicas, por vezes, resulta num ínfimo mínimo múltiplo comum e de difícil manuseamento analítico, o que levanta três questões fundamentais:

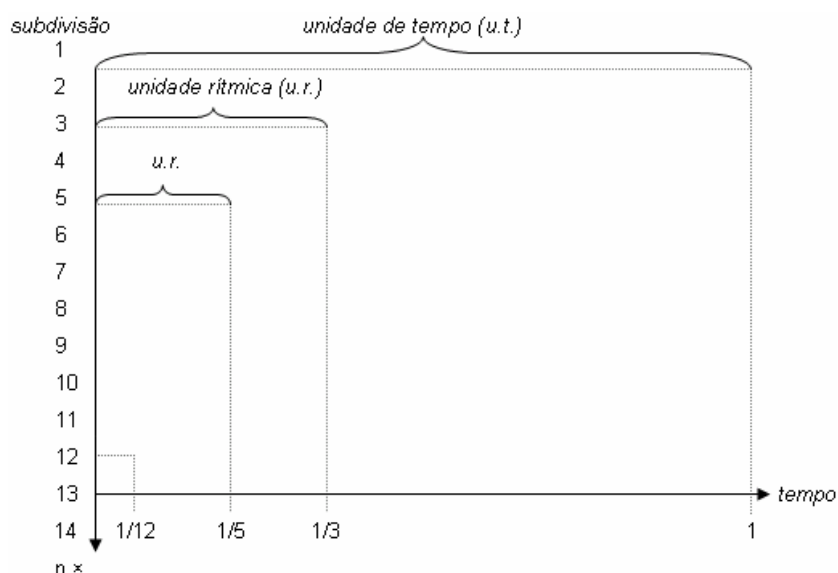
- a) Como **determinar** a sucessão dos valores rítmicos de uma frase musical que seja constituída por durações geradas em função de um dos três tipos de subdivisão – par, ímpar, par e ímpar?
- b) Como **classificar** essa sucessão?
- c) Como **aplicar** essa classificação de forma prática e simples, quer na análise quer na composição musical?

Estas questões estão na base das linhas orientadoras do trabalho que iremos desenvolver, porque só depois de determinada e classificada numericamente a entidade de análise poderemos fazer a transição para a aplicarmos os conceitos sobre as sucessões e as isometrias.

1.1. Definições

1.1.1. Unidade de tempo. Unidade rítmica

No domínio das durações o tempo é dividido em unidades de tempo que, por sua vez, são subdivididas em unidades rítmicas, cuja combinação o ritmo. Estas unidades têm uma duração com um valor relativo, não obstante podem gerar uma qualquer superfície rítmica consequente de certas operações aritméticas e/ou geométricas. Assim, para a análise de um dado excerto musical, temos de decifrar qual a unidade rítmica comum susceptível de gerar todo o seu ritmo, quer sejam utilizadas ou não unidades rítmicas de diferentes tipos. Logo, do conjunto das durações que constituem o objecto de análise a **unidade rítmica** terá que ser aquela que corresponde ao **mínimo múltiplo comum**, o qual pode ser estabelecido entre **três tipos de unidades rítmicas**: as que são provenientes de **subdivisão par**; de **subdivisão ímpar**; ou um misto entre as duas subdivisões – **par e ímpar**. Se a unidade de tempo (**u.t.**) ou *unidade rítmica maior*¹, for subdividida em 2, 3, 4,... **n** partes iguais, obtemos também **n** unidades de subdivisão (**u.s.**) diferentes, ou seja, as *unidades rítmicas menores*.



¹ Designação por analogia à expressão "plus grand unité de base" utilizada por Pierre Boulez em *Penser la musique aujourd'hui*, p. 58

Teoricamente, esta progressão logarítmica produz *quase* uma infinidade de unidades rítmicas e, conseqüentemente, um número impraticável com tais unidades, pois, da sobreposição de todas estas unidades obtemos uma resultante rítmica idêntica a uma duração contínua que converge para *um*.. Mas, como já referimos, está fora do âmbito deste trabalho um estudo rítmico que congregue todas as unidades de subdivisão numa resultante rítmica contínua e sem a percepção diferenciada das durações. No entanto, também já vimos que é viável seleccionar e extrair do som contínuo apenas as durações que correspondam a uma unidade rítmica comum e analisar em função dessa unidade.

Como vimos, a **unidade de tempo** é constituída pela **soma da sucessão** de uma determinada unidade rítmica quando converge para a *um*, e da progressão da unidade rítmica maior é gerado um encadeamento contínuo de durações idênticas, ou seja, uma progressão de (*n*) ciclos.

$$n \text{ unidades rítmicas } \left(\frac{1 \text{ (u.t.)}}{n \text{ (u.s.)}} \right) = n \text{ durações } \rightarrow \text{som contínuo } (n) \text{ ciclos}$$

Por curiosidade, uma “escala temporal de durações” semelhante já fora abordada por Karlheinz Stockhausen na elaboração teórica e prática de *Gruppen*. Na procura de representar um *continuum temporal* entre durações e alturas dos sons (partindo do postulado que a percepção destas duas fases acústicas são indissociáveis), criou uma escala harmónica cujo espectro parte de uma unidade de base designada por “fase de base”, que constitui o “domínio das durações”, precede o “domínio das alturas” e posteriormente o “domínio dos timbres”.²

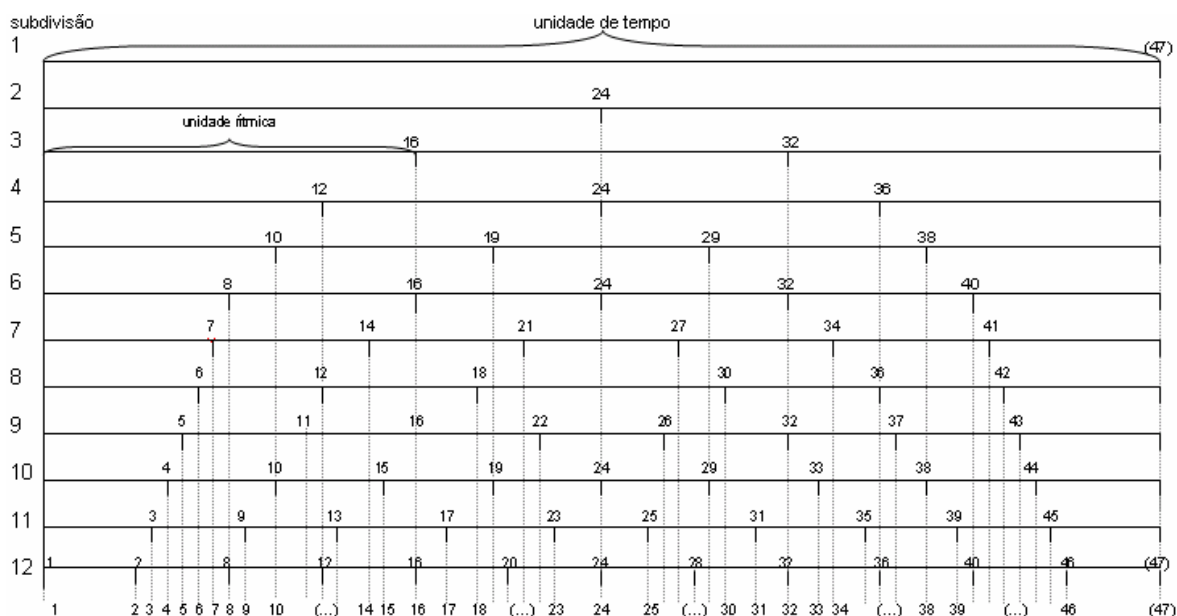
1.1.2. Sucessão e classificação das durações

Na sucessão das durações podemos considerar duas concepções distintas que se manifestam em função da evolução contínua ou descontínua do som: uma consiste em conceber valores a partir de escalas logarítmicas, permitindo a

²Artigo de Karlheinz Stockhausen, «Wie die Zeit vergeht», *Die Reihe*, nº 3, 1956/7, trad. francesa por Christian Meyer: «Comment passe le temps», *Contrechamps*, nº 9, Editions L'Age d'Homme, 1988, Paris. pp.26-65.

formação de sucessões contínuas de durações, mas de difícil execução mecânica; a outra consiste em conceber valores a partir de escalas aritméticas, permitindo a formação de sucessões de durações embora descontínuas mas de realização mecânica mais acessível.

Analisemos a **evolução das durações num processo contínuo**. Por uma questão prática, e até porque Webern não utilizou em toda a sua obra figuras mais curtas que a semifusa, vamos considerar apenas as sucessões das doze primeiras unidades rítmicas durante uma unidade de tempo, como nos mostra a figura seguinte.



Ordem das durações entre as 12 primeiras u.r.

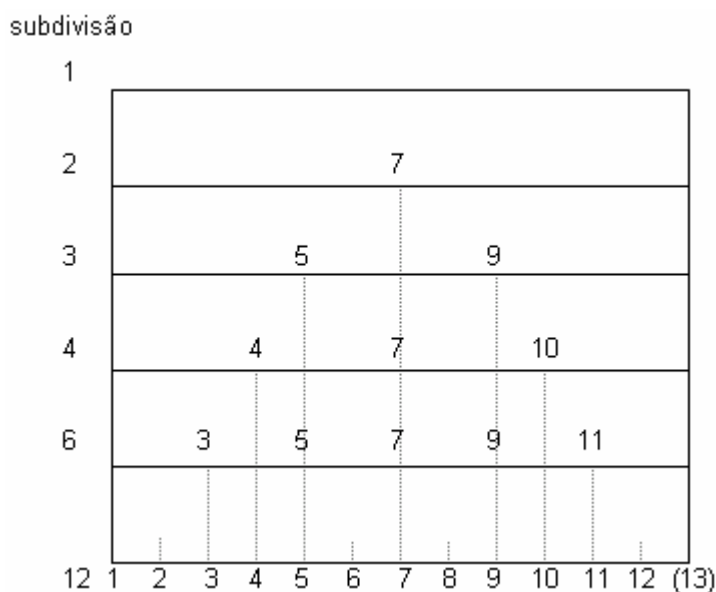
Na articulação simultânea destas unidades iremos obter o correspondente a uma resultante rítmica de 46 durações diferentes e ordenadas no tempo. Desta resultante verifica-se que cada unidade rítmica estabelece sucessões de números distintos a que chamaremos, por convenção, **conjuntos numéricos**. Estes conjuntos representam o início da emissão das durações no tempo que designaremos por **batimentos**.

Como podemos apurar, o tempo de duração entre as 46 durações é variável, pois as proporções intervalares de tempo traduzem-se numa escala logarítmica, basta analisar a razão entre os valores dos conjuntos numéricos a

partir da 3ª unidade rítmica, para constatarmos a inconveniência deste aspecto no presente estudo. No entanto, há durações com o mesmo número de ordem entre as diversas sucessões de unidades rítmicas. Deste modo, podemos estabelecer *relações de equivalência* entre as durações que interceptam o mesmo número e criar progressões aritméticas, como veremos a seguir. Assim, para cada uma destas unidades, os momentos de intercepção na ordem resultante das sucessões das doze primeiras unidades rítmicas, são representados pelos seguintes conjuntos numéricos:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| $u.r. 1$ (subdivisão 1) = {1} | $u.r. 7$ = {1, 7, 14, 21, 27, 34, 41} |
| $u.r. 2$ (subdivisão 2) = {1, 24} | $u.r. 8$ = {1, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42} |
| $u.r. 3$ = {1, 16, 32} | $u.r. 9$ = {1, 5, 11, 16, 22, 26, 32, 37, 43} |
| $u.r. 4$ = {1, 12, 24, 36} | $u.r. 10$ = {1, 4, 10, 15, 19, 24, 29, 33, 38, 44} |
| $u.r. 5$ = {1, 10, 19, 29, 38} | $u.r. 11$ = {1, 3, 9, 13, 17, 23, 25, 31, 35, 39, 45} |
| $u.r. 6$ = {1, 8, 16, 24, 32, 40} | $u.r. 12$ = {1, 2, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 46} |

Agora, analisemos **a evolução das durações num processo descontínuo** considerando as sucessões das unidades rítmicas correspondentes à subdivisão da unidade de tempo em 2, 3, 4, 6, 12 partes iguais, ou seja, todas as unidades com 1/12 como mínimo múltiplo comum.



Ordem das durações com 1/12 como unidade rítmica comum

Da resultante rítmica só podemos obter doze durações diferentes, mas que evoluem por progressões de razão uniforme entre os seus valores. Cada unidade rítmica apresenta os seguintes conjuntos numéricos:

$$u.r. 1 = \{1\}$$

$$u.r. 2 = \{1, 7\}$$

$$u.r. 3 = \{1, 5, 9\}$$

$$u.r. 4 = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$u.r. 5 = \{1, 10, 19, 29, 38\}$$

$$u.r. 6 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$u.r. 12 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

Esta análise permite-nos confirmar e aferir as relações quanto à unidade rítmica expostas nos exemplos anteriores. No 2º andamento da *Sinfonia* op. 21 (variação IV e V), podemos observar a evolução de durações à razão de *oito* unidades rítmicas (tercinas de semínima), *quatro* unidades rítmicas (tercinas de colcheia) e *três* unidades rítmicas (semicolcheias), sendo a diferença de duração das tercinas de colcheia para as semicolcheias de *uma* unidade rítmica (1/12 da unidade de tempo), quer no 1º andamento do *Concerto* op. 24, de Anton Webern.

Será, pois, com base na evolução das durações num processo descontínuo que vamos continuar a desenvolver o nosso trabalho sobre as sucessões e as isometrias rítmicas.

1.1.3. Relação de equivalência

A unidade de tempo e as respectivas unidades rítmicas projectam-se à sua imagem gerando ciclos por equivalência. Logo, a ordem de uma duração na sucessão de uma determinada unidade rítmica é cíclica, ou seja, encontra a sua identidade após um ciclo correspondente a uma unidade de tempo. Por isso, a posição dessa duração constitui uma **relação de equivalência** quando se verifica tal periodicidade. Assim, os pontos de intercepção entre duas ou mais sucessões de unidades rítmicas constituem também relações de equivalência quanto à

posição que as durações ocupam no fraseado rítmico.³ Esta posição pode ter duas leituras, uma determinada pela *sucessão* das durações, e outra pela *razão* entre as durações.

No exemplo seguinte podemos observar a evolução de um cânone à distância de três semibreves em que, para a semínima como unidade rítmica, os conjuntos numéricos da sucessão rítmica do *dux* e do *comes*, *à priori*, devem gozar de uma relação de equivalência. Neste caso, é determinada pela sucessão das durações e é idêntica – (2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17).

Quarteto de Cordas op. 28 I (redução, cc33-40)

No caso seguinte verificamos que as relações de equivalência foram estabelecidas através do percurso da *razão* ao longo das duas sucessões.

Quarteto de Cordas op. 28 I (redução, cc16-32)

Como se pode observar, na sucessão do *dux* (2, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 18) e na sucessão do *comes* (4, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 16, 18, 19, 20) podemos

³ Aqui, quando se comparam várias sucessões de unidades rítmicas é em função de uma unidade rítmica comum.

extrair a sucessão da razão que é idêntica em ambas as sucessões – (2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 1). Este tipo de relação permite que a acentuação da frase do *comes* possa estar deslocada uma mínima em relação à frase do *dux*, mantendo a estrutura canónica.

Dux	(1)	2	4	5	7	9	11	12	14	16	17	18
razão		2	1	2	2	2	1	2	2	1	1	
Comes	(1)	4	6	7	9	11	13	14	16	18	19	20
razão		2	1	2	2	2	1	2	2	1	1	

1.2. Metodologia de análise e estruturação

A aplicação do estudo efectuado sobre a estruturação das durações, quer na análise quer na composição, irá consistir numa metodologia que considera um dado objecto musical e a sua evolução em função de uma unidade rítmica preestabelecida. Seguidamente, investigaremos do ponto de vista analítico que tipo de sucessões e isometrias rítmicas evoluíram na obra de Webern, do ponto de vista criativo idealizaremos a estrutura que essas operações devem fazer evoluir na obra.

1.2.1. Definição do objecto musical

A definição do objecto musical para análise depende sempre da obra e dos aspectos que se queiram abordar, evidentemente, e de acordo com essa obra deverão ser seleccionados os aspectos de maior relevância analítica. A abordagem pode ser efectuada desde a sucessão das durações à evolução da forma, desde as acentuações à evolução da métrica, da textura, instrumentação, etc. Contudo, no capítulo analítico, faremos, uma abordagem centrada especialmente na sucessão das durações, embora no capítulo da composição musical, em *Reflexos*, haja também uma aplicação que considera a evolução da forma.

1.2.2. Definição e evolução da unidade rítmica

A unidade rítmica será determinada a partir do objecto musical em análise e tem de se basear no mínimo múltiplo comum entre os valores representativos desse objecto musical. Além disso, o resultado deverá consistir num valor numérico de fácil manuseamento e que simultaneamente permita clareza analítica. Por exemplo, uma sucessão de semifusas num compasso 12/8, se for representada pelos números naturais pode começar a perder sentido analítico e prático a partir do 2º compasso, pois a primeira semifusa deste compasso já corresponde ao algarismo 49. Neste caso, pode haver necessidade de analisar em função de um múltiplo da unidade rítmica menor, dependendo sempre do aspecto que se queira abordar. O importante é serem estabelecidas relações analíticas coerentes e capazes de nos fornecerem as informações necessárias na descoberta do equilíbrio activo de cada obra, ou seja, dos contrastes que evoluem sobre o equilíbrio passivo e nos proporcionam uma determinada percepção rítmica.

Em cada fraseado rítmico vamos localizar as durações que estão interceptadas com a sucessão dos números naturais. Desta interceptação obtemos os respectivos conjuntos numéricos que, por sua vez, são analisados à luz do conceito de sucessão e de isometria para serem retiradas as devidas ilações no âmbito da obra de Anton Webern.

1.2.3. Conclusões

As conclusões finais têm como objectivo demonstrar, não só a existência ou a inexistência de sucessões padrão e possíveis isometrias, mas também realçar outras qualidades das relações rítmicas. Através desta abordagem analítica podemos descobrir com mais profundidade não só a subtilidade como também a riqueza rítmica da obra de Webern e refutar a ideia que o seu ritmo é de aspecto aparentemente simples e por vezes insípido tal como nos é apresentado.

2. SUCESSÕES RÍTMICAS

Neste capítulo pretendemos criar na composição e decodificar na análise musical, os aspectos relacionados com o fraseado rítmico através do recurso a algumas definições sobre sucessão numérica.

2.1. Termo geral

Segundo a definição geral, *sucessão de números reais é toda a aplicação de N em R^4* , ou seja, toda a aplicação cujo domínio são os números naturais encontra no seu contradomínio (conjunto de chegada) o conjunto dos números reais. Mas, pelos motivos de aplicabilidade já referenciados no primeiro capítulo, o trabalho que se segue tem por objectivo determinar valores pertencentes ao conjunto dos números naturais.

A representação de uma sucessão pode ser definida pelo seu termo geral ou por um processo de recorrência. Pelo termo geral, a fórmula determina directamente os valores, enquanto que por um processo de recorrência os valores são obtidos indirectamente como veremos mais adiante.

A aplicação de uma sucessão de **termo geral** (u_n) corresponde às imagens do **conjunto dos termos da sucessão**, $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$. O conjunto dos termos da sucessão, $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$, são designados por, primeiro, segundo, terceiro, ..., termo de ordem n :

$$u_n = u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$$

Uma sucessão é definida por um conjunto de n termos consecutivos, quer sejam provenientes de uma progressão aritmética ou de uma progressão geométrica, mas se fizermos corresponder um determinado número de cada termo a uma duração, fica assim determinada a sucessão rítmica.

⁴ Definições dos teoremas de Cauchy (ou de Cantor), por: F. R. Dias Agudo, 1994, 33-42.

A seguir, vamos estudar o termo geral de algumas sucessões e a sua aplicação na análise rítmica. O critério de selecção destas sucessões foi estabelecido em função do potencial interesse musical e em função das necessidades que nos surgiram nos exemplos musicais extraídos das obras de Anton Webern e no trabalho de composição que realizámos.

2.2. Sucessão dos números naturais

Para a sucessão de termo geral, $u_n = n$, obtemos a sucessão dos números naturais $\{u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots, u_n = n\}$. Esta sucessão é útil para representar sucessões rítmicas diversas como, por exemplo, a sucessão de uma unidade rítmica ou a sucessão de um conjunto de unidades rítmicas.

No exemplo seguinte, *Varição I* da *Sinfonia* op. 21-II, podemos observar a evolução de um duplo cânone definido por duas sucessões diferentes, ou seja, para a colcheia como unidade rítmica obtemos no cânone 1 a sucessão (1, 2, 3, 6, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 22, 23) e no cânone 2 a sucessão (1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 17, 20). Embora em ambas as sucessões se verifiquem alguns números omitidos em relação à sucessão dos números naturais, podemos verificar que na leitura da resultante rítmica obtemos a sucessão dos números naturais até ao 26º termo.

The image shows a musical score for 'Varição I da Sinfonia op. 21-II' in 2/4 time. It consists of three staves. The top staff is labeled 'Cânone 1' and 'vln. I', with notes at measures 1, 2, 3, 6, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 22, and 23. The middle staff is labeled 'Cânone 2' and 'vln. II', with notes at measures 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 17, and 20. The bottom staff is labeled 'Result. rítmica' and 'vla.', showing a sequence of notes from measure 1 to 26, representing the union of the two canons. The notes in the resultative staff are: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

Varição I da Sinfonia op. 21-II (redução, cc12-17)

Por outro lado, se analisarmos as sucessões dos termos omitidos em cada cânone e depois a sua resultante, obtemos igualmente a sucessão dos números naturais apenas interrompida no 6º e no 17º termo. Por fim, comparando as sucessões dos termos omitidos constata-se uma alternância quase total, excepto as existentes no 5º e no 13º termo.

	Termos omitidos																		
Cân. 1		4	5			8		10		12	13	14		16		18		20	21
Cân. 2	3		5		7		9		11		13		15				19		
Res.	3	4	5	(6)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	(17)	18	19	20	21

2.3. Sucessão dos números pares e múltiplos de dois

A sucessão de termo geral ($u_n = 2n$), representa a sucessão dos números pares e múltiplos de dois $\{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ e permite expressar a sucessão das unidades rítmicas de subdivisão binária e respectivas progressões.

Na resultante rítmica dos compassos iniciais do 1º andamento da Sinfonia op. 21, podemos observar dois tipos de ritmo sincopado: o que é representado pela sucessão (2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30), e o que é representado pela sucessão ((4), 8, 12, 16, 20, 24, 28), para a semínima como unidade rítmica. O conjunto das duas sucessões fica completo de forma alternada, originando a sucessão dos números pares e múltiplos de dois.

The image shows a musical score for the first 30 measures of Sinfonia op. 21-I. It includes staves for various instruments: Orq. (trpa 2, trpa 1, harp, vlc, vin 2, harp, bcl, harp, via, vin 2, vin 1), and a 'Result. rítmica' line. The rhythmic result line shows a sequence of notes corresponding to the numbers 1 through 30, with some numbers in parentheses indicating specific rhythmic groupings.

Sinfonia op. 21-I (redução, cc1-16)

Outro exemplo, de uma sucessão dos números pares e múltiplos de dois, agora com a colcheia como unidade rítmica, podemos observá-lo no 2º andamento do *Quarteto de Cordas* op. 28 de Webern, produto da resultante rítmica do cânone entre o 1º e o 2º violino.

The image shows a musical score for the second movement of Webern's String Quartet Op. 28. It features three staves: Vln I, Vln II, and Result. rit. The Vln I staff has a box labeled 'O7' and the Vln II staff has a box labeled 'R11'. The 'Result. rit.' staff shows a sequence of rhythmic values: (1) 2 (4), 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24. Above the Vln I staff, there are numerical annotations: 'dux: (1) 2, 6, 10, 14, 18, 22' and 'comes: 8, 12, 16, 20, 24'. The score includes various rhythmic symbols such as eighth notes, quarter notes, and rests, with some notes marked with '7'.

Quarteto de Cordas op. 28 – II (redução, cc19-27)

As sucessões, quer no *dux* (2, 6, 10, 14, 18, 22), quer no *comes* (8, 12, 16, 20, 24), apresentam uma razão constante de quatro unidades na progressão dos seus valores, mas criam uma acentuação irregular no compasso, no entanto, na resultante rítmica obtém-se uma acentuação regular.

2.4. Sucessão dos números múltiplos de três

A sucessão de termo geral ($u_n = 3n$) representa a sucessão dos números múltiplos de três, $\{3, 6, 9, \dots, 3n\}$, o que permite representar a sucessão das unidades de subdivisão ternária.

No 2º andamento do *Quarteto de Cordas* op. 28 de Webern, podemos observar que as tríades executadas pelo violoncelo com a sucessão (6-7-8, 10-11-12, 18-19-20, 22-23-24) e pela viola com a sucessão (4-5-6, 12-13-14, 16 17 18, 24-25-26), estão aglutinadas nos momentos (6, 12, 18 e 24). Por conseguinte, formam quatro hexacordes constituídos por duas tríades, pertencentes alternadamente às versões das séries O_1 e R_3 , e separados por pausas nos momentos (3, 9, 15, 21). Ambas as sucessões progridem à razão de quatro unidades e os seus valores alternam-se mutuamente, originando que a resultante, nos momentos de aglutinação com os de separação, exprima uma sucessão dos

múltiplos de três {(3), 6, (9), 12, (15), 18, (21), 24}, para a colcheia como unidade rítmica.

Quarteto de Cordas op. 28 , II (redução, cc19-27)

2.5. Sucessão dos números ímpares

A sucessão de termo geral ($u_n = 2n - 1$) dos números ímpares $\{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$ faz evoluir os valores dos seus termos à razão de duas unidades, à semelhança da sucessão dos números pares.

O exemplo seguinte mostra-nos a evolução de um duplo cânone, sendo o cânone 1 definido pela sucessão (2, 6, 10, 14, 18, 22) no *dux* e (8, 12, 16, 20, 24) no *comes*. O cânone 2 é definido pela sucessão (4-5-6, 12-13-14, 16-17-18, 24-25-26) no *dux* e (6-7-8, 10-11-12, 18-19-20, 22-23-24) no *comes*.

Quarteto de Cordas op. 28 - II (redução, cc19-27)

No primeiro cânone verifica-se a evolução dos valores à razão de duas unidades, mas no segundo essa razão só se verifica na resultante rítmica aquando da separação de quatro hexacordes nos momentos (9, 15 e 21) formados cada um por duas tríades aglutinadas nos momentos (6, 12, 18 e 24), como vimos anteriormente. Além disso, este exemplo mostra-nos que da

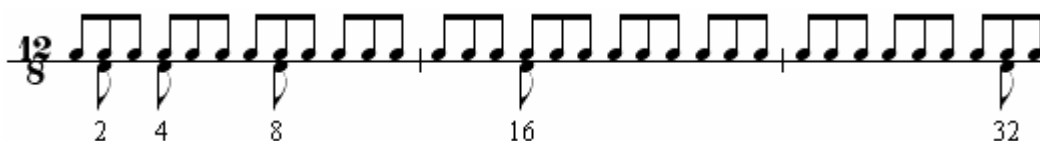
sobreposição resultante das sucessões (2, (4), 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 e 24) do cânone 1 e (6, 12, 18 e 24) dos momentos de aglutinação do cânone 2, obtemos uma sucessão de números ímpares nos momentos em que não há articulação de sons respeitantes a estas sucessões.

Cânone 1	2	(4)	6	8	10	12
Cânone 2	(3)	6	(9)	12		
Momentos sem articulação	3	5	7	9	11	13

Cânone 1	14	16	18	20	22	24
Cânone 2	(15)	18	(21)	24		
Momentos sem articulação	15	17	19	21	23	

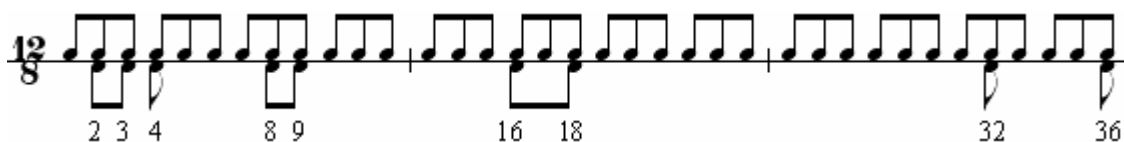
2.6. Sucessão das potências de um dado número

A sucessão de termo geral ($u_n = x^n$) permite-nos criar um tipo de estrutura que **selecciona** apenas algumas articulações numa razão embora não uniforme, mas proporcional e ordenada. Por exemplo, a sucessão das potências de dois de termo geral ($u_n = 2^n$) = {2, 4, 8, 16, 32, ..., 2^n }, cria uma periodicidade proporcional em que o termo seguinte está à distância do dobro da razão do termo anterior, projectando assim momentos assimétricos de acentuação, como se pode observar nos cinco primeiros termos da referida sucessão.



Num outro exemplo, podemos verificar que a sucessão das potências de três de termo geral ($u_n = 3^n$) = {3, 9, 18, 36, ..., 3^n } resulta num conjunto que apresenta números ímpares e pares, enquanto que a sucessão anterior só apresenta números pares. Se sobrepusermos esta sucessão à sucessão das potências de dois, obtemos uma terceira sucessão (2, 3, 4, 8, 9, 16, 18, 32, 36). O interesse desta sucessão é que podemos, num determinado fraseado, fazê-las

progredir separadamente como subconjuntos independentes ou em simultâneo, ou seja, numa progressão em que, de forma ordenada, os termos das duas sucessões são alternados segundo os seus valores.



2.7. Sucessão por recorrência

A partir do termo geral das sucessões é possível obter o de muitos outros, ou seja, conhecendo os termos anteriores de uma sucessão, podem-se calcular os termos seguintes, definindo, assim, uma sucessão por **um processo de recorrência**. Este processo possibilita-nos calcular os conjuntos numéricos da sucessão de qualquer unidade rítmica (*u.r.*) relacionada ou não com outras unidades de subdivisão par e/ou ímpar. Por exemplo, numa sucessão (*u.r.x_n*), se o primeiro termo for $u.r.1_1 = 1$ e os termos seguintes forem obtidos do anterior somando-lhe 24 unidades, podemos formular a seguinte operação:

$$\begin{aligned} &? u.r.1_1 ? 1 \\ &? \\ &? u.r.1_n ? 1 ? u.r.1_n ? 24 \end{aligned}$$

Logo,

$$u.r.1_2 = u.r.1_1 + 24 = 1 + 24 = 25$$

$$u.r.1_3 = u.r.1_2 + 24 = 25 + 24 = 49$$

$$u.r.1_4 = u.r.1_3 + 24 = 49 + 24 = 73$$

...

O resultado final é a sucessão do conjunto numérico da unidade de tempo para 1/24 como unidade rítmica. $u.r.1_n = \{1, 25, 49, 73, \dots, u.r.1_n + 24\}$.

Num outro exemplo, a sucessão (*u.r.y*) tem como primeiro termo $u.r.y = 1$, sendo os seguintes definidos por:

$$u.r. (n+1) = u.r. (n) \times 2, \quad n \in \mathbb{N}$$

O resultado da sucessão é $\{1, 2, 4, 8, 32, \dots, u.r. (n) \times 2\}$, ou seja, cada duração, com exceção da primeira, é o dobro da anterior. A importância desta sucessão reside, por exemplo, em criar uma desaceleração rítmica gradual e proporcional quanto à razão entre os diferentes termos da sucessão de uma dada unidade rítmica. Assim, a **sucessão por recorrência** de uma dada unidade rítmica pode ser definida por:

$$\begin{aligned} & \{u.r. x_n \mid u.r. x_1 \mid k (n-1)\} \\ & \text{ou} \\ & \{u.r. x_n \mid u.r. x_1 \mid k (n-1), \quad x_n \in p \} \end{aligned}$$

Sendo que x é o número de subdivisões para uma unidade de tempo, n o termo de ordem, $u.r.x_1$ o primeiro conjunto de números ordenados (conjunto numérico) da unidade rítmica, e k o número total de durações diferentes (não coincidentes) do conjunto de sucessões das unidades rítmicas para uma unidade de tempo.

A importância desta sucessão consiste em podermos estabelecer relações entre unidades rítmicas de características diferentes mesmo que a progressão resultante estabeleça uma escala logarítmica. Deste modo, fica resolvido parte do problema quanto à evolução contínua das durações observado no primeiro capítulo.

2.8. Subsucessão

A subsucessão de (u_n) é qualquer sucessão que resulte da supressão de alguns termos de (u_n) .

Este conceito é essencial para criarmos uma infinidade de combinações pela supressão ou filtragem de algumas durações de qualquer conjunto numérico. Por vezes, este tipo de sucessão permite-nos representar um determinado

momento repetitivo mesmo que aconteça de forma irregular. Por exemplo, na *Sinfonia op. 21-II, Variação VI*, verifica-se uma sucessão irregular no ritmo da trompa I, no entanto está implícita uma acentuação nos números pares, à exceção do 3º termo que corresponde ao número 7 da sucessão, para a semicolcheia como unidade rítmica.

Sinfonia op. 21-II, Variação VI (redução, cc 66-72)

Suc.	(1)	6	7	10	14	16	18	24	26	34	42
razão		1 + 3		(4)	2 + 2		6 + 2		8 + 8		
		4		4	4		8		16		

Outros exemplos:

1. Considerando a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = 1 + (-1)^n = 2$ quando n é de divisão par,

? Obtemos a sucessão das unidades rítmicas de subdivisão binária: *u.r.2, u.r.4, u.r.6,....*

1. Considerando a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = 1 + (-1)^n = 0$ quando n é de divisão ímpar,

? Obtemos o conjunto das unidades rítmicas de subdivisão ímpar: *u.r.1, u.r.3, u.r.5, ...;*

Cada uma destas sucessões diz-se uma subsucessão de (u_n) . Mas, há outras maneiras de obter subsucessões (u_n) , como por exemplo, pela supressão

de alguns termos, podendo ainda essa supressão não ser aleatória, mas sim o resultado da supressão de uma sucessão a outra sucessão.

Um outro exemplo de uma subsucessão de (u_n) muito interessante é a série de Fibonacci⁵. Se considerarmos os oito primeiros números (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 e 21) e os suprimirmos à sucessão dos números naturais obtemos a seguinte subsucessão de oito termos:

4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 14

Estas subsucessões dos números naturais podem ser sobrepostas ou ainda justapostas com uma periodicidade pré-estabelecida, o que permite determinar e proporcionar um tipo de métrica aplicável aos diferentes domínios da composição.

2.9. Progressões aritméticas

As progressões aritméticas possibilitam a representação numérica dos objectos musicais que evoluem de forma regular de acordo com as referidas progressões. O efeito é um momento repetitivo que pode ser contrariado e enriquecido se, por exemplo, o compatibilizarmos com outra sucessão

A sucessão de termo geral $u_{n+1} - u_n = r$ (*constante*) é uma **progressão aritmética**, porque a diferença entre cada termo e o anterior tem uma *razão* constante. À constante r dá-se o nome de **razão da progressão**, pertencendo n aos números naturais.

Toda a progressão aritmética (u_n) de razão r é uma sucessão monótona:

1. **Crescente se $r > 0$** ; 2. **Decrescente se $r < 0$** ;

Por exemplo, a sucessão dos números naturais $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, é uma progressão aritmética de razão 1. Logo, é uma sucessão monótona crescente. Já

⁵ Sequência de números criados por Leonardo Fibonacci em 1202. Ver Capítulo IV: Estrutura de reflexos.

a sucessão $\{10, 7, 4, \dots, 1 - 3n\}$ é uma progressão aritmética de razão (-3) , tratando-se, por isso, de uma sucessão monótona decrescente.

Um outro exemplo interessante de uma progressão aritmética u_n , é quando cada termo da sucessão $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ é obtido do anterior somando-lhe uma vez a razão, ficando definido o termo geral como $u_1 + (n - 1).r$.

Se por definição, $u_n = u_1 + (n - 1).r$, então qualquer progressão aritmética fica bem definida se conhecermos o primeiro termo e a razão.

Consideremos definida por recorrência a sucessão (u_n) :

$$u_1 = 4 \text{ e } u_{n+1} = u_n + 3$$

A sucessão obtida é $\{4, 7, 10, 13, \dots, u_n + 3\}$. Verificando-se que a diferença entre cada termo e o anterior é constante e igual a 3. A esta sucessão chama-se *progressão aritmética de razão 3*.

O termo geral de uma progressão aritmética pode definir-se em função da sucessão da unidade rítmica de um objecto musical de relevância. Por exemplo, no 2º andamento das *Variações para piano* op. 27 de Webern, detectámos que no ritmo do cânone há uma progressão aritmética de razão 3 na maioria dos termos. As versões da série R_0 e R_0 apresentam a sucessão rítmica $(1, 4, 7, 10, [13], 14, 17, 20, [22])$, mas as versões da série R_5 e R_7 já apresentam a sucessão rítmica $(1, 4, 7, 10, 13, 16, [18, 20])$. Uma outra curiosidade é proveniente da resultante rítmica, onde também se verifica o mesmo tipo de sucessão no posicionamento das pausas: $([1], 4, 7, 10, [13], 14, 17, 20)$ e $([1], 4, 7, 10, 13, 16, 21)$.

posição das pausas: (1)

The image shows two musical staves from Webern's 'Variasões para piano op. 27-II'. The top staff is labeled 'Piano' and 'dux: 1'. It features a rhythmic series R_0 with notes at positions 1, 4, 7, 10, 13, 14, 17, 20, and 22. Above the staff, the positions of rests are marked as (1), 4, 7, 10, 13, 14, 17, 20. The bottom staff is labeled 'dux: 1' and features a rhythmic series R_7 with notes at positions 1, 4, 7, 10, 13, 16, 18, and 22. Above this staff, the positions of rests are marked as (1), 4, 7, 10, 13, 16, 21. Dashed lines connect the notes between the two staves to show their rhythmic alignment.

Variasões para piano op. 27-II, (redução, cc1-11)

2.10. Progressões geométricas

As progressões geométricas permitem-nos criar simultaneamente métricas regulares quanto à razão da acentuação, mas irregulares quanto à distância, em unidades rítmicas, entre essas acentuações.

Uma sucessão de termo geral $\frac{u_{n+1}}{u_n} = r$, em que o quociente entre cada termo e o anterior é constante, chama-se **progressão geométrica**.⁶ À constante r dá-se o nome de **razão da progressão**. Cada termo da progressão obtém-se do anterior, multiplicando-o pela razão:

$$u_{n+1} = u_n \cdot r, \text{ ou então, } u_n = u_1 \cdot r^n$$

Então, também pode afirmar-se que uma progressão geométrica fica bem definida se conhecermos o primeiro termo e a razão. Por exemplo, se considerarmos, definida por recorrência, a sucessão (u_n) , em que o primeiro termo é, $u_1 = 3$ e a razão $r = 2$, obtemos a sucessão $\{3, 6, 12, 24, 48, \dots, \frac{u_{n+1}}{u_n} = 2\}$

É de realçar que o quociente entre cada termo e o anterior é constante e igual a 2.

O termo geral de uma progressão geométrica, à semelhança das progressões aritméticas, também pode definir uma sucessão das unidades rítmicas em função de qualquer subdivisão associada a um dado objecto musical.

2.11. Sucessão resultante da adição de sucessões

Define-se **soma de duas sucessões**, (u_n) e (v_n) , como a sucessão $(u_n + v_n)$, cujos termos se obtêm adicionando os termos da mesma ordem das duas sucessões.

⁶ Entre as progressões aritméticas e geométricas há apenas uma diferença de linguagem. Passa-se das primeiras para as segundas mudando, adição (+) em multiplicação (x) e subtração (-) em divisão (:). Assim, por exemplo, na definição, progressão aritmética/geométrica é toda a sucessão em que é constante a diferença/quociente entre cada termo e o anterior.

O exemplo que se segue não é proveniente de qualquer obra, apenas tem por objectivo materializar, mesmo que de forma muito simples, um resultado possível desta sucessão. Assim, considerando a soma das sucessões $(u_n + v_n)$, obtemos uma terceira sucessão que, no entanto, é diferente da resultante rítmica das três sucessões:

$$\begin{aligned} &(u_n) 1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1, \dots \\ &+ (v_n) 3, 7, 11, 15, \dots, 4n-1, \dots \\ &= (u_n + v_n) 4, 10, 16, 22, \dots, 6n-1, \dots \end{aligned}$$

O resultado rítmico pode ser o seguinte se considerarmos a colcheia como unidade rítmica:

O movimento repetitivo e monótono destas três sucessões e respectiva resultante rítmica pode ser “perturbado” se introduzirmos uma acentuação que afecte, por exemplo, a unidade rítmica nos múltiplos de cinco. Sendo pois, $u_1 = 1$, $u_2 = 5$ e $u_n = 5(n - 1)$, obtemos:

$$1, 5, 10, 15, 20, 25, \dots, 5(n - 1)$$

resultante:

5(n-1): 1

Este é o resultado se permanecer a colcheia como unidade rítmica. Mas, se adoptarmos a colcheia de tercina de colcheias como unidade rítmica, o efeito começa a tornar-se mais complexo na sobreposição das duas sucessões, $5(n - 1)$, com unidades rítmicas diferentes:

5(n-1): 1

3. ISOMETRIAS RÍTMICAS

Na literatura matemática a expressão “transformações geométricas” é, por vezes, utilizada com vários sentidos. Na música nós vamos utilizar essa expressão por analogia, para que as transformações geométricas também possam ser operadas na evolução de objectos musicais. A projecção da imagem desses objectos será determinada através de alguns operadores de isometria sobre *eixos de reflexão* e *eixos de inversão*, apesar de os operadores mais gerais de isometria envolverem a associação de *reflexões* e de *reflexões-inversões* com *translações*. Em aplicações rítmicas, há necessidade de alterar e manipular o conteúdo das diferentes durações presentes em cada motivo rítmico. Mudanças em orientação, tamanho e formato estão ligadas às transformações geométricas, sendo as mais elementares a translação, rotação e escala. Assim, as isometrias podem acontecer essencialmente sobre dois eixos: *eixo horizontal* e *eixo vertical*; por vezes é também utilizada uma combinação entre os dois, *horizontal-vertical*.

Neste estudo iremos considerar um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais (sistema ortonormado) em que os dois eixos são vulgarmente designados por Ox (eixo das abcissas) e Oy (eixo das ordenadas). Sendo a representação das alturas efectuada numa linha vertical (origem sobre o eixo das ordenadas), e a das durações numa linha horizontal (origem sobre o eixo das abcissas). Assim, consideremos os seguintes subconjuntos de transformações geométricas representados por funções de duas ou três variáveis:

3.1. Translação

A translação (T), quando aplicada a um objecto rítmico, reposiciona-o mudando as coordenadas (x , y ou z) no espaço bidimensional, por factores T_x , T_y ou T_z , respectivamente.⁷ Desta forma, considerando inicialmente um objecto com coordenadas (x , y ou z), a nova posição (x' , y' ou z') após uma operação de translação será:

⁷ T_x – é o quanto se quer transladar o objecto em relação ao eixo Ox .

T_y – é o quanto se quer transladar o objecto em relação ao eixo Oy .

T_z – é o quanto se quer transladar o objecto conjuntamente em relação ao eixo Ox e Oy .

a) Translação horizontal (**repetição**):

$$x' = x + Tx$$

O resultado da ordem dos elementos melódico-rítmicos envolvidos nesta operação é preservada, ou seja, resulta naquilo a que se chama *repetição*.



Sinfonia op. 21 (cc47-48)

b) Translação vertical (**transposição**):

$$y' = y + Ty$$

O resultado da ordem dos elementos melódico-rítmicos envolvidos nesta operação são deslocados apenas no espaço do domínio das alturas ficando a evolução rítmica suspensa no tempo, ou seja, resulta naquilo a que se chama *transposição*.

No compasso 69 do Concerto op.24 podemos verificar que o quarto tricorde da versão da série RI₇ constitui em simultâneo uma reflexão central (inversão sobre um duplo eixo vertical-horizontal) e uma transposição do terceiro tricorde da mesma versão da série.



Ritmicamente são utilizados os mesmos valores em ambos os tricordes. Desta forma podemos afirmar que o tricorde y' apresentado pelos metais (trompa, trompete e trombone) constitui uma translação vertical do tricorde y apresentado pelas madeiras (flauta, oboé e clarinete):

pesante (♩ = ca. 50)

Fl. 9

Ob. 8 y

Cl. 7

Hr. 10

Ttp. 12 y'

Trb. 11

RI7

sf

Concerto op. 24 (c. 69)

c) Translação oblíqua (**imitação/sequência**):

$$z' = z + Tz$$

O resultado da ordem dos elementos rítmicos envolvidos nesta operação são deslocados no espaço no domínio das alturas e no tempo no domínio das durações, ou seja, resulta naquilo a que se chama *imitação/sequência*.

No primeiro andamento do Concerto op. 24 podemos aferir em vários momentos como é pródigo este tipo de operação. No entanto, devido à morfologia da série, a progressão das sequências envolve sempre uma reflexão central como se verifica no exemplo seguinte a evolução do motivo z para z' , z'' e z''' .

The image shows a musical score for three instruments: Violin (Vln), Viola (Vla), and Piano. The score is in 3/4 time. The Violin and Viola parts have a 'pizz.' (pizzicato) marking and a 'ff' (fortissimo) dynamic marking. The Piano part also has a 'ff' dynamic marking. There are rhythmic annotations 'z', 'z''', and 'z''' below the notes, indicating specific rhythmic values or groupings.

Concerto op. 24 (c67-68)

Seguidamente, podemos comparar duas operações isométricas: Uma ao nível da série, reflexão axial sobre um eixo horizontal (inversão da série e dos valores rítmicos), e outra ao nível da emissão dos valores rítmicos, translação horizontal (repetição). Tendo a semínima como unidade rítmica, os conjuntos numéricos de intercepção com o fraseado rítmico são os seguintes:

The image shows two staves of rhythmic notation. The top staff has numerical annotations (1), 2, 7, 13, 14, 17, 24. The bottom staff has numerical annotations (1), 5, 6, 12, 15, 22. A vertical dashed line labeled 'eixo de translação e inversão' is positioned at measure 25. The notation consists of stems and flags on a staff, representing rhythmic values.

Variações para Piano op. 27-III (redução, cc1-9)

Através da análise da razão entre os conjuntos numéricos, verifica-se uma relação isométrica, que consiste numa translação das durações após a emissão da semínima 25 (na voz para a mão direita). O ritmo que serve a frase com a versão da série O_0 repete-se para servir a frase com a versão da série b_0 com os seguintes conjuntos de intercepção rítmica.

Mão direita	O_0	2	7	13	14	17	24	25
	razão	5	6	1	3	7	1	
Mão esquerda	I_0	4	9	15	16	19	26	27
	razão	5	6	1	3	7	1	
Mão esquerda	O_0	5	6	12	15	22		
	razão	1	6	3	7			
Mão direita	I_0	7	8	14	17	24		
	razão	1	6	3	7			

Neste fragmento pode ainda observar-se que nos conjuntos de cada frase há uma predominância das durações emitidas à distância de razão ímpar (5, 1, 3, 7), à excepção da emissão da semínima 6 que, por curiosidade, encontra-se sempre posicionado em segundo lugar em todos os conjuntos numéricos.

3.2. Reflexão

A representação $S_{h,v} : x \rightarrow x', y \rightarrow y'$ significa que a função $S_{h,v}$ transforma o ponto genérico (x,y) no ponto (x',y') , conseqüentemente também um conjunto de pontos é transformado noutra conjunto de pontos.

As simetrias axiais S_h e S_v chamam-se também reflexões porque transformam as figuras em “espelho”.

a) Reflexão horizontal (**inversão**):

$$S_h : x \rightarrow x'$$

A reflexão sobre um eixo horizontal faz pouco sentido no domínio das durações, isto é, não tem resultados visíveis se o ritmo for abordado dissociado das alturas, pois o efeito pode ser o de uma simples *sobreposição* ou *repetição* (neste caso há sempre uma translação) da mesma sequência rítmica, sendo a direcção e conteúdo intervalar a informar-nos da existência ou não de reflexão horizontal.

1. Sobreposição

No exemplo que apresentamos constata-se um cânone por inversão à distância de uma colcheia e conseqüentemente uma sobreposição rítmica por

reflexão horizontal. Não obstante, é apenas a versão da série que nos informa dessa reflexão.

2º Andamento das Variações para Piano op. 27 (cc1-3)

2. Repetição

No exemplo seguinte observa-se uma reflexão horizontal seguida de uma translação, originando uma repetição da sequência das durações.

1º Andamento da Sinfonia op. 21 (cc41-44)

b) Reflexão vertical (retrogradação)

$$S_v: y? y'$$

O resultado da ordem dos elementos rítmicos envolvidos nesta operação é o movimento retrógrado dos mesmos sobre um eixo vertical.

A Sinfonia op. 21 é um paradigma na utilização deste recurso, especialmente nas variações do 2º andamento. Por exemplo, podemos observar uma retrogradação em simultâneo que acontece nas vozes dos clarinetes (soprano e baixo), quer a nível rítmico quer ao nível das alturas, apesar dos sons pertencerem a diferentes versões da série.

Sinfonia op. 21-II (parcial, cc27-28)

c) Reflexão central sobre um duplo eixo horizontal-vertical (**inversão-retrogradação**):

$$S_h : x ? \quad x' ? \quad S_v : y ? \quad y'$$

À semelhança das reflexões horizontais, esta reflexão sobre um duplo eixo só é visível se os valores rítmicos não estiverem dissociados das suas notas.

Os compassos iniciais do *Concerto op. 24* são bem elucidativos quanto à manifestação deste tipo de isometria. Contudo, só a versão RI₁ da série nos pode confirmar a ideia de estarmos perante uma reflexão central.

Concerto op. 24-I (redução, cc1-5)

3.3. Escalamento

O escalamento altera o tamanho dos objectos musicais multiplicando as coordenadas (x, y ou z,) usadas, para defini-los por factores S_x, S_y ou S_z,

respectivamente.⁸ Supondo, por exemplo, um vértice de um polígono definido pelas coordenadas (x, y ou z), as novas coordenadas (x', y' ou z') deste vértice após uma operação de escalamento seria:

a) Escalamento **horizontal** (aumentação/diminuição):

$$x' = x \cdot Sx$$

No 1º andamento do *Quarteto op. 28*, a voz do *dux* de um dos vários cânones aí existentes é constituída por duas células, sendo a segunda (x) produto do escalamento em diminuição sobre um eixo vertical. A esta célula, por sua vez, irá ser sobreposta a entrada da voz do *comes*, soando a primeira célula (x') por aumento em função de um escalamento sobre um eixo horizontal.

Quarteto op. 28-I (cc47-51)

b) Escalamento **vertical** (aumentação/diminuição): $y' = y \cdot sy$

No quarteto atrás referido, momentos antes num outro cânone, evolui a voz do *dux* constituída em dois membros na apresentação da série, sendo o segundo membro (y') produto do escalamento vertical, confirmado pela sucessão intervalar, pois o segundo hexacorde consiste numa retrogradação transposta do primeiro.

⁸ Sx – é o factor de escala em relação a Ox.

Sy – é o factor de escala em relação a Oy.

Sz – é o factor de escala em relação a Oz e Oy.

Quarteto op. 28-(parcial, cc33-37)

c) Escalamento **horizontal-vertical** (aumentação/diminuição): $z' = z.sz$

Por fim, ao longo do cânone já anunciado, podemos observar o relacionamento entre doze células dos vários tipos de escalamento, mas onde destacamos a transformação combinada sobre um duplo eixo horizontal vertical como, por exemplo, a efectuada entre as células **c– d, e– f– g– h, j– l**.

Quarteto op. 28-I (cc47-55)

Os factores S_x , S_y ou S_z podem assumir quaisquer valores positivos, sendo que, para valores menores que a unidade rítmica de origem, o tamanho do objecto será **diminuído**, para valores maiores que a unidade rítmica de origem, o

tamanho do objecto é **aumentado**, para valores iguais à unidade rítmica de origem, o tamanho original do objecto mantém-se.

Nas propriedades das transformações acima descritas podemos observar que elas preservam:

- a) A proporção da distância (razão) entre as durações;
- b) As direcções dos eixos são mantidas.

Consequentemente, as distâncias e as direcções dos eixos são conservadas também pelas transformações que se obtêm compondo duas das funções citadas. Compor duas funções $S_{h,v}$ e $S'_{h,v}$ significa operar primeiro com uma e depois com a outra que, por sua vez, opera sobre o efeito da primeira.

A **transformação composta** chama-se também **o produto** das duas, indicando-se com o símbolo $(S_{h,v} ? S'_{h,v})$. Por exemplo, o produto de duas translações $(S_{h,v} ? S'_{h,v}: x ? a+x, y ? b+y)$, é uma translação oblíqua (tudo se desloca segundo o vector (a,b)); o produto de uma *retrogradação* com uma *inversão* resulta numa *retrogradação da inversão* do centro em que os dois eixos das simetrias se encontram: $S_{h,v} ? S'_{h,v} = Rl_{h,v}$.

3.4. Processo de escalamento entre unidades rítmicas

A *augmentação* e a *diminuição* são relações efectivas que resultam de um processo de escalamento entre as diferentes unidades rítmicas.

Assim, o **grau de escalamento**, **gr°/esc**, consiste em determinar o módulo da diferença entre o valor das unidades rítmicas envolvidas no processo de transformação. Sendo o resultado final uma transformação por **augmentação** ou por **diminuição**.

$$\text{gr}^\circ/\text{esc} ? \left| \frac{\text{unidade de tempo (u.t.)}}{\text{unidade rítmica (u.r.)} \times \text{u.r.}} ? \frac{\text{u.t.}}{\text{u.r.}} \right|$$

3.4.1. Por aumento

Quando o valor da unidade rítmica de partida (original – **or.**) é inferior ao valor da unidade rítmica de chegada (transformada – **tr.**), estamos perante um processo cujo grau de transformação resulta em aumento.

$$u.r. (or.) < u.r. (tr.)$$

Por exemplo, O grau de transformação entre uma unidade rítmica 1/6-u.t. e uma unidade rítmica 1/3-u.t. é o seguinte:

$$O \text{ gr}^\circ / u.r. (or.) \ 1/6 \ ? \ u.r. (tr.) \ 1/3 = \left| \frac{1}{6} \ ? \ \frac{1}{3} \right| \ ? \ \left| \frac{1}{6} \ ? \ \frac{2}{6} \right| \ ? \ \left| \frac{1}{6} \ ? \ \frac{1}{6} \right| \ ? \ \frac{1}{6}$$

Dado que, $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$, então, o grau de aumento é $\frac{1}{6}$ da unidade de tempo

$$\text{gr}^\circ / \text{aum} \ ? \ \frac{1}{6} \ u. \ t.$$

3.4.2. Por diminuição

Quando o valor da unidade rítmica de partida é superior ao valor da unidade rítmica de chegada, estamos perante um processo cujo grau de transformação resulta em diminuição:

$$u.r. (or.) > u.r. (tr.)$$

$$O \text{ gr}^\circ / u.r. (or.) \ 1/2 \ ? \ u.r. (tr.) \ 1/5 = \left| \frac{1}{2} \ ? \ \frac{1}{5} \right| \ ? \ \left| \frac{5}{10} \ ? \ \frac{2}{10} \right| \ ? \ \frac{3}{10}$$

Dado que, $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$, então, o grau de diminuição é $\frac{3}{10}$ da unidade de tempo

$$\text{gr}^\circ / \text{dim} \ ? \ \frac{3}{10} \ u. \ t.$$

3.4.3. Escalamento global

Determinar o grau de transformação global, **EscGI**, de um fragmento consiste em somar ou subtrair os resultados dos graus de transformação entre as unidades rítmicas, conforme estes sejam por aumento ou diminuição respectivamente.

$$EscGI = (gr^{\circ}/esc \text{ da u.r. } x ? \text{ u.r. } y) ? (gr^{\circ}/esc \text{ da u.r. } w) ? \dots ? (gr^{\circ}/esc \text{ da u.r. } n)$$

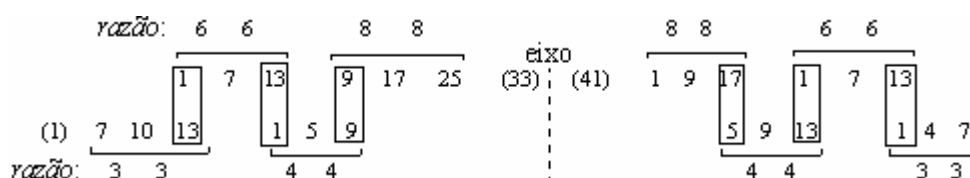
Se o resultado final for positivo a transformação global aconteceu por aumento, se for negativo a transformação global aconteceu por diminuição.

Para se determinar o grau de transformação global de um conjunto numérico cuja sucessão é sempre por aumento ou sempre por diminuição, só é necessário calcular o grau de transformação entre a primeira e a última célula. Por exemplo, nos primeiros compassos do *Concerto* op. 24 de A. Webern, podemos observar escalamentos por aumento até ao eixo de reflexão, e por diminuição depois do eixo. Os escalamentos são efectuados entre unidades de rítmicas diferentes. As figuras rítmicas deste fragmento estão assinaladas com os respectivos conjuntos numéricos em função da unidade rítmica comum (1/12 u.t.).

Concerto op. 24-I (redução, cc1-5)

Na análise deste fragmento só associando alturas e durações é que se percebe que o encadeamento do primeiro grupo de quatro células faz uma projecção sobre um eixo de reflexão central resultando a sua imagem numa retrogradação da inversão. Quanto ao aspecto rítmico, constata-se outros graus

de escalamento simétrico entre as várias células. A *razão* mostra-nos os diferentes escalamentos operados entre as diferentes células rítmicas. Por exemplo, da primeira célula rítmica de três semicolcheias para a segunda de três colcheias, verifica-se com facilidade que há uma aumento, para o dobro, entre as duas células. Mas, para determinarmos com rigor o grau de aumento da célula (7, 10, 13) para a célula (1, 5, 9) ou (9, 17, 25), e ao mesmo tempo o grau de aumento em relação à unidade de tempo, já é necessário realizar cálculos que são facilitados pela metodologia apresentada neste estudo. No esquema seguinte podemos apurar rapidamente a razão entre as diferentes células rítmicas e, por fim, averiguar o grau de aumento ou diminuição: aumento de 3 unidades rítmicas da primeira para a segunda célula; diminuição de 2 unidades rítmicas da segunda para a terceira célula, etc.



Para determinarmos uma relação proporcional é preciso recorrer à operação que nos diz qual o grau de escalamento.

- a) O escalamento da sucessão dos três termos da *u.r.* 1/4 (7, 10, 13), $3 \times \frac{1}{4}$, para três termos da *u.r.* 1/2 (1, 7, 13), $3 \times \frac{1}{2}$, tem a seguinte relação:

$$\text{O gr}^\circ/\text{esc de } 3 \times \text{u.r. } 1/4 \text{ ? } 3 \times \text{u.r. } 1/2 \text{ ? } \left| 3 \times \frac{1}{4} \text{ ? } 3 \times \frac{1}{2} \right| \text{ ? } \left| \frac{13}{4} \text{ ? } \frac{12}{4} \right| \text{ ? } \frac{1}{4}$$

$$\text{Como, } \frac{1}{4} < \frac{1}{2}, \text{ então o gr}^\circ/\text{aum ? } \frac{1}{4} \text{ u.t.}$$

- b) Da *u.r.* 1/4 (7, 10, 13). para a *u.r.* 1/3 (1, 5, 9), a relação é:

$$\text{O } gr^{\circ}/u.r. \text{ de } 3 \times u.r. \frac{1}{4} ? 3 \times u.r. \frac{1}{3} ? \left| 3 ? \frac{1}{4} ? 3 ? \frac{1}{3} \right| ? \left| \frac{3}{12} ? \frac{4}{12} \right| ? \frac{1}{12}$$

$$\text{Como, } \frac{1}{4} < \frac{1}{3}, \text{ então o } gr^{\circ}/aum ? \frac{1}{12} u.t.$$

c) Da *u.r.* 1/4 (7, 10, 13) para a *u.r.* $\frac{2}{3}$ (1, 9, 17).

$$\text{O } gr^{\circ}/esc ? \left| 3 ? \frac{1}{4} ? 3 ? \frac{2}{3} \right| ? \left| \frac{13}{4} ? \frac{11}{3} \right| ? \left| \frac{39}{12} ? \frac{44}{12} \right| ? \frac{5}{12}$$

$$\text{Como, } \frac{1}{4} < \frac{2}{3}, \text{ então o } gr^{\circ}/aum ? \frac{5}{12} u.t.$$

O escalamento da primeira célula para as três seguintes, a), b) e c), é sempre por *aumentação*, mas a razão do grau de *aumentação* é *decrecente* seguida de razão *crecente*:

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{12} < \frac{5}{12}$$

Podemos ainda fazer um outro tipo de leitura como nos mostra o exemplo seguinte:

The image shows a musical score for the piano and orchestra parts of the first movement of Webern's Concerto op. 24-I. The score is in 2/4 time and features complex rhythmic patterns. The piano part is written with fingerings (1, 7, 1, 7) and includes a sequence of notes: (1) 5 9, 1 5 9 1 5 9, 1 9 17, 1 9 17, 1 9 17, 1 9 (1) 4 7 10. The orchestra part features rhythmic groupings of three notes, with labels O4, R5, and R8 above them. Below the piano part, there are labels R2, I9, R2/T3, and O4/R15, which likely refer to specific rhythmic or structural elements discussed in the text.

Concerto op. 24-I (redução, cc17-23)

Temos dois planos rítmicos diferentes, o da orquestra e o do piano. No ritmo da orquestra evolui um fragmento com a versão da série O_4 , transforma-se no fragmento seguinte por aumentação e em movimento retrógrado utilizando a versão da série R_5 ; no ritmo do piano também se verificam transformações, mas com um grau de aumentação inferior ao que acontece na orquestra.

Apesar da razão entre os batimentos da *u.r.* $1/3$ (1, 5, 9) aumentar para o dobro na *u.r.* $\frac{2}{3}$ (1, 9, 17), verifica-se que o grau de transformação entre estas duas células é de $\frac{1}{3} u.t.$:

$$\text{O } gr^\circ/esc \text{ da } u.r. \ 1/3 \ ? \ u.r. \ \frac{2}{3} \ ? \ \left| \frac{1}{3} \ ? \ \frac{2}{3} \right| \ ? \ \frac{1}{3} u.t.$$

$$\text{Como, } \frac{1}{3} < \frac{2}{3}, \text{ então temos um } gr^\circ/aum \ ? \ \frac{1}{3} u.t.$$

O escalamento do segundo fragmento, com a versão da série R_6 , para o fragmento seguinte, com a versão da série R_8 , sobretudo o ritmo associado aos últimos nove sons da série, consiste numa diminuição com uma relação que passamos a mostrar:

$$\text{O } gr^\circ/esc \text{ da } u.r. \ \frac{2}{3} \ ? \ u.r. \ 1/4 \ ? \ \left| \frac{2}{3} \ ? \ \frac{1}{4} \right| \ ? \ \frac{5}{12} u.t.$$

$$\text{Como, } \frac{2}{3} > \frac{1}{4}, \text{ então temos um } gr^\circ/dim \ ? \ \frac{5}{12} u.t.$$

Em Webern, a utilização de operações que envolvam transformações geométricas, por vezes, é pouco linear porque, na maioria dos casos, a evolução operada na série não tem uma correspondência directa no ritmo, por exemplo, a um movimento retrógrado de uma versão da série corresponde uma translação horizontal do ritmo no lugar de uma reflexão sobre um eixo vertical como podemos verificar nos compassos iniciais da *Variações para Piano op. 27*:

razão: 3 3 1 1 3 3

(1) 2 5 8 9 13 14 17 20 (1)

Piano $\frac{3}{16}$

R8

O8

duplo eixo de translação e reflexão

razão: 1 3 3 3 3 1

(1) 3 4 5 7 10 12 15 18 19

Variações para Piano op. 27-I (redução, cc1-7)

Os quatro primeiros termos de sucessão (2, 5, 8, 9) e (3, 4, 7, 10), para a semicolcheia como unidade rítmica, vão sofrer transformações geométricas sobre um duplo eixo de reflexão e translação sobre um eixo vertical. O ritmo que corresponde ao primeiro hexacorde da versão da série R_8 é transladado para o segundo hexacorde da versão da série O_8 , e o ritmo que corresponde ao primeiro hexacorde da versão da série O_8 é transladado para o segundo hexacorde da versão da série R_8 . Por sua vez, o ritmo do segundo hexacorde da versão da série O_8 é o movimento retrógrado do primeiro hexacorde da mesma versão da série, o mesmo acontecendo com o segundo hexacorde da versão da série R_8 .

4. APLICAÇÕES NA ANÁLISE MUSICAL: *Sinfonia op. 21*

Anton Webern em toda a sua obra utiliza de forma muito peculiar técnicas contrapontísticas, com especial preferência pelo cânone. Na *Sinfonia op. 21* (1927-1928) para orquestra de câmara, as isometrias em geral e as técnicas canônicas em particular tornaram-se, uma vez mais, no processo principal de construção no trabalho de Webern. Nesta obra, faz evoluir no 1º andamento um duplo cânone, enquanto que no 2º andamento as variações movem-se em forma de palíndromo, e tudo com uma exploração inusitada do timbre, ou seja, a série é tratada por uma nova forma de distribuição instrumental que ficou celeberramente conhecida por *Klangfarbenmelodie* (melodia de timbres). Esta técnica manifesta a ausência de um timbre ou um registo estabilizado dentro de determinada voz (como num cânone mais tradicional típico do sistema tonal), inviabilizando a percepção da linha melódica em prol de uma valorização e atomização do som individual. Além disso, Webern mostra-nos a concepção da série como um fundo abstracto e estrutural, que de forma discreta determina o curso da peça sem ficar directamente manietado às características audíveis do conteúdo melódico da série. As séries de Webern são normalmente constituídas agrupando simetricamente os sons da escala cromática em dois, três, quatro ou seis sons.

A estrutura interna da série da *Sinfonia op. 21* de Webern vai ser decisiva nos vários aspectos de desenvolvimento e organização isométrica inatos na construção da sua obra. Façamos um breve estudo morfológico da série:

5 8 7 6 10 9 3 4 0 1 2 11
< 3 1 1 4 1 6 1 4 1 1 3 >

A sucessão intervalar entre as notas que constituem esta série revela que o segundo hexacorde resulta de uma total reflexão do primeiro, ou seja, para todos os elementos do primeiro hexacorde há um reflexo simétrico nos elementos do segundo e à distância de um intervalo de quarta aumentada (6 meios tons) que,

por sua vez, é também o intervalo que separa as extremidades dos dois hexacordes. Por sua vez, na matriz constata-se que as versões da série O_0 e R_6 gozam da relação de equivalência e conseqüentemente de um grau de simetria elevado em função a uma diagonal invertida, assinalada pelo som onze, que indica também uma reflexão dos sons da série em torno desse eixo.

Matriz – T/I da Sinfonia op. 21 de A. Webern

?	? l_0	l_3	l_2	l_1	l_5	l_4	l_{10}	l_{11}	l_7	l_8	l_9	l_6	?
O_0	5	8	7	6	10	9	3	4	0	1	2	11	R_0
O_9	2	5	4	3	7	6	0	1	9	10	11	8	R_9
O_{10}	3	6	5	4	8	7	1	2	10	11	0	9	R_{10}
O_{11}	4	7	6	5	9	8	2	3	11	0	1	10	R_{11}
O_7	0	3	2	1	5	4	10	11	7	8	9	6	R_7
O_8	1	4	3	2	6	5	11	0	8	9	10	7	R_8
O_2	7	10	9	8	0	11	5	6	2	3	4	1	R_2
O_1	6	9	8	7	11	10	4	5	1	2	3	0	R_1
O_5	10	1	0	11	3	2	8	9	5	6	7	4	R_5
O_4	9	0	11	10	2	1	7	8	4	5	6	3	R_4
O_3	8	11	10	9	1	0	6	7	3	4	5	2	R_3
O_6	11	2	1	0	4	3	9	10	6	7	8	5	R_6
	? R_{10}	R_3	R_2	R_1	R_5	R_4	R_{10}	R_{11}	R_7	R_8	R_9	R_6	

4.1. 1º Andamento (Forma Binária)

O primeiro andamento da Sinfonia op. 21, originalmente terá sido pensado na forma sonata, mas muito superficialmente anotado em esboços. Neste andamento, a forma binária tal como se apresenta numa relação simetricamente implícita e da qual Webern recorre habitualmente, faz emergir um esquema da forma binária clássica na reinterpretação da forma sonata: Exposição – Desenvolvimento/reexposição. É, pois, no período homólogo ao desenvolvimento que vamos encontrar um eixo de reflexão (cc. 34-35) como epicentro da evolução formal deste movimento.

4.1.1. 1ª Secção

Na 1ª secção, uma redução da textura dos compassos iniciais do 1º andamento da sinfonia, mostra com clareza como Webern construiu um duplo cânone e em espelho (pela inversão da série) à distância de um compasso (uma semibreve) do conjunto das quatro entradas, estando estas cruzadas ($\frac{1}{4}$ /cânone 1 e O_0 /cânone 2; O_4 /cânone 1 e I_8 /cânone 2). O cânone é estritamente dodecafónico (isto é, todas as vozes em cânone seguem a sucessão de notas determinada pela série), porém, para cada voz, a instrumentação varia constantemente e muda às vezes com cada nota nova num processo de *klangfarbenmelodie*. A redução que se segue apresenta a semínima como unidade rítmica, cujas sucessões de batimentos estão assinaladas a cheio.

The score shows two canons and a rhythmic result. The rhythmic series are as follows:

- Cânone 1:** I4 tpa II 1 2-3 4 5-6 7 8 9-10-11-12 13-14-15-16 // (1-2-3-4) 5-6 7 8 9-10-11-12 13-14-15-16
- Cânone 2:** O4 tpa I 1 2-3 4 5-6 7 8 9-10-11-12 13-14-15-16 // (1-2-3-4) 5-6 7 8 harp 1 2-3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14-15 16 // 1 2-3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
- Resultante rítmica:** I8 harp 1 2-3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14-15 16 // 1 2-3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14-15 16 // 1 2-3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 etc

Sinfonia op. 21-I, (redução, cc1-8)

The continuation of the score shows the following rhythmic series and instrument assignments:

- Cân. 1:** vic 1 2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12 9-10-11-12 13-14-15-16 // 1 2-3-4 5-6-7-8-9-10-11-12
- Cân. 2:** clbx 1 2-3 4 5-6 7 8 9 10 11 12 // 1 2-3 4 5-6 7 8 9 10 11 12 13 harp 5 6 7 8 9 10 11 12 // 1 2-3 4 5-6 7 8 9 10 11 12 13 (tpa II) 1 2-3 4 5-6 7 8 9 10 11 12 13 harp
- Res. rit.:** harp 1 2-3 4 5-6 7 8 9 10 11 12 13

Sinfonia op. 21-I, (continuação da redução, cc9-14)

Podemos verificar que no cânone 1 o *dux* apresenta a versão da série I_4 e o *comes* a versão O_4 , ambos com 3 fragmentos rítmicos cada e com uma sucessão de emissão de durações igual, com excepção do 1º termo do 2º motivo (no clarinete) que está omitido, isto é, sem a emissão da nota correspondente. No entanto, trata-se de uma sucessão irregular ao nível aritmético.

? Sucessão de batimentos do cânone 1

<i>Trompa II</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	?	{2,5,8,9,13}
<i>Clarinete</i>	1	[2]	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	?	{[2],5,8,9,13}
<i>Violoncelo</i>	1	2	3	4	[5]	6	7	8	9	10	11	12	[13]	14	15	16	?	{2,[5],8,9,[13]}

No cânone 2 o *dux* apresenta a versão da série O_0 e o *comes* a versão I_6 , ambos também com 3 fragmentos rítmicos cada, mas com ligeiras permutas na sucessão das durações, com excepção do 1º termo de cada fragmento que se mantém fixo. Verificando-se também uma sucessão irregular ao nível aritmético.

? Sucessão de batimentos do cânone 2

<i>Harpa e Violoncelo</i>	1	2	3	4	[5]	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	?	{2,[5],8,10,14}
<i>Violino II e Harpa</i>	1	2	3	4	[5]	6	7	8	9	10	11	12					?	{2,[5],8,10,[14]}
<i>Trompa II e Harpa</i>	1	2	3	4	5	6	7	[8]	9	10	11	12	13	14	15	16	?	{2,5,[8],11,13}

4.1.2. 2ª Secção

A 2ª secção é constituída por dois períodos: um do compasso 25 ao 44, e consiste num duplo cânone por inversão, tendo como eixo de simetria o espaço compreendido entre as *fermatas* nos compassos 34 e 35, ou seja, segue em movimento retrógrado o que fora exposto anteriormente. O segundo período desta secção (cc. 42-66) evolui numa relação simétrica com a primeira em termos formais, porque também faz evoluir um duplo cânone por inversão e utiliza as mesmas versões da série: Cânone 1 – I_4 e O_4 ; cânone 2 – I_6 e O_8 .

4.2. 2º Andamento (Tema e Variações)

O facto de o segundo hexacorde da série ser uma retrogradação transposta do primeiro hexacorde induz não só o encadeamento das séries e da organização rítmica, como também à criação de palíndromos na organização interna das variações e na própria forma. Este andamento baseia-se, à semelhança do primeiro, numa estrutura simétrica relativamente a um período central, sendo neste caso a quarta variação, cujo eixo de simetria é comum não só a esta variação mas também a todo o andamento, o que proporciona um ciclo fechado quanto ao relacionamento de diferentes aspectos musicais, como nos é indicado pelo esquema seguinte.

	Tema ?	Coda	
Var. 1	?		Var.7
Var. 2	?		Var.6
Var. 3	?		Var.5
	Var. 4 ?	Var 4	

4.2.1. Tema e Coda

No início do segundo andamento, o *Tema*, analogamente ao que acontecerá mais tarde na *Coda*, utiliza as versões da série O_0 e R_0 na organização das alturas. Quanto a organização das durações, em ambas as secções a forma do fraseado rítmico vai resultar de uma transformação constituída por uma reflexão axial sobre um eixo vertical.

Tema

O *Tema*, compreendido do compasso 1 a 11, apresenta-se em espelho como o confirmam as sucessões dos números de intercepção com os batimentos do fraseado rítmico, para a colcheia como unidade rítmica. A sucessão dos seis primeiros termos corresponde aos batimentos (1, 7, 11, 15, 18, 22), e é o primeiro

hexacorde da versão Q_0 apresentado no clarinete, efectuando-se depois uma retrogradação rítmica desta sucessão no segundo hexacorde da mesma série e no mesmo instrumento. Se fizermos uma leitura da frase da direita para a esquerda obtemos os seguintes batimentos (22, 18, 15, 11, 7, 1), confirmando a análise efectuada.

The image shows a musical score with four staves: Clarinet (Cl.), Trumpet 1 (Trpa 1), Trumpet 2 (Trpa 2), and Harp. Below the staves is a 'Result. rítmica' (Rhythmic Result) staff. Above the Clarinet staff, a sequence of numbers (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 18, 22, 22, 18, 15, 11, 7, 1) is aligned with the notes. A vertical dashed line labeled '(eixo)' (axis) is positioned between the 18th and 22nd measures. Dashed boxes labeled 'a' and 'a'' enclose groups of notes in the Clarinet and Trumpet parts. The 'Result. rítmica' staff shows a sequence of numbers: 1, 3, 5, 7, 9, 11, (13), 15, 18, 21, 22, 22, 21, 18, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, (1). The score is divided into sections A, B, and A' by dashed lines at the bottom.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc1-11)

Os termos de batimentos que correspondem à frase do clarinete e à frase das trompas com harpa (a e a'), embora constituam sucessões irregulares, da resultante rítmicas dos dois conjuntos de sucessão obtemos uma sucessão regular dos termos ímpares (1, 3, 5, 7, 11, 15) e (15, 11, 7, 5, 3, 1) nos fragmento A e A' respectivamente, enquanto o fragmento B continua a apresentar uma sucessão irregular (18, 21, 22) e (22, 21, 18) mas simétrica em relação ao eixo de reflexão.

Numa outra perspectiva podemos ainda observar dois fragmentos, A e B, não-retrogradáveis:

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 1-6)

O fragmento A é constituído por uma sucessão de números ímpares (1, 3, 5, 7, 9, 11) de forma *regular* e não-retrogradável quanto à sucessão da razão entre os seus termos. No entanto, o fragmento B apresenta uma sucessão *irregular* (1, 5, 8, 12), mas também não-retrogradável quanto à sucessão da razão.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Coda

A *coda* apresenta-se dos compassos 89 a 99 com as mesmas versões da série, O_0 e R_0 , que evoluíram no *Tema*.

A diferença da operação reflexiva entre o *Tema* e a *Coda* está apenas na permuta instrumental que se efectua na *Coda* para a distribuição dos sons das séries aquando da reflexão.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc89-99)

Segundo os conjuntos numéricos apresentados, com a semicolcheia como unidade rítmica, observa-se ainda um cânone por retrogradação ao nível das versões das séries e da sucessão rítmica:

Dux (R_0): 1 14 35 39 35 27 16 14 3
Comes (O_0): 3 14 16 27 35 39 35 14 1

4.2.2. Variação I e Variação VII

As variações I e VII são caracterizadas por uma textura polifônica onde evolui um cânone duplo, o qual realiza uma reflexão axial sobre um eixo vertical para retrogradação das frases rítmicas e do encadeamento das séries. Ambas as variações utilizam as versões da série O_7 , R_7 , I_5 e RI_5 .

Variação I

Na *Variação I*, do compasso 11 ao 23, partimos da colcheia como unidade rítmica para descodificar as sucessões, (1, 2, 3, 6, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 22, 23) no cânone 1 e (1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 17, 20) no cânone 2, na seguinte redução:

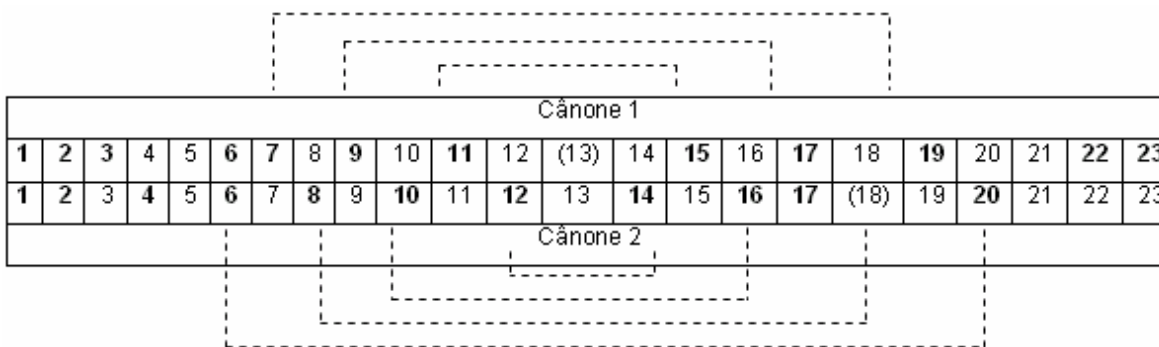
The image shows a musical score reduction for Variation I, spanning measures 11 to 23. It features four staves:

- Vln. I:** Cânt. 1 (*dux*): 1 2 3 6 7 9 11 15 17 19 22 23. Includes boxed labels O_7 and R_7 .
- Vln. II - Cânt. 2:** (*dux*): 1 2 4 6 8 10 12 14 16 17 20. Includes boxed labels I_5 and RI_5 .
- Vlc.:** Cânt. 1 (*comes*): 1 2 3 6 7 9 11 15 17 19 22 23.
- Vla - Cânt. 2:** (*comes*): 1 2 4 6 8 10 12 14 16 17 20.

A vertical dashed line labeled "eixo de reflexão axial" is positioned between measures 22 and 23, indicating an axial reflection.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 11-17)

Nesta variação, além do eixo de reflexão que caracteriza a forma de todas as partes do 2º andamento, é de realçar outras simetrias internas entre os dois cânones.



Cãnone 1:

Verifica-se um fragmento com uma sucessão dos números ímpares a partir do 5º termo (1, 2, 3, 6, [7, 9, 11, (13), 15, 17, 19], 22, 23) de razão 2.

Cãnone 2:

Verifica-se uma sucessão dos números pares do 2º ao 9º termo (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16) de razão 2, à semelhança do cânone 1. Outro aspecto curioso é o facto de os dez primeiros termos constituírem uma sucessão não-retrogradável.

Cãn. 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Cãn. 2	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Varição VII

A *Varição VII*, do compasso 77 ao 89, apesar de formalmente se identificar com a *Varição I*, a unidade rítmica comum é obtida a partir de unidades diferentes, consistindo em 1/12 da unidade de tempo, ou seja, uma fusa de tercina de fusas.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 77-83)

Já vimos que na *Varição VII*, à semelhança da *Varição I*, evolui um duplo cânone, cujas séries e respectivo ritmo são rebatidas dobre um eixo vertical de reflexão axial. A diferença encontra-se no emparelhamento das séries, apesar de serem utilizadas as mesmas versões.

Cânone 1:

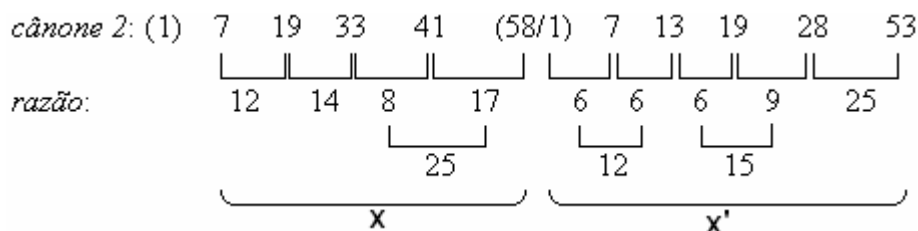
Neste cânone podemos verificar através da análise da razão, que os cinco primeiros batimentos (10, 16, 28, 43, 49) correspondem a uma translação quase textual para os cinco batimentos seguintes (1, 19, 31, 46, 52), com excepção da razão entre os dois batimentos iniciais de cada fragmento.

cânone 1: (1) 10 16 28 43 (49/1) 19 31 46 52 73 85

razão: $\underbrace{\textcircled{6} \quad 12 \quad 15 \quad 6}_{x} \quad \underbrace{\textcircled{18} \quad 12 \quad 15 \quad 6 \quad 21 \quad 12}_{x'}$

Cânone 2:

Neste cânone vislumbra-se, quanto à razão entre os batimentos, uma translação similar com o cânone 1, sendo no entanto necessário agrupar alguns dos elementos rítmicos.



4.2.3. Variação II e Variação VI

Estas variações apresentam ambas um duplo cânone com as versões da série: (O₂ e I₁₀, I₀ e O₁₁) para os cânones da *Variação II*; (O₂ e I₁₀, RI₁ e RI₀) para os cânones da *Variação VI*. As afinidades encontram-se sobretudo na distribuição das versões da série à orquestra, o cânone 1 é atribuído a um grupo de instrumentos e o cânone 2 à trompa.

Variação II

A progressão da *Variação II* efectua-se dos compassos 23 a 24, com a colcheia como unidade rítmica.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 23-28)

Esta variação consiste num duplo cânone e ambos à distância de uma colcheia. Os dois cânones fazem uma retrogradação ao nível das versões das séries e ao nível rítmico. A diferença está na apresentação da sucessão dos batimentos, sendo regular no cânone 2 com a sucessão dos batimentos ímpares (1 a 23) e irregular no cânone 1. No entanto, este cânone apresenta uma relação

curiosa entre batimentos não consecutivos, pois o número de batimentos que omite acontece numa *razão* crescente e depois decrescente, que corresponde à seguinte sucessão (1, 2, 4, 3):

$$\begin{array}{ccccccccc} (1, 2) & (4, 5) & (8, 9, 10) & (15, 16) & (20, 21) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{2.5cm}} & \underbrace{\hspace{2.5cm}} & \underbrace{\hspace{2.5cm}} \\ 1 & 2 & 4 & 3 & \end{array}$$

Varição VI

A unidade rítmica desta variação, do compasso 66 ao 78, é a fusa, 1/8 da unidade de temp, por isso, os números foram assinalados por períodos de apenas uma unidade de tempo.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 66-72)

Segundo a sucessão de batimentos, verifica-se um cânone entre o clarinete baixo e o clarinete enquanto a trompa faz evoluir alternadamente as versões da série R_{11} e R_{10} , à semelhança do que aconteceu na Variação II. Constata-se também que, no conjunto das sucessões entre clarinetes e trompa, há uma predominância dos batimentos ímpares (1, 3, 5, 7) sobre os batimentos pares (4 e 8).

4.2.4. Variação III e Variação V

As *Variações III* e *V* apresentam as mesmas versões da série e num encadeamento idêntico em cânone simples. É utilizado um desenho rítmico semelhante na organização das durações, com excepção da tercina que aparece

na *Varição V*. Por fim, ambos os cânone fazem sobre um eixo vertical uma reflexão axial.

Varição III

É interessante verificar que o cânone desta variação, do compasso 34 ao 44, evolui por retrogradação quanto às versões utilizadas da série, mas ritmicamente não há uma imitação rigorosa, conforme se pode averiguar nos conjuntos numéricos.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 34-38)

As sucessões apresentadas nesta variação consideram a semicolcheia com unidade rítmica e por períodos de um compasso. Na análise da *razão* entre os batimentos da sucessão são efectuadas translações internas e de forma cruzada dos motivos rítmicos x para x' , x_1 para x_1' , enquanto x'' e x''' apresentam-se como variação de x .

dux: 1 4 5 | 2 3 4 5 6 7 | 2 3 5 8 | 1 2 3 4 5 8 | 1 3 4 | 2

razão: 3 1 5 1 1 1 1 1 3 1 2 3 1 1 1 1 1 3 1 2 1 6

5

x x₁ x' x₁' x'' x'''

Analisando a evolução da *razão* do *comes* constata-se que os motivos x , x_1 e por afinidade x_1' , respeitam a voz do *dux*, enquanto que os motivos x_2 , x_2' e x' , apesar de ocuparem posições correspondentes aos motivos x' ; x'' e x''' da voz do *dux*, não apresentam a mesma *razão*.

comes: 3 6 7 | 4 5 6 7 8 | 1 3 5 7 8 | 2 3 4 5 6 7 | 1 3 5 6 | 3

razão: 3 1 5 1 1 1 1 1 2 2 2 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1 5

x
x₁
x₁
x₁'
x₂
x₁'

Varição V

Nesta variação, do compasso 55 ao 67, já temos de considerar a unidade rítmica comum entre unidades de subdivisão mista (binária e ternária), que consiste em 1/12 da unidade de tempo. Por isso, e para evitar uma numeração demasiado elevada, as sucessões irão apresentar essa unidade por períodos de um tempo.

The image shows a musical score for Variation V, consisting of two staves. The top staff is labeled 'dux' and the bottom staff is labeled 'comes'. Above the staves, there are labels for rhythmic units: I3, O6, RI3, R6, and x1''. A dashed line labeled 'eixo de reflexão axial' (axial reflection axis) is drawn across the staves. The notation includes rhythmic values (e.g., 4, 7, 10, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8) and groupings (e.g., (1) 5 9 1 5). The score is in 2/4 time.

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 55-61)

O ritmo do cânone desta variação não é rigoroso, pois apresenta um *dux* e um *comes* com uma sucessão de valores rítmicos diferente nos fragmentos x_1'' assinalados. Além disso, as translações dos motivos rítmicos projectam imagens por aproximação, como se pode observar no estudo da razão entre os motivos x , x_1' e x_1'' , havendo uma projecção textual apenas nos motivos extremos – x e x_1' .

dux:

(1) 4 7 10(1) 4 7 10 1 4 10 1 10 1 4 10 1 4 7 10(1) 4 7 (1) 4 7 10(1) 4 7

5 9 1 5 5 9 1 5 5 9 1 5

3 3 6 1 2 2 4 4 5 3 3 6 3 9 3 3 1 4 4 4 5 3 3 3 3 6 3 9 3 3 6 1 2 2 4 4

razão: x x₁ x_{1'} x_{1''} x'

A voz do *comes* apresenta-se à distância de uma semínima no início do compasso e não no 2º tempo como o *dux*, sendo através do estudo da razão que se identifica uma evolução por imitação.

comes:

(1) 4 7 10(1) 4 7 10 1 4 10 1 10 1 4 (1) 4 7 10(1) 4 7 (1) 4 7 10(1) 4 7

5 9 1 5 5 1 5 5 9 1 5

3 3 6 1 2 2 4 4 5 3 3 6 3 9 3 3 1 4 4 4 10 3 3 6 3 9 3 3 6 1 2 2 4 4

razão: x x₁ x_{1'} x_{1''} x'

4.2.5. Variação IV

Na variação IV, compreendida do compasso 45 ao 55, Webern combinou as diferentes versões da série numa sequência simétrica por inversão e em díades de alturas distribuídas também instrumentalmente em díades de durações.

The score shows two staves, cân. 1 and cân. 2, in 2/4 time. Each staff has six measures. Above the staves, rhythmic patterns are indicated with numbers 1-15 and groupings. Instruments are listed below the staves for each measure.

- Measure 1: cân. 1 (1) 2 3; cân. 2 (1)
- Measure 2: cân. 1 (1) 5 6; cân. 2 4 5
- Measure 3: cân. 1 (1) 8 9; cân. 2 7 8
- Measure 4: cân. 1 (1) 11 12; cân. 2 10 11
- Measure 5: cân. 1 (1) 14 15; cân. 2 13 14
- Measure 6: cân. 1 (1) eixo; cân. 2 (1) clbx., trpa I e trpa II

Sinfonia op. 21-II, (redução, cc 45-50)

Os conjuntos numéricos deste cânone foram determinados em função da semínima de tercina de semínimas como unidade rítmica, por exceptuarmos o compasso 50. Da combinação rítmica dos dois cânones resulta uma sucessão regular dos números naturais de 2 a 15. Mas, o mais interessante é o discurso canónico com diferentes defasamentos na entrada das vozes, isto é, enquanto que no cânone 1 o *comes* move-se à distância de três unidades rítmicas (o equivalente a um compasso), no cânone 2 o *comes* move-se à distância de uma unidade rítmica.

Cânone 1	<i>Dux</i>	(1)	2	3		5	6		8	9		11	12		14	15
	<i>comes</i>	(1)				5	6		8	9		11	12		14	15
Cânone 2	<i>Dux</i>			3	4		6	7		9	10		12	13		
	<i>comes</i>				4	5		7	8		10	11		13	14	
Resultante		(1)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

A análise que acabámos de realizar à Sinfonia op. 21, permite-nos concluir que, por um lado, há uma inerência intrínseca da série com o fraseado rítmico promovida pela morfologia da própria série, pois esta acaba por rebater de forma simétrica todos os elementos do primeiro hexacorde no segundo hexacorde, o que se reflecte sistematicamente na evolução da forma. Por outro, às sucessões irregulares de batimentos existentes no *Tema* e nas *Variações I, II e IV*, correspondem sucessões regulares na resultante rítmica dos seus cânones.

5. APLICAÇÕES NA COMPOSIÇÃO MUSICAL: Estruturas de *Reflexos*

A organização e evolução dos materiais rítmicos, melódicos e harmônicos, do concerto para marimba e orquestra de cordas, denominado *Reflexos*, foi conduzida por um processo proveniente das sucessões e das operações de isometria estudadas no presente trabalho. A forma, esta resulta da aplicação dos estudos já referidos, tanto em micro-formas como em macro-formas.

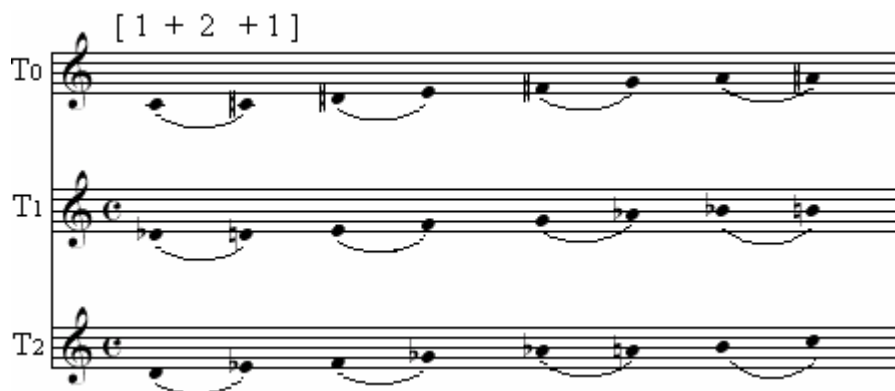
5.1. Organização das alturas

No sistema de organização das alturas criámos quatro ciclos diferentes de intervalos mais as respectivas transposições. A estes ciclos estão associados conjuntos de notas que materializam os intervalos que os constituem. Além disso, todos eles têm o meio-tom como intervalo comum, isto é, por analogia com o que sucede na estruturação das durações o meio-tom será a unidade intervalar entre alturas que alterna com os outros intervalos. Assim, seleccionámos os seguintes ciclos:

1. Ciclos de 2ª menor – 2ª maior (1 e 2 meios-tons)

Um ciclo de intervalos de [2ª menor + 2ª maior + 2ª menor + ...], permite construir três conjuntos de notas diferentes, ou seja, um ciclo original fechado (T_0) e duas transposições (T_1 e T_2).⁹ Designamos como **ciclo fechado** aquele que na mesma sequência intervalar origina a repetição total de notas sem que se tenha obtido o total cromático, obrigando à transposição do ciclo para que sejam utilizadas as restantes notas crómáticas. Por oposição, designamos como **ciclo aberto** aquele que na mesma sequência intervalar origina a repetição parcial de notas e em conjuntos diferentes até se obter o total cromático. As versões do ciclo exposto são as seguintes:

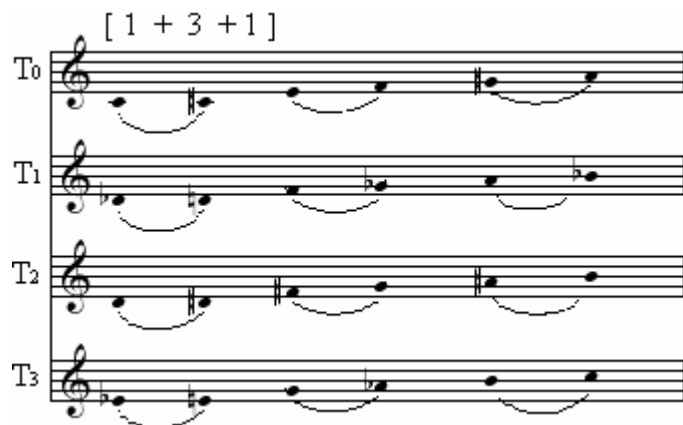
⁹ Este ciclo resulta numa escala octatónica que, segundo Pieter van den Toorn em *The Music of Igor Stravinsky*, p. 31 e segs., teria sido utilizada no famoso acorde de *Petruchka*, com omissão do ré #. Por sua vez, também é idêntico ao segundo modo de Olivier Messiaen exposto em *Technique de Mon Langage Musicale*. Vol. I, p. 51-56. Vol. II p. 50.



Neste ciclo precisa somente de duas versões para cobrir o total cromático.

2. Ciclos de 2ª menor – 3ª menor (1 e 3 meios-tons)

Um ciclo de [2ª menor + 3ª menor + 2ª menor + ...] permite construir quatro conjuntos de notas diferentes organizados em modo hexatônico, ou seja, um ciclo original fechado (T₀) e três transposições (T₁, T₂ e T₃). Contudo, e como se pode observar nas versões seguintes, são necessárias três versões para se obter o total cromático, sendo duas dessas versões obrigatoriamente contíguas.



3. Ciclos de 2ª menor – 3ª maior (1 e 4 meios-tons)

Um ciclo de [2ª menor + 3ª maior + 2ª menor + ...] permite construir três conjuntos de notas diferentes organizados em modo decatônico: um ciclo original aberto (T₀) e duas transposições (T₁, T₂).

Ciclo completo

[1 + 4 + 1]

T_0 T_1 T_2

4. Ciclos de 2ª menor – 4ª perfeita (1 e 5 meios-tons)

Um ciclo de [2ª menor + 3ª menor + 2ª menor + ...] permite construir seis conjuntos de notas diferentes: um ciclo original fechado (T_0) e cinco transposições (T_1, T_2, T_3, T_4 e T_5).

[1 + 5 + 1]

T_0 T_1 T_2 T_3 T_4 T_5

5.2. Organização das durações

No domínio das durações foram utilizadas duas sucessões no percurso rítmico dos três andamentos.

1. No 1º andamento apresentámos a sucessão (1, 2, 4, 8, 16, 32) definido pelo seguinte termo geral:

$$u_n = 2^{n-1}$$

Sendo, $u_1 = 1$ e o termo geral $u_{n+1} = u_n \cdot 2$, a sucessão dos 6 primeiros termos é (1, 2, 4, 8, 16, 32): $u_1 = 1$; $u_2 = 2$; $u_3 = 4$; $u_4 = 8$; $u_5 = 16$; $u_6 = 32$

Interceptando o resultado destes cinco primeiros termos à sucessão dos batimentos da colcheia como unidade rítmica obtém-se, por exemplo, uma acentuação com o seguinte aspecto:



2. No 2º andamento a sucessão apresentada foi inspirada na célebre série de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13).¹⁰

O ritmo deste andamento resulta da sequência destes números, que consiste em ter os dois primeiros termos iguais, $u_1 = 1$ e $u_2 = 1$, sendo os restantes termos da série obtidos pela adição dos dois números antecedentes, ou seja, o termo seguinte (a partir do terceiro termo, inclusivamente) é sempre o resultado da soma dos dois números da série que o precedem. Logo, a sucessão dos seis primeiros termos é (1, 1, 2, 3, 5, 8), para o termo geral:

$$\begin{aligned} &? u_1 ? 1 \\ &? \\ &? u_2 ? 1 \\ &? \\ &? u_{n-2} ? u_n ? u_{n+1} \end{aligned}$$

$$u_1 = 1; u_2 = 1; u_3 = 2; u_4 = 3; u_5 = 5; u_6 = 8$$

3. No 3º andamento as duas sucessões atrás referidas evoluem sobrepostas.

Os batimentos irregulares produzidos na estrutura interna dos períodos métricos definidos por estas sucessões, irão tornar-se mais perceptíveis pelas transformações isométricas operadas, porque promovem a “repetição” do objecto musical, concedendo uma maior unidade e coesão rítmica na obra.

¹⁰ Série criada por Leonardo Fibonacci em 1202.

5.3. 1º Andamento

5.3.1. Evolução rítmica

O resultado rítmico nos cinco compassos iniciais deste andamento é proveniente da utilização dos primeiros quatro termos (1, 2, 4, 8), sendo a primeira aplicação baseada na adição de vozes.

$\text{♩} = 120$ I

As entradas de cada voz instrumental são efectuadas nos momentos correspondentes à referida sucessão. A evolução deste primeiro fragmento, compasso 1 a 5, acontece nos cinco compassos seguintes, mas assistindo-se agora a uma subtracção das vozes, nos momentos correspondentes ao movimento retrógrado da sucessão. Além disso, é realizada uma dupla operação de isometria, ou seja, processa-se uma reflexão das durações sobre um eixo vertical (retrogradação), e uma translação vertical das alturas (transposição).

A utilização dos cinco primeiros termos só se irá efectuar a partir do compasso 58. Aqui, verifica-se uma aceleração rítmica porque houve uma diminuição da unidade de subdivisão dos valores rítmicos – a unidade rítmica passou a ser a semicolcheia no lugar da colcheia.

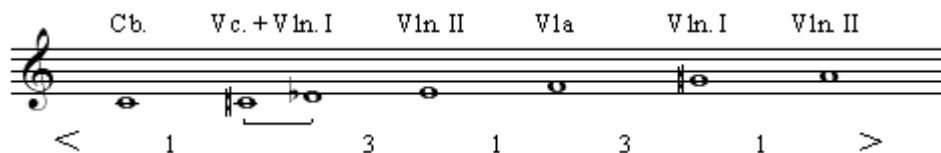
The image shows a musical score for three instruments: Marimba (Mrb.), Violin I (Vln. I), and Violin II (Vln. II). The score covers measures 57 to 61. Above the Marimba staff, the sequence of terms 1, 2, 4, 8, (16), 1, 2, 4, 8 is indicated. The Violin I staff has markings for 'f', 'pizz', and 'div.'. The Violin II staff has a 'div.' marking.

O quinto e sexto termo (16 e 32) manifestam-se sobretudo ao nível da forma ao compasso 16 e ao compasso 32, onde há mudanças na textura (figuração repetitiva na marimba) e no timbre (incursão no registo grave da marimba). Uma outra forma de aplicação das sucessões no ritmo é a que efectuámos do compasso 58 ao 61. O ritmo, é apresentado pela marimba e sublinhado pela orquestra, especialmente pelos 1^{os} e 2^{os} violinos.

5.3.2. Evolução melódico-harmónica

A organização das alturas neste andamento foi estruturada por um ciclo fechado definidos por dois intervalos: um de um meio-tom (intervalo comum) que alterna com outro intervalo de três meios-tons, < 1, 3, 1, 3, 1 >.

Na redução dos primeiros cinco compassos podemos observar o seguinte conjunto de alturas e respectivos intervalos, cuja sucessão resulta num conjunto fechado de seis notas diferentes.



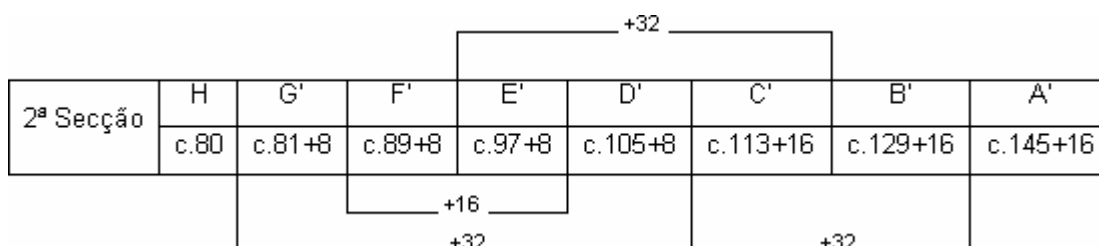
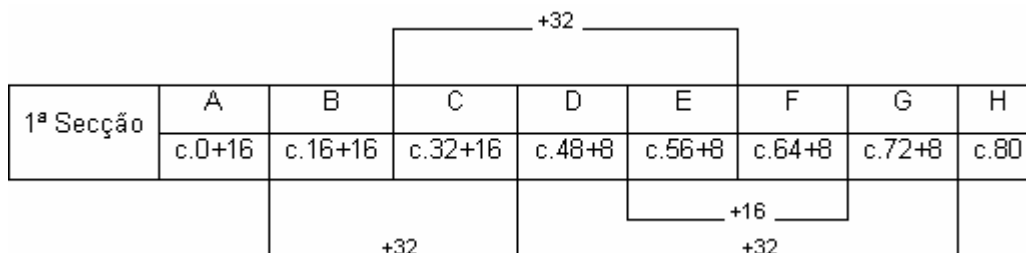
5.3.3. Evolução formal

Para a sucessão dos primeiros seis termos $\{u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 4, u_4 = 8, u_5 = 16, u_6 = 32\}$ foram realizadas aplicações quer ao nível da métrica, quer ao nível da forma. No entanto, é na forma que se evidenciam os termos $\{u_4 = 8, u_5 = 16, u_6 = 32\}$. Estes, definem os momentos de mudança e afinidades ao nível de fraseado, de textura, de acentuações, harmonia, etc. No esquema seguinte, podemos observar os momentos em que se efectuam movimentos de reflexão teleológica e como se relacionam na forma da peça.

Eixos		1ª Secção				2ª Secção				Eixos			
	H	← Centro de reflexão →				80	← Centro de reflexão →				H		
P e r í o d o s	G			72-79	81-88						G'	P e r í o d o s	
	F			64-71	89-96						F'		
	E	56-63				97-104							E'
	D	48-55				105-112							D'
	C	32-47				113-128							C'
	B	16-31				129-144							B'
	A	1-15				145-159							A'

Estes momentos/eixo correspondem a sete períodos que evoluem por movimento retrógrado a partir do centro H, compasso 80, num processo de reflexão global.

Na forma deste andamento também foram criadas afinidades na sucessão dos 14 períodos. Estes estão justapostos de 16 em 16 e de 32 em 32 compassos, com algumas características análogas, cujos momentos passamos a identificar no seguinte esquema:



Para simplificarmos a nossa análise iremos apenas fazer uma leitura analítica das ocorrências mais significativas em torno do eixo B, cujas características foram projectadas teleologicamente em torno do eixo D num movimento de translação horizontal, como se pode observar na partitura. Aqui, a construção rítmica consiste numa sobreposição da mesma sucessão (1, 2, 4, 8), mas numa relação diminuição – aumento:

Compassos 11-15

- ? Movimento original da sucessão (1, 2, 4, 8) na marimba, com a **colcheia** como unidade rítmica;
- ? Movimento retrógrado da sucessão (8, 4, 2, 1) nos violinos II em complemento com as violas, com a colcheia como unidade rítmica;
- ? Movimento original da sucessão (1, 2, 4, 8) nos violinos I e II, violoncelos e contrabaixos, com a fusa como unidade rítmica;
- ? As alturas estão organizadas com o conjunto T2 do ciclo [1, 4, 1] no compasso 15.

Compassos 16-20

- ? Movimento original da sucessão (1, 2, 4, 8) na marimba, sendo acentuado pelos violoncelos e contrabaixos, com a semicolcheia como unidade rítmica;

- ? Movimento retrógrado da sucessão (8, 4, 2, 1) nas violas, violinos II – violoncelos – contrabaixos em complemento, com a colcheia como unidade rítmica;
- ? As alturas estão organizadas com o conjunto T1 do ciclo [1, 2, 1] no compasso 16.

5.4. 2º Andamento

5.4.1. Evolução rítmica

Este andamento apresenta-se ritmicamente com os primeiros termos da série de Fibonacci – (1, 1, 2, 3, 5, 8).

Nos primeiros quatro compassos há uma frase a três vozes (1^{os} violinos e violas), constituída pela apresentação dos primeiros seis termos da série de Fibonacci, seguida de uma reflexão central (retrogradação da inversão, nos 1^{os} violinos) sobre um eixo vertical no sexto termo, $u_6 = 8$, e sobre a nota $ré_5$. A esta frase segue-se outra frase análoga e em construção canónica.

Neste andamento, por vezes, também há a utilização de duas unidades rítmicas diferentes. No exemplo imediato, podemos observar que a unidade rítmica é a colcheia para os seis primeiros termos da série de Fibonacci, e que se sobrepõe a uma sucessão variante desta, isto é, a uma sucessão que faz um uso

parcial da série, utilizando dois dos seus termos (3^o e 4^o) com a semínima como unidade rítmica (2, 3, 2, 3, 2, 3). Do compasso 9 ao compasso 13 verificamos a sobreposição das duas sucessões: a sucessão de Fibonacci seguida de uma reflexão central, na marimba, e a sucessão parcial na orquestra.

The image shows a musical score for Marimba (Mb.) and Violin I (Vln I). Above the Marimba staff, the rhythmic sequence 1 1 2 3 5 8 8 5 3 2 1 1 is written. Below the Violin I staff, the rhythmic sequence 2 3 2 3 2 3 is written. The Marimba part features dynamics *mf*, *sfz*, and *f*. The Violin I part features dynamics *sfz* and *f*. A vertical dashed line is placed between measures 8 and 9.

5.4.2. Evolução melódico-harmônica

À semelhança do 1^o andamento, a organização das alturas no 2^o andamento apresenta a mesma estrutura em ciclos fechados definidos pelos mesmos intervalos < 1, 3, 1, 3, 1 >.

The image shows a musical score for Violin I (Vln I), Violin II (Vln II), and Viola (Vla). The Violin I part starts at measure 149 with a *pp* dynamic. The Viola part also starts at measure 149 with a *pp* dynamic. Dashed boxes enclose the first and second measures of the Vln I and Vla parts, highlighting the melodic and harmonic structure.

A redução dos primeiros três compassos deste andamento mostra-nos a evolução desta estrutura, que é transposta dois meios-tons para obtenção do total cromático.

5.5. 3º Andamento

5.5.1. Evolução rítmica

No último andamento são utilizadas, em sobreposição, as duas sucessões principais dos andamentos anteriores: a sucessão (1, 2, 4, 8, 16), que é utilizada na orquestra, com a colcheia como unidade rítmica; a sucessão de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8) é utilizada na marimba, e também com a colcheia como unidade rítmica. O exemplo seguinte, compasso 17 ao 24, apresenta a sucessão de Fibonacci sobreposta à sucessão (1, 2, 4, 8, 16) no seu movimento retrógrado.

The image displays a musical score for measures 17 to 24. The top system shows a single melodic line with rhythmic values 1, 1, 2, 3, 5, 8, 5, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 5, 8. Two vertical dashed lines indicate 'eixos de reflexão' (axes of reflection) at measures 18 and 21. The bottom system is a multi-staff orchestral score. It includes dynamics such as *fp*, *mp-pp*, *f*, and *mf*. A vertical dashed line at measure 18 is labeled 'eixo de translação' (axis of translation). Rhythmic values 16, 8, 4, 2, 1 are written below the bottom staff, indicating a retrograde Fibonacci sequence. Performance markings like *mis.*, *div.*, *pizz.*, and *arco* are present throughout the score.

5.5.2. Evolução melódico-harmónica

Nos dois compassos iniciais do 3º andamento é utilizado o ciclo T_3 [1, 3, 1], sendo o seguinte conjunto de notas na posição fundamental:



A este ciclo sucede-lhe um conjunto parcial de notas do ciclo T_1 [1, 4, 1], que agrupado numa posição fundamental forma também um ciclo com a mesma estrutura, embora com duas notas omitidas (dó e fá).



A distribuição harmónica apresenta o seguinte resultado musical:

CONCLUSÃO

Este estudo desenvolveu uma ferramenta de trabalho, quer para a análise quer para a composição musical, com origem na leitura de uma perspectiva entre a sucessão das relações de natureza abstracta – o número, e a sucessão das relações de natureza concreta – o som. A aproximação destes dois domínios proporcionou que o ritmo daí emergente se retratasse num processo de operações isométricas.

No domínio das durações, cada sucessão terá de ser organizada em função de uma unidade rítmica flexível e quase sempre mutante, mas com aplicabilidade aritmética e geométrica que proporcione resultados musicais positivos.

As sucessões permitem organizar estruturas tanto ao nível das micro-formas como ao nível das macro-formas que, por sua vez, são aplicáveis aos diferentes domínios da composição.

As isometrias rítmicas são por analogia um produto resultante das transformações geométricas e aritméticas, dando forma e estabelecendo relações de identidade a uma qualquer sucessão de durações ou outros objectos musicais.

As perspectivas evocadas neste estudo estão abertas ao estabelecimento de relações de diversas índoles. Por exemplo, essa abertura não se destina apenas ao ritmo escrito sob a forma tradicional (“notação proporcional de tempo”¹¹), mas também permite determinar relações medidas cronometricamente em segundos.

Por fim, provavelmente Anton Webern não concebeu a sua obra em função das sucessões, mas fê-lo certamente em relação às isometrias, tornando-se evidente que as operações isométricas eram efectuadas desde a concepção da série à evolução da forma. Um estudo do ritmo através das sucessões permite-nos confirmar com mais rigor a existência ou não de um processo gerador do discurso rítmico e da sua estruturação.

¹¹ Pierre Boulez, *Penser la musique aujourd’hui*, p.93.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografia de Música

BABBITT M.

«Twelve-tone rhythmic structure and the electronic medium», in ***Perspectives on Contemporary Music Theory***, Ed. Boretz B. & Cone T. C., Norton, New York, 1972. pp. 148-179

BAILEY, Kathryn

The life of Webern, Cambridge University Press, New York, 1998.

Webern Studies, Cambridge University Press, New York, 1996.

The Twelve-Note Music of Anton Webern, Cambridge University Press, New York, 1991.

BAYER, Francis

De Schoenberg à Cage, Essai sur la notion d'espace sonore dans la musique contemporaine, Paris Klincksieck, 1981.

BOUCOURECHLIEV, André

La Langage Musical, Librairie Arthème Fayard, 1993.

BOULEZ, Pierre

Orientations, trans. Martin Cooper, Harvard University Press, Cambridge, 1986.

Penser la musique aujourd'hui, Éditions Gonthier, C B. Schott's Söhne Mayence, 1963. Éditions Tell Gallimard, France, 1994.

Relevés d'apprenti, Editions du Seuil, 1966.

BRINDLE, Reginald Smith

Serial Composition, Oxford University Press, New York, 1966.

The Avant-garde since 1945, second edition, Oxford University Press, New York, 1987.

COHN, Richard

Music Analysis: Complex Hemiolas, Ski-Hill Graphs and Metric Spaces, volume 20, nº 3, Blackwell Publishers, Ltd., Great Britain-Norwich, 2001.

COOPER, Grosvenor and Meyer, Leonard B.

The Rhythmic Structure of Music, University of Chicago Press, Chicago, 1960.

COPE, David

New Directions in Music, University of California, 1971. Santa Cruz, Wm C. Brown & Benchmark Publishers, sixth edition, 1993.

FORTE, Allen

The Structure of Atonal Music, Yale University Press, New Haven and London, 1973.

FRAISSE, Paul

Psychology du rythme, Presses Universitaires de France, 1974.

GORDON, Edwin E.

Teoria de Aprendizagem Musical – Competências, Conteúdos e Padrões, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 03/2000. cap. VII pp.220-269

HASTY, F. Christopher

Meter as Rhythm, Oxford University Press, New York/Oxford, 1997.

JOHNSON, Julian

Webern and the Transformation of Nature, Cambridge University Press,
New York, 1999.

LEIBOWITZ, René

Schoenberg and His School, Da Capo Press, New York, 1970.

LEWIN, David

Some Investigations into Foreground Rhythmic and Metric Patterning,
in Richmond Brown, ed., *Music Theory: Special Topics*, Academic Press,
New York, 1981.

Musical Form and Transformation: 4 Analytic Essays, Yale University
Press, New Haven, 1993.

MARTIN, Serge

La langue musical, sémiotique des systèmes, Paris, Klincksieck, 1978.

MATTER, Henri-Louis

Anton Webern, Editions L'Age d'Homme, Montreux, 1981.

MESSIAEN, Olivier

Technique de Mon Langage Musical, volume I e II, Alphonse Leduc,
Paris, 1944.

MORRIS, Robert

Composition with Pitch-classes: A Theory of Compositional Design, Yale
University Press, New Haven, 1987.

NEIGHBOUR, Oliver / Paul Griffiths / George Perle

Second Viennese School, Série The New Grove, W. W. Norton &
Company, 1983.

PASQUET, Yves-Marie

Analyse musicale – Dans les hauts pâturages weberniens, 1^o trimestre/1990, pp.61-67, AM/EC.

PERLE, George

Serial Composition and Atonality: An Introduction to the music of Schoenberg, Berg and Webern, © 1962 by The Regents of the University of California. First published by Faber & Faber in England, 1962.

ROSTAND, Claude

Anton Webern, Collection *Musiciens de Tous les Temps*, Éditions Seghers, Paris, 1969.

SCHLOEZER, Boris de, et Marina Scriabine

Problemes de la Musique Moderne, Les Éditions de Minuit, Paris, 1959.

SCRIABINE, Marine

Introduction au Langage Musical, Les Éditions de Minuit, Paris, 1961.

SIMMS, Bryan R.

Music of the Twentieth Century – Style and Structure, Copyright © by SchirmerBooks, New York – London, 1986.

STOCKHAUSEN, Karlheinz

«Wie die Zeit vergeht», *Die Reihe*, n^o 3, 1956/7, trad. francesa por Christian Meyer: «Comment passe le temps», *Contrechamps*, n^o 9, Editions L'Age d'Homme, 1988, Paris. pp.26-65.

TOORN, Pieter van den

The Music of Igor Stravinsky, Yale University Press, New Haven, 1983, p. 31 e segs.

WEBERN, Anton

Chemin vers la Nouvelle Musique, traduit de l'allemand par Anne Servant, Didier Alluard et Cyril Huvé. © 1960, Universal Edition. Editions Jean-Claude Lattès pour la traduction française, Musiques & Musiciens, 1980.

The Path to the New Music, original German edition copyright 1960, by Universal A.G. Wien. English editions, Universal Editions, London, 1975.

Verso la Nuova Musica, Lettere a Hildegard Jone e Josef Humplik, traduzione dal tedesco di Giampiero Taverna, © 1963 Casa Ed. Valentino Bompiani, Milano. Título original: *Der Weg Zur neuen Musik – Herausgegeben von Willi Reich*. © 1960 Universal Edition A. G. Vienna. *Briefe an Hildegard Jone e Josef Humplik* - Herausgegeben von Josef Polnauer. © 1959 Universal Edition A. G. Vienna.

WILDGANS, Friedrich

Anton Webern, Translated by Edith Temple Roberts and Humphrey Searle, Calder and Boyars, London, 1966.

Bibliografia de Matemática

AGUDO, F. R. Dias

Análise Real, Volume I, 2ª Edição, Escolar Editora, Lisboa, 1994.

Introdução à Álgebra Linear e Geometria Analítica, Fascículo 1, Livraria Escolar Editora, Lisboa, 1973.

CARAKUSHANSKY, Mina Seinfeld de, e Maurício S. M. de La Penha

Introdução à Álgebra Linear, Editora Mc Graw-Hill, São Paulo, Brasil, 1977.

FERREIRA, Manuel Alberto M.

Sucessões e Séries, 2ª Edição, Edições Sílabo, Lda., Lisboa, 1994.

Partituras de Anton Webern

- ? **Symphonie op. 21**, Copyright 1929 by Universal Edition.
- ? **Konzert op. 24**, Copyright 1948 by Universal Edition A.G., Wien.
- ? **Variationen op. 27**, 3 peças para piano, Copyright 1937 by Universal Edition, 1965.
- ? **Streichquartett op. 28**, Copyright 1955 by Universal Edition A.G., Wien.

ANEXO

I. Matrizes: op. 21, 24, 27 e 28

Matriz – T/I da Sinfonia op. 21 de A. Webern

?	? l ₀	l ₃	l ₂	l ₁	l ₅	l ₄	l ₁₀	l ₁₁	l ₇	l ₈	l ₉	l ₆	?
O ₀	5	8	7	6	10	9	3	4	0	1	2	11	R ₀
O ₉	2	5	4	3	7	6	0	1	9	10	11	8	R ₉
O ₁₀	3	6	5	4	8	7	1	2	10	11	0	9	R ₁₀
O ₁₁	4	7	6	5	9	8	2	3	11	0	1	10	R ₁₁
O ₇	0	3	2	1	5	4	10	11	7	8	9	6	R ₇
O ₈	1	4	3	2	6	5	11	0	8	9	10	7	R ₈
O ₂	7	10	9	8	0	11	5	6	2	3	4	1	R ₂
O ₁	6	9	8	7	11	10	4	5	1	2	3	0	R ₁
O ₅	10	1	0	11	3	2	8	9	5	6	7	4	R ₅
O ₄	9	0	11	10	2	1	7	8	4	5	6	3	R ₄
O ₃	8	11	10	9	1	0	6	7	3	4	5	2	R ₃
O ₆	11	2	1	0	4	3	9	10	6	7	8	5	R ₆
	?R ₁₀	R ₃	R ₂	R ₁	R ₅	R ₄	R ₁₀	R ₁₁	R ₇	R ₈	R ₉	R ₆	

Matriz – T/I do *Concerto* op. 24

?	? l ₀	l ₁₁	l ₃	l ₄	l ₈	l ₇	l ₉	l ₅	l ₆	l ₁	l ₂	l ₁₀	?
O ₀	11	10	2	3	7	6	8	4	5	0	1	9	R ₀
O ₁	0	11	3	4	8	7	9	5	6	1	2	10	R ₁
O ₉	8	7	11	0	4	3	5	1	2	9	10	6	R ₉
O ₈	7	6	10	11	3	2	4	0	1	8	9	5	R ₈
O ₄	3	2	6	7	11	10	0	8	9	4	5	1	R ₄
O ₅	4	3	7	8	0	11	1	9	10	5	6	2	R ₅
O ₃	2	1	5	6	10	9	11	7	8	3	4	0	R ₃
O ₇	6	5	9	10	2	1	3	11	0	7	8	4	R ₇
O ₆	5	4	8	9	1	0	2	10	11	6	7	3	R ₆
O ₁₁	10	9	1	2	6	5	7	3	4	11	0	8	R ₁₁
O ₁₀	9	8	0	1	5	4	6	2	3	10	11	7	R ₁₀
O ₂	1	0	4	5	9	8	10	6	7	2	3	11	R ₂
	?R ₁₀	R ₁₁	R ₃	R ₄	R ₈	R ₇	R ₉	R ₅	R ₆	R ₁	R ₂	R ₁₀	

Matriz – T/I das *Variações para Piano op. 27*

?	? l ₀	l ₈	l ₇	l ₁₁	l ₁₀	l ₉	l ₃	l ₁	l ₄	l ₂	l ₆	l ₅	?
O ₀	3	11	10	2	1	0	6	4	7	5	9	8	R ₀
O ₄	7	3	2	6	5	4	10	8	11	9	1	0	R ₄
O ₅	8	4	3	7	6	5	11	9	0	10	2	1	R ₅
O ₁	4	0	11	3	2	1	7	5	8	6	10	9	R ₁
O ₂	5	1	0	4	3	2	8	6	9	7	11	10	R ₂
O ₃	6	2	1	5	4	3	9	7	10	8	0	11	R ₃
O ₉	0	8	7	11	10	9	3	1	4	2	6	5	R ₉
O ₁₁	2	10	9	1	0	11	5	3	6	4	8	7	R ₁₁
O ₈	11	7	6	10	9	8	2	0	3	1	5	4	R ₈
O ₁₀	1	9	8	0	11	10	4	2	5	3	7	6	R ₁₀
O ₆	9	5	4	8	7	6	0	10	1	11	3	2	R ₆
O ₇	10	6	5	9	8	7	1	11	2	0	4	3	R ₇
	?R _{l₀}	R _{l₈}	R _{l₇}	R _{l₁₁}	R _{l₁₀}	R _{l₉}	R _{l₃}	R _{l₁}	R _{l₄}	R _{l₂}	R _{l₆}	R _{l₅}	

Matriz T/I do *Quarteto de Cordas op. 28*

?	?l ₀	l ₁₁	l ₂	l ₁	l ₅	l ₆	l ₃	l ₄	l ₈	l ₇	l ₁₀	l ₉	?
O ₀	1	0	3	2	6	7	4	5	9	8	11	10	R ₀
O ₁	2	1	4	3	7	8	5	6	10	9	0	11	R ₁
O ₁₀	11	10	1	0	4	5	2	3	7	6	9	8	R ₁₀
O ₁₁	0	11	2	1	5	6	3	4	8	7	10	9	R ₁₁
O ₇	8	7	10	9	1	2	11	0	4	3	6	5	R ₇
O ₆	7	6	9	8	0	1	10	11	3	2	5	4	R ₆
O ₉	10	9	0	11	3	4	1	2	6	5	8	7	R ₉
O ₈	9	8	11	10	2	3	0	1	5	4	7	6	R ₈
O ₄	5	4	7	6	10	11	8	9	1	0	3	2	R ₄
O ₅	6	5	8	7	11	0	9	10	2	1	4	3	R ₅
O ₂	3	2	5	4	8	9	6	7	11	10	1	0	R ₂
O ₃	4	3	6	5	9	10	7	8	0	11	2	1	R ₃
	?R _{l₀}	R _{l₁₁}	R _{l₂}	R _{l₁}	R _{l₅}	R _{l₆}	R _{l₃}	R _{l₄}	R _{l₈}	R _{l₇}	R _{l₁₀}	R _{l₉}	

APÊNDICE

I. Partitura do Concerto para Marimba e Orquestra de Cordas – *REFLEXOS*

REFLEXOS

Concerto para Marimba e Orquestra de Cordas

Lino Pinto

♩ = 120

I

A

Marimba

Violino I

Violino II

Viola

Violoncello

Contrabaixo

rit.

div.

sfz

ff

p

pp

pizz.

rit.

div.

pp

rit.

pp

rit.

2

Mrb.

11 tempo

f *p*

fz

rit.

fz *mp*

p tempo

p

B

Vln. I

11 tempo

tempo

rit.

fz

tempo

Vln. II

pp

rit.

fz

tempo

div.

mf

Vla.

tempo

fz

rit.

fz

pp tempo

Vc.

tempo

div.

unis.

pizz

pp

Cb.

tempo

rit.

pizz

fz *p*

rit.

Detailed description of the musical score: The score is for a chamber ensemble consisting of Maracas (Mrb.), Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), Violoncello (Vc.), and Contrabass (Cb.). The music is in 2/4 time. The Maracas part starts with a melody in the right hand (treble clef) and accompaniment in the left hand (bass clef). Dynamics range from fortissimo (f) to piano (p). The Violin I part has a melodic line with dynamics from fortissimo (fz) to piano (p). The Violin II part has a melodic line with dynamics from pianissimo (pp) to mezzo-forte (mf). The Viola part has a melodic line with dynamics from fortissimo (fz) to pianissimo (pp). The Violoncello part has a melodic line with dynamics from fortissimo (fz) to pianissimo (pp). The Contrabass part has a melodic line with dynamics from fortissimo (fz) to piano (p). The score includes various tempo markings (tempo, rit.) and performance instructions (div., unis., pizz.).

più mosso

Mrb.

Musical score for Mrb. (Maracas) showing two staves. The first staff has a treble clef and the second a bass clef. Dynamics include *p*, *mf*, *sfz*, and *p*. Performance markings include *accel.*, *più mosso*, and *sfz*. A common time signature 'C' is present in the third measure.

Vln. I

Musical score for Vln. I. Dynamics include *p*, *pp*, *f*, and *fz*. Performance markings include *div.*, *accel.*, and *più mosso*.

Vln. II

Musical score for Vln. II. Dynamics include *p*, *pp*, *f*, and *fz*. Performance markings include *accel.* and *più mosso*.

Vla.

Musical score for Vla. (Viola). Dynamics include *p*, *pp*, *f*, and *f*. Performance markings include *accel.* and *più mosso*.

Vc.

Musical score for Vc. (Violoncello). Dynamics include *p*, *pp*, *f*, and *f*. Performance markings include *accel.* and *più mosso*.

Cb.

Musical score for Cb. (Contrabasso). Dynamics include *f*. Performance markings include *accel.* and *più mosso*.

Mrb.

34

tempo

sfz *mf* *f*

rit.

Vln. I

34

unis.

pp *sfz* rit. tempo div. *p* *sfz* *p* senza vib. norm. *pp*

Vln. II

unis.

pp *sfz* rit. tempo *fp* *sfz* *p* senza vib. div. norm. *pp*

Vla.

pp *sfz* rit. tempo *p* *sfz* *p*

Vc.

pp *sfz* rit. tempo *fp* *sfz* *p*

Cb.

tempo

rit.

Mrb.

Marpac (Mrb.) musical notation, measures 44-48. The score is written in treble and bass clefs. It features a complex rhythmic pattern with many sixteenth and thirty-second notes. Dynamic markings include *sfz*, *fz*, and *sfz*. A key signature change to one flat (B-flat) is indicated at the beginning of measure 47. A 'D' is written above the staff in measure 47. A large slur covers the final two measures.

Vln. I

Violin I (Vln. I) musical notation, measures 44-48. The score is in treble clef. It starts with a *sfz* dynamic. In measure 46, it switches to *pizz* (pizzicato) with a *f* dynamic. In measure 47, it switches to *arco* (arco) with a *fp* dynamic. In measure 48, it returns to *arco* with a *mf* dynamic. The final measure is marked *fp* and includes the instruction 'unis.' (unison).

Vln. II

Violin II (Vln. II) musical notation, measures 44-48. The score is in treble clef. It starts with a *sfz* dynamic. In measure 46, it switches to *pizz* (pizzicato) with a *fp* dynamic. In measure 47, it switches to *arco* (arco) with a *mf* dynamic. In measure 48, it returns to *arco* with a *fp* dynamic. The final measure is marked *fp* and includes the instruction 'sul tasto'.

Vla.

Viola (Vla.) musical notation, measures 44-48. The score is in alto clef. It starts with a *p* dynamic. In measure 46, it switches to *f* dynamic. In measure 47, it switches to *p* dynamic. In measure 48, it switches to *mf* dynamic. The final measure is marked *fp*.

Vc.

Violoncello (Vc.) musical notation, measures 44-48. The score is in bass clef. It starts with a *sfz* dynamic. In measure 46, it switches to *pizz* (pizzicato) with a *f* dynamic. In measure 47, it switches to *arco* (arco) with a *mf* dynamic. In measure 48, it returns to *arco* with a *fp* dynamic. The final measure is marked *fp* and includes the instruction 'sul tasto'.

Cb.

Cello (Cb.) musical notation, measures 44-48. The score is in bass clef. It starts with a *fp* dynamic. In measure 46, it switches to *f* dynamic. In measure 47, it switches to *mf* dynamic. In measure 48, it switches to *f* dynamic. The final measure is marked *f*.

fp *mf* *f*

Mrb.

51

f *fz* *p* accel.

f

E

Measures 51-55 of the Marpiano part. Measure 51 starts with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The music features a complex rhythmic pattern with sixteenth and thirty-second notes. Dynamics include *f*, *fz*, and *p*. An acceleration marking 'accel.' is present. A fermata is placed over measures 52-54. Measure 55 begins with a new key signature of one flat (Bb) and a common time signature, marked 'E' and 'più mosso'.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

51

pp accel. *f*

pp accel. *p* *f*

p accel.

pp accel. *mf*

accel. sul pont.

accel. sul pont.

accel.

più mosso

più mosso

più mosso

più mosso

più mosso

Measures 51-55 of the string section score. Measures 51-54 are in the original key signature (one sharp). Measures 55-58 are in a new key signature (one flat). The section includes Vln. I, Vln. II, Vla., Vc., and Cb. Dynamics range from *pp* to *f*. Performance markings include 'accel.', 'sul pont.', and 'più mosso'.

8

Mrb.

Musical notation for Maracas (Mrb.) in two staves (treble and bass clef). The piece starts at measure 8. The music features a complex rhythmic pattern with many accents (>) and dynamic markings. The key signature has one flat (B-flat). The time signature is 9/16. The notation includes various note values, rests, and articulation marks.

Vln. I

Musical notation for Violin I (Vln. I) in treble clef. It begins at measure 57. The part includes dynamic markings such as *p*, *sfz*, *mf*, *f*, and *p*. Performance instructions include *div.* (divisi) and *pizz.* (pizzicato). The notation features slurs, accents, and various note values.

Vln. II

Musical notation for Violin II (Vln. II) in treble clef. It begins at measure 57. The part includes dynamic markings such as *mf*, *f*, and *p*. Performance instructions include *div.* (divisi) and *pizz.* (pizzicato). The notation features slurs, accents, and various note values.

Vla.

Musical notation for Viola (Vla.) in treble clef. It begins at measure 57. The part includes dynamic markings such as *p*, *sfz*, and *mf*. Performance instructions include *div.* (divisi), *norm.* (normal), and *unis.* (unison). The notation features slurs, accents, and various note values.

Vc.

Musical notation for Violoncello (Vc.) in bass clef. It begins at measure 57. The part includes dynamic markings such as *sfz* and *mp*. Performance instructions include *norm.* (normal). The notation features slurs, accents, and various note values.

Cb.

Musical notation for Contrabass (Cb.) in bass clef. It begins at measure 57. The part includes dynamic markings such as *sfz*, *mf*, and *mp*. Performance instructions include *norm.* (normal), *pizz.* (pizzicato), and *arco* (arco). The notation features slurs, accents, and various note values.

Mrb.
62
rit. *f*
F
f

Vln. I
62
rit. *fp* arco
fp

Vln. II
mf rit. *fp* *fp* *fp* *fp*

Vla.
rit. *fp* *fp* *fp*

Vc.
rit. *f* *mf* *pp* *fp*

Cb.
pizz *mf* rit. *f* *mf* *pp*

Detailed description: This is a page of a musical score for a chamber ensemble. It features six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The music is in 9/16 time and begins at measure 62. The Mrb. part has a 'rit.' marking and a dynamic of *f*. A section starting at measure 64 is marked 'F' and contains sustained notes. The Vln. I and Vln. II parts have 'rit.' markings and dynamics of *fp* and *mf*. The Vln. I part includes 'arco' markings. The Vla. part has a 'rit.' marking and dynamics of *fp*. The Vc. part has a 'rit.' marking and dynamics of *f*, *mf*, *pp*, and *fp*. The Cb. part has 'pizz' markings and dynamics of *mf*, *f*, *mf*, and *pp*. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic hairpins.

10
66

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

fz

f

p

fp

fp

f

mf

f

mf

f

mf

f

mf

col legno

col legno

col legno

pizz

pizz

pizz

Mrb.
70 *sfz* *f* *sf*

Vln. I
70 *col legno* *arco* *div.* *p*

Vln. II
col legno *arco* *div.* *p*

Vla.
col legno *arco* *div.* *p*

Vc.
pizz *arco* *pizz* *arco* *pizz*
mf *p* *f* *p* *mf*

Cb.
pizz *arco* *pizz* *arco* *pizz*
mf *p* *f* *p* *mf*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 11, features six staves. The Maracas (Mrb.) part is in the top staff, starting at measure 70 with a *sfz* dynamic, followed by *f* and *sf*. The Violin I (Vln. I) and Violin II (Vln. II) parts are in the second and third staves, respectively, with *col legno* markings and *arco* sections, ending with *div.* and *p* dynamics. The Viola (Vla.) part is in the fourth staff, also featuring *col legno* and *arco* markings, ending with *div.* and *p*. The Violoncello (Vc.) and Contrabasso (Cb.) parts are in the fifth and sixth staves, alternating between *pizz* and *arco* techniques with dynamics of *mf*, *p*, and *f*. A key signature change to G major is indicated by a sharp sign above the staff in the second measure.

12
74

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

mf

mp

p

mf

f

p

mp

mf

f

arco

unis.

pizz

Detailed description of the musical score: The score is for a chamber ensemble consisting of Maracas (Mrb.), Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), Violoncello (Vc.), and Contrabass (Cb.). The music is in 9/16 time and begins at measure 12, with a rehearsal mark at measure 74. The Maracas part features a rhythmic pattern of eighth notes with accents. The Violin I and II parts play a melodic line with accents and dynamic markings of *mp* and *mf*. The Viola part starts with a *p* dynamic and includes a *unis.* instruction. The Violoncello and Contrabass parts play a bass line with dynamic markings of *p*, *mp*, *mf*, and *f*, and include *pizz* (pizzicato) instructions. The score includes various performance markings such as *arco* and *pizz*, and dynamic hairpins.

14

85

Mrb.

Mallets (Mrb.) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat (B-flat). It features a complex rhythmic pattern with many beamed eighth and sixteenth notes. Dynamic markings include *fp* and *f*. There are also accents (>) and slurs throughout the passage.

Vln. I

85

Violin I (Vln. I) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat. It begins with an *arco* marking and a *fp* dynamic. The first measure contains a complex rhythmic figure, while the following measures consist of sustained notes with a long slur across them.

Vln. II

Violin II (Vln. II) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat. It starts with an *arco* marking and a *mf* dynamic. The first measure has a complex rhythmic pattern, followed by sustained notes with a slur.

Vla.

Viola (Vla.) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat. It begins with a *div.* (divisi) marking and a *fp* dynamic. The first measure has a complex rhythmic pattern, followed by sustained notes with a slur.

Vc.

Violoncello (Vc.) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat. It starts with a *norm.* marking and a *fp* dynamic. The first measure has a complex rhythmic pattern, followed by sustained notes with a slur.

Cb.

Contrabass (Cb.) musical score, measures 14-17. The score is written in 3/4 time with a key signature of one flat. It begins with a *norm.* marking and a *fp* dynamic. The first measure has a complex rhythmic pattern, followed by sustained notes with a slur.

Mrb.

Musical score for Mrb. (Maracas) in 9/16 time. The score consists of two staves. The upper staff contains rhythmic patterns with accents and dynamic markings *mp*, *f*, and *fz*. The lower staff contains a bass line with dynamic markings *fz* and *fp*. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

Vln. I

Musical score for Vln. I (Violin I) in 9/16 time. The score consists of one staff with a melodic line. It begins with a dynamic marking *p* and includes a *norm.* (normal) instruction. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

Vln. II

Musical score for Vln. II (Violin II) in 9/16 time. The score consists of one staff with a melodic line. It includes a dynamic marking *p* and a *fz* marking. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

Vla.

Musical score for Vla. (Viola) in 9/16 time. The score consists of one staff with a melodic line. It includes a *sul pont.* (sul ponticello) instruction and a dynamic marking *f*. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

Vc.

Musical score for Vc. (Violoncello) in 9/16 time. The score consists of one staff with a melodic line. It includes a *pizz.* (pizzicato) instruction and a dynamic marking *f*. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

Cb.

Musical score for Cb. (Contrabasso) in 9/16 time. The score consists of one staff with a melodic line. It includes a *pizz.* (pizzicato) instruction and a dynamic marking *f*. The piece concludes with a double bar line and a repeat sign.

16

Mrb.

94

fz *p* *sf* *mf*

fp *f* *fz*

Vln. I

94

fz *p*

pizz *arco*

p *f*

Vln. II

fz *p*

pp *f*

Vla.

p *f*

Vc.

(*pizz*) *arco*

mf *sfz*

Cb.

arco

mf *sfz*

E'

9/16

Mrb.

98 *mf* *f* *mp-pp* *f*

Maracas musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. The notation includes dynamic markings *mf*, *f*, *mp-pp*, and *f*. There are also accents (>) and a fermata over the final measure.

Vln. I

98 *mf* *f* *fp* *fz*

Violin I musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. It includes markings for *pizz*, *mf*, *simile*, *arco*, *f*, *fp*, and *fz*.

Vln. II

98 *mf* *f*

Violin II musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. It includes markings for *pizz*, *mf*, *simile*, *arco*, and *f*.

Vla.

98 *mf* *fp* *fz*

Viola musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. It includes markings for *mf*, *fp*, and *fz*.

Vc.

98 *mf* *fp* *fz*

Violoncello musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. It includes markings for *pizz*, *arco*, *mf*, *fp*, and *fz*.

Cb.

98 *mf* *fp* *fz*

Contrabass musical notation in 9/16 time, starting at measure 98. It includes markings for *pizz*, *arco*, *mf*, *fp*, and *fz*.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

103

mp *f* *p* *f*

pizz *f* *p* *molto vib.*

p *f* *mf*

sfz

p *mf* *p* *molto vib.*

sfz

D^b

Detailed description: This page of a musical score, numbered 18, contains six staves for different instruments: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The score begins at measure 103. The Mrb. part features a rhythmic pattern of eighth notes in the right hand and a bass line in the left hand, with dynamics ranging from *mp* to *f*. The Vln. I part has a melodic line with a *pizz* (pizzicato) instruction and dynamics from *f* to *p*, ending with a *molto vib.* (molto vibrato) marking. The Vln. II part plays a rhythmic accompaniment with dynamics from *p* to *mf*. The Vla. part has a melodic line with a *sfz* (sforzando) marking. The Vc. part has a melodic line with dynamics from *p* to *mf* and a *molto vib.* marking. The Cb. part has a melodic line with a *sfz* marking. A key signature change to one flat (B-flat) is indicated by a sharp sign over a flat (D^b) above the staff.

109

Mrb.

mf *fz* *sfz* *p*

Vln. I

norm. (arco) pizz. div.

fz *fp* *p* *mp*

Vln. II

div. norm. arco (arco) div.

fp *fz* *fp* *fp* *p* *mp*

Vla.

div.

fp *sfz* *fz* *p*

Vc.

pizz. arco

f *fp* *p*

Cb.

fz *sfz* *fz*

Mrb.

142

più mosso

A'

tempo

accel.

p

fp

rit.

mp

più mosso

p

Vln. I

142

tempo

fp

rit.

mp-pp

pp

Vln. II

più mosso

fp

fz

rit.

tempo

pp

Vla.

più mosso

fz p

rit.

tempo

mp-pp

Vc.

pizz

accel.

p

arco

tempo unis.

mf

accel.

rit.

mp-pp

Cb.

(pizz)

più mosso

tempo

mf

accel.

rit.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

152

p *fz* *ppp*

p *fz* *ppp*

unis. *p* *fz* *ppp*

p *fz* *ppp*

p *fz* *ppp*

p *fz* *ppp*

Detailed description: This page of a musical score covers measures 152 to 159. The instruments are Mallet Percussion (Mrb.), Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), Violoncello (Vc.), and Contrabass (Cb.). The Mallet Percussion part is mostly silent, with rests in both staves. The string parts feature a dynamic arc from *p* (piano) to *fz* (forzando) and finally to *ppp* (pianissimo). The Violin I and II parts have a melodic line with slurs and accents. The Viola part is marked 'unis.' (unison) and follows the same dynamic contour. The Violoncello and Contrabass parts provide a harmonic foundation with sustained notes and slurs. The score concludes with a fermata over the final measure.

Mrb.
168
mf < sf p
sfz
f
p f

Vln. I
168
sfz
fz

Vln. II
mp

Vla.
sfz
fz

Vc.
mp >

Cb.

sfz *fz*

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

175

mf *sf* *p* *f* *p* *sfz* *sfz* *sfz* *p* *f* *sf* *p*

p *sfz* *sfz* *sfz* *p*

p *sfz* *sfz* *sfz* *p*

p *sfz* *sfz* *sfz* *p*

p *sfz* *sfz* *sfz* *p*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 27, covers measures 175 to 180. It features six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The music is in 3/4 time. The Mrb. part is highly rhythmic, with dynamic markings *mf*, *sf*, *p*, *f*, *sfz*, and *sf*. The string parts (Vln. I, Vln. II, Vla., Vc., Cb.) are more melodic and harmonic, with dynamic markings *p* and *sfz*. The Vln. I and Vla. parts have long, sweeping lines. The Vc. and Cb. parts have more rhythmic patterns. The score is written in a standard musical notation with various accidentals and dynamic markings.

Mrb.

196

fz

sfz

mf < *sf* *p* *f*

fp

f

fz

fz

Vln. I

196

mp-pp

sf

sfz

fz

Vln. II

mp-pp

sf

sfz

unis.

Vla.

mp-pp

sf

sfz

fz

Vc.

sf

Cb.

sf

sfz

fz

Detailed description: This is a page of a musical score for a chamber ensemble, starting at measure 196. The score is arranged in six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The Mrb. part features complex rhythmic patterns with accents and dynamic markings such as *fz*, *sfz*, *mf*, *sf*, *p*, and *f*. The string parts (Vln. I, Vln. II, Vla., Vc., Cb.) are primarily rhythmic, with some melodic lines in the upper registers. Dynamics for the strings include *mp-pp*, *sf*, *sfz*, and *fz*. The Viola part includes the instruction 'unis.' (unison). The score is written in a key with one flat and a common time signature.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

203

fz *f* *< sf p* *sf* *f* *mf* *sffz* *fz* *f* *< sf p*

mf *sffz* *sffz* *sffz*

mf *sffz* *sffz* *sffz*

pp *pp*

mf *sffz* *sffz* *sffz*

pp

mf *sffz* *sffz* *sffz*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 31, contains six staves. The top staff is for the Maracas (Mrb.), followed by Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), Violoncello (Vc.), and Contrabass (Cb.). The Maracas part is highly rhythmic and dynamic, starting at measure 203 with a *fz* dynamic and featuring accents and slurs. The Violin I and Viola parts have long, sustained notes with *mf* dynamics, transitioning to *sffz* later. Violin II and Violoncello have rests with *pp* dynamics. The Contrabass part has long, sustained notes with *mf* dynamics, transitioning to *sffz* later. The score includes various musical notations such as accents, slurs, and dynamic markings.

Mrb.

210

mf < *sf* *p* *f* *sfz* *fz* *sfz* *fz*

Vln. I

210

mp *p* *sfz* *fz*

Vln. II

senza vib. norm.

p < *pp* < *fz* > *mp*

Vla.

senza vib. norm.

mp *p* *sfz* *fz*

Vc.

senza vib. norm.

p < *pp* < *fz* > *mp*

Cb.

mp *p* *sfz* *fz*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 32, contains six staves for different instruments: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The score begins at measure 210. The Mrb. part features a rhythmic pattern with dynamic markings *mf*, *sf*, *p*, *f*, *sfz*, *fz*, *sfz*, and *fz*. The Vln. I part has dynamics *mp*, *p*, *sfz*, and *fz*. The Vln. II part includes performance instructions 'senza vib.' and 'norm.' along with dynamics *p*, *pp*, *fz*, and *mp*. The Vla. part also has 'senza vib.' and 'norm.' instructions and dynamics *mp*, *p*, *sfz*, and *fz*. The Vc. part follows the same 'senza vib.' and 'norm.' instructions and dynamics *p*, *pp*, *fz*, and *mp*. The Cb. part has dynamics *mp*, *p*, *sfz*, and *fz*. The score uses various musical notations including slurs, accents, and dynamic hairpins.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

235

235

fz

p

sf

sf

p

senza vib.

norm.

fz

fz

fz

pizz

f

mf

arco

mf

f

p

senza vib.

norm.

fz

pizz

f

mf

arco

mf

f

p

senza vib.

norm.

fz

arco

mf

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

244

f *p* *f* *sfz* *sfz* *sfz* *fz* *f* *fz* *p* *p* *sfz*

fp *mp-pp* *fz* *fp* *sfz*

fp *mp-pp* *fz* *fz* *mf*

fp *mp-pp* *f* *fz*

fp *mp-pp* *f* *fz*

fp *mp* *fz*

unis. div.

pizz arco

pizz arco

musical notation including notes, rests, dynamics, and articulation marks

Mrb. *mf* *f* *p*

Vln. I *fz* *p* *sf* *mf-p* *fz* *pp*

Vln. II *fz* *p* *sf* *mf* *pp*

Vla. *f* *pizz* *arco* *pizz*

Vc. *f* *pizz* *arco* *pizz*

Cb. *f* *fz* *mf*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 37, covers measures 251 to 255. The score is arranged in a system with six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The Mrb. part features a rhythmic pattern of eighth notes in the right hand, with dynamics ranging from *f* to *mf*. The string parts (Vln. I, Vln. II, Vla., Vc., Cb.) are primarily pizzicato, with some arco passages. Dynamics for the strings include *fz*, *p*, *sf*, *mf-p*, *fz*, *pp*, and *mf*. The Cb. part has a long, sustained note in the final measure. The score includes various musical notations such as accents, slurs, and dynamic markings.

Mrb.

257

p *f* *sfz* *p < fz* *f*

Vln. I

257

p *fp* *senza vib.* *norm.* *mp-pp* *fz >* *fp*

Vln. II

p *arco* *fp* *senza vib.* *norm.* *mp-pp* *fz >* *fz <*

Vla.

p *arco* *fp* *senza vib.* *norm.* *mp-pp* *f* *fz <*

Vc.

fp *senza vib.* *norm.* *mp-pp* *f* *fz <*

Cb.

fp *fz <*

senza vib. norm. unis. div.

p

Mrb.

272 *sfz* *f* *sfz* *mf* *p* *sfz*

p *f* *f*

Vln. I senza vib. norm.

Vln. I *fz* *pp* *p* *fp* *mp-pp* *fz* *fp*

Vln. II senza vib. norm. pizz arco

Vln. II *f* *fz* *pp* *p* *fp* *mp-pp* *f* *fz*

Vla. arco senza vib. norm.

Vla. *f* *pp* *p* *fp* *mp-pp* *fz* *fz*

Vc. arco senza vib. norm. pizz arco

Vc. *f* *pp* *p* *fp* *mp-pp* *f* *fz*

Cb. pizz

Cb. *f* *p* *fp* *mp* *fz*

f *p* *fp* *mp* *fz*

Mrb. *sfz* *f* *sfz* *p* *sfz* *mf* *f*

Vln. I *sfz* *mf* *fz* *mf* *p*

Vln. II *mf* *fz* *mf*

Vla. *f* *pizz*

Vc. *f* *pizz*

Cb. *f* *pizz* *div.* *arco* *pizz*

280

Detailed description: This page of a musical score, numbered 41, contains six staves. The top staff is for the Maracas (Mrb.), starting at measure 280. It features complex rhythmic patterns with accents and dynamic markings: *sfz* *f*, *sfz* *p*, *sfz*, and *mf*. The second staff is for Violin I (Vln. I), with dynamics *sfz*, *mf*, *fz*, *mf*, and *p*. The third staff is for Violin II (Vln. II), with dynamics *mf* and *fz*. The fourth staff is for Viola (Vla.), with dynamics *f* and *pizz*. The fifth staff is for Violoncello (Vc.), with dynamics *f* and *pizz*. The bottom staff is for Contrabass (Cb.), with dynamics *f*, *pizz*, *div.*, *arco*, and *pizz*. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic hairpins.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

292

senza vib.

norm.

pp

sfz

p

mp

fz

mf

senza vib.

norm.

div.

pp

sfz

mf

mf

fz

mf

senza vib.

norm.

pp

senza vib.

norm.

div.

sfz

fp

pizz

pp

sfz

pizz

mf

mf

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

301

mf *mf* *f* *f* *mf* *mf* *mf*

mf *mf*

p *mf* *fz*

mf *p* *fz*

mf *fz* *fp* *sf* *fz*

arco

simile *mp* *fz* *mf* *fz*

mf

Detailed description: This page of a musical score, numbered 44, contains measures 301 through 305. The score is arranged in six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The Mrb. part features a rhythmic pattern of eighth and sixteenth notes with dynamic markings of *mf* and *f*. The Vln. I and Vln. II parts play sustained notes with dynamic markings of *p*, *mf*, and *fz*. The Vla. part has a complex rhythmic pattern with dynamic markings of *mf*, *fz*, *fp*, and *sf*. The Vc. part is marked *arco* and *simile*, with dynamic markings of *mp* and *fz*. The Cb. part plays a rhythmic accompaniment with dynamic markings of *mf*. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic hairpins.

307

Mrb.

f >

Vln. I

senza vib. *pp* *p* *fz* *p* *p* senza vib. norm.

Vln. II

senza vib. *pp* *p* *fz* *p* senza vib. *fz*

Vla.

senza vib. *pp* *p* *fz* *p* senza vib. *p* norm. *fz*

Vc.

p *fz* *p* senza vib. *p* norm. *fz*

Cb.

Detailed description of the musical score: The score is for measures 307 to 314. The Mrb. part starts with a dynamic of *f* and a breath mark (>). The string parts (Vln. I, Vln. II, Vla., Vc.) all begin with *pp* and *senza vib.* markings. They follow a similar dynamic arc: *pp* to *p* to *fz* to *p*. The Vln. I and Vln. II parts have a *fz* dynamic in measure 311. The Vla. and Vc. parts have a *p* dynamic in measure 311. In measure 312, the Vln. I and Vln. II parts are marked *senza vib.* and *p*. The Vla. and Vc. parts are marked *senza vib.* and *p*. In measure 313, the Vln. I and Vln. II parts are marked *norm.* and *fz*. The Vla. and Vc. parts are marked *norm.* and *fz*. The Cb. part has a dynamic of *p* in measure 308 and *fz* in measure 309. The Cb. part has a dynamic of *p* in measure 311 and *fz* in measure 312. The Cb. part has a dynamic of *p* in measure 313 and *fz* in measure 314.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

315

f *mf* *mf* *mf* *f* *f*

fz *mf* *p* *mf* *fz* *mf*

fz *mf* *p* *mf* *fz* *mf*

fz *mf* *mf* *fz* *mf* *mf*

fz *mf* *mf* *fz* *mf* *mf*

fz *mf* *mf* *fz* *mf* *mf*

mp *mf*

Detailed description: This page of a musical score, numbered 46, contains measures 315 through 320. The score is arranged in six staves: Mrb. (Maracas), Vln. I (Violin I), Vln. II (Violin II), Vla. (Viola), Vc. (Violoncello), and Cb. (Contrabasso). The Mrb. part features a rhythmic pattern of eighth notes with accents and dynamic markings of *f* and *mf*. The Vln. I and Vln. II parts play a melodic line with accents and dynamics of *fz*, *mf*, and *p*. The Vla. part has a melodic line with dynamics of *p*, *mf*, *fz*, and *mf*. The Vc. part has a melodic line with dynamics of *fz*, *mp*, and *mf*. The Cb. part has a rhythmic pattern of eighth notes with dynamics of *mf* and *mf*. The score includes various musical notations such as accents, slurs, and dynamic markings.

329

Mrb.

rall.

Vln. I

pp pp sfz pp rall.

Vln. II

pp mf rall.

Vla.

senza vib. norm. div. pp ppp pp rall.

Vc.

pizz pp pizz pp rall.

Cb.

pizz pp rall.

p pp rall.

Mrb.

Marpiano score for measures 344-348. The score is written in a single staff with a treble clef and a key signature of one flat. The music features a melodic line with various dynamics: *mf* < *mf*, *mf* < *mf*, *f*, *f*, and *mf* < *mf*. There are also accents and slurs. The bass staff is mostly empty, with a few notes at the end of the system.

Vln. I

Violin I score for measures 344-348. The score is written in a single staff with a treble clef and a key signature of one flat. The music features a melodic line with various dynamics: *sfz*, *mf-p*, and *sfz*. There are also accents and slurs.

Vln. II

Violin II score for measures 344-348. The score is written in a single staff with a treble clef and a key signature of one flat. The music features a melodic line with various dynamics: *sfz* and *fz*. There are also accents and slurs.

Vla.

Viola score for measures 344-348. The score is written in a single staff with an alto clef and a key signature of one flat. The music features a melodic line with various dynamics: *sfz*, *fz*, *fz*, *mf*, and *sfz*. There are also accents and slurs.

Vc.

Violoncello score for measures 344-348. The score is written in a single staff with a bass clef and a key signature of one flat. The music features a melodic line with various dynamics: *fz*, *fz*, and *mf*. There are also accents and slurs.

Cb.

Contrabass score for measures 344-348. The score is written in a single staff with a bass clef and a key signature of one flat. The music features a rhythmic line with various dynamics: *fz*, *fz*, and *mf*. There are also accents and slurs.

Mrb. *mf* *mf* *f* *f* *mf* *mf*

Vln. I *fz* *p* *sfz* *p*

Vln. II *fz* *fp* *p*

Vla. *fp* *mf* *sfz* *p*

Vc. *mf* *fp* *mf*

Cb.

361

Detailed description: This page of a musical score, numbered 53, contains measures 361 through 365. The score is arranged in a system with six staves. The top staff is for the Maracas (Mrb.), which has a treble clef and a key signature of one flat. It features a melodic line with dynamics ranging from mezzo-forte (mf) to forte (f). The second staff is for Violin I (Vln. I), with a treble clef and dynamics including fortissimo (fz), piano (p), and sforzando (sfz). The third staff is for Violin II (Vln. II), also with a treble clef and dynamics of fz, fp, and p. The fourth staff is for Viola (Vla.), with an alto clef and dynamics of fp, mf, sfz, and p. The fifth staff is for Violoncello (Vc.), with a bass clef and dynamics of mf and fp. The bottom staff is for Contrabass (Cb.), with a bass clef and a steady eighth-note accompaniment. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic hairpins.

Mrb.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Cb.

373

f

ppp

rit.

fz

ppp

rit.

fz

ppp

rit.

unis.

fz

ppp

rit.

rit.